

Corso

Tecnica delle costruzioni

Catania

ottobre 2017 - gennaio 2018

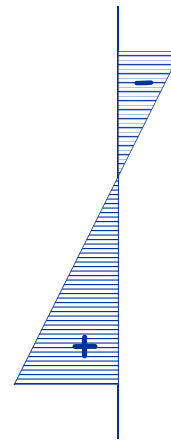
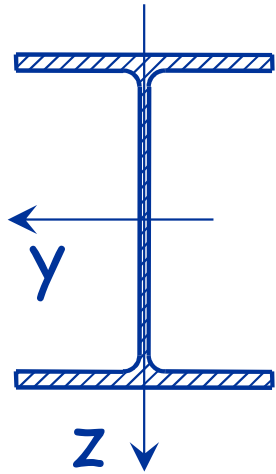
08 - Tensoflessione

29 novembre 2017

Aurelio Gheresi

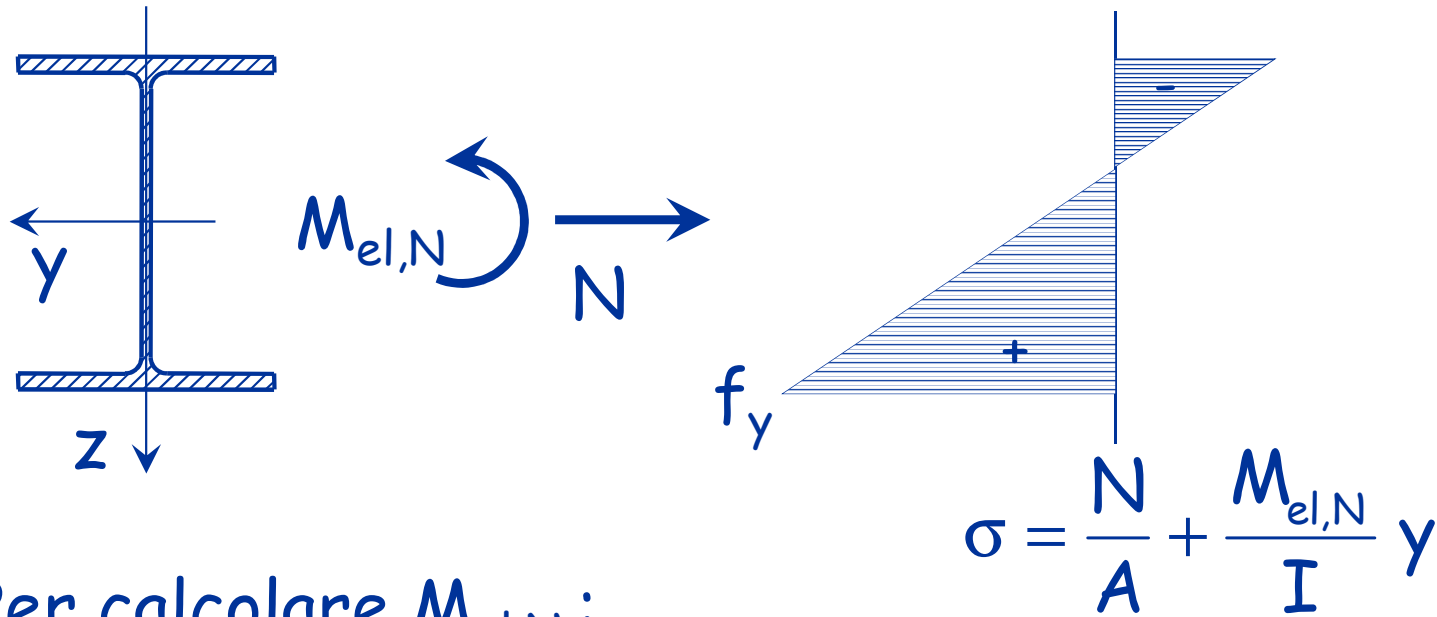
Flessione composta
Tensoflessione

Comportamento ultimo



$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} y$$

Comportamento ultimo



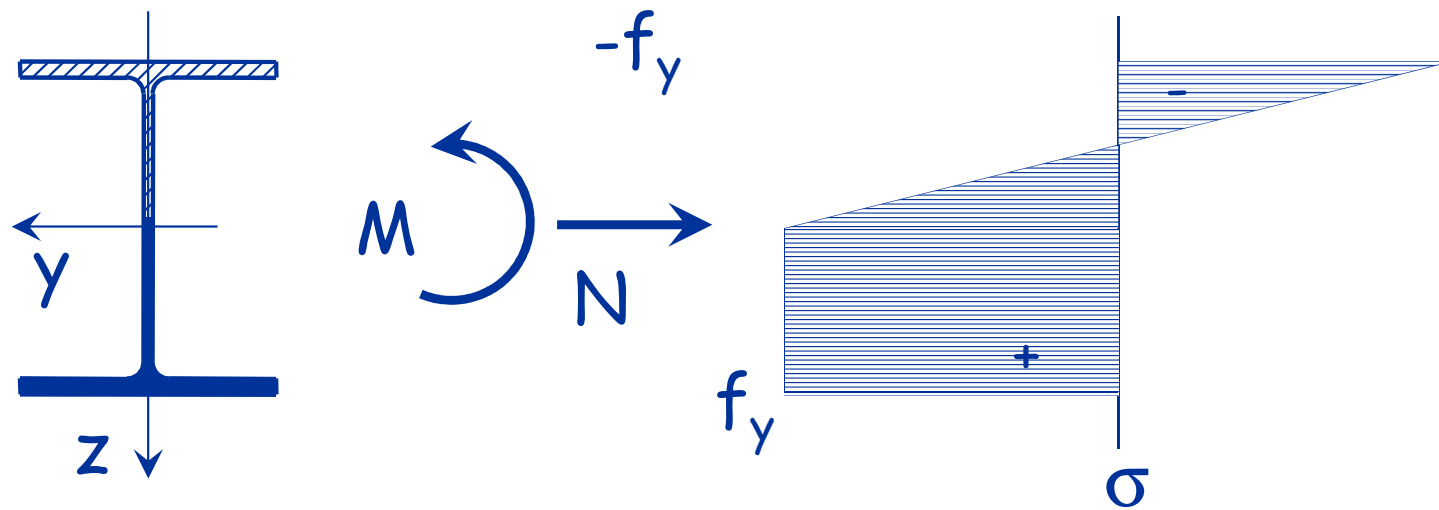
Per calcolare $M_{el,N}$:

$$f_y = \frac{N}{A} + \frac{M_{el,N}}{W_{el}}$$



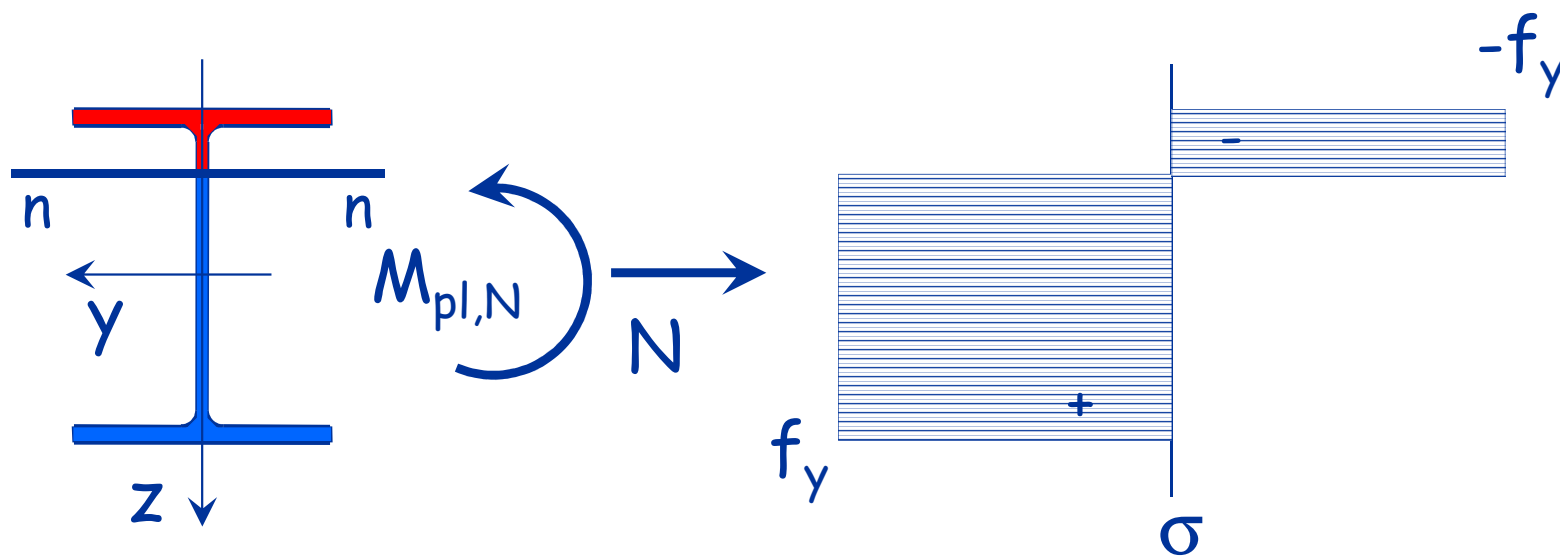
$$M_{el,N} = \left(f_y - \frac{N}{A} \right) W_{el}$$

Comportamento ultimo



Incrementando il momento flettente le deformazioni plastiche si propagano fino alla completa plasticizzazione della sezione

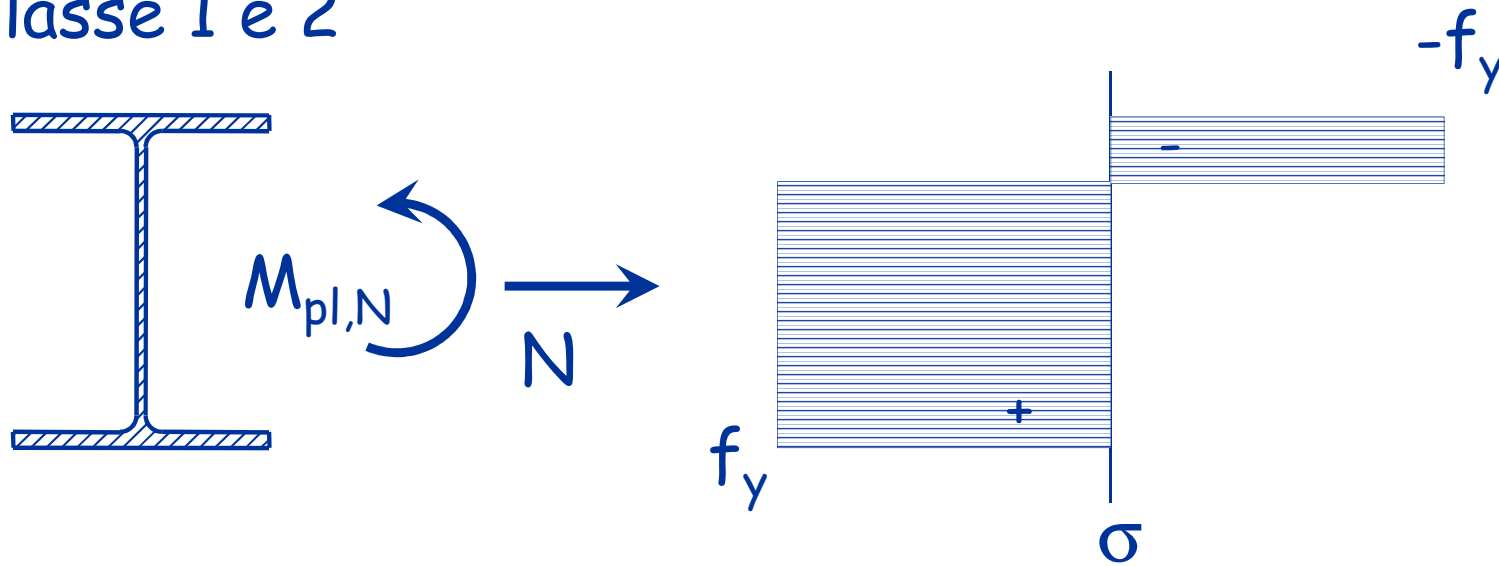
Comportamento ultimo



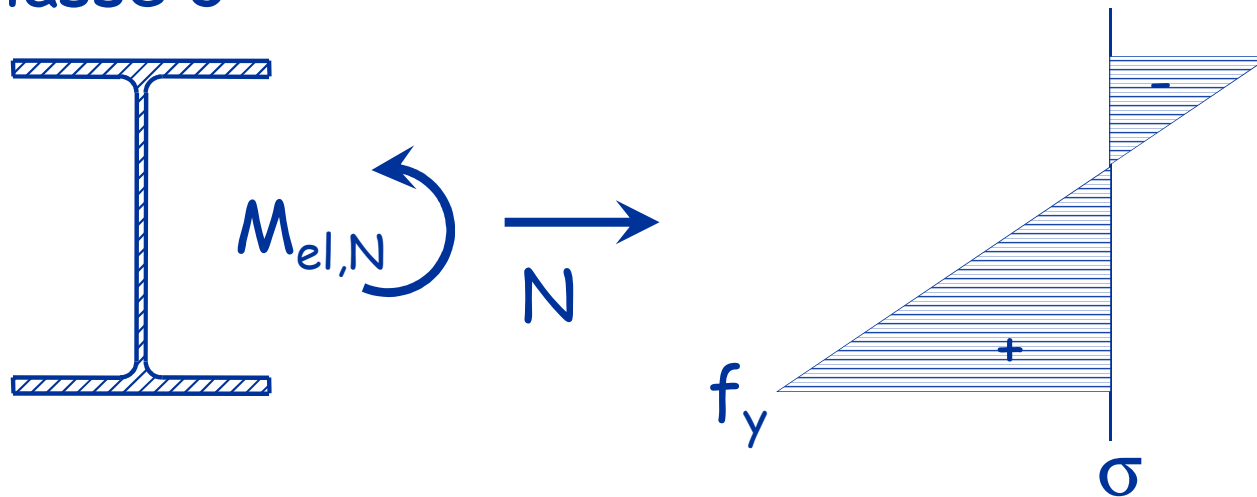
Sezione completamente plasticizzata

Verifica - stato limite ultimo

Classe 1 e 2

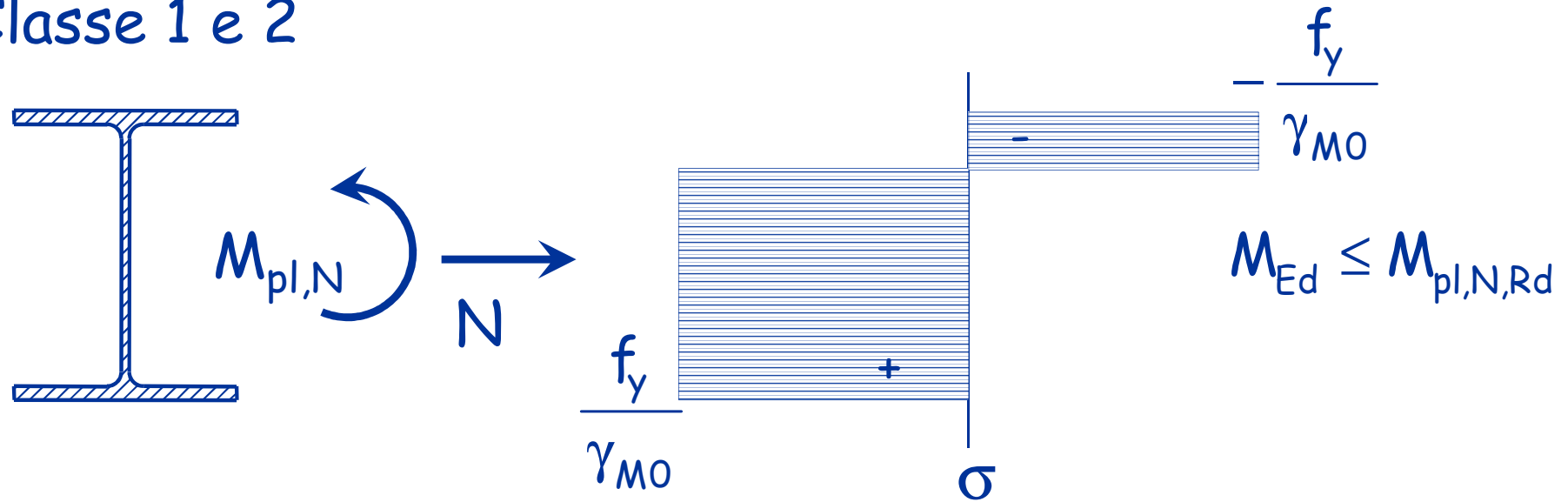


Classe 3

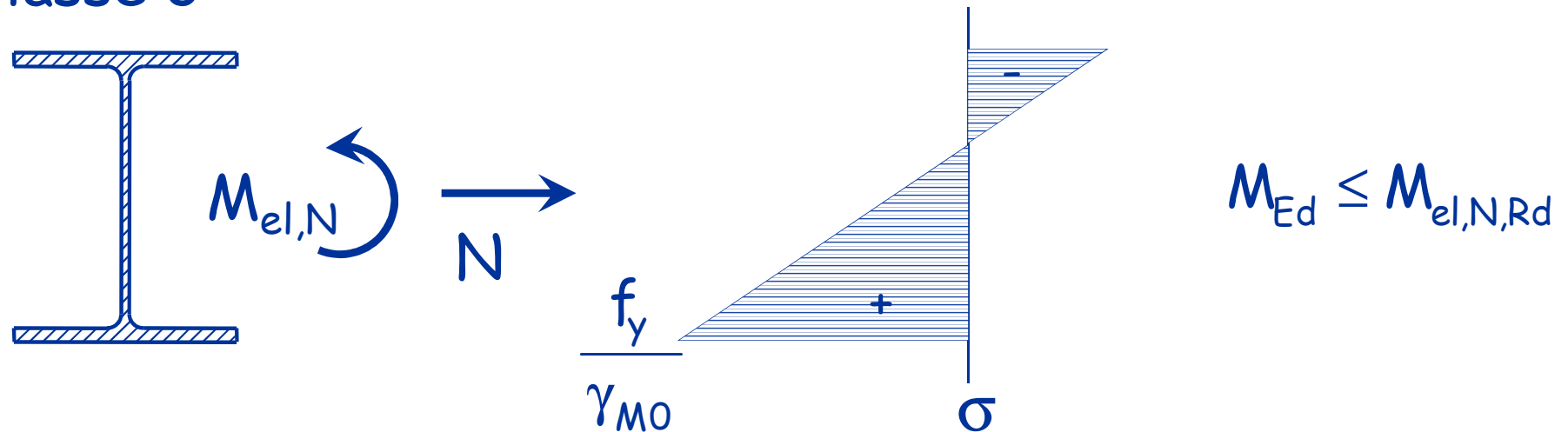


Verifica - stato limite ultimo

Classe 1 e 2

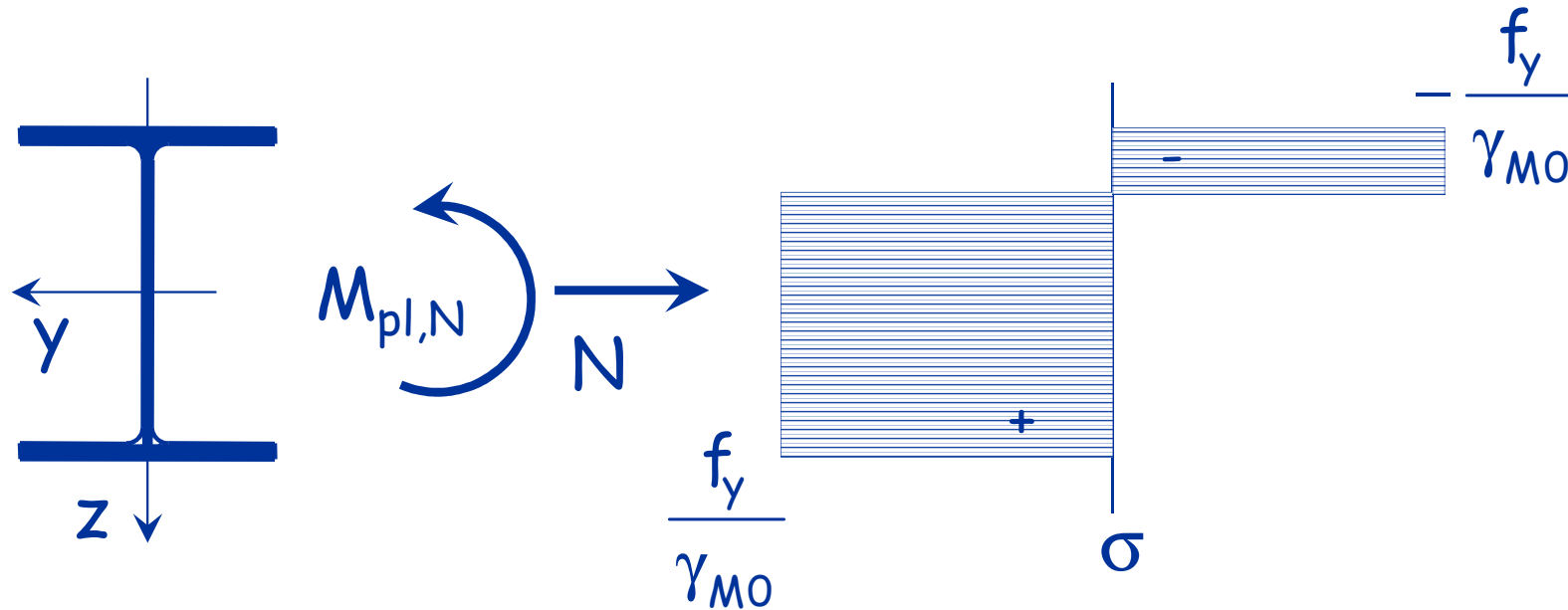


Classe 3



Verifica - stato limite ultimo

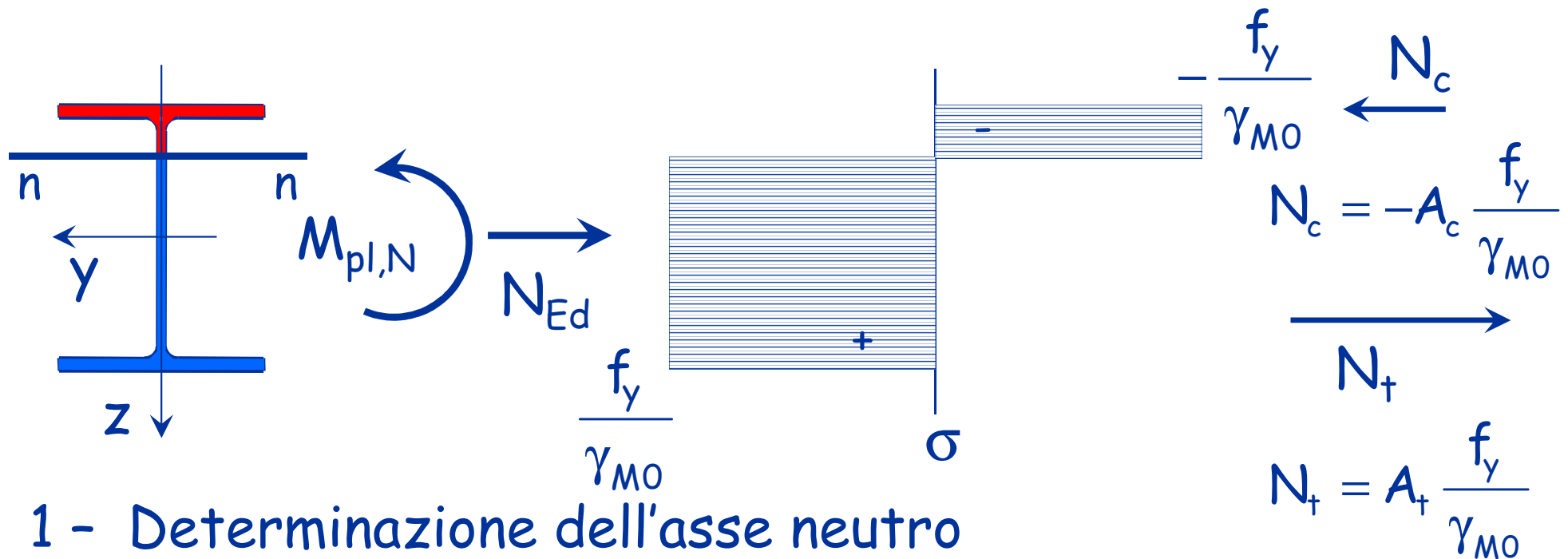
sezione di classe 1 e 2



Per calcolare $M_{pl,N}$:

- 1 - Bisogna prima determinare la posizione dell'asse neutro, dall'equilibrio alla traslazione
- 2 - Imponendo l'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse baricentrico si determina poi $M_{pl,N}$

Verifica - stato limite ultimo



$$N_c + N_t = N_{Ed}$$

(equilibrio alla traslazione)



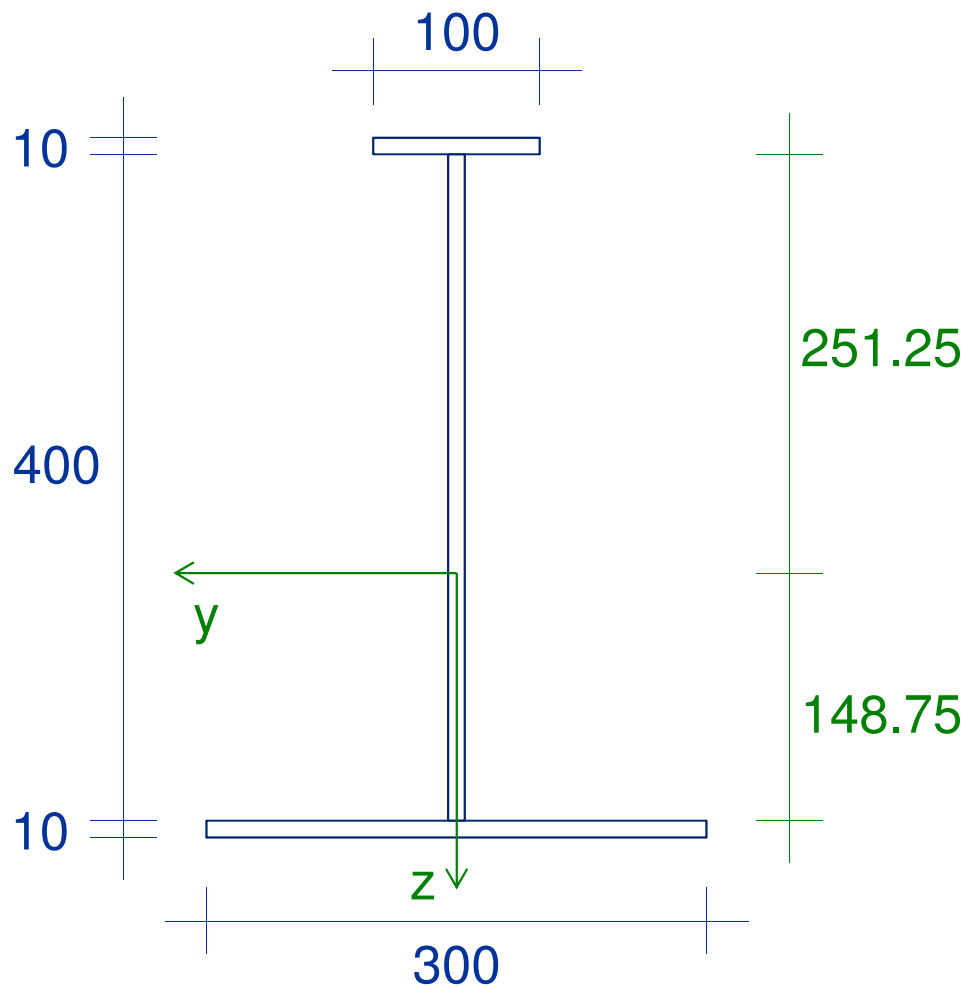
Asse neutro

$$N_{Ed} = (A_t - A_c) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Verifica - stato limite ultimo

1. determinazione dell'asse neutro

Esempio: sezione saldata



$$A = 80 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

acciaio S235

$$N_{Ed} = 671.4 \text{ kN}$$

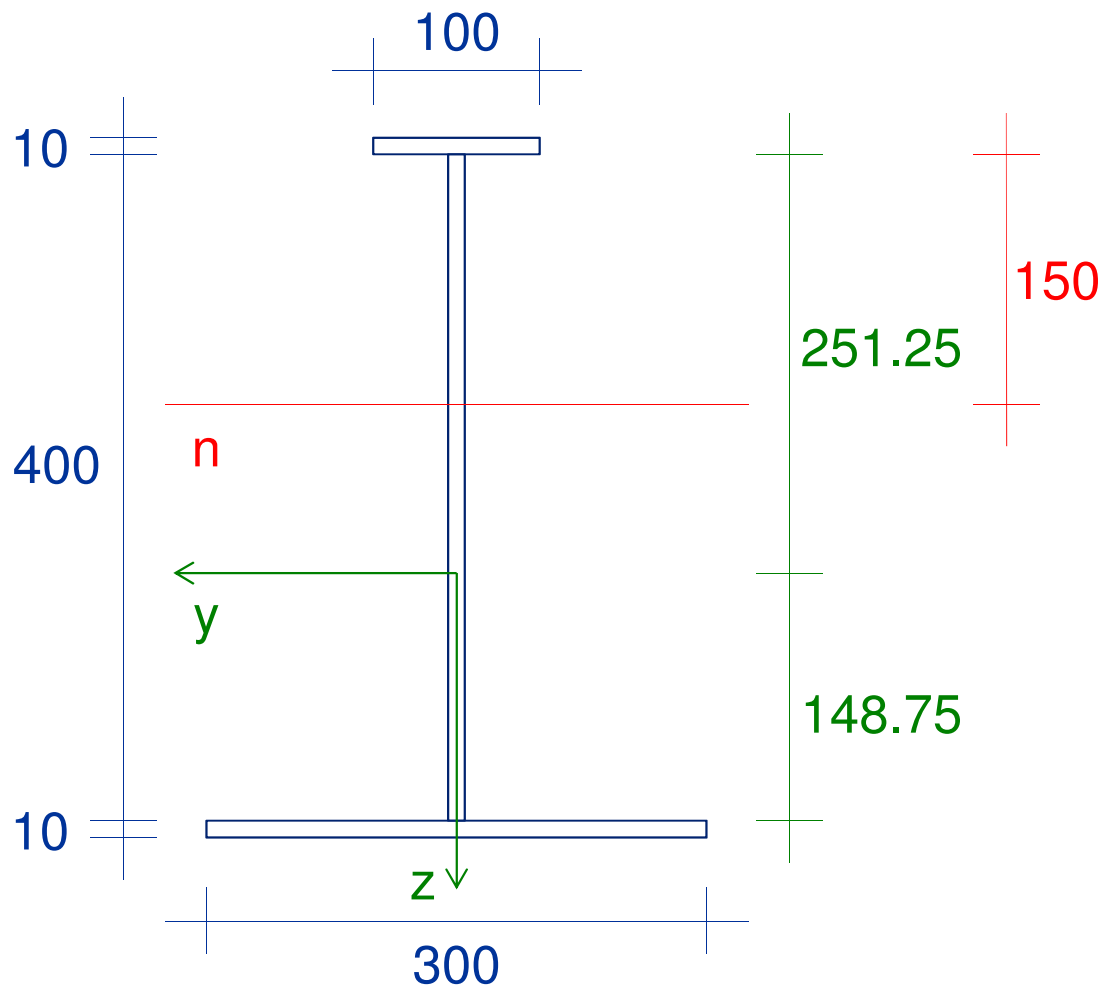
$$N_{Ed} = (A_t - A_c) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$(A_t - A_c) = \frac{N_{Ed} \gamma_{M0}}{f_y} = 30 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

Verifica - stato limite ultimo

1. determinazione dell'asse neutro

Esempio: sezione saldata



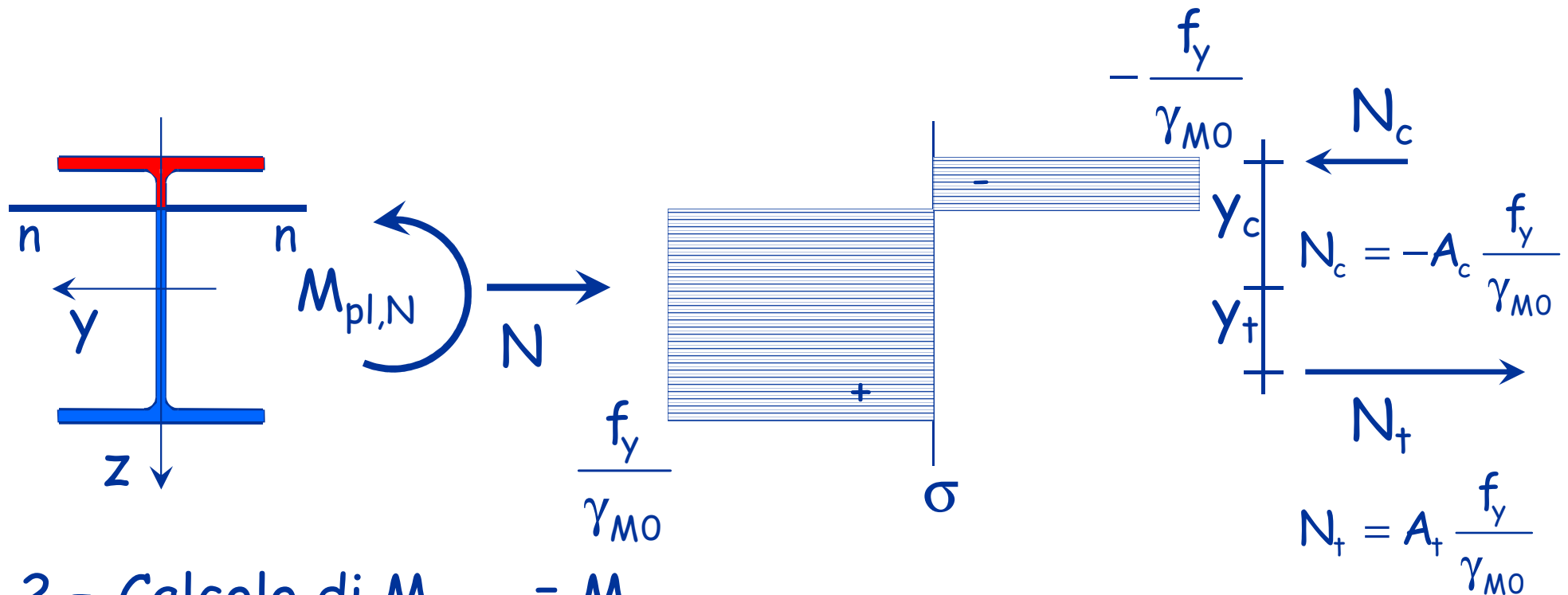
$$A = 80 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

$$(A_t - A_c) = \frac{N_{Ed} \gamma_{M0}}{f_y} = 30 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

$$A_t = 55 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

$$A_c = 25 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

Verifica - stato limite ultimo



2 - Calcolo di $M_{Rd,N} = M_{pl,N}$

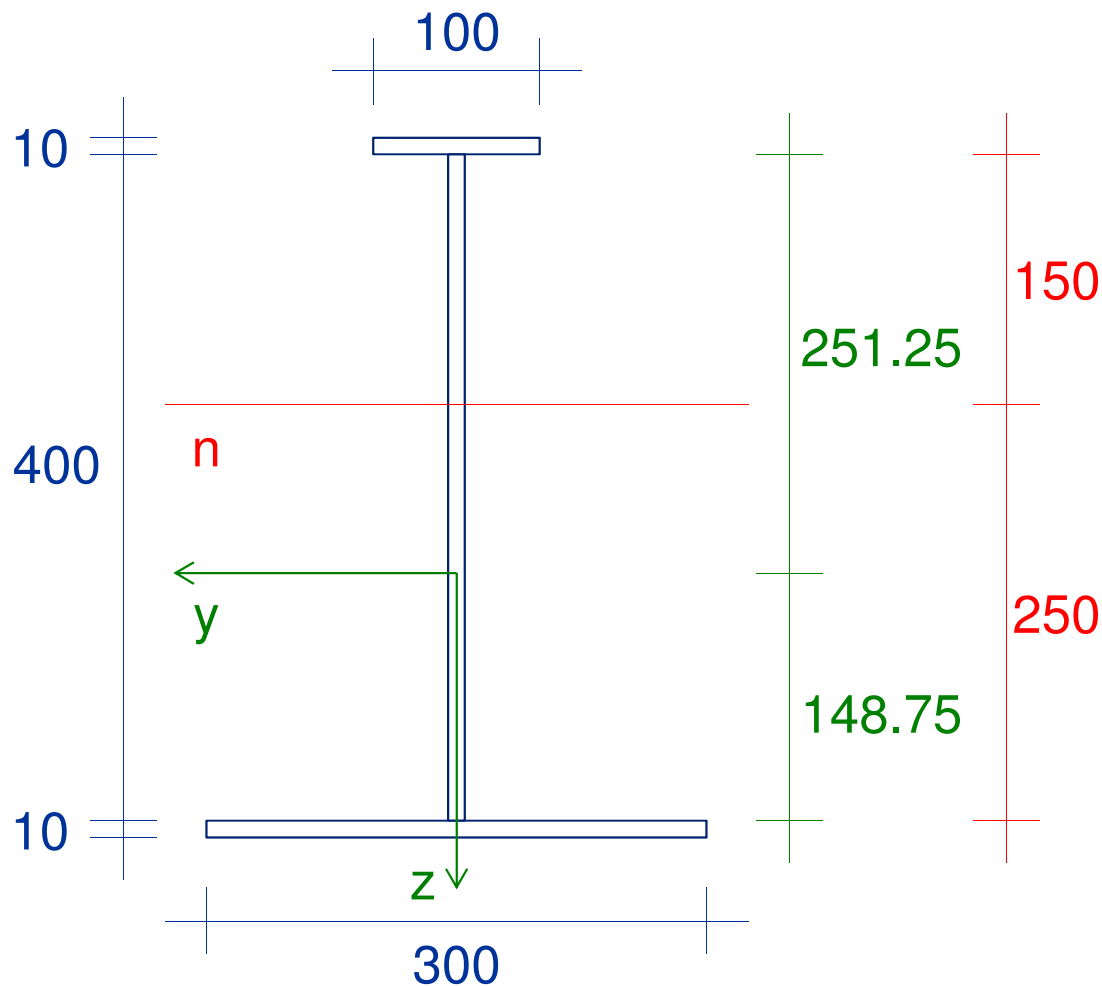
$$M_{Rd,N} = N_t y_t - N_c y_c = (S_t - S_c) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 2 S_t \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

S_t = momento statico dell'area tesa rispetto al baricentro

Verifica - stato limite ultimo

2. calcolo di $M_{Rd,N}$

Esempio: sezione saldata



$$A = 80 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

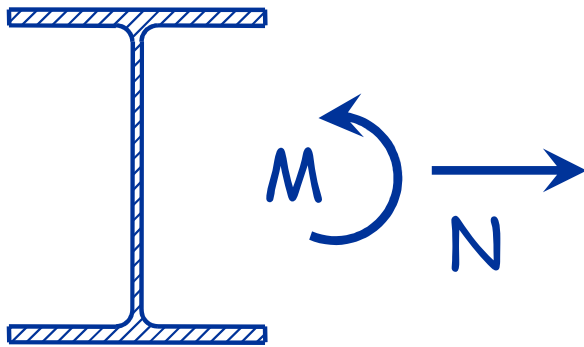
$$\begin{aligned} S_{\uparrow} &= 300 \times 10 \times 153.75 + \\ &\quad + 250 \times 10 \times 23.75 = \\ &= 520.63 \times 10^3 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{Rd,N} &= 2 S_{\uparrow} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \\ &= 233.0 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Dominio di resistenza

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M - N per cui si ottiene lo stato limite ultimo della sezione

Sezione

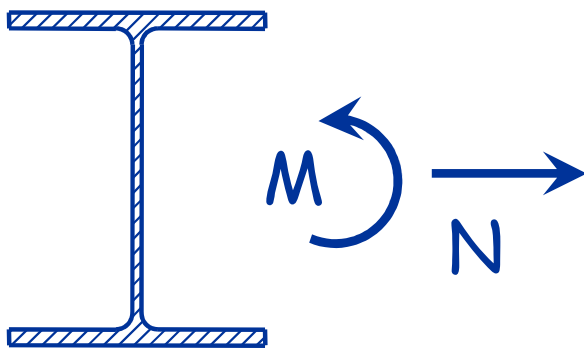


Dominio di resistenza per sezioni di classe 3

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui si ottiene lo stato limite ultimo della sezione

Per ricavare una coppia M-N del dominio $\frac{N}{A} + \frac{M}{W_{el}} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$

Sezione

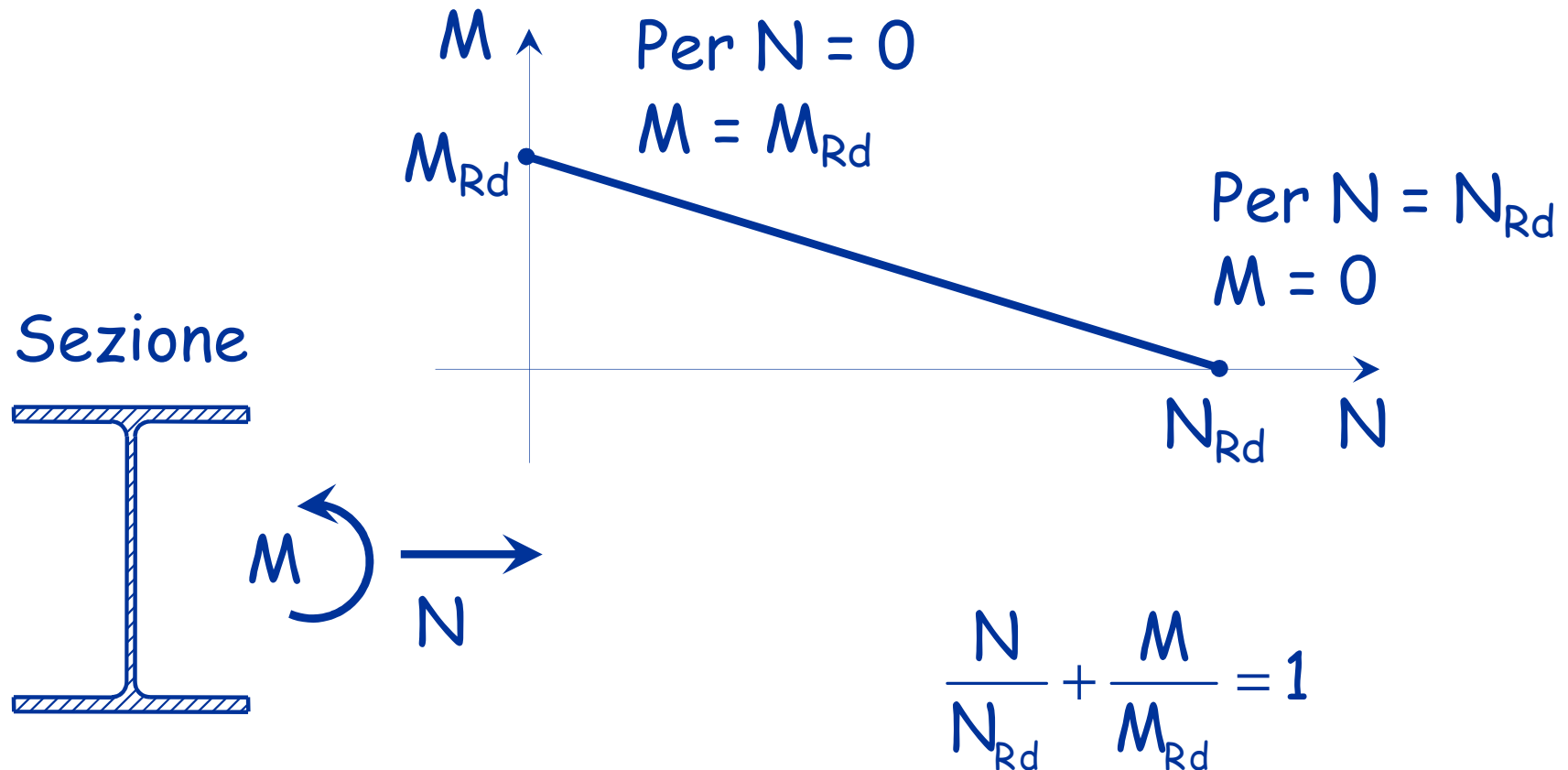


$$N_{Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \quad M_{Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$\frac{N}{N_{Rd}} + \frac{M}{M_{Rd}} = 1$$

Dominio di resistenza per sezioni di classe 3

- Il dominio è lineare perché il comportamento del materiale è lineare

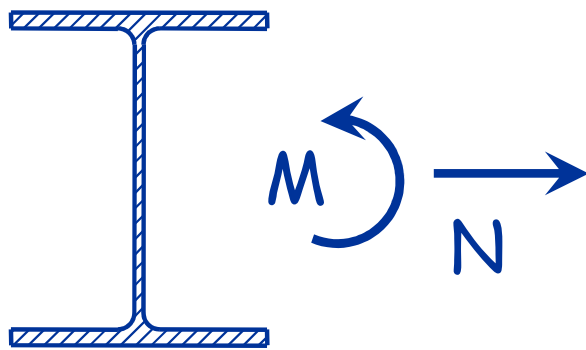


Dominio di resistenza per sezioni di classe 1 e 2

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui si ottiene lo stato limite ultimo della sezione

Per ricavare una coppia M-N del dominio

Sezione



Si assegna una posizione
dell'asse neutro

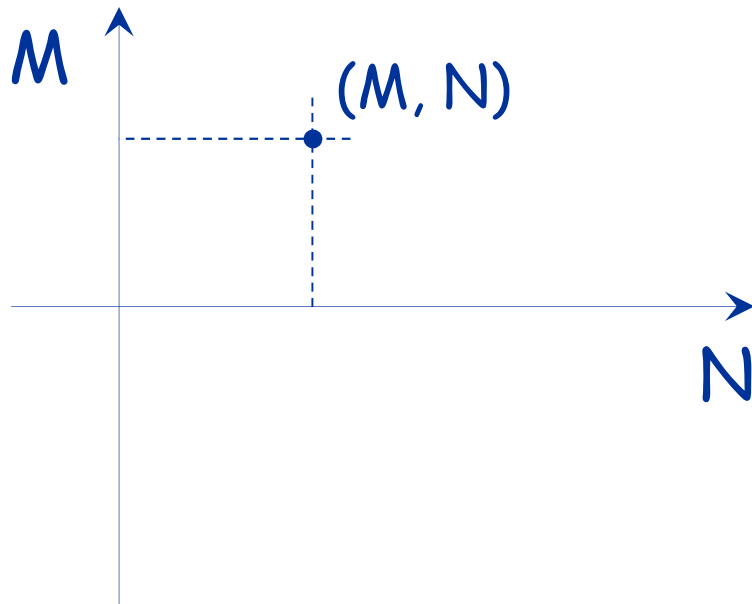
Si determina N

Si determina M ($M_{pl,N}$ o $M_{el,N}$)

Dominio di resistenza per sezioni di classe 1 e 2

Dominio di resistenza, o curva di interazione = insieme delle coppie M-N per cui si ottiene lo stato limite ultimo della sezione

Per ricavare una coppia M-N del dominio



Si assegna l'asse neutro

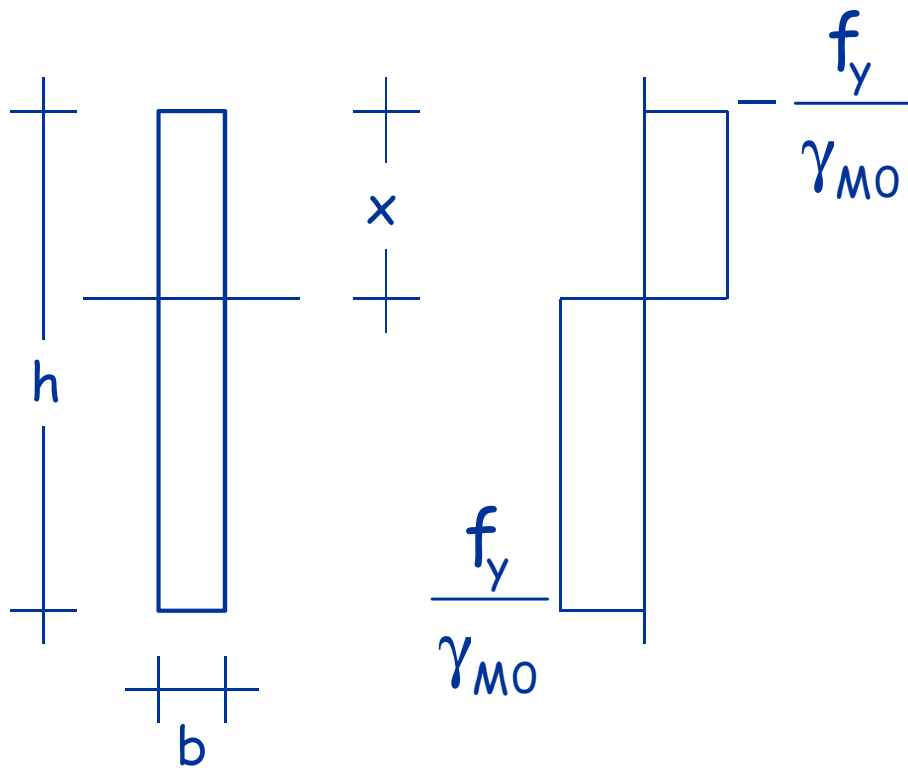
Si determina N

Si determina M ($M_{pl,N}$ o $M_{el,N}$)

e si riporta la coppia
M - N nel diagramma

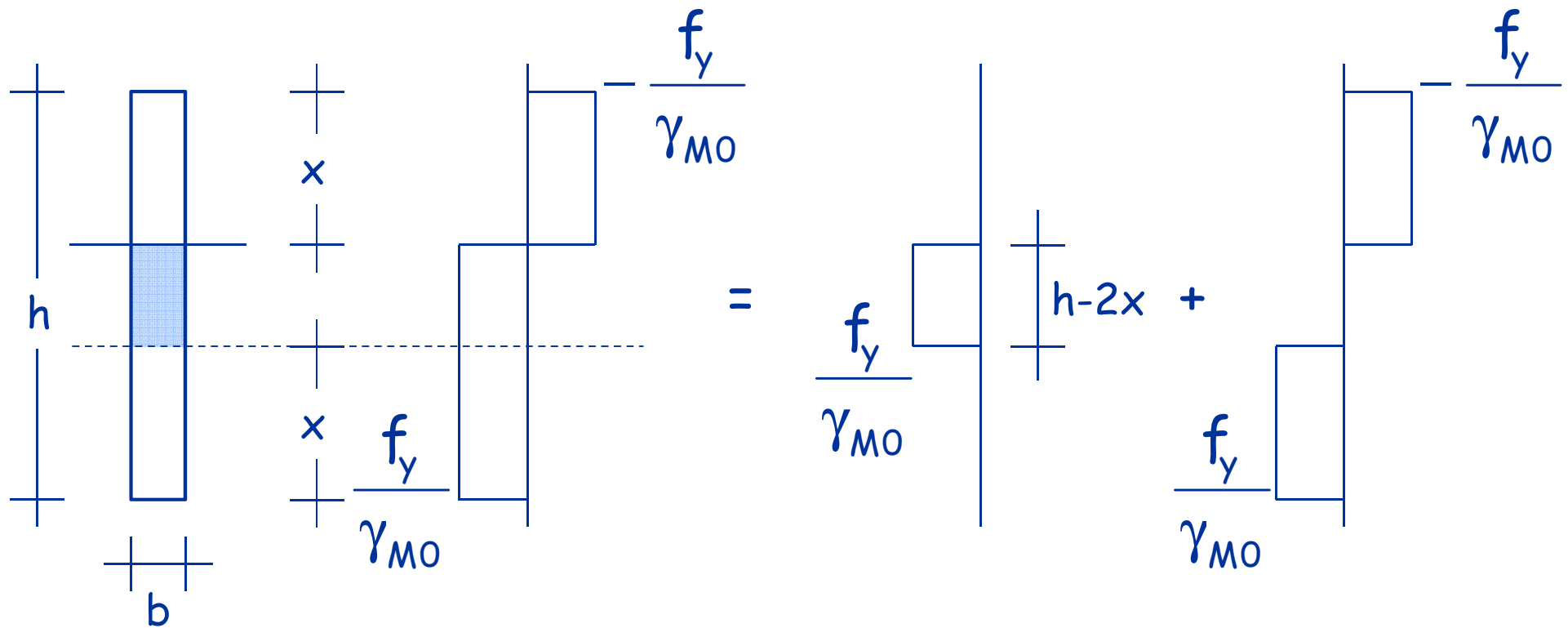
Esempio

Sezione rettangolare (ad esempio un piatto)



Esempio

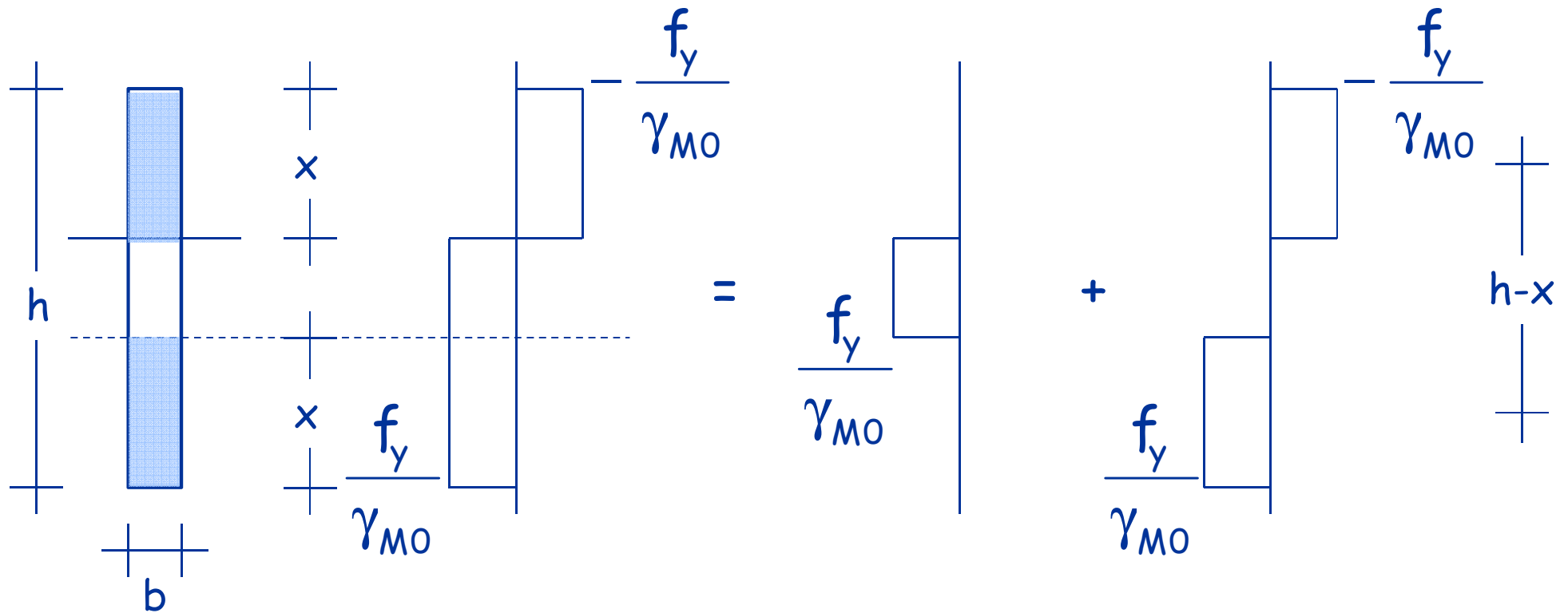
Sezione rettangolare (ad esempio un piatto)



$$N = b (h - 2 x) \frac{f_y}{\gamma_{MO}}$$

Esempio

Sezione rettangolare (ad esempio un piatto)

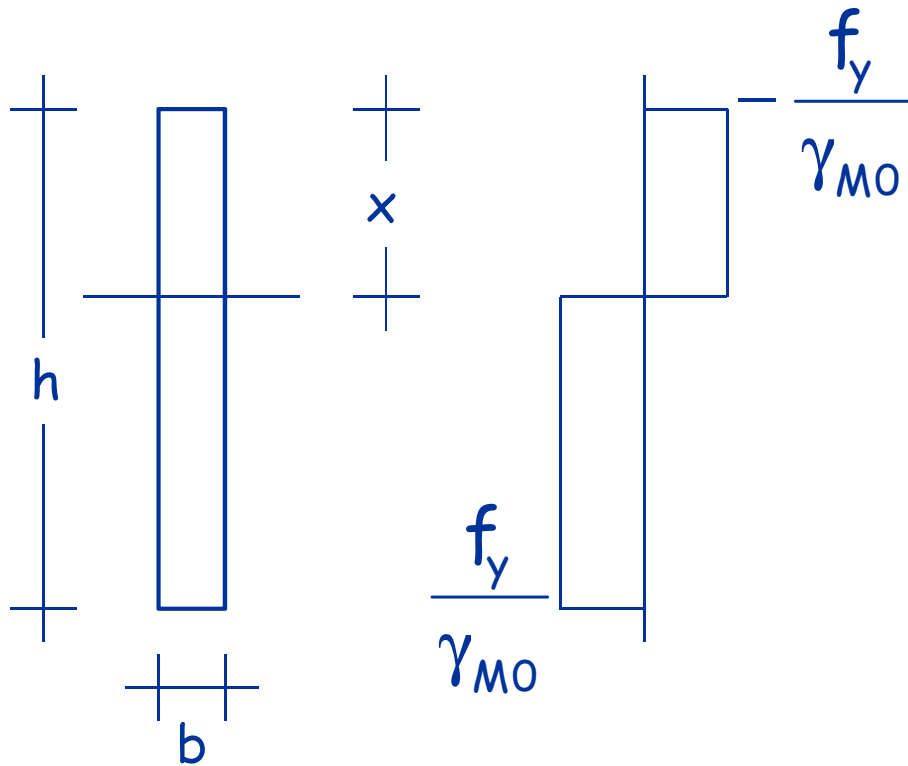


$$N = b (h - 2 x) \frac{f_y}{\gamma_{Mo}}$$

$$M = b x (h - x) \frac{f_y}{\gamma_{Mo}}$$

Esempio

Sezione rettangolare



$$N = b (h - 2 x) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$



$$x = \frac{1}{2} \left(h - \frac{N \gamma_{M0}}{b f_y} \right) = \frac{h}{2} \left(1 - \frac{N}{N_{Rd}} \right)$$

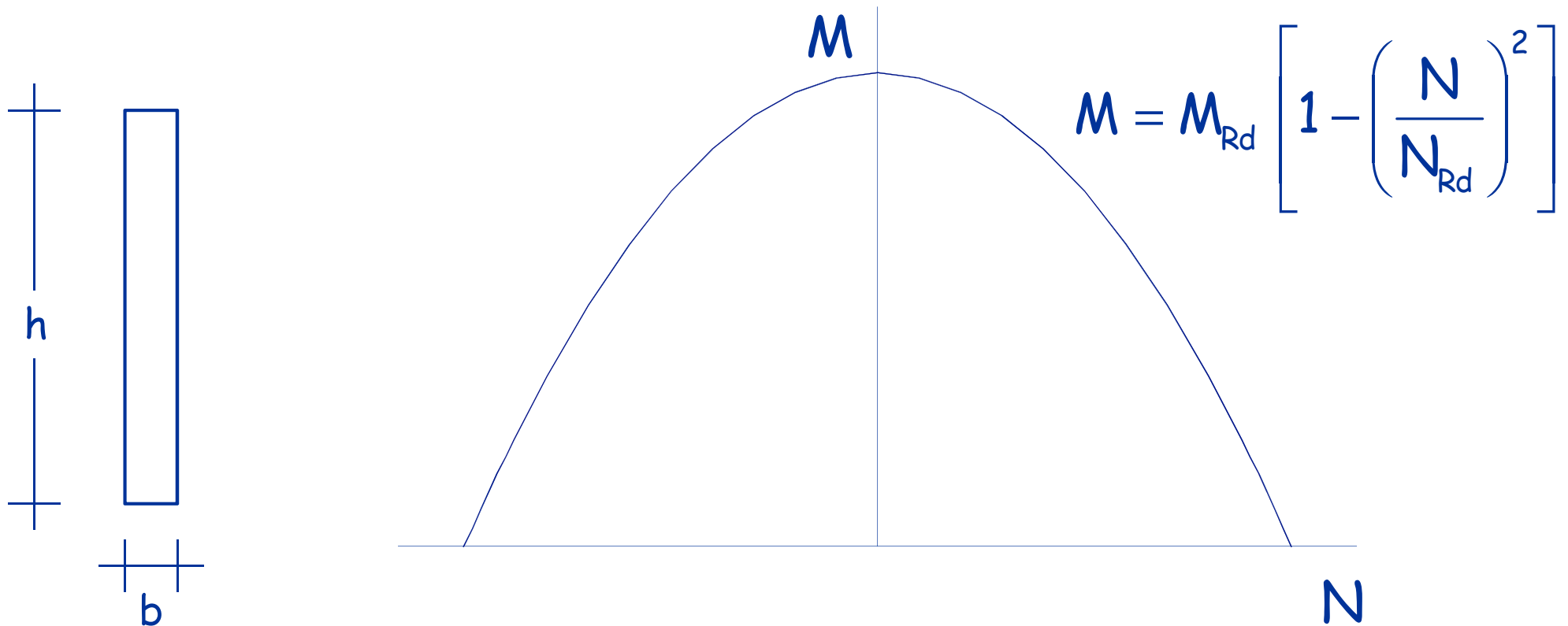
$$h - x = \frac{h}{2} \left(1 + \frac{N}{N_{Rd}} \right)$$



$$M = b x (h - x) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{b h^2}{4} \left[1 - \left(\frac{N}{N_{Rd}} \right)^2 \right] \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = M_{Rd} \left[1 - \left(\frac{N}{N_{Rd}} \right)^2 \right]$$

Esempio

Sezione rettangolare

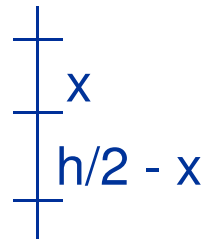
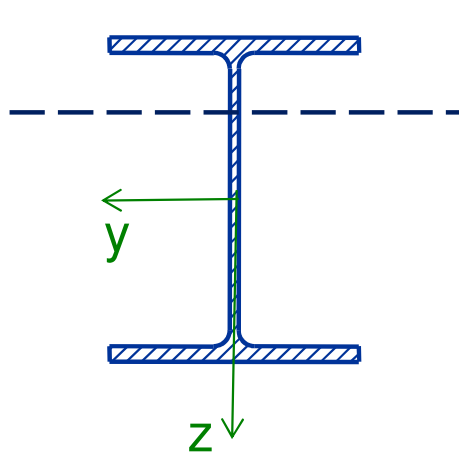


Il dominio ha un andamento parabolico

Questo vale solo per sezioni rettangolari (ad esempio un piatto)

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte



L'asse neutro
taglia l'anima

$$N = t_w (h - 2x) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

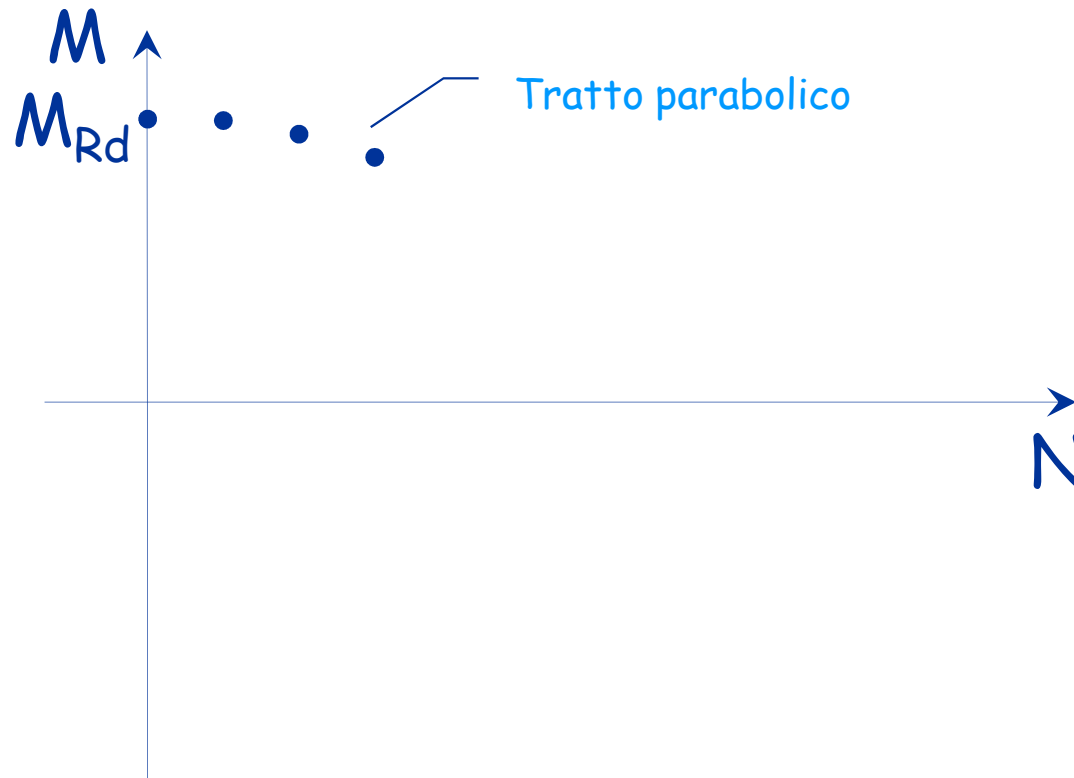
$$M = M_{Rd} - \frac{t_w (h - 2x)^2}{4} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Per $N = 0$

$$M = M_{Rd}$$

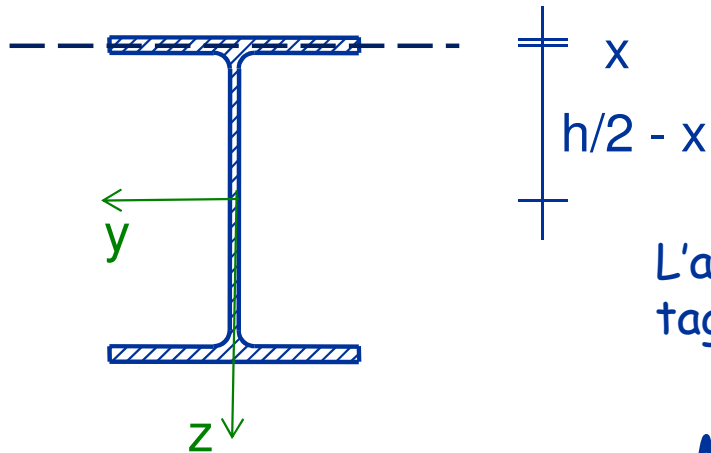
$$M_{Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$



Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte



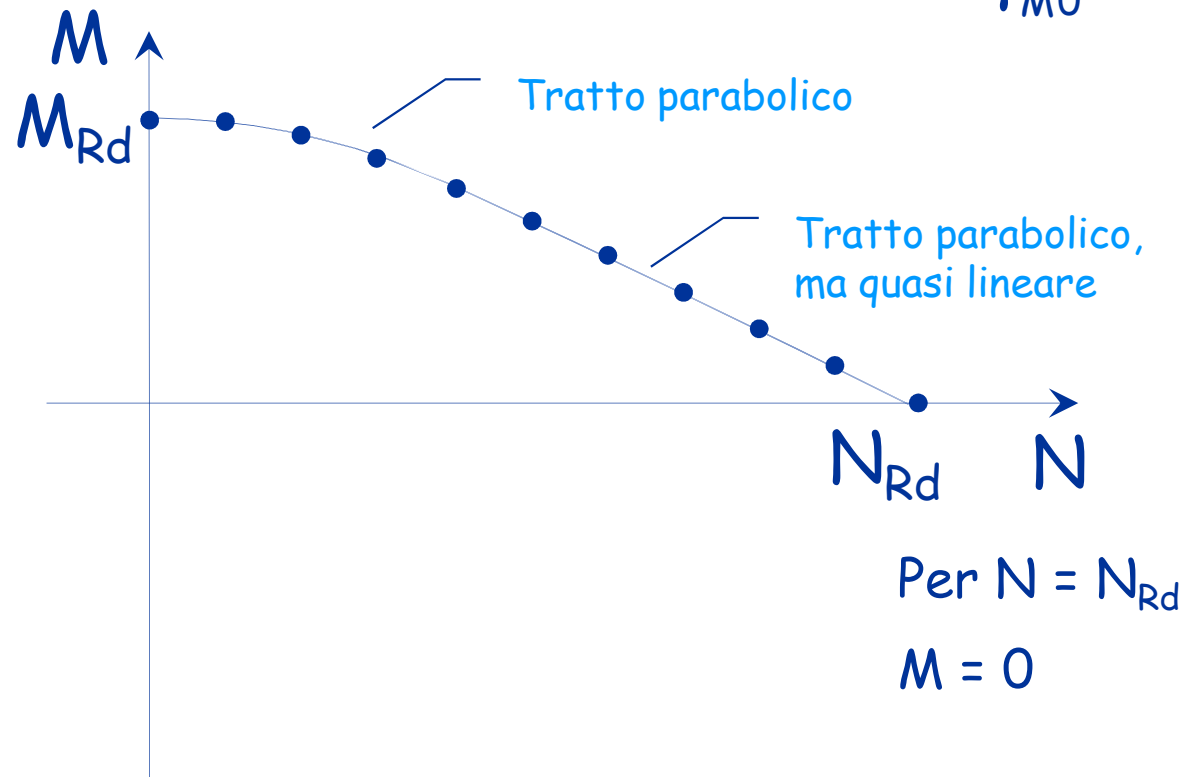
L'asse neutro
taglia l'ala

$$N = N_{Rd} - 2bx \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$M = bx(h - x) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

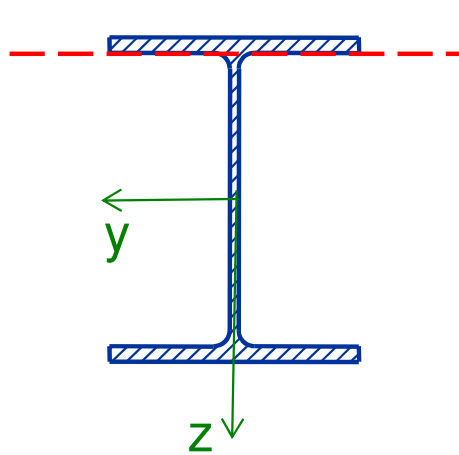
$$M_{Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$



Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte

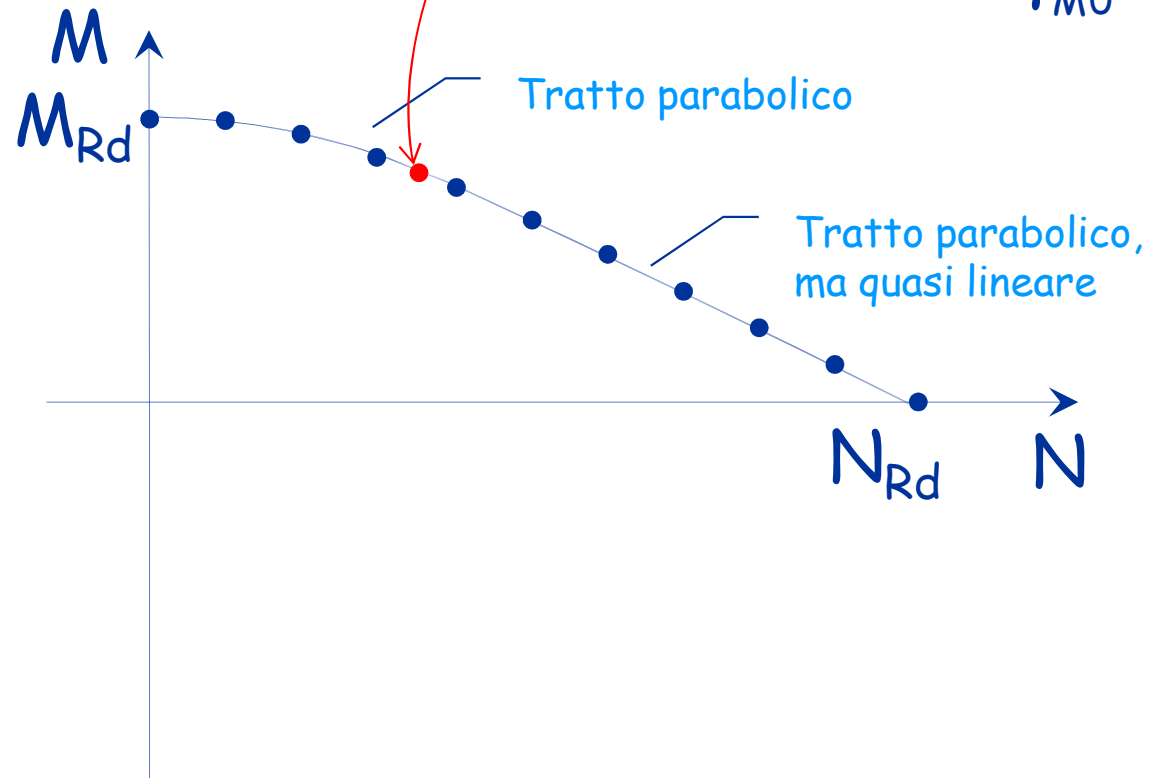


$$\begin{array}{|c} \hline x = t_f \\ \hline h/2 - t_f \\ \hline \end{array}$$

L'asse neutro al
bordo inferiore
dell'ala

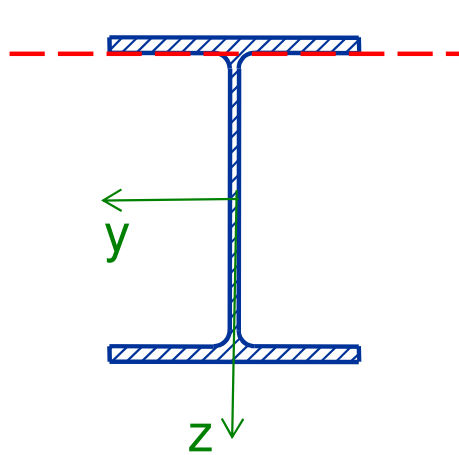
$$N = (A - 2bt_f) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$M = bt_f (h - t_f) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$



Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte



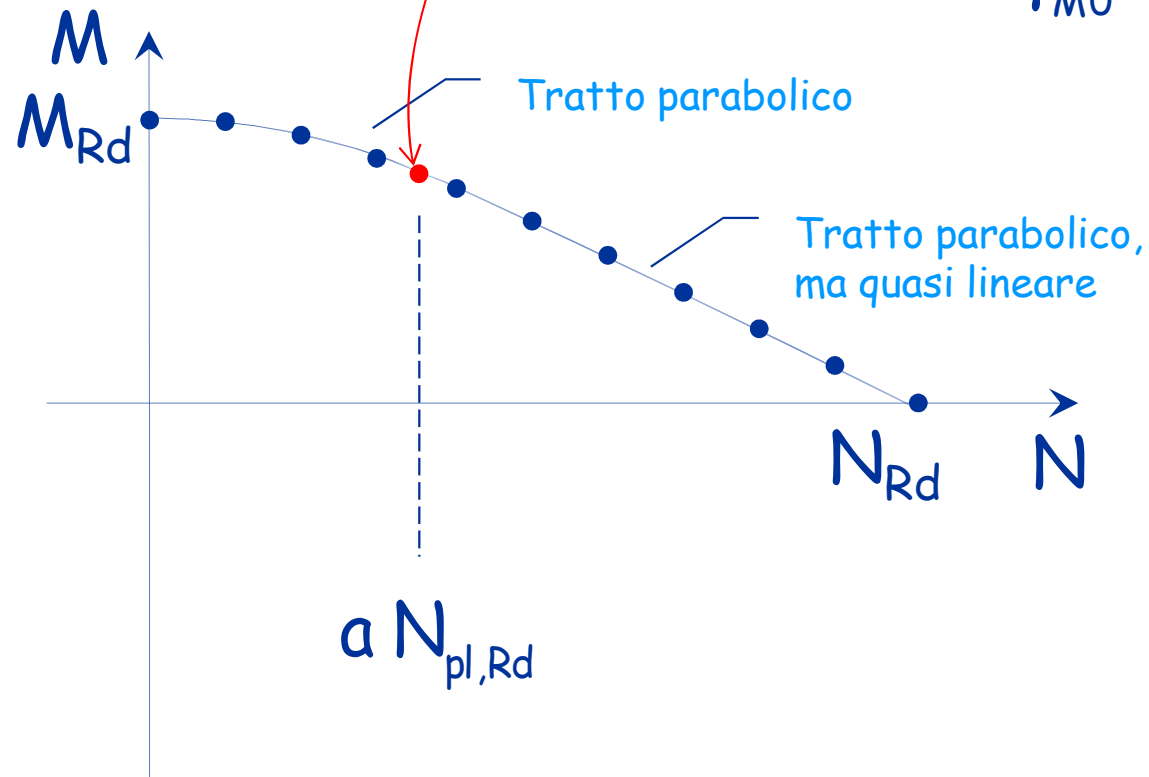
$$\begin{aligned} x &= t_f \\ h/2 - t_f \end{aligned}$$

L'asse neutro al
bordo inferiore
dell'ala

$$N = (A - 2bt_f) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

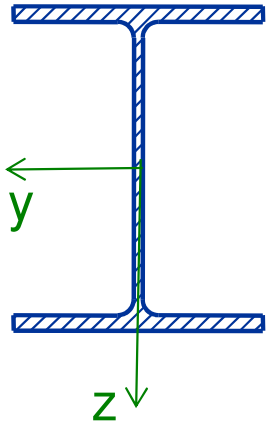
$$M = bt_f (h - t_f) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$a = \frac{A - 2bt_f}{A}$$



Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte

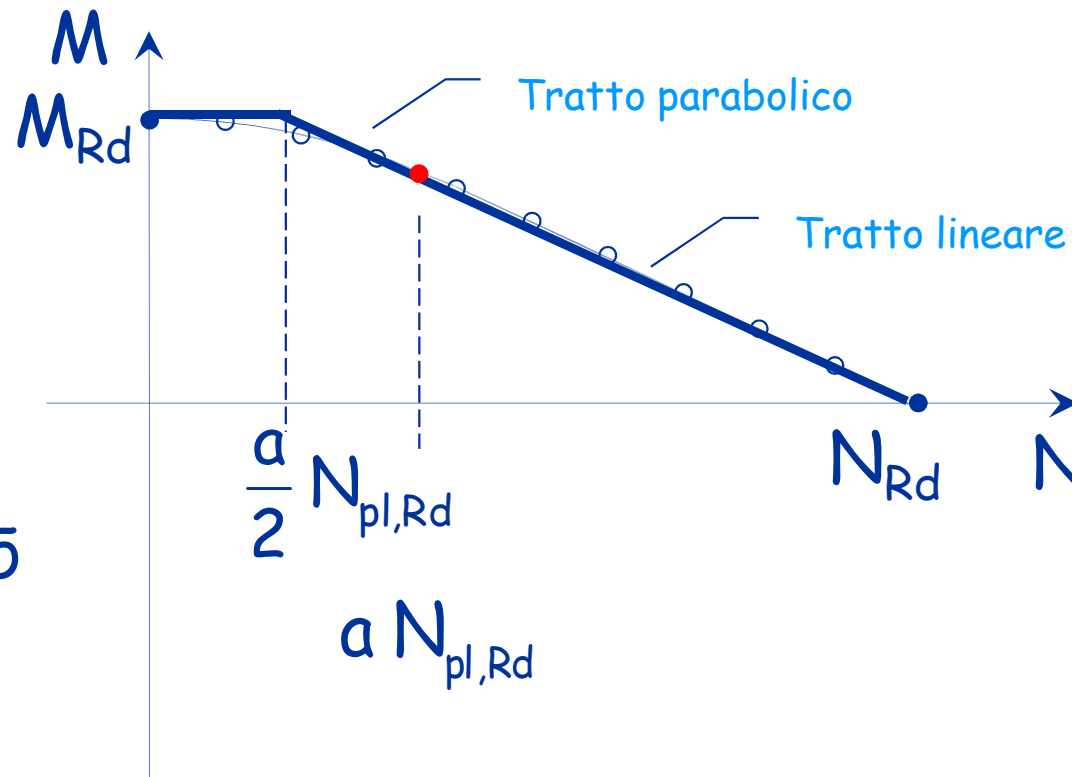


$$M_{N,Rd} = M_{Rd}$$

$$N \leq \frac{a}{2} N_{Rd}$$

$$M_{N,Rd} = M_{Rd} \left(1 - \frac{N}{N_{Rd}} \right) \frac{1}{1 - 0.5 a}$$

$$N > \frac{a}{2} N_{Rd}$$

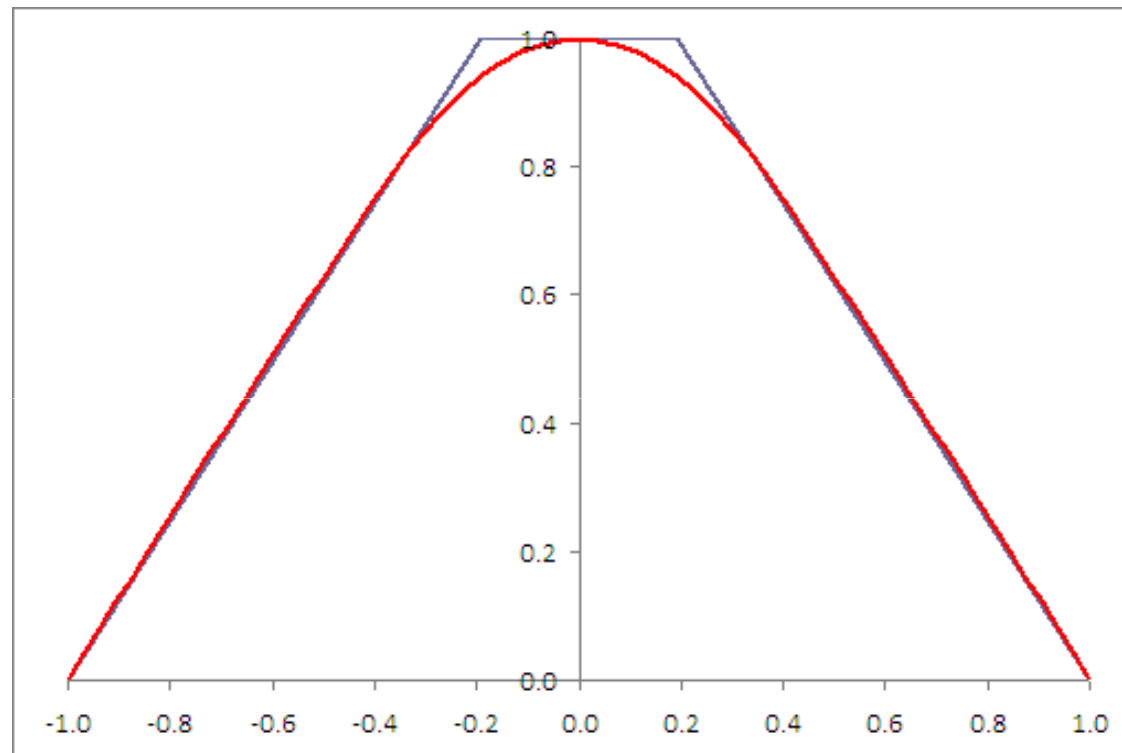


$$a = \frac{A - 2 b t_f}{A} \leq 0.5$$

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte

- Per sezioni IPE (ad esempio IPE 300)



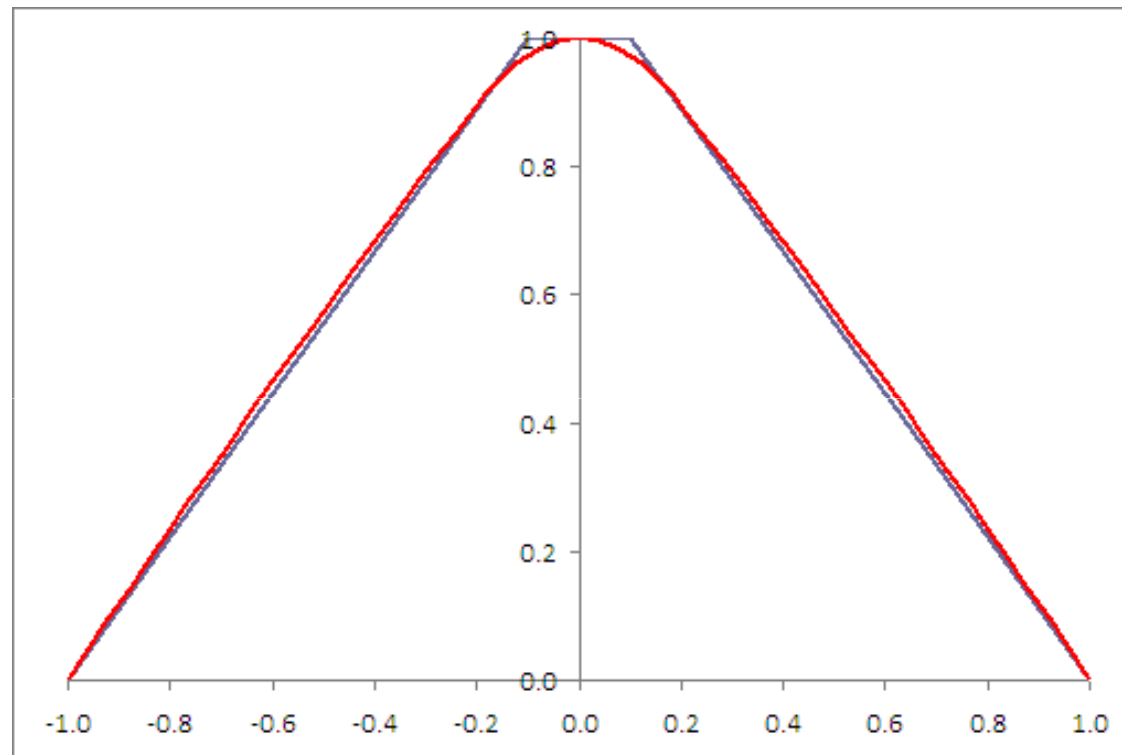
$$\frac{a}{2} \cong 0.2$$

Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte

- Per sezioni HE (ad esempio HE 300 B)

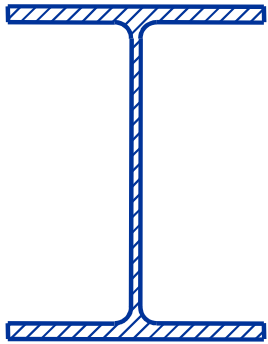


$$\frac{a}{2} \cong 0.1$$

Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte

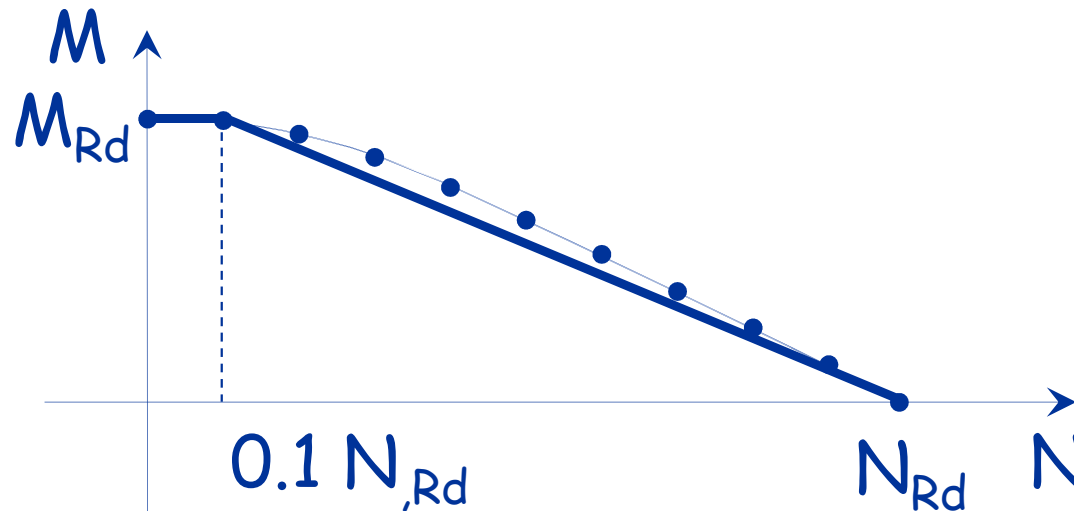


$$M_{N,Rd} = M_{Rd} \quad N \leq 0.1 N_{Rd}$$

$$N \leq 0.1 N_{Rd}$$

$$M_{N,Rd} = 1.11 M_{Rd} \left(1 - \frac{N}{N_{Rd}} \right) \quad N > 0.1 N_{Rd}$$

$$N > 0.1 N_{Rd}$$



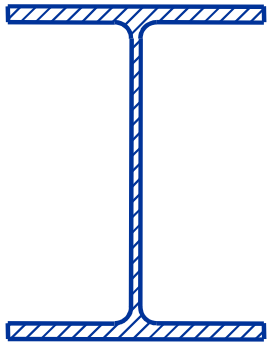
$$M_{Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

Un tempo si suggeriva
questa semplificazione

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse forte



$$M_{N,Rd} = M_{Rd}$$

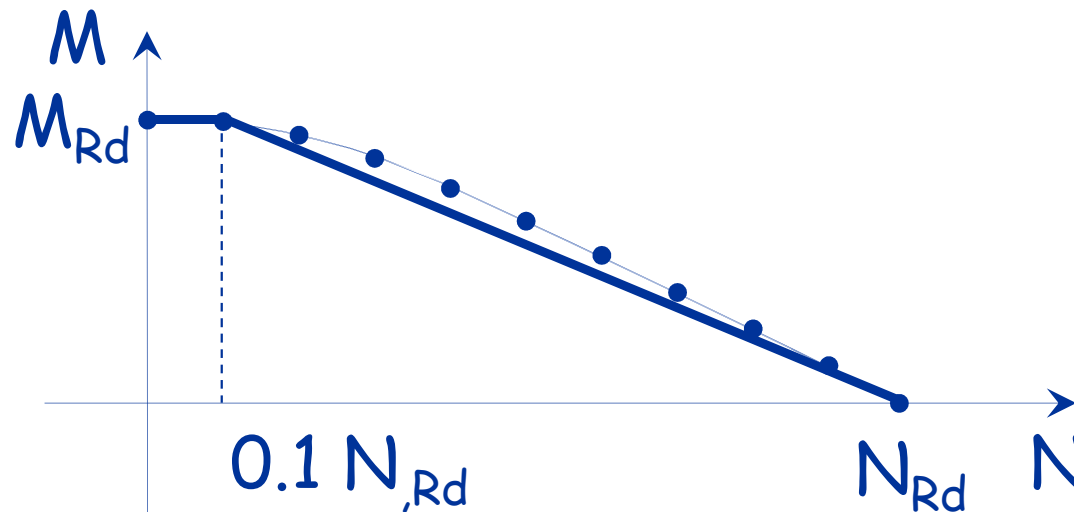
$$N \leq 0.1 N_{Rd}$$

$$M_{N,Rd} = 1.11 M_{Rd} \left(1 - \frac{N}{N_{Rd}} \right)$$

$$N > 0.1 N_{Rd}$$

$$M_{Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

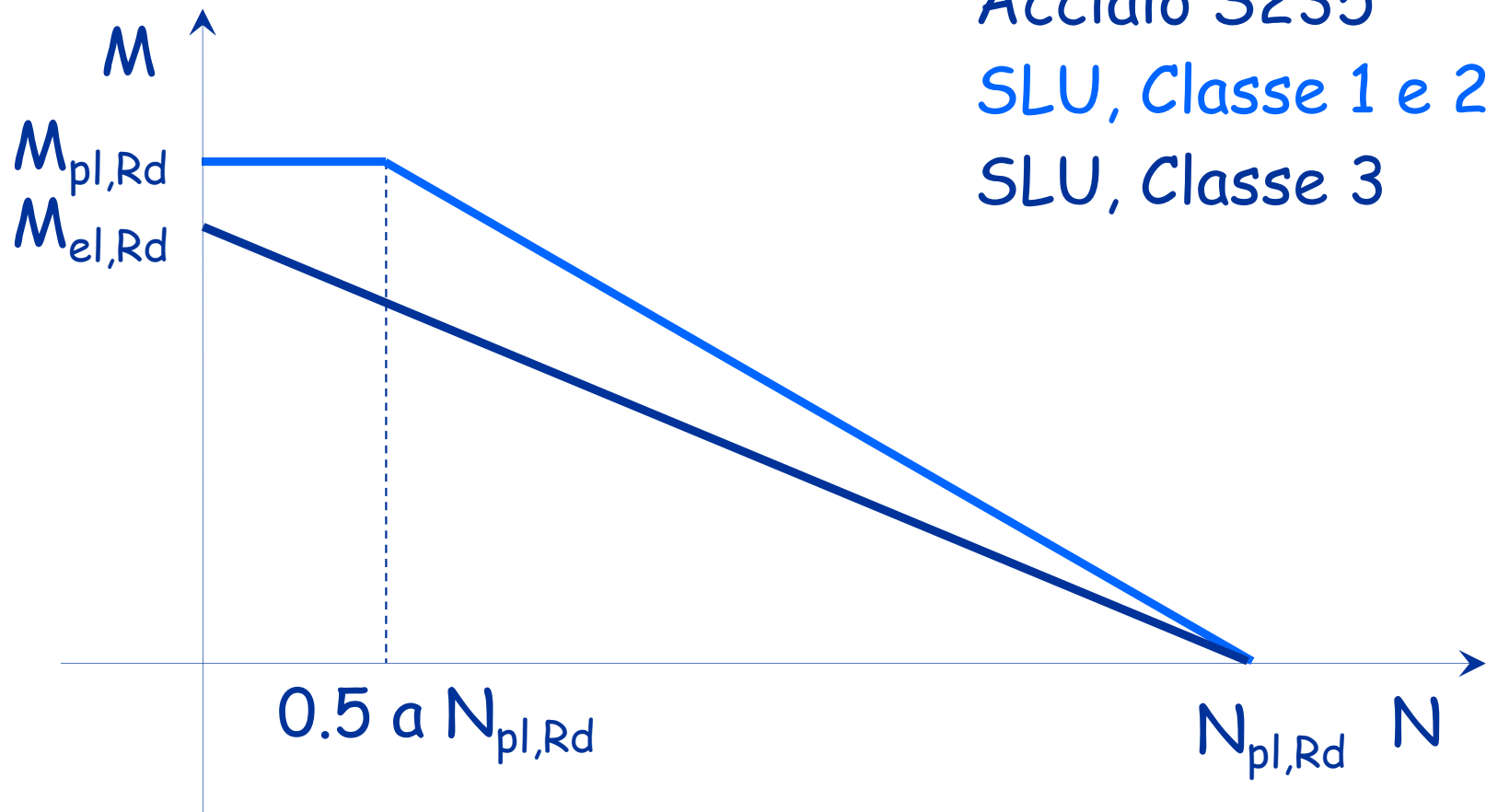
$$N_{Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$



Semplificazione cautelativa,
va bene per profili HE

Dominio di resistenza

confronto tra classe 1-2 e classe 3

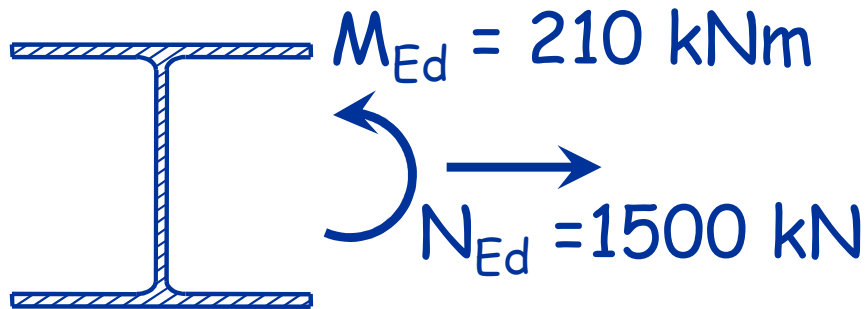


Sezioni a doppio T
Acciaio S235
SLU, Classe 1 e 2
SLU, Classe 3

Esempio

HE 300 B

Dati:



Sezione	HEB300
A	149 cm^2
W_{pl}	1868 cm^3
Acciaio	S235

1 - Classe della sezione

Anima: $\frac{c_w}{t_w} = \frac{208}{11} = 19 \leq 72 \varepsilon = 72$

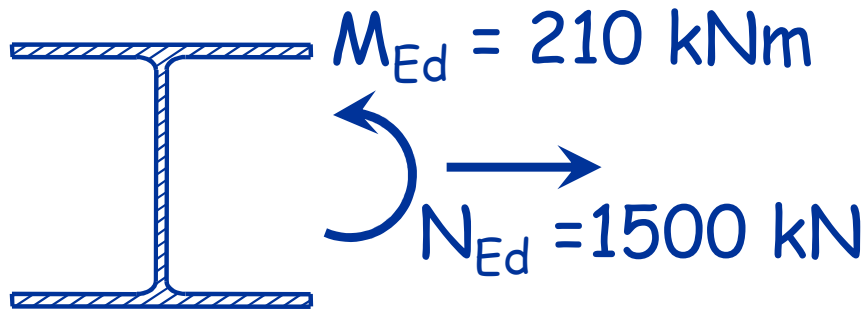
Flangia: $\frac{c}{t_f} = \frac{117.5}{19} = 6.2 \leq 9 \varepsilon = 9$

La sezione appartiene alla classe 1.

Esempio

HE 300 B

Dati:



Sezione

HEB300

A

149 cm²

W_{pl}

1868 cm³

Acciaio

S235

2 - Determinazione di N_{Rd} ed M_{Rd}

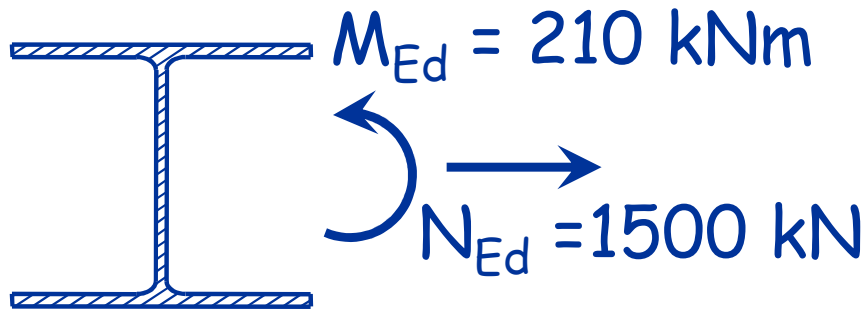
$$N_{Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{235 \times 149}{1.05 \times 10} = 3334.8 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{235 \times 1868}{1.05 \times 10^3} = 418.1 \text{ kNm}$$

Esempio

HE 300 B

Dati:



Sezione	HEB300
A	149 cm ²
W_{pl}	1868 cm ³
Acciaio	S235
b=300 mm	t=19 mm

3 - Determinazione di a

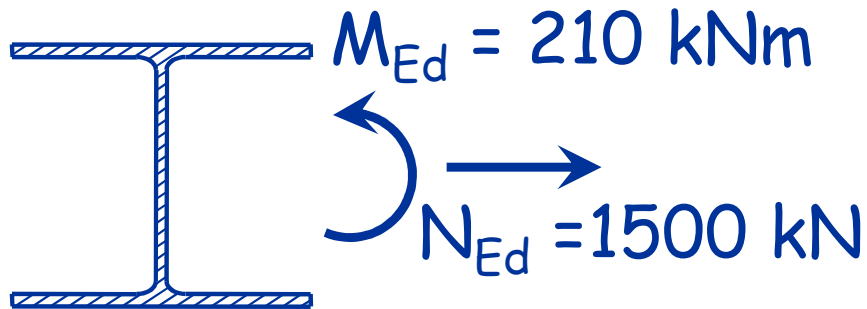
$$a = \frac{A - 2 b t_f}{A} = \frac{14900 - 2 \times 300 \times 19}{14900} = 0.235$$

$$\frac{a}{2} N_{Rd} = \frac{0.235}{2} 3334.8 = 391.8 \text{ kN}$$

Esempio

HE 300 B

Dati:



Sezione	HEB300
Acciaio	S235
N_{Rd}	3334.8 kN
M_{Rd}	418.1 kNm

4 - Determinazione di $M_{N,Rd}$ e verifica

$$N_{Ed} = 1500 \text{ kN} \geq \frac{\alpha}{2} N_{pl,Rd} = 391.8 \text{ kN}$$

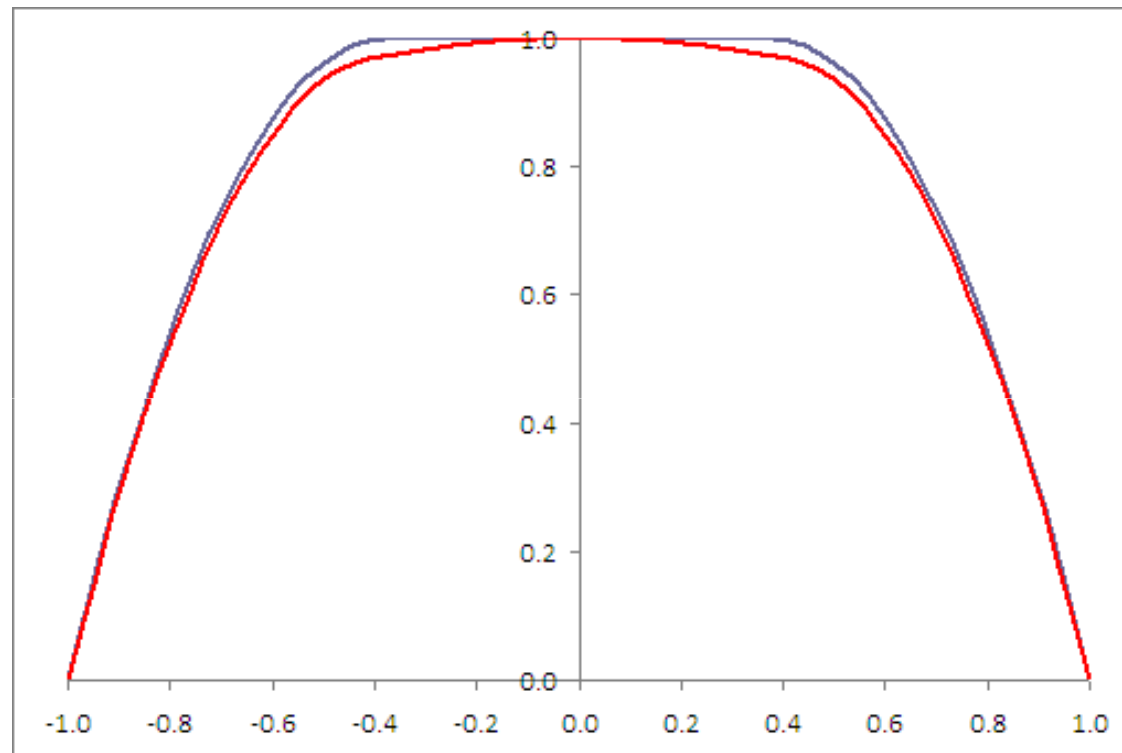
$$M_{N,Rd} = M_{Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \right) \frac{1}{1 - 0.5 \times 0.235} = 260.7 \text{ kNm} > M_{Ed} = 210.0 \text{ kNm}$$

La sezione è verificata

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse debole

- Per sezioni IPE (ad esempio IPE 300)

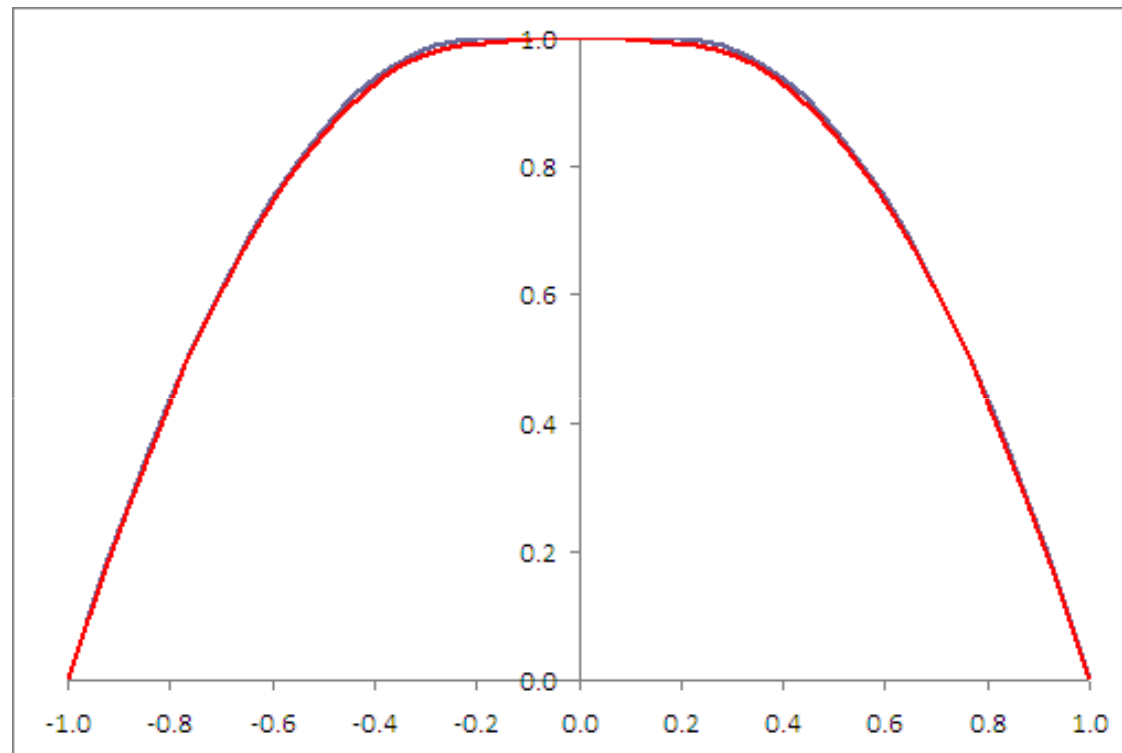


Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse debole

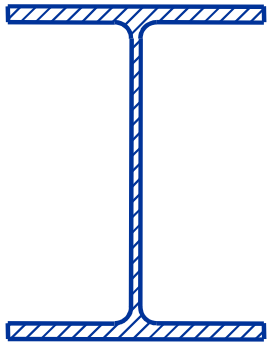
- Per sezioni HE (ad esempio HE 300 B)



Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza

sezione a doppio T con M nell'asse debole



$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd}$$

$$N \leq a N_{pl,Rd}$$

$$M_{pl,N,Rd} = M_{pl,Rd} \left[1 - \left(\frac{N/N_{pl,Rd} - a}{1 - a} \right)^2 \right]$$

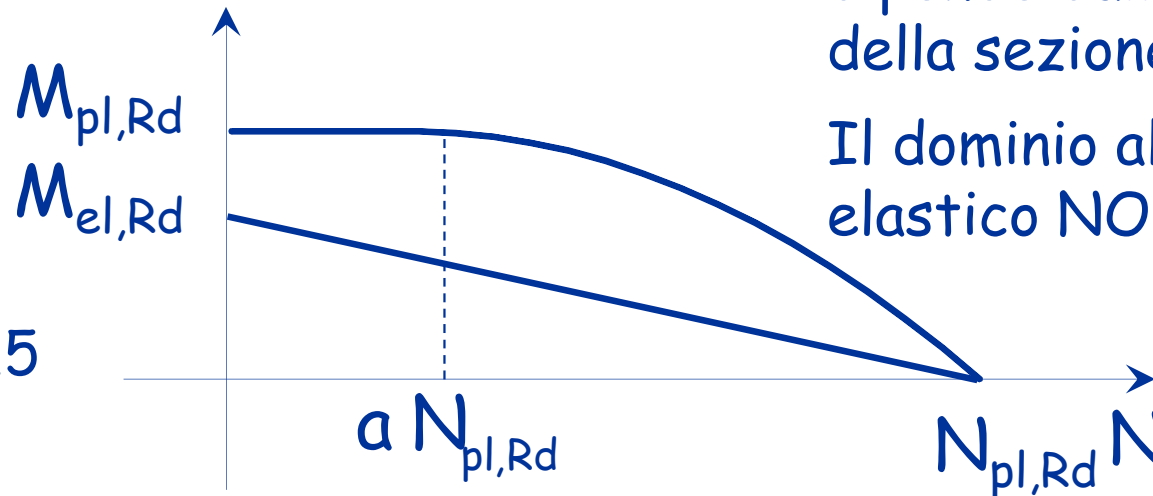
$$N > a N_{pl,Rd}$$

M

Il dominio plastico
dipende dalla forma
della sezione

Il dominio al limite
elastico NO

$$a = \frac{A - 2 b t_f}{A} \leq 0.5$$



Considerazioni di progetto

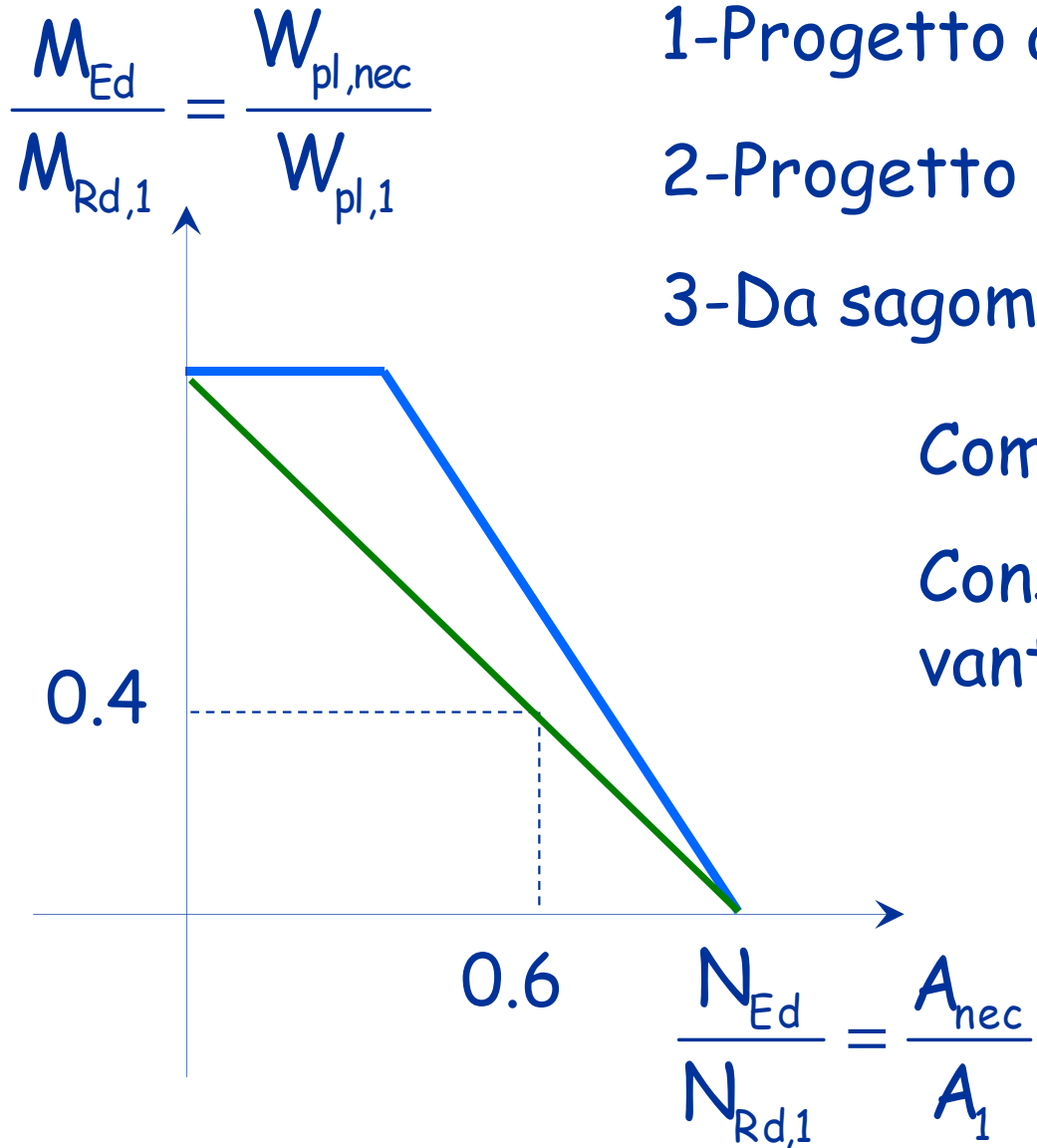
1-Progetto a flessione (M_{Ed}) $\rightarrow W_{pl,nec}$

2-Progetto a sforzo normale (N_{Ed}) $\rightarrow A_{nec}$

3-Da sagomario scelgo il profilo $\rightarrow A_1$

Come proporzionare A_1 e $W_{pl,1}$?

Considero il diagramma lineare, a vantaggio di sicurezza:



Scelta l'area $A_1 \rightarrow \frac{A_{nec}}{A_1}$

Dovrò avere: $\frac{W_{pl,nec}}{W_{pl,1}} = 1 - \frac{A_{nec}}{A_1}$