sapendo che esso deve portare uno sforzo normale di compressione N_{Ed} pari a 1750 kN.

Utilizzando l'espressione proposta si ottiene

$$A_{c,nec} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}} = \frac{1750 \times 10^3}{14.17} \times 10^{-2} = 1235 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,nec} = \frac{0.2\ N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{0.2 \times 1750 \times 10^3}{391.3} \times 10^{-2} = 8.94 \text{ cm}^2$$

Se si vuole utilizzare una sezione rettangolare con un lato pari a 30 cm, l'altro lato dovrebbe essere di 50 cm. Dovendo disporre barre in numero pari e ad una distanza mutua non superiore a 25 cm (ma neanche troppo bassa), nel caso in esame si potrebbero usare 4 ∅14 agli spigoli e 2 ∅14 al centro del lato lungo, che danno un'area totale pari a 9.24 cm^2, pari allo 0.62% dell'area di calcestruzzo.

Poiché le formule proposte sono abbastanza cautelative, sarebbe probabilmente possibile usare anche una sezione più piccola, 30×40, sempre armata con un totale di 6 ∅14. In questo caso occorrerebbe però prestare attenzione alla verifica a pressoflessione con il momento flettente minimo imposto dalla normativa che vale, essendo 0.05 h = 20 mm,

$$M = 20 \times 10^{-3} \times 1750 = 35 \text{ kNm}.$$

5. Pilastri cerchiati

Elementi strutturali come i pilastri sono soggetti principalmente a sforzo normale, al quale associamo mentalmente una compressione uniassiale. All'accorciamento prodotto dalla compressione si accoppia però sempre una dilatazione trasversale, che è contrastata dalle staffe. Si pensi ad esempio ad un pilastro di sezione circolare nel quale è presente una spirale metallica di passo convenientemente piccolo. L'effetto fisico è evidente: quando il pilastro si dilata a causa dell'azione assiale la spirale è costretta a dilatarsi anch'essa e quindi esercita sul calcestruzzo una azione di costrizione, applicata localmente ma che si diffonde nell'intero pilastro, generando una compressione in direzione trasversale. Il regime tensionale è quindi, più propriamente, di compressione triassiale. Ciò comporta un incremento di resistenza, rispetto al caso monoassiale, che può essere tenuto in conto nel verificare questi elementi. Si usa il termine *pilastri cerchiati* quando si vuole evidenziare la presenza di tale effetto.

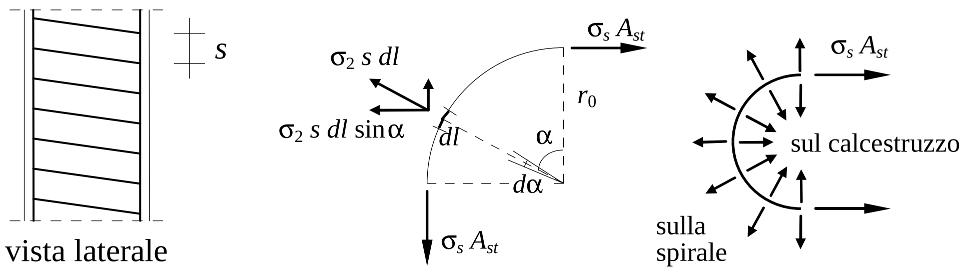

Fig. 4. Azione mutua tra spirale e calcestruzzo in αun pilastro cerchiato

Indicando con σ_2 la tensione di compressione laterale dovuta al confinamento, trasmessa dalla spirale al calcestruzzo, e con s il passo della spirale, l'azione trasmessa dal calcestruzzo ad un tratto dl della spirale è pari a $\sigma_2\, s\, dl$. La relazione tra σ_2 e la tensione σ_s nella spirale si ricava sezionando la spirale lungo un diametro e imponendo l'equilibrio alla traslazione (Fig. 4). Indicando con r_0 il raggio della spirale e con α l'angolo che individua la posizione del tratto, si ha $dl = r_0\, d\alpha$, mentre la componente dell'azione sulla spirale ortogonale al diametro considerato vale $\sigma_2\, s\, dl\, \sin\alpha$. La condizione di equilibrio su un quarto di circonferenza diventa quindi

$$\int_{\alpha=0}^{\pi/2} \sigma_2\, s\, r_0 \sin\alpha\, d\alpha = \sigma_s\, A_{st}$$

e da essa si ottiene, tenendo presente che la tensione dell'acciaio può valere al massimo f_{yd}

$$\sigma_2 = \frac{A_{st}}{s\, r_0}\, f_{yd}$$

Usando il simbolo ρ_{st} per indicare la percentuale volumetrica di staffe, rapporto tra il volume di staffe e il volume di calcestruzzo

$$\rho_{st} = \frac{A_{st}\, 2\pi\, r_0}{s\, \pi\, r_0^2} = \frac{2\, A_{st}}{s\, r_0}$$

la stessa espressione può essere scritta come

$$\sigma_2 = 0.5\, \rho_{st}\, f_{yd}$$

Questa relazione mostra chiaramente come la massima tensione di compressione trasversale dipende dalla resistenza dell'acciaio. È però consueto (vedi capitolo 12) metterla in relazione direttamente con la resistenza a compressione f_{cd} del calcestruzzo utilizzando come parametro di riferimento la quantità ω_{st}, percentuale meccanica di staffe

$$\omega_{st} = \rho_{st} \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

e scrivere quindi $\sigma_2 = 0.5\, \omega_{st}\ f_{cd}$.

Nel passare degli anni sono state formulate varie proposte per quantizzare l'incremento Δf_c di resistenza assiale in presenza di compressione in direzione trasversale. Alcuni studiosi[2] ritengono che non si abbia rottura quando la tensione trasversale σ_2 è tale da annullare la deformazione trasversale prodotta dal carico longitudinale. In tal caso, poiché $\varepsilon_{trasv} = \nu\ \varepsilon_{ax}$ si avrebbe $\Delta f_c = t\ \sigma_2$ con $t = 1/\nu$, cioè un valore compreso tra 5 e 10 perché ν può variare tra 0.1 e 0.2. Altri studiosi[3] citano prove sperimentali in base alle quali si dovrebbe usare la stessa espressione assumendo t=4.1. L'Eurocodice 2 (parte 1.1, punto 3.1.9) indica invece la relazione[4]

$$\Delta f_c = 5.0\, \sigma_2 \qquad \text{per } \sigma_2 \le 0.05\ f_c$$

$$\Delta f_c = 0.25\ f_c + 2.5\,(\sigma_2 - 0.05\ f_c) \qquad \text{per } \sigma_2 > 0.05\ f_c$$

Questo incremento di resistenza si raggiunge però per deformazioni che hanno già portato allo schiacciamento del calcestruzzo di ricoprimento non confinato. Come conseguenza, la resistenza di un elemento compresso assialmente sarà pari alla resistenza del calcestruzzo interno alle staffe (considerato come non confinato) e delle armature longitudinali, più il contributo $\Delta N_{ax} = t\ \sigma_2\ A_c$ dovuto al confinamento.

Tradizionalmente, utilizzando la relazione una delle espressioni precedentemente ricavate, questo termine veniva espresso con

$$\Delta N_{ax} = t\, 0.5\, \rho_{st}\ \sigma_s\ A_c = \frac{t}{2}\, \frac{\rho_{st} A_c\ s}{s}\, \sigma_s$$

La quantità $\rho_{st}\, A_c\, s$ rappresenta il volume della spirale contenuta in un tratto s del pilastro. Se si considera un'armatura longitudinale $A_{l,eq}$ di-

[2] E. Giangreco, Teoria e tecnica delle costruzioni, vol. primo, Liguori, Napoli

[3] E.F. Radogna, Tecnica delle costruzioni, Masson, Milano

[4] Più precisamente, le relazioni sono riferite ai valori caratteristici f_{ck} e Δf_{ck}

sposta nello stesso tratto, il suo volume sarebbe $s\,A_{l,eq}$. Si era quindi soliti indicare col termine *area longitudinale equivalente* (o più correttamente equipesante) il rapporto

$$A_{l,eq} = \frac{\rho_{st} A_c\, s}{s}$$

ed esprimere la forza ΔN_{ax} come

$$\Delta N_{ax} = \frac{t}{2} A_{l,eq}\, \sigma_s$$

La normativa italiana alle tensioni ammissibili consentiva pertanto di tener conto della spirale considerando il contributo di una armatura fittizia longitudinale di peso eguale alla spirale, moltiplicato per 2 (quindi assumendo t=4). Usare una spirale era quindi economicamente conveniente. Anche l'attuale normativa italiana agli stati limite (NTC 08, punto 4.1.2.1.7.1) consente di tenere conto della spirale, purché essa abbia un passo non maggiore di 1/5 del diametro del nucleo cerchiato, sommando il contributo del nucleo cerchiato e dell'armatura longitudinale; viene però precisato che "la resistenza del nucleo confinato può esprimersi come somma di quella del nucleo di calcestruzzo non confinato più il contributo di una armatura fittizia longitudinale di peso eguale alla spirale". Si ha quindi

$$N_{Rd} = A_{c,conf}\, f_{cd} + A_{l,eq}\, f_{yd} + A_{s,tot}\, f_{yd}$$

Si noti che in tal modo è sostanzialmente indifferente, ai fini economici, disporre barre longitudinali o una spirale e la scelta di quest'ultima sarà dettata principalmente da esigenze tecnologiche (necessità di sezione del pilastro più piccola ma non troppo affollata da armatura longitudinale). Occorre però ribadire, come già detto, che nel calcolo deve essere presa in considerazione solo l'area di calcestruzzo cerchiata e non l'area dell'intera sezione, per premunirsi dal rischio che la parte esterna, di ricoprimento, salti via e non fornisca più il suo contributo. Non è quindi detto che la resistenza così ottenuta sia maggiore di quella del pilastro non cerchiato.

L'Eurocodice 2 fornisce indicazioni più dettagliate sul come tener conto dell'incremento di resistenza dovuta al confinamento. Nel capitolo 12 viene mostrato che l'espressione qui ricavata con riferimento alla sezione circolare con staffe a spirale può essere estesa a sezioni di forma qualsiasi, usando opportune espressioni per determinare ω_{st}. È inoltre possibile tenere conto della distanza tra le staffe mediante un coefficiente riduttivo α, scrivendo quindi in maniera più generale

$$\sigma_2 = 0.5\,\alpha\,\omega_{st}\ f_{cd}$$

L'espressione precedentemente riportata che fornisce l'incremento Δf_c di resistenza dovuto a σ_2 consente quindi di determinare il contributo dovuto al confinamento come

$$\Delta N_{ax} = \Delta f_c A_c = \Delta f_c\ \pi\, r_0^2$$

Esempio 7. *Si determini la resistenza allo stato limite ultimo di un pilastro di sezione circolare in calcestruzzo C25/30 con diametro d=50 cm e copriferro di calcolo pari a 4 cm, armata con 12∅14 e staffe a spirale ∅8 con passo 5 cm in acciaio B450C, usando le espressioni delle NTC 08.*

L'area di una staffa ∅8 è 0.5 cm². Il raggio del nucleo cerchiato è r_0=25–4=21 cm. L'armatura longitudinale equivalente alle staffe è

$$A_{l,eq} = \frac{2\,\pi\, r_0\ A_{st}}{s} = 13.26\ \text{cm}^2$$

L'armatura longitudinale ha un'area $A_{s,tot}$=18.48 cm². Per il calcestruzzo C25/30 è f_{cd} = 14.17 MPa, per l'acciaio B450C f_{yd} = 391.3 MPa. Si ha quindi

$$N_{Rd} = f_{cd}\ A_c + f_{yd}\ A_{s,tot} + f_{yd} A_{l,eq} =$$
$$= (14.17\times1385.4 + 391.3\times18.48 + 391.3\times13.26)/10 = 3205\ \text{kN}$$

Se si fosse invece considerata l'intera sezione trascurando l'effetto del confinamento si sarebbe ottenuto

$$N_{Rd} = f_{cd}\ A_c + f_{yd}\ A_{s,tot} =$$
$$= (14.17\times1963.5 + 391.3\times18.48)/10 = 3505\ \text{kN}$$

In questo caso far riferimento all'effetto cerchiante delle staffe non dà alcun vantaggio.

Esempio 8. *Si determini la resistenza allo stato limite ultimo del pilastro dell'esempio 7, usando le espressioni dell'Eurocodice 2.*

Si ha

$$\omega_{st} = \frac{2\,A_{st}}{s\, r_0}\frac{f_{yd}}{f_c} = 0.264$$

$$\sigma_2 = 0.5\,\omega_{st}\ f_{cd} = 0.132\times14.17 = 1.87\ \text{MPa}$$

$$\Delta f_{ck} = 0.25\ f_{ck} + 2.5\,(\sigma_2 - 0.05\ f_{ck}) =$$
$$= 0.25 \times 25 + 2.5 \times (1.87 - 0.05 \times 25) = 7.8\ \text{MPa}$$
$$\Delta f_{cd} = \alpha_{cc}\,\frac{\Delta f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85\,\frac{7.8}{1.5} = 4.42\ \text{MPa}$$

e quindi

$$N_{Rd} = (\,f_{cd} + \Delta f_c)A_c + f_{yd}\ A_{s,tot} =$$
$$= [(14.17 + 4.42) \times 1385.4 + 391.3 \times 18.48]/10 = 3299\ \text{kN}$$

In questo caso il valore ottenuto è leggermente maggiore di quello fornito dalle NTC 08, ma sempre inferiore di quello valutato trascurando l'effetto del confinamento.

In alternativa si potrebbe anche calcolare la resistenza corrispondente ad una deformazione pari a $\varepsilon_{c0} = -0.002$, per la quale la parte di calcestruzzo di ricoprimento non è ancora stata espulsa, mentre la parte interna è soggetta ad una tensione maggiore di f_{cd} ma inferiore alla resistenza del calcestruzzo confinato (che si raggiungerebbe per una deformazione maggiore).