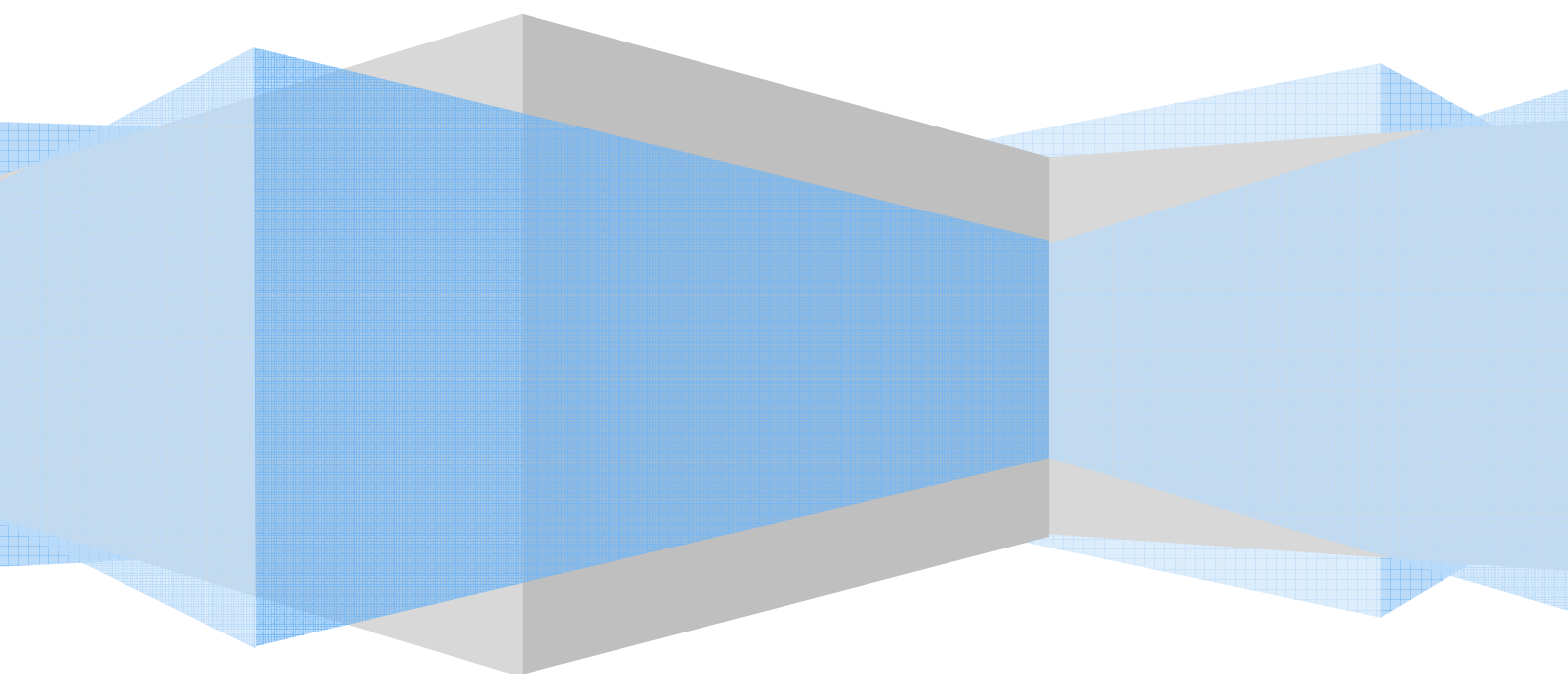


Edoardo M. Marino e Cristina Stuto

Progetto di elementi strutturali in cemento armato

SECONDO LE INDICAZIONI DELLE NORME TECNICHE PER LE COSTRUZIONI
(D.M. 14/01/2008) E DELLA NORMATIVA EUROPEA (EUROCODICE 2)



Indice

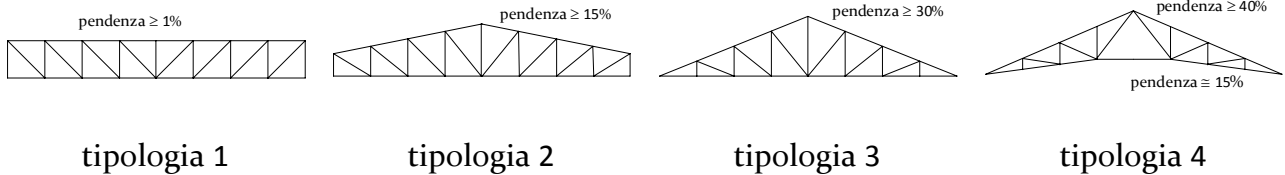
Relazione generale	5
Relazione di calcolo	8
Capitolo 1 - Materiali e carichi unitari	15
1. Caratteristiche dei materiali utilizzati	15
2. Solaio deposito libri (incluso sbalzo)	16
3. Solaio sala lettura (escluso sbalzo)	16
4. Sbalzo esterno alla sala lettura (marciapiede)	17
5. Tamponature	17
6. Azione del vento sulle pareti	18
7. Travi	20
8. Pilastri	21
9. Copertura	21
10. Riepilogo dei valori caratteristici e di progetto dei carichi	22
Capitolo 2 - Solaio	23
1. Dimensionamento della sezione	23
2. Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione	24
Prima combinazione di carico	25
Seconda combinazione di carico	26
Terza combinazione di carico	26
Quarta combinazione di carico	27
Primo schema limite	28
Secondo schema limite	28
Inviluppo dei diagrammi dei momenti	29
3. Calcolo delle armature	29
4. Calcolo del momento resistente	30
Acciaio	30
Calcestruzzo	31
5. Verifiche di resistenza	31
Verifica a flessione retta	31
Verifica a taglio	34
Capitolo 3 - Trave	36
1. Analisi dei carichi	36
2. Dimensionamento della sezione della trave	37
3. Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione	38
Prima combinazione di carico	39
Seconda combinazione di carico	39
Terza combinazione di carico	40
Primo schema limite	40
Secondo schema limite	41
Inviluppo dei diagrammi dei momenti	41
4. Armatura a flessione	41
5. Armatura a taglio	42
6. Verifica a flessione retta	44
Capitolo 4 - Pilastri	46
1. Dimensionamento delle sezioni per carichi verticali	46

2.	Dimensionamento delle sezioni per azioni orizzontali (vento)	52
3.	Scelta delle sezioni dei pilastri	53
4.	Progetto delle armature dei pilastri	53

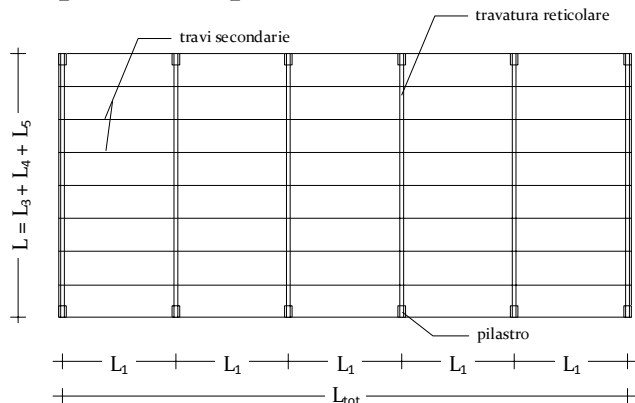
Progetto assegnato nell'ambito del Laboratorio di Costruzioni dell'Architettura II Facoltà di Architettura, anno accademico 2007/2008

Ubicazione	quota 350 m s.l.m	distanza dal mare >30 km		
Destinazione d'uso	piano terra: sala lettura	piani interrati: deposito libri		
Tipo di trave reticolare	tipologia 1			
Carpenteria solaio	alternativa B			
Piano da analizzare	piano interrato			
Trave da analizzare	trave 2			
Dati geometrici	$L_1 = 7.80 \text{ m}$	$L_2 = 1.80 \text{ m}$	$L_3 = 6.70 \text{ m}$	$L_4 = 5.00 \text{ m}$
	$L_5 = 6.20 \text{ m}$	$L_6 = 0.00 \text{ m}$	$L_{\text{tot}} = 39.00 \text{ m}$	

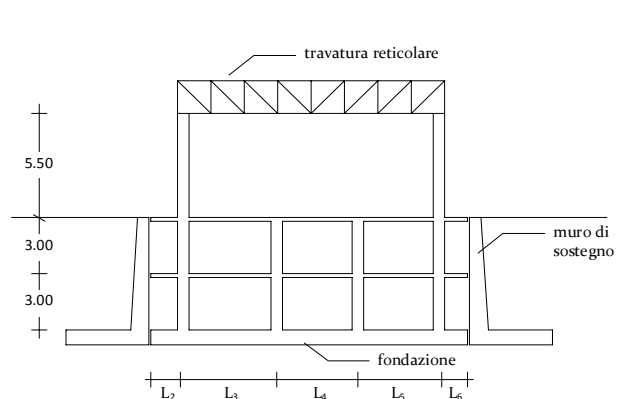
Possibili travature reticolari



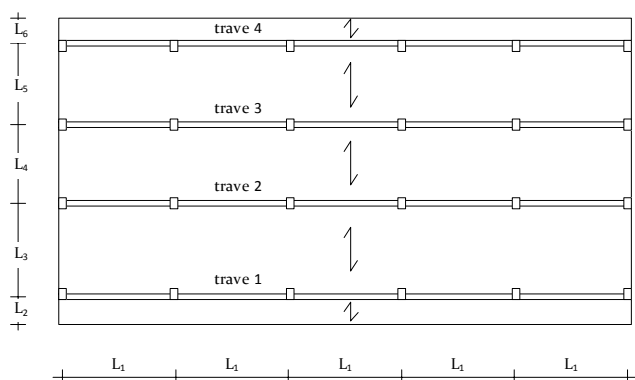
Carpenteria copertura



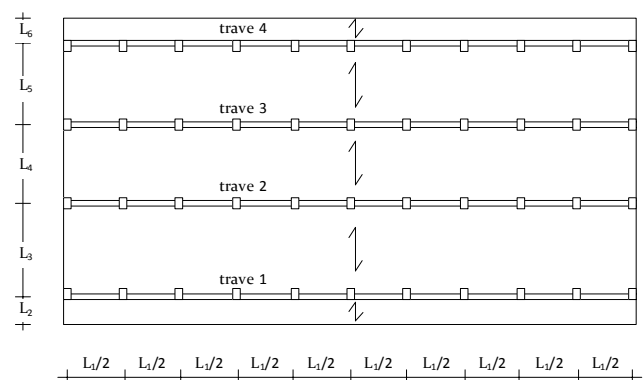
Sezione trasversale



Carpenteria solaio (alternativa A)



Carpenteria solaio (alternativa B)



Relazione generale

Nella presentazione di un progetto strutturale vengono preparate due distinte relazioni: la prima, denominata "relazione generale", riporta i criteri generali che sono stati seguiti nel progetto; la seconda, denominata "relazione di calcolo", riporta invece il dettaglio delle elaborazioni numeriche effettuate secondo i criteri generali precedentemente indicati. La relazione generale è di solito abbastanza breve e, anche se contiene alcuni riferimenti specifici al caso in esame, è in gran parte di portata generale e quindi utilizzabile per progetti diversi ma riferiti alla stessa tipologia strutturale. La relazione di calcolo è invece sempre molto estesa, perché deve contenere tutte le elaborazioni svolte. Si riporta qui un possibile schema di relazione generale, con gli argomenti che in essa devono essere contenuti.

1. Indicazioni generali

Caratteristiche principali del fabbricato (geometria, numero di piani, ubicazione, destinazione d'uso, tipologia strutturale) e del terreno su cui esso è edificato.

2. Normativa di riferimento

3. Materiali utilizzati

4. Solaio

Tipologia. Criteri seguiti per dimensionarne lo spessore. Schemi e combinazioni di carico presi in esame. Metodo utilizzato per la risoluzione degli schemi. Tipologia di armatura prescelta e formule utilizzate per valutare l'area di ferro necessaria a flessione. Motivazioni che possono rendere necessarie le fasce piene e semipiene (flessione, taglio) e formule utilizzate per determinarle. Sezioni per le quali si è fatto una verifica a flessione e procedura utilizzata per la verifica.

5. Trave

Criteri utilizzati per valutare il carico sulla trave. Metodo usato per stimare il momento massimo e per definire la sezione. Schemi e combinazioni di carico presi in esame. Programma utilizzato per la risoluzione degli schemi. Tipologia di armatura prescelta per flessione e taglio e formule utilizzate per valutare l'area di ferro necessaria. Sezioni per le quali si è fatto una verifica a flessione e procedura utilizzata per la verifica.

6. Pilastri

Criteri utilizzati per valutare lo scarico sul pilastro a ciascun piano e lo sforzo normale conseguente. Criteri seguiti per dimensionarne la sezione e l'armatura.

Relazione di calcolo

Capitolo 1 - Materiali e carichi unitari

Solitamente i carichi unitari degli elementi presenti nell'edificio (soffitto, balcone, trave, ecc.) sono valutati in diversi momenti durante lo sviluppo del progetto, man mano che il loro valore occorre per calcolare i singoli elementi strutturali. È però opportuno riunire tutti i carichi unitari in un unico capitolo della relazione di calcolo, in modo da averli più facilmente a portata di mano ogni volta che occorrono.

1. Caratteristiche dei materiali utilizzati

La struttura sarà realizzata in cemento armato ordinario, con un calcestruzzo di classe di resistenza C30/37 ed acciaio B450C.

La scelta della classe di resistenza del calcestruzzo è dettata dalle possibili cause di degrado a cui può essere sottoposta la struttura durante la sua vita utile nelle condizioni ambientali in cui essa verrà a trovarsi. Si è supposto che la struttura venga realizzata in un ambiente moderatamente umido in cui è possibile la corrosione delle armature promossa da carbonatazione. L'Eurocodice 2 (versione del novembre 2005) inquadra tali condizioni ambientali nella classe di esposizione XC3 (calcestruzzo esposto all'esterno protetto dalla pioggia, prospetto 4.1) e prescrive l'uso di un calcestruzzo di classe C30/37 (prospetto E.1N), con un valore caratteristico della resistenza cilindrica f_{ck} (cioè determinata su provini cilindrici) pari a 30 MPa con un valore caratteristico della resistenza cubica R_{ck} (cioè su provini cubici) di 37 MPa. Tuttavia, cautelativamente, nelle verifiche di resistenza si farà riferimento ai valori caratteristici di resistenza del calcestruzzo C25/30 (meno resistente del precedente) con $f_{ck} = 25$ MPa ed $R_{ck} = 30$ MPa. Il valore di progetto della resistenza a compressione è $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \times 25 / 1.5 = 14.2$ MPa. Il valore del modulo elastico del calcestruzzo, determinato secondo le indicazioni delle Norme Tecniche per le Costruzioni (punto 11.2.10.3), è 31476 MPa.

L'acciaio B450C ha un valore caratteristico della tensione di snervamento $f_{yk} = 450$ MPa, il valore della resistenza da utilizzare nel calcolo è $f_{yd} = 450 / 1.15 = 391.3$ MPa. Il valore del modulo elastico dell'acciaio adottato è 200000 MPa.

Per quanto riguarda la valutazione dei carichi, i materiali utilizzati presentano i seguenti pesi specifici indicati:

Calcestruzzo armato	$\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$
Malta di calce	$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$
Malta di cemento	$\gamma = 22 \text{ kN/m}^3$
Gress	$\gamma = 21 \text{ kN/m}^3$
Granito	$\gamma = 27 \text{ kN/m}^3$
Laterizio forato	$\gamma = 6 \text{ kN/m}^3$
Laterizio pieno	$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$
Pignatta 18×33×40	$\gamma = 0.076$ l'una
Pignatta 22×33×40	$\gamma = 0.085$ l'una

I pesi specifici dei materiali sono tratti dalle Norme Tecniche per le Costruzioni che forniscono per molti materiali i valori dei pesi specifici o, eventualmente, un intervallo di valori ammissibili (tabella 3.1.1). Il peso dei laterizi è tratto dal catalogo di un'azienda e può chiaramente variare. La tabella che segue fornisce i valori per diverse altezze.

h [cm]	12	14	16	18	20	22	24
peso [kN]	0.062	0.068	0.069	0.076	0.082	0.085	0.101

2. Solaio deposito libri (incluso sbalzo)

Il solaio dell'edificio è realizzato in cemento armato gettato in opera e laterizi con tre travetti per metro ed ha uno spessore pari a 27 cm. I criteri seguiti per la scelta dello spessore del solaio sono illustrati nel Capitolo 2.

Peso proprio (valore caratteristico):

soletta	$0.05 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.25 kN/m ²
travetti	$3 \times (0.08 \times 0.22) \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.32 kN/m ²
laterizi	$7.5 \times 0.085 \text{ kN}$	=	<u>0.64 kN/m²</u>
TOTALE		=	3.21 kN/m ²

Sovraccarichi permanenti (valore caratteristico):

pavimento industriale			
autolivellante	$0.05 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	1.00 kN/m ²
intonaco	$0.015 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	<u>0.30 kN/m²</u>
TOTALE		=	1.30 kN/m ²

Totale carichi permanenti

valore caratteristico		g_k	=	4.51 kN/m ²
valore di progetto	4.51×1.3	g_d	=	5.86 kN/m ²

Carichi variabili (categoria E1)

valore caratteristico		q_k	=	6.00 kN/m ²
valore di progetto	6.00×1.5	q_d	=	9.00 kN/m ²

Il valore di progetto è ottenuto moltiplicando il valore caratteristico per il coefficiente γ definito dalla normativa vigente (Norme Tecniche per le Costruzioni, punto 2.6.1, tabella 2.6.I): per tutti i carichi permanenti si è assunto $\gamma_g = \gamma_{g1} = \gamma_{g2} = 1.3$ e per quelli variabili $\gamma_q = 1.5$. Tutti i carichi permanenti non strutturali sono stati assunti "compiutamente definiti" e per essi si è assunto lo stesso coefficiente valido per le azioni permanenti come stabilito dalle Norme Tecniche per le Costruzioni.

3. Solaio sala lettura (escluso sbalzo)

Peso proprio (valore caratteristico):

soletta	$0.05 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.25 kN/m ²
travetti	$3 \times (0.08 \times 0.22) \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.32 kN/m ²
laterizi	$7.5 \times 0.085 \text{ kN}$	=	<u>0.64 kN/m²</u>
TOTALE		=	3.21 kN/m ²

Sovraccarichi permanenti (valore caratteristico):

pavimento industriale			
autolivellante	$0.05 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	1.00 kN/m ²
intonaco	$0.015 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	<u>0.30 kN/m²</u>
TOTALE		=	1.30 kN/m ²

Si è supposto che le partizioni interne siano presenti in numero modesto e che siano state realizzate mediante elementi prefabbricati in cartongesso molto leggeri. Pertanto non è stata considerata l'incidenza dei tramezzi.

Totale carichi permanenti

valore caratteristico		g_k	=	4.51 kN/m ²
valore di progetto	4.51×1.3	g_d	=	5.86 kN/m ²

Carichi variabili (categoria C2)

valore caratteristico		q_k	=	4.00 kN/m ²
valore di progetto	4.00×1.5	q_d	=	6.00 kN/m ²

4. Sbalzo esterno alla sala lettura (marciapiede)

Peso proprio (valore caratteristico):

soletta	$0.05 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.25 kN/m ²
travetti	$3 \times (0.08 \times 0.18) \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.08 kN/m ²
laterizi	$7.5 \times 0.076 \text{ kN}$	=	<u>0.57 kN/m²</u>
TOTALE		=	2.90 kN/m ²

Sovraccarichi permanenti (valore caratteristico):

pavimento industriale

autolivellante	$0.04 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	0.80 kN/m ²
intonaco	$0.015 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	<u>0.30 kN/m²</u>
TOTALE		=	1.10 kN/m ²

Totale carichi permanenti

valore caratteristico		g_k	=	4.00 kN/m ²
valore di progetto	4.00×1.3	g_d	=	5.20 kN/m ²

Carichi variabili (categoria C2)

valore caratteristico		q_k	=	4.00 kN/m ²
valore di progetto	4.00×1.5	q_d	=	6.00 kN/m ²

5. Tamponature

Le tamponature sono realizzate con due fodere di mattoni forati, una da 8 cm e l'altra da 12 cm, con una camera d'aria.

Peso proprio di un metro di tamponatura (valore caratteristico per unità di superficie):

laterizi	$(0.08 + 0.12) \times 1 \text{ m}^3 \times 6 \text{ kN/m}^3$	=	1.20 kN/m ²
intonaco	$0.04 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	<u>0.80 kN/m²</u>
TOTALE		=	2.00 kN/m ²

Quella indicata è solo una tra le tante possibilità. Le tamponature potrebbero ad esempio essere realizzate con una fila di mattoni pieni ed una di mattoni forati (ed in tal caso peserebbero di più). Inoltre si sarebbe potuto tenere conto forfetariamente di eventuali fori presenti nelle pareti, creati per le porte e le finestre, applicando ai valori sopra indicati un coefficiente riduttivo opportunamente valutato (per edifici adibiti ad uso residenziale un valore ragionevole è 0.8).

Il carico delle tamponature per metro lineare si ottiene moltiplicando il carico per unità di superficie per l'altezza della parete che si assume pari a 5.00 m a piano terra ed a 2.50 m nei piani interrati.

Peso proprio di un metro di tamponatura a piano terra

valore caratteristico	5.00 m × 2.00 kN/m	g_k	=	10.00 kN/m
valore di progetto	10.00 × 1.3	g_d	=	13.00 kN/m

Peso proprio di un metro di tamponatura dei piani interrati

valore caratteristico	2.50 m × 2.00 kN/m	g_k	=	5.00 kN/m
valore di progetto	5.00 × 1.3	g_d	=	6.50 kN/m

6. Azione del vento sulle pareti

Il vento esercita sulle costruzioni azioni che variano nel tempo provocando, in genere, effetti dinamici. Tuttavia, secondo le Norme Tecniche per le Costruzioni l'azione del vento sugli edifici può essere assimilata ad una pressione statica equivalente determinata mediante la seguente relazione:

$$p = q_b c_e c_p c_d \quad (1)$$

dove q_b è la pressione cinetica di riferimento, c_e è il coefficiente di esposizione, c_p è il coefficiente di forma (o coefficiente aerodinamico) e c_d è il coefficiente dinamico.

Pressione cinetica di riferimento:

La pressione cinetica di riferimento q_b (in N/m²) è fornita dalla seguente relazione:

$$q_b = \frac{1}{2} \rho v_b^2 \quad (2)$$

dove v_b è la velocità di riferimento del vento (in m/s) e ρ è la densità dell'aria assunta convenzionalmente costante e pari a 1.25 kg/m³. La velocità di riferimento v_b , che rappresenta il valore massimo della velocità del vento, riferito ad un intervallo temporale di 50 anni, misurata a 10 m dal suolo su un terreno di II categoria e mediato su dieci minuti. In mancanza di adeguate indagini statistiche, v_b si determina mediante la seguente relazione:

$$\begin{aligned} v_b &= v_{b,0} && \text{per } a_s \leq a_0 \\ v_b &= v_{b,0} + k_a (a_s - a_0) && \text{per } a_0 < a_s \leq 1500 \text{ m} \end{aligned} \quad (3)$$

dove i parametri $v_{b,0}$, k_a , a_0 sono legati alla regione in cui sorge la costruzione e vengono forniti dalla tabella 3.3.I delle Norme Tecniche per le Costruzioni, mentre ρ è l'altitudine del comune di riferimento sul livello del mare (in m).

Si ipotizza che il sito ove sorgerà l'edificio che si sta progettando, ricada nella zona di riferimento 4 (Sicilia e provincia di Reggio Calabria) a cui corrispondono i valori di $v_{b,0} = 28$ m/s, $a_0 = 500$ m e $k_a = 0.020$. Poiché l'ubicazione dell'edificio si trova circa ad una quota di 350 m s.l.m., l'altitudine risulta minore di quella di riferimento a_s e quindi si ha $v_b = v_{b,0} = 28$ m/s. La pressione cinetica di riferimento risulta pertanto:

$$q_b = \frac{1}{2} \rho v_b^2 = \frac{1}{2} (1.25) (28)^2 = 490 \text{ N/m}^2 = 0.490 \text{ kN/m}^2$$

Coefficiente di esposizione:

Il coefficiente di esposizione c_e dipende dall'altezza z rispetto al suolo del punto considerato, dalla topografia del terreno, e dalla categoria di esposizione del sito ove sorge la costruzione e si ricava mediante la seguente relazione:

$$\begin{aligned}
c_e(z) &= k_r^2 c_t \ln(z/z_0) [7 + c_t \ln(z/z_0)] && \text{per } z \geq z_{min} \\
c_e(z) &= c_e(z_{min}) && \text{per } z < z_{min}
\end{aligned}
\tag{4}$$

dove z è l'altezza della costruzione, k_r , z_0 e z_{min} sono forniti dalla tabella 3.3.II delle Norme Tecniche per le Costruzioni in funzione della categoria di esposizione del sito ove sorge la costruzione e c_t è il coefficiente di topografia, che usualmente si pone uguale ad 1.

Si ipotizza che l'edificio da progettare ricada in un'area con ostacoli diffusi a cui corrisponde la classe di rugosità del terreno C (tabella 3.3.III delle Norme Tecniche per le Costruzioni). Di conseguenza, poiché il sito ricade nella zona 4 e ad una distanza dal mare maggiore di 30 km, esso appartiene alla categoria di esposizione III. I valori dei parametri pertanto risultano:

$$k_r = 0.20 \quad z_0 = 0.10 \text{ m} \quad z_{min} = 5 \text{ m}$$

Il coefficiente di esposizione sarà costante lungo le pareti fino ad una altezza $z = z_{min} = 5 \text{ m}$ e vale:

$$c_e = k_r^2 c_t \ln(z_{min}/z_0) [7 + c_t \ln(z_{min}/z_0)] = (0.20)^2 \times 1 \times \ln(5/0.10) \times [7 + 1 \times \ln(5/0.10)] = 1.708$$

Oltre quest'altezza c_e assumerà valori maggiori. In particolare in corrispondenza della sommità dei pilastri ($z = 5.5 \text{ m}$) assume il valore:

$$c_e = k_r^2 c_t \ln(z/z_0) [7 + c_t \ln(z/z_0)] = (0.20)^2 \times 1 \times \ln(5.5/0.10) \times [7 + 1 \times \ln(5.5/0.10)] = 1.764$$

mentre in corrispondenza della sommità della travatura reticolare ($z = 7.0 \text{ m}$) assume il valore:

$$c_e = k_r^2 c_t \ln(z/z_0) [7 + c_t \ln(z/z_0)] = (0.20)^2 \times 1 \times \ln(7/0.10) \times [7 + 1 \times \ln(7/0.10)] = 1.912$$

Coefficiente di forma:

Il coefficiente di forma c_p è funzione della tipologia e della geometria della costruzione e del suo orientamento rispetto alla direzione del vento. Il suo valore può essere ricavato da dati suffragati da opportune documentazioni o da prove sperimentali in galleria del vento. La circolare esplicativa del Norme Tecniche per le Costruzioni prescrive che, in assenza di più precise valutazioni per pareti verticali di edifici a pianta rettangolare con copertura piana o a falde, si può assumere il coefficiente di forma pari a 0.8 per gli elementi direttamente esposti al vento (sopravento) e -0.4 per elementi sottovento. Il segno negativo indica una depressione anziché una pressione.

Coefficiente dinamico:

Con il coefficiente dinamico, si tiene conto degli effetti riduttivi associati alla non contemporaneità delle massime pressioni locali e degli effetti amplificativi dovuti alle vibrazioni strutturali. Esso può essere assunto cautelativamente pari ad 1 nelle costruzioni di tipologia ricorrente, quali gli edifici di forma regolare non eccedenti 80 m di altezza ed i capannoni industriali. Verrà pertanto assunto uguale ad 1.

Pressione del vento:

Il valore caratteristico della pressione del vento della parete sopravvento si assume, a favore di sicurezza, costante fino ad un'altezza $z=5.5 \text{ m}$ e pari a:

$$p_{1k} = q_b c_e c_p c_d = 0.490 \times 1.764 \times 0.8 \times 1 = 0.691 \text{ kN/m}^2$$

e variabile lungo l'altezza della travatura reticolare fino al valore:

$$p_{2k} = q_b c_e c_p c_d = 0.490 \times 1.912 \times 0.8 \times 1 = 0.750 \text{ kN/m}^2$$

I corrispondenti valori di progetto della pressione del vento, invece, valgono:

$$p_{1d} = \gamma_q p_{1k} = 1.5 \times 0.69 = 1.037 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{2d} = \gamma_q p_{2k} = 1.5 \times 0.75 = 1.125 \text{ kN/m}^2$$

Infine, i valori caratteristici e di progetto della depressione del vento relativi alla parete sottovento ($c_p = -0.4$) valgono:

$$p_{1k} = q_b c_e c_p c_d = -0.490 \times 1.764 \times 0.4 \times 1 = -0.346 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{2k} = q_b c_e c_p c_d = -0.490 \times 1.911 \times 0.4 \times 1 = -0.375 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{1d} = \gamma_q p_{1k} = -1.5 \times 0.346 = -0.519 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{2d} = \gamma_q p_{2k} = -1.5 \times 0.375 = -0.562 \text{ kN/m}^2$$

La Figura 1 mostra l'andamento lungo l'altezza della pressione e della depressione del vento rispettivamente sulle pareti sopravvento e sottovento.

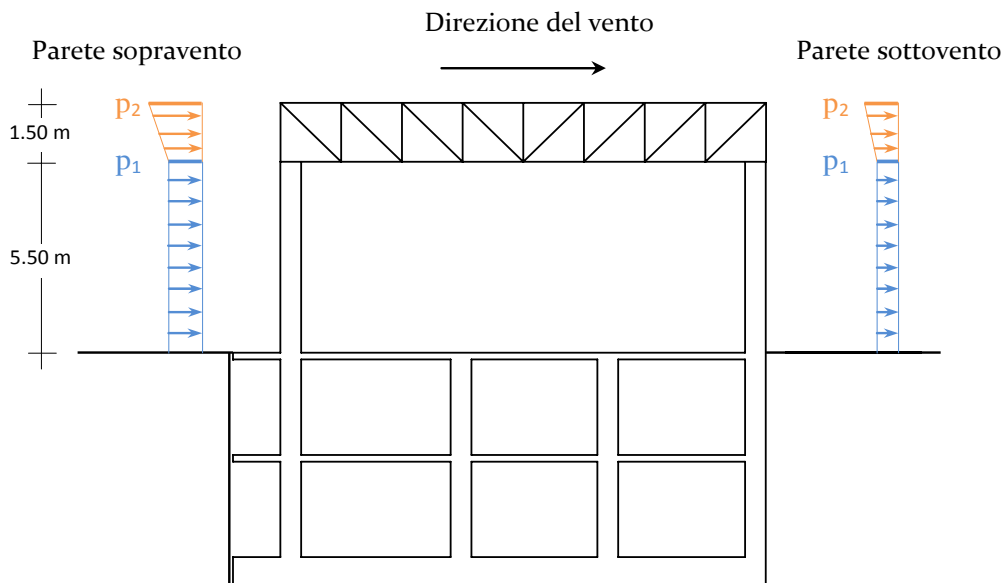


Figura 1. Pressione e depressione dovute al vento sulle pareti.

7. Travi

Per il dimensionamento delle sezioni delle travi si veda il Capitolo 3.

Nel valutare il peso proprio delle travi che portano i solai si è sottratto il peso della porzione di solaio occupato dalla trave.

La necessità di questa detrazione nasce dal fatto che nel valutare il carico agente sulle travi si misura la luce del solaio dall'asse delle travi; non effettuare la detrazione porterebbe a tenere conto due volte del peso di una piccola parte del solaio. Si tratta comunque di una scelta di precisione, ma non sostanziale. Sarebbe stato quindi accettabile anche considerare la sezione della trave senza detrazione.

Peso proprio di un metro di trave con sezione 30×50 che porta il solaio (valore caratteristico):

peso trave	$0.30 \times 0.50 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	3.75 kN/m
peso solaio (a detrarre)	$0.30 \times 1 \text{ m}^2 \times 3.21 \text{ kN/m}^2$	=	<u>-0.96 kN/m</u>
TOTALE		=	2.79 kN/m

valore caratteristico	g_k	=	2.79 kN/m
valore di progetto	2.79×1.3	g_d	= 3.63 kN/m

Peso proprio di un metro di trave di collegamento con sezione 30×50 (valore caratteristico):

valore caratteristico		g_k	=	3.75 kN/m
valore di progetto	3.75×1.3	g_d	=	4.89 kN/m

Qualora fosse necessario variare le dimensioni inizialmente previste per le travi in sede di progetto si dovrebbe, a rigore, tornare indietro nel calcolo e modificare i valori dei carichi unitari. Ciò di norma non avviene in quanto le differenze sarebbero minime.

8. Pilastri

Il peso proprio dei pilastri è stato stimato ipotizzando, per tutti i pilastri, una sezione 30×50. Si è tenuto conto dell'altezza dei pilastri al netto delle travi pari a 5.0 m per i pilastri del piano terra e di 2.5 m per quelli dei piani seminterrati. La validità della sezione ipotizzata sarà verificata dopo il dimensionamento (vedi Capitolo 4).

Pilastri del piano terra:

valore caratteristico	$0.30 \times 0.50 \times 5.0 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	G_k	=	18.75 kN
valore di progetto	18.75×1.3	G_d	=	24.38 kN

Pilastri dei piani seminterrati:

valore caratteristico	$0.30 \times 0.50 \times 2.5 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	G_k	=	9.38 kN
valore di progetto	11.25×1.3	G_d	=	12.19 kN

Qualora fosse necessario variare le dimensioni inizialmente previste per i pilastri in sede di progetto si dovrebbe, a rigore, tornare indietro nel calcolo e modificare i valori dei carichi. Ciò di norma non avviene in quanto le differenze sarebbero minime.

9. Copertura

La copertura trasferisce i carichi da essa portati alla struttura in c.a. sotto forma di forze concentrate verticali applicate alle sezioni di sommità dei pilastri fuori terra. Tali forze sono somma di diverse aliquote (carico permanente, carico di manutenzione, neve e vento). Non si riporta il calcolo esplicito di tali forze ma solo i valori finali delle diverse aliquote di carico.

Totale carichi permanenti

valore caratteristico	G_k	=	7.0 kN
valore di progetto	G_d	=	9.1 kN

Carichi variabili

Carico di manutenzione

valore caratteristico	Q_k	=	34.9 kN
valore di progetto	Q_d	=	52.4 kN

Neve

valore caratteristico	Q_k	=	60.0 kN
valore di progetto	Q_d	=	90.0 kN

Vento (il valore negativo indica che è verso l'alto)

valore caratteristico	Q_k	=	-25.8 kN
valore di progetto	Q_d	=	-38.7 kN

10. Riepilogo dei valori caratteristici e di progetto dei carichi

Nel seguito vengono riepilogati i valori caratteristici ed i valori di progetto dei carichi.

Solaio deposito libri (incluso sbalzo):

$$\begin{array}{ll} g_k = 4.51 \text{ kN/m}^2 & g_d = 5.86 \text{ kN/m}^2 \\ q_k = 6.00 \text{ kN/m}^2 & q_d = 9.00 \text{ kN/m}^2 \end{array}$$

Solaio sala lettura:

$$\begin{array}{ll} g_k = 4.51 \text{ kN/m}^2 & g_d = 5.86 \text{ kN/m}^2 \\ q_k = 4.00 \text{ kN/m}^2 & q_d = 6.00 \text{ kN/m}^2 \end{array}$$

Sbalzo esterno alla sala lettura (marciapiede):

$$\begin{array}{ll} g_k = 4.00 \text{ kN/m}^2 & g_d = 5.20 \text{ kN/m}^2 \\ q_k = 4.00 \text{ kN/m}^2 & q_d = 6.00 \text{ kN/m}^2 \end{array}$$

Tamponature:

$$\begin{array}{ll} \text{Piano terra} & g_k = 10.00 \text{ kN/m} & g_d = 13.00 \text{ kN/m} \\ \text{Piano interrato} & g_k = 5.00 \text{ kN/m} & g_d = 6.50 \text{ kN/m} \end{array}$$

Azione del vento sulle pareti:

$$\begin{array}{lll} \text{parete sopravento} & p_{1k} = 0.691 \text{ kN/m}^2 & p_{1d} = 1.037 \text{ kN/m}^2 \\ & p_{2k} = 0.750 \text{ kN/m}^2 & p_{2d} = 1.125 \text{ kN/m}^2 \\ \text{parete sottovento} & p_{1k} = -0.346 \text{ kN/m}^2 & p_{1d} = -0.519 \text{ kN/m}^2 \\ & p_{2k} = -0.375 \text{ kN/m}^2 & p_{2d} = -0.562 \text{ kN/m}^2 \end{array}$$

Travi:

$$\begin{array}{ll} \text{che portano i solai} & g_k = 2.79 \text{ kN/m} & g_d = 3.63 \text{ kN/m} \\ \text{di collegamento} & g_k = 3.75 \text{ kN/m} & g_d = 4.89 \text{ kN/m} \end{array}$$

Pilastrini:

$$\begin{array}{ll} \text{Piano terra} & G_k = 18.75 \text{ kN/m} & G_d = 24.38 \text{ kN/m} \\ \text{Piano interrato} & G_k = 9.38 \text{ kN/m} & G_d = 12.19 \text{ kN/m} \end{array}$$

Copertura:

$$\begin{array}{ll} \text{Carico permanente} & G_k = 7.0 \text{ kN} & G_d = 9.1 \text{ kN} \\ \text{Carico manutenzione} & Q_k = 34.9 \text{ kN} & Q_d = 52.4 \text{ kN} \\ \text{Neve} & Q_k = 60.0 \text{ kN} & Q_d = 90.0 \text{ kN} \\ \text{Vento} & Q_k = -25.8 \text{ kN} & Q_d = -38.7 \text{ kN} \end{array}$$

Capitolo 2 - Solaio

1. Dimensionamento della sezione

Il solaio dell'edificio è realizzato in cemento armato gettato in opera e laterizi con tre travetti per metro. Si assume che il solaio possa essere inquadrato nella classe di esposizione XC1 (interni di edifici con umidità relativa bassa) e nella classe strutturale S2 determinata riducendo la classe S4 di due unità in accordo alle indicazioni dell'Eurocodice 2 (prospetto 4.3N), in quanto il solaio è un elemento di forma simile ad una soletta ed il calcestruzzo utilizzato è di classe C30/37. In queste condizioni, le armature devono essere messe in opera in modo da assicurare un ricoprimento di spessore 1.9 cm, pari al ricoprimento minimo richiesto dall'Eurocodice 2 di 1.4 cm (valore maggiore tra il diametro delle armature longitudinale e quello dedotto dal prospetto 4.4N) più lo scostamento dovuto a possibili errori di esecuzione fissato in 0.5 cm dall'appendice nazionale per l'applicazione dell'Eurocodice 2 in Italia quando "l'esecuzione è sottoposta ad un sistema di assicurazione della qualità nel quale sia inclusa la misurazione del ricoprimento" (armature messe in opera mediante distanziatori). Nell'ipotesi di realizzare l'armatura con barre da 14 mm il copriferro (distanza del baricentro delle armature dal bordo della sezione) deve essere pari a 2.6 cm e verrà approssimato a 2.5 cm nei calcoli statici.

L'uso di tre travetti e tre file di laterizi per metro è molto diffuso in Sicilia, ma quasi ignorato nelle altre regioni d'Italia, nelle quali si preferisce utilizzare due travetti per metro. Nel caso di solai con travetti precompressi si utilizzano anche in Sicilia due travetti per metro. Nello svolgimento del progetto lo studente, se non riceve indicazioni specifiche dal docente, è libero di utilizzare la tipologia che preferisce (due oppure tre travetti a metro).

Le indicazioni fornite dall'Eurocodice 2 (punto 7.4.2) con l'obiettivo di mantenere limitate le inflessioni in esercizio possono essere utili per la scelta dello spessore del solaio. In particolare, l'Eurocodice 2 stabilisce che le inflessioni di elementi in cemento armato saranno accettabili se il rapporto luce/altezza utile (L/d) è non superiore a valori massimi fissati in funzione del sistema strutturale. Nel caso di calcestruzzo poco sollecitato con $f_{ck}=30$ MPa ed acciaio con $f_{yk}=500$ MPa, i valori massimi del rapporto L/d stabiliti sono pari a 30 e 26 rispettivamente per campate intermedie e terminali di travi continue e pari ad 8 nel caso di mensole (prospetto 7.4N). Per acciai con tensione di snervamento f_{yk} inferiore tali valori devono essere amplificati moltiplicandoli per il rapporto $500/f_{yk}$. Poiché per l'acciaio utilizzato $f_{yk}=450$ MPa i valori massimi del rapporto L/d possono essere assunti pari a 33 e 29 rispettivamente per campate intermedie e terminali di travi continue e pari a 9 nel caso di mensole. Il D.M. 9/01/1996 prescriveva nel caso di solaio vincolato in semplice appoggio monodirezionale un rapporto tra luce di calcolo del solaio e spessore dello stesso non superiore a 25. Tale prescrizione che è più condizionante di quelle stipulate dall'Eurocodice 2, anche se non è vincolante, è stata prudenzialmente considerata per il dimensionamento del solaio. In definitiva il dimensionamento del solaio è stato effettuato imponendo:

$$h_s \geq \frac{L_s}{25} \quad (5)$$

mentre per lo sbalzo si è imposto

$$d_{sb} \geq \frac{L_{sb}}{9} \quad (6)$$

Poiché la luce massima del solaio è pari a 6.70 m (L_3) lo spessore del solaio h_s deve essere almeno pari a 26.8 cm. La luce dello sbalzo è pari a 1.80 m (L_2), la sua altezza utile deve essere almeno pari a 20.0 cm ed essendo il copriferro pari a 2.5 cm il suo spessore deve essere non inferiore a 22.5 cm. Si è quindi deciso di assegnare al solaio uno spessore di 27 cm. Lo spessore dello sbalzo sarà di 27 cm anche nel piano interrato (deposito libri) e di 23 cm al piano terra (marciapiede esterno alla sala lettura). La differenza di 4 cm tra lo spessore dello sbalzo del piano terra e quello del solaio è tale da impedire l'infiltrazione dell'acqua all'interno dell'edificio.

Attenzione: nello scegliere lo spessore del solaio si deve tenere conto anche delle eventuali travi a spessore esistenti nell'edificio, assegnando ad esso un valore compreso tra 1/20 e 1/25 della luce massima delle campate a spessore, che in questo caso non sono presenti.

Solaio e sbalzo saranno realizzati secondo gli schemi mostrati in Figura 2 con:

- pignatte di alleggerimento aventi lunghezza pari a 40 cm, larghezza pari a 33 cm (incluse le alette inferiori) e altezza di 22 cm per il solaio e di 18 cm solo per lo sbalzo del piano terra;
- travetti di larghezza 8 cm;
- soletta di spessore 5 cm.

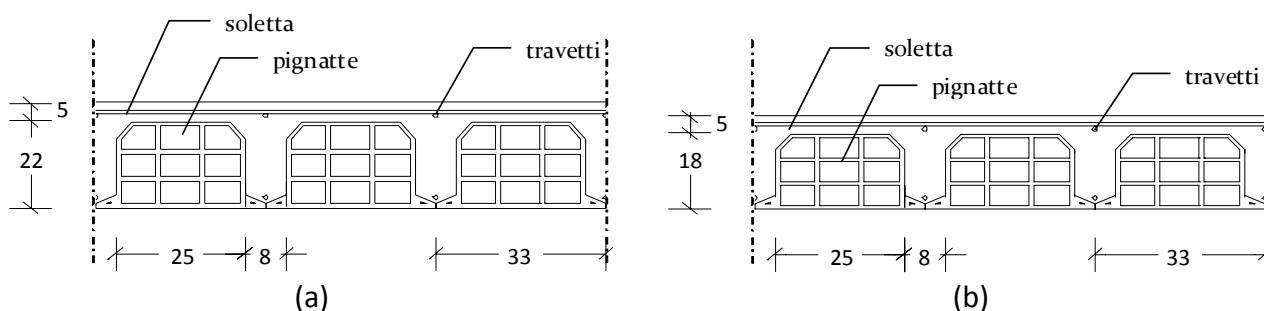


Figura 2. Sezione trasversale del solaio (a) e dello sbalzo a piano terra (b).

2. Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione

Lo schema geometrico utilizzato per valutare il comportamento del solaio è quello di trave continua su più appoggi. Il progetto del solaio viene effettuato utilizzando le caratteristiche della sollecitazione più gravose prodotte da tutte le possibili combinazioni di carico ottenute disponendo in vari modi i carichi variabili. Si considerano per il solaio anche altri due schemi limite, di incastro perfetto e di semplice appoggio.

La scelta dello schema geometrico deriva da considerazioni sulla relazione tra il solaio e le travi su cui esso scarica. In generale, la rigidità flessionale di una trave è molto maggiore di quella di un solaio, mentre la sua rigidità torsionale è modesta. Per questo motivo la trave può essere schematizzata come un appoggio (vincolo che impedisce abbassamenti ma consente rotazioni). Lo schema limite di incastro (perfetto o cedevole) deriva dal fatto che in realtà la trave ha comunque una qualche rigidità torsionale, che anzi non è trascurabile in prossimità degli estremi della trave (dove essa è collegata a pilastri). Lo schema limite di singole campate semplicemente appoggiate non ha una chiara motivazione fisica, a meno che non si voglia pensare a interventi erronei che portino al taglio dell'armatura superiore agli appoggi; in realtà esso serve a garantire comunque un adeguato minimo di armatura inferiore in campata.

Il procedimento utilizzato per l'analisi della struttura è il *metodo delle forze*, che consiste nel sostituire i vincoli sovrabbondanti con le rispettive reazioni vincolari, assunte così come incognite iperstatiche. Secondo questo approccio la struttura iperstatica viene analizzata sconnettendo (alla rotazione) la trave continua in ogni appoggio interno ed assumendo come incognite i mo-

menti trasmessi prima della sconnessione. Si noti che i momenti negli appoggi di estremità sono noti e pari a $qL^2/2$ se la trave possiede dei tratti a sbalzo con carico uniforme q e luce L o a zero in caso contrario. Imponendo il rispetto delle condizioni di congruenza sugli appoggi si ottengono tante equazioni quanti sono i momenti incogniti. La generica equazione di congruenza, detta equazione dei 3 momenti (perché compaiono tre momenti incogniti), relativa al nodo i compreso tra l'asta $i-1$ e l'asta i può essere scritta nella seguente forma:

$$\beta^{i-1} M_{i-1} + (\alpha_2^{i-1} + \alpha_1^i) M_i + \beta^i M_{i+1} = \varphi_{1,q}^i - \varphi_{2,q}^{i-1} \quad (7)$$

dove in generale:

α è la rotazione provocata dal momento unitario sul nodo di applicazione ($\alpha = L/3 EI$);

β è la rotazione provocata dal momento unitario sul nodo opposto ($\beta = L/6 EI$);

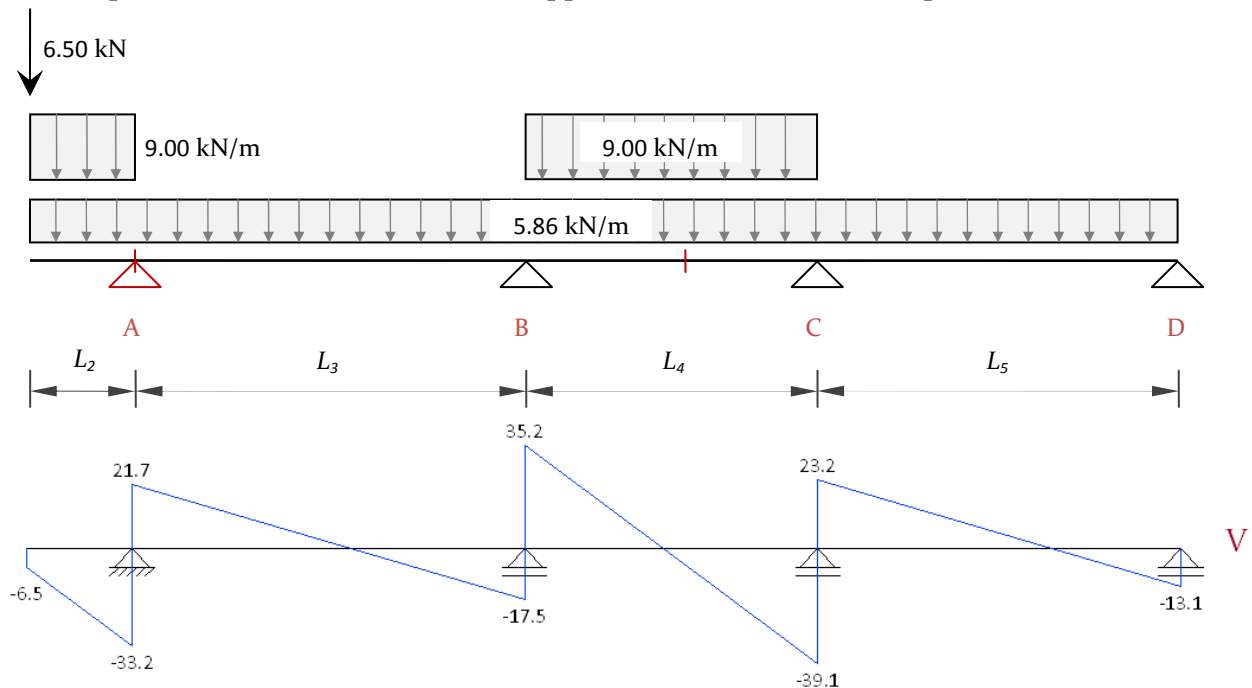
φ è la rotazione dovuta ai carichi ($\varphi = qL^3/24 EI$ nel caso la campata sia soggetta ad un carico uniformemente distribuito);

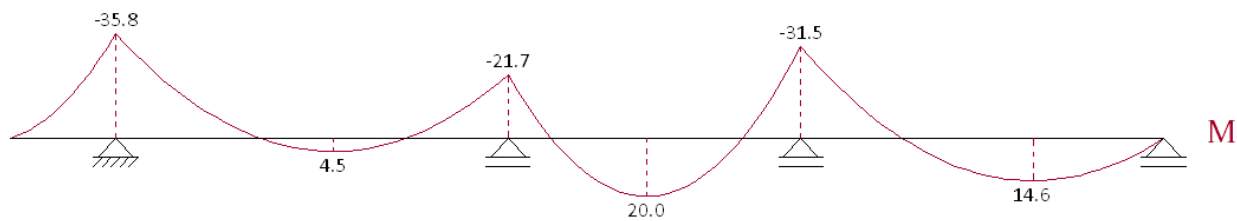
M è il momento dovuto ai carichi (incognito per gli appoggi intermedi e noto per quelli di estremità).

Una trave continua composta da n campate possiede $n-1$ appoggi interni ed è volte $n-1$ iperstatica. Nel nostro caso, la trave continua è due volte iperstatica poiché possiede tre campate. Determinati i momenti sugli appoggi è possibile determinare le reazioni vincolari e quindi le caratteristiche della sollecitazione di ogni tratto di trave imponendo il rispetto di condizioni (equazioni) di equilibrio. Di seguito si riporta la descrizione degli schemi di calcolo considerati ed i relativi diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione.

Prima combinazione di carico

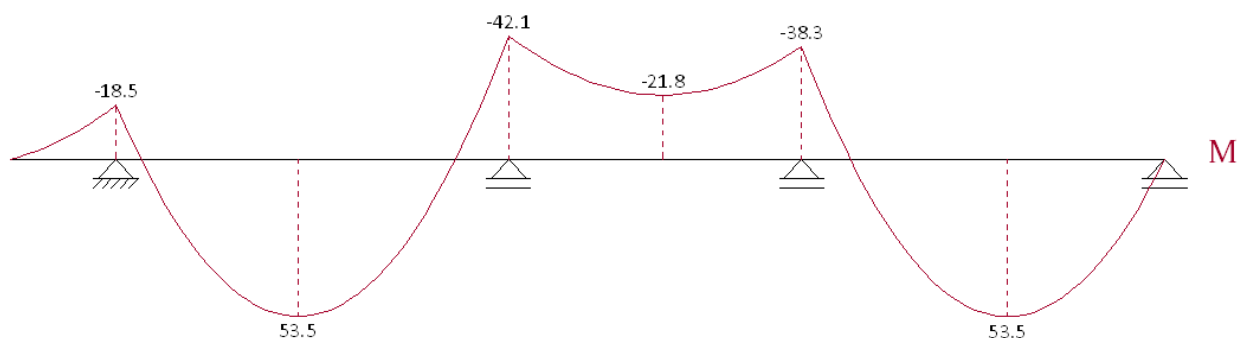
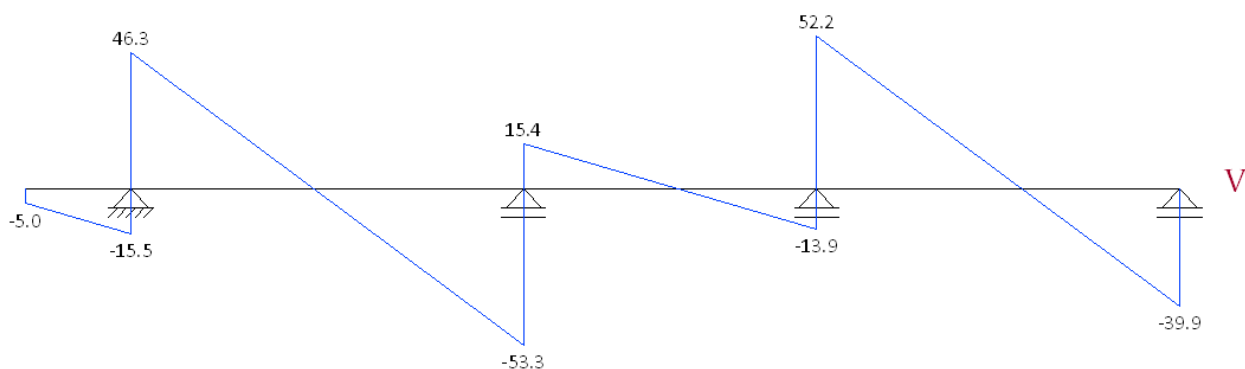
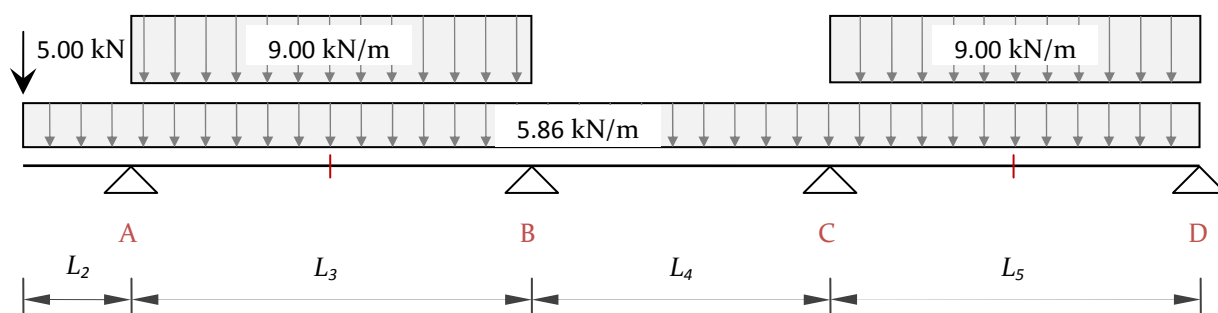
La prima combinazione di carico, che è ottenuta applicando il carico variabile sullo sbalzo e nella seconda campata, fornisce il massimo valore del momento sul primo appoggio e nella mezzeria della campata B-C. La forza concentrata rappresenta il carico della tamponatura.





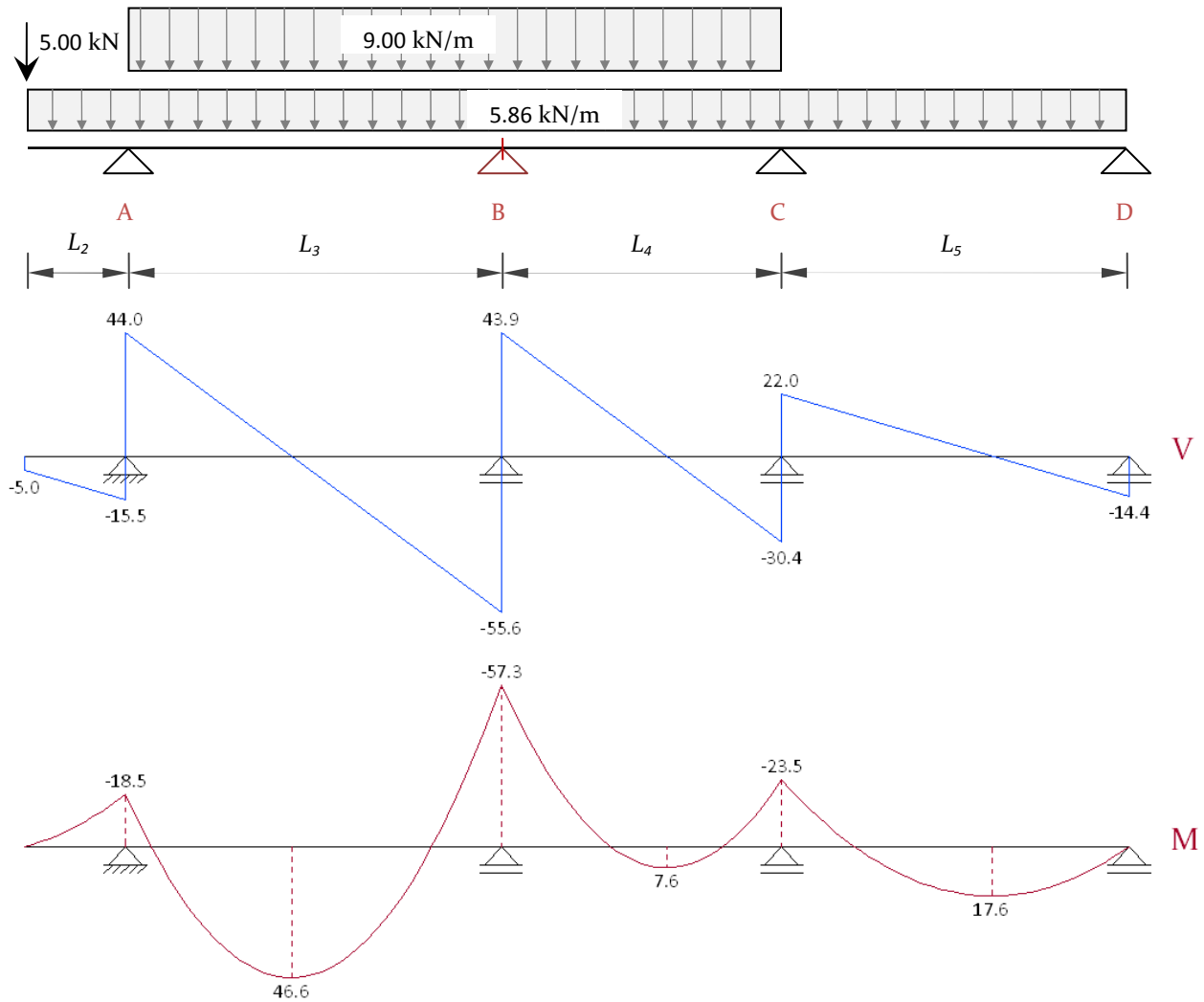
Seconda combinazione di carico

La seconda combinazione di carico, che è ottenuta applicando il carico variabile nella prima e nella terza campata, fornisce il massimo valore del momento nella mezzeria delle campate A-B e C-D.



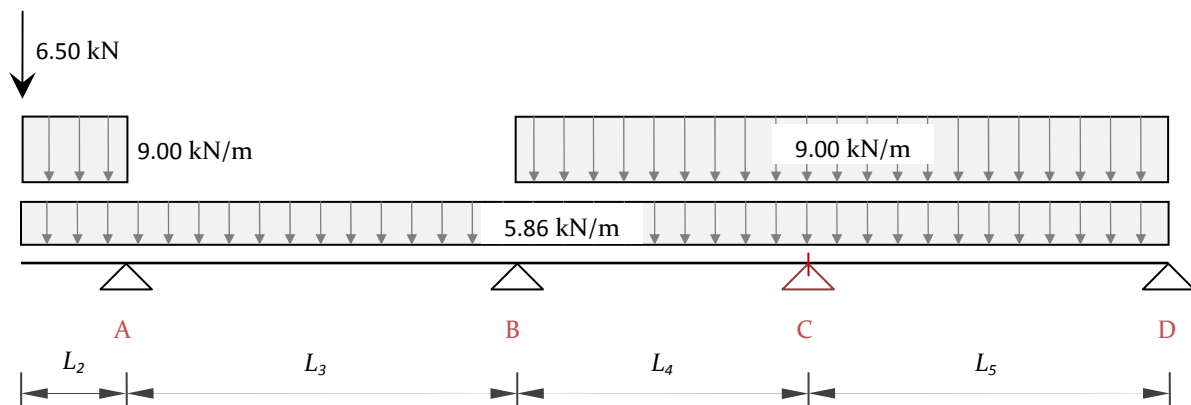
Terza combinazione di carico

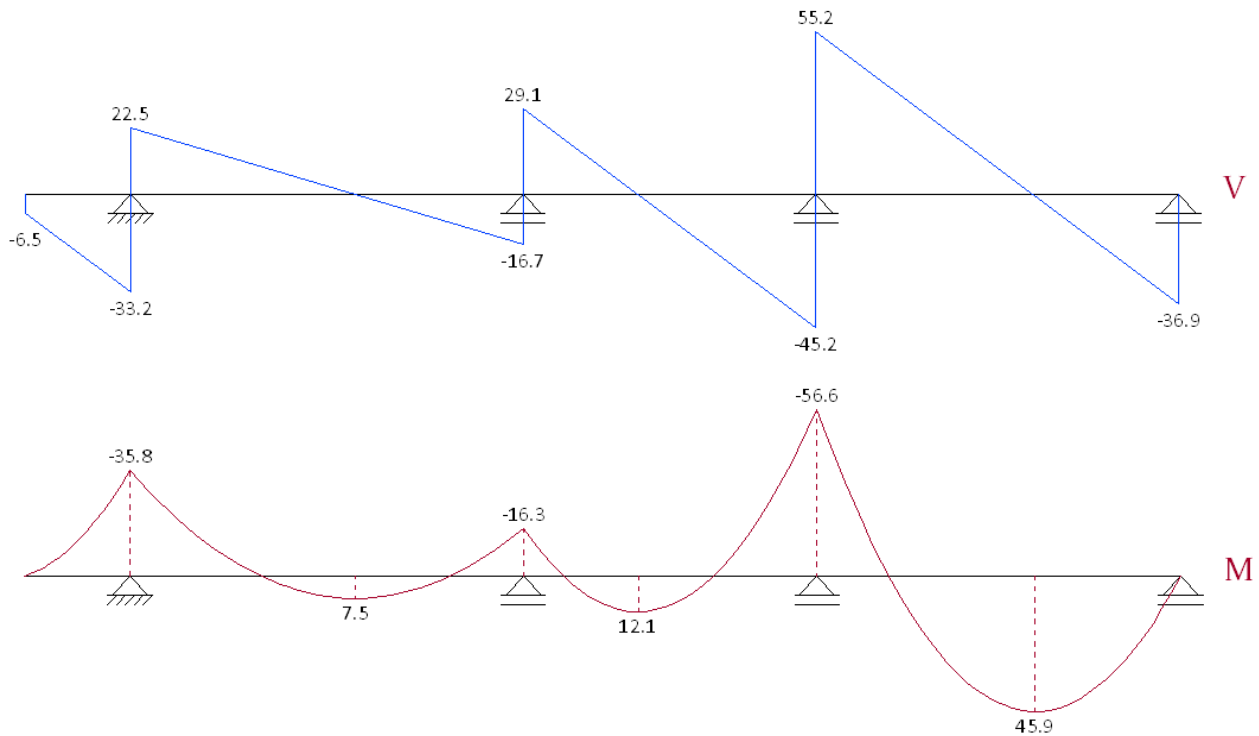
La terza combinazione di carico, che è ottenuta applicando il carico variabile nella prima e nella seconda campata, fornisce il massimo valore del momento sull'appoggio B.



Quarta combinazione di carico

La quarta combinazione di carico, che è ottenuta applicando il carico variabile nella seconda e nella terza campata, fornisce il massimo valore del momento nell'appoggio C.





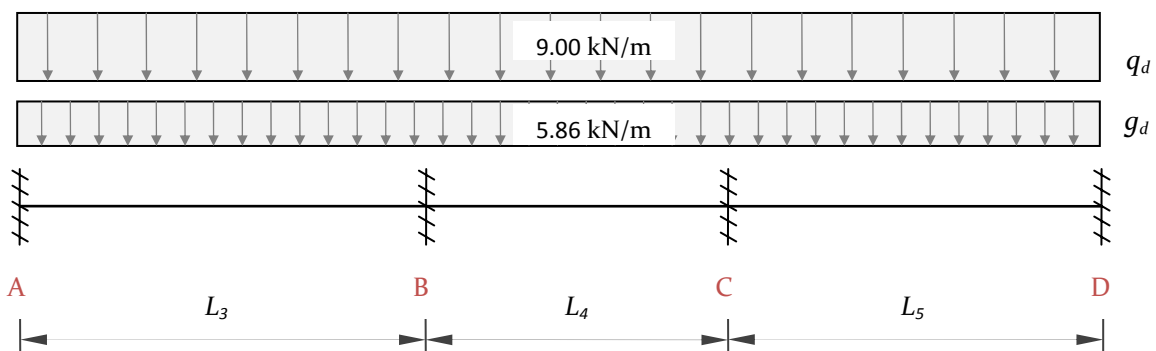
Primo schema limite

In questo schema di calcolo si è considerato ogni campata perfettamente incastrata agli estremi, per tenere conto della rigidezza torsionale delle travi. Il valore massimo del momento non è misurato in corrispondenza dell'asse della trave ma a filo trave: si è quindi considerato nel calcolo un valore della luce ridotto di 30 cm.

In alternativa si potrebbe considerare un comportamento di semincastro (ad esempio $qL^2/16$). Anche la scelta se usare luci nette o da asse ad asse è abbastanza soggettiva.

Si ottiene così:

- $M_A^d = M_B^s = qL^2/12 = 50.72 \text{ kNm}$
- $M_B^d = M_C^s = qL^2/12 = 16.95 \text{ kNm}$
- $M_C^d = M_D^s = qL^2/12 = 43.11 \text{ kNm}$



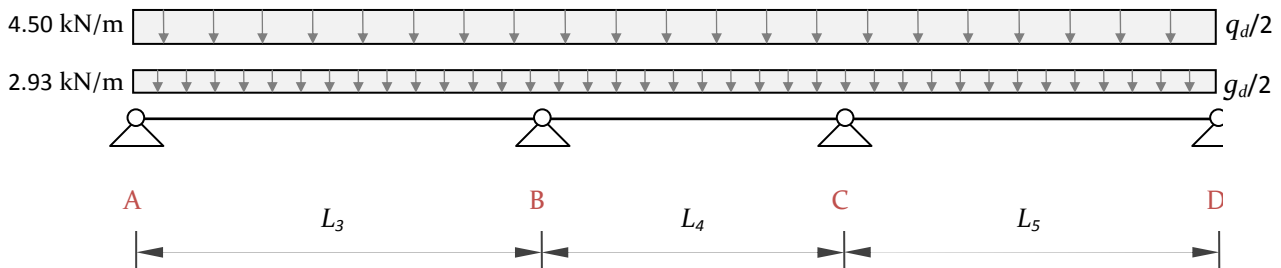
Secondo schema limite

Per tenere conto dell'incremento di momento positivo, che può essere causato da perdita o riduzione di continuità degli appoggi, e comunque per garantire un minimo di armatura inferiore in tutte le campate si è considerato un valore del momento positivo:

$$M_i = \frac{q/2 L_i^2}{8} = \frac{q L_i^2}{16}$$

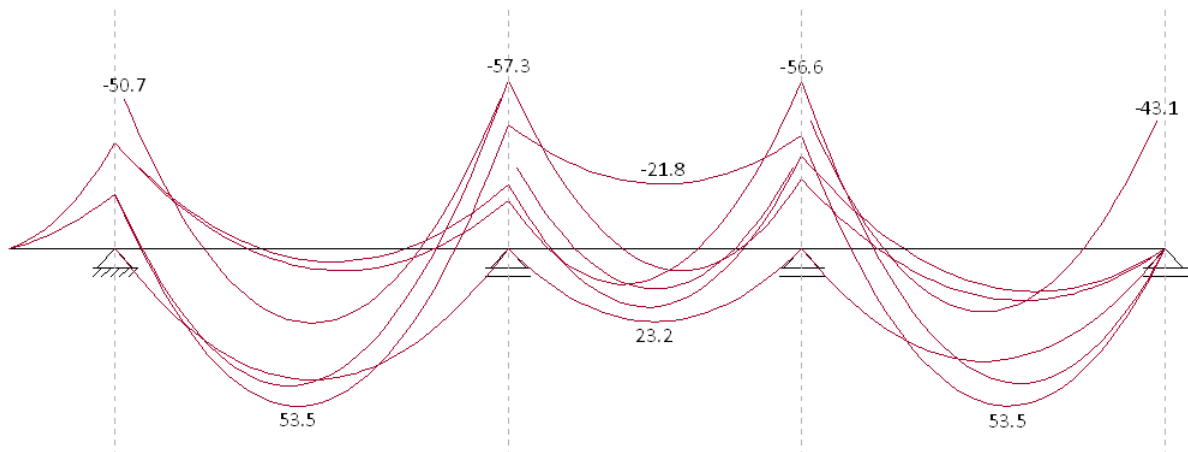
corrispondente ad uno schema limite di singola campata semplicemente appoggiata con carico dimezzato. Si ottiene così:

- campata A-B: 41.69 kNm
- campata B-C: 23.22 kNm
- campata C-D: 35.70 kNm



Inviluppo dei diagrammi dei momenti

L'inviluppo dei diagrammi dei momenti flettenti ottenuti risolvendo gli schemi descritti nei precedenti paragrafi è riportato di seguito. Sullo stesso sono riportati anche i valori massimi del momento flettente ottenuti.



3. Calcolo delle armature

Le armature necessarie sono state determinate per le sezioni sugli appoggi e per quelle di mezzera delle campate. La disposizione delle armature lungo il solaio è definita in maniera da coprire l'inviluppo dei diagrammi dei momenti flettenti con il diagramma dei momenti resistenti ed è stata illustrata nella tavola allegata. Le armature del solaio possono essere realizzate con *barre dritte* o *sagomate*. Nel seguito si è fatto uso di un'armatura a barre dritte che oggi è la più diffusa.

La scelta di usare barre dritte o sagomate è legata ad una ottimizzazione di costi e tempi di esecuzione. Usando ferri sagomati si può avere un risparmio di armatura e si può sfruttare il contributo di tali barre alla resistenza a taglio; usando barre dritte si ha invece un risparmio di tempi di esecuzione e quindi di mano d'opera.

L'area delle armature da disporre, allo stato limite ultimo, è fornita dalla relazione:

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9 d f_{yd}} \quad (8)$$

dove:

M_{Ed} è il momento flettente per il quale si deve determinare l'armatura;

d è l'altezza utile del solaio, per cui $d = h - c = 27 \text{ cm} - 2.5 \text{ cm} = 24.5 \text{ cm}$ nelle campate;

f_{yd} è il valore di progetto della tensione di snervamento dell'acciaio (391.3 N/mm² per B450C).

Nella tabella 1 sono riportati i valori dei momenti flettenti massimi, delle armature necessarie, per metro di solaio e per travetto, e delle armature effettivamente disposte. L'area da disporre nel singolo travetto è ottenuta dividendo l'area necessaria al metro per il numero di travetti (in questo caso tre).

Tabella 1. Progetto delle armature del solaio.

Campata	Momento (kNm)	Altezza utile (cm)	A_s necessaria per metro (cm ²)	A_s necessaria per travetto (cm ²)	Barre disposte per travetto	A_s disposta per travetto (cm ²)
A-B	53.5	24.5	6.20	2.07	1Ø10+1Ø14	2.33
B-C	23.2	24.5	2.69	0.90	2Ø10	1.58
C-D	53.5	24.5	6.20	2.07	1Ø10+1Ø14	2.33
Appoggio	Momento (kNm)	Altezza utile (cm)	A_s necessaria per metro (cm ²)	A_s necessaria per travetto (cm ²)	Barre disposte per travetto	A_s disposta per travetto (cm ²)
A	-50.7	24.5	5.88	1.96	1Ø10+1Ø14	2.33
B	-57.3	24.5	6.64	2.21	3Ø10	2.37
C	-56.6	24.5	6.56	2.19	3Ø10	2.37
D	-43.1	24.5	5.00	1.67	2Ø10	1.58

La quantità di armatura disposta nell'appoggio D è leggermente inferiore di quella richiesta. Ciò è accettabile in quanto il momento di progetto di questa sezione (-43.1 kNm) si ottiene dallo schema limite con campate perfettamente incastrate che difficilmente si realizza per la sezione C. Per questa sezione è più verosimile considerare un incastro parziale e dunque un momento flettente inferiore a quello indicato in tabella.

4. Calcolo del momento resistente

Dopo avere progettato le armature si è valutato il momento resistente dell'acciaio e quello del calcestruzzo. Imponendo che i diagrammi dei momenti resistenti dell'acciaio e del calcestruzzo ricoprano l'involuppo dei diagrammi del momento sollecitante si determinano, rispettivamente, la distribuzione dell'armatura lungo il solaio e l'ampiezza delle fasce semipiene (se richieste).

Acciaio

Il momento resistente di una fascia larga 1 metro di solaio si ottiene moltiplicando quello di un di travetto, pari a:

$$M_{Rs} \geq 0.9 d f_{yd} A_s \quad (9)$$

per il numero di travetti a metro (tre nel nostro caso). Si ottiene così:

- per 1Ø10, con $A_s = 0.79 \text{ cm}^2$, $M_{Rs} = 6.80 \text{ kNm}$ a travetto, $M_{Rs} = 20.41 \text{ kNm}$ a metro
- per 1Ø14, con $A_s = 1.54 \text{ cm}^2$, $M_{Rs} = 13.27 \text{ kNm}$ a travetto $M_{Rs} = 39.81 \text{ kNm}$ a metro

La tabella 2 mostra che in tutte le sezioni il momento resistente dell'acciaio è maggiore di quello sollecitante a riprova della correttezza del dimensionamento delle armature.

Tabella 2. Verifica del momento resistente calcestruzzo.

Campata	Momento (kNm)	Altezza utile (cm)	Barre disposte per travetto	Momento resistente a metro (kNm)
A-B	53.5	24.5	1Ø10+1Ø14	60.22
B-C	23.2	24.5	2Ø10	40.82
C-D	53.5	24.5	1Ø10+1Ø14	60.22
Appoggio	Momento (kNm)	Altezza utile (cm)	Barre disposte per travetto	Momento resistente a metro (kNm)
A	-50.7	24.5	1Ø10+1Ø14	60.22
B	-57.3	24.5	3Ø10	61.23
C	-56.6	24.5	3Ø10	61.23
D	-43.1	24.5	2Ø10	40.82

Calcestruzzo

Il momento resistente del calcestruzzo si determina invertendo la formula di progetto:

$$M_{Rc} = \frac{d^2}{r^2} b \quad (10)$$

Nel determinare il valore di M_{Rc} si è assunto $r' = 0.018$ supponendo sempre presente una modesta armatura nella parte compressa. Poiché nella tipologia prescelta vi sono tre travetti da 8 cm ogni metro, la larghezza b della sezione risulta 24 cm per fascia alleggerita, 62 cm per fascia semipiena e 100 cm per fascia piena. Si ha così:

- fascia alleggerita $M_{Rc} = (0.245/0.018)^2 \times 0.24 = 44.5$ kNm
- fascia semipiena $M_{Rc} = (0.245/0.018)^2 \times 0.62 = 114.9$ kNm
- fascia piena $M_{Rc} = (0.245/0.018)^2 \times 1.00 = 185.3$ kNm

Si nota che il momento flettente negativo misurato sugli appoggi è spesso maggiore di quello resistente della fascia alleggerita. Ciò indica che potrebbero essere necessarie delle fasce semipiene in prossimità degli appoggi la cui ampiezza, indicata sulla tavola, si ottiene graficamente imponendo che il diagramma del momento resistente del calcestruzzo copra l'involuppo dei diagrammi dei momenti flettenti.

5. Verifiche di resistenza

La verifica a flessione consente di avere una conferma della correttezza delle scelte progettuali (altezza del solaio, fasce semipiene e piene, armatura dei travetti).

Le formule di progetto a flessione e le espressioni utilizzate per la determinazione del momento resistente di acciaio e calcestruzzo sono molto affidabili e quindi, a rigore, non sarebbe necessario effettuare una verifica della sezione a flessione. La verifica a flessione di due sezioni, però, è esplicitamente richiesta dal docente.

La verifica a taglio è invece sempre necessaria e spesso richiede di aumentare l'estensione delle fasce semipiene determinata imponendo che il momento resistente del calcestruzzo sia ovunque superiore al momento sollecitante.

Verifica a flessione retta

Per la verifica allo S.L.U. della sezione si valuta il momento resistente M_{Rd} di una fascia di solaio larga un metro che deve essere non inferiore a quello sollecitante M_{Ed} . Le verifiche a flessione sono state effettuate nella sezione dell'appoggio B, dove si ha il massimo momento flet-

tente negativo ($M_B = -57.3$ kNm), e nella sezione di mezzeria della campata AB dove invece si registra il massimo momento positivo ($M_{A-B} = 53.5$ kNm).

Per poter calcolare il momento resistente di una sezione in c.a., bisogna prima determinare la posizione dell'asse neutro rispetto al bordo compresso x . Per una sezione rettangolare a doppia armatura, quando l'armatura compressa è snervata:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) f_{yd}}{\beta b f_{cd}} \quad (11)$$

dove A_s ed A'_s sono le armature tesa e compressa, b è la larghezza della sezione, β è il fattore di riempimento (pari a 0.810 per sezioni rettangolari), mentre f_{yd} ed f_{cd} sono i valori di progetto della resistenza di acciaio e calcestruzzo. Si ricorda, inoltre, che l'armatura compressa è snervata solo se:

$$x \geq \frac{|\varepsilon_{cu}|}{|\varepsilon_{cu}| - \varepsilon_{yd}} c \quad (12)$$

dove c è il copriferro, ε_{cu} è la deformazione ultima del calcestruzzo ed ε_{yd} è la deformazione di snervamento dell'acciaio. Quando l'armatura è realizzata con acciaio B450C la condizione espressa dall'equazione (12) diventa $x \geq 2.27 c$.

L'armatura compressa è snervata nella maggior parte dei casi, tuttavia potrebbe non esserlo nel caso di sezioni molto basse, o meglio con elevato rapporto $\gamma = c/d$ (esempio in travi a spessore), oppure con una notevole quantità di armatura in compressione. In tal caso la posizione dell'asse neutro è:

$$x = \frac{\omega}{2\beta} \left[(1 - u_1) + \sqrt{(1 - u_1)^2 + \frac{4\beta}{\omega} u_1 \frac{c}{d}} \right] d \quad (13)$$

dove ω è la percentuale meccanica di armatura che vale:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}} \quad (14)$$

mentre u_1 vale:

$$u_1 = \frac{|\varepsilon_{cu}|}{\varepsilon_{yd}} u \quad (15)$$

Determinato x si può così calcolare il momento resistente della sezione:

$$M_{Rd} = [A_s (d - k x) + s' A'_s (k x - c)] f_{yd} \quad (16)$$

dove k vale 0.416 per sezioni rettangolari mentre s' è il tasso di lavoro dell'armatura compressa pari a:

$$s' = \frac{-\sigma'_s}{f_{yd}} = \frac{x - c}{x} \frac{|\varepsilon_{cu}|}{\varepsilon_{yd}} \leq 1 \quad (17)$$

Verifica appoggio B

Di seguito si riporta il riepilogo dei dati desumibili dalla Figura 3 ed usati per la verifica.

$b = 24$ cm	$d = 24.5$ cm	$c = 2.5$ cm
$A_s = 3\emptyset 10 \times 3 = 7.08$ cm ²	$A'_s = 1\emptyset 10 \times 3 = 2.37$ cm ²	$u = 0.33$
$M_{Ed} = -57.3$ kNm		

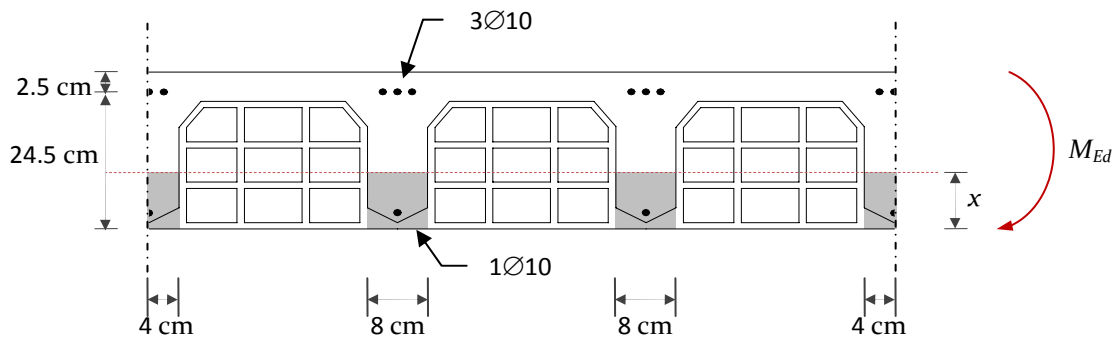


Figura 3. Sezione del solaio sull'appoggio B.

Supponendo che l'armatura compressa sia snervata, la posizione dell'asse neutro è:

$$x = \frac{(7.08 - 2.37) \times 391.3}{0.81 \times 24 \times 14.2} = 6.68 \text{ cm}$$

La profondità dell'asse neutro x è maggiore di $2.27c = 5.68 \text{ cm}$, l'armatura compressa pertanto è realmente snervata e si può procedere al calcolo del momento resistente:

$$M_{Rd} = [7.08 (24.5 - 0.416 \times 6.68) + 2.37 (0.416 \times 6.68 - 2.5)] 391.3 \times 10^{-3} = 60.43 \text{ kNm}$$

Poiché $M_{Ed} < M_{Rd}$ la sezione è verificata.

Verifica campata AB

Di seguito si riporta il riepilogo dei dati desumibili dalla Figura 4 usati per la verifica.

$$b = 100 \text{ cm} \qquad d = 24.5 \text{ cm} \qquad c = 2.5 \text{ cm}$$

$$A_s = (1\text{Ø}10 + 1\text{Ø}14) \times 3 = 6.99 \text{ cm}^2 \qquad A'_s = 0 \text{ cm}^2 \qquad u = 0$$

$$M_{Ed} = 53.5 \text{ kNm}$$

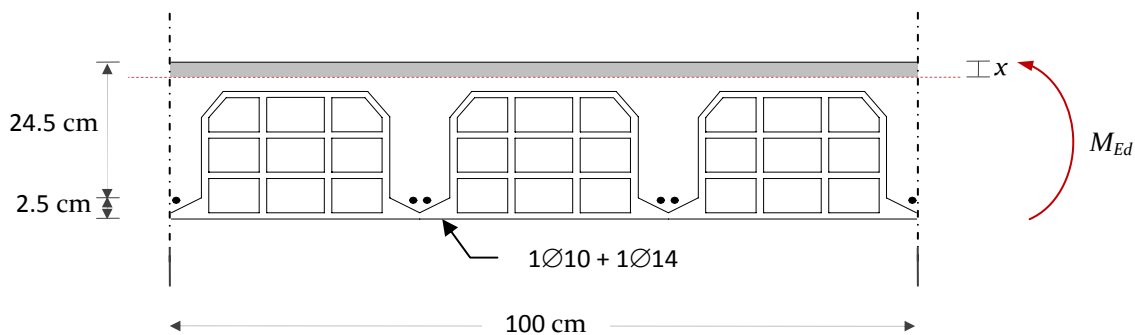


Figura 4. Sezione del solaio sulla mezzeria della campata AB.

In questo caso, poiché non vi è armatura compressa, la posizione dell'asse neutro è inequivocabilmente:

$$x = \frac{6.99 \times 391.3}{0.81 \times 100 \times 14.2} = 2.39 \text{ cm}$$

ed il momento resistente della sezione risulta:

$$M_{Rd} = 6.99 (24.5 - 0.416 \times 2.39) 391.3 \times 10^{-3} = 64.30 \text{ kNm}$$

Poiché $M_{Ed} < M_{Rd}$ la sezione è verificata.

Verifica a taglio

La verifica a taglio è soddisfatta se il taglio sollecitante V_{Ed} è inferiore di quello resistente V_{Rd} che, per elementi sprovvisti di armature resistenti al taglio ed in assenza di sforzo normale, come accade nel caso del solaio, è pari a:

$$V_{Rd} = \max \left\{ \frac{0.18 k \sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}}}{\gamma_c} b d \right. \quad (18)$$
$$\left. v_{\min} b d \right.$$

dove:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$
$$v_{\min} = 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}}$$
$$\rho_l = \frac{A_s}{b d} \leq 0.02$$

Il taglio resistente è stato calcolato considerando tre valori della larghezza b della sezione pari a 24 cm per fascia alleggerita, 62 cm per fascia semipiena e 100 cm per fascia piena. L'armatura tesa da considerare per il calcolo di ρ_l varia da sezione a sezione. Tuttavia, la verifica a taglio è importante nelle zone di estremità delle campate di solaio, dove il taglio sollecitante è elevato. Pertanto, a favore di sicurezza, si considera l'armatura tesa (superiore) minima disposta negli appoggi che è realizzata con 2Ø10 (appoggio D). Si riporta di seguito il calcolo del taglio resistente nei tre casi summenzionati.

Fascia alleggerita

$$b = 24 \text{ cm} \quad d = 24.5 \text{ cm} \quad A_s = 2\text{Ø}10 \times 3 = 4.74 \text{ cm}^2$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{24.5}} = 1.903$$

$$v_{\min} = 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}} = 0.035 \times \sqrt{1.903^3 \times 25} = 0.459 \text{ MPa}$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b d} = \frac{4.74}{24 \times 24.5} = 0.0081$$

$$v_{\min} b d = 0.459 \times 24 \times 24.5 \times 10^{-1} = 27.0 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = \frac{0.18 k \sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}}}{\gamma_c} b d =$$
$$= \frac{0.18 \times 1.903 \times \sqrt[3]{100 \times 0.0081 \times 25}}{1.5} \times 24 \times 24.5 \times 10^{-1} = 36.6 \text{ kN} > v_{\min} b d$$

Fascia semipiena

$$b = 62 \text{ cm} \quad d = 24.5 \text{ cm} \quad A_s = 2\text{Ø}10 \times 3 = 4.74 \text{ cm}^2$$

$$k = 1.903$$

$$v_{\min} = 0.459 \text{ MPa}$$

$$\rho_l = \frac{4.74}{62 \times 24.5} = 0.0031$$

$$v_{\min} b d = 0.459 \times 62 \times 24.5 \times 10^{-1} = 69.7 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = \frac{0.18 \times 1.903 \times \sqrt[3]{100 \times 0.0031 \times 25}}{1.5} \times 62 \times 24.5 \times 10^{-1} = 68.6 \text{ kN} < v_{\min} b d$$

Fascia piena

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$d = 24.5 \text{ cm}$$

$$A_s = 2\emptyset 10 \times 3 = 4.74 \text{ cm}^2$$

$$k = 1.903$$

$$v_{\min} = 0.459 \text{ MPa}$$

$$\rho_l = \frac{4.74}{100 \times 24.5} = 0.0019$$

$$v_{\min} b d = 0.459 \times 100 \times 24.5 \times 10^{-1} = 112.5 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = \frac{0.18 \times 1.903 \times \sqrt[3]{100 \times 0.0019 \times 25}}{1.5} \times 100 \times 24.5 \times 10^{-1} = 94.0 \text{ kN} < v_{\min} b d$$

Dunque il taglio resistente vale nei tre casi:

- fascia alleggerita $V_{Rd} = 36.6 \text{ kN}$
- fascia semipiena $V_{Rd} = 69.7 \text{ kN}$
- fascia piena $V_{Rd} = 112.5 \text{ kN}$

Il taglio massimo sugli appoggi, che vale $V_{Ed} = 46.3, 55.6, 55.2$ e 39.9 kN rispettivamente per gli appoggi A, B, C e D, è sempre maggiore di quello resistente della fascia alleggerita pari a $V_{Rd} = 36.6$ ed inferiore di quello resistente della fascia semipiena pari a $V_{Rd} = 69.7$. Pertanto sono necessarie delle fasce semipiene in prossimità degli appoggi la cui ampiezza, da indicare sulla tavola, si ottiene graficamente imponendo che il diagramma del taglio resistente copra l'involuppo dei diagrammi del taglio sollecitante.

Capitolo 3 - Trave

1. Analisi dei carichi

Il carico che agisce su una trave è somma di diverse aliquote: il carico trasmesso dal solaio, il peso proprio della trave ed altri eventuali carichi direttamente applicati alla trave (come quello di una tamponatura). Il carico trasmesso dal solaio è pari alla reazione dell'appoggio nello schema di trave continua utilizzato per il calcolo del solaio. In assenza di continuità ogni campata trasmetterebbe un taglio pari a $qL/2$, dove q ed L sono rispettivamente il carico per unità di superficie e la luce della campata di solaio. Per tenere conto della continuità tra le campate di solaio, questo valore è stato incrementato mediante un coefficiente α , detto *coefficiente di continuità*, diventando quindi $\alpha qL/2$. Lo sbalzo trasmette invece sempre un carico pari a qL .

In teoria il valore del coefficiente di continuità potrebbe essere calcolato con precisione a partire dai risultati della risoluzione dello schema di trave continua. Occorrerebbe però prendere in esame tutte le diverse combinazioni di carico analizzate per il solaio. In pratica, invece, si utilizzano valori approssimati, stimati "ad occhio" in base all'andamento del diagramma dei momenti flettenti del solaio. Si può utilizzare un valore distinto di α per ciascun estremo di trave (consiglio di usare un valore compreso tra un minimo pari a 1, quando il momento massimo sull'appoggio in esame è all'incirca uguale al momento all'altro estremo della campata, ed un massimo pari a 1.2, quando nell'altro estremo il momento è nullo). In alternativa è lecito utilizzare un valore unico per entrambe le campate che confluiscono nell'appoggio pari alla media dei due valori che si sarebbero considerati separatamente.

La trave da progettare (trave 2 del piano interrato) porta il peso proprio ed una striscia di solaio la cui ampiezza è indicata in Figura 5. Il peso proprio della trave è stato stimato assumendo una sezione 30x50 (vedi Capitolo 1, Paragrafo 6). I carichi permanenti e variabili sono stati determinati separatamente, in modo da poterli combinare nel modo più gravoso.

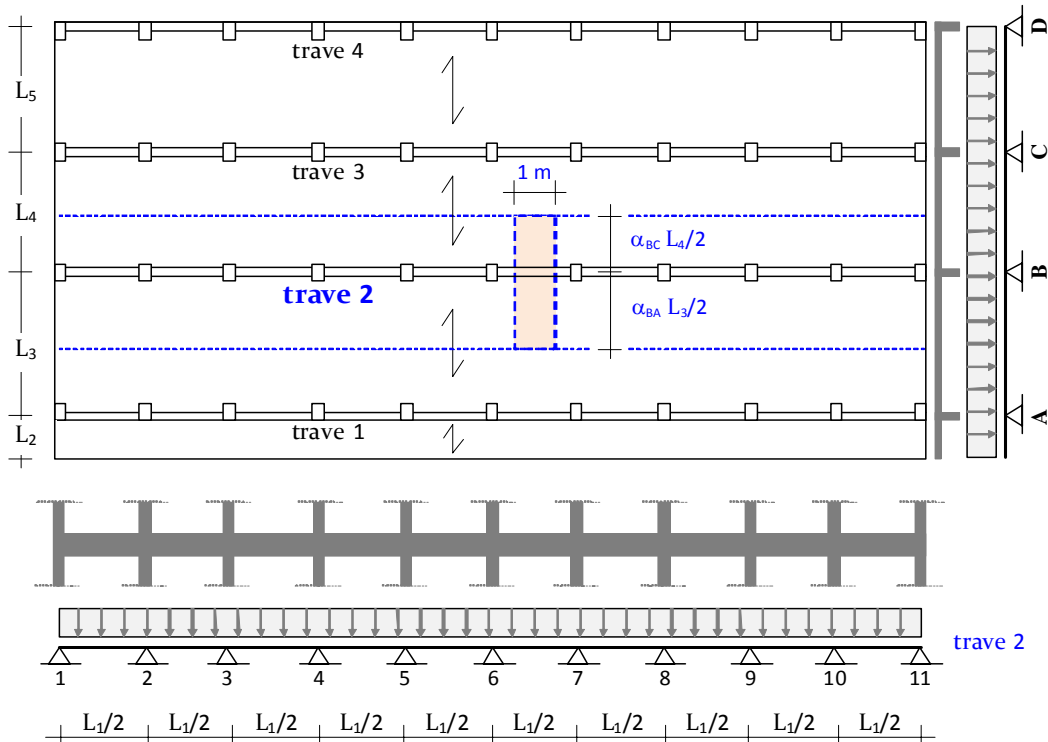


Figura 5. Valutazione del carico trasmesso dal solaio alla trave da progettare.

Il carico è stato determinato per tutte le travi. Il riepilogo delle singole voci di carico che competono alla travi ed i valori di progetto dei carichi permanente e variabile sono riportati di seguito. I valori dei carichi unitari (carico per unità di lunghezza della trave, carichi permanente e variabile per unità di superficie del solaio, carico della tamponatura) sono stati dedotti dal Capitolo 1, Paragrafo 6.

<u>Trave 1</u>			G_d	Q_d
Peso proprio trave			3.63 kN/m	
Tamponatura			6.50 kN/m	
Sbalzo		$L_2 = 1.80 \text{ m}$	10.55 kN/m	16.20 kN/m
Solaio campata (A-B)	$\alpha = 1$	$L_3/2 = 3.35 \text{ m}$	<u>19.63 kN/m</u>	<u>30.15 kN/m</u>
TOTALE			40.31 kN/m	46.35 kN/m

$$G_d + Q_d = 86.66 \text{ kN/m}$$

<u>Trave 2</u>			G_d	Q_d
Peso proprio trave			3.63 kN/m	
Solaio campata (B-A)	$\alpha = 1.10$	$L_3/2 = 3.35 \text{ m}$	21.59 kN/m	33.17 kN/m
Solaio campata (B-C)	$\alpha = 1$	$L_4/2 = 2.50 \text{ m}$	<u>14.65 kN/m</u>	<u>22.50 kN/m</u>
TOTALE			39.87 kN/m	55.67 kN/m

$$G_d + Q_d = 95.54 \text{ kN/m}$$

<u>Trave 3</u>			G_d	Q_d
Peso proprio trave			3.63 kN/m	
Solaio campata (C-B)	$\alpha = 1$	$L_4/2 = 2.50 \text{ m}$	14.65 kN/m	22.50 kN/m
Solaio campata (C-D)	$\alpha = 1.2$	$L_5/2 = 3.10 \text{ m}$	<u>21.80 kN/m</u>	<u>33.48 kN/m</u>
TOTALE			40.08 kN/m	55.98 kN/m

$$G_d + Q_d = 96.06 \text{ kN/m}$$

<u>Trave 4</u>			G_d	Q_d
Peso proprio trave			3.63 kN/m	
Tamponatura			6.50 kN/m	
Solaio campata (D-C)	$\alpha = 1$	$L_5/2 = 3.10 \text{ m}$	<u>18.20 kN/m</u>	<u>27.90 kN/m</u>
TOTALE			28.33 kN/m	27.90 kN/m

$$G_d + Q_d = 56.23 \text{ kN/m}$$

2. Dimensionamento della sezione della trave

È stata dimensionata la sezione trasversale della trave più caricata. Quindi, è stata adottata la stessa sezione trasversale per tutte le travi. La trave più caricata è la trave 3 ed il suo massimo momento negativo è stato stimato pari a

$$M = \frac{q L^2}{10} = \frac{96.06 \cdot 3.9^2}{10} = 146.1 \text{ kNm}$$

La formula usata per stimare il momento nell'appoggio di una trave continua (con campate della stessa sezione) è adeguato quando le due campate adiacenti hanno luci e carichi simili. In caso di forti differenze è meglio stimarlo come media tra il $qL^2/8$ della campata di estremità e il $qL^2/12$ della campata adiacente.

Quindi, ipotizzando un'armatura compressa pari al 25% di quella tesa ed una larghezza della sezione b pari a 30 cm, si è determinata l'altezza utile necessaria d mediante la relazione

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} \quad (19)$$

Tenendo conto delle caratteristiche dei materiali utilizzati (calcestruzzo C25/30 ed acciaio B450C) si assume $r' = 0.0167$ e si ottiene un'altezza utile $d = 36.9$ cm.

Soprattutto quando si usa un calcestruzzo con caratteristiche meccaniche elevate e/o un'alta percentuale di armatura compressa l'equazione (19) fornisce un'altezza utile bassa. Tuttavia, l'adozione di una sezione eccessivamente bassa comporta la necessità di disporre una quantità di armatura tesa molto elevata, spesso non compatibile con le dimensioni della sezione. Pertanto è consigliabile calcolare anche il valore minimo di d che consente di disporre un'armatura tesa non superiore alla quantità di armatura massima $A_{s \max}$ ritenuta accettabile

$$d = \frac{M}{0.9 d A_{s \max} f_{yd}} \quad (20)$$

Ponendo $A_{s \max}$ pari a $0.01 b d$ (circa l'1% dell'area della sezione) e sostituendola nell'equazione (20), si ottiene l'altezza utile

$$d = \sqrt{\frac{M}{0.9 \times 0.01 \times b f_{yd}}} \quad (21)$$

pari a 37.2 cm nel caso in esame.

Assumendo che la travi possano essere inquadrare nella classe di esposizione XC3 (strutture esterne protette dal contatto con la pioggia, prospetto 4.1) e nella classe strutturale S4 (prospetto 4.3N). In queste condizioni, le armature devono essere messe in opera in modo da assicurare un ricoprimento di spessore 3.0 cm, pari al ricoprimento minimo richiesto dall'Eurocodice 2 di 2.5 cm (prospetto 4.4N) più lo scostamento dovuto a possibili errori di esecuzione fissato in 0.5 cm dall'appendice nazionale. Nell'ipotesi di realizzare l'armatura longitudinale con barre di diametro non superiore a 18 mm e l'armatura trasversale con staffe di diametro 8 mm il copriferro (distanza del baricentro delle armature dal bordo della sezione) deve essere pari a 4.7 cm e verrà approssimato a 4.5 cm nei calcoli statici. Aggiungendo il copriferro (4.5 cm) al maggiore dei due valori di d trovati (37.2 cm) si ottiene un'altezza complessiva minima pari a 41.7 cm. Si ritiene quindi accettabile una sezione 30×50.

Attenzione: sarebbe stato più logico approssimare lo spessore del copriferro a 5.0 cm; il valore di 4.5 cm è stato adottato al solo scopo di non modificare i calcoli che seguono, inizialmente effettuati sulla base di una normativa più vecchia.

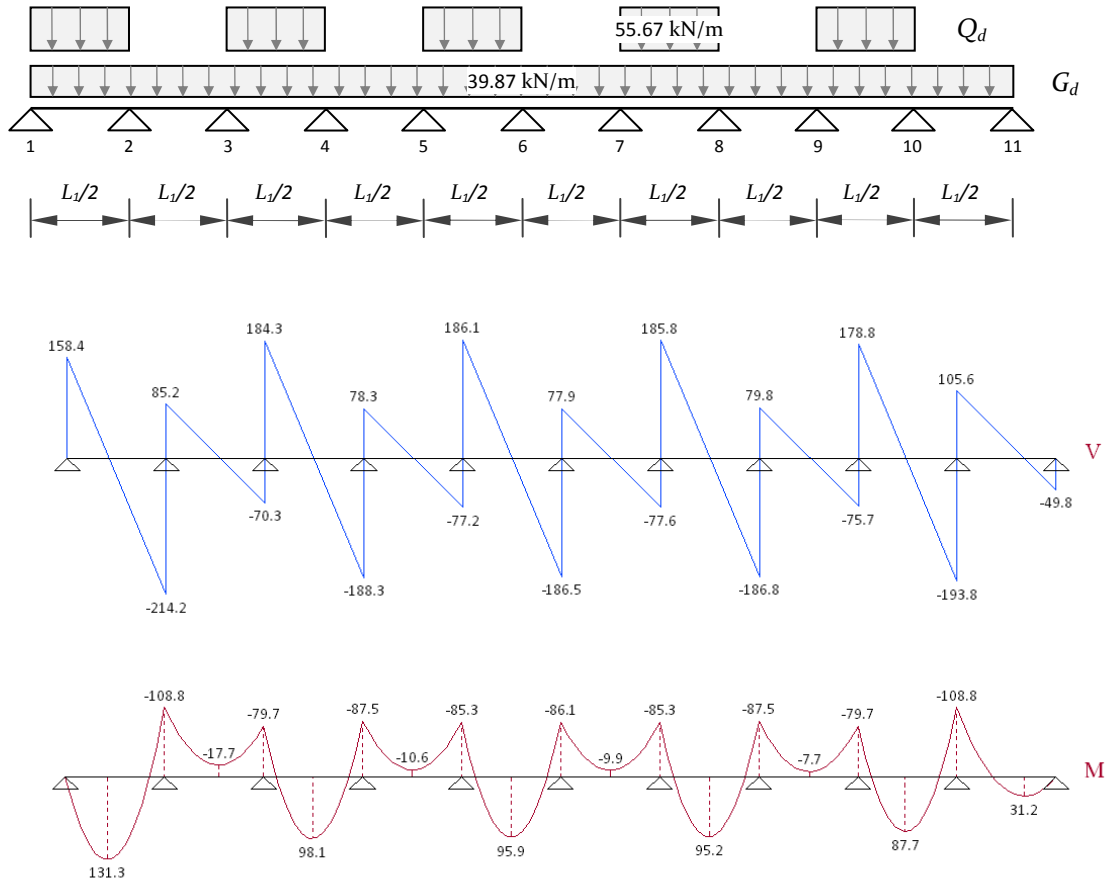
3. Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione

La trave è stata schematizzata come trave continua. La risoluzione degli schemi è stata effettuata utilizzando il programma FTOOL. Sono state prese in esame le combinazioni di carico più gravose per il momento positivo in campata, e quello negativo sugli appoggi.

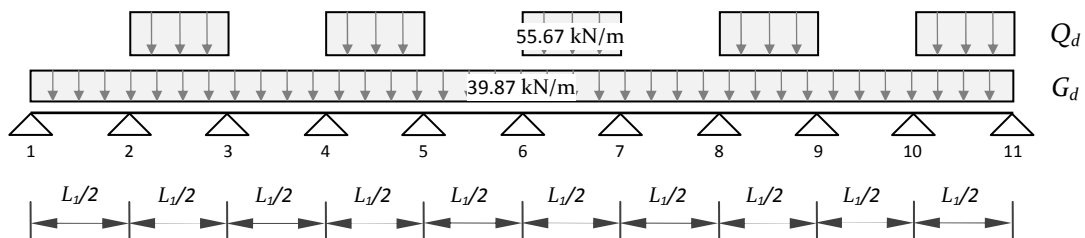
- prima combinazione: carico variabile sulle campate dispari (determina il momento massimo positivo nelle campate dispari);
- seconda combinazione: carico variabile sulle campate pari (determina il momento massimo positivo nelle campate pari);
- terza combinazione: carico variabile su tutte le campate (determina il momento massimo negativo sugli appoggi).

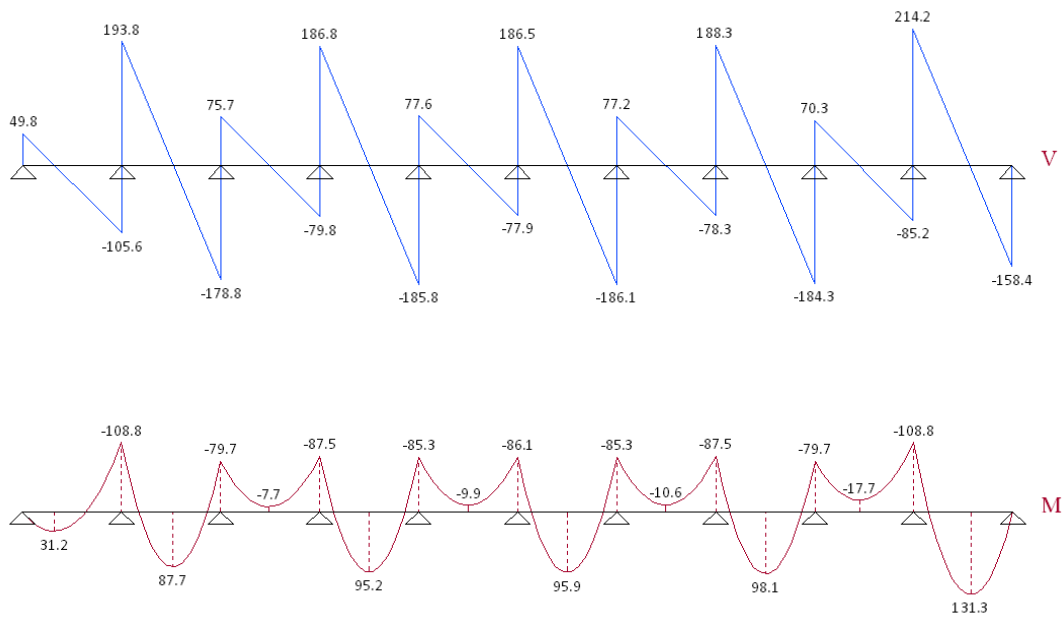
Per determinare il momento massimo negativo sugli appoggi, a rigore, bisognava considerare una combinazione di carico per ogni appoggio, disponendo il carico variabile sulle campate adiacenti all'appoggio e secondo lo schema a scacchiera nelle rimanenti campate. Disponendo il carico variabile su tutte le campate si ottengono dei momenti di poco minori e pertanto si è leggermente abbondato nell'armatura superiore.

Prima combinazione di carico

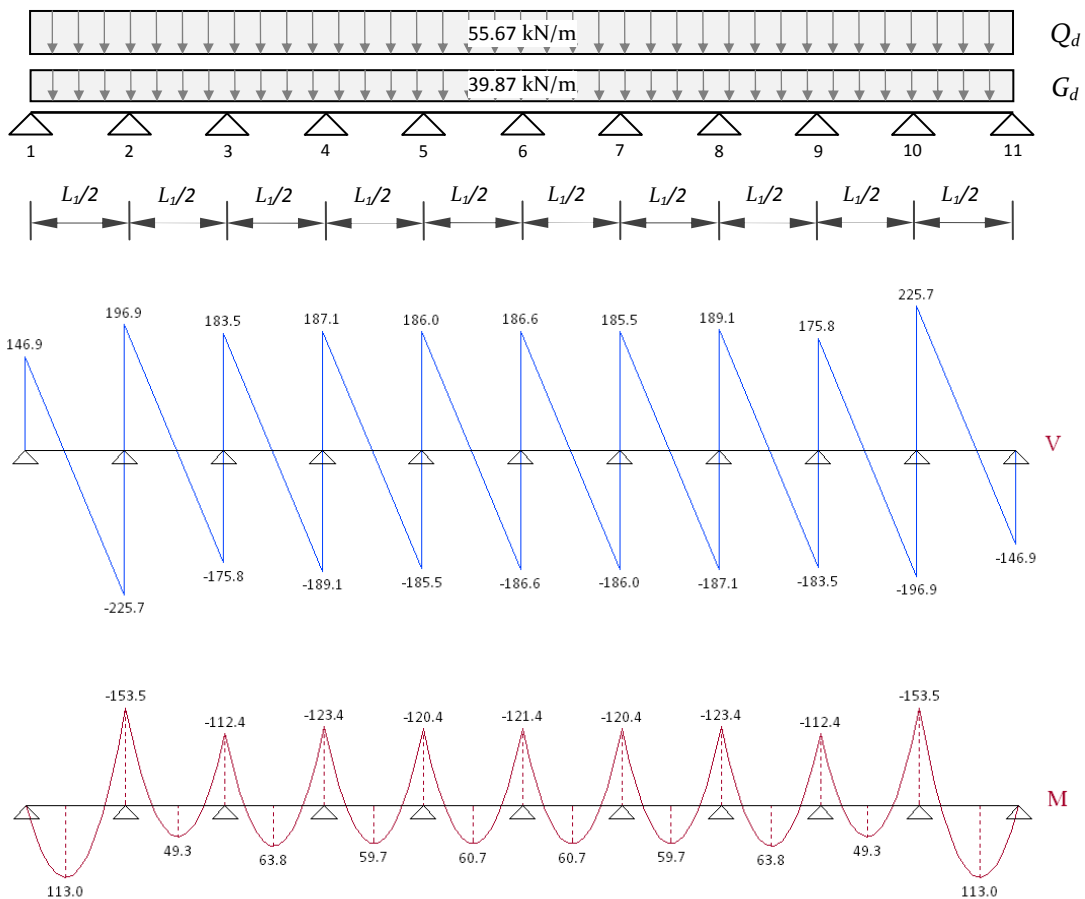


Seconda combinazione di carico





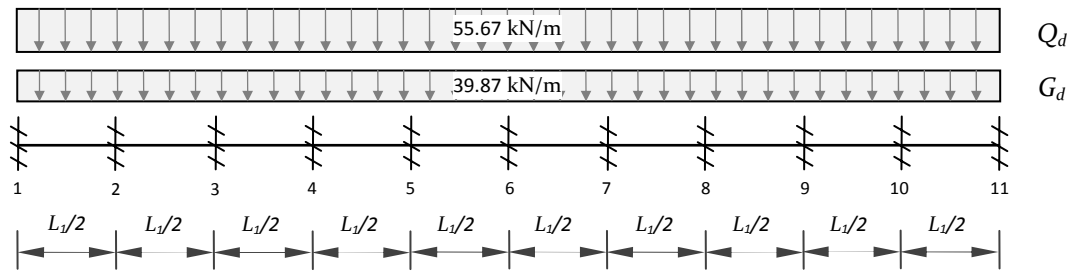
Terza combinazione di carico



Primo schema limite

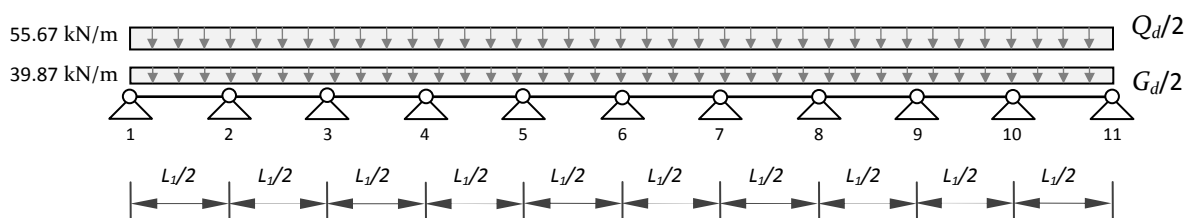
I pilastri, quando hanno dimensioni maggiori delle travi, costituiscono un vincolo rotazionale efficace. Per tenerne conto si è utilizzato uno schema limite in cui tutte le campate sono incastrate

ed il momento nelle sezioni di estremità vale $qL^2/12 = -121.1$ kNm. Per le sezioni terminali (sezioni 1 e 11) si può considerare un incastro parziale riducendo il momento a $qL^2/16$.



Secondo schema limite

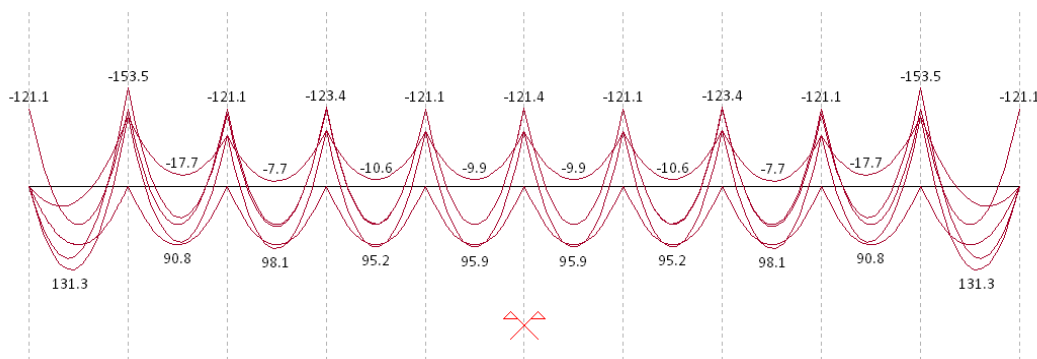
Infine si è considerato un valore minimo del momento positivo pari a $M = qL^2/16 = 90.8$ kNm, corrispondente allo schema limite in cui le campate sono appoggiate ed il carico è dimezzato.



Il valore massimo del momento flettente agente sulla trave si raggiunge sugli appoggi 2 e 10 e vale 153.5 kNm. Tale valore è appena superiore a quello previsto in sede di dimensionamento (146.1 kNm). Si ritiene accettabile, pertanto, la sezione scelta 30×50.

Inviluppo dei diagrammi dei momenti

L'inviluppo dei diagrammi dei momenti flettenti ottenuti resolvendo gli schemi descritti nei precedenti paragrafi è riportato di seguito. Sullo stesso sono riportati anche i valori massimi del momento flettente ottenuti.



4. Armatura a flessione

L'area delle armature da disporre nelle sezioni considerate è fornita dalla relazione:

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} \tag{22}$$

dove in questo caso $d = h - c = 50 - 4.5 = 45.5$ cm.

Per le armature si sono utilizzate barre di diametro pari a 14 mm ($A_s = 1.54$ cm²) e 18 mm ($A_s = 2.54$ cm²). Indipendentemente dall'area di acciaio richiesta si è stabilito di disporre un

minimo di tre barre inferiormente e due barre superiormente. Nella tabella 3 sono riportati i valori dei momenti flettenti massimi, delle armature necessarie e le armature effettivamente disposte. I valori si riferiscono a mezza trave poiché la struttura è simmetrica.

Tabella 3. Progetto delle armature longitudinali della trave.

Campata	Momento (kNm)	A_s necessaria (cm ²)	Barre disposte	A_s disposta (cm ²)
1-2	131.3	8.19	1Ø14 + 3Ø18	9.17
2-3	90.8	5.67	1Ø14 + 2Ø18	6.63
3-4	98.1	6.12	1Ø14 + 2Ø18	6.63
4-5	95.2	5.94	1Ø14 + 2Ø18	6.63
5-6	95.9	5.98	1Ø14 + 2Ø18	6.63
Appoggio	Momento (kNm)	A_s necessaria (cm ²)	Barre disposte	A_s disposta (cm ²)
1	-121.1	7.56	2Ø14 + 2Ø18	8.17
2	-153.5	9.58	2Ø14 + 3Ø18	10.71
3	-121.1	7.56	2Ø14 + 2Ø18	8.17
4	-123.4	7.70	2Ø14 + 2Ø18	8.17
5	-121.1	7.56	2Ø14 + 2Ø18	8.17
6	-121.4	7.58	2Ø14 + 2Ø18	8.17

5. Armatura a taglio

A differenza del solaio, la trave deve essere sempre dotata di armatura a taglio. Le Norme Tecniche per le Costruzioni stabiliscono che nelle travi deve essere disposta una quantità di staffe tale da assicurare un'area resistente a taglio A_{sw} pari almeno a $0.15 b \text{ cm}^2/\text{m}$, essendo b la larghezza della sezione misurata in cm. Nel caso in questione, poiché $b = 30 \text{ cm}$, l'armatura minima a taglio è pari a $4.5 \text{ cm}^2/\text{m}$. La stessa norma impone anche un limite massimo sul passo delle staffe s , che deve essere non inferiore a 0.8 volte l'altezza utile della trave. Nel caso in questione s_{max} è pari a 36.4 cm (0.8×45.5). L'armatura minima a taglio della trave verrà quindi realizzata con staffe Ø8 a due bracci disposte con un passo di 20 cm che garantiscono un'area resistente a taglio pari a $5 \text{ cm}^2/\text{m}$ (2 bracci $\times 0.5 \text{ cm}^2 \times 5$ staffe a metro). Tale armatura è superiore a quella minima richiesta dalla normativa e soddisfa abbondantemente il limite massimo sul passo delle staffe.

Nel caso in questione ed in genere per le travi emergenti il limite massimo imposto dalla normativa sul passo delle staffe ($s \leq 0.8 d$) è molto ampio e pertanto non è condizionante. Il limite sul passo massimo delle staffe può invece divenire condizionante nel caso di travi a spessore.

Per definire l'armatura a taglio da disporre lungo tutto lo sviluppo della trave si è calcolato il taglio resistente considerando diversi passi di staffatura; Ø8/20 (armatura minima), Ø8/15 e Ø8/10. Quindi si è scelto il passo delle staffe da adottare nei diversi tratti della trave imponendo che il taglio resistente V_{Rd} fosse superiore a quello agente V_{Sd} . Il taglio resistente è stato calcolato come il valore minimo tra il taglio che determina lo schiacciamento del calcestruzzo d'anima della trave in presenza di armature a taglio (V_{Rcd}) e quello che determina lo snervamento delle staffe (V_{Rsd}).

Il taglio V_{Rcd} è stato determinato seguendo le indicazioni delle Norme Tecniche delle Costruzioni (punto 4.1.2.1.3.2) mediante la relazione

$$V_{Rcd} = \frac{0.9 d b f'_{cd} \cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \quad (23)$$

valida per armatura a taglio realizzata con staffe. La resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima f'_{cd} è pari a $0.5 f_{cd} = 7.1$ MPa.

Nella verifica a taglio delle travi a spessore occorre ricordare che la larghezza b deve corrispondere alla larghezza della zona di intersezione tra trave e pilastro. Secondo una impostazione classica, che considera una diffusione di tensioni a 45° e fa riferimento alla quota dell'asse della trave, b non può essere superiore alla somma di larghezza pilastro e spessore solaio. Secondo una impostazione più moderna (vedi verifica a punzonamento secondo le Norme Tecniche per le Costruzioni e l'Eurocodice 2), nella quale si considera una diffusione con rapporto 1:2 e si arriva all'estradosso, b si può assumere pari alla somma di larghezza pilastro e quattro volte l'altezza utile della trave.

Seguendo le indicazioni dettate dalla stessa norma il taglio V_{Rsd} è stato determinato mediante la relazione

$$V_{Rsd} = 0.9 d \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} \cot \theta \quad (24)$$

Il valore di $\cot \theta$ è stato assunto pari al più piccolo tra 2.5 (valore massimo accettato dalla normativa) e quello che rende V_{Rcd} uguale a V_{Rsd} determinato mediante la relazione

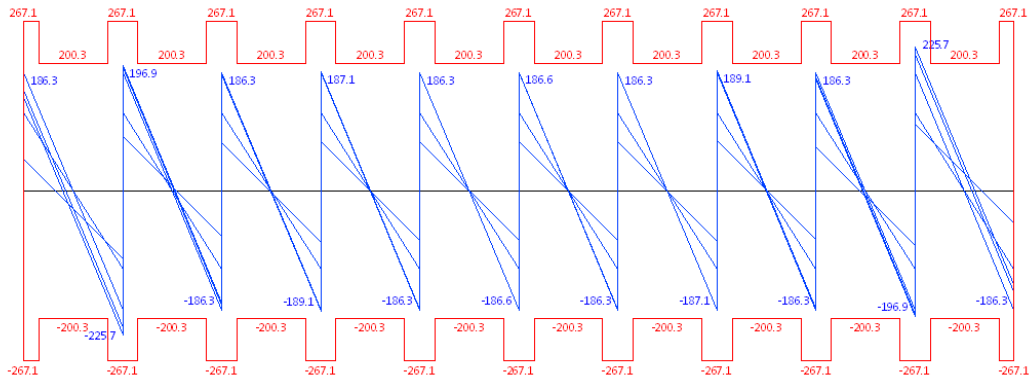
$$\cot \theta = \sqrt{\frac{b s f'_{cd}}{A_{sw} f_{yd}} - 1} \quad (25)$$

Nella tabella 4 sono riportati i valori di $\cot \theta$, V_{Rcd} , V_{Rsd} e V_{Rd} per armature a taglio realizzate con staffe a due bracci disposte con passi di 10, 15 e 20 cm.

Tabella 4. Taglio resistente delle staffe.

Staffe	$\cot \theta$	V_{Rcd}	V_{Rsd}	V_{Rd}
Ø8/10	2.11	336.5	336.5	336.5
Ø8/15	2.50	300.8	267.1	267.1
Ø8/20	2.50	300.8	200.3	200.3

L'armatura minima a taglio (Ø8/20) fornisce un taglio resistente che è inferiore del taglio sollecitante solo in prossimità degli appoggi 2 e 10; su questi il valore massimo del taglio, che si raggiunge nella terza combinazione di carico, è pari a 225.7 kN ed è di poco superiore al taglio resistente della trave armata con staffe Ø8/20 pari a 200.3 kN. Dunque sarebbe sufficiente disporre staffe Ø8/20 su tutta la lunghezza della trave e ridurre il passo delle staffe a 15 cm nei tratti in prossimità degli appoggi 2 e 10. Tuttavia si è tenuto conto di una prescrizione della vecchia normativa italiana (D.M. 16/01/1996) che stabiliva di adottare un passo delle staffe s in prossimità degli appoggi, per un tratto di lunghezza non inferiore a d , non superiore a $12 \varnothing$, dove \varnothing è il diametro minimo dell'armatura longitudinale. Anche se tale prescrizione non è vincolante è comunque prudente tenerne conto. Poiché il diametro minimo delle armature longitudinali è di 14 mm, si ricava un limite massimo per il passo delle staffe nelle zone di estremità delle travi pari a 16.8 cm (12×1.4 cm). Si sono quindi disposte staffe Ø8/15 agli estremi e Ø8/20 in campata. Inoltre, si sono disposti fuori calcolo ferri di parete (1+1Ø14). Questa armatura fornisce un contributo a taglio, soprattutto come aumento della resistenza della sezione, riduce i problemi di fessurazione e consente di assorbire eventuali trazioni, quali quelle dovute a ritiro o variazioni termiche. Nella figura che segue si riporta il diagramma del taglio, per le diverse combinazioni di carico considerate (incluso uno schema limite di incastro perfetto, con taglio massimo pari a $qL/2$), ed il diagramma del taglio resistente corrispondente alle armature disposte.



6. Verifica a flessione retta

La verifiche allo S.L.U. della trave sono state condotte sulla sezione dell'appoggio 2, dove si ha il massimo momento flettente negativo ($M_2 = -153.5$ kNm), e nella sezione di mezzeria della campata 1-2 dove invece si registra il massimo momento positivo ($M_{1-2} = 131.3$ kNm).

Verifica appoggio 2

Di seguito si riporta il riepilogo dei dati usati per la verifica.

$$b = 30 \text{ cm} \quad d = 45.5 \text{ cm} \quad c = 4.5 \text{ cm}$$

$$A_s = 2\text{Ø}14 + 3\text{Ø}18 = 10.71 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 1\text{Ø}14 + 2\text{Ø}18 = 6.63 \text{ cm}^2 \quad u = 0.62$$

$$M_{Ed} = -153.5 \text{ kNm}$$

Prima, si calcola la posizione dell'asse neutro supponendo che l'armatura compressa sia snervata mediante l'equazione (11):

$$x = \frac{(10.71 - 6.63) \times 391.3}{0.81 \times 30 \times 14.2} = 4.63 \text{ cm}$$

La profondità dell'asse neutro x è minore di $2.27 c = 10.22$ cm e pertanto l'armatura compressa non è snervata. Dunque la posizione dell'asse neutro va ricalcolata mediante l'equazione (13) dopo aver calcolato ω ed u_1 con le equazioni (14) e (15):

$$\omega = \frac{10.71 \times 391.3}{30 \times 45.5 \times 14.2} = 0.2162$$

$$u_1 = \frac{0.0035}{391.3/200000} \times 0.62 = 1.1091$$

$$x = \frac{0.2162}{2 \times 0.81} \left[(1 - 1.1091) + \sqrt{(1 - 1.1091)^2 + \frac{4 \times 0.81}{0.2162} \times 1.1091 \times \frac{4.5}{45.5}} \right] 45.5 = 7.15 \text{ cm}$$

Determinata la posizione dell'asse neutro x è possibile determinare il rapporto s' tra tensione nell'armatura compressa ed f_{yd} con l'equazione (17):

$$s' = \frac{7.15 - 4.5}{7.08} \times \frac{0.0035}{391.3/200000} = 0.6630$$

e quindi si può calcolare il momento resistente:

$$M_{Rd} = [10.71 (45.5 - 0.416 \times 7.15) + 0.6630 \times 6.63 (0.416 \times 7.15 - 4.5)] 391.3 \times 10^{-3} = 175.6 \text{ kNm}$$

Poiché $M_{Ed} < M_{Rd}$ la sezione è verificata.

Verifica campata 1-2

Di seguito si riporta il riepilogo dei dati usati per la verifica.

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$d = 45.5 \text{ cm}$$

$$c = 4.5 \text{ cm}$$

$$A_s = 1\emptyset 14 + 3\emptyset 18 = 9.17 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 1\emptyset 14 + 1\emptyset 18 = 4.08 \text{ cm}^2$$

$$u = 0.44$$

$$M_{Ed} = -131.3 \text{ kNm}$$

Prima, si calcola la posizione dell'asse neutro supponendo che l'armatura compressa sia snervata mediante l'equazione (11):

$$x = \frac{(9.17 - 4.08) \times 391.3}{0.81 \times 30 \times 14.2} = 5.77 \text{ cm}$$

Ancora una volta la profondità dell'asse neutro x è minore di $2.27 c = 10.22 \text{ cm}$ e pertanto l'armatura compressa non è snervata. Si è dunque ricalcolata la posizione dell'asse neutro mediante l'equazione (13):

$$\omega = \frac{9.17 \times 391.3}{30 \times 45.5 \times 14.2} = 0.1851$$

$$u_1 = \frac{0.0035}{391.3/200000} \times 0.44 = 0.7871$$

$$x = \frac{0.1851}{2 \times 0.81} \left[(1 - 0.7871) + \sqrt{(1 - 0.7871)^2 + \frac{4 \times 0.81}{0.1851} \times 0.7871 \times \frac{4.5}{45.5}} \right] 45.5 = 7.27 \text{ cm}$$

e quindi sono stati determinati il rapporto s' ed il momento resistente M_{Rd} :

$$s' = \frac{7.27 - 4.5}{7.27} \times \frac{0.0035}{391.3/200000} = 0.6816$$

$$M_{Rd} = [9.17 (45.5 - 0.416 \times 7.27) + 0.6816 \times 4.08 (0.416 \times 7.27 - 4.5)] 391.3 \times 10^{-3} = 150.8 \text{ kNm}$$

Poiché $M_{Ed} < M_{Rd}$ la sezione è verificata.

Capitolo 4 - Pilastri

1. Dimensionamento delle sezioni per carichi verticali

La prima operazione necessaria per il progetto dei pilastri è l'analisi dei carichi che gravano su ciascun pilastro. Il carico viene trasmesso a ciascun pilastro dalle travi che supportano diverse aliquote di carico (solaio, peso proprio e tamponature). Il carico agente sulle travi è in buona parte costituito dal peso di una zona di solaio, individuata tagliando idealmente a metà ciascun travetto delle campate di solaio adiacenti più, ovviamente, i travetti degli sbalzi per intero. Questo carico si ripartisce tra i pilastri di estremità di ciascuna campata di trave. In definitiva su ciascun pilastro gravano i carichi disposti in un'area che può essere denominata area di influenza. Tale area deve essere maggiorata mediante coefficienti di continuità α che tengono conto, separatamente, della continuità del solaio e della continuità della trave. Inoltre, si è tenuto conto sia del peso proprio delle travi e, ove presente, del peso della tamponatura. Pensando alla sequenza di trasmissione del carico, dal solaio alla trave e quindi al pilastro, si è proceduto individuando l'area di influenza di ciascun pilastro, maggiorata mediante coefficienti di continuità α (così come fatto per la trave). Sono stati assegnati valori di α individualmente per ogni appoggio e distinguendo la continuità del solaio da quella della trave; si noti che in ogni caso non sono stati considerati valori minori dell'unità e maggiori di 1.2. Le aree di influenza dei pilastri da progettare sono indicate in Figura 6.

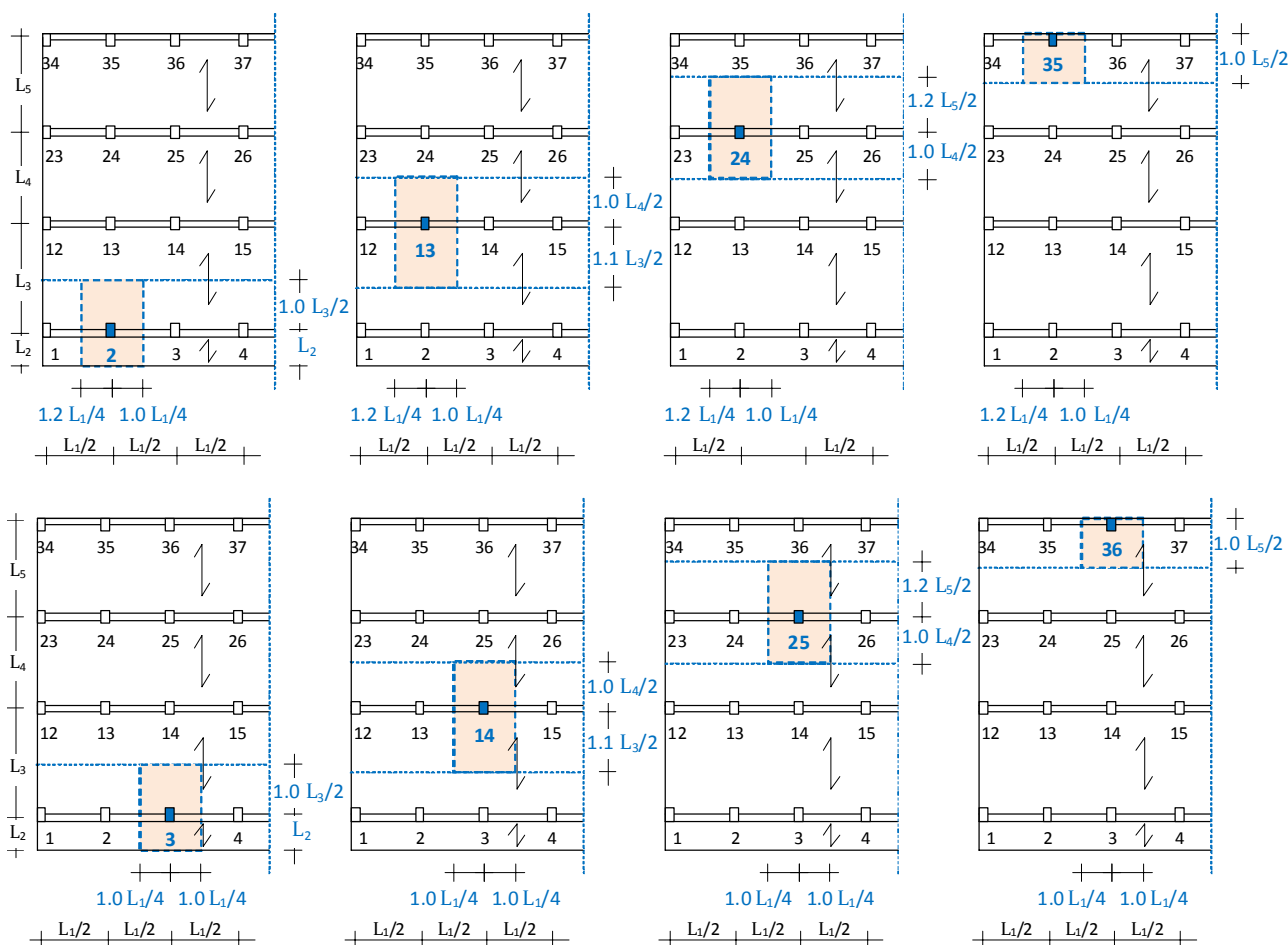


Figura 6. Area di influenza dei pilastri 2, 3, 13, 14, 24, 25, 35 e 36 ai piani seminterrati.

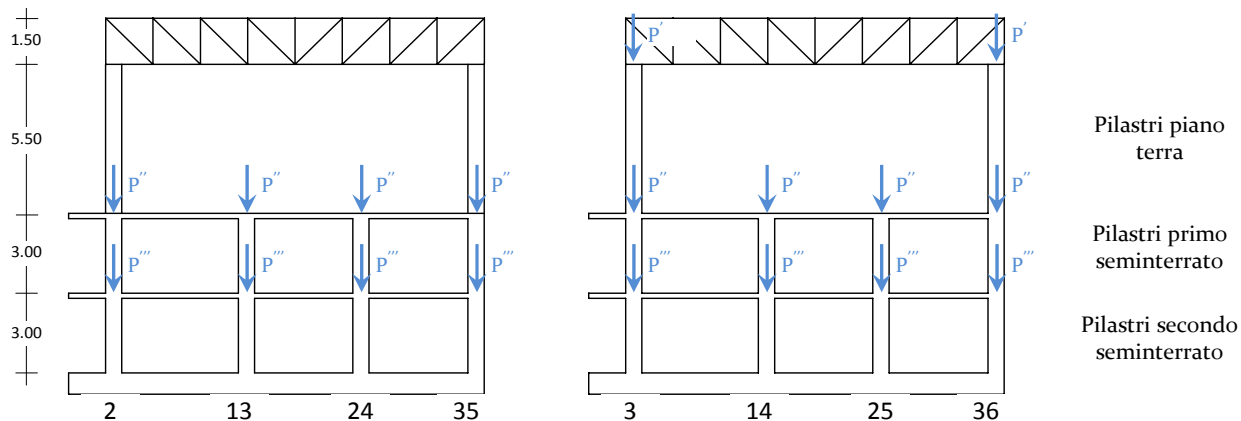


Figura 7. Schema dei carichi trasmessi ai pilastri 2, 3, 13, 14, 24, 25, 35 e 36.

Per gli edifici multipiano, poiché è improbabile che su ogni parte dell'edificio gravi il massimo carico variabile, vecchie istruzioni del C.N.R. consigliano di assumere per gli ultimi due piani il valore massimo del carico variabile e di apportare progressivamente riduzioni dal 10% al 50% per i cinque piani sottostanti, mantenendo poi costante la riduzione del 50% per tutti gli altri piani inferiori. Tuttavia, poiché l'edificio da progettare presenta solo tre piani, si è ritenuto ragionevole assumere il carico variabile pari al valore massimo a tutti i piani. Il carico sopportato da ciascun pilastro al generico piano è stato determinato moltiplicando l'area d'influenza per i carichi unitari riepilogati nel Paragrafo 9 del Capitolo 1. Il carico trasmesso dalla copertura ai pilastri del piano terra è stato determinato sommando al carico permanente le diverse aliquote di carico variabile combinate in modo da ottenere il carico massimo. Di seguito si riportano i carichi trasmessi dai diversi piani dell'edificio ai pilastri 2, 3, 13, 14, 24, 25, 35 e 36.

Pilastro 2, primo seminterrato

	Area o lunghezza	G_k (kN)	Q_k (kN)	G_d (kN)	Q_d (kN)
Solaio	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} \times \frac{L_3}{2} = 14.37 \text{ m}^2$	64.82	57.49	84.26	86.23
Marcia piede	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} \times L_2 = 7.72 \text{ m}^2$	30.89	30.89	40.15	46.33
Trave	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	11.97		15.56	
Tamponatura	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	42.90		55.77	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		159.95	88.37	207.94	132.56

Pilastro 2, secondo seminterrato

	Area o lunghezza	G_k (kN)	Q_k (kN)	G_d (kN)	Q_d (kN)
Solaio	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} \times \left(L_2 + \frac{L_3}{2} \right) = 22.09 \text{ m}^2$	99.64	132.56	129.53	198.8
Trave	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	11.97		15.56	
Tamponatura	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	21.45		27.89	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		142.44	88.37	185.17	198.8

Pilastro 13, primo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} \times \frac{1.1L_3 + L_4}{2} = 26.53 \text{ m}^2$	119.67	106.13	155.57	159.20
Trave	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	11.97		15.56	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		141.02	106.13	183.32	159.20

Pilastro 13, secondo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} \times \frac{1.1L_3 + L_4}{2} = 26.53 \text{ m}^2$	119.67	159.20	155.57	238.80
Trave	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	11.97		15.56	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		141.02	159.20	183.32	238.80

Pilastro 24, primo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} \times \frac{L_4 + 1.2L_5}{2} = 26.68 \text{ m}^2$	120.34	106.74	156.45	160.10
Trave	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	11.97		15.56	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		141.69	106.74	184.20	160.10

Pilastro 24, secondo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} \times \frac{L_4 + 1.2L_5}{2} = 26.68 \text{ m}^2$	120.34	160.10	156.45	240.15
Trave	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	11.97		15.56	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		141.69	160.10	184.20	240.15

Pilastro 35, primo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} \times \frac{L_5}{2} = 13.30 \text{ m}^2$	59.98	53.20	77.97	79.79
Trave	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	11.97		15.56	
Tamponatura	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	42.90		55.77	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		124.23	53.20	161.50	79.79

Pilastro 35, secondo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} \times \frac{L_5}{2} = 13.30 \text{ m}^2$	59.98	79.79	77.97	119.69
Trave	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	11.97		15.56	
Tamponatura	$\frac{1.2L_1 + L_1}{4} = 4.29 \text{ m}$	21.45		27.89	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		102.78	79.79	133.61	119.69

Pilastro 3, piano terra

	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Car. permanente copertura	7.00		9.10	
Manutenzione (x 1.0)		34.90		52.35
Neve (x $\psi_0=0.5$)		60.00		90.00
Vento (x 0.0)		-25.80		-38.70
Trave	29.25		38.03	
Peso proprio	18.75		24.38	
Totale	55.00	64.90	71.50	97.35

Pilastro 3, primo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{L_1}{2} \times \frac{L_3}{2} = 13.07 \text{ m}^2$	58.92	52.26	76.60	78.39
Marcia piede	$\frac{L_1}{2} \times L_2 = 7.02 \text{ m}^2$	28.08	28.08	36.50	42.12
Trave	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	10.88		14.15	
Tamponatura	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	39.00		50.70	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		146.26	80.34	190.14	120.51

Pilastro 3, secondo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{L_1}{2} \times \left(L_2 + \frac{L_3}{2} \right) = 20.09 \text{ m}^2$	90.58	120.51	117.76	180.77
Trave	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	10.88		14.15	
Tamponatura	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	19.50		25.35	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		130.34	120.51	169.45	180.77

Pilastro 14, primo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{L_1}{2} \times \frac{1.1L_3 + L_4}{2} = 24.12 \text{ m}^2$	108.79	96.49	141.42	144.73
Trave	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	10.88		14.15	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		129.05	96.49	167.76	144.73

Pilastro 13, secondo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{L_1}{2} \times \frac{1.1L_3 + L_4}{2} = 24.12 \text{ m}^2$	108.79	144.73	141.42	217.09
Trave	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	10.88		14.15	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		129.05	144.73	167.76	217.09

Pilastro 25, primo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{L_1}{2} \times \frac{L_4 + 1.2L_5}{2} = 24.26 \text{ m}^2$	109.40	97.03	142.22	145.55
Trave	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	10.88		14.15	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		129.66	97.03	168.56	145.55

Pilastro 25, secondo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{L_1}{2} \times \frac{L_4 + 1.2L_5}{2} = 24.26 \text{ m}^2$	109.40	145.55	142.22	218.32
Trave	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	10.88		14.15	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		129.66	145.55	168.56	218.32

Pilastro 36, piano terra

	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Car. permanente copertura	7.00		9.10	
Manutenzione (x 1.0)		34.90		52.35
Neve (x $\psi_o=0.5$)		60.00		90.00
Vento (x 0.0)		-25.80		-38.70
Trave	29.25		38.03	
Peso proprio	18.75		24.38	
Totale	55.00	64.90	71.50	97.35

Pilastro 36, primo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{L_1}{2} \times \frac{L_5}{2} = 12.09 \text{ m}^2$	54.53	48.36	70.88	72.54
Trave	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	10.88		14.15	
Tamponatura	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	39.00		50.70	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		113.79	48.36	147.92	72.54

Pilastro 36, secondo seminterrato

	Area o lunghezza	G _k (kN)	Q _k (kN)	G _d (kN)	Q _d (kN)
Solaio	$\frac{L_1}{2} \times \frac{L_5}{2} = 12.09 \text{ m}^2$	54.53	72.54	70.88	108.81
Trave	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	10.88		14.15	
Tamponatura	$\frac{L_1}{2} = 3.90 \text{ m}$	19.50		25.35	
Peso proprio		9.38		12.19	
Totale		94.29	72.54	122.57	108.81

Noti i carichi verticali trasmessi ai pilastri, si è ricavato lo sforzo normale di progetto N_{Ed} per ogni pilastro ai vari piani. Quindi l'area di calcestruzzo necessaria è stata ricavata mediante la seguente formula:

$$A_{c,nec} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

Poiché le Norme Tecniche per le Costruzioni richiedono di affidare almeno il 10% di N_{Ed} all'armatura (punto 4.1.6.1.2), la sezione di calcestruzzo deve sopportare solo il restante 90%. Si è preferito sovradimensionare leggermente la sezione perché ciò consente di conferirgli anche la capacità di sopportare momento flettente.

Nella tabelle 4 e 5 sono riportati rispettivamente i valori dello sforzo normale e l'area di calcestruzzo necessaria per ciascun pilastro ai vari piani.

Tabella 5. Sforzo normale massimo nei pilastri in kN.

Pilastro	2	13	24	35	3	14	25	36
Piano terra	--	--	--	--	168.85	--	--	168.85
Primo seminterrato	340.50	342.52	344.30	241.29	479.50	312.49	314.11	389.31
Secondo seminterrato	724.51	764.65	768.66	494.59	829.72	697.35	701.00	620.70

Tabella 6. Area necessaria per la sezione trasversale dei pilastri in cm².

Pilastro	2	13	24	35	3	14	25	36
Piano terra	--	--	--	--	118.91	--	--	118.91
Primo seminterrato	239.79	241.21	242.47	169.92	337.68	220.07	221.21	274.16
Secondo seminterrato	510.22	538.48	541.31	348.30	584.31	491.09	493.66	437.11

Si è scelto di adottare sezioni di lato non inferiore a 30 cm, anche se le Norme Tecniche per le Costruzioni consentirebbero di adottare un valore inferiore (25 cm), e dunque di area non inferiore a 900 cm². Poiché l'area di calcestruzzo richiesta è sempre minore di 900 cm² la sezione 30x30 può essere adottata per tutti i pilastri a tutti i piani.

2. Dimensionamento delle sezioni per azioni orizzontali (vento)

La pressione del vento che agisce sulle tamponature del piano fuori terra viene da queste trasmessa ai pilastri sotto forma di carico distribuito lungo l'altezza. Supponendo che la travatura reticolare sia vincolata al pilastro 3 e sia libera di scorrere sul pilastro 36, la pressione e la depressione dovute al vento, agenti rispettivamente sui lati sopravento e sottovento della travatura reticolare, vengono trasmesse al pilastro 3 sotto forma di forza concentrata. La condizione più gravosa, da utilizzare per il dimensionamento dei pilastri si ottiene quando la parete sopravento è quella adiacente al pilastro 3. In questo caso, il pilastro 3 sarà sottoposto ad un carico orizzontale e costante lungo l'altezza q_{vd} pari al prodotto della pressione del vento per l'interasse tra i pilastri fuori terra L_1 ed una forza orizzontale concentrata in testa F_{vd} pari al risultante delle pressioni e delle depressioni agenti lungo l'altezza della travatura reticolare:

$$q_{vd} = p_{1d} L_1 = 1.037 \times 7.8 = 8.09 \text{ kN/m}$$

$$F_{vd} = (1 + 0.5) \frac{(p_{1d} + p_{2d})}{2} L_1 h = 1.5 \times \frac{(1.037 + 1.125)}{2} \times 7.8 \times 1.5 = 18.97 \text{ kN}$$

Nel calcolo della forza F_{vd} , i valori di progetto delle pressioni p_{1d} e p_{2d} relative alla parete sopravento sono stati moltiplicati per 1.5 per tenere conto che anche la risultante delle depressioni relative alla parete sottovento (pari al 50% di p_{1d} e p_{2d}) viene trasmessa attraverso la trave reticolare al pilastro 3. In Figura 8, sono indicate le pressioni e le depressioni agenti sull'edificio nella condizione più gravosa e lo schema statico per il calcolo delle sollecitazioni di progetto del pilastro 3.

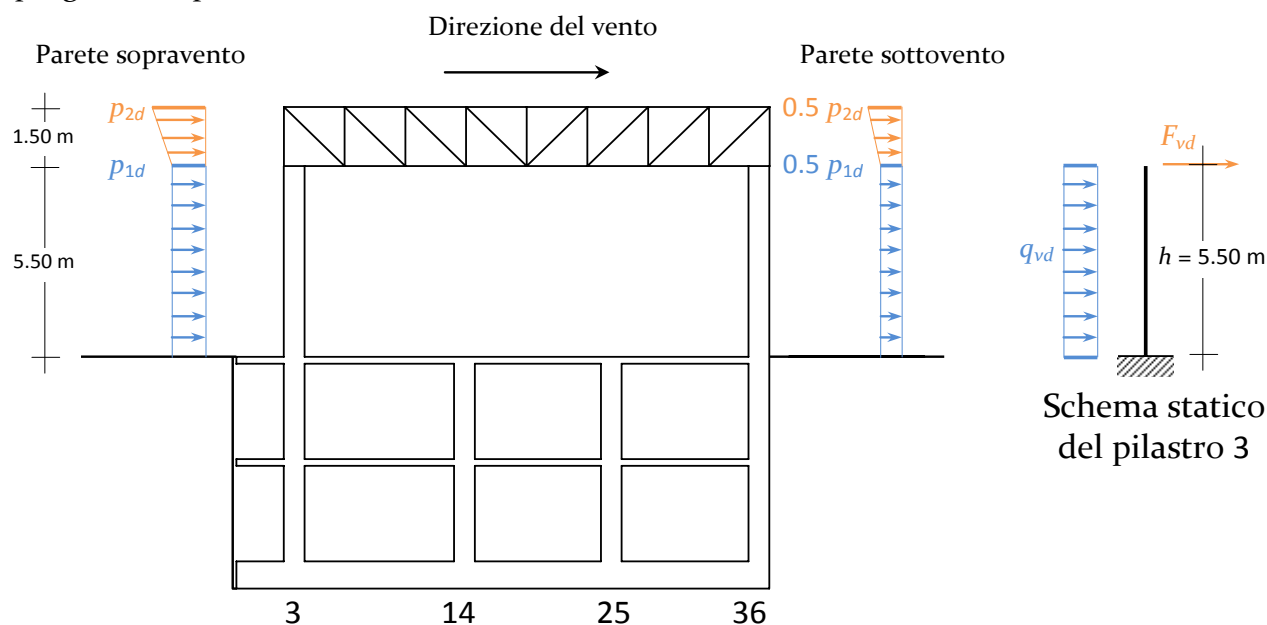


Figura 8. Pressione e schema statico del pilastro 3.

Il valore massimo del momento flettente che sollecita il pilastro si raggiunge alla base e vale:

$$M_{Ed} = q_{vd} \times \frac{h^2}{2} + F_{vd} \times h = 8.09 \times \frac{5.5^2}{2} + 18.97 \times 5.5 = 226.7 \text{ kNm}$$

Per il dimensionamento della sezione si trascura la presenza dello sforzo normale, che a piano terra è modesto (vedi tabella 4), e dunque si utilizzano le stesse formule valide nel caso di flessione semplice. Quindi, adottando una larghezza della sezione b pari a 30 cm, ipotizzando un'armatura compressa pari al 50% di quella tesa e tenendo conto delle caratteristiche dei materiali utilizzati (calcestruzzo C25/30 ed acciaio B450C), si assume $r' = 0.0135$, si è determinata l'altezza utile necessaria d :

$$d = r' \sqrt{\frac{M_{sd}}{b}} = 0.0135 \sqrt{\frac{226.7}{0.30}} = 0.37 \text{ m} = 37 \text{ cm}$$

Si calcola, inoltre, il valore minimo di d che consente di disporre un'armatura tesa non superiore alla quantità di armatura massima $A_{s \max}$ ritenuta accettabile ed assunta pari a $0.01 b d$ (circa l'1% dell'area della sezione):

$$d = \sqrt{\frac{M_{sd}}{0.9 \times 0.01 \times b \times f_{yd}}} = \sqrt{\frac{226.7 \times 10^6}{0.9 \times 0.01 \times 300 \times 391.3}} = 463.2 \text{ mm} = 46.3 \text{ cm}$$

Aggiungendo il copriferro $c = 5.0$ cm al maggiore dei due valori di d trovati (46.3 cm) si ottiene un'altezza complessiva minima pari a 50.3 cm. Poiché un'armatura (per lato) pari all'1% dell'area della sezione è impegnativa, si è ritenuto opportuno usare un'altezza maggiore e si è adottata una sezione 30×60. La stessa sezione è utilizzata anche per il pilastro 36.

3. Scelta delle sezioni dei pilastri

Per ciascun pilastro la sezione trasversale adottata è la più grande tra quelle determinate attraverso i calcoli di dimensionamento per carichi verticali ed azioni orizzontali. La tabella 7 riassume le sezioni trasversali adottate per i pilastri ai vari piani.

Tabella 7. Sezioni trasversali dei pilastri.

Pilastro	2	13	24	35	3	14	25	36
Piano terra	--	--	--	--	30 x 60	--	--	30 x 60
Primo seminterrato	30 x 30	30 x 30	30 x 30	30 x 30	30 x 60	30 x 30	30 x 30	30 x 60
Secondo seminterrato	30 x 30	30 x 30	30 x 30	30 x 30	30 x 60	30 x 30	30 x 30	30 x 60

Le sezioni adottate sono diverse dalla sezione 30x50 ipotizzata nell'analisi dei carichi (Capitolo 1) e dunque, a rigore, bisognerebbe ricalcolare i carichi. Ma ciò, in pratica, non è necessario, poiché il peso proprio del pilastro è un'aliquota modesta del carico complessivo sostenuto e l'errore commesso risulta trascurabile.

4. Progetto delle armature dei pilastri

Le armature dei pilastri devono essere calcolate considerando le caratteristiche della sollecitazione relative alla combinazione di carico più gravosa. Poiché non è possibile stabilire a priori quale è, tra tutte quelle possibili, la combinazione di carico più gravosa, bisogna considerarne diverse, assumendo di volta in volta uno dei carichi variabili come carico principale. Nel definire le diverse combinazioni di carico bisogna tener conto che la presenza di forti carichi verticali sulla struttura non sempre rende più gravoso lo stato di sollecitazione. Nel caso in esame si potrebbero esaminare complessivamente 3 combinazioni di carico, che diventano 6 quando si considera che il vento può spirare da sinistra verso destra e viceversa. Le prime 4

combinazioni si riferiscono ai casi in cui il vento spirava con forza, determinando momenti flettenti elevati nei pilastri, quando sull'edificio agiscono forti carichi verticali che inducono valori elevati dello sforzo normale. Le ultime 2 combinazioni di carico, invece, si riferiscono al caso in cui il vento spirava con forza quando sull'edificio agisce il carico verticale minimo ed i pilastri risultano sottoposti a momenti flettenti elevati e sforzi normali modesti. Di seguito si descrivono le 3 coppie di combinazioni di carico:

- carico permanente di progetto, carico verticale variabile di progetto (carico variabile principale) e carico orizzontale da vento di progetto moltiplicato per il coefficiente di combinazione ψ_0 (carico variabile secondario);
- carico permanente di progetto, carico verticale variabile di progetto moltiplicato per il coefficiente di combinazione ψ_0 (carico variabile secondario) e carico orizzontale da vento di progetto (carico variabile principale);
- carico permanente caratteristico e carico orizzontale da vento di progetto.

Le sollecitazioni relative alle 6 combinazioni di carico definite si possono determinare combinando attraverso il principio di sovrapposizione degli effetti le sollecitazioni ottenute da 5 schemi di carico base. Di seguito si riportano la descrizione degli schemi di carico base ed il riepilogo delle relative caratteristiche della sollecitazione. I primi 3 schemi di carico consentono di determinare l'effetto dei carichi verticali (sforzo normale dei pilastri) nei diversi casi che si possono presentare. Si noti che lo sforzo normale dei pilastri relativo a tali schemi di carico si determina ai vari piani semplicemente sommando le forze trasmesse dai piani sovrastanti e determinate nel Paragrafo 1 del presente capitolo. Gli altri 2 schemi di carico, invece, consentono di determinare l'effetto delle forze orizzontali massime equivalenti al vento (momento flettente dei pilastri) che spirava verso destra (schema di carico n. 5) e verso sinistra (schema di carico n. 6).

Nello schema di carico base n. 2 tutti i carichi variabili trasmessi dalla copertura ai pilastri 3 e 36, incluso quello da manutenzione, dovevano essere moltiplicati per il relativo coefficiente ψ_0 . Invece è stato considerato il carico variabile calcolato nel Paragrafo 1. Tale scelta è appena conservativa e non cambia il risultato finale.

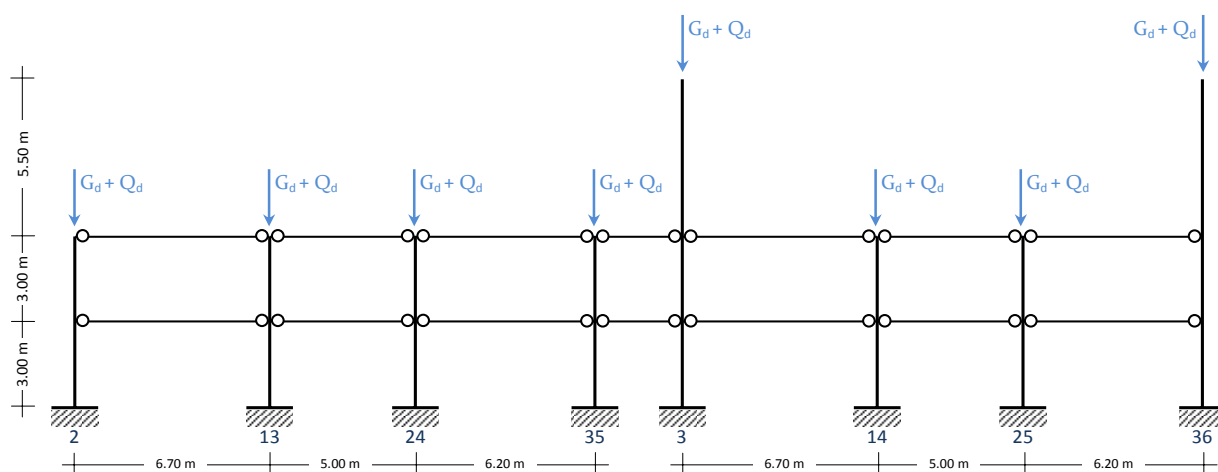


Figura 9. Schema di carico base n. 1 (carico verticale variabile principale).

Tabella 8. Sforzo normale nei pilastri in kN per schema di carico base n. 3.

Pilastro	2	13	24	35	3	14	25	36
Piano terra	--	--	--	--	168.9	--	--	168.9
Primo seminterrato	340.5	342.5	344.3	241.3	479.5	312.5	314.1	389.3

Secondo seminterrato	724.5	764.7	768.7	494.6	829.7	697.4	701.0	620.7
----------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

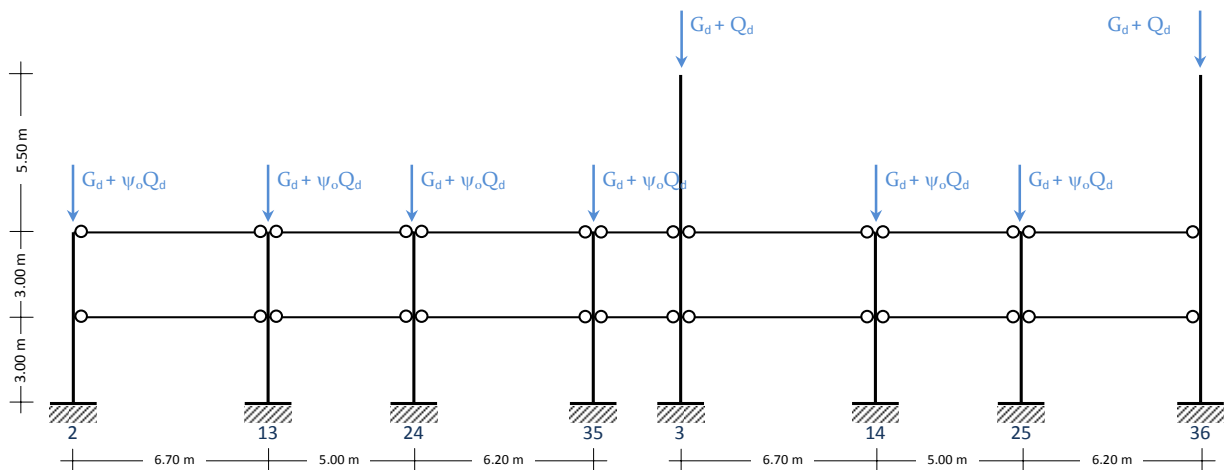


Figura 10. Schema di carico base n. 2 (carico verticale variabile secondario).

Tabella 9. Sforzo normale nei pilastri in kN per schema di carico base n. 4.

Piano	2	13	24	35	3	14	25	36
Piano terra	--	--	--	--	168.9	--	--	168.9
Primo seminterrato	300.7	294.8	296.3	217.4	443.4	269.1	270.5	367.6
Secondo seminterrato	684.8	716.9	720.6	470.7	793.6	653.9	657.3	598.9

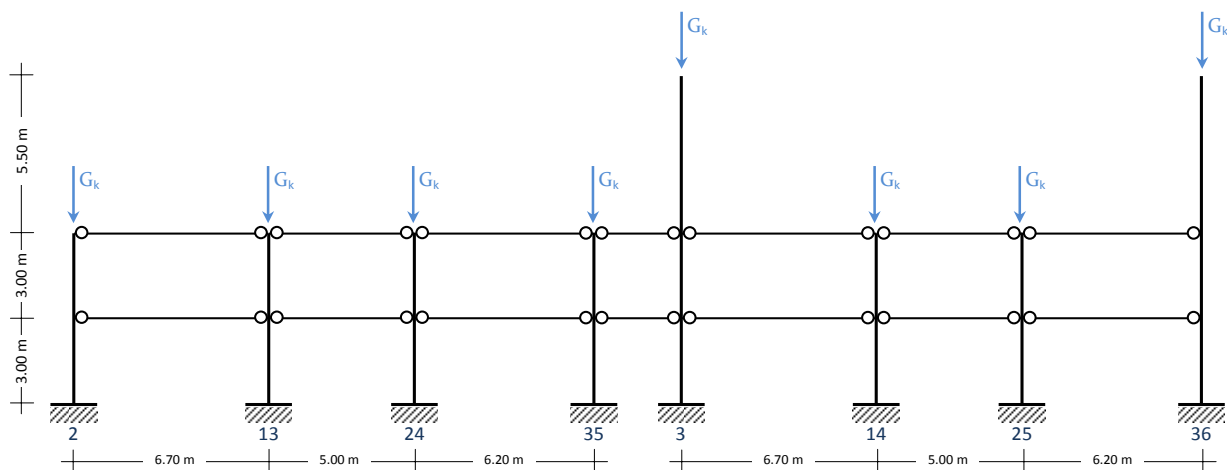


Figura 11. Schema di carico base n. 3 (carico verticale minimo).

Tabella 10. Sforzo normale nei pilastri in kN per schema di carico base n. 5.

Piano	2	13	24	35	3	14	25	36
Piano terra	--	--	--	--	55.0	--	--	55.0
Primo seminterrato	160.0	141.0	141.7	124.2	201.3	129.1	129.7	168.8
Secondo seminterrato	302.4	282.0	283.4	227.0	331.6	258.1	259.3	263.1

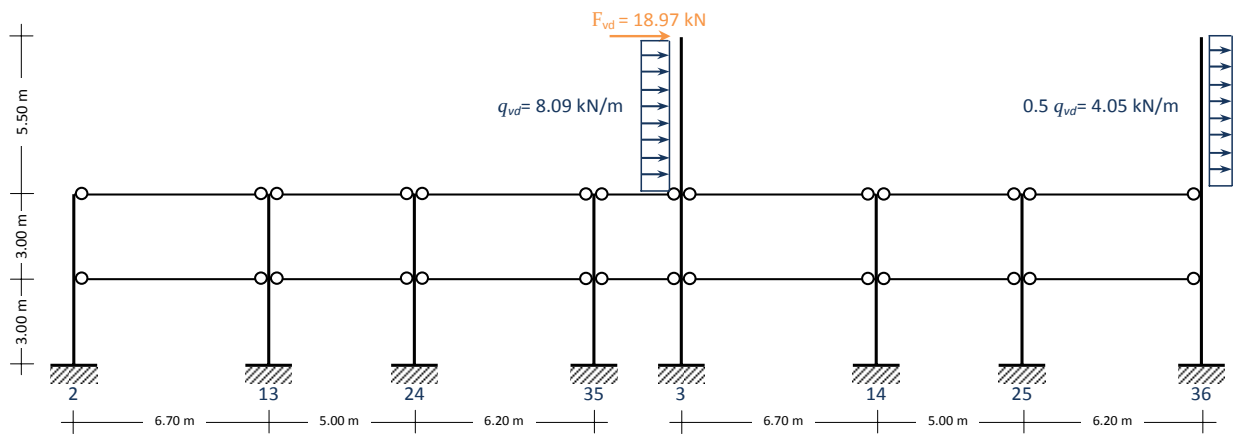


Figura 12. Schema di carico base n. 4 (vento verso destra).

Tabella 11. Momento flettente nei pilastri in kNm per schema di carico base n. 1.

Piano	Sezione	2	13	24	35	3	14	25	36
Piano terra	Testa	--	--	--	--	0.0	--	--	0.0
	Piede	--	--	--	--	226.6	--	--	61.3
Primo seminterrato	Testa	0.0	0.0	0.0	0.0	226.6	0.0	0.0	61.3
	Piede	28.5	28.5	28.5	28.5	163.4	28.5	28.5	210.6
Secondo seminterrato	Testa	28.5	28.5	28.5	28.5	163.4	28.5	28.5	210.6
	Piede	34.6	34.6	34.6	34.6	309.1	34.6	34.6	285.6

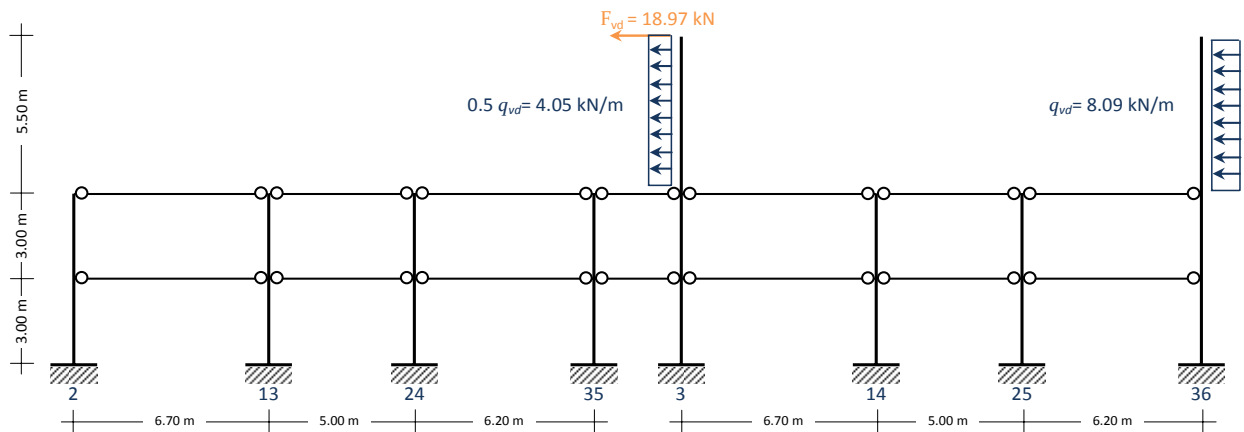


Figura 13. Schema di carico base n. 5 (vento verso sinistra).

Tabella 12. Momento flettente nei pilastri in kNm per schema di carico base n. 2.

Piano	Sezione	2	13	24	35	3	14	25	36
Piano terra	Testa	--	--	--	--	0.0	--	--	0.0
	Piede	--	--	--	--	165.5	--	--	122.4
Primo seminterrato	Testa	0.0	0.0	0.0	0.0	165.5	0.0	0.0	122.4
	Piede	28.5	28.5	28.5	28.5	180.8	28.5	28.5	193.2
Secondo seminterrato	Testa	28.5	28.5	28.5	28.5	180.8	28.5	28.5	193.2
	Piede	34.6	34.6	34.6	34.6	300.4	34.6	34.6	294.3

A rigore, il progetto dell'armatura metallica di ciascun pilastro richiederebbe la determinazione delle coppie $M_{Ed}-N_{Ed}$ relative alle 6 combinazioni di carico prima citate. Dunque, bisognerebbe calcolare la quantità di armatura necessaria al pilastro per sopportare ciascuna delle 6 coppie $M_{Ed}-N_{Ed}$. Infine, si dovrebbe determinare la quantità di armatura da disporre nel pilastro pari al maggiore tra i 6 valori trovati. Tuttavia, se si considera che in un elemento in cemento armato sottoposto a presso-flessione il momento flettente rende sempre più gravoso lo stato di sollecitazione, mentre non si può stabilire a priori se, a parità di momento flettente, uno sforzo normale elevato è più gravoso di uno modesto e viceversa, si può determinare l'armatura da disporre nel pilastro tra le due che si ottengono accoppiando al momento flettente massimo prima lo sforzo normale massimo e quindi quello minimo. Nel caso dello schema statico esaminato, il momento flettente è provocato solo dalle forze orizzontali, mentre lo sforzo normale è dovuto solo ai carichi verticali. Pertanto, lo sforzo normale massimo si ottiene dallo schema di carico base n. 1, lo sforzo normale minimo si ottiene dallo schema di carico base n. 3, mentre il momento flettente massimo è il maggiore tra i 2 valori ottenuti attraverso gli schemi di carico base n. 5 e 6.

Questo modo di procedere che non è rigoroso, perché seguendo le indicazioni di normativa sulla combinazione il carico verticale variabile massimo (schema di carico base n. 3) non agisce contemporaneamente alle azioni orizzontali massime (schemi di carico base n. 5 e 6), ed è conservativo, è stato adottato in quanto consente di ridurre notevolmente l'onere computazionale (determinazione di 6 coppie $M_{Ed}-N_{Ed}$ e delle relative armature per ogni sezione da progettare) da sostenere.

Nelle tabelle che seguono si riportano le 2 coppie $M_{Ed}-N_{Ed}$ considerate per il progetto delle sezioni di estremità (piede e testa) di ciascun pilastro ai diversi piani, le armature richieste corrispondenti, e l'armatura effettivamente disposta per lato in barre ed in cm^2 . Le caratteristiche della sollecitazione e le armature evidenziate in grassetto corrispondono alla combinazione di carico più gravosa che ha condizionato la scelta finale dell'armatura. Nel calcolo delle armature dei pilastri si è considerata una sezione 30x60 per i pilastri 3 e 36 ed una sezione 30x30 per tutti gli altri. Il copriferro è stato assunto sempre uguale a 5 cm.

Tabella 13. Progetto dell'armatura (per lato) del pilastro n. 2.

Piano	Sez.	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,max}$ (kN)	$A_{s,1}$ (cm^2)	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,min}$ (kNm)	$A_{s,2}$ (cm^2)	barre	A_s (cm^2)
Primo sem.	Testa	0.0	340.5	--	0.0	160.0	--	2 \varnothing 14	3.1
	Piede	28.5	340.5	--	28.5	160.0	0.9		
Secondo sem.	Testa	28.5	724.5	--	28.5	302.4	--	2 \varnothing 14	3.1
	Piede	34.6	724.5	--	34.6	302.4	--		

Tabella 14. Progetto dell'armatura (per lato) del pilastro n. 13.

Piano	Sez.	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,max}$ (kN)	$A_{s,1}$ (cm^2)	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,min}$ (kNm)	$A_{s,2}$ (cm^2)	barre	A_s (cm^2)
Primo sem.	Testa	0.0	342.5	--	0.0	141.0	--	2 \varnothing 14	3.1
	Piede	28.5	342.5	--	28.5	141.0	1.2		
Secondo sem.	Testa	28.5	764.6	--	28.5	282.0	--	2 \varnothing 14	3.1
	Piede	34.6	764.6	--	34.6	282.0	0.3		

Tabella 15. Progetto dell'armatura (per lato) del pilastro n. 24.

Piano	Sez.	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,max}$ (kN)	$A_{s,1}$ (cm ²)	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,min}$ (kNm)	$A_{s,2}$ (cm ²)	barre	A_s (cm ²)
Primo sem.	Testa	0.0	344.3	--	0.0	141.7	--	2 Ø 14	3.1
	Piede	28.5	344.3	--	28.5	141.7	1.2		
Secondo sem.	Testa	28.5	768.7	--	28.5	283.4	--	2 Ø 14	3.1
	Piede	34.6	768.7	--	34.6	283.4	0.2		

Tabella 16. Progetto dell'armatura (per lato) del pilastro n. 35.

Piano	Sez.	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,max}$ (kN)	$A_{s,1}$ (cm ²)	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,min}$ (kNm)	$A_{s,2}$ (cm ²)	barre	A_s (cm ²)
Primo sem.	Testa	0.0	241.3	--	0.0	124.2	--	2 Ø 14	3.1
	Piede	28.5	241.3	--	28.5	124.2	1.4		
Secondo sem.	Testa	28.5	494.6	--	28.5	227.0	--	2 Ø 14	3.1
	Piede	34.6	494.6	--	34.6	227.0	0.9		

Tabella 17. Progetto dell'armatura (per lato) del pilastro n. 3.

Piano	Sez.	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,max}$ (kN)	$A_{s,1}$ (cm ²)	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,min}$ (kNm)	$A_{s,2}$ (cm ²)	barre	A_s (cm ²)
Piano terra	Testa	0.0	168.9	--	0.0	55.0	--	5 Ø 18	12.7
	Piede	226.6	168.9	9.3	226.6	55.0	10.6		
Primo sem.	Testa	226.6	479.5	5.7	226.6	201.3	8.8	5 Ø 18	12.7
	Piede	180.8	479.5	3.3	180.8	201.3	6.5		
Secondo sem.	Testa	180.8	829.7	0.8	180.8	331.6	4.9	5 Ø 18	12.7
	Piede	309.1	829.7	7.3	309.1	331.6	11.5		

Tabella 18. Progetto dell'armatura (per lato) del pilastro n. 14.

Piano	Sez.	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,max}$ (kN)	$A_{s,1}$ (cm ²)	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,min}$ (kNm)	$A_{s,2}$ (cm ²)	barre	A_s (cm ²)
Primo sem.	Testa	0.0	312.5	--	0.0	129.0	--	2 Ø 14	3.1
	Piede	28.5	312.5	--	28.5	129.0	1.4		
Secondo sem.	Testa	28.5	697.3	--	28.5	258.1	--	2 Ø 14	3.1
	Piede	34.6	697.3	--	34.6	258.1	0.5		

Tabella 19. Progetto dell'armatura (per lato) del pilastro n. 25

Piano	Sez.	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,max}$ (kN)	$A_{s,1}$ (cm ²)	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,min}$ (kNm)	$A_{s,2}$ (cm ²)	barre	A_s (cm ²)
Primo sem.	Testa	0.0	314.1	--	0.0	129.7	--	2 Ø 14	3.1
	Piede	28.5	314.1	--	28.5	129.7	1.3		
Secondo sem.	Testa	28.5	701.0	--	28.5	259.3	--	2 Ø 14	3.1
	Piede	34.6	701.0	--	34.6	259.3	0.5		

Tabella 20. Progetto dell'armatura (per lato) del pilastro n. 36.

Piano	Sez.	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,max}$ (kN)	$A_{s,1}$ (cm ²)	$M_{Ed,max}$ (kNm)	$N_{Ed,min}$ (kNm)	$A_{s,2}$ (cm ²)	barre	A_s (cm ²)
Piano terra	Testa	0.0	168.9	--	0.0	55.0	--	4 Ø 14	6.2
	Piede	122.4	168.9	3.9	122.4	55.0	5.3		
Primo sem.	Testa	122.4	389.3	1.3	122.4	168.8	3.9	4 Ø 18	10.2
	Piede	210.6	389.3	5.8	210.6	168.8	8.4		
Secondo sem.	Testa	210.6	620.7	3.6	210.6	263.1	7.3	5 Ø 18	12.7
	Piede	294.3	620.7	7.9	294.3	263.1	11.6		

Le armature determinate vanno disposte su ciascuno dei due lati della sezione trasversale. In ciascun pilastro è stata disposta un'armatura pari alla maggiore tra quelle richieste al piede ed in testa. Si è scelto di disporre almeno 2 Ø 14 per lato per tutti i pilastri 30x30, che devono sopportare un momento flettente molto basso e per i quali, pertanto, è sempre richiesta un'armatura estremamente modesta. Inoltre al fine di garantire un buon confinamento del calcestruzzo, l'interasse tra le barre longitudinali deve essere non superiore a 30 cm (suggerisco di ridurre tale distanza a 25 cm). Questo vincolo diventa condizionante per l'armatura dei lati lunghi di sezioni rettangolari, ad esempio i lati lunghi delle sezioni dei pilastri 30x60, dove potrebbe essere generalmente necessario aggiungere delle altre barre fuori calcolo oltre a quelle indicate nelle tabelle. Dopo aver definito le barre da disporre su ciascun lato della sezione bisogna verificare di aver ottenuto un'area complessiva di armatura longitudinale non inferiore al minimo di normativa che le Norme Tecniche per le Costruzioni assumono pari a:

$$A_{s,min} = \max\left(0.1 \frac{N_{Ed,Max}}{f_{yd}}; 0.3\% A_c\right) \quad (26)$$

dove A_c rappresenta l'area di calcestruzzo effettiva della sezione. I limiti sopra indicati sono molto bassi. Pertanto, si è deciso di disporre in ciascun pilastro un'area di armatura almeno sufficiente a sopportare il 20% di N_{Ed} (superiore al 10% prescritto dalla normativa) e comunque non inferiore ad un valore compreso tra lo 0.6% e lo 0.8% dell'area effettiva di calcestruzzo.

Le barre longitudinali vengono prolungate rispetto all'estradosso della trave per una lunghezza pari a quella di sovrapposizione al fine di garantire un buon ancoraggio con le barre del pilastro superiore. Tale lunghezza è stata in questo caso fissata a 1.0 m, misura più che sufficiente per le barre Ø14 ed ancora accettabile per le barre Ø18.

Oltre l'armatura longitudinale vanno disposte delle staffe secondo le prescrizioni della normativa, ovvero con un passo s che rispetti i seguenti limiti:

$$s \leq 12 \varnothing_{\min} \leq 25 \text{ cm, cioè } s \leq 12 \times 1.4 = 16.8 \text{ cm} \quad (27)$$

Anche se non è esplicitamente richiesto dalle Norme Tecniche per le Costruzioni, è auspicabile infittire il passo delle staffe nelle zone di estremità del pilastro. Ad esempio, l'Eurocodice 2, stabilisce che il passo s deve essere ridotto secondo un fattore 0.6, in prossimità degli estremi del pilastro per un'ampiezza pari alla dimensione maggiore del pilastro. Si è quindi deciso di disporre una staffa ogni 10 cm agli estremi del pilastro ed una ogni 15 cm nella parte centrale.