

**Progetto di aste e collegamenti in acciaio**

3 - Sforzo normale centrato: trazione; compressione

Spoletto  
21-23 ottobre 2010  
Aurelio Ghersi

**Verifica e progetto  
di sezioni allo SLU**

**Criteri generali**

Tensione di snervamento  $f_y$  o tensione ultima  $f_u$ ?

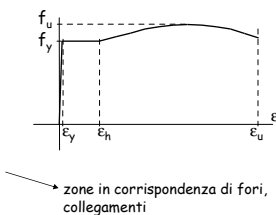
La tensione ultima  $f_u$  si raggiunge con deformazioni plastiche molto elevate

Se la zona plasticizzata è molto piccola, queste hanno scarso effetto globale:

si può accettare di raggiungere  $f_u$

Se la zona plasticizzata è estesa, le deformazioni plastiche non sono accettabili:

ci si deve fermare a  $f_y$



aste, in generale

**Criteri generali**

Coefficienti parziali di sicurezza per il materiale

Vengono usati valori diversi, a seconda del problema

- resistenza di sezioni  $\gamma_{M0} = 1.05$
- resistenza di aste all'instabilità  $\gamma_{M1} = 1.05$
- resistenza ultima di sezioni  
resistenza di bulloni, saldature  $\gamma_{M2} = 1.25$
- resistenza di collegamenti a scorrimento  
per SLU  $\gamma_{M3} = 1.25$   
per SLE  $\gamma_{M3,ser} = 1.10$

**Criteri generali**

Classificazione delle sezioni

Le parti compresse di una sezione sono soggette al rischio di instabilità (instabilità locale)

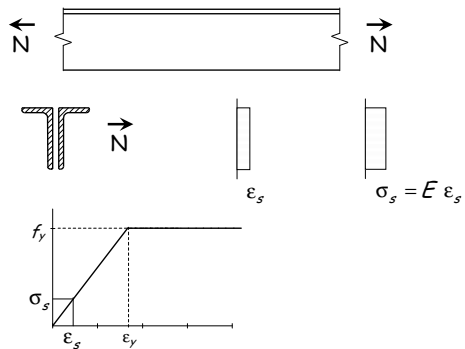
Le sezioni sono divise in 4 classi, in base a come l'instabilità locale ne condiziona il comportamento

- classe 1 - massima resistenza, massima duttilità
- classe 2 - massima resistenza, limitata duttilità
- classe 3 - resistenza limitata al raggiungimento della prima plasticizzazione
- classe 4 - instabilità precoce che avviene prima dello snervamento

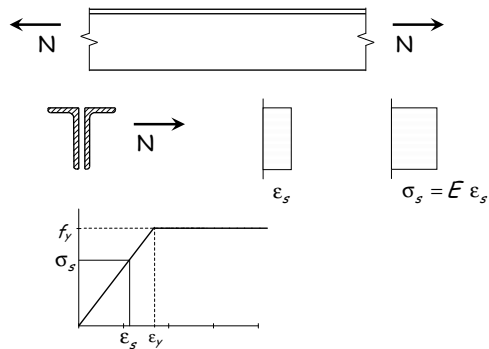
Verranno presentate in seguito

**Sforzo normale  
Trazione**

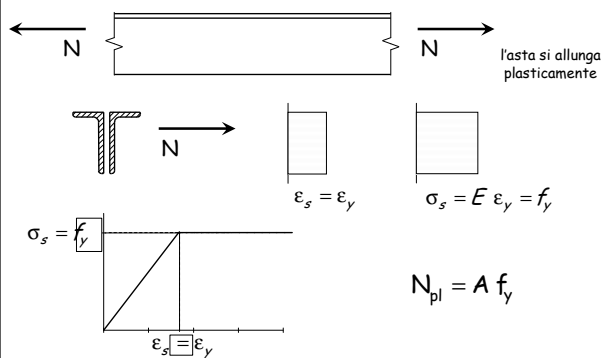
### Comportamento al crescere delle deformazioni



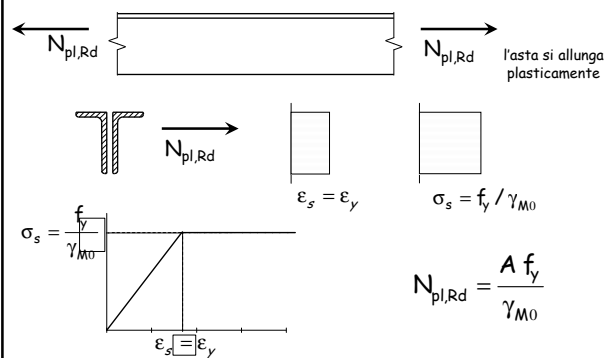
### Comportamento al crescere delle deformazioni



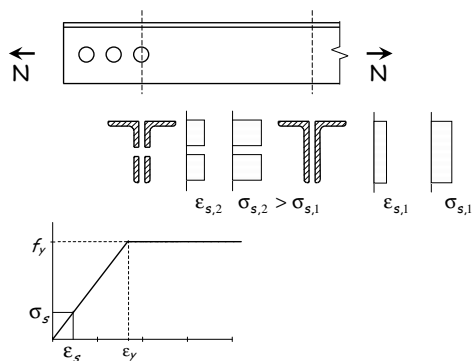
### Comportamento al crescere delle deformazioni



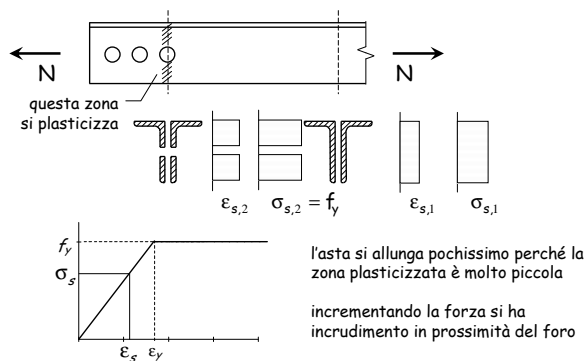
### Comportamento ultimo resistenza plastica della sezione



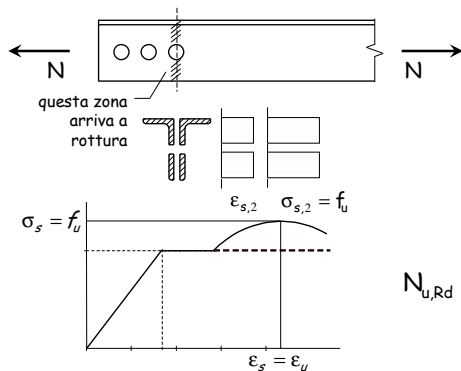
### Comportamento quando nell'asta vi sono dei fori



### Comportamento quando nell'asta vi sono dei fori



### Comportamento ultimo resistenza ultima della sezione forata



### Verifica - stato limite ultimo

La resistenza a trazione di un'asta è pari al minore tra i valori della resistenza plastica della sezione piena e della resistenza ultima della sezione indebolita.

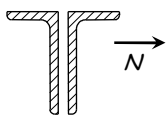
$$N_{Ed} \leq N_{t,Rd}$$

$$N_{t,Rd} = \min(N_{pl,Rd}, N_{u,Rd})$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}}$$

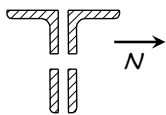
### Verifica - tensioni ammissibili



$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \bar{\sigma}$$

$$N_{max} = \bar{\sigma} A \geq N$$

Inoltre, se l'asta presenta sezioni indebolite ....



$$\sigma = \frac{N}{A_{net}} \leq \bar{\sigma}$$

$$N_{max} = \bar{\sigma} A_{net} \geq N$$

### Verifica - confronto

#### Sezione piena

#### Sezione indebolita

TA

$$N_{max} = \bar{\sigma}_s A$$

160

ma i carichi per SLU sono 1.4 volte tanto

$$160 \times 1.4 = 224$$

$$N_{max} = \bar{\sigma}_s A_{net}$$

$$160 \times 1.4 = 224$$

SLU

$$N_{pl,Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} A$$

$$235 / 1.05 = 224$$

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 f_u}{\gamma_{M2}} A_{net}$$

$$0.9 \times 360 / 1.2 = 270$$

Acciaio Fe 360

### Verifica - confronto

#### Sezione piena

#### Sezione indebolita

TA

$$N_{max} = \bar{\sigma}_s A$$

240

$$240 \times 1.4 = 336$$

$$N_{max} = \bar{\sigma}_s A_{net}$$

$$240 \times 1.4 = 336$$

SLU

$$N_{pl,Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} A$$

$$355 / 1.05 = 338$$

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 f_u}{\gamma_{M2}} A_{net}$$

$$0.9 \times 510 / 1.2 = 383$$

Acciaio Fe 510

### Verifica - commento

Tenendo conto delle differenze tra i carichi agenti, la resistenza a trazione valutata allo stato limite ultimo è:

- Sostanzialmente simile a quella valutata alle tensioni ammissibili per la sezione piena;
- Sensibilmente maggiore (tra il 10 ed 15% più grande) a quella valutata alle tensioni ammissibili per la sezione indebolita.

## Duttività

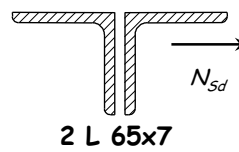
Il comportamento dell'asta (con fori) dipende da chi è più grande tra  $N_{pl,Rd}$  e  $N_{u,Rd}$

- Se  $N_{pl,Rd} > N_{u,Rd}$   
si arriva alla rottura della sezione forata prima dello snervamento dell'intera asta  
il comportamento complessivo è fragile
- Se  $N_{pl,Rd} < N_{u,Rd}$   
si arriva allo snervamento dell'intera asta prima della rottura della sezione forata  
il comportamento complessivo è duttile

## Esempio

Calcolo della resistenza e verifica di duttilità

Dati:



$$N_{Ed} = 339 \text{ kN}$$

Acciaio S235

Bulloni M14

Fori 15 mm

$$A = 2 \times 870 = 1740 \text{ mm}^2$$

$$A_{net} = 1740 - 2 \times 15 \times 7 = 1530 \text{ cm}^2$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1740 \times 235}{1.05 \times 10^3} = 389.4 \text{ kN}$$

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} = \frac{0.9 \times 1530 \times 360}{1.25 \times 10^3} = 396.6 \text{ kN}$$

$$N_{pl,Rd} < N_{u,Rd}$$

L'asta resiste ed è duttile

## Per ottenere sezioni duttili ...

- Dovendo essere  $N_{pl,Rd} < N_{u,Rd}$

si deve verificare che

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} \geq N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

ovvero 
$$\frac{A_{net}}{A} \geq \frac{\gamma_{M2} f_y}{0.9 \gamma_{M0} f_u}$$

acciaio	S235	S275	S355
$A_{net}/A \geq$	0.863	0.846	0.921

## Progetto - stato limite ultimo

- 1 - Invertendo l'espressione di verifica si ottiene la formula di progetto della sezione.

$$N_{Ed} \leq N_{pl,Rd} = \frac{f_y A}{\gamma_{M0}} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{N_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}}$$

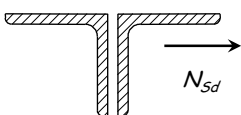
- 2 - Si sceglie il profilato.

- 3 - Se esistono sezioni indebolite (per fori, intagli, ecc.) bisogna verificare anche che:

$$N_{Ed} \leq N_{u,Rd} = \frac{0.9 f_u A_{net}}{\gamma_{M2}}$$

## Esempio

Dati:



$$N_{Ed} = 339 \text{ kN}$$

Acciaio S235

Bulloni M14

Fori 15 mm

- 1 - Determinazione dell'area necessaria.

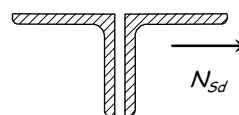
$$A = \frac{\gamma_{M0} N_{Ed}}{f_y} = \frac{339.9 \times 10^3}{235/1.05} = 1518 \text{ mm}^2$$

- 2 - Scelta della sezione.

Uso 2 L 65x7  $A = 1740 \text{ mm}^2$

## Esempio

Dati:



$$N_{Ed} = 339 \text{ kN}$$

Acciaio S235

Bulloni M14

Fori 15 mm

- 3 - Verifica della sezione indebolita.

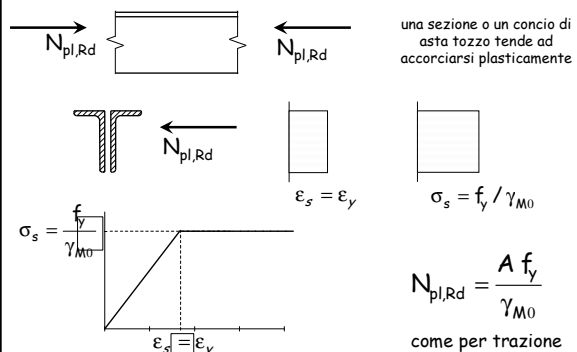
$$A_{net} = A - A_{foro} = 1740 - 2 \times 15 \times 7 = 1530 \text{ mm}^2$$

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 f_u A_{net}}{\gamma_{M2}} = \frac{0.9 \times 360 \times 1530}{1.25 \times 10^3} = 396.6 \text{ kN} > N_{Ed}$$

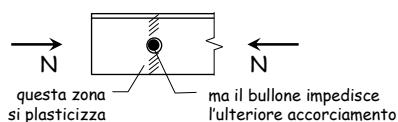
Anche la sezione indebolita è verificata

## Sforzo normale Compressione

## Comportamento ultimo resistenza plastica della sezione

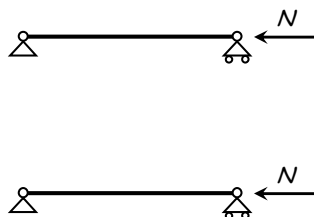


## Comportamento quando vi sono dei fori

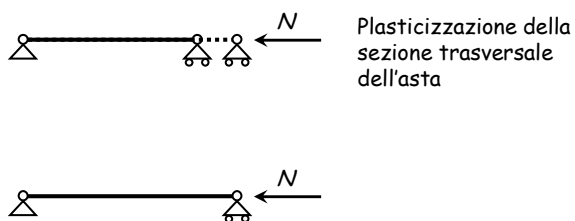


- Una sezione, o un'asta tozza, compressa hanno la stessa resistenza di una sezione compressa
  - La presenza di fori (che contengono bulloni) non inficia la resistenza
- ... ma questo vale solo per la sezione, o per un elemento tozzo, non per le aste usuali

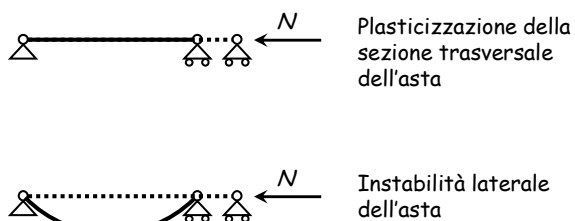
## Modalità di collasso di aste compresse



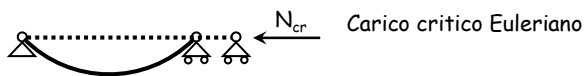
## Modalità di collasso di aste compresse



## Modalità di collasso di aste compresse



## Comportamento ultimo di un'asta ideale



$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{l_0^2}$$

$I$  = momento d'inerzia della sezione  
 $l_0$  = lunghezza libera d'inflessione

Dividendo per l'area della sezione si ottiene la tensione critica di un'asta ideale:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

$\lambda$  = snellezza dell'asta  $\lambda = \frac{l_0}{i}$   
 $i$  = raggio d'inerzia della sezione

## Comportamento ultimo di un'asta ideale

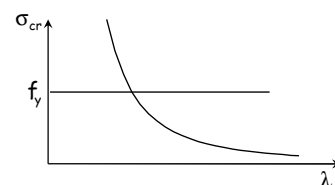
$$\sigma = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Instabilità dell'asta

inoltre

$$\sigma = f_y$$

Collasso plastico



## Verifica di un'asta ideale

$$\sigma = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

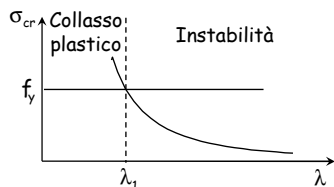
Instabilità dell'asta

inoltre

$$\sigma = f_y$$

Collasso plastico

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$



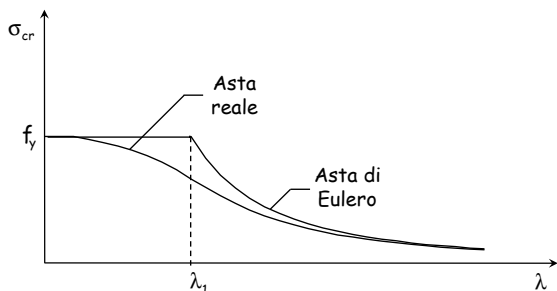
## Aste reali

Nelle aste reali sono sempre presenti imperfezioni di tipo geometrico e meccanico:

- L'asse dell'asta non è mai perfettamente rettilineo;
- La sezione trasversale dell'asta è sede di tensioni (residue) ancor prima dell'applicazione dei carichi sulla struttura;
- La tensione di snervamento non è costante sulla sezione.

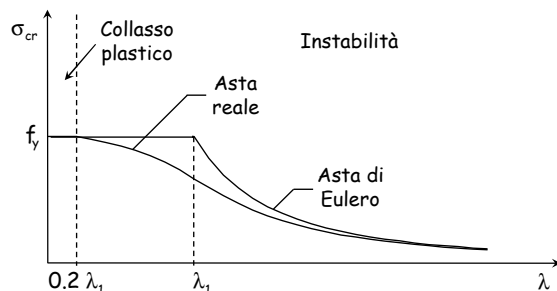
## Comportamento delle aste reali

A causa delle imperfezioni la resistenza all'instabilità di un'asta reale è inferiore a quella dell'asta di Eulero.



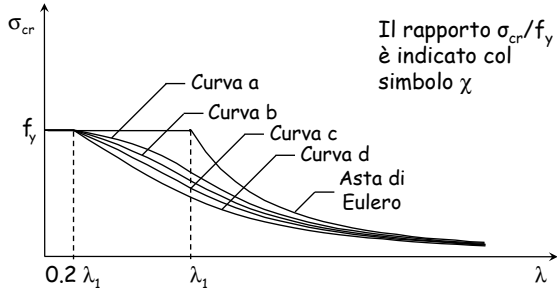
## Comportamento delle aste reali

Il collasso plastico avviene solo per valori di snellezza molto bassi  $\lambda \leq 0.2 \lambda_1$ .



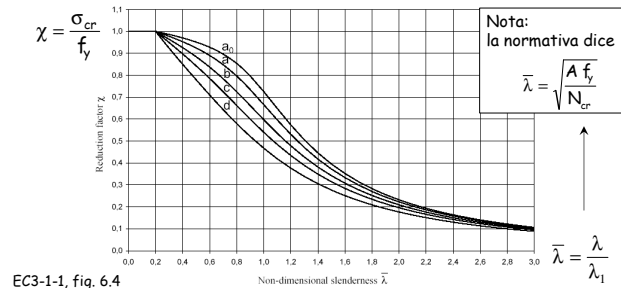
## Comportamento delle aste reali

Il comportamento dipende dal tipo di profilato. La normativa (NTC08, EC3) distingue 5 curve di stabilità



## Comportamento delle aste reali

Il comportamento dipende dal tipo di profilato. La normativa (NTC08, EC3) distingue 5 curve di stabilità



## Comportamento delle aste reali

Vengono fornite anche formule per calcolare chi

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1.0$$

$$\Phi = 0.5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

Curva di instabilità	a <sub>0</sub>	a	b	c	d
Fattore di imperfezione alpha	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

NTC08, punto 4.2.4.1.3 - EC3-1-1, punto 6.3.1

## Comportamento delle aste reali

- Le imperfezioni (e quindi la scelta tra le curve) dipende dalla forma del profilo

Sezione trasversale	Limiti	Inflessione intorno all'asse	Curva di instabilità	
			S235, S275, S355, S420	S460
Sezioni laminare		h/b > 1,2	y-y	a
		h/b > 1,2	z-z	a <sub>0</sub>
	40 mm < t_f ≤ 100 mm	y-y	b	a
		z-z	c	a
Sezioni ad I saldate		t_f ≤ 100 mm	y-y	b
		z-z	c	a
	t_f > 100 mm	y-y	d	c
		z-z	d	c
Sezioni ad I saldate		t_f ≤ 40 mm	y-y	b
		z-z	c	c
Sezioni ad I saldate		t_f > 40 mm	y-y	c
		z-z	d	d

## Comportamento delle aste reali

- Le imperfezioni (e quindi la scelta tra le curve) dipende dalla forma del profilo

Sezione trasversale	Limiti	Inflessione intorno all'asse	Curva di instabilità	
			S235, S275, S355, S420	S460
Sezioni curve		Sezione formata "a caldo"	qualunque	a
		Sezione formata "a freddo"	qualunque	c
Sezioni saldati saldate		In generale	qualunque	b
		saldate "a spesse": a > 0.5 t_f, b/t_f < 30, h/t_w < 30	qualunque	c

## Comportamento delle aste reali

- Le imperfezioni (e quindi la scelta tra le curve) dipende dalla forma del profilo

Sezione trasversale	Limiti	Inflessione intorno all'asse	Curva di instabilità	
			S235, S275, S355, S420	S460
Sezioni piene, ad U e T		qualunque	c	c
Sezioni ad L		qualunque	b	b

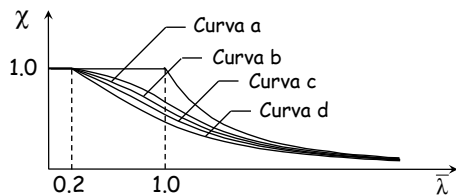
### Verifica - stato limite ultimo

$$N_b = A \sigma_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{f_y} f_y A = \chi f_y A$$

$$\chi = \frac{\sigma_{cr}}{f_y} \leq 1$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

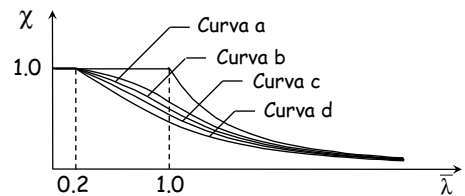


### Verifica - stato limite ultimo

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

Resistenza all'instabilità

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd}$$



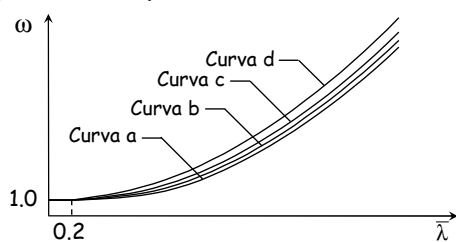
### Verifica - tensioni ammissibili

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{cr} \leq \frac{\sigma_{cr}}{\omega} \leq \bar{\sigma}$$

$$\sigma = \omega \frac{N}{A} \leq \bar{\sigma}$$

$$\omega = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{cr}} \geq 1$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

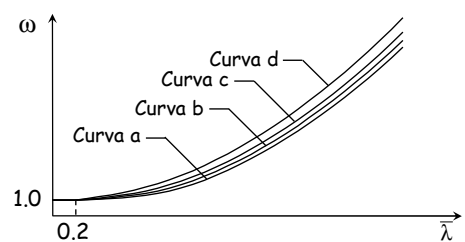


### Verifica - tensioni ammissibili

$$N_{max} = \frac{1}{\omega} \bar{\sigma} A$$

Sforzo normale ammissibile

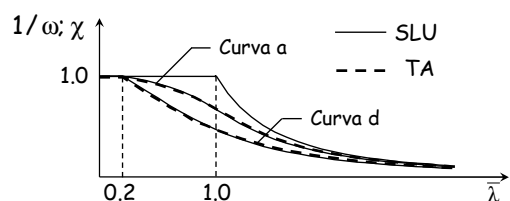
$$N \leq N_{max}$$



### Verifica - confronto

$$N_{max} = \frac{1}{\omega} \bar{\sigma} A$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi f_y A}{\gamma_{M1}}$$



### Verifica - confronto

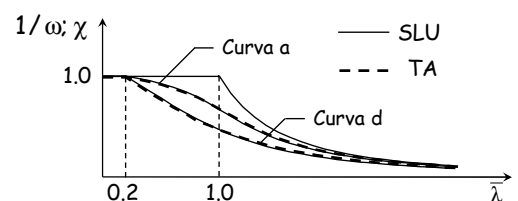
$$N_{max} = \frac{1}{\omega} \bar{\sigma} A$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi f_y A}{\gamma_{M1}}$$

$$160 \times 1.4 = 224$$

$$235 / 1.05 = 224$$

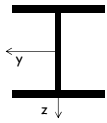
Acciaio Fe 360





### Esempio

Dati:



HE 240 A

$N_{Ed} = -1250 \text{ kN}$

Acciaio S235

$l_0 = 3.50 \text{ m}$   
(uguale nei due piani)

#### 1 - Determinazione della snellezza

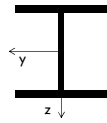
Piano di maggiore snellezza: xz

$$i_z = 60.0 \text{ mm} \quad \lambda = \frac{l_0}{i_z} = \frac{3500}{60} = 58.33$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{58.33}{93.91} = 0.621$$

### Esempio

Dati:



HE 240 A

$N_{Ed} = -1250 \text{ kN}$

Acciaio S235

$l_0 = 3.50 \text{ m}$   
(uguale nei due piani)

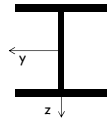
#### 2 - Individuazione della curva di instabilità

### Esempio

Sezione trasversale		Limiti	Inflessione intorno all'asse	Curva di instabilità	
				S235, S275, S355, S420	S460
Sezioni laminate		$t_f \leq 40 \text{ mm}$	Y-Y Z-Z	a b	$a_0$ $a_0$
		$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	Y-Y Z-Z	b c	a a
		$t_f \leq 100 \text{ mm}$	Y-Y Z-Z	b c	a a
		$t_f > 100 \text{ mm}$	Y-Y Z-Z	d d	c c

### Esempio

Dati:



HE 240 A

$N_{Ed} = -1250 \text{ kN}$

Acciaio S235

$l_0 = 3.50 \text{ m}$   
(uguale nei due piani)

#### 2 - Individuazione della curva di instabilità

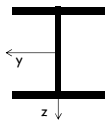
curva c

$\alpha = 0.49$

Curva di instabilità	$a_0$	a	b	c	d
Fattore di imperfezione $\alpha$	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

### Esempio

Dati:



HE 240 A

$N_{Ed} = -1250 \text{ kN}$

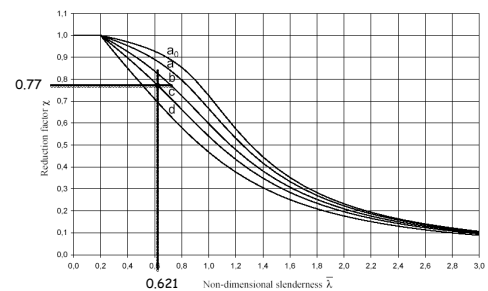
Acciaio S235

$l_0 = 3.50 \text{ m}$   
(uguale nei due piani)

#### 3 - Determinazione di $\chi$

### Esempio

#### • Graficamente



### Esempio

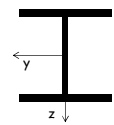
- Analiticamente

$$\Phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] = 0.7961$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1.0 = 0.7728$$

### Esempio

Dati:



HE 240 A

$$N_{Ed} = -1250 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$l_0 = 3.50 \text{ m}$$

(uguale nei due piani)

3 - Determinazione di  $\chi$

$$\chi = 0.7728$$

$$|N_{Ed}| < N_{b,Rd}$$

La sezione è verificata

4 - Calcolo di  $N_{b,Rd}$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0.7728 \times 76.84 \times 235}{1.05} \times 10^{-1} = 1329 \text{ kN}$$

### Progetto - stato limite ultimo

- 1 - Si assegna a  $\chi$  un valore di tentativo e si ottiene la formula di progetto della sezione invertendo l'espressione di verifica

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{N_{Ed}}{\chi f_y / \gamma_{M1}}$$

- 2 - Si sceglie il profilato

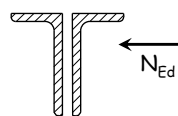
(evitare snellezze  $\lambda > 200$  per membrature principali e  $\lambda > 250$  per membrature secondarie)

- 3 - Si calcola  $N_{b,Rd}$  e si confronta con  $N_{Ed}$

Se  $N_{b,Rd} < N_{Ed}$  oppure se  $N_{b,Rd}$  è molto più grande di  $N_{Ed}$  si itera il procedimento.

### Esempio

Dati:



$$N_{Ed} = -343 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$\lambda_1 = 93.0$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

1 - Determinazione dell'area necessaria

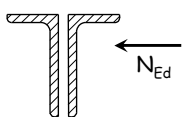
$$\chi = 0.6 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{N_{Ed}}{\chi f_y / \gamma_{M1}} = \frac{342.9 \times 10^3}{0.6 \times 235 / 1.05} = 2554 \text{ mm}^2$$

2 - Scelta della sezione

$$\text{Uso 2 L } 60 \times 120 \times 8 \quad A = 2780 \text{ mm}^2$$

### Esempio

Dati:



$$N_{Ed} = -343 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$\lambda_1 = 93.0$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

3 - Calcolo di  $N_{b,Rd}$

Coppia di profili  $i_{cp} = 23.9 \text{ mm} \quad \lambda_{cp} = \frac{l_0}{i_{cp}} = \frac{1800}{23.9} = 75.3$

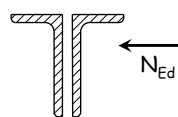
Singolo profilo  $i_{sp} = 15.9 \text{ mm} \quad \lambda_{sp} = \frac{l_0/3}{i_{sp}} = \frac{600}{15.9} = 37.7$

$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda_{dp}^2 + \lambda_{sp}^2} = 84.2$$

$$\bar{\lambda}_{eq} = \frac{\lambda_{eq}}{\lambda_1} = \frac{84.2}{93.0} = 0.91$$

### Esempio

Dati:



$$N_{Ed} = -343 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$\lambda_1 = 93.0$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

3 - Calcolo di  $N_{b,Rd}$

$$\bar{\lambda}_{eq} = 0.91 \quad \Rightarrow \quad \chi = 0.65$$

Curva b per profili a L (un tempo era curva c)

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi f_y A}{\gamma_{M1}} = \frac{0.65 \times 235 \times 2780}{1.05 \times 10^3} = 404.4 \text{ kN} \geq N_{Ed}$$