

Corso

# Dinamica delle strutture e progetto di costruzioni in zona sismica - mod. B

Catania

marzo-maggio 2018

24 - Combinazione dei risultati. Armatura dei pilastri

Aurelio Gheresi

Definizione delle armature:  
armatura a flessione dei pilastri  
al piede del primo ordine

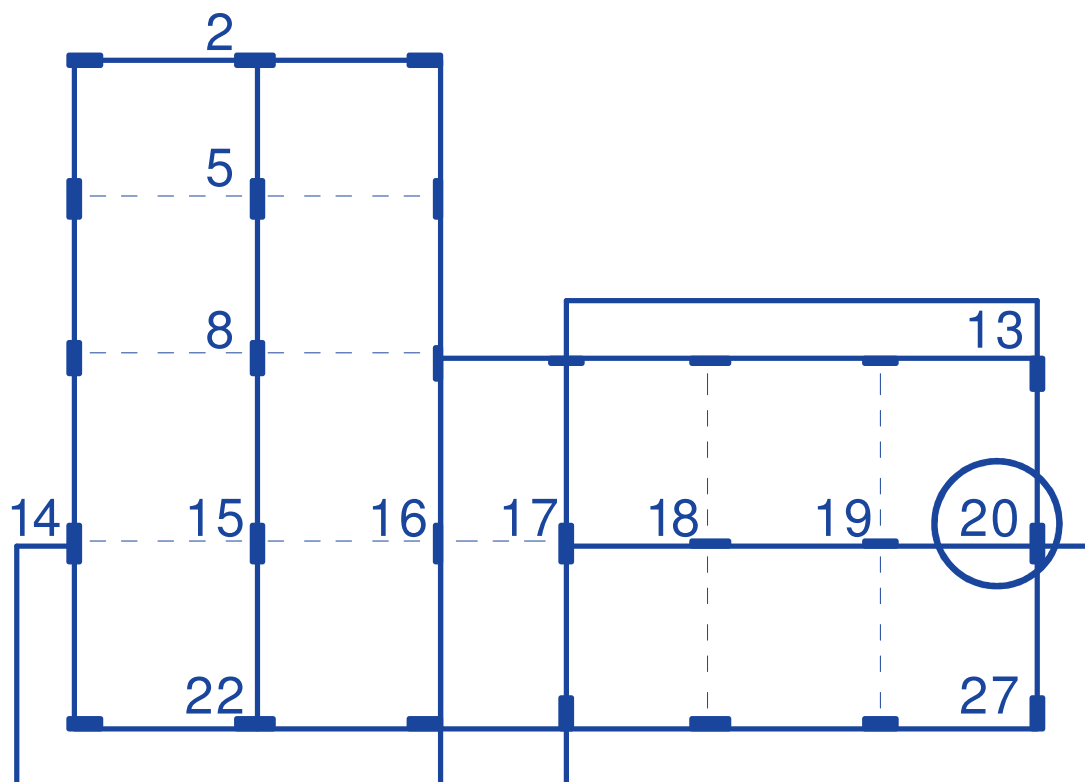
## Terzo passo

### armatura a pressoflessione dei pilastri

Per la sezione alla base e in testa all'ultimo piano si usano i valori di calcolo

# Pilastri esaminati (come esempio)

Si esamina il pilastro 20



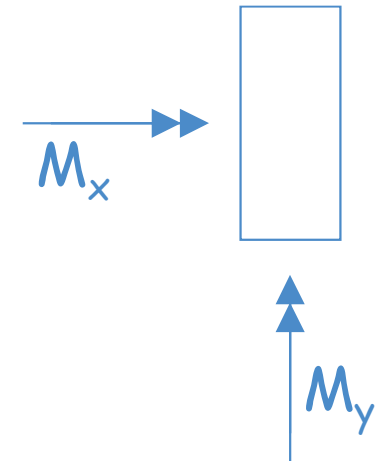
# Pilastro 20, base del I ordine (CD "A")

alla base non occorre gerarchia delle resistenze

## Schemi di carico base

	q max	q min	Fx	Fy	M(Fx)	M(Fy)
$M_y$	-7.25	-4.34	-58.53	-14.82	-0.92	-1.36
$M_x$	0.36	0.11	72.13	-360.46	-35.46	-52.17
N	991.3	628.3	250.9	62.2	3.6	5.3

N positivo = compressione



Pilastro con rilevanti carichi verticali

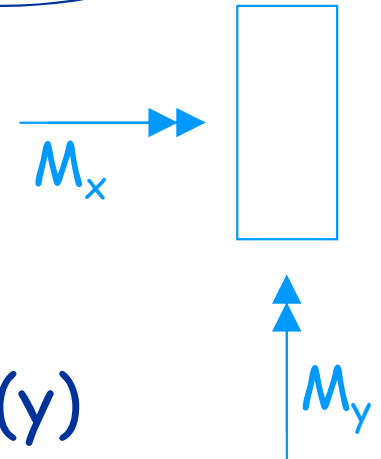
Sollecitato prevalentemente in una direzione (y)

Effetto dell'eccentricità propria ed accidentale  
abbastanza modesto

# Pilastro 20, base del I ordine (CD "A")

alla base non occorre gerarchia delle resistenze

piano		$M_y$ testa (kNm)	$M_x$ testa (kNm)	$M_y$ piede (kNm)	$M_x$ piede (kNm)	$N$ (kN)
1	$q_{\min} + \text{sisma prev. } x$	52.3	-107.9	-68.6	231.5	903.0
	$q_{\min} - \text{sisma prev. } x$	-37.8	106.8	60.0	-231.3	353.5
	$q_{\min} + \text{sisma prev. } y$	31.1	206.1	-38.3	-444.8	772.1
	$q_{\min} - \text{sisma prev. } y$	-16.6	-207.2	29.7	445.0	484.4



Pilastro con rilevanti carichi verticali

Sollecitato prevalentemente in una direzione (y)

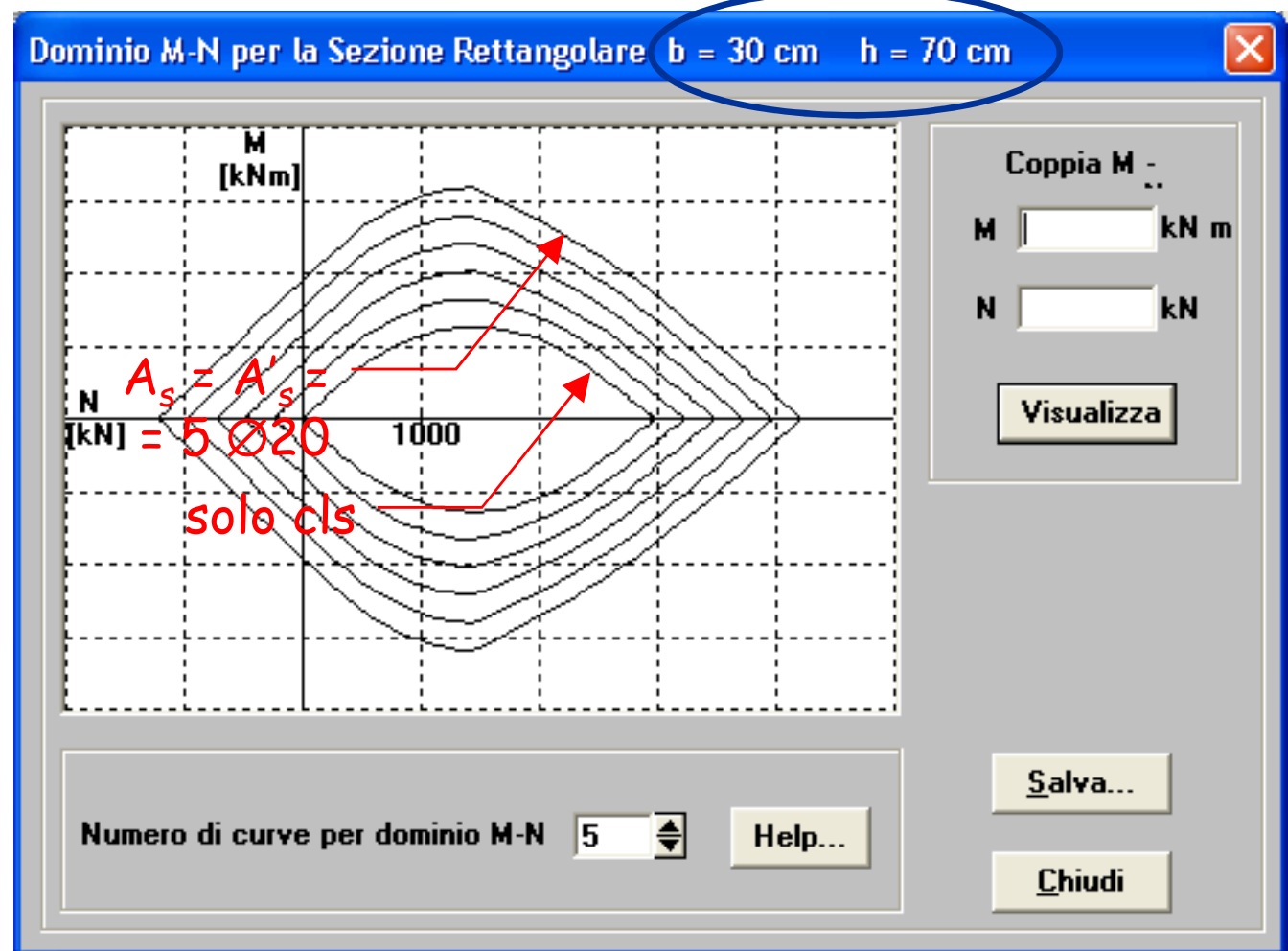
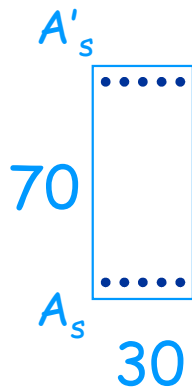
Effetto dell'eccentricità propria ed accidentale  
abbastanza modesto

# Pilastro 20, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni

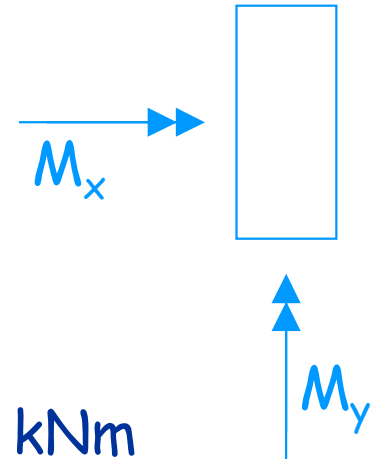
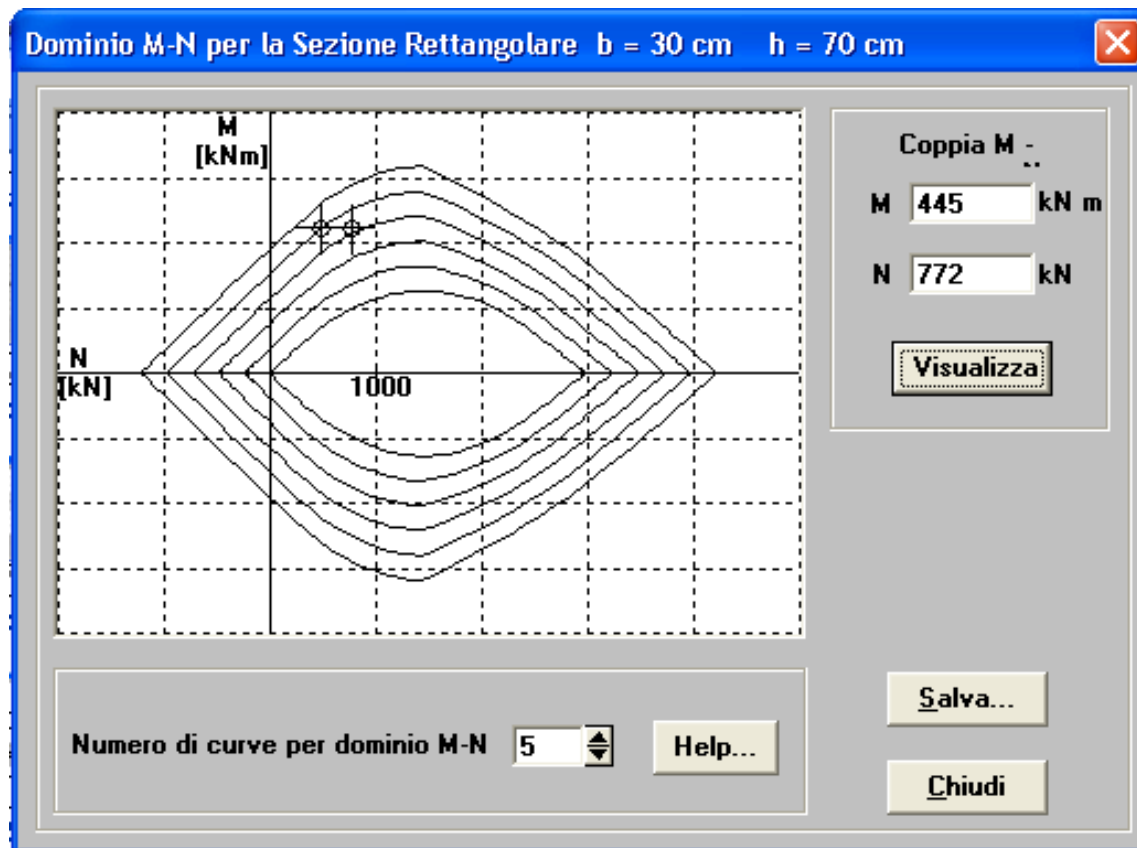
Si visualizza bene  
con domini M-N

Ad esempio col  
programma EC2



# Pilastro 20, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due  
direzioni



direzione y

$$M_{x,\max} = 445 \text{ kNm}$$

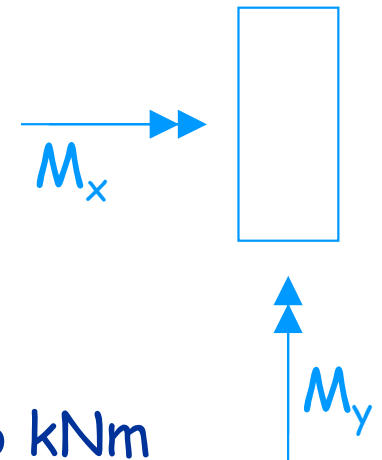
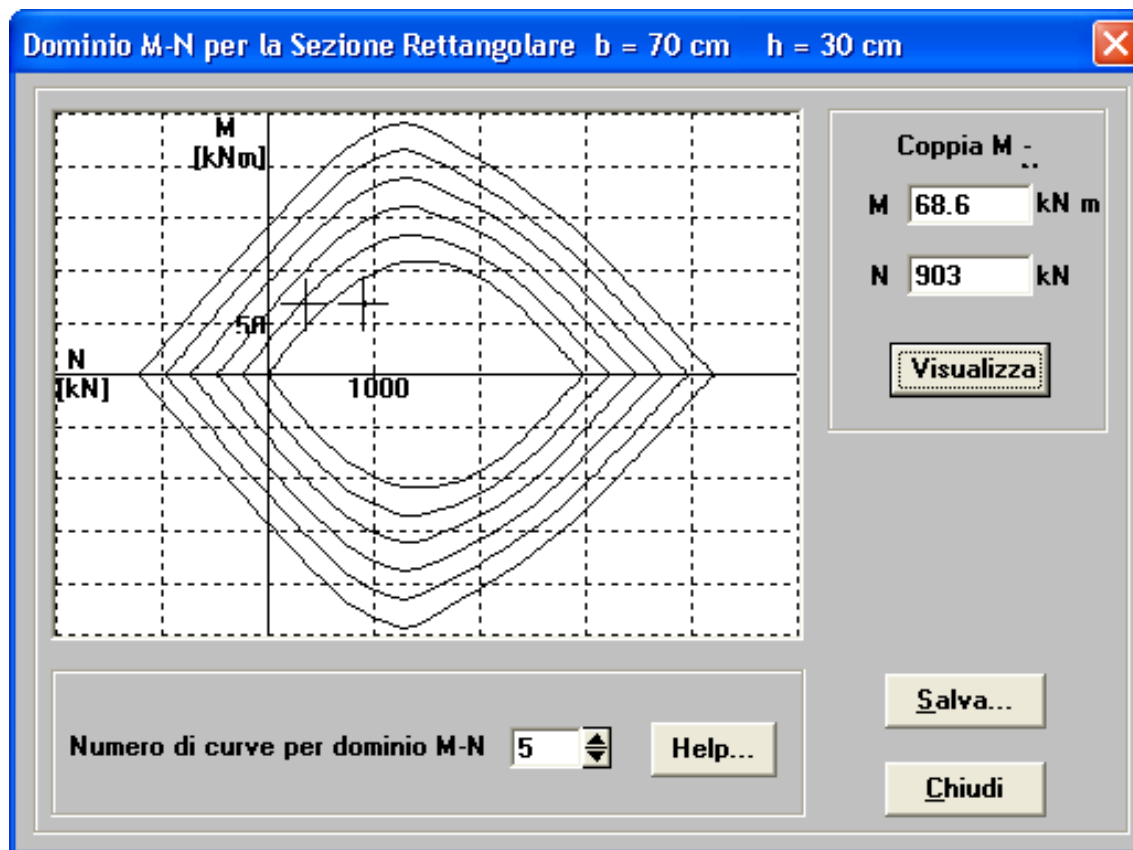
$$\text{con } N = 484 \div 772 \text{ kN}$$

occorrono 4  $\varnothing 20$   
su ciascun lato corto



# Pilastro 20, base del I ordine dimensionamento armature

Può essere effettuato separatamente per le due direzioni



direzione x

$$M_{y,\max} = 68.6 \text{ kNm}$$

$$\text{con } N = 353 \div 903 \text{ kN}$$

occorrono 1  $\varnothing 20$   
su ciascun lato lungo

# Armatura longitudinale nei pilastri

## limiti di normativa

Nella sezione corrente del pilastro la percentuale di armatura longitudinale deve essere compresa tra i seguenti limiti:

$$1\% \leq \frac{A_s}{A_c} \leq 4\%$$

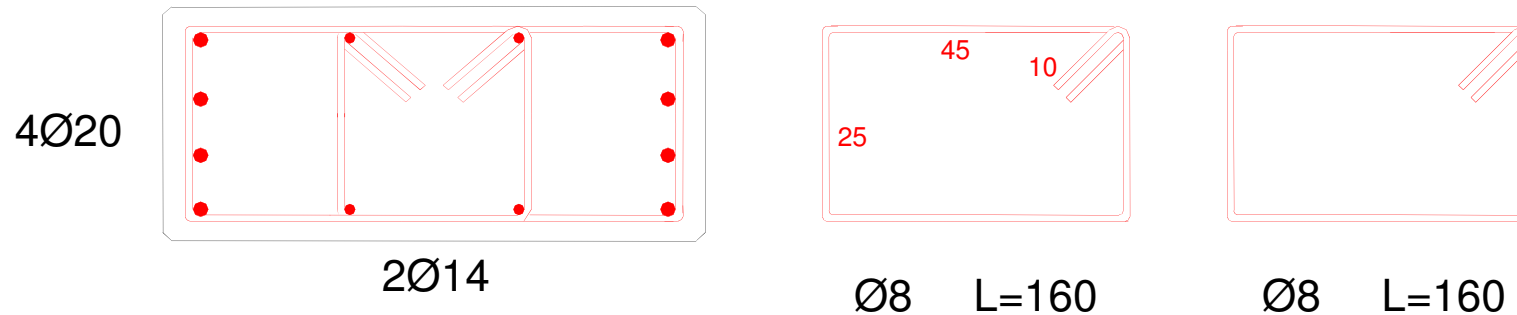
con  $A_s$  area totale dell'armatura longitudinale e  $A_c$  area della sezione lorda del pilastro

Per tutta la lunghezza del pilastro l'interasse tra le barre non deve essere superiore a 25 cm

Per una sezione 30x70:  $21 \text{ cm}^2 \leq A_s \leq 84 \text{ cm}^2$

# Pilastro 20, base del I ordine

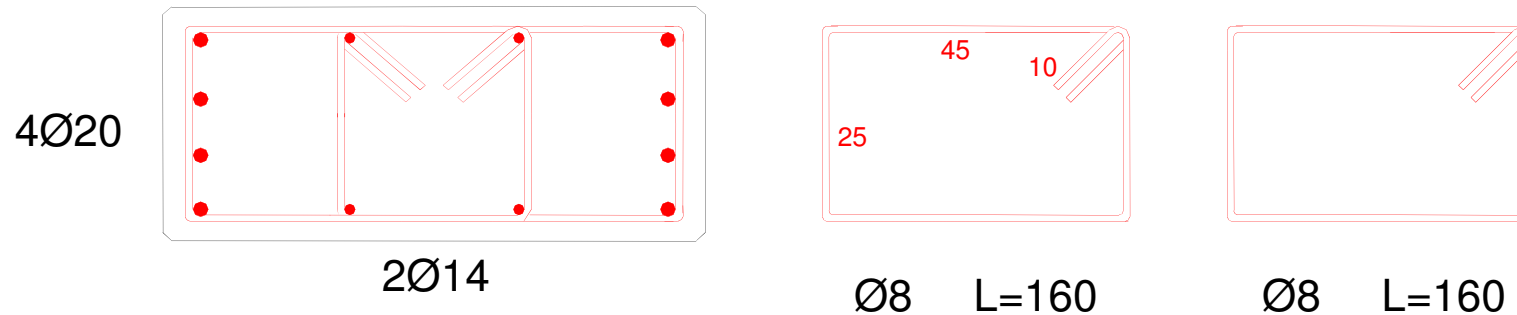
Il pilastro può essere armato con 8  $\varnothing 20$  e 4  $\varnothing 14$ , con doppia staffa



Poiché i momenti trasversali sono molto bassi in questo caso non occorre una verifica a pressoflessione deviata

# Pilastro 20, base del I ordine

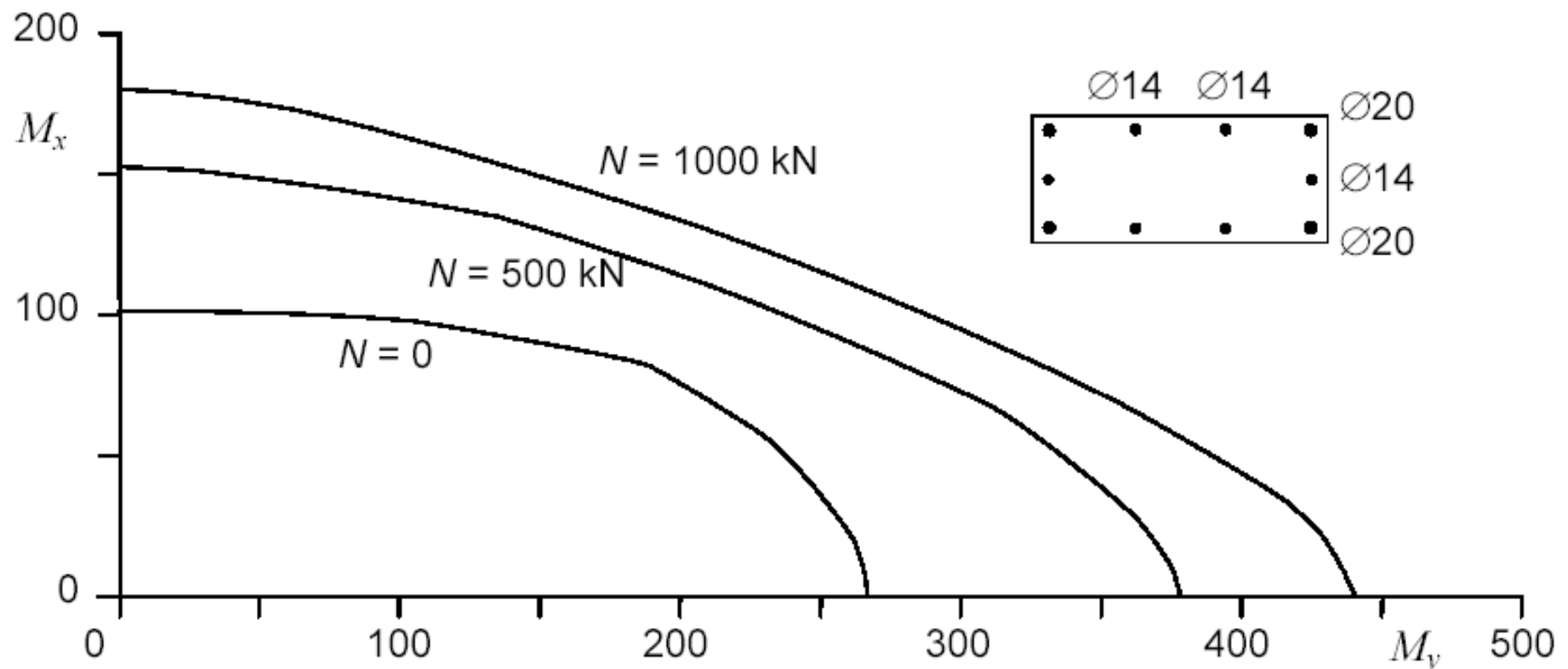
Il pilastro può essere armato con 8  $\varnothing 20$  e 4  $\varnothing 14$ , con doppia staffa



Ai piani superiori le caratteristiche di sollecitazioni si riducono, ma le armature non possono scendere al di sotto di 21 cm<sup>2</sup>, cioè 4  $\varnothing 20$  e 6  $\varnothing 14$  (quindi 2  $\varnothing 20$  e 1  $\varnothing 14$  nel lato corto)

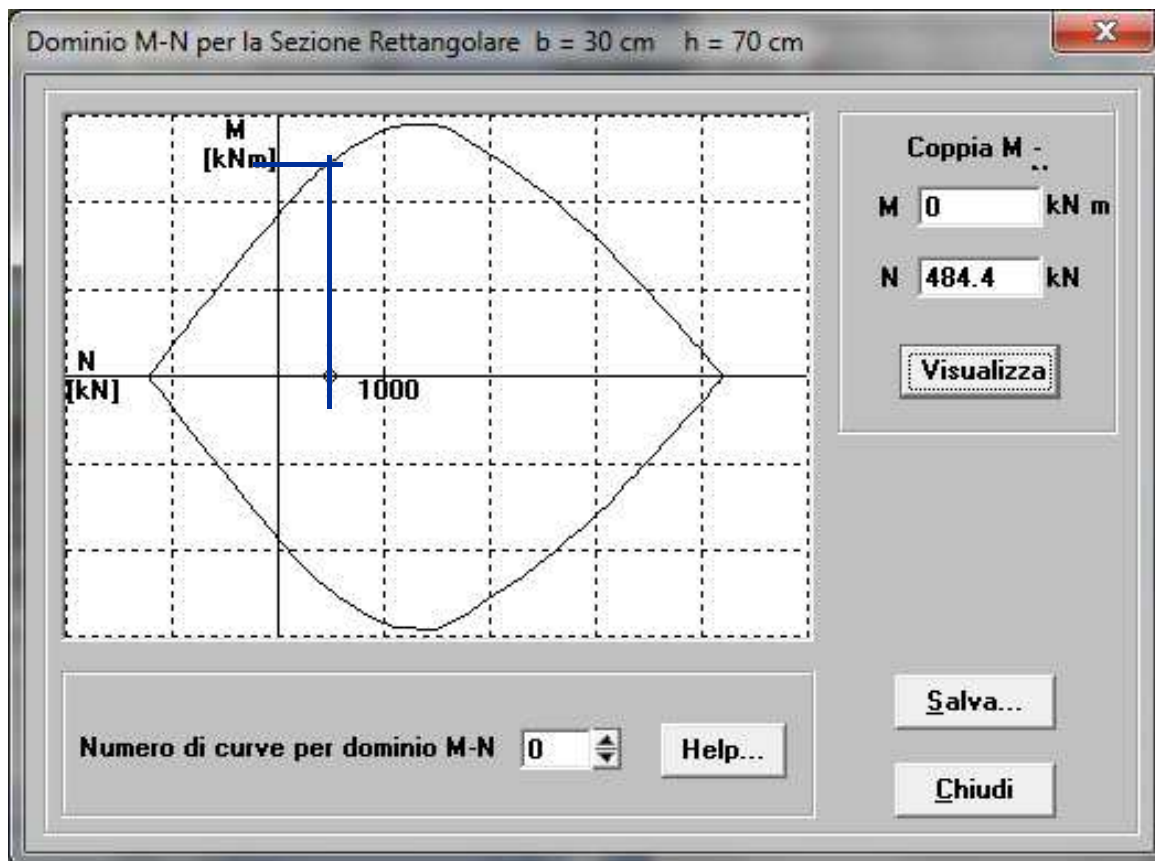
# Verifica a pressoflessione deviata

- Si possono usare domini di resistenza  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $N$



# Verifica a pressoflessione deviata

- Si possono usare domini di resistenza  $M_x$ ,  $N$  e  $M_y$ ,  $N$  per ottenere la resistenza a pressoflessione retta e poi usare formule semplificate

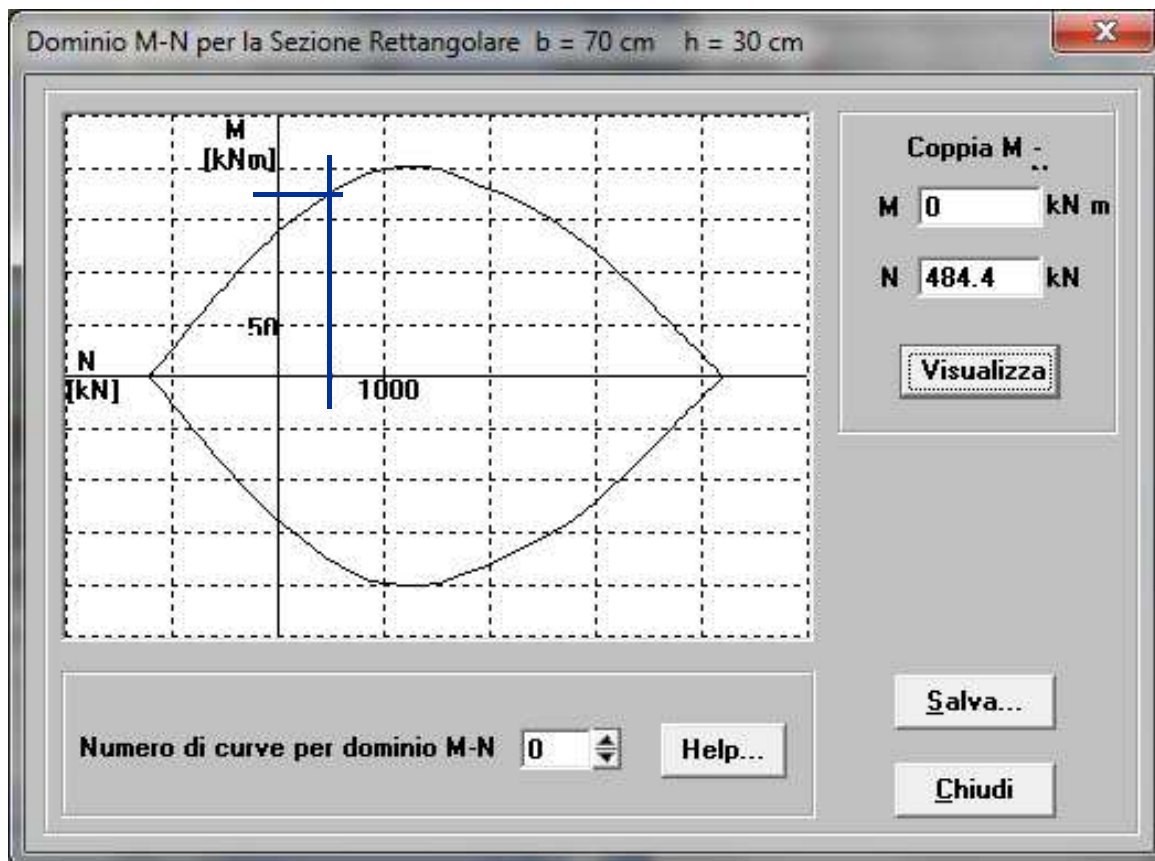


$$N = 484.4 \text{ kN}$$

$$M_{x,Rd} = 491.3 \text{ kNm}$$

# Verifica a pressoflessione deviata

- Si possono usare domini di resistenza  $M_x$ ,  $N$  e  $M_y$ ,  $N$  per ottenere la resistenza a pressoflessione retta e poi usare formule semplificate



$$N = 484.4 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rd} = 175.3 \text{ kNm}$$

# Verifica a pressoflessione deviata

- Si possono usare domini di resistenza  $M_x, N$  e  $M_y, N$  per ottenere la resistenza a pressoflessione retta e poi usare formule semplificate

$$\left( \frac{M_{x,Ed}}{M_{x,Rd}} \right)^{1.5} + \left( \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} \right)^{1.5} \leq 1$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{445.0}{491.3} \right)^{1.5} + \left( \frac{29.7}{175.3} \right)^{1.5} &= 0.906^{1.5} + 0.169^{1.5} = \\ &= 0.862 + 0.069 = 0.931 < 1 \end{aligned}$$



Definizione delle armature:  
armatura a flessione dei pilastri  
in tutte le altre sezioni

# Continua ...

## armatura a pressoflessione dei pilastri

Per la sezione alla base e in testa all'ultimo piano si usano i valori di calcolo

Per le altre sezioni, i momenti flettenti con cui armare si ricavano dai **momenti resistenti delle travi**

Per ciascuna direzione e ciascun verso di applicazione delle azioni sismiche, si devono proteggere i pilastri dalla plasticizzazione prematura adottando opportuni momenti flettenti di calcolo; tale condizione si consegue qualora, per ogni nodo trave-pilastro ed ogni direzione e verso dell'azione sismica, la resistenza complessiva dei pilastri sia maggiore della resistenza complessiva delle travi amplificata del coefficiente  $\gamma_{Rd}$ , in accordo con la formula:

$$\sum M_{C,Rd} \geq \gamma_{Rd} \cdot \sum M_{b,Rd} \quad (7.4.4)$$

dove:

$\gamma_{Rd} = 1,30$  per le strutture in CD "A" e  $\gamma_{Rd} = 1,10$  per le strutture in CD "B",

o 1.3

# Nelle sezioni diverse da quella di base

I valori di progetto si ottengono dal criterio di gerarchia delle resistenze

“per ciascuna direzione e per ciascun verso dell'azione sismica, per ogni nodo trave-pilastro la resistenza complessiva dei pilastri deve essere maggiore della resistenza complessiva delle travi amplificata del coefficiente  $\gamma_{Rd}$  in accordo con la formula

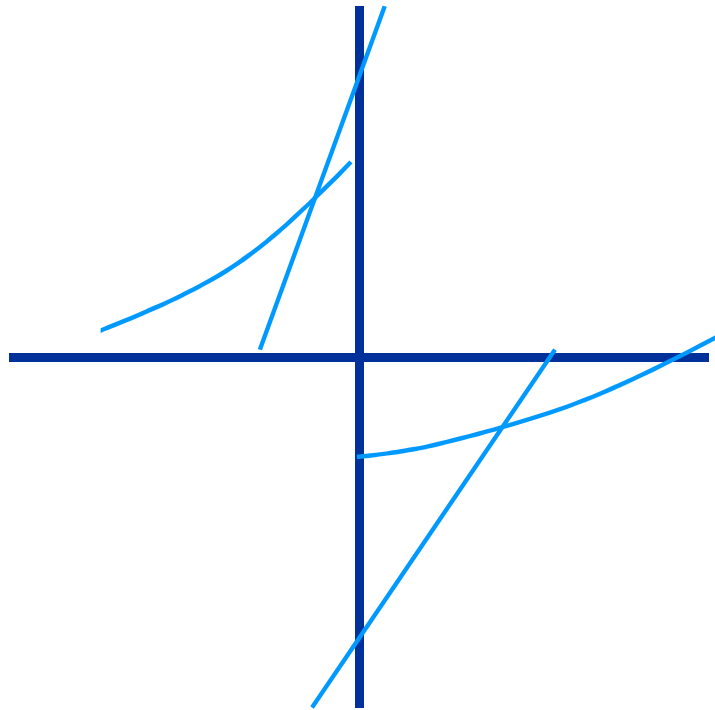
$$\sum M_{c,Rd} \geq \gamma_{Rd} \sum M_{b,Rd}$$

Nota: non è precisato come ripartire il momento tra pilastro superiore e inferiore

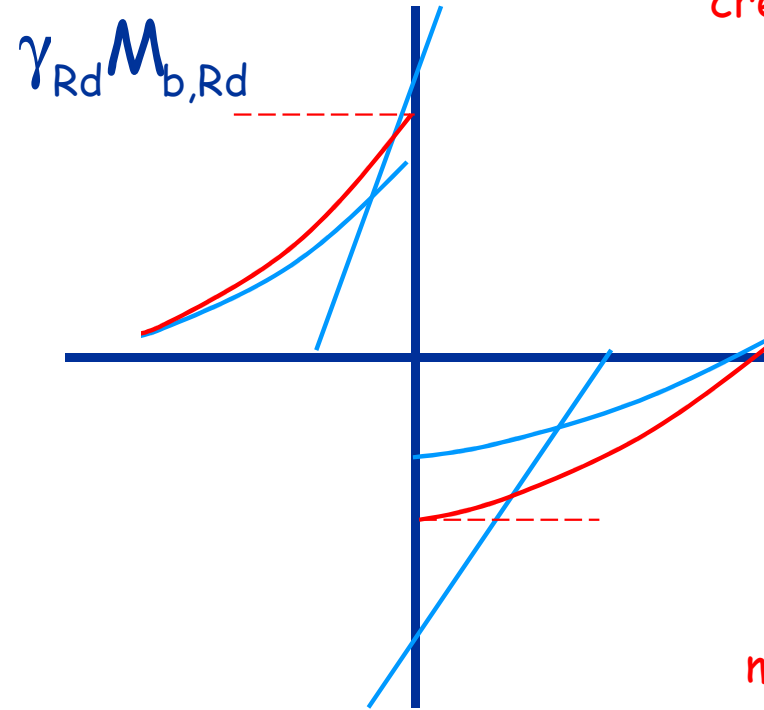
# Gerarchia delle resistenze

## pilastro - trave

I momenti  
nelle travi  
possono  
crescere



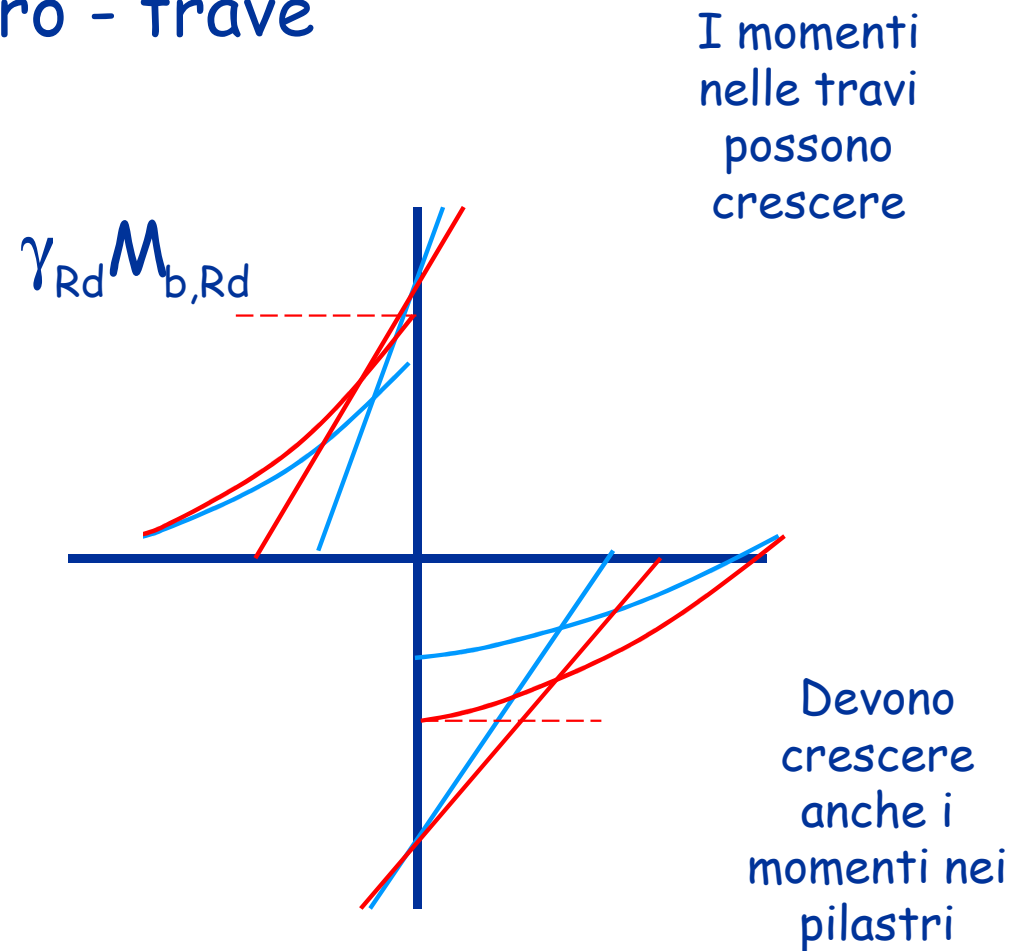
Nodo  
(momenti  
in equilibrio)



Devono  
crescere  
anche i  
momenti nei  
pilastri

# Gerarchia delle resistenze

## pilastro - trave



Se il comportamento fosse elastico, i momenti crescerebbero in proporzione  
Ma la struttura va in campo plastico e non ha  
senso parlare di proporzione



Si può dare un qualsiasi aumento, purché logico e nel rispetto dell'equilibrio

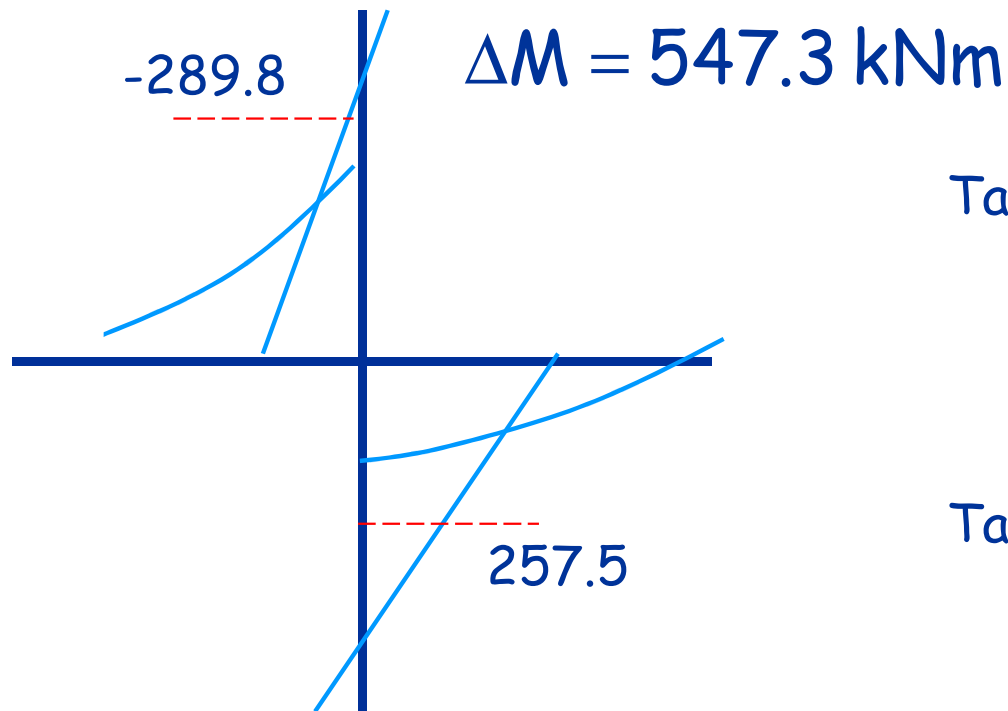
# Per la gerarchia delle resistenze: momenti resistenti delle travi

Tab.6. Momenti resistenti nelle travi adiacenti al pilastro 20 (kNm)

piano		direzione $x$			direzione $y$			rip.
		sin	des	$\Sigma M$	sin	des	$\Sigma M$	
4	$M^-_{Rd}$	-97.3	---	97.3	-160.0	-160.0	321.2	0.38
	$M^+_{Rd}$	97.3	---		161.2	161.2		0.62
3	$M^-_{Rd}$	-128.6	---	128.6	-225.0	-225.0	450.0	0.42
	$M^+_{Rd}$	97.3	---		225.0	225.0		0.58
2	$M^-_{Rd}$	-161.2	---	161.2	-289.8	-289.8	547.3	0.46
	$M^+_{Rd}$	161.2	---		257.5	257.5		0.54
1	$M^-_{Rd}$	-161.2	---	161.2	-289.8	-289.8	547.3	0.50
	$M^+_{Rd}$	161.2	---		257.5	257.5		0.50

Poiché i pilastri mantengono la stessa sezione ai vari piani, ho ripartito il momento (per tutti i pilastri) in proporzione al rapporto tra i tagli globali di piano

# Equilibrio del nodo



Nodo del 2° impalcato  
in direzione y

Taglio piano 3: 1285 kN

$$\frac{1285}{1285 + 1501} = 0.46$$

Taglio piano 2: 1501 kN

$$\frac{1501}{1285 + 1501} = 0.54$$

Ovviamente è una  
scelta soggettiva

# Per la gerarchia delle resistenze: valori di calcolo dei pilastri

Tab. 7. Pilastro 20, valori per il progetto delle armature o la verifica delle sezioni

piano	$M_y$ (kNm)	$M_x$ (kNm)	$N$ (kN)		$M_y$ (kNm)	$M_x$ (kNm)	$N$ (kN)	
5	<b>48.1</b>	53.7	74.7	105.2	28.5	<b>158.7</b>	81.7	98.2
4	<b>78.4</b>	93.7	178.1	288.7	31.4	<b>258.9</b>	204.2	262.7
3	<b>97.0</b>	123.7	260.1	492.4	37.7	<b>339.3</b>	315.5	437.0
2	<b>113.2</b>	151.3	325.4	713.8	42.2	<b>384.2</b>	418.0	621.1
1 testa	<b>104.8</b>	107.9	353.6	903.0	<b>31.4</b>	<b>355.7</b>	484.4	772.1
1 piede	68.6	231.5			38.4	445.0		

Ho usato in una direzione i valori da gerarchia delle resistenze e nell'altra i valori di calcolo (o, se maggiore, 0.3 x valori ger. resist. nell'altra direzione)



# Per la gerarchia delle resistenze: valori di calcolo dei pilastri

## Considerazioni:

- I pilastri "di piatto" possono essere considerati secondari, se portano una aliquota molto bassa del taglio di piano  
Esempio: pilastro 20 direzione x porta 1.7÷2.5% del taglio di piano
- In tal caso non sarebbe necessario tener conto della gerarchia delle resistenze
- Io in genere l'ho fatto comunque, perché mi bastava l'armatura minima

# Per la gerarchia delle resistenze: valori di calcolo dei pilastri

## Considerazioni:

- Uno dei pilastri "di piatto" (il 24) è più sollecitato perché compreso tra due pilastri "di coltello"  
Il pilastro 24 direzione x porta  $2.1 \div 4.4\%$  del taglio di piano, mentre i pilastri di coltello portano  $6 \div 7\%$  del taglio di piano
- Comunque non è tanto sollecitato e potrei non tener conto della gerarchia delle resistenze
- Io l'ho fatto in parte, nel senso che ho fatto il calcolo e ho messo un'armatura maggiore della minima ma non pienamente rispettosa della gerarchia delle resistenze

# Tabella dei pilastri

ordine		V	IV	III	II	I	dalla fon- dazione
pilastro	sezione	armatura					
1	70×30	A	A	A	B	C	C
2	70×30	A	A	A	B	C	C
3	70×30	A	A	A	B	C	C
4	30×70	A	A	A	B	B	B
5	30×70	A	A	A	B	B	B
6	30×70	A	A	A	B	B	B
7	30×70	A	A	A	B	B	B
8	30×70	A	A	A	B	B	B
9	30×70	A	A	A	B	B	B
10	70×30	A	A	A	B	B	B
11	70×30	A	A	A	B	B	B
12	70×30	A	A	A	B	B	B
13	30×70	A	A	C	C	D	D
14	30×70	A	A	A	B	B	B

# Tabella dei pilastri

ordine		V	IV	III	II	I	dalla fon- dazione
pilastro	sezione	armatura					
15	30×70	A	A	A	B	B	B
16	30×70	A	A	A	B	B	B
17	70×30	A	A	A	B	B	B
18	70×30	A	A	A	B	B	B
19	70×30	A	A	A	B	B	B
20	30×70	A	A	C	C	D	D
21	70×30	A	A	A	B	B	B
22	70×30	A	A	A	B	B	B
23	70×30	A	A	A	B	B	B
24	70×30	A	A1	A1	B1	B1	B1
25	70×30	A	A	A	B	B	B
26	70×30	A	A	A	B	B	B
27	30×70	A	A	C	C	D	D

# Tabella dei pilastri

## SEZIONI



A 30x70  
4Ø20 + 6Ø14



B 30x70  
6Ø20 + 4Ø14



C 30x70  
8Ø20 + 4Ø14



A1 30x70  
8Ø20 + 2Ø14

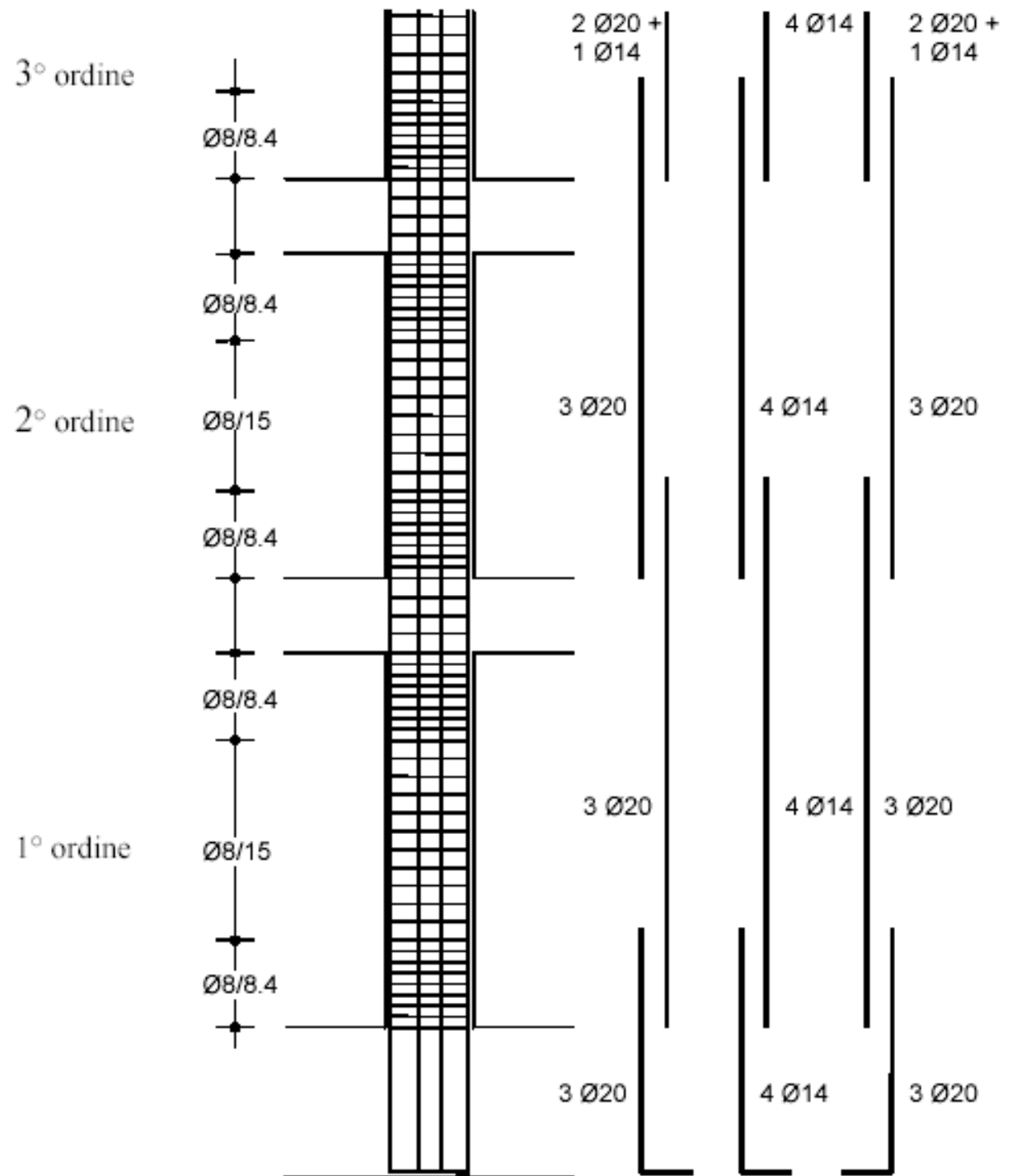


B1 30x70  
10Ø20



D 30x70  
10Ø20 + 4Ø14

# Pilastri: sezione verticale



## Quarto passo armatura a taglio dei pilastri

- I valori del taglio vanno calcolati con lo stesso criterio mostrato per le travi

Definizione delle armature:  
armatura a taglio dei pilastri



# Armatura trasversale nei pilastri

## limiti di normativa

Zona dissipativa:

dall'estremità del pilastro un tratto pari alla maggiore delle seguenti quantità:

Per EC8,  
5.5.3.2.2  
in CD "H"

- il lato maggiore della sezione trasversale 1.5 h
- un sesto dell'altezza netta del pilastro
- 45 cm 60 cm
- tutto il pilastro, se la sua altezza è inferiore a 3 volte il lato maggiore della sezione

Per il pilastro 30x70:

70 cm

# Armatura trasversale nei pilastri

## limiti di normativa

Nelle zone critiche devono essere rispettate le condizioni seguenti:

- le barre disposte sugli angoli della sezione devono essere contenute dalle staffe;
- almeno una barra ogni due, di quelle disposte sui lati, dovrà essere trattenuta da staffe interne o da legature;
- le barre non fissate devono trovarsi a meno di 20 cm (CD"B") o 15 cm (CD"A") da una barra fissata

Le staffe disegnate vanno bene

# Armatura trasversale nei pilastri

## limiti di normativa

Il diametro delle staffe di contenimento e legature non deve essere inferiore a 6 mm.

suggerisco 8 mm  
per le staffe

Nelle zone critiche esse saranno disposte ad un passo pari alla più piccola delle quantità seguenti:

per CD "B"

1/2 lato minore sezione

175 mm

8  $\varnothing$ min,lon

per CD "A"

1/3 lato minore sezione

125 mm

6  $\varnothing$ min,lon

Nei tratti di estremità si devono quindi disporre

$\varnothing 8 / 8.4$

Nella parte centrale si metteranno

$\varnothing 8 / 15$

# Armatura trasversale nei pilastri

## limiti di normativa

Per le staffe viene inoltre indicato come valore minimo

per CD "A" e CD "B",  
nella zona dissipativa

$$\frac{A_{st}}{s} \geq 0.08 \frac{f_{cd} b_{st}}{f_{yd}}$$

Per NTC08  
in CD "A" era

$$\frac{A_{st}}{s} \geq 0.12 \frac{f_{cd} b_{st}}{f_{yd}}$$

Per pilastro 30x70, calcestruzzo C25/30, acciaio B450C, CD "A"

$b_{st} = 25 \text{ cm}$	$A_{st} \geq 7.24 \text{ cm}^2 / \text{m}$	ovvero	$\emptyset 8 / 13.8$
--------------------------	--	--------	----------------------

$b_{st} = 65 \text{ cm}$	$A_{st} \geq 18.82 \text{ cm}^2 / \text{m}$	ovvero	$2\emptyset 8 / 10.6$
--------------------------	---	--------	-----------------------

# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa:  
"le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche"
  - "quanto detto ... si intende soddisfatto se il coefficiente di duttilità in termini di curvatura  $\mu_\phi$  risulta"

$$\mu_\phi \geq \begin{cases} 2 q_0 - 1 & \text{per } T_1 \geq T_c \\ 1 + 2(q_0 - 1)T_c / T_1 & \text{per } T_1 < T_c \end{cases}$$

- $\mu_\phi$  è "definito come il rapporto tra la curvatura corrispondente al raggiungimento dell'85% del momento resistente, dopo la resistenza di picco, e la curvatura allo snervamento, posto che non vengano superati i limiti di deformazione del calcestruzzo e dell'acciaio  $\varepsilon_{cu}$  e  $\varepsilon_{su}$ "

# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa:  
"le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche"

- La domanda di duttilità può essere espressa, in termini di curvatura, con

$$\mu_{\phi} \geq \begin{cases} 2 q_0 - 1 & \text{per } T_1 \geq T_c \\ 1 + 2(q_0 - 1)T_c / T_1 & \text{per } T_1 < T_c \end{cases}$$

- Questa deriva dall'ipotesi che la duttilità in termini di spostamento  $\mu_{\delta}$  sia legata a quella in termini di curvatura da

$$\mu_{\phi} = 2 \mu_{\delta} - 1 \quad \text{e} \quad \mu_{\delta} \geq \begin{cases} q & \text{per } T_1 \geq T_c \\ 1 + (q - 1)T_c / T_1 & \text{per } T_1 < T_c \end{cases}$$

# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa:  
“le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche”
  - “per gli elementi strutturali principali delle strutture in elevazione ... qualora non si proceda ad una analisi non lineare le verifiche di duttilità si possono effettuare controllando che la duttilità di curvatura  $\mu_\phi$  nelle zone critiche risulti”
$$\mu_\phi \geq \begin{cases} 2 q_0 - 1 & \text{per } T_1 \geq T_c \\ 1 + 2(q_0 - 1)T_c / T_1 & \text{per } T_1 < T_c \end{cases}$$
  - “ $\mu_\phi$  può essere calcolata come il rapporto tra la curvatura corrispondente una riduzione del 15% della massima resistenza a flessione ovvero il raggiungimento delle deformazioni ultime del calcestruzzo  $\varepsilon_{cu}$  o dell'acciaio  $\varepsilon_{su}$ ”

# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa:  
"le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche"

Notare:

- $\mu_\phi$  è "definito come il rapporto tra la curvatura corrispondente al raggiungimento dell'85% del momento resistente, dopo la resistenza di picco, e la curvatura allo snervamento, posto che non vengano superati i limiti di deformazione del calcestruzzo e dell'acciaio  $\varepsilon_{cu}$  e  $\varepsilon_{su}$ " EC8
- " $\mu_\phi$  può essere calcolata come il rapporto tra la curvatura corrispondente una riduzione del 15% della massima resistenza a flessione ovvero il raggiungimento delle deformazioni ultime del calcestruzzo  $\varepsilon_{cu}$  o dell'acciaio  $\varepsilon_{su}$ " NTC 08



# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa:

“le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche”

  - “Si deve verificare che i singoli elementi strutturali e la struttura nel suo insieme possiedano una capacità in duttilità coerente con il fattore di comportamento  $q$  adottato”
  - “Nel caso di analisi lineare la verifica di duttilità si può ritenere soddisfatta rispettando per tutti gli elementi strutturali, sia primari che secondari, le regole specifiche per i dettagli costruttivi ...”
  - “Per le sezioni allo spiccato dalle fondazioni ... degli elementi strutturali verticali primari la verifica di duttilità, indipendentemente dai particolari costruttivi adottati, è necessaria”

# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa:  
"le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche"
  - La verifica di duttilità è fatta "accertando che la capacità in duttilità della costruzione sia almeno pari a 1.2 volte la domanda in duttilità locale, valutata in corrispondenza dello SLV" (nel caso si utilizzino modelli lineari)
  - La domanda in duttilità di curvatura allo SLC nelle zone dissipative, espressa mediante il fattore di duttilità in curvatura  $\mu_\phi$  può essere valutato come

$$\mu_\phi \geq \begin{cases} 1.2 (2 q_0 - 1) & \text{per } T_1 \geq T_c \\ 1.2 (1 + 2(q_0 - 1)T_c / T_1) & \text{per } T_1 < T_c \end{cases}$$

# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa:

“le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche”

- La capacità in termini di fattore di duttilità in curvatura  $\mu_\phi$  può essere valutata come rapporto tra

- Curvatura corrispondente ad una riduzione del 15% della resistenza massima oppure al raggiungimento della deformazione ultima del calcestruzzo confinato e/o dell'acciaio

- Curvatura convenzionale di prima plasticizzazione  $\phi_{yd}$

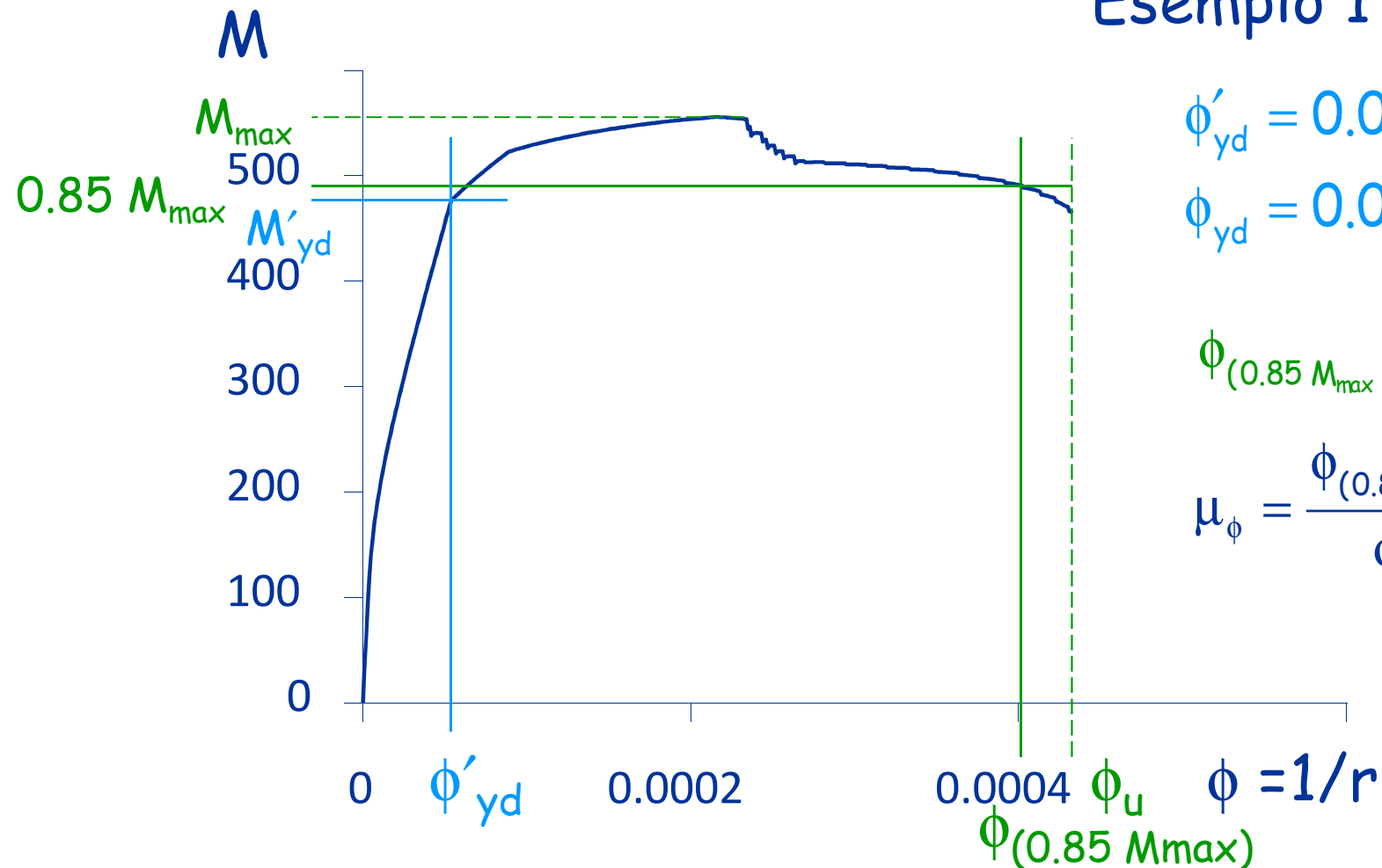
$$\phi_{yd} = \frac{M_{Rd}}{M'_{yd}} \phi'_{yd}$$

$\phi'_{yd}$  è la minore tra la curvatura calcolata in corrispondenza dello snervamento dell'armatura tesa e la curvatura calcolata in corrispondenza della deformazione di picco  $\epsilon_{c2}$

# Duttilità e armatura trasversale

- Duttilità disponibile

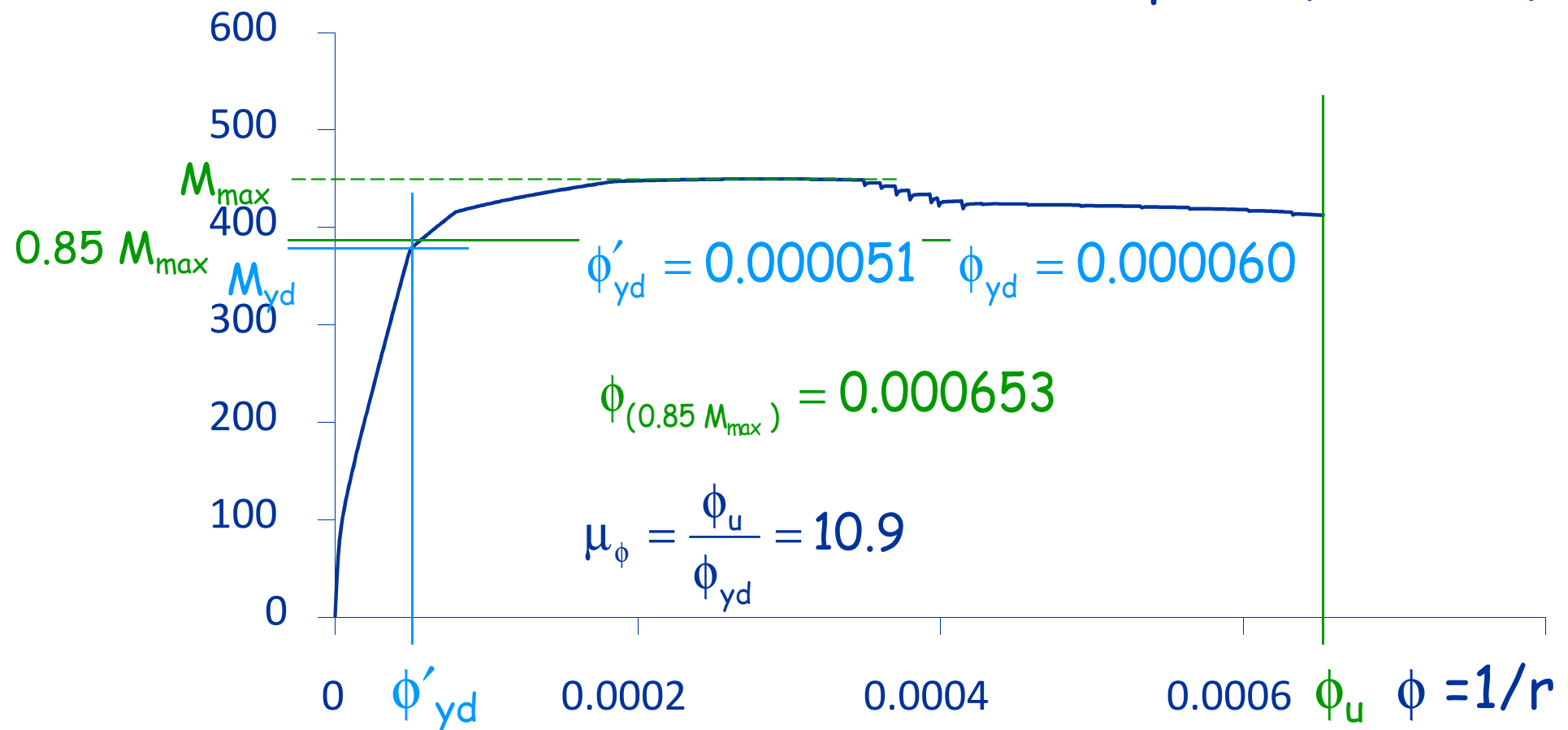
Esempio 1 (N medio)



# Duttilità e armatura trasversale

- Duttilità disponibile

Esempio 2 (N basso)



# Duttilità e armatura trasversale

- Richiesta di normativa:  
"le zone dove potenzialmente possono formarsi cerniere plastiche devono avere grandi capacità di compiere rotazioni plastiche"
- In alternativa si può controllare che la quantità di staffe sia tale da avere

$$\alpha \omega_{wd} \geq 30 \mu_{\phi} v_d \varepsilon_{sy,d} \frac{b_c}{b_o} - 0.35$$

con

$\alpha$  coefficiente di efficacia del confinamento

$\omega_{wd}$  percentuale meccanica di staffe

$v_d$  forza assiale normalizzata  $v_d = N_{Ed} / b h f_{cd}$

$b_c$  dimensione minima della sezione

$b_o$  dimensione minima del nucleo confinato

$$\omega_{wd} = \frac{\sum A_{st} l_{st}}{b_o h_o s} \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

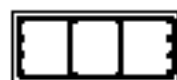
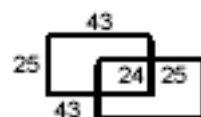
# Possibile dettaglio costruttivo

staffe Ø8 (B)

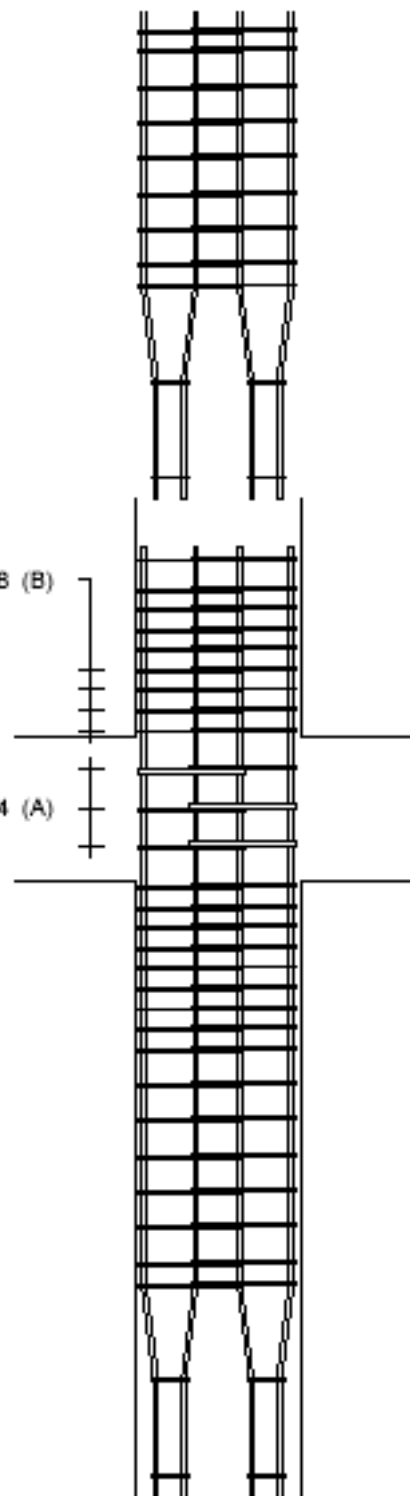
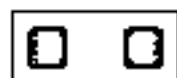
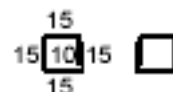
2 Ø20 (C)  
aggiuntivi

staffe Ø14 (A)

staffe Ø8 L = 160



staffe Ø8 L = 70



tutte le barre  
del pilastro

