

Università degli Studi di Catania
 Facoltà di Architettura
 Corso di Laurea Specialistica quinquennale in Architettura

Laboratorio di Costruzioni dell'Architettura 2

Stato limite di deformazione

Siracusa, 27 maggio 2009

Edoardo M. Marino

Verifiche sulle deformazioni

I limiti sulle deformazioni andrebbero concordati con il committente, o in alternativa si possono utilizzare le seguenti indicazioni di massima:

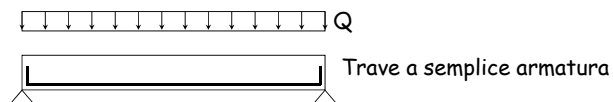
- L'aspetto e la funzionalità dell'edificio possono essere pregiudicati se la freccia delle travi nella combinazione di carico quasi permanente è superiore ad 1/250 della loro luce;
- I tramezzi possono subire danni se la freccia delle travi dovuta ai carichi quasi permanenti applicati dopo la costruzione di tali elementi è superiore ad 1/500 della loro luce.

EC2, punto 7.4.1

2/41

Verifica delle deformazioni senza calcolo diretto

Freccia della trave



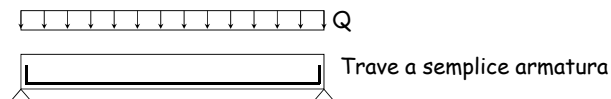
La freccia della trave vale:

$$f \approx f_2 = \frac{5}{384} \frac{Q L^4}{E_c I_2} = \frac{40}{384} \frac{M_{\max} L^2}{E_c I_2} \quad \text{con} \quad M_{\max} = \frac{Q L^2}{8}$$

f_2 calcolata considerando le sezioni tutte le sezioni fessurate

4/41

Freccia della trave



La tensione nell'armatura vale:

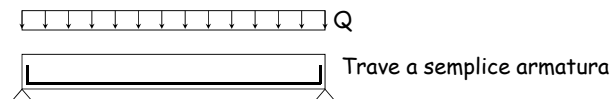
$$\sigma_s = n \frac{M_{\max}}{I_2} (d - x)$$

... e quindi:

$$M_{\max} = \frac{\sigma_s I_2}{n (d - x)} = \frac{\sigma_s I_2}{n d (1 - \xi)} \quad \text{con} \quad \xi = \frac{x}{d}$$

Sostituendo nell'espressione precedente si ottiene ...

Rapporto L/d e freccia della trave



... il rapporto f/L della trave vale:

$$\frac{f}{L} = \frac{40}{384} \frac{1}{(1 - \xi)} \frac{\sigma_s}{E_s} \frac{L}{d}$$

... mentre per altri schemi statici vale:

$$\frac{f}{L} = c_2 \frac{1}{(1 - \xi)} \frac{\sigma_s}{E_s} \frac{L}{d} \quad (c_2 \text{ dipende dalla schema statico})$$

6/41

Rapporto L/d e freccia della trave

$$\frac{L}{d} \leq \frac{(1-\xi) E_s}{c_2 \sigma_s} \left(\frac{f}{L} \right)_{lim} \quad (c_2 \text{ dipende dalla schema statico})$$

Il massimo rapporto L/d dipende da:

- Schema statico (attraverso c_2);
- tensione di lavoro dell'acciaio σ_s ;
- tipo di calcestruzzo (attraverso ξ);
- ρ e ρ' (attraverso ξ);
- Il rapporto f/L ritenuto accettabile.

7/41

Verifica delle deformazioni senza calcolo diretto

Nell'Eurocodice 2 sono fornite relazioni analitiche per il calcolo dei valori limiti del rapporto L/d (valide per $\sigma_s=310$ MPa corrispondente a $f_{yk}=500$ MPa):

$$\frac{L}{d} \leq k \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad \text{se } \rho \leq \rho_0$$

$$\frac{L}{d} \leq k \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho'}{\rho_0} \right] \quad \text{se } \rho > \rho_0$$

EC2, punto 7.4.2

8/41

Verifica delle deformazioni senza calcolo diretto

$$\frac{L}{d} = k \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad \text{se } \rho \leq \rho_0$$

$$\frac{L}{d} = k \left[11 + 1.5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho'}{\rho_0} \right] \quad \text{se } \rho \geq \rho_0$$

k dipende dallo schema statico

ρ percentuale di armatura tesa in mezzeria

ρ' percentuale di armatura compressa in mezzeria

ρ_0 percentuale di riferimento dell'armatura tesa pari a:

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{f_{ck}}}{1000} \quad (f_{ck} \text{ in MPa})$$

EC2, punto 7.4.2

9/41

Verifica delle deformazioni senza calcolo diretto

La circolare n. 617 fornisce formule più semplici per il calcolo dei valori limiti del rapporto L/h:

$$\frac{L}{h} \leq k \left[11 + \frac{0.0015 f_{ck}}{\rho + \rho'} \right] \frac{500}{f_{yk}} \frac{A_{s,eff}}{A_{s,calc}}$$

k dipende dallo schema statico

ρ percentuale di armatura tesa

ρ' percentuale di armatura compressa

$A_{s,eff}$ area di armatura tesa effettivamente presente

$A_{s,calc}$ area di armatura tesa calcolata

Circolare 2/02/2009, punto 4.1.2.2.2

10/41

Verifica delle deformazioni senza calcolo diretto

Per $f_{ck}=25$ MPa, $f_{yk} = 450$ MPa, $\rho'=0$ e $A_{s,eff}=A_{s,calc}$, si può omettere il calcolo esplicito della freccia se non sono superati i seguenti valori di L/h:

Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

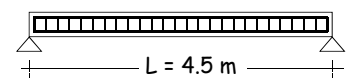
Circolare 2/02/2009, punto 4.1.2.2.2

11/41

Esempio numerico

Dati:

Sezione 90x26
Calcestruzzo C25/30
Acciaio B450C
c = 5 cm



Procedura:

- 1 - determinazione dei rapporti L/h corrispondenti ai materiali utilizzati
- 2 - determinazione del rapporto L/h relativo al caso in esame
- 3 - determinazione dell'altezza minima

12/41

Esempio numerico

Poiché si usa un calcestruzzo con C25/30 ed un acciaio con $f_{yk} = 450$ MPa i valori massimi di L/h sono:

Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

13/41

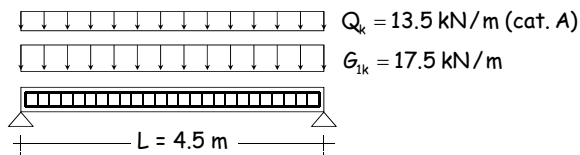
Esempio numerico

Lo schema statico è di trave appoggiata

Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

14/41

Armatura tesa



Comb. di carico per SLU

$$\gamma_{G1} G_{1k} + \gamma_Q Q_k = 1.3 \times 17.5 + 1.5 \times 13.5 = 43.0 \text{ kN/m}$$

$$M_{Ed} = M_{max} = \frac{q L^2}{8} \quad M_{Ed} = 108.8 \text{ kNm}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9 d f_{yd}} = \frac{108.8 \times 10}{0.9 \times 0.21 \times 391.3} = 14.7 \text{ cm}^2$$

15/41

Esempio numerico

Lo schema statico è di trave appoggiata

$$\text{La percentuale di armatura tesa è } \rho = \frac{14.7}{90 \times 21} = 0.78\%$$

... ed interpolando ...

Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

16/41

Esempio numerico

... si ottiene un rapporto L/h massimo di 18.2, che è maggiore di quello della trave in esame pari a:

$$\frac{L}{h} = \frac{450}{26} = 17.3$$

Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

17/41