

sapendo che esso deve portare uno sforzo normale di compressione  $N_{Ed}$  pari a 1750 kN.

Utilizzando l'espressione proposta si ottiene

$$A_{c,nec} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}} = \frac{1750 \times 10^3}{14.17} \times 10^{-2} = 1235 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,nec} = \frac{0.2 N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{0.2 \times 1750 \times 10^3}{391.3} \times 10^{-2} = 8.94 \text{ cm}^2$$

Se si vuole utilizzare una sezione rettangolare con un lato pari a 30 cm, l'altro lato dovrebbe essere di 50 cm. Dovendo disporre barre in numero pari e ad una distanza mutua non superiore a 25 cm (ma neanche troppo bassa), nel caso in esame si potrebbero usare 4 Ø14 agli spigoli e 2 Ø14 al centro del lato lungo, che danno un'area totale pari a 9.24 cm<sup>2</sup>, pari allo 0.62% dell'area di calcestruzzo.

Poiché le formule proposte sono abbastanza cautelative, sarebbe probabilmente possibile usare anche una sezione più piccola, 30×40, sempre armata con un totale di 6 Ø14. In questo caso occorrerebbe però prestare attenzione alla verifica a pressoflessione con il momento flettente minimo imposto dalla normativa che vale, essendo  $0.05 h = 20 \text{ mm}$ ,

$$M = 20 \times 10^{-3} \times 1750 = 35 \text{ kNm}.$$

## 5. Pilastri cerchiati

Elementi strutturali come i pilastri sono soggetti principalmente a sforzo normale, al quale associamo mentalmente una compressione uniasiale. All'accorciamento prodotto dalla compressione si accoppia però sempre una dilatazione trasversale, che è contrastata dalle staffe. Si pensi ad esempio ad un pilastro di sezione circolare nel quale è presente una spirale metallica di passo convenientemente piccolo. L'effetto fisico è evidente: quando il pilastro si dilata a causa dell'azione assiale la spirale è costretta a dilatarsi anch'essa e quindi esercita sul calcestruzzo una azione di costrizione. Nasce di conseguenza una compressione in direzione trasversale ed il regime tensionale è quindi, più propriamente, di compressione triassiale. Ciò comporta un incremento di resistenza, che può essere tenuto in conto nel verificare questi elementi. Si usa il termine *pilastri cerchiati* quando si vuole evidenziare la presenza di tale effetto.

Indicando con  $\sigma_2$  la tensione trasmessa dalla spirale al calcestruzzo e con  $s$  il passo della spirale, l'azione trasmessa dal calcestruzzo ad un

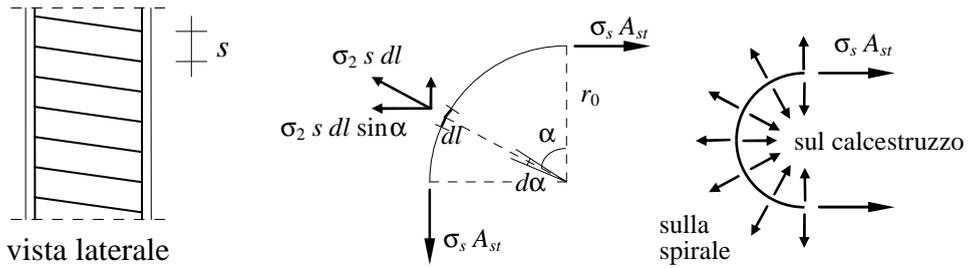


Fig. 4. Azione mutua tra spirale e calcestruzzo in un pilastro cerchiato

tratto  $dl$  della spirale è pari a  $\sigma_2 s dl$ . La relazione tra  $\sigma_2$  e la tensione  $\sigma_s$  nella spirale si ricava sezionando la spirale lungo un diametro e imponendo l'equilibrio alla traslazione (Fig. 4). Indicando con  $r_0$  il raggio della spirale e con  $\alpha$  l'angolo che individua la posizione del tratto, si ha  $dl = r_0 d\alpha$ , mentre la componente dell'azione sulla spirale ortogonale al diametro considerato vale  $\sigma_2 s dl \sin \alpha$ . La condizione di equilibrio su un quarto di circonferenza diventa quindi

$$\int_{\alpha=0}^{\pi/2} \sigma_2 s r_0 \sin \alpha d\alpha = \sigma_s A_{st}$$

e da essa si ottiene  $\sigma_2 = \frac{A_{st}}{s r_0} \sigma_s$ .

Nel passare degli anni sono state formulate varie proposte per quantizzare l'incremento  $\Delta f_c$  di resistenza assiale in presenza di compressione in direzione trasversale. Alcuni studiosi<sup>2</sup> ritengono che non si abbia rottura quando la tensione trasversale  $\sigma_2$  è tale da annullare la deformazione trasversale prodotta dal carico longitudinale. In tal caso, poiché  $\varepsilon_{trav} = \nu \varepsilon_{ax}$  si avrebbe  $\Delta f_c = t \sigma_2$  con  $t = 1/\nu$ , cioè un valore compreso tra 5 e 10 perché  $\nu$  può variare tra 0.1 e 0.2. Altri studiosi<sup>3</sup> citano prove sperimentali in base alle quali si dovrebbe usare la stessa espressione assumendo  $t=4.1$ . L'Eurocodice 2 indica invece la relazione

$$\begin{aligned} \Delta f_c &= 5.0 \sigma_2 && \text{per } \sigma_2 \leq 0.05 f_c \\ \Delta f_c &= 0.25 f_c + 2.5 (\sigma_2 - 0.05 f_c) && \text{per } \sigma_2 > 0.05 f_c \end{aligned}$$

<sup>2</sup> E. Giangreco, Teoria e tecnica delle costruzioni, vol. primo, Liguori, Napoli

<sup>3</sup> E.F. Radogna, Tecnica delle costruzioni, Masson, Milano

Come conseguenza di quanto detto, la resistenza di un elemento compresso assialmente sarà pari alla resistenza del calcestruzzo (non confinato) e delle armature longitudinali, più il contributo dovuto al confinamento che può indicarsi con  $N'_{ax} = t \sigma_2 A_c$ .

Tradizionalmente, utilizzando la relazione prima ricavata ed essendo  $A_c = \pi r_0^2$ , questo termine veniva espresso con

$$N'_{ax} = t \frac{\sigma_s A_{st}}{s r_0} A_c = t \sigma_s \frac{\pi r_0 A_{st}}{s} = \frac{t}{2} \sigma_s \frac{2 \pi r_0 A_{st}}{s}$$

La quantità  $2 \pi r_0 A_{st}$  rappresenta il volume della spirale contenuta in un tratto  $s$  del pilastro. Se si considera un'armatura longitudinale  $A_{l,eq}$  disposta nello stesso tratto, il suo volume sarebbe  $s A_{l,eq}$ . Si era quindi soliti indicare il rapporto

$$A_{l,eq} = \frac{2 \pi r_0 A_{st}}{s}$$

col termine *area longitudinale equivalente* (o più correttamente *equivalente*) ed esprimere la forza  $N'_{ax}$  come

$$N'_{ax} = \frac{t}{2} \sigma_s A_{l,eq}$$

Nel passato, la normativa italiana alle tensioni ammissibili consentiva di tener conto della spirale considerando il contributo di una armatura fittizia longitudinale di peso eguale alla spirale, moltiplicato per 2 (quindi assumendo  $t=4$ ). Usare una spirale era quindi economicamente conveniente. Anche l'attuale normativa italiana agli stati limite (NTC 08, punto 4.1.2.1.7.1) consente di tenere conto della spirale, purché essa abbia un passo non maggiore di  $1/5$  del diametro del nucleo cerchiato, sommando il contributo del nucleo cerchiato e dell'armatura longitudinale; viene però precisato che "la resistenza del nucleo confinato può esprimersi come somma di quella del nucleo di calcestruzzo non confinato più il contributo di una armatura fittizia longitudinale di peso eguale alla spirale". Si ha quindi

$$N_{Rd} = A_{c,conf} f_{cd} + A_{l,eq} f_{yd} + A_{s,tot} f_{yd}$$

Si noti che in tal modo è sostanzialmente indifferente, ai fini economici, disporre barre longitudinali o una spirale e la scelta di quest'ultima sarà dettata principalmente da esigenze tecnologiche (necessità di sezione

del pilastro più piccola ma non troppo affollata da armatura longitudinale). Occorre però evidenziare che nel calcolo deve essere presa in considerazione solo l'area di calcestruzzo cerchiata e non l'area dell'intera sezione, per premunirsi dal rischio che la parte esterna, di ricoprimento, salti via e non fornisca più il suo contributo. Non è quindi detto che la resistenza così ottenuta sia maggiore di quella del pilastro non cerchiato.

L'Eurocodice 2 fornisce indicazioni più dettagliate sul come tener conto dell'incremento di resistenza dovuta al confinamento. Indicando con

$$\rho_{st} = \frac{2 \pi r_0 A_{st}}{s \pi r_0^2} = \frac{2 A_{st}}{s r_0} \quad \text{il rapporto volumetrico delle staffe}$$

$$\omega_{st} = \rho_{st} \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{2 A_{st} f_{yd}}{s r_0 f_{cd}} \quad \text{il rapporto meccanico delle staffe}$$

la tensione di compressione trasversale può esprimersi, quando le staffe lavorano al massimo cioè con tensione  $f_{yd}$ , come

$$\sigma_2 = 0.5 \rho_{st} f_{yd} = 0.5 \omega_{st} f_{cd}$$

Nel capitolo 12 viene mostrato che l'espressione qui ricavata con riferimento alla sezione circolare con staffe a spirale può essere estesa a sezioni di forma qualsiasi, usando opportune espressioni per determinare  $\omega_{st}$ . È inoltre possibile tenere conto della distanza tra le staffe mediante un coefficiente riduttivo  $\alpha$ , scrivendo quindi in maniera più generale

$$\sigma_2 = 0.5 \alpha \omega_{st} f_{cd}$$

L'espressione precedentemente riportata che fornisce l'incremento  $\Delta f_c$  di resistenza dovuto a  $\sigma_2$  consente quindi di determinare il contributo dovuto al confinamento come

$$N'_{ax} = \Delta f_c A_c = \Delta f_c \pi r_0^2$$

**Esempio 7.** Si determini la resistenza allo stato limite ultimo di un pilastro di sezione circolare in calcestruzzo C25/30 con diametro  $d=50$  cm e copriferro di calcolo pari a 4 cm, armata con 12 $\varnothing$ 14 e staffe a spirale  $\varnothing$ 8 con passo 5 cm in acciaio B450C, usando le espressioni delle NTC 08.

L'area di una staffa  $\varnothing$ 8 è 0.5 cm<sup>2</sup>. Il raggio del nucleo cerchiato è  $r_0=25-4=21$  cm. L'armatura longitudinale equivalente alle staffe è

$$A_{l,eq} = \frac{2 \pi r_0 A_{st}}{s} = 13.26 \text{ cm}^2$$

L'armatura longitudinale ha un'area  $A_{s,tot}=18.48 \text{ cm}^2$ . Per il calcestruzzo C25/30 è  $f_{cd} = 14.17 \text{ MPa}$ , per l'acciaio B450C  $f_{yd} = 391.3 \text{ MPa}$ . Si ha quindi

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= f_{cd} A_c + f_{yd} A_{s,tot} + f_{yd} A_{l,eq} = \\ &= (14.17 \times 1385.4 + 391.3 \times 18.48 + 391.3 \times 13.26) / 10 = 3205 \text{ kN} \end{aligned}$$

Se si fosse invece considerata l'intera sezione trascurando l'effetto del confinamento si sarebbe ottenuto

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= f_{cd} A_c + f_{yd} A_{s,tot} = \\ &= (14.17 \times 1963.5 + 391.3 \times 18.48) / 10 = 3505 \text{ kN} \end{aligned}$$

In questo caso far riferimento all'effetto cerchiante delle staffe non dà alcun vantaggio.

**Esempio 8.** Si determini la resistenza allo stato limite ultimo del pilastro dell'esempio 7, usando le espressioni dell'Eurocodice 2.

Si ha

$$\begin{aligned} \omega_{st} &= \frac{2 A_{st} f_{yd}}{s r_0 f_c} = 0.264 \\ \sigma_2 &= 0.5 \omega_{st} f_{cd} = 0.132 \times 14.17 = 1.87 \text{ MPa} \\ \Delta f_c &= 0.25 f_{cd} + 2.5 (\sigma_2 - 0.05 f_{cd}) = \\ &= 0.25 \times 14.17 + 2.5 \times (1.87 - 0.05 \times 14.17) = 6.45 \text{ MPa} \end{aligned}$$

e quindi

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= (f_{cd} + \Delta f_c) A_c + f_{yd} A_{s,tot} = \\ &= [(14.17 + 6.45) \times 1385.4 + 391.3 \times 18.48] / 10 = 3580 \text{ kN} \end{aligned}$$

In questo caso far riferimento all'effetto cerchiante delle staffe dà un modesto incremento di resistenza.

In alternativa si potrebbe anche calcolare la resistenza corrispondente ad una deformazione pari a  $\epsilon_{c0} = -0.002$ , per la quale la parte di calcestruzzo di ricoprimento non è ancora stata espulsa, mentre la parte interna è soggetta ad una tensione maggiore di  $f_{cd}$  ma inferiore alla resistenza del calcestruzzo confinato (che si raggiungerebbe per una deformazione maggiore).