

Lezione

COMPLEMENTI DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Prof. Pier Paolo Rossi

Università degli Studi di Catania

TAGLIO

Tensioni tangenziali

Sezione di materiale elastico e omogeneo

$$\tau_{yz} = \frac{V_y S_x}{I_x b}$$

**Formula di
Jourawski**

dove

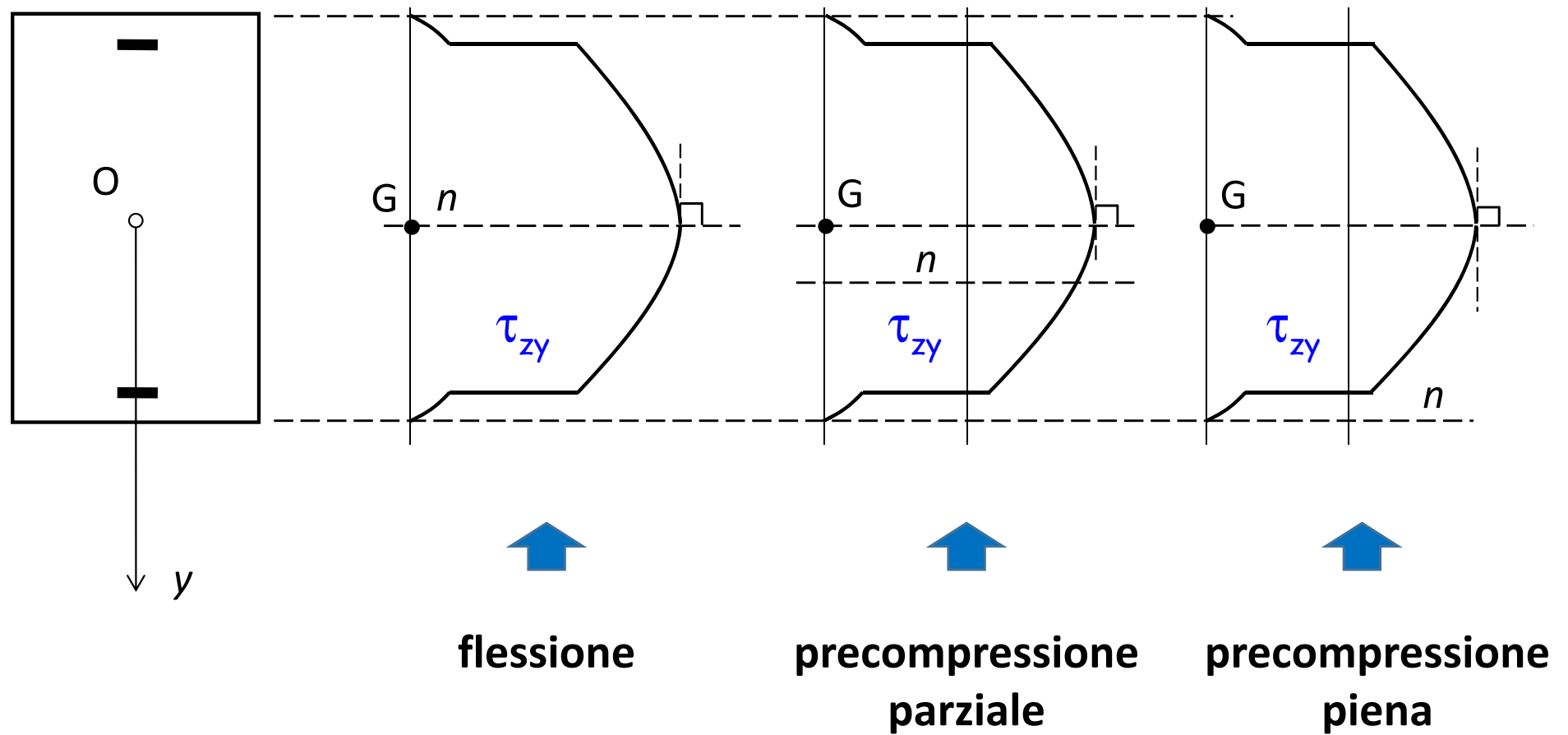
b è la larghezza della corda

S_x è il momento statico della sezione sovrastante o sottostante la corda in esame, rispetto all'asse baricentrico

I_x è il momento d'inerzia dell'intera sezione rispetto all'asse baricentrico

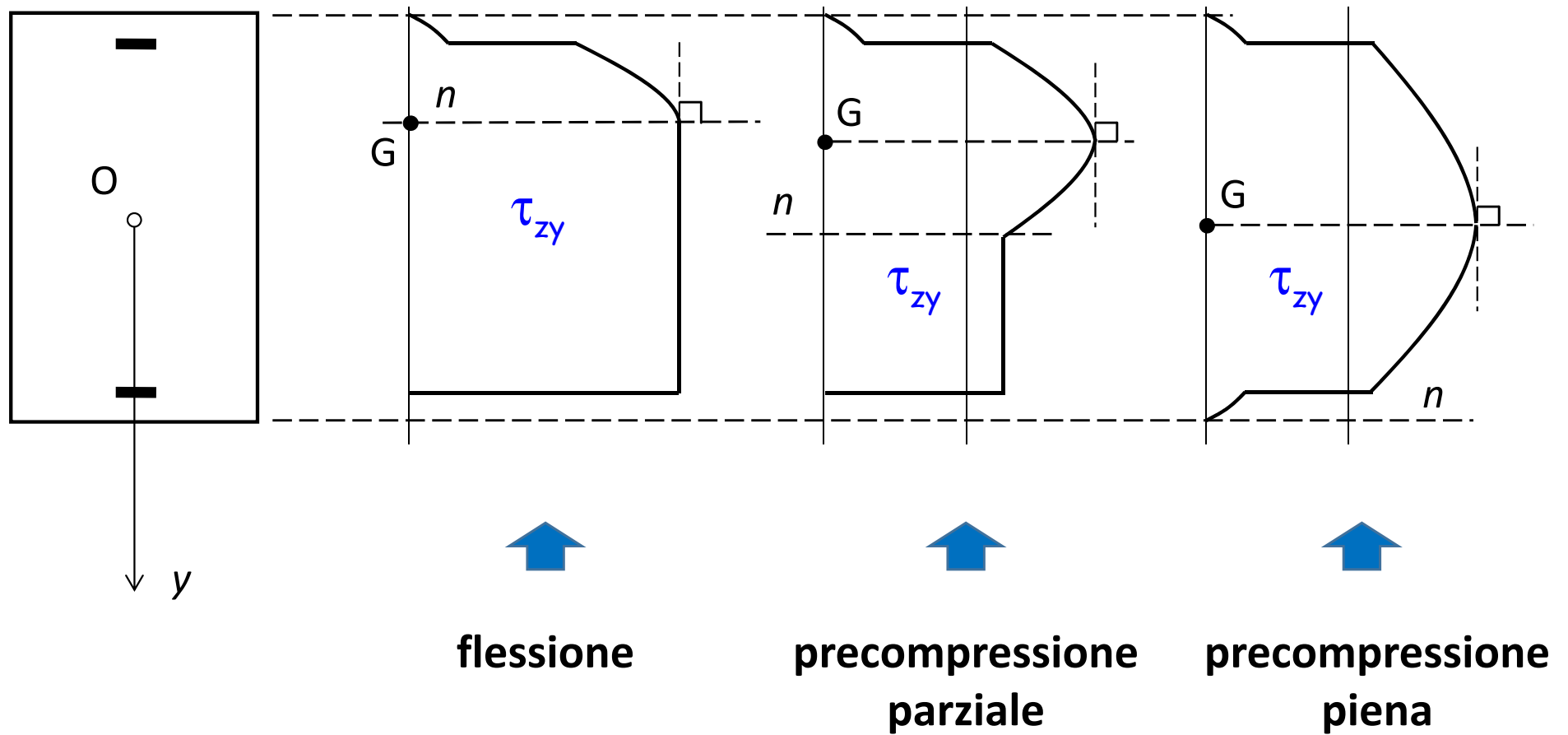
Taglio

Tensioni tangenziali in sezione rettangolare - 1° stadio



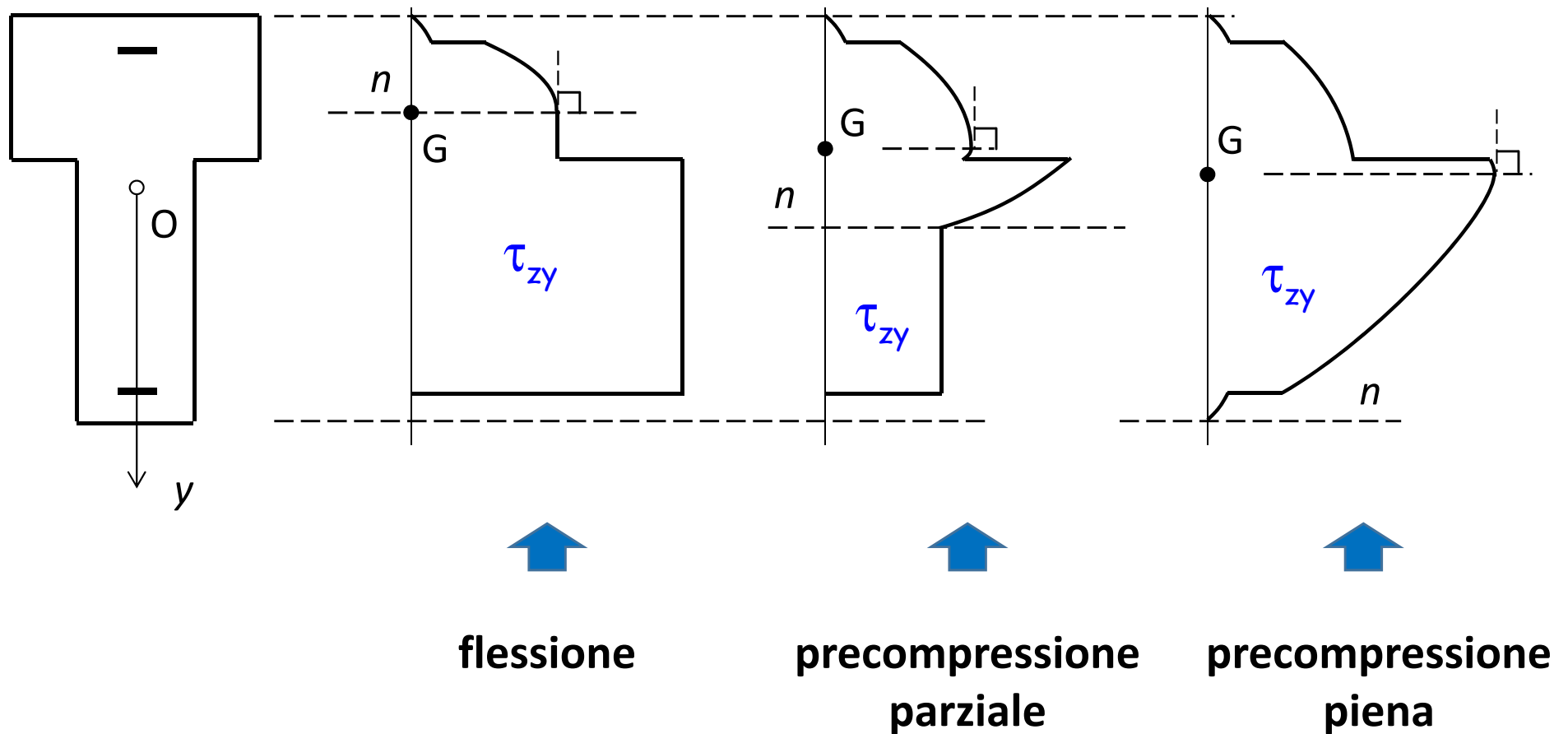
Taglio

Tensioni tangenziali in sezione rettangolare - 2° stadio



Tensioni tangenziali

Tensioni tangenziali in sezione a T - 2° stadio

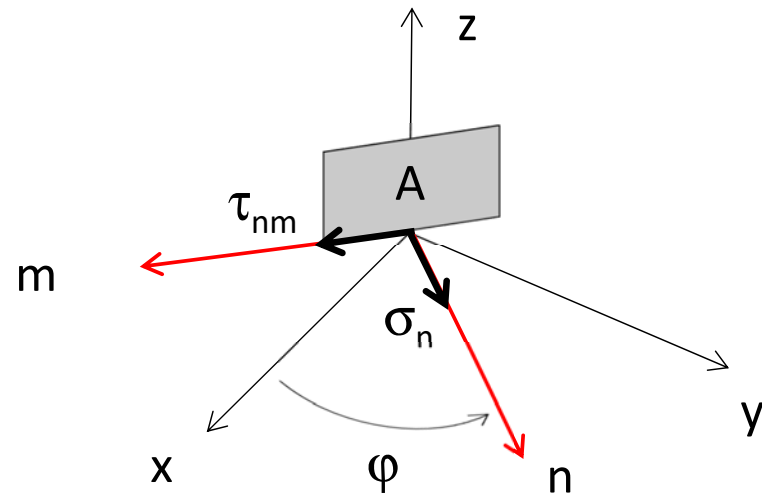


Direzioni principali di tensione

Materiale elastico e omogeneo

Se si prendono in esame
gli elementi piani passanti per A
che si appoggiano sull'asse z,

si dimostra che l'estremo del vettore di
componenti $\sigma_n \tau_{nm}$ descrive nel piano σ - τ
un cerchio al ruotare dell'elemento piano
attorno all'asse z (cerchio di Mohr)

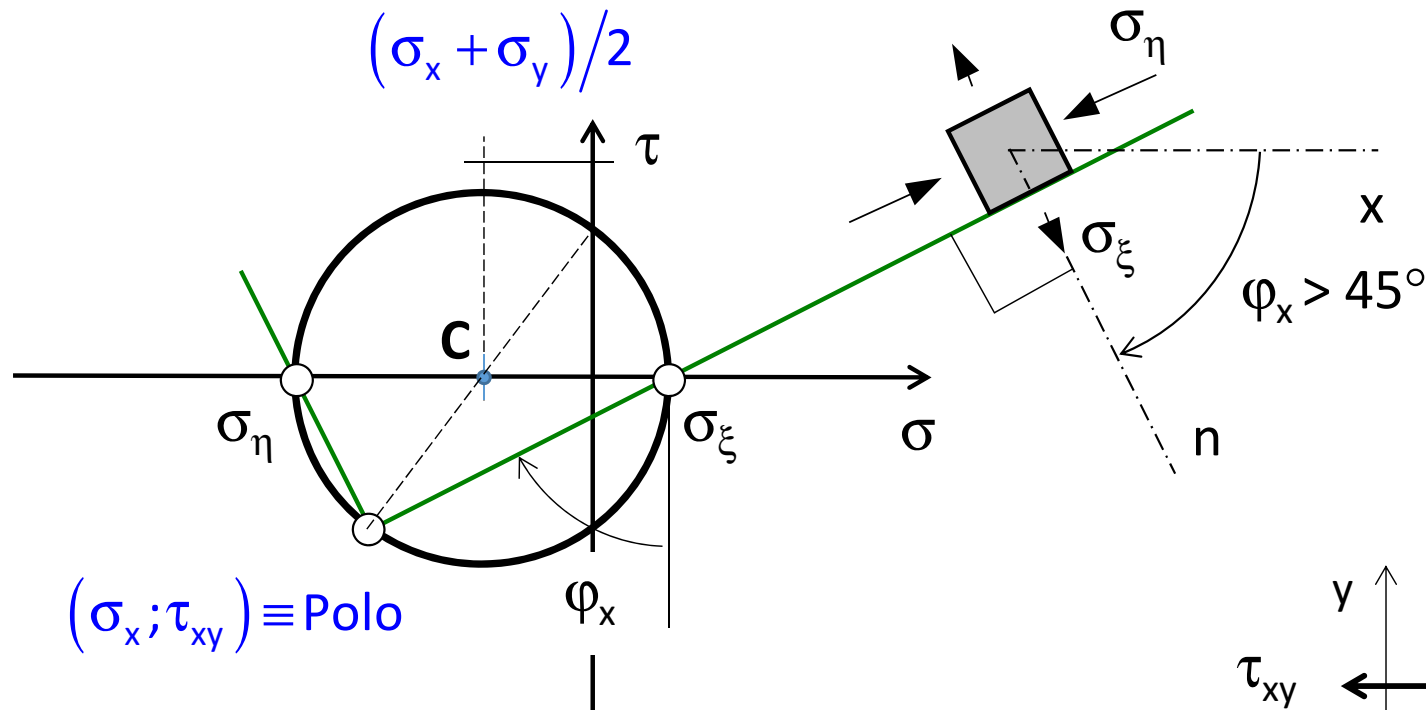


Equazione del cerchio di Mohr

$$\left(\sigma_n - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{nm}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$

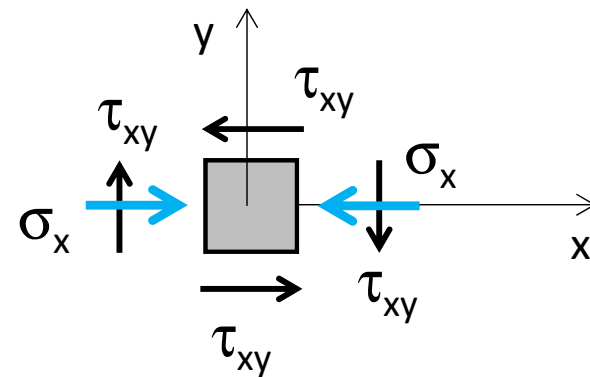
Direzioni principali di tensione

Material elastico e omogeneo



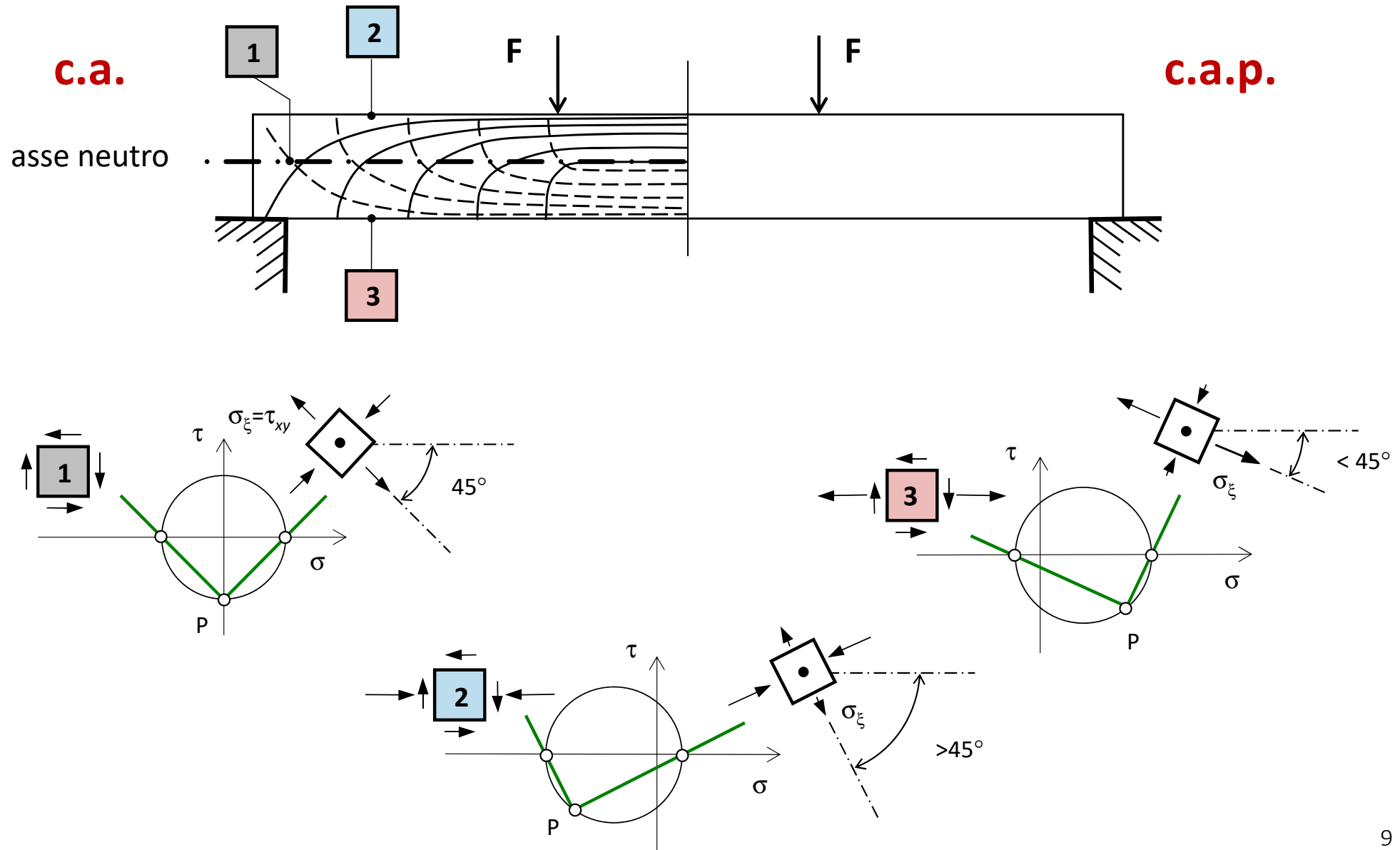
dove

$$\begin{matrix} \sigma_{\xi} \\ \sigma_{\eta} \end{matrix} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



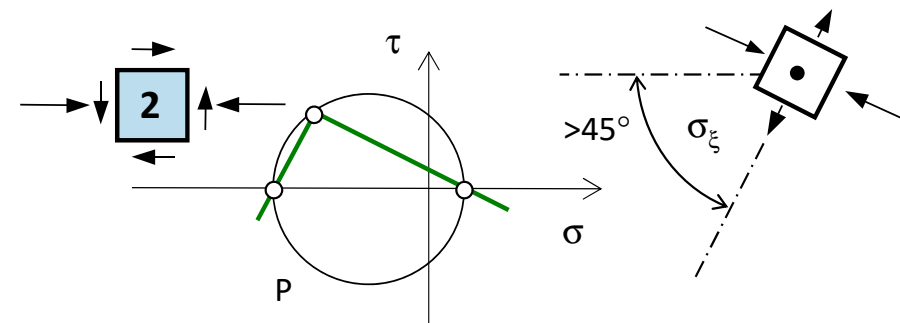
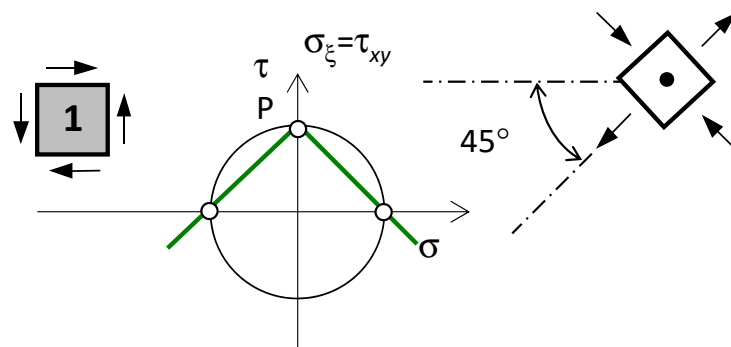
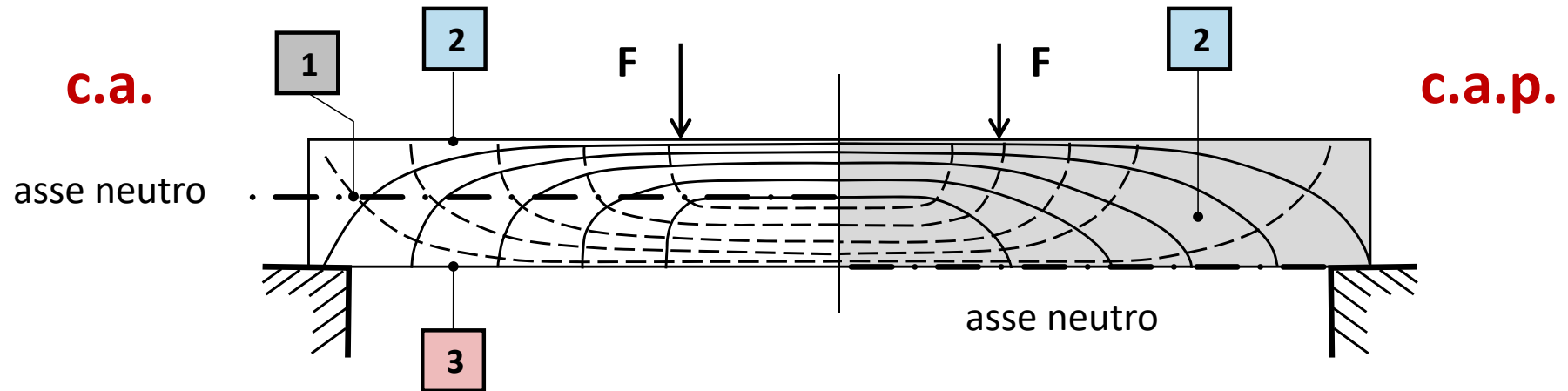
Direzioni principali di tensione

1° stadio di comportamento



Direzioni principali di tensione

1° stadio di comportamento



Elementi non armati a taglio

Norme Tecniche 2018

In virtù dello stato di precompressione :

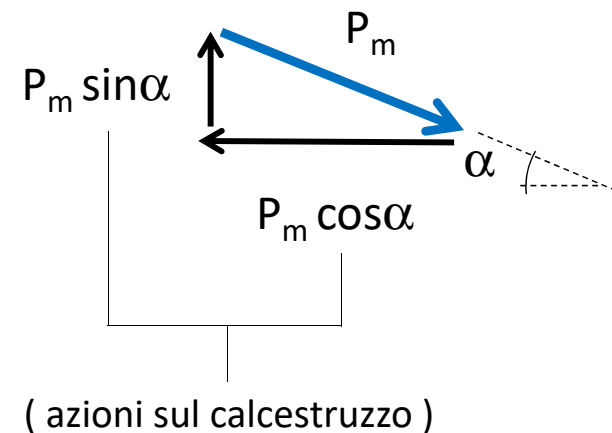
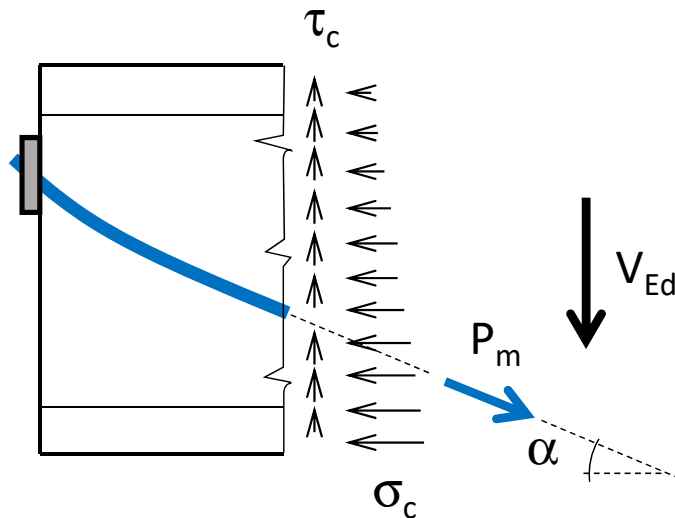
- l'inclinazione della lesione della trave rispetto all'orizzontale è inferiore a 45°
- la tensione principale di trazione potrebbe non svilupparsi in corrispondenza del baricentro dove la tensione da taglio è massima ... ma in corrispondenza dell'attacco della flangia all'anima, laddove la tensione di compressione è ridotta dai carichi esterni

Elementi non armati a taglio

Norme Tecniche 2018

In virtù dell'inclinazione dei cavi da precompressione :

- la componente verticale dello sforzo di trazione del cavo determina nel calcestruzzo tensioni tangenziali usualmente di verso opposto a quelle generate dai carichi esterni



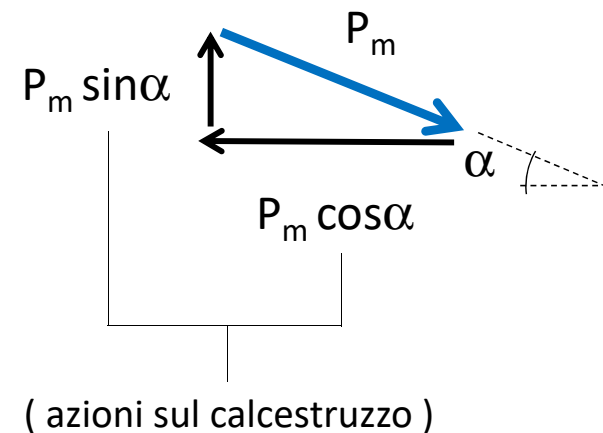
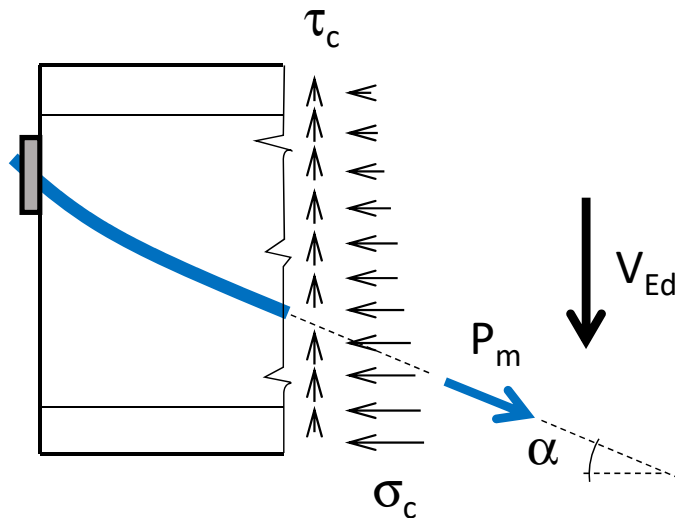
Elementi non armati a taglio

Norme Tecniche 2018

In virtù dell'inclinazione dei cavi da precompressione :

- la forza $P_m \sin \alpha$ sul calcestruzzo può essere considerata come una forza applicata. Il valore di progetto dello sforzo di taglio (effettivo) sulla sezione in calcestruzzo è quindi :

$$V_{ed,eff} = V_{Ed} - P_m \cdot \sin \alpha$$



Elementi non armati a taglio

Norme Tecniche 2018

In virtù dell'inclinazione dei cavi da precompressione :

- la resistenza a taglio della trave in c.a.p. è maggiore di quella di una stessa trave in assenza di precompressione

Tuttavia...

le sezioni in c.a.p. hanno spesso anime sottili,
e lo spessore di queste può essere limitato inferiormente
dal risultato della verifica a taglio.

Elementi non armati a taglio

Normativa

La resistenza a taglio di calcolo $V_{Rd,c}$ è data da:

$$V_{Rd,c} = \left[\frac{0.18 k}{\gamma_c} \sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}} + 0.15 \sigma_{cp} \right] b_w d \geq (v_{\min} + 0.15 \sigma_{cp}) b_w d$$

$$v_{\min} \quad 0.035 \sqrt{k^3 f_{ck}}$$

$$k \quad 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad (d \text{ in millimetri});$$

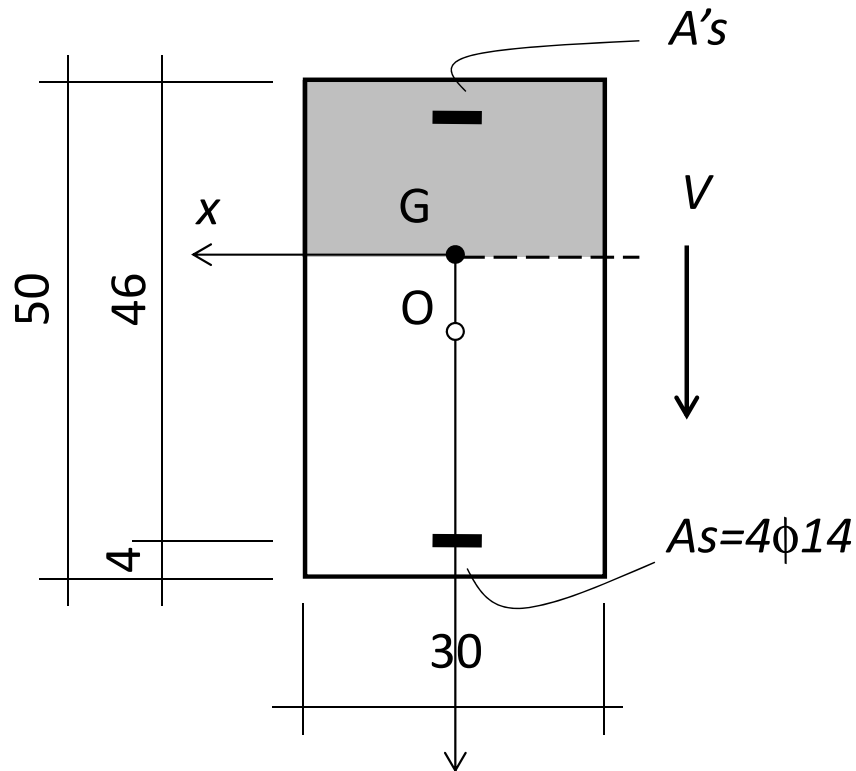
$$\rho \quad \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq |0.02|; \text{ con } A_{sl} \text{ area delle armature di trazione che si estende per non meno di } d + l_{b,net} \text{ oltre la sezione considerata}$$

$$b_w \quad \text{larghezza minima della sezione lungo l'altezza efficace}$$

$$\sigma_{cp} \quad N_{Ed} / A_c \leq 0.2 f_{cd}, \text{ con } N_{Ed} \text{ forza longitudinale nella sezione dovuta ai carichi o alla precompressione (compressione positiva).}$$

Elementi non armati a taglio

Esempio - 3° stadio di comportamento



$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1.659 \leq 2$$

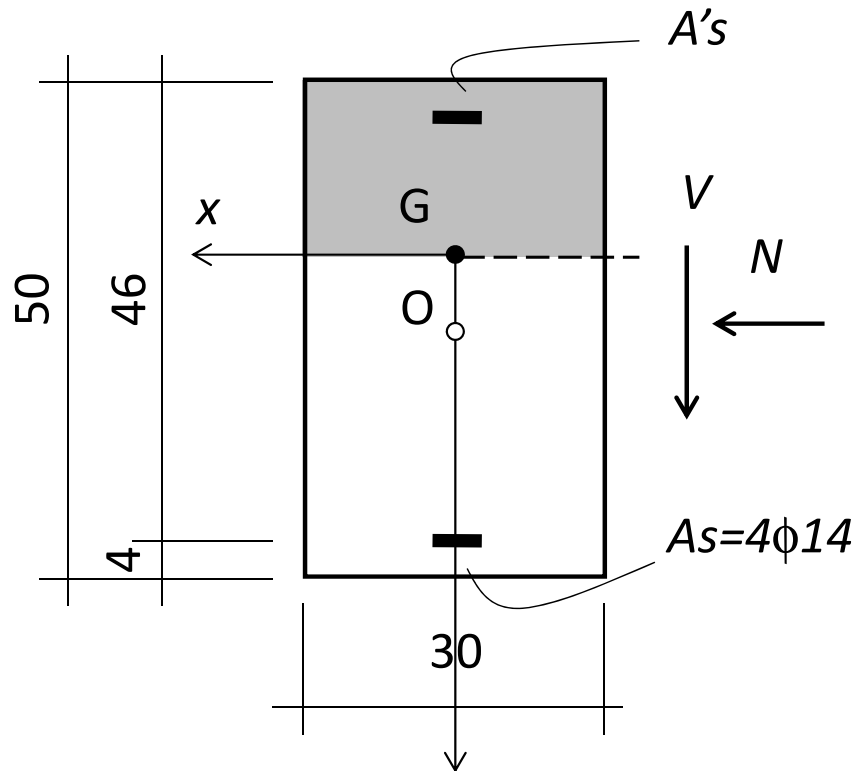
$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{4 \cdot 1.54}{30 \cdot 46} = 0.00446 \leq 0.02$$

$$V_{Rd,c} = (v_{\min} + 0.15\sigma_{cp}) b_w d = 0.035 \sqrt{1.659^3 \cdot 40 \cdot 30 \cdot 46 \cdot 10^{-1}} = 65.3 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c} = \left[\frac{0.18k}{\gamma_c} \sqrt[3]{100\rho_l f_{ck}} \right] b_w d = \left[\frac{0.18 \cdot 1.659}{1.5} \sqrt[3]{100 \cdot 0.00446 \cdot 40} \right] 30 \cdot 46 \cdot 10^{-1} = 71.8 \text{ kN}$$

Elementi non armati a taglio

Esempio - 3° stadio di comportamento



$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1.659 \leq 2$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{4 \cdot 1.54}{30 \cdot 46} = 0.00446 \leq 0.02$$

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + 0.15\sigma_{cp}) b_w d = 65.3 + 0.15 \cdot 0.2 \cdot 22.67 \cdot 30 \cdot 46 \cdot 10^{-1} = 159.2 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c} = \left[\frac{0.18k}{\gamma_c} \sqrt[3]{100\rho_l f_{ck}} + 0.15 \cdot 0.2 f_{cd} \right] b_w d = 61.4 + 93.9 = 155.3 \text{ kN}$$

Elementi non armati a taglio

Normativa

In regioni di trave che sono non fessurate per effetto della flessione, la resistenza a taglio di calcolo $V_{Rd,c}$ è valutata come quella corrispondente alla prima fessurazione nell'anima :

$$-\frac{\sigma_{cp}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{cp}}{2}\right)^2 + \tau^2} = f_{ctd} \quad \text{da cui :} \quad \frac{\sigma_{cp}^2}{4} + \tau^2 = f_{ctd}^2 + \frac{\sigma_{cp}^2}{4} + 2f_{ctd}\sigma_{cp}$$

essendo:

σ_{cp} N_{Ed} / A_c con N_{Ed} forza longitudinale nella sezione dovuta ai carichi o alla precompressione (compressione positiva).



$$\tau = \sqrt{f_{ctd}^2 + 2f_{ctd}\sigma_{cp}}$$

Elementi non armati a taglio

Normativa

In regioni di trave che sono non fessurate per effetto della flessione, la resistenza a taglio di calcolo $V_{Rd,c}$ è data da:

$$V_{Rd,c} = \frac{I b_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

I	momento d'inerzia baricentrico della sezione
S	momento statico della parte di sezione al di sopra dell'asse baricentrico rispetto a questo stesso
b_w	larghezza minima della sezione lungo l'altezza efficace
α_1	$l_x / l_{pt2} \leq 1$ per membrane pretese $= 1$ per altre membrane precomprese
l_x	distanza della sezione dall'inizio della lunghezza di trasmissione
l_{pt2}	limite superiore della lunghezza di trasmissione ($1.2 l_{pt}$)
σ_{cp}	$N_{Ed} / A_c \leq 0.2 f_{cd}$, con N_{Ed} forza longitudinale nella sezione dovuta ai carichi o alla precompressione (compressione positiva).

Elementi armati e non armati a taglio

Larghezza dell'anima

Se l'anima contiene guaine metalliche iniettate con diametro $\phi > b_w/8$, la resistenza a taglio deve essere calcolata sulla base di uno spessore nominale dell'anima :

$$b_{w,nom} = b_w \cdot 0.5 \Sigma \phi$$

dove :

ϕ diametro esterno della guaina

$\Sigma \phi$ diametro calcolato sul livello più sfavorevole

Se l'anima contiene guaine metalliche iniettate con diametro $\phi \leq b_w/8$:

$$b_{w,nom} = b_w$$

Elementi armati e non armati a taglio

Larghezza dell'anima

Se l'anima contiene guaine plastiche iniettate o cavi non aderenti o guaine non iniettate, la resistenza a taglio deve essere calcolata sulla base di uno spessore nominale dell'anima calcolato come :

$$b_{w,nom} = b_w \cdot 1.2 \Sigma \phi$$

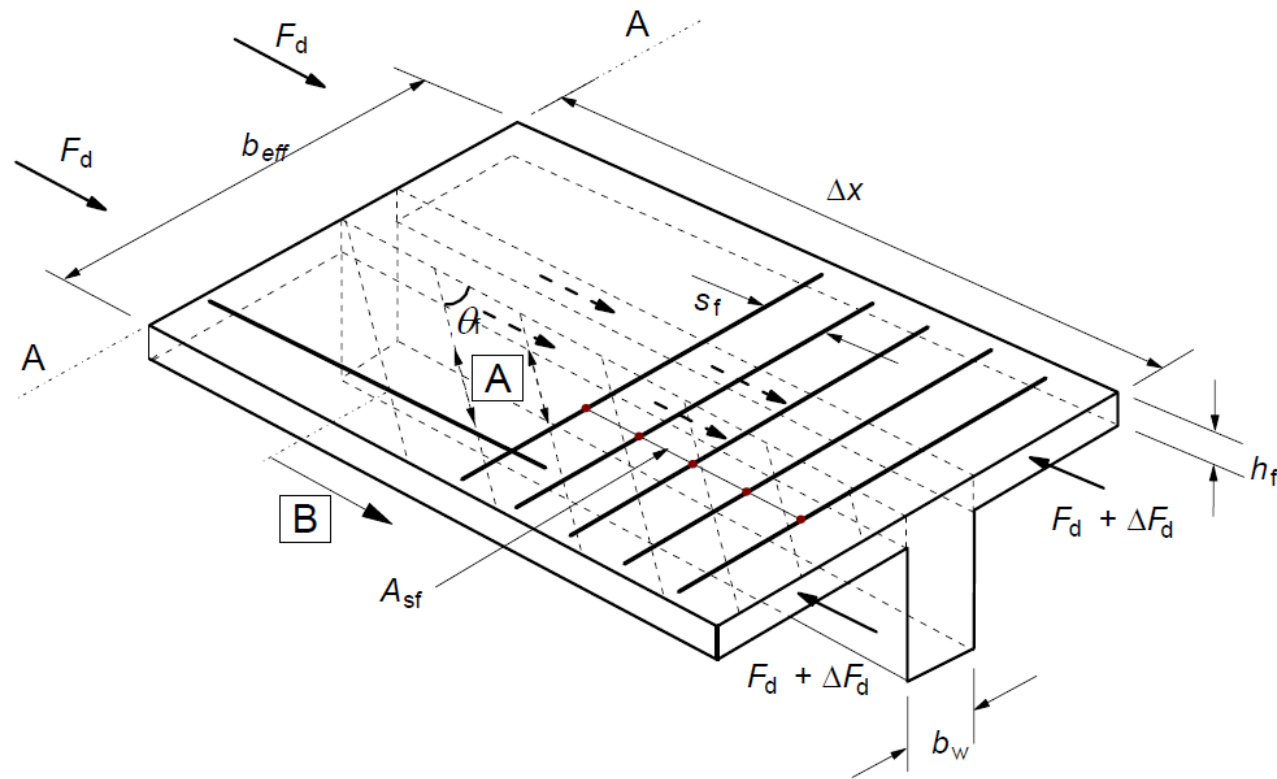
dove :

ϕ diametro esterno della guaina

$\Sigma \phi$ diametro calcolato sul livello più sfavorevole

Taglio tra anima e flangia

Armatura trasversale in solette piene



dove :

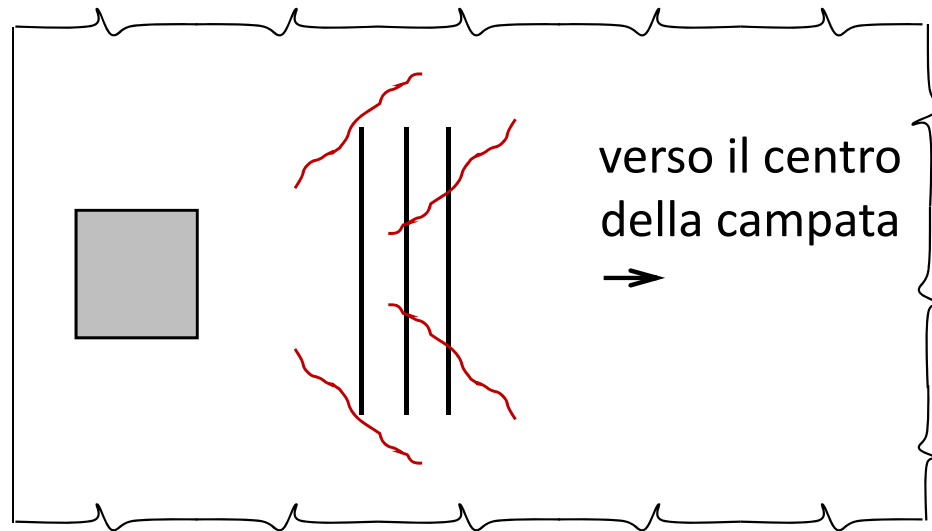
h_f spessore della flangia

Δx lunghezza in esame

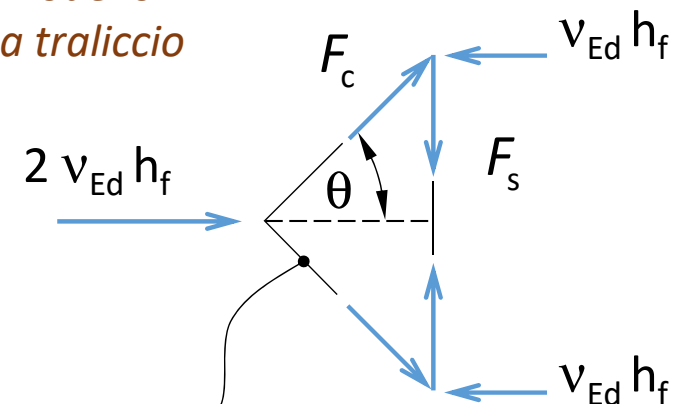
ΔF_d variazione della forza normale sulla lunghezza Δx

Taglio tra anima e flangia

Armatura trasversale in solette piene



*Modello
a traliccio*



la larghezza del puntone per unità di lunghezza della trave è $\sin\theta$

dove :

$2 v_{Ed} h_f$ forza di scorrimento per unità di lunghezza della trave

F_c forza di compressione diagonale nel calcestruzzo

F_s forza di trazione dell'armatura trasversale
per unità di lunghezza della trave

$$= F_v / \cos\theta = v_{Ed} h_f / \cos\theta$$

$$= F_v \tan\theta = v_{Ed} h_f \tan\theta$$

Taglio tra anima e flangia

Armatura trasversale in solette piene

Condizioni di crisi del meccanismo
di trasferimento della forza di scorrimento

Acciaio

$$\sigma_s = f_{yd} \quad \Rightarrow \quad F_{Rs} = f_{yd} \frac{A_{sf}}{s_f} = v_{Ed} h_f \tan \theta$$

$$\frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{v_{Ed} h_f}{f_{yd} \cot \theta}$$

dove :

A_{sf}	area della singola barra trasversale	$1.0 \leq \cot \theta \leq 2.0$	solette compresse
s_f	passo delle barre trasversali	$1.0 \leq \cot \theta \leq 1.25$	solette tese
h_f	altezza della soletta		
v_{Ed}	tensione longitudinale		

Taglio tra anima e flangia

Armatura trasversale in solette piene

Condizioni di crisi del meccanismo
di trasferimento della forza di scorrimento

Calcestruzzo

$$\sigma_c = 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \quad \Rightarrow \quad F_{Rc} = 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} h_f \sin \theta = \frac{v_{Ed} h_f}{\cos \theta}$$

$$v_{Ed} \leq 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \sin \theta \cos \theta$$

dove :

f_{ck}	resist. caratt. a compressione del cls	$1.0 \leq \cot \theta \leq 2.0$	solette compresse
f_{cd}	resist. di progetto a compr. del cls	$1.0 \leq \cot \theta \leq 1.25$	solette tese
h_f	altezza della soletta		
v_{Ed}	tensione longitudinale		

Taglio tra anima e flangia

Armatura trasversale minima

Nel caso di taglio combinato a flessione trasversale, l'area delle barre in acciaio dovrebbe essere :

- maggiore di quella calcolata per taglio longitudinale oppure
- metà di quella calcolata per taglio longitudinale più quella richiesta per flessione trasversale.

Nota: Se la tensione di scorrimento v_{Ed} è minore di $0.4 f_{ctd}$, non è richiesta armatura aggiuntiva rispetto a quella per flessione trasversale

FINE