

Tutte le aste sono in acciaio

$$E = 206.000 \text{ N/mm}^2$$

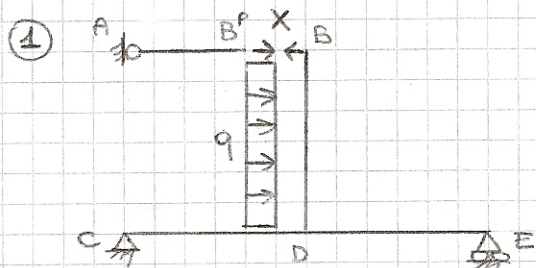
L'asta AB è un cavo di  $A = 2.54 \text{ cm}^2$

Le altre aste sono delle IPE 300  
con  $A = 53.8 \text{ cm}^2$ ,  $I = 8356 \text{ cm}^4$ .

$$q = 50 \text{ kN/m} \quad l = 4.00 \text{ m}$$

- L'asta AB ha un'area molto piccola rispetto alle altre, quindi possiamo considerare il pendolo deformabile assialmente.

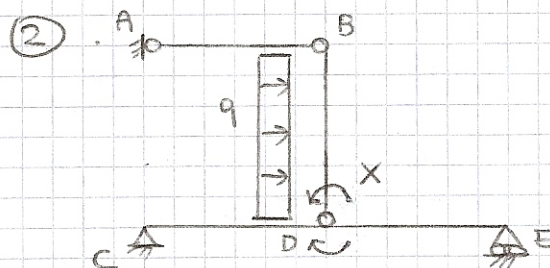
- Possibili strutture principali:



condizione di congruenza:

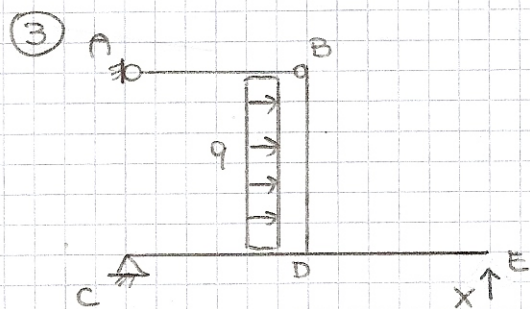
$$u_B = u_B' \text{ con } u_B' = \frac{XE}{EA}$$

allungamento del pendolo



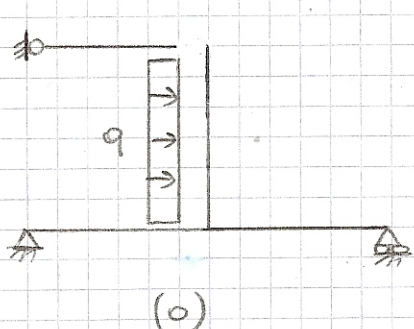
congruenza:

$$\varphi_B^{\text{sup.}} = \varphi_D^{\text{inf.}}$$

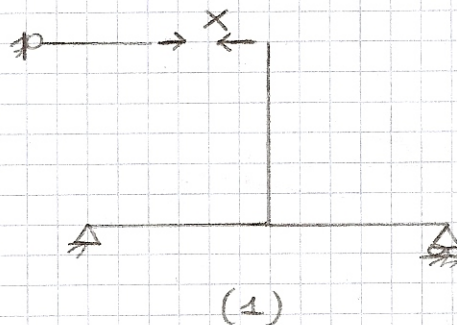


congruenza:  $V_E = 0$

- Risolvo lo schema ①



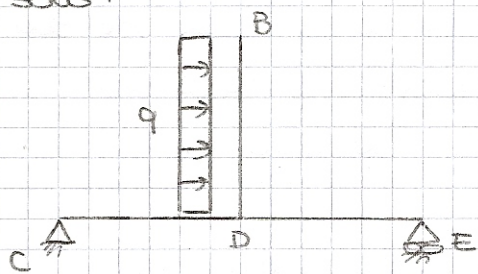
+





## Struttura (o)

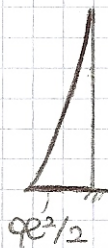
In questa struttura il carico  $q$  non dà effetti sul pendolo, che abbiamo staccato dal resto. Possiamo quindi studiare solo:



Il tratto BD è sostanzialmente una mensola, per cui possiamo staccarla e sostituire le reazioni corrispondenti.



diagramma di momento  $\Rightarrow$



deformata  $\Rightarrow$   
sono tese le fibre superiori



Sostituisco le reazioni nel nodo D, scambiate di segno

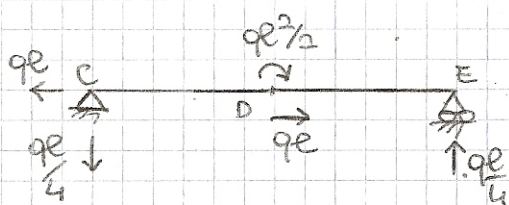
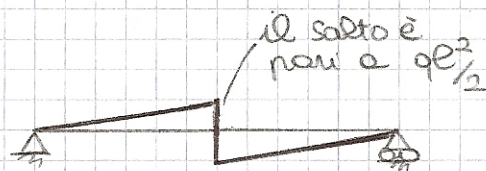
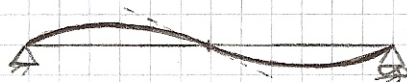


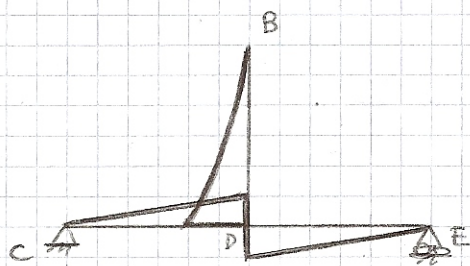
diagramma di momento  $\Rightarrow$



deformata  $\Rightarrow$

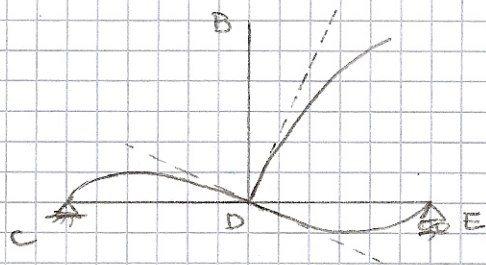


Componiamo i diagrammi di momento:





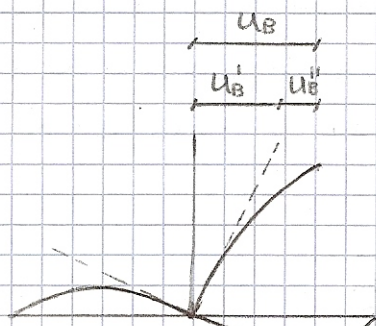
componiamo le deformate:



a causa della rotazione dell'asta  $CDE$ , l'asta  $BD$  ruota rigidamente per la congruenza del modo  $D$  per la quale gli angoli devono mantenersi a  $90^\circ$ .

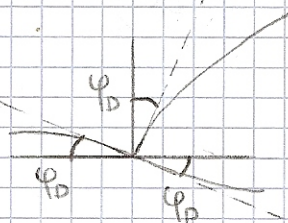
Inoltre l'asta  $BD$  si deforma per effetto del carico  $q$ .

lo spostamento orizzontale del nodo  $B$  è dato da una componente dovuta alla rotazione rigida e da una componente deformativa.



$$(9) \quad u_B = u_B' + u_B''$$

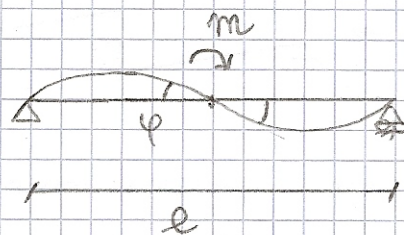
Nel modo  $D$



$$u_B' = \varphi_D \cdot l$$

$\varphi_D$  lo si ottiene dallo schema moto

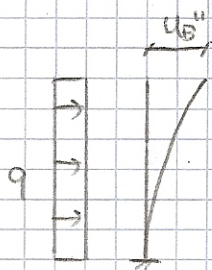
$$\varphi = \frac{m \cdot l}{12EI}$$



Tenuto conto che nel nostro schema  $m = \frac{q l^2}{2}$  e che l'asta è lunga  $2l$

$$\Rightarrow \varphi_D = \frac{q l^2}{2} \cdot \frac{2l}{12EI} = \frac{q l^3}{12EI} \Rightarrow u_B' = \frac{q l^4}{12EI}$$

$u_B''$  è lo spostamento di una trave e mensola con carico uniformemente ripartito



$$u_B'' = \frac{q l^4}{8EI}$$

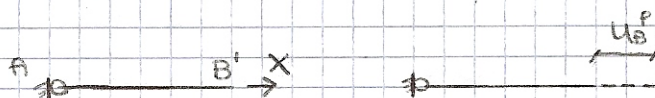


Quindi:

$$u_B^{(q)} = u_B' + u_B'' = \frac{qe^4}{12EI} + \frac{qe^4}{8EI} = \frac{5}{24} \frac{qe^4}{EI}$$

• Struttura (1)

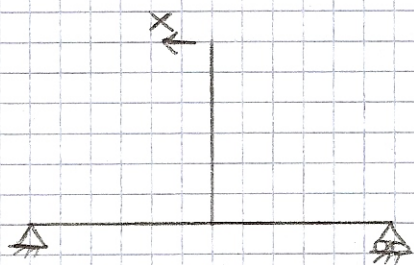
- Nel pendolo:



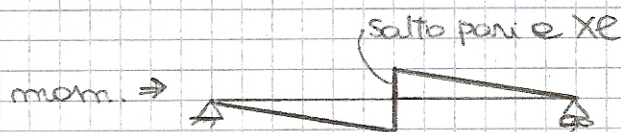
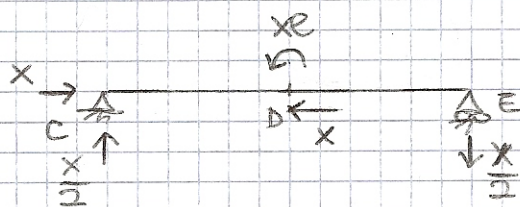
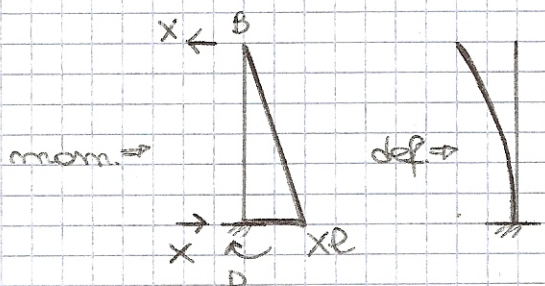
la forza X causa uno allungamento, e quindi uno

spostamento  $u_B^p = \frac{Xe}{EA}$

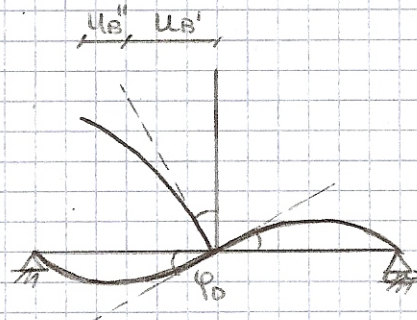
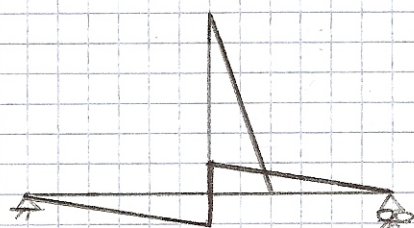
- Nel resto della struttura:



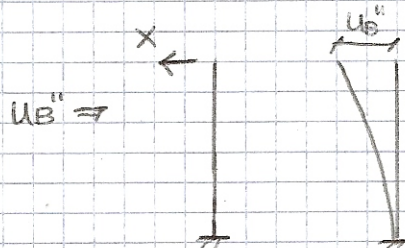
Il ragionamento è uguale al precedente, ma questa volta il verso è opposto e la forza applicata è pari a X.



Componiamo i momenti e le deformate:



$$u_B^{(x)} = u_B' + u_B'' = \varphi_D e + \frac{Xe^3}{3EI} = \frac{Xe^3}{6EI} + \frac{Xe^3}{3EI} = \frac{Xe^3}{2EI}$$



$$u_B'' = \frac{Xe^3}{3EI}$$

$$\varphi_D = \frac{M_2 e}{12EI} = \frac{Xe^2}{6EI}$$



Trovati gli spostamenti, imponiamo le componenti.

$$u_B = u_B^{(p)} \quad \text{con} \quad u_B = u_B^{(q)} + u_B^{(x)}$$

assumendo come convenzione positiva  $u \rightarrow$

$$\frac{5}{24} \frac{ql^4}{EI} - \frac{Xl^3}{2EI} = \frac{Xl}{EA} \Rightarrow X = \frac{\frac{5}{24} \frac{ql^4}{EI}}{\frac{1}{A} + \frac{l^2}{2I}}$$

$$X = \frac{\frac{5}{24} \cdot \frac{50 \cdot 4^4}{8356 \cdot 10^{-8}}}{\frac{1}{2.56 \cdot 10^{-4}} + \frac{4^2}{2 \cdot 8356 \cdot 10^{-8}}} = 80.1 \text{ kN}$$

- Calcoliamo il momento in D

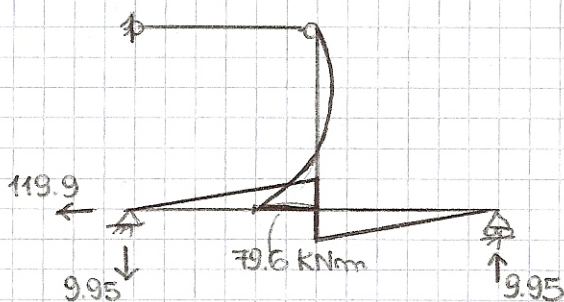
$$M_D^{(BD)} = Xl - \frac{ql^2}{2} = 80.1 \times 4 - \frac{50 \cdot 4^2}{2} = -79.6 \text{ kNm} \quad \text{negativo, tende le fibre superiori}$$

$$V_C = \frac{ql}{4} - \frac{X}{2} = \frac{50 \cdot 4}{4} - \frac{80.1}{2} = 9.95 \text{ kN}$$

$$N_C = ql - X = 119.9 \text{ kN}$$

$$M_D^{(CD)} = 9.95 \times 4 = 39.8 \text{ kN} = -M_D^{(DE)} = M_D^{(BD)}/2$$

- Diagramma di momento



Il diagramma di momento dell'asta BD è come quello di trave incastata - appoggiata.

- Deformata

