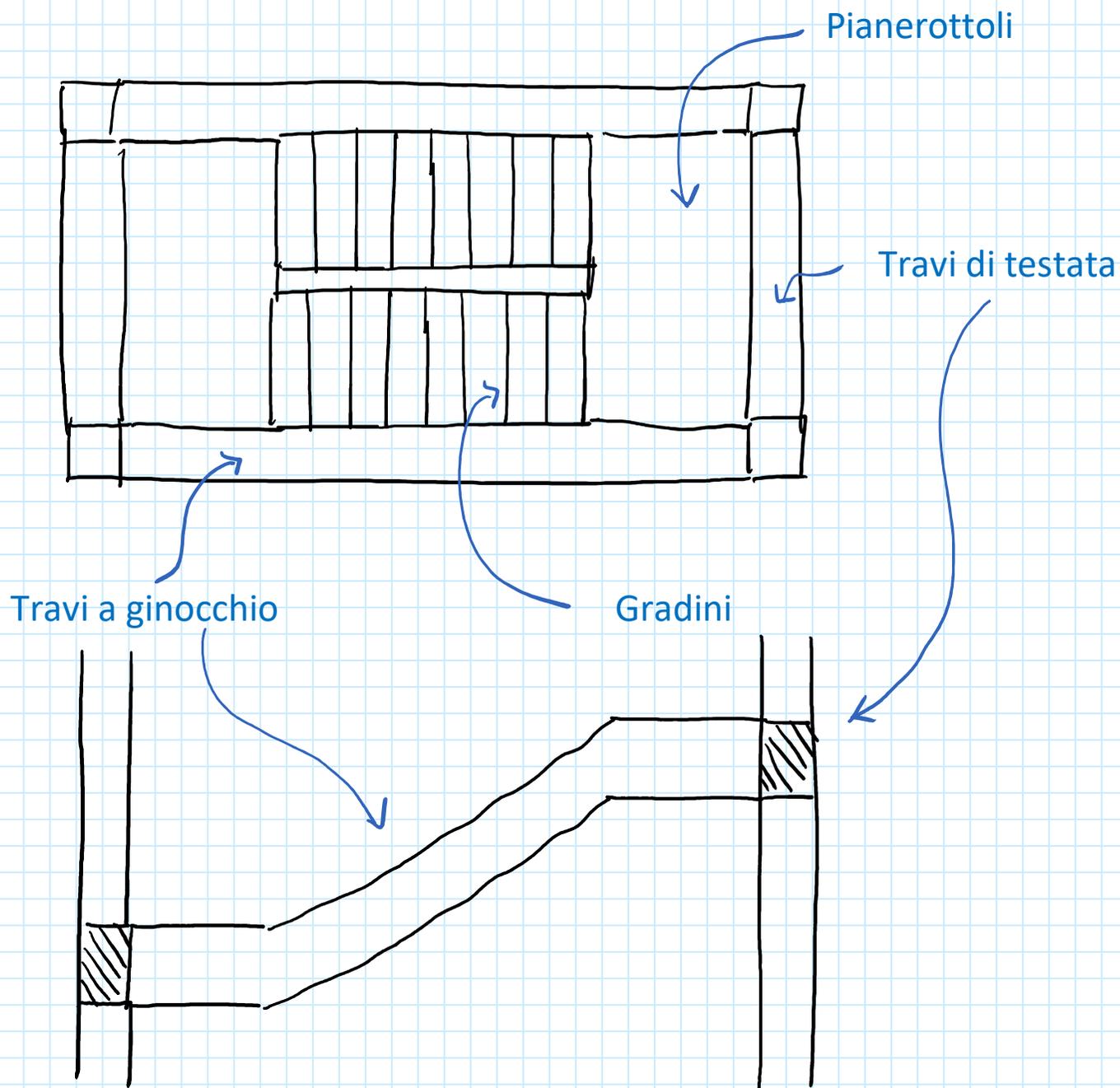
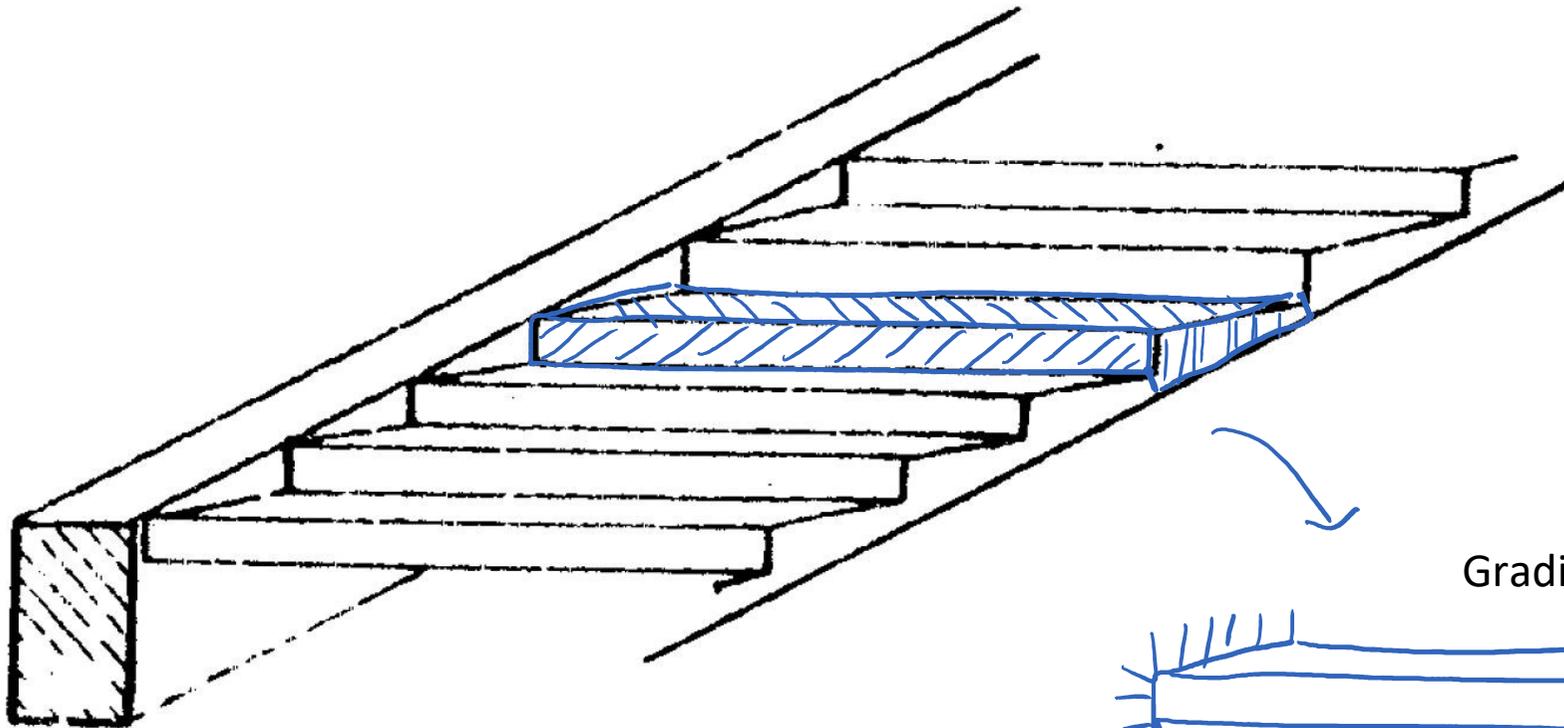


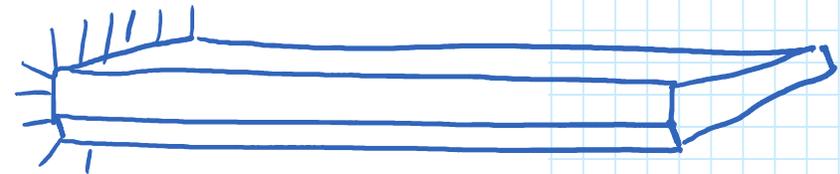
Scala con trave a ginocchio e gradini a sbalzo



Gradini



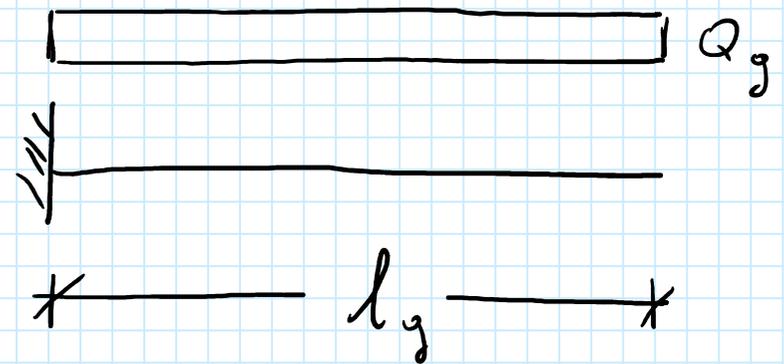
Gradino isolato

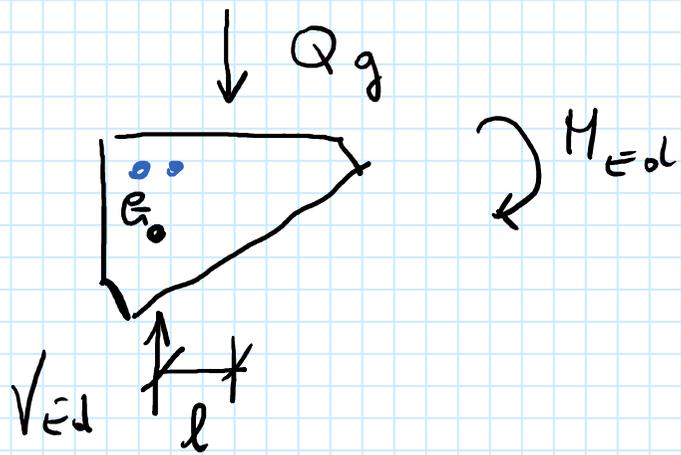


Nella sezione
incastrata ...

$$V_{Ed} = Q_g l_g$$

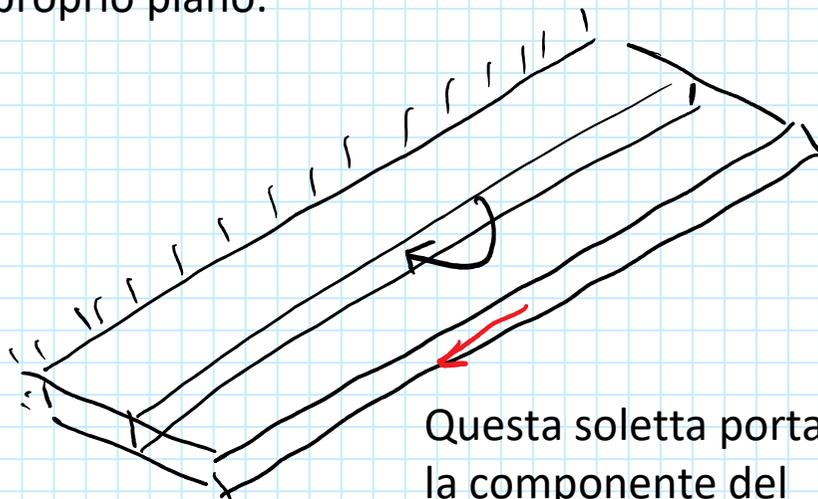
$$M_{Ed} = Q_g \frac{l_g^2}{2}$$





- La forma della sezione trasversale è complessa;
- La flessione è deviata;
- C'è eccentricità tra carico e reazione ... nasce anche momento torcente.

Ma i gradini sono collegati inferiormente da una soletta 5-6 cm in c.a. molto rigida nel proprio piano.

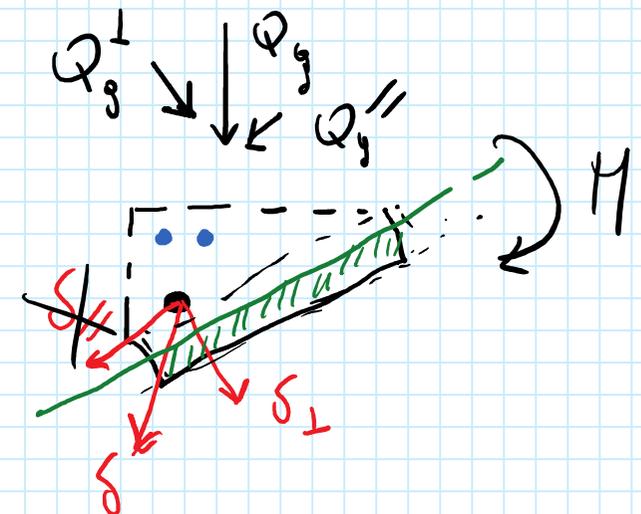


Questa soletta porta la componente del carico Q_g''

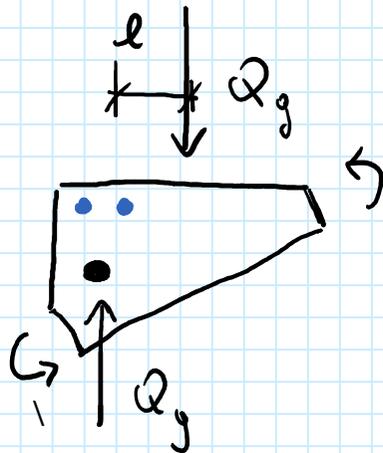
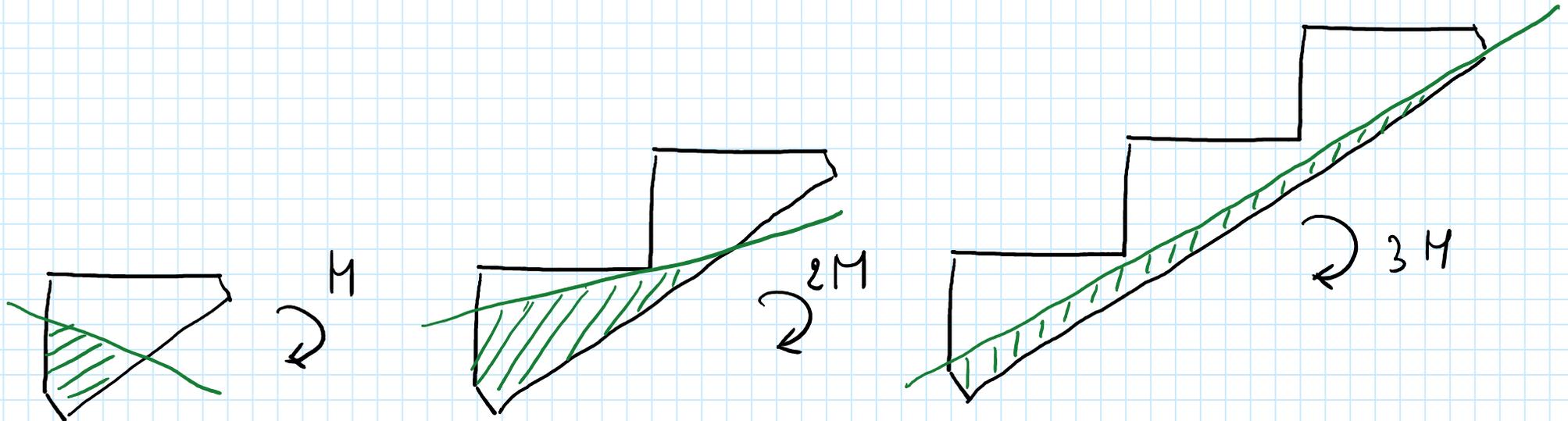
... ed impedisce lo spostamento δ''

... pertanto solo Q_g^\perp sollecita il gradino.

Il gradino si deforma nel piano ortogonale alla soletta e, considerata la posizione dell'asse neutro, si comporta come un elemento a sezione rettangolare in c.a. soggetto a flessione retta

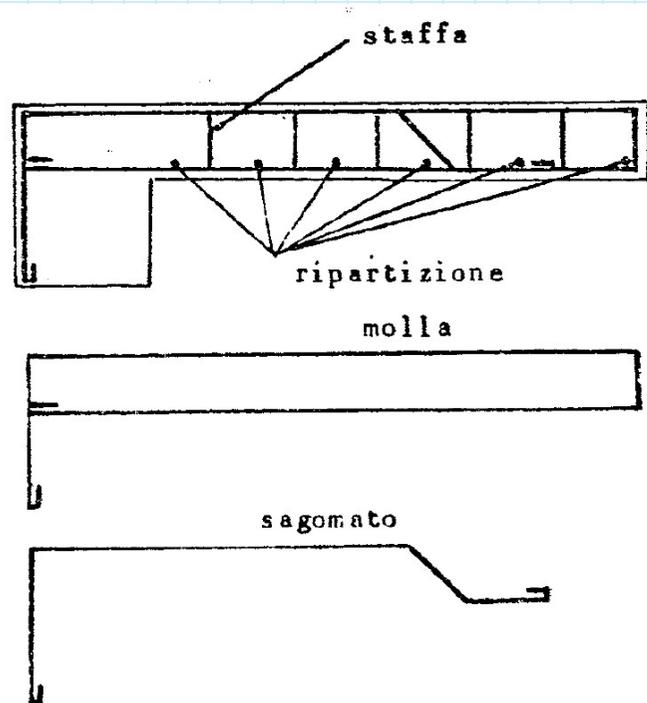


La flessione retta della sezione trasversale del gradino emerge anche considerando la sezione trasversale di uno, due, tre o più gradini ed osservando come ruota l'asse neutro e come si dispone all'aumentare del numero di gradini

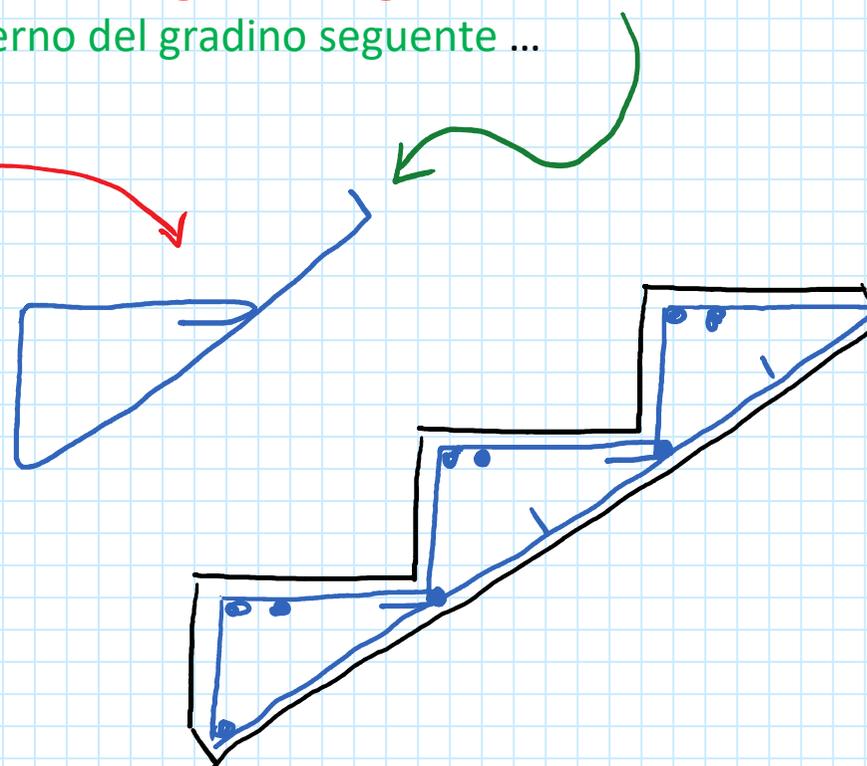


La coppia causata dall'eccentricità tra carico agente e reazione del gradino non genera momento torcente. La coppia viene equilibrata dai momenti flettenti che nascono nella soletta. L'armatura longitudinale disposta fuori calcolo rende la soletta idonea a portare tali momenti flettenti.

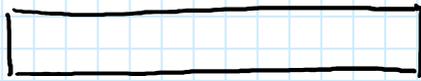
Armatura dei gradini



Ogni staffa è avvolge l'armatura longitudinale del gradino ma è **anche piegata sul ramo inferiore della molla del gradino seguente** ed è **ancorata all'interno del gradino seguente ...**



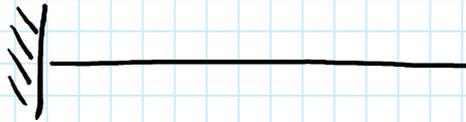
... così, attraverso le staffe si realizza la cucitura tra i gradini.



$$Q_y^\perp$$

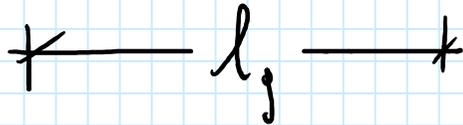
Il momento nella sezione all'incastro vale

$$M = Q_y^\perp \frac{l_g^2}{2}$$

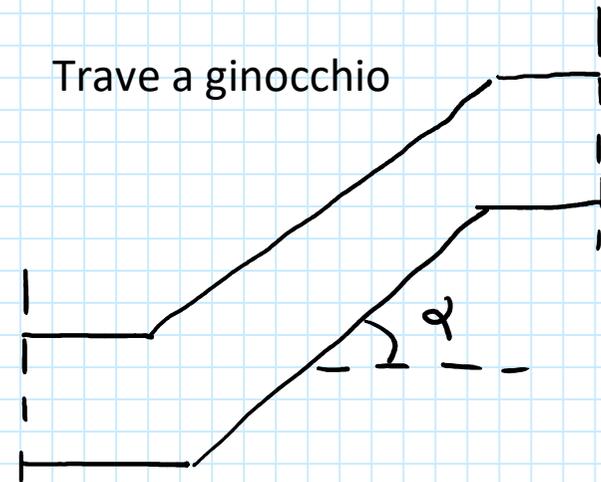
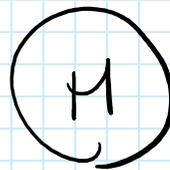
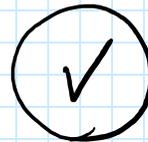


... ed il taglio

$$V = Q_y^\perp l_g$$



Diagrammi:



$$Q_y^\perp = Q_y \cos \alpha$$

Trave a ginocchio

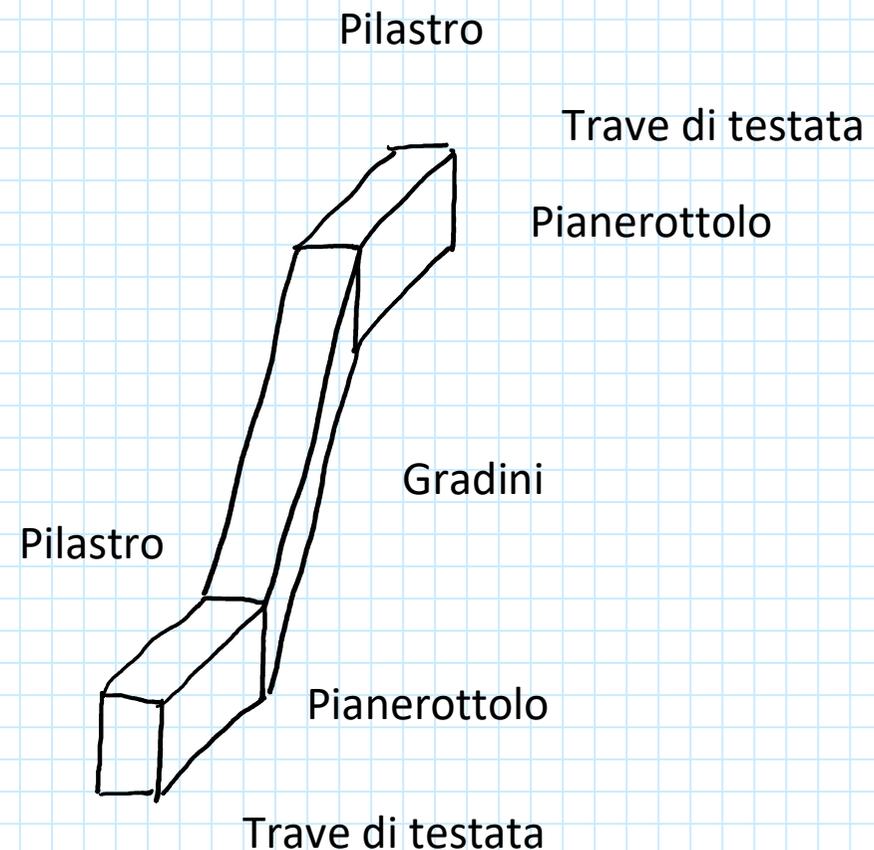
Il modello numerico deve simulare l'interazione con gli altri elementi strutturali e non strutturali che si traducono in:

1. carichi trasmessi alla trave a ginocchio
2. e vincoli esercitati sulla trave a ginocchio

Ragionando per situazioni limite è possibile definire più modelli di carico che definiscono una fascia di comportamento che contiene il reale comportamento della trave a ginocchio.

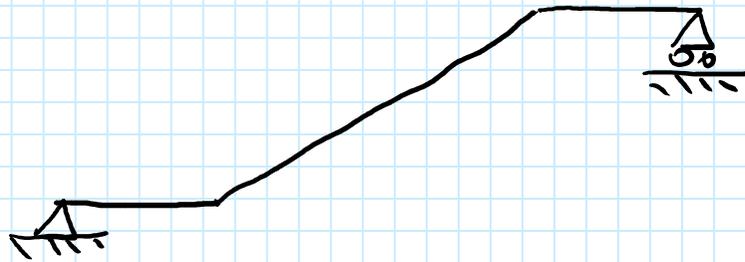
La trave a ginocchio è sollecitata a taglio, flessione e torsione ... è possibile definire modelli di calcolo diversi per prevedere:

1. Taglio e momento flettente
2. ed il momento torcente

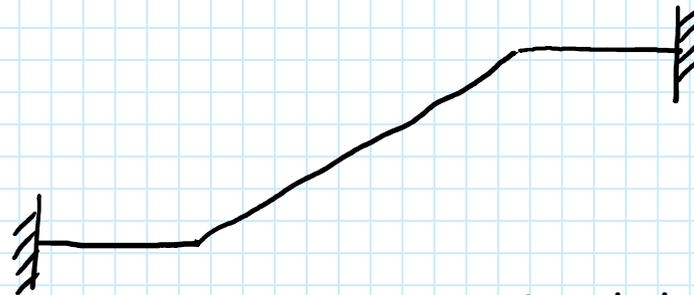


Modelli numerici per prevedere taglio e momento flettente

Ai piani alti i pilastri sono flessibili rispetto alle trave e possono essere assimilati ad appoggi ...



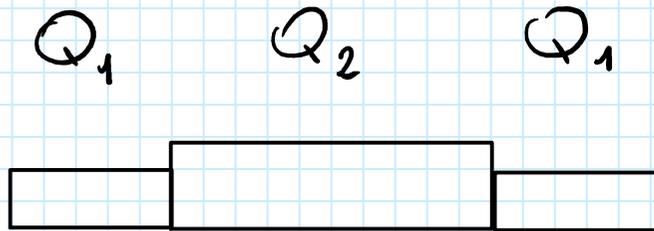
Fascia di
comportamento



... mentre ai piani bassi i pilastri sono più rigidi delle trave e possono essere assimilati ad incastri.

Modelli numerici per prevedere taglio e momento flettente

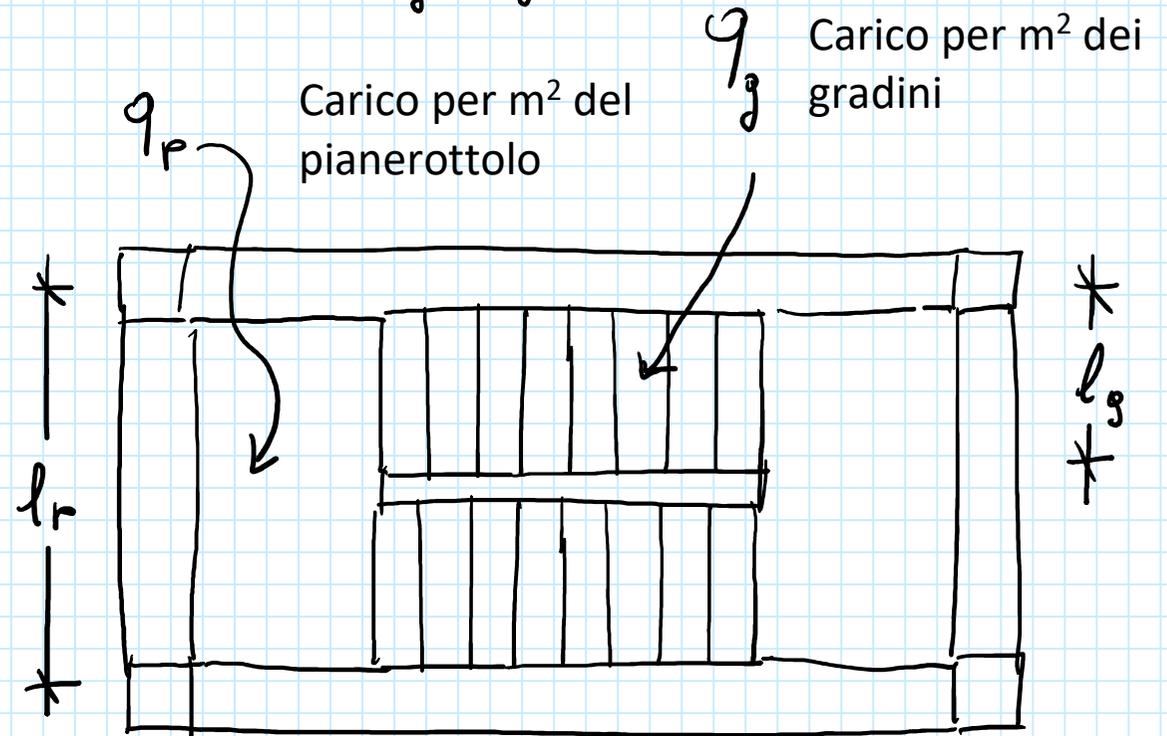
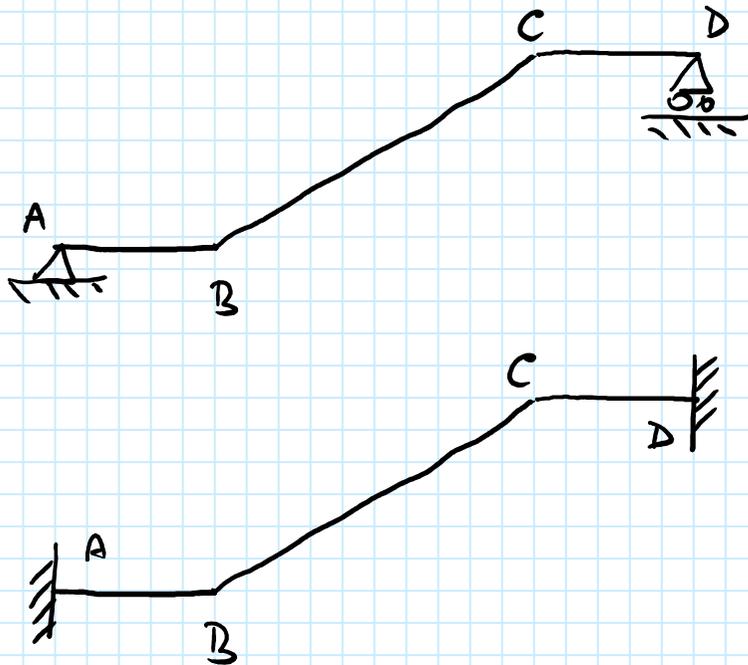
Il carico sui diversi tratti è lo stesso per entrambi i modelli numerici ... il carico sul tratto inclinato è trasmesso dai gradini, quello sui tratti rettilinei dai pianerottoli.



$$Q_1 = q_p \frac{l_p}{2}$$

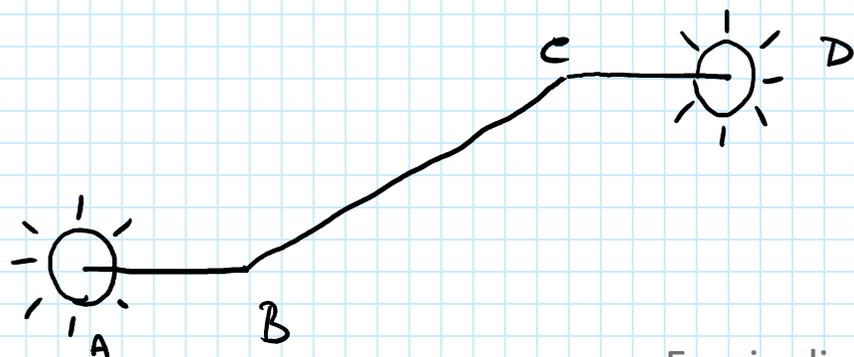
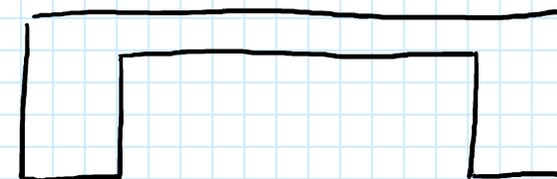
$$Q_2 = q_g l_g$$

+ Il carico dovuto a peso proprio e tamponatura

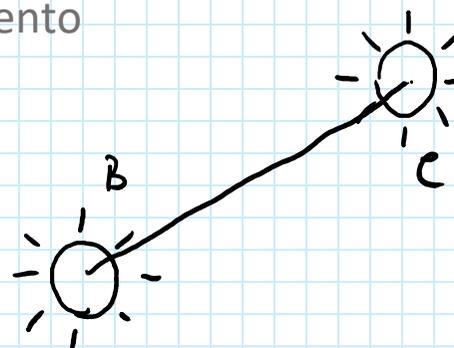


Modelli numerici per prevedere il momento torcente

Se il pianerottolo è sottile, la sua rigidezza flessionale è piccola rispetto alla rigidezza torsionale della trave che troverà il vincolo di testata nella trave di testata e nei pilastri ...

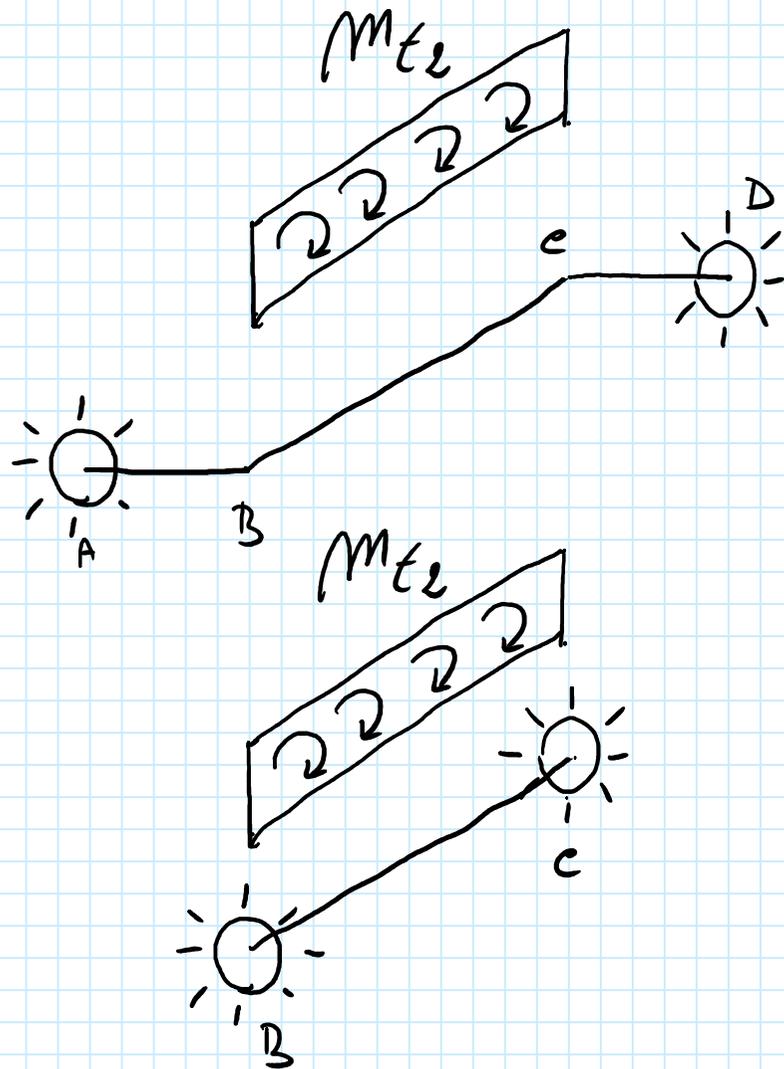


Fascia di comportamento



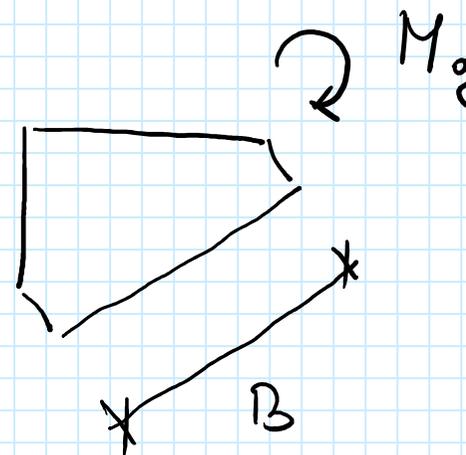
... invece, se il pianerottolo è spesso, la sua rigidezza flessionale è grande rispetto alla rigidezza torsionale della trave. Sarà dunque il pianerottolo a definire a fornire il vincolo torsionale

Modelli numerici per prevedere il momento torcente

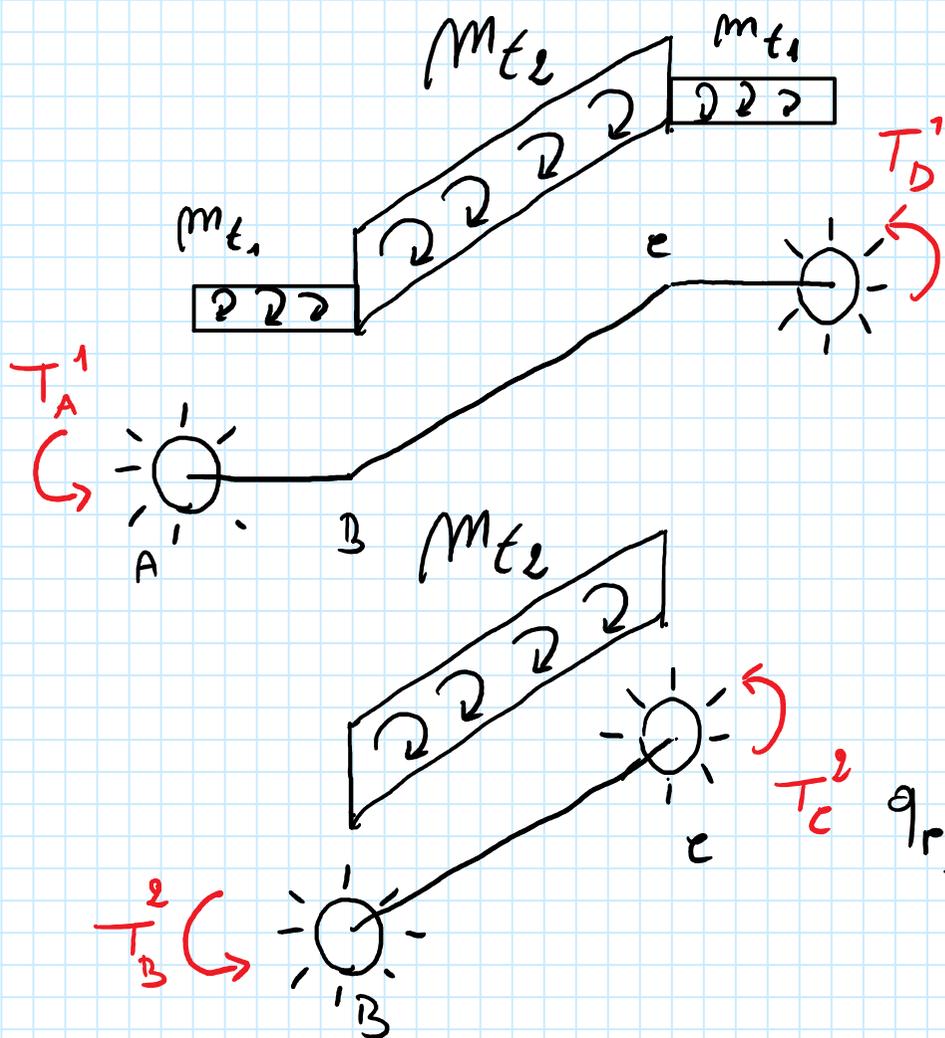


Il carico torcente del tratto inclinato è lo stesso per entrambi i modelli ... è uguale al momento flettente trasmesso dal gradino diviso per la larghezza del gradino.

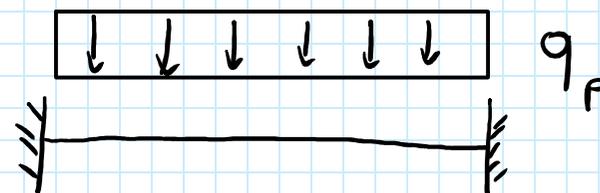
$$m_{t_2} = \frac{M_g}{B}$$



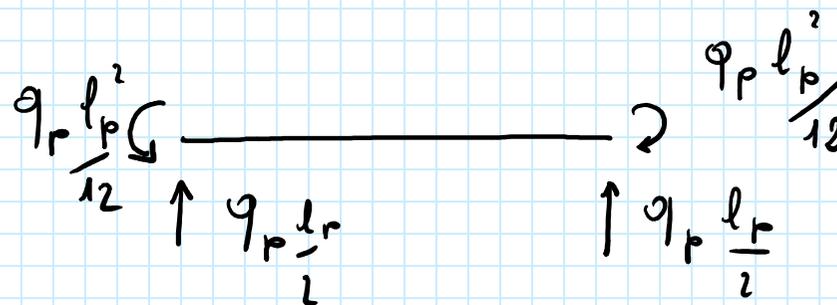
Modelli numerici per prevedere il momento torcente



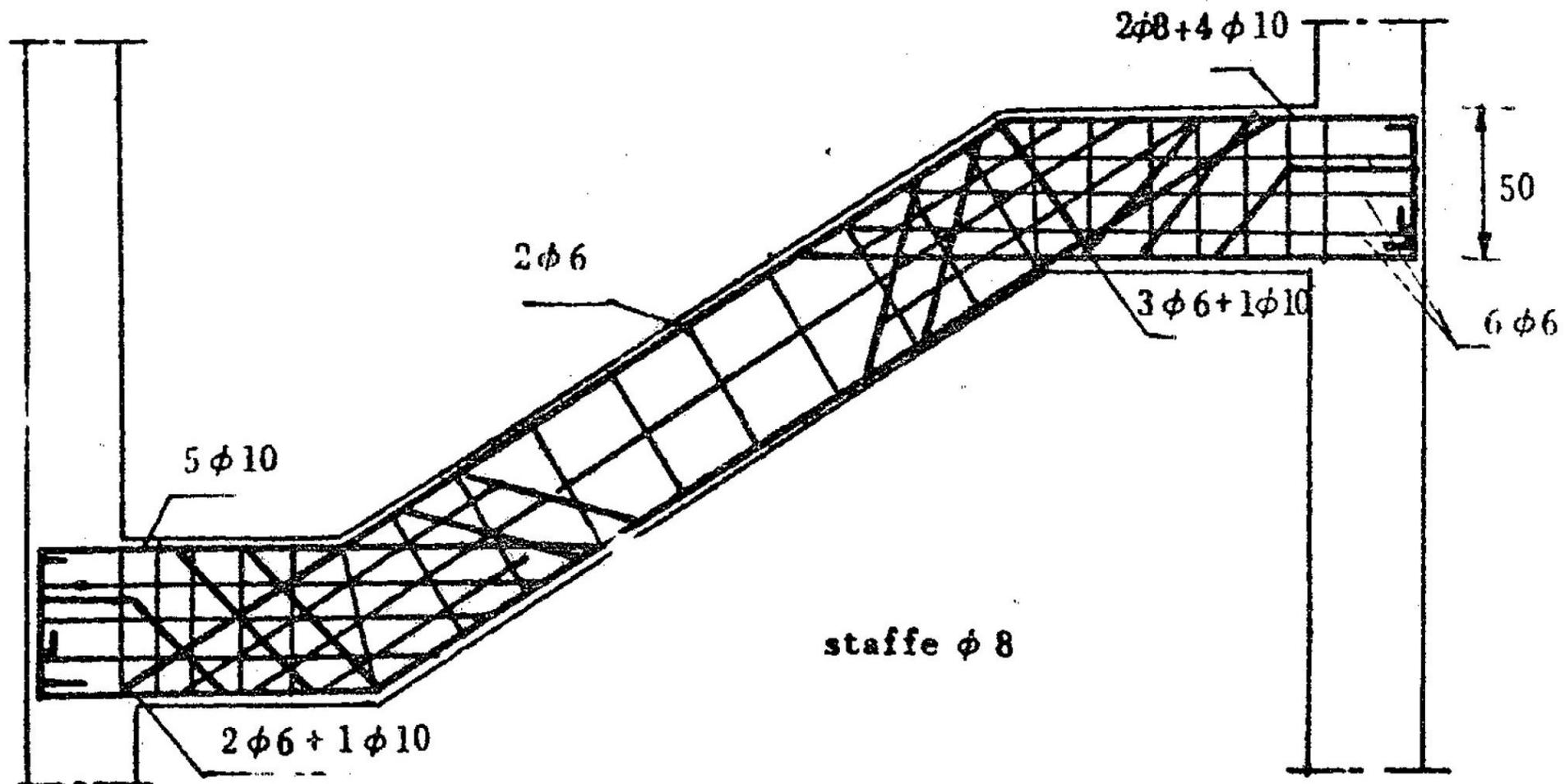
Il carico torcente del tratto orizzontale è presente solo per il primo modello, che è rappresentativo dell'interazione con un pianerottolo sottile.



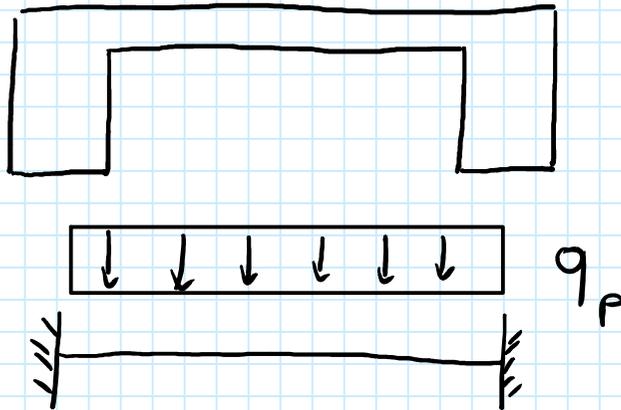
$$M_{t1} = q_r \frac{l_p^2}{12}$$



Armatura della trave a ginocchio



Pianerottolo

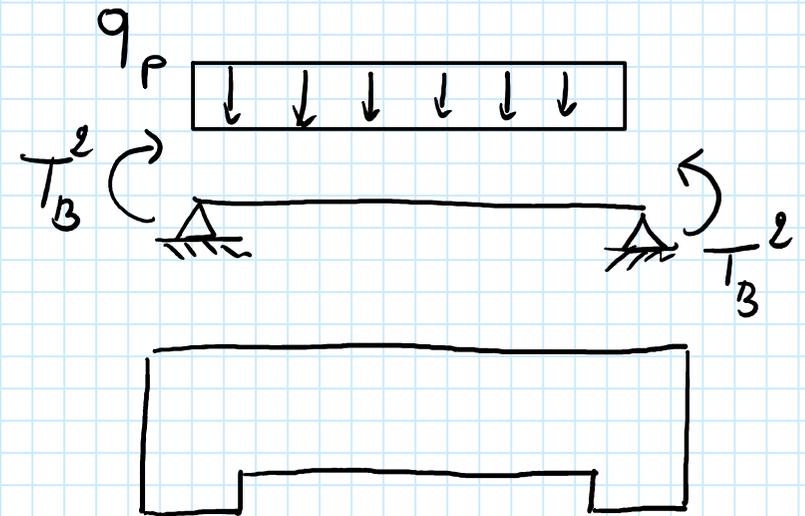


Se il pianerottolo è flessibile, i tratti orizzontali delle travi a ginocchio forniscono un vincolo alle rotazione ed il pianerottolo è assimilabile ad una trave incastrata ed incastrata ...

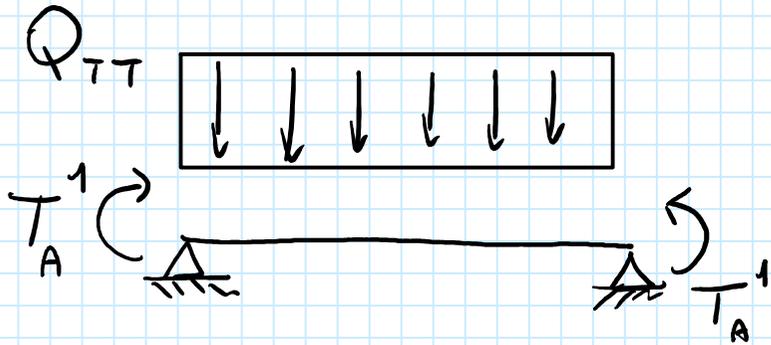
Fascia di
comportamento

... invece, se il pianerottolo è spesso, i tratti orizzontali della trave a ginocchio non sono sufficientemente rigidi per dare un vincolo alla rotazione ...

... Inoltre, sono applicate delle coppie sulle sezioni di estremità pari alla reazione torsionale del secondo modello usato per la trave a ginocchio (è il pianerottolo ad offrire il vincolo torsionale in questo caso).



Trave di testata



Ai piani alti, i pilastri sono flessibili e non offrono vincolo alla rotazione per la trave di testata ...

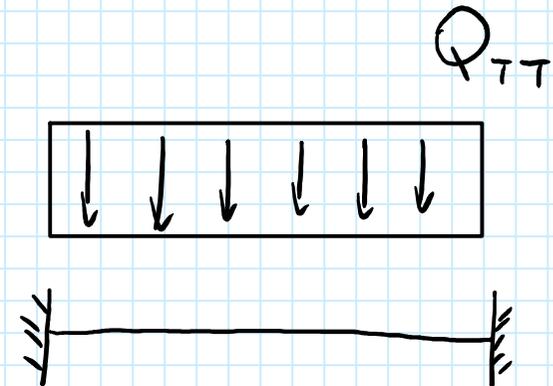
... inoltre, sono applicate delle coppie sulle sezioni di estremità pari alla reazione torsionale del primo modello usato per la trave a ginocchio (è la trave di testata ad offrire il vincolo torsionale in questo caso).

Q_{TT} è dato da:

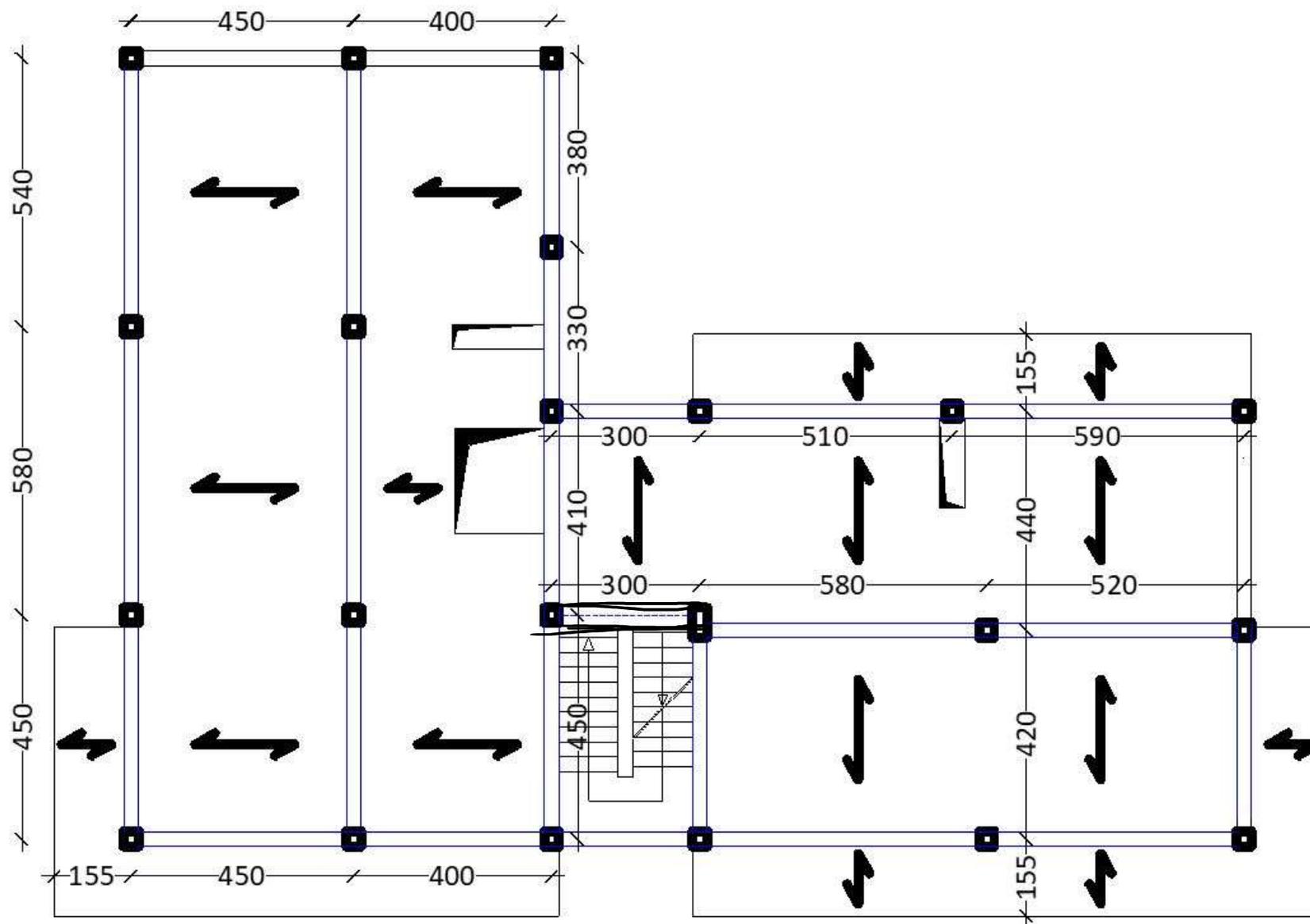
1. Peso proprio;
2. Peso della tamponatura;
3. Pianerottolo (fascia larga 0.5 m)

Fascia di
comportamento

... invece, ai piani bassi, i pilastri rigidi rispetto alla trave impediscono le rotazioni delle sezioni di estremità della trave di testata che si comporta come trave incastrata ed incastrata.



Applicazione numerica



Analisi dei carichi della rampa

$$\alpha = \arctan \frac{1,6}{3,0} = 28,1^\circ$$
$$\cos 28,1^\circ = 0,8823$$

Peso proprio

Soletta $0,05 \times 1 \times \frac{1}{\cos 28,1^\circ} \times 25 = 1,42 \text{ KN/m}^2$

Gradini $\frac{0,16 \times 0,3}{2} \times 1 \times \frac{1}{0,3} \times 25 = 2,0 \text{ KN/m}^2$

3,42 KN/m²

$g_{1k} = 3,42 \text{ KN/m}^2$

Carichi permanenti

Intonaco $0,01 \times 1 \times \frac{1}{\cos 28,1^\circ} \times 18 = 0,2 \text{ KN/m}^2$

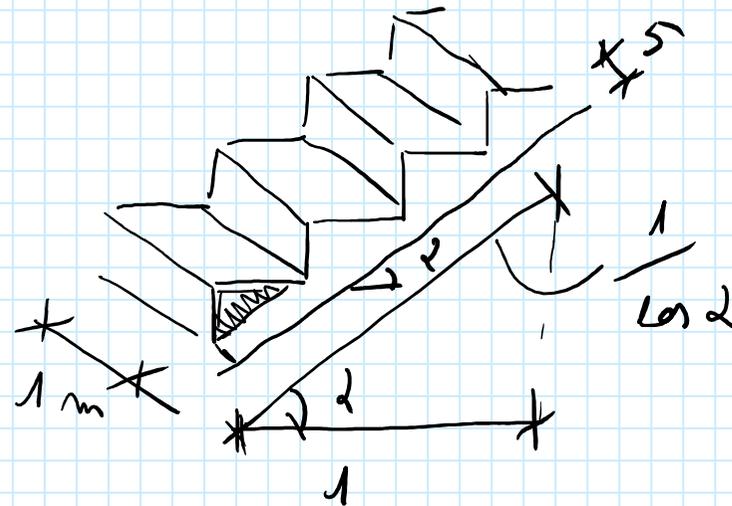
Rivestimento $0,02 \times 1 \times 1 \times 27 = 0,54 \text{ KN/m}^2$

Massetto $0,04 \times 1 \times 1 \times 21 = 0,84 \text{ KN/m}^2$

$g_{1k} = 1,58 \text{ KN/m}^2$

Carico variabile

$$q_k = 4,0 \text{ KN/m}^2$$



$$q_{1k} = 5,0 \text{ KN/m}^2$$

$$q_k = 4,0 \text{ KN/m}^2$$

} Valori caratteristici

$$q_{1d} = 1,3 \times 5,0 = 6,5 \text{ KN/m}^2$$

$$q_d = 1,5 \times 4,0 = 6,0 \text{ KN/m}^2$$

} Valori di progetto

Analisi dei carichi del pianerottolo

Peso proprio

Soletta

$$0,15 \times 1 \times 1 \times 25 = 3,75 \text{ kN/m}^2$$

Carichi permanenti

Intonaco

$$0,01 \times 1 \times 1 \times 18 = 0,18 \text{ kN/m}^2$$

Rivestimento

$$0,02 \times 1 \times 1 \times 27 = 0,54 \text{ kN/m}^2$$

Massetto

$$0,04 \times 1 \times 1 \times 21 = 0,84 \text{ kN/m}^2$$

$$1,56$$

Carico variabile

$$q_k = 4,0 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{1k} = 3,45 + 1,56 = 5,31 \text{ kN/m}^2$$
$$q_k = 4,0 \text{ kN/m}^2$$

Valori caratteristici

$$q_{s01} = 1,3 \times 5,31 = 6,90 \text{ kN/m}^2$$
$$q_d = 1,5 \times 4,0 = 6,0 \text{ kN/m}^2$$

Valori di progetto

Tompagno

Peso proprio di un metro di tompagno (valore caratteristico)

$$\text{laterizi} \quad (0.08+0.12) \times 3.00 \times 1 \text{ m}^3 \times 6 \text{ kN/m}^3 = 3.60 \text{ kN/m}$$

$$\text{intonaco} \quad (0.02+0.01) \times 3.00 \times 1 \text{ m}^3 \times 18 \text{ kN/m}^3 = 1.62 \text{ kN/m}$$

$$\text{totale} = 5.22 \text{ kN/m}$$

$$\text{Valore caratteristico } (G_k) = 5.22 \text{ kN/m}$$

$$\text{Valore di calcolo } (G_d) \quad 5.22 \times 1.3 = 6.79 \text{ kN/m}$$

Trave emergente 30×60

Peso proprio di un metro di trave (valore caratteristico):

$$\text{peso trave} \quad 0.30 \times 0.60 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3 = 4.50 \text{ kN/m}$$

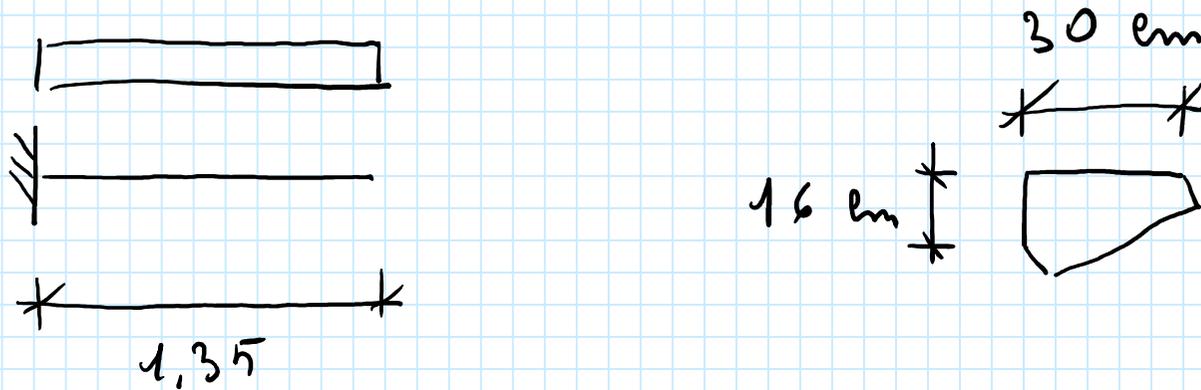
$$\text{peso solaio (a detrarre)} \quad 0.30 \times 1 \text{ m}^2 \times 2.90 \text{ kN/m}^2 = -0.87 \text{ kN/m}$$

$$\text{totale} = 3.63 \text{ kN/m}$$

$$\text{Valore caratteristico } (G_k) = 3.64 \text{ kN/m}$$

$$\text{Valore di calcolo } (G_d) \quad 3.63 \times 1.3 = 4.72 \text{ kN/m}$$

Gradino

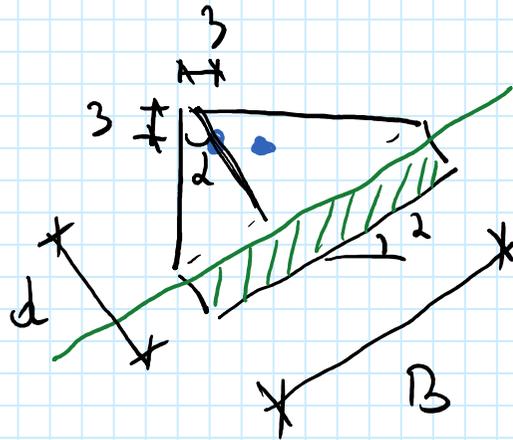


$$q_d + q_{kd} = 12,5 \text{ kN/m}^2$$

$$(q_d + q_{kd}) \cos \alpha = 12,5 \times 0,8823 = 11,03 \text{ kN/m}^2$$

$$(q_d + q_{kd}) \cos \alpha \times 0,3 = 3,31 \text{ kN/m} = Q_{\perp d}$$

$$M_{Ed} = Q_{\perp d} \frac{l_g^2}{2} = 3,31 \times \frac{1,35^2}{2} = 3,02 \text{ kNm}$$



e 30/37

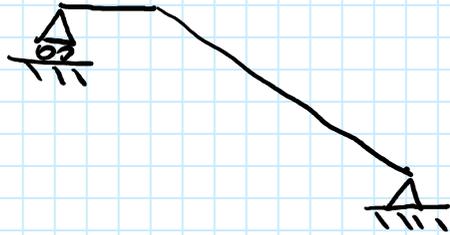
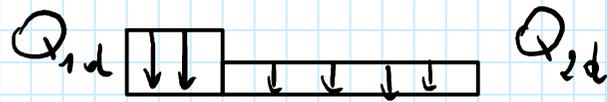
$$B = \sqrt{16^2 + 30^2} = 34 \text{ cm}$$

$$d = 5 + 16 \cos 28^{\circ},1 - \sqrt{3^2 + 3^2} = 14,8 \text{ cm}$$

$$M_{Rd,c} = \frac{B d^2}{\eta^2} = \frac{0,34 \times 0,148^3}{0,018^2} = 23,0 \text{ kNm} \quad \text{ok!}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0,9 d f_{yd}} = \frac{3,02 \times 10}{0,9 \times 0,148 \times 391,3} = 0,58 \text{ cm}^2 \quad 2 \phi 8$$

Trave a ginocchio

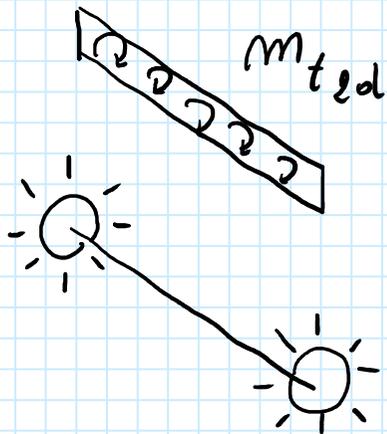
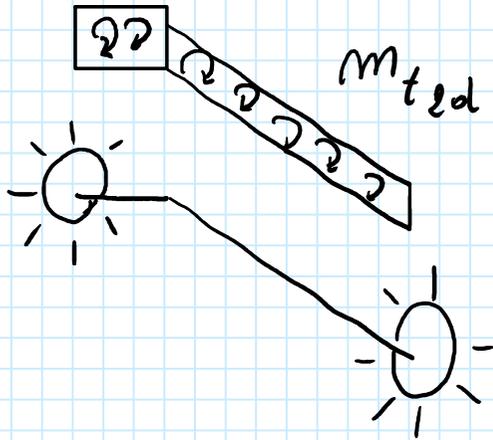


Carico verticale

$$\begin{aligned} Q_{10d} &= (g_d + q_{0d})_p \times \frac{l_p}{2} \\ &= 12,9 \times \frac{3}{2} = 19,4 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{2d} &= (g_d + q_d)_g \times l_g \\ &= 12,5 \times 1,35 = 16,9 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

M_{t1d}



Carico torcente

$$m_{t1d} = 9,7 \text{ kN m/m}$$

$$(g_d + q_d)_p \frac{l_p^2}{12} = 12,9 \times \frac{3^2}{12} = 9,7 \text{ kN m/m}$$

$$M_{t2d} = \frac{3,02}{0,34} = 8,88 \text{ kN m/m}$$

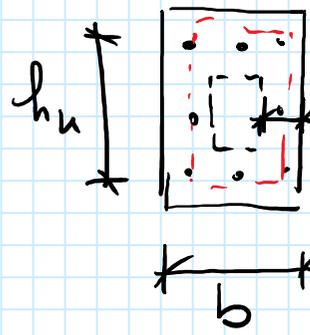
$$M_{Ed} = 20,1 \text{ kNm}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0,9 d f_{yd}} = \frac{20,1 \times 10}{0,9 \times 0,56 \times 391,3} = 1,02 \text{ cm}^2$$

$$T_{Ed} = 20,8 \text{ kNm} \quad \text{Il massimo momento torcente si registra nel primo estremo.}$$

$$\cot \gamma = 1$$

$$T_{Rd, \max} = 2 A_k t v f_{cd} \frac{\cot \gamma}{1 + \cot^2 \gamma} = 2 \times 20 \times 50 \times 10 \times 0,5 \times 17 \times \frac{1}{2} \times \frac{10^3}{10^3 \times 10^3} = 85 \text{ kNm}$$



$$t = \frac{A}{u} > 2e = \frac{1800}{180} = 10 > 2e = 8 \text{ cm}$$

$$A_{s, \text{ben}} = \frac{T_{Ed} \mu_k \cot \theta}{2 A_k f_{yd}} = \frac{20,8 \times 140 \times 1}{2 \times 20 \times 50 \times 391,3} \times \frac{10^3 \times \cancel{10^4} \times \cancel{10}}{\cancel{10^2} \times \cancel{10^2}}$$

$$= 3,72 \text{ cm}^2$$

$$T_{Rd, s, \text{ben}} = 2 A_k \frac{A_{s, \text{ben}}}{\mu_k} f_{yd} \frac{1}{\cot \theta}$$

$$V_{Ed} = 29,2 \text{ kN}$$

$$V_{Rd, \text{max}} = 0,9 d b_w v f_{cd} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} = 0,9 \times 56 \times 30 \times 0,5 \times 17 \times \frac{1}{2}$$

$$\times \frac{1}{10} = 642,6 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,s} = 0,9 d \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} \cot \theta$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Rd,s}}{0,9 d f_{yd} \cot \theta} = \frac{29,3 \times 10^3}{0,9 \times 0,56 \times 391,3 \times 1} \times \frac{1}{10^2}$$

$$= 1,48 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad \phi_8 \quad A_{sw} = 1 \text{ cm}^2$$

$$\frac{1,48}{1} = 1,48 \phi_8 \text{ al metro}$$

$$A_{s,par} = \frac{V_{Ed} \cot \theta}{f_{yd}} = \frac{29,3 \times 1}{391,3} \times 10 = 0,75 \text{ cm}^2$$

Può essere ridotto se si considera la traslazione del diagramma del momento flettente

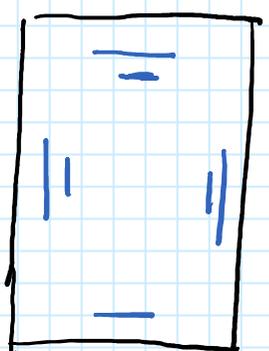
$$T_{Rd, st} = 2 A_k \frac{A_{st}}{S} f_{yd} \cot \theta$$

$$\frac{A_{st}}{S} = \frac{T_{Ed}}{2 A_k f_{yd} \cot \theta} = \frac{20,8 \times 10^3 \times 10^2}{2 \times 20 \times 50 \times 391,3 \times 1} \times \frac{1}{10^2} \times \frac{10^3}{10^2}$$

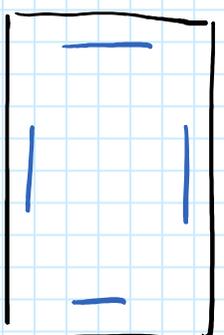
$$= 2,65 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{2,54}{0,5} = 5,31 \phi 8 \text{ m}$$

$$1,02 + \overbrace{3,72 \times \frac{20}{140}}^{0,53}$$

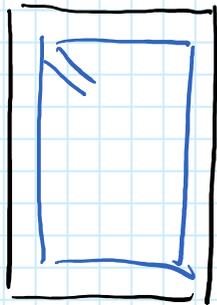
$$\left\{ \begin{array}{l} 0,375 \\ + \\ 3,72 \times \\ \frac{50}{140} \\ \hline 1,33 \end{array} \right.$$


0,53

$$1,55 \text{ cm}^2 \quad 2 \phi 14$$


$$1,71 \text{ cm}^2 \quad 1 \phi 14$$

0,53 cm²
2 \phi 14



$$1,48 + 5,31 = 6,79 \phi 8 \text{ al meter}$$

$$S = \frac{100}{6,79} = 14,7 \text{ cm} \quad \phi 8/14$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} \leq 1$$

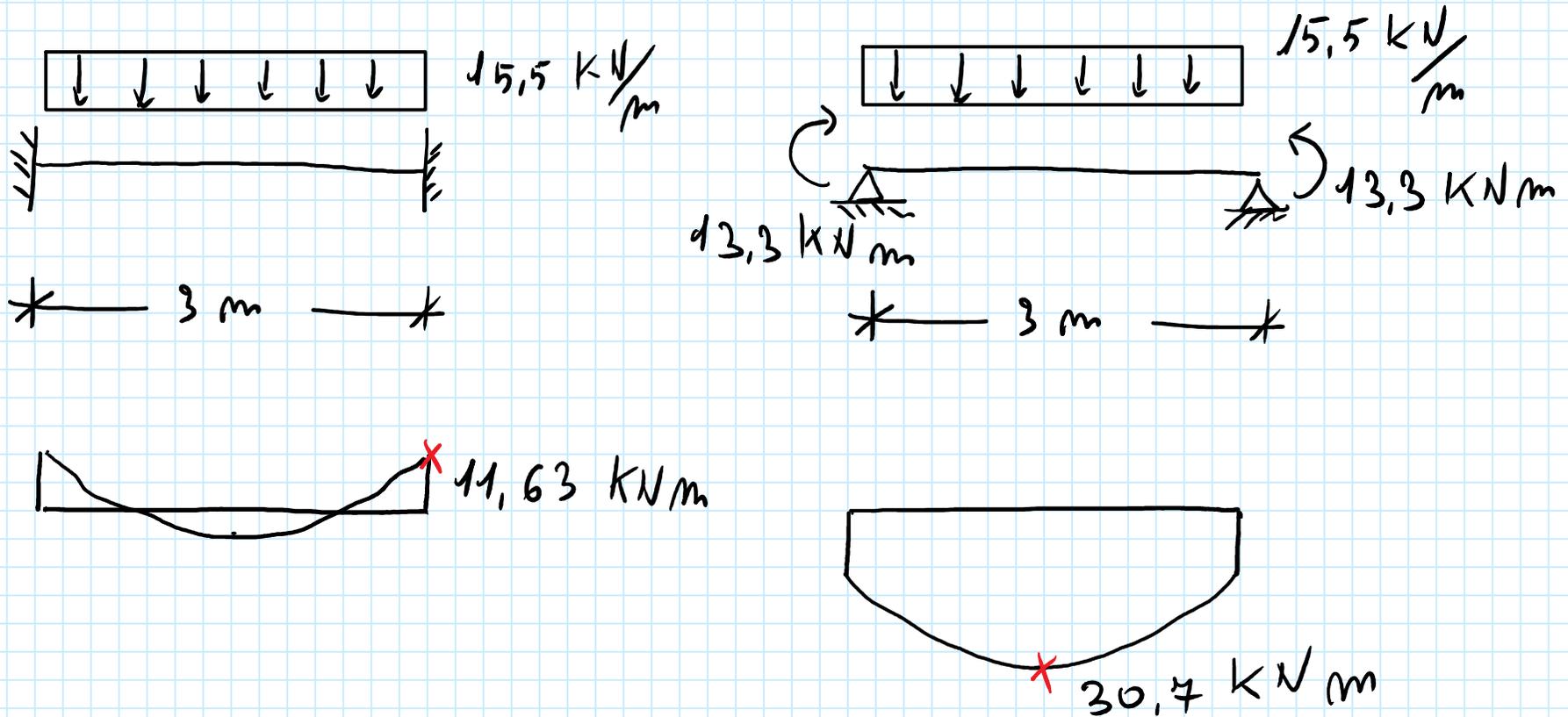
$$\frac{29,2}{642,6} + \frac{20,8}{85,0} = 0,290 < 1$$

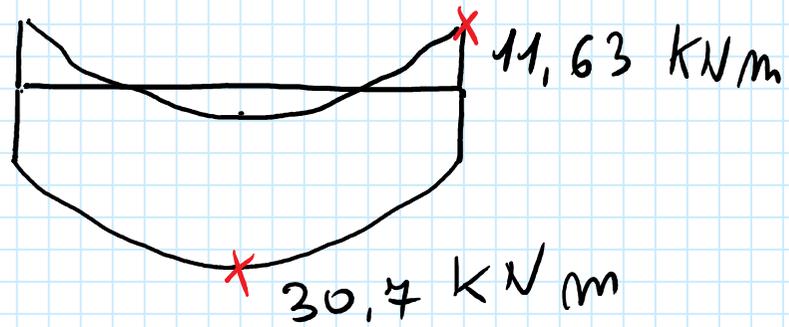
Pianerottolo

Considerato che il pianerottolo è largo 1.2 m, il carico sul pianerottolo vale:

$$(q_d + q_a) \times 1,2 = 12,9 \times 1,2 = 15,5 \text{ kN/m}$$

Nel secondo modello numerico bisogna considerare anche le coppie applicate sulle sezioni di estremità.





Per ricordare: assomiglia alla faccia di un gatto.

Armatura longitudinale superiore:

$$A_s = \frac{11,63 \times 10}{0,4 \times 0,12 \times 391,3} = 2,7 \text{ cm}^2 \quad 5 \phi 10 \quad (3,93 \text{ cm}^2)$$

Armatura longitudinale inferiore:

$$A_s = \frac{30,7 \times 10}{0,4 \times 0,12 \times 391,3} = 7,26 \text{ cm}^2 \quad 10 \phi 10 \quad (7,85 \text{ cm}^2)$$

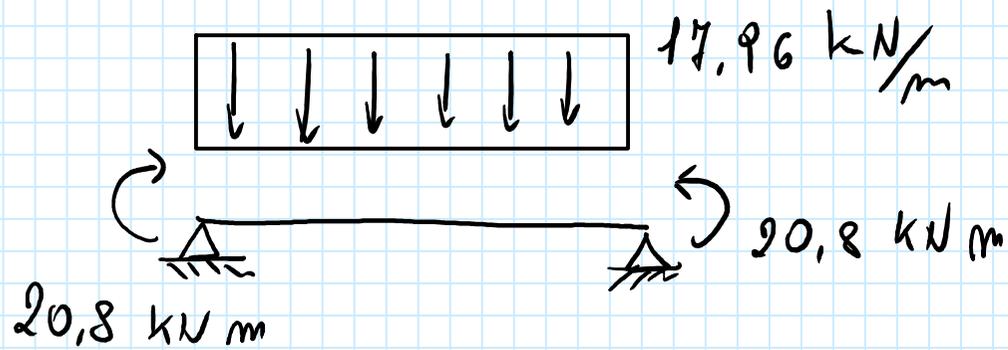
Inoltre, bisogna verificare la sezione in calcestruzzo a taglio.

Trave di testata

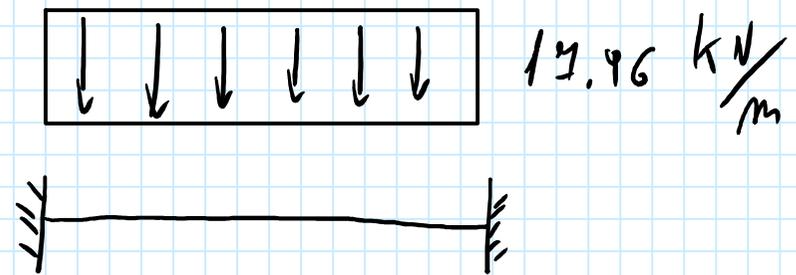
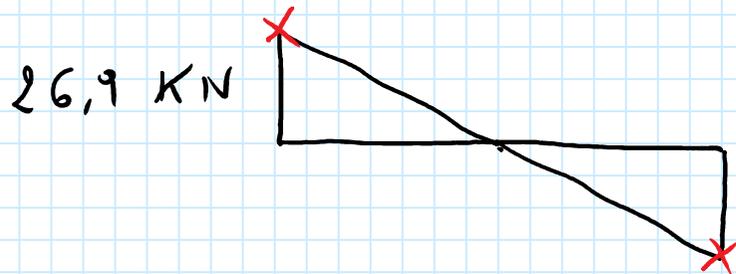
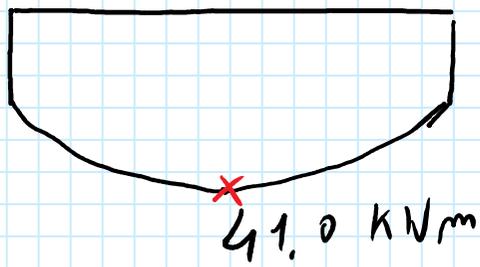
Carico verticale

	Q_d (kN/m)	Q_{ol} (kN/m)
Peso proprio	4,72	/
Tamponatura	6,79	/
Pianerottolo	$6,90 \times 0,5 = 3,45$	$6,0 \times 0,5 = 3,0$
	<hr/>	<hr/>
	14,96 kN/m	3,0 kN/m

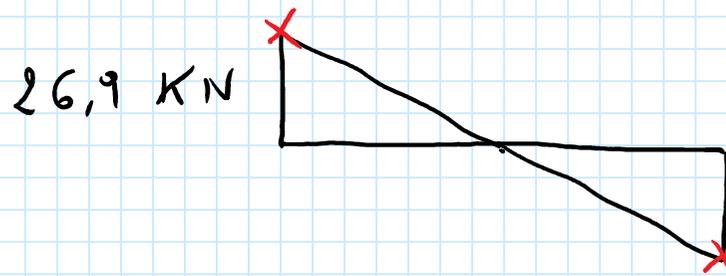
Nel modello con trave appoggiata ed appoggiata bisogna applicare anche le coppie trasmesse alle sezioni di estremità dalla trave a ginocchio.



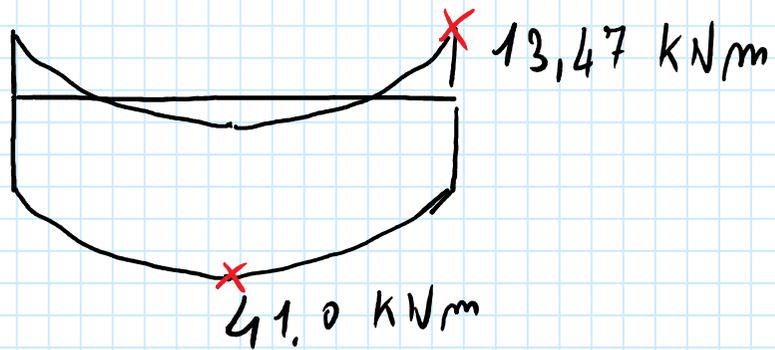
3 m



3 m



Armatura longitudinale



Per ricordare: assomiglia alla faccia di un gatto.

La sezione trasversale è una 30x60.

$$M_{Rd,c} = \frac{b d^3}{2^2} = \frac{0,3 \times 0,56^3}{0,018^2} = 290,4 \text{ kNm} > M_{Ed} = 41,0 \text{ kNm}$$

OK!

Armatura longitudinale superiore:

$$A_s = \frac{13,47 \times 10}{0,4 \times 0,56 \times 391,3} = 0,68 \text{ cm}^2$$

$$2 \phi 14 \quad (3,08 \text{ cm}^2)$$

Armatura longitudinale inferiore:

$$A_s = \frac{41,0 \times 10}{0,4 \times 0,56 \times 391,3} = 2,08 \text{ cm}^2$$

$$2 \phi 14 \quad (3,08 \text{ cm}^2)$$

Armatura a taglio

$$V_{Ed} = 26,9 \text{ kN}$$

$$\text{frangimento } \cot \gamma \theta = 2$$

Verifica della sezione:

$$V_{Rd, \max} = 0,9 b_w d v f_{cd} \frac{\cot \gamma \theta}{1 + \cot^2 \gamma \theta} = 0,9 \times 30 \times 56 \times 0,5 \times 17 \times \frac{2}{1 + 2^2} \times \frac{1}{10}$$

! 514,1 kN > V_{Ed} OK!

Staffe:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{0,9 d f_{yd} \cot \gamma \theta} = \frac{26,9 \times 10}{0,9 \times 0,56 \times 391,3 \times 2} = 0,68 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

... inoltre bisogna rispettare i minimi di armatura validi per le travi ($0,15 b_w$): $\phi 8/20$
($5 \text{ cm}^2/\text{m}$)

Armatura di parete:

$$A_{s, \text{par}} = \frac{V_{Ed} \cot \gamma \theta}{f_{yd}} = \frac{26,9 \times 2}{391,3} \times 10 = 1,37 \text{ cm}^2 \quad 2 \phi 14$$

($3,08 \text{ cm}^2$)