

Corso di laurea in Ingegneria civile strutturale e geotecnica

Tecnica delle costruzioni

modulo A

10b – Compressione

Aurelio Gherzi

21/10/2020

Verifica

di asta compressa

- Effettuare la verifica vuol dire determinare il momento resistente $N_{b,Rd}$ e confrontarlo col momento sollecitante N_{Ed}

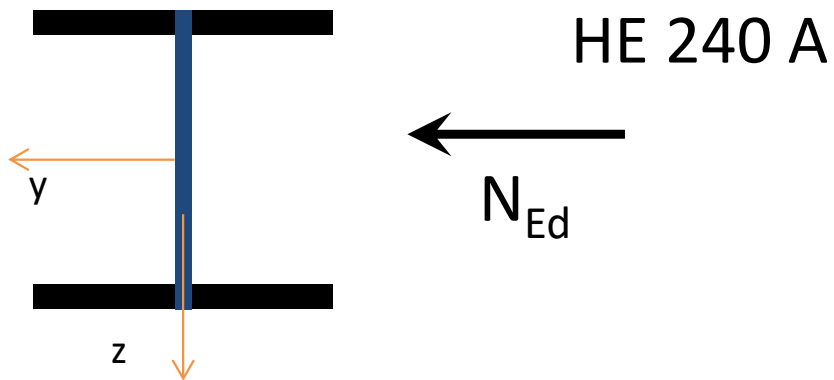
$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

- Per determinare $N_{b,Rd}$ occorre
 - Determinare la snellezza dell'asta (facendo riferimento ai due piani, cioè ad uno sbandamento con rotazione intorno all'asse y e intorno all'asse z)
 - Individuare la curva di instabilità
 - Valutare il coefficiente riduttivo χ

Esempio

1 - snellezza

Dati:



$$N_{Ed} = - 1250 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$I_0 = 3.50 \text{ m}$$

(uguale nei due piani)

1 - Determinazione della snellezza

Asse intorno al quale c'è una maggiore snellezza: z

Esempio

1 - snellezza

	G	h	b	t _w	t _f	r	A	I _y	W _{el.y}	W _{pl.y}	i _y	A _{vz}	I _z	W _{el.z}	W _{pl.z}	i _z
	kg/m	mm	mm	mm	mm	mm	mm ² x10 ⁻²	mm ⁴ x10 ⁻⁴	mm ³ x10 ⁻³	mm ³ x10 ⁻³	mm x10 ⁻¹	mm ² x10 ⁻²	mm ⁴ x10 ⁻⁴	mm ³ x10 ⁻³	mm ³ x10 ⁻³	mm x10 ⁻¹
HE 240 A	60.3	230	240	7.5	12	21	76.8	7763	675.1	744.6	10.05	25.18	2769	230.7	351.7	6.00

1 - Determinazione della snellezza

Asse intorno al quale c'è una maggiore snellezza: z

$$i_z = 60.0 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i_z} = \frac{3500}{60} = 58.33$$

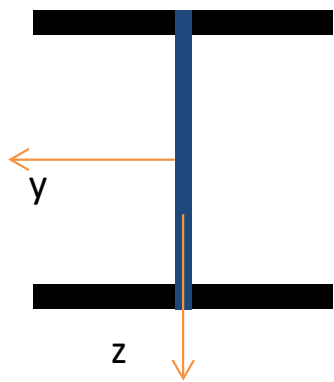
$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \begin{matrix} 93.9 & \text{per acciaio S235} \\ 86.8 & \text{per acciaio S275} \\ 76.4 & \text{per acciaio S355} \end{matrix}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{58.33}{93.91} = 0.621$$

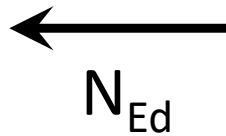
Esempio

2 - curva di instabilità

Dati:



HE 240 A



$$N_{Ed} = - 1250 \text{ kN}$$

Acciaio S235

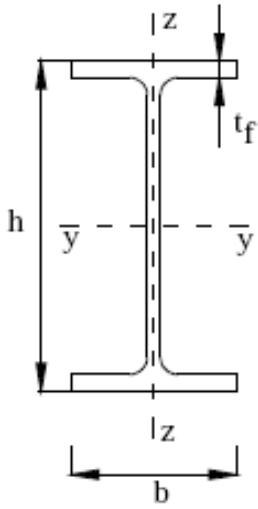
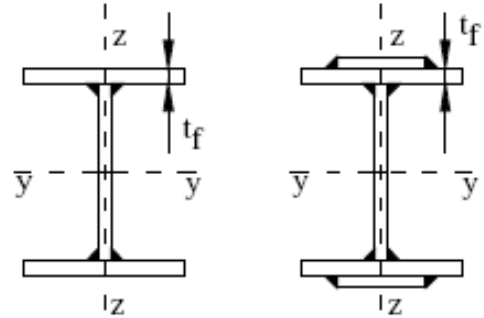
$$I_0 = 3.50 \text{ m}$$

(uguale nei due piani)

2 - Individuazione della curva di instabilità

Esempio

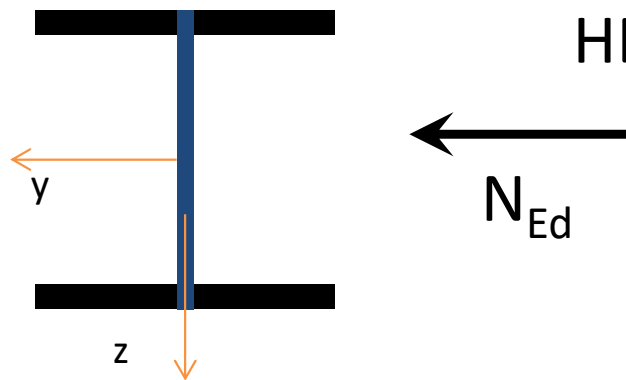
2 - curva di instabilità

Sezione trasversale		Limiti		Inflessione intorno all'asse	Curva di instabilità	
					S235, S275, S355, S420	S460
Sezioni laminate		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a b	a_0 a_0
			$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d d	c c
Sezioni ad I saldate		$t_f \leq 40 \text{ mm}$		y-y z-z	b c	b c
		$t_f > 40 \text{ mm}$		y-y z-z	c d	c d

Esempio

2 - curva di instabilità

Dati:



HE 240 A

$$N_{Ed} = - 1250 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$I_0 = 3.50 \text{ m}$$

(uguale nei due piani)

2 - Individuazione della curva di instabilità

curva c

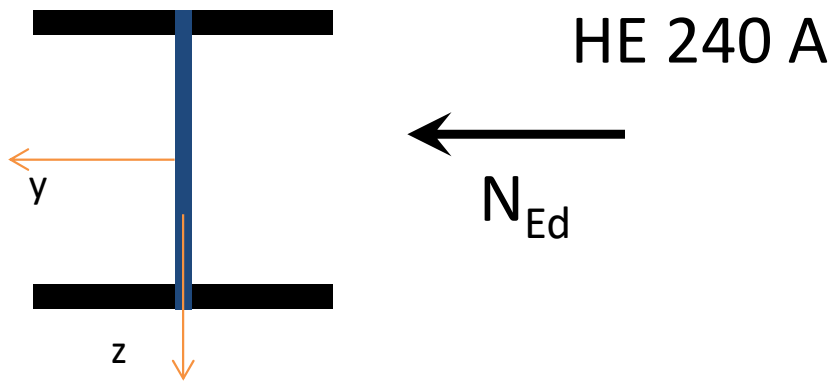
$$\alpha = 0.49$$

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Esempio

3 - determinazione di χ

Dati:



$$N_{Ed} = - 1250 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$I_0 = 3.50 \text{ m}$$

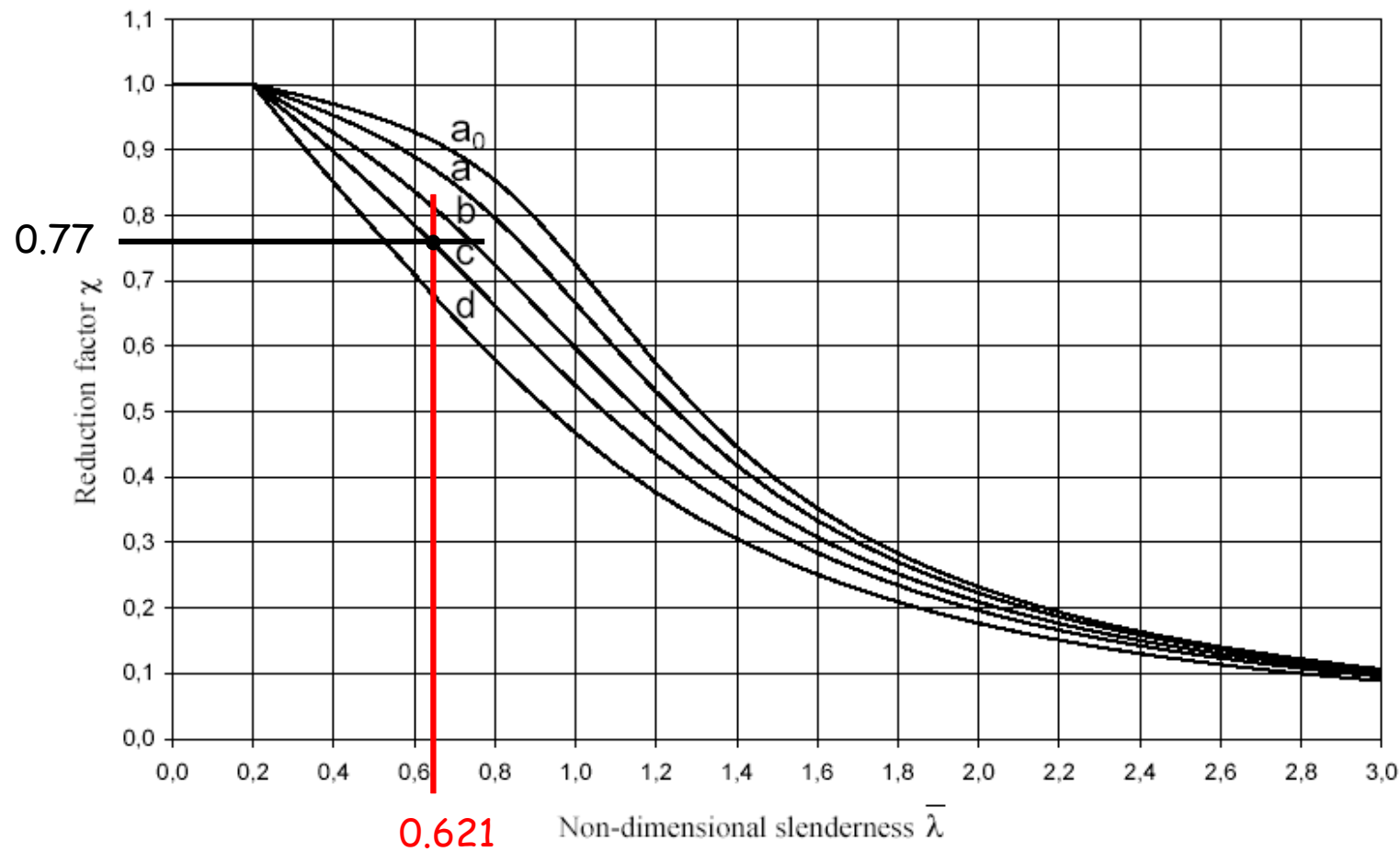
(uguale nei due piani)

3 - Determinazione di χ

Esempio

3 - determinazione di χ

- Graficamente



Esempio

3 - determinazione di χ

- Analiticamente $\bar{\lambda} = 0.621$ $\alpha = 0.49$

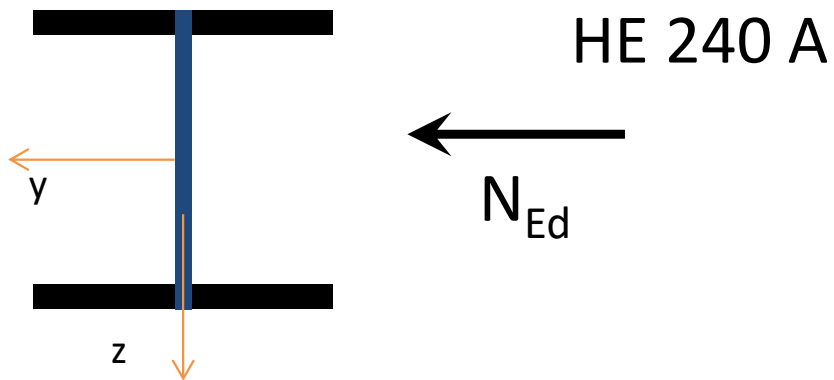
$$\Phi = 0.5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0.7961$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1.0 = 0.7728$$

Esempio

4 - calcolo di $N_{b,Rd}$

Dati:



$$N_{Ed} = -1250 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$I_0 = 3.50 \text{ m}$$

(uguale nei due piani)

3 - Determinazione di χ

$$\chi = 0.7728$$

$$|N_{Ed}| < N_{bRd}$$

La sezione è verificata

4 - Calcolo di N_{bRd}

$$N_{bRd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0.7728 \times 76.84 \times 235}{1.05} \times 10^{-1} = 1329 \text{ kN}$$

Progetto

- La formula di verifica

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

non è invertibile perché in essa compare sia A che χ che dipendono entrambi dalla sezione scelta

- Con un po' di esperienza si può assegnare un valore di tentativo di χ e quindi trovare l'area A necessaria

$$A = \frac{N_{Ed}}{\chi f_y / \gamma_{M1}}$$

- Si dovrà però procedere poi eventualmente con iterazioni per arrivare alla soluzione

Progetto

1. Si assegna a χ un valore di tentativo e si ottiene la formula di progetto della sezione invertendo l'espressione di verifica

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \Rightarrow \quad A \geq \frac{N_{Ed}}{\chi f_y / \gamma_{M1}}$$

2. Si sceglie il profilato
(evitare snellezze $\lambda > 200$ per membrature principali e $\lambda > 250$ per membrature secondarie)
3. Si calcola $N_{b,Rd}$ e si confronta con N_{Ed}

Se $N_{b,Rd} < N_{Ed}$ oppure se $N_{b,Rd}$ è molto più grande di N_{Ed} si itera il procedimento.

Esempio

progetto di una colonna

- Si deve progettare una colonna di un edificio in acciaio, lunga 3.60 m, vincolata in entrambe le direzioni da travi e controventi che impediscono spostamenti orizzontali ma non rotazioni
 - Lo sforzo normale massimo nella colonna è -1700 kN

1. In base all'esperienza si può pensare che il valore di χ sia all'incirca 0.6÷0.7

- Provo ad usare 0.6
- Provo con un acciaio S275

$$A \geq \frac{N_{Ed} \gamma_{M1}}{\chi f_y} = \frac{1700 \times 10^3 \times 1.05}{0.6 \times 275} = 108.2 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

Esempio

progetto di una colonna

- Preferisco usare un profilo HE, per garantire un valore maggiore del raggio d'inerzia minimo
 - Dal sagomario

	G kg/m	h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	r mm	A mm ² x10 ²	I _y mm ⁴ x10 ⁴	W _{el.y} mm ³ x10 ³	W _{pl.y} ♦ mm ³ x10 ³	i _y mm x10	A _{vz} mm ² x10 ²	I _z mm ⁴ x10 ⁴	W _{el.z} mm ³ x10 ³	W _{pl.z} ♦ mm ³ x10 ³	i _z mm x10
HE 240 AA•	47.4	224	240	6.5	9	21	60.4	5835	521.0	570.6	9.83	21.54	2077	173.1	264.4	5.87
HE 240 A	60.3	230	240	7.5	12	21	76.8	7763	675.1	744.6	10.05	25.18	2769	230.7	351.7	6.00
HE 240 B	83.2	240	240	10	17	21	106.0	11260	938.3	1053	10.31	33.23	3923	326.9	498.4	6.08
HE 240 M	157	270	248	18	32	21	199.6	24290	1799	2117	11.03	60.07	8153	657.5	1006	6.39
HE 260 AA•	54.1	244	260	6.5	9.5	24	69.0	7981	654.1	714.5	10.76	24.75	2788	214.5	327.7	6.36
HE 260 A	68.2	250	260	7.5	12.5	24	86.8	10450	836.4	919.8	10.97	28.76	3668	282.1	430.2	6.50
HE 260 B	93	260	260	9	16	24	119	13135	1045	1192	11.2	34.9	5135	395.0	602.2	6.58
HE 260 M	172	290	260	14	26	24	269	10450	779.7	1192	11.92	34.9	10450	779.7	1192	6.90
HE 280 AA•	61.2	264	280	6.5	9	28	72	3664	261.7	399.4	10.2	24.2	3664	261.7	399.4	6.85
HE 280 A	76.4	270	280	7.5	12	28	94	4763	340.2	518.1	10.4	24.4	4763	340.2	518.1	7.00
HE 280 B	103	280	280	9	16	28	129	6595	471.0	717.6	10.9	28.9	6595	471.0	717.6	7.09
HE 280 M	189	310	280	14	28	28	238	13160	914.1	1397	11.3	33.8	13160	914.1	1397	7.40
HE 300 AA•	69.8	283	300	6.5	9	30	77	4734	315.6	482.3	10.7	24.7	4734	315.6	482.3	7.30
HE 300 A	88.3	290	300	8.5	14	27	112.5	18260	1260	1383	12.74	37.28	6310	420.6	641.2	7.49
HE 300 B	117	300	300	11	19	27	149.1	25170	1678	1869	12.99	47.43	8563	570.9	870.1	7.58
HE 300 M	238	340	310	21	39	27	303.1	59200	3482	4078	13.98	90.53	19400	1252	1913	8.00

I profili HEM hanno un'area molto più grande dei profili HEB o HEA, ma raggi d'inerzia simili. Per questo in genere non conviene usarli

Esempio

progetto di una colonna

- Preferisco usare un profilo HE, per garantire un valore maggiore del raggio d'inerzia minimo
 - Dal sagomario

	G kg/m	h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	r mm	A mm ² x10 ²	I _y mm ⁴ x10 ⁴	W _{el.y} mm ³ x10 ³	W _{pl.y} ♦ mm ³ x10 ³	i _y mm x10	A _{vz} mm ² x10 ²	I _z mm ⁴ x10 ⁴	W _{el.z} mm ³ x10 ³	W _{pl.z} ♦ mm ³ x10 ³	i _z mm x10
HE 240 AA•	47.4	224	240	6.5	9	21	60.4	5835	521.0	570.6	9.83	21.54	2077	173.1	264.4	5.87
HE 240 A	60.3													230.7	351.7	6.00
HE 240 B	83.2													326.9	498.4	6.08
HE 240 M	157	270	248	18	32	21	199.6	24290	1799	2117	11.03	60.07	8153	657.5	1006	6.39
HE 260 AA•	54.1	244	260	6.5	9.5	24	69.0	7981	654.1	714.5	10.76	24.75	2788	214.5	327.7	6.36
HE 260 A	68.2	250	260	7.5	12.5	24	96.8	10450	836.4	919.8	10.97	28.76	3668	282.1	430.2	6.50
HE 260 B	93	260	260	10	17.5	24	118.4	14920	1148	1283	11.22	37.59	5135	395.0	602.2	6.58
HE 260 M	172	290	268	18	32.5	24	219.6	31310	2159	2524	11.94	66.89	10450	779.7	1192	6.90
HE 280 AA•	61.2	264	280	7	10	24	78.0	10560	799.8	873.1	11.63	27.52	3664	261.7	399.4	6.85
HE 280 A	76.4	270	280	8	13	24	97.3	13670	1013	1112	11.86	31.74	4763	340.2	518.1	7.00
HE 280 B	103	280	280	10.5	18	24	131.4	19270	1376	1534	12.11	41.09	6595	471.0	717.6	7.09
HE 280 M	189	310	288	18.5	33	24	240.2	39550	2551	2966	12.83	72.03	13160	914.1	1397	7.40
HE 300 AA•	69.8	283	300	7.5	10.5	27	88.0	13800	975.6	1065	12.46	32.37	4734	315.6	482.3	7.30
HE 300 A	88.3	290	300	8.5	14	27	112.5	18260	1260	1383	12.74	37.28	6310	420.6	641.2	7.49
HE 300 B	117	300	300	11	19	27	149.1	25170	1678	1869	12.99	47.43	8563	570.9	870.1	7.58
HE 300 M	238	340	310	21	39	27	303.1	59200	3482	4078	13.98	90.53	19400	1252	1913	8.00

Questi sono profili che hanno un'area sufficiente

Esempio

progetto di una colonna

- Tra i profili evidenziati, provo con il più leggero, HE 300 A
 - Per questo profilo
 $A = 112.5 \times 10^2 \text{ mm}^2$ $i_y = 12.74 \times 10 \text{ mm}$ $i_z = 7.49 \times 10 \text{ mm}$

- La snellezza è

$$\lambda = \frac{l_0}{i_z} = \frac{3600}{74.9} = 48.06$$

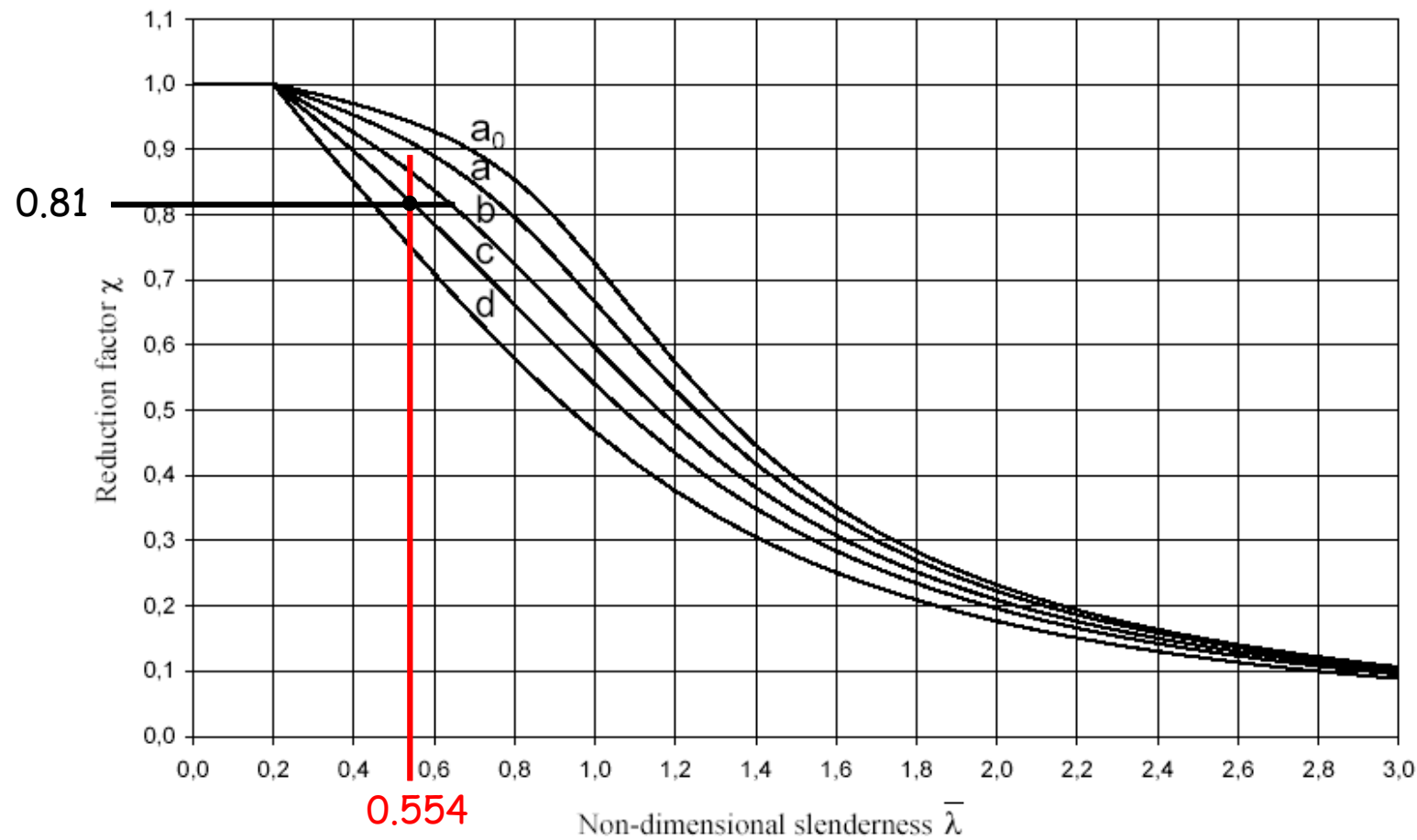
$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{48.06}{86.8} = 0.554$$

- Per questo profilo, come già visto nell'esempio precedente, la curva di imperfezione è la c

Esempio

progetto di una colonna - determinazione di χ

- Graficamente



Esempio

progetto di una colonna - determinazione di χ

- Analiticamente $\bar{\lambda} = 0.554$ $\alpha = 0.49$

$$\Phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] = 0.7402$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1.0 = 0.8123$$

Esempio

progetto di una colonna - valore di N_{Rd}

- Si ha quindi

$$N_{bRd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0.8123 \times 112.5 \times 275}{1.05} \times 10^{-1} = 2393 \text{ kN}$$

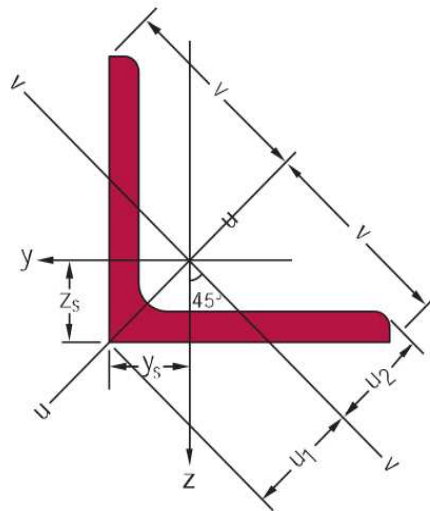
- Questo valore è molto maggiore di N_{Ed} (1700 kN), soprattutto perché χ è circa 0.8, non 0.6
- Si può provare con un profilo più piccolo, ad esempio riducendo l'area nel rapporto 0.6/0.81, ma stando attenti perché riducendo l'area si riduce i_z , cresce λ , si riduce χ
 - Potrei cercare un profilo con area $112.5 \times 0.6/0.81 = 83.3 \times 10^2 \text{ mm}^2$ ad esempio un HE 260 A (86.8, giusto giusto) o HE 280 A (97.3, più margine)

Casi particolari

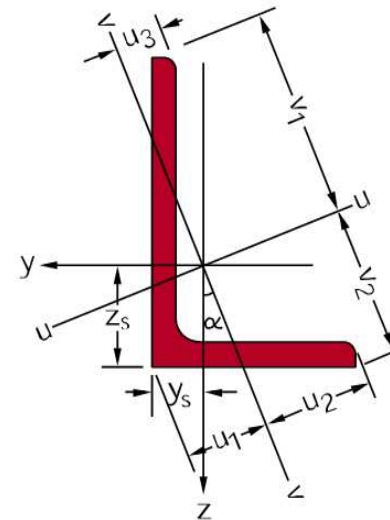
Asta compressa con sezione a L

- Nel caso di un'asta con sezione a L occorre tener conto del fatto che gli assi principali d'inerzia sono inclinati rispetto agli assi y e z

L a lati
uguali



L a lati
disuguali

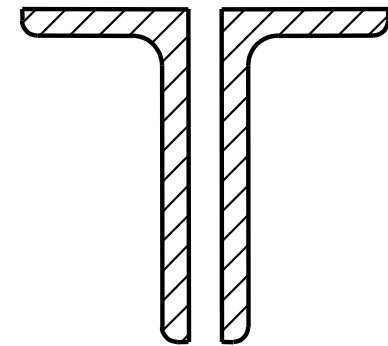


- Il sagomario fornisce, oltre ai raggi d'inerzia i_y i_z anche i raggi d'inerzia i_u i_v
 - Per la verifica occorre valutare qual è il minore

Casi particolari

Asta compressa con sezione costituita da due profili

- Quando si usano profili a U oppure a L è frequente realizzare aste con una coppia di profili
- I due profili sono collegati alle estremità disponendo tra essi un piatto, collegato ad altre aste
- Si dispongono però anche altri piatti che bloccano mutuamente i due profili
 - Normalmente questi collegamenti sono posti a un terzo e a due terzi dello sviluppo dell'asta
- La possibilità di instabilità si valuta sia con riferimento alla coppia che al singolo profilo



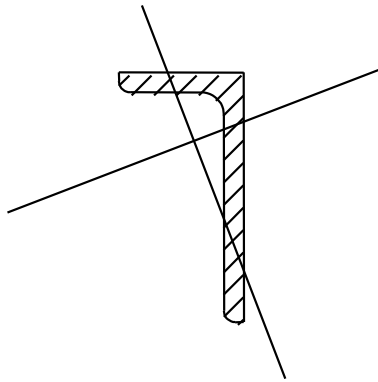
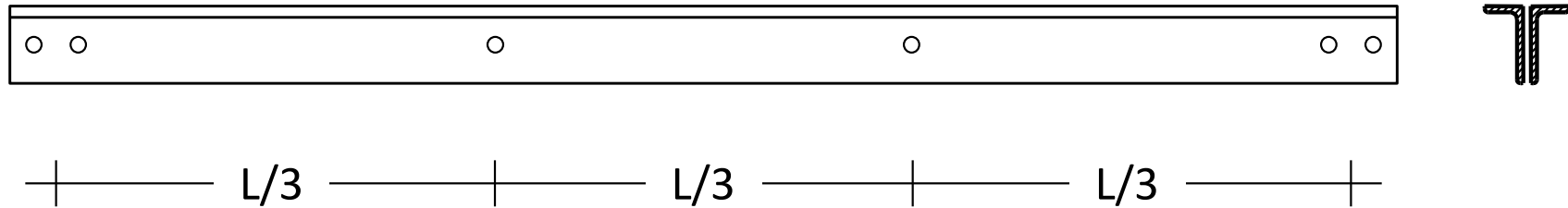
Casi particolari

Asta compressa con sezione costituita da due profili

- Nel caso di una coppia di profili:
 - In genere vengono collegati in due punti intermedi, quindi in tre tratti di lunghezza $L/3$
 - Si deve tener conto sia dell'instabilità dell'intera asta, immaginata di lunghezza L come se i due profili fossero ovunque solidali, sia quella del singolo profilo nel tratto tra due collegamenti e quindi di lunghezza $L/3$
 - Si usa una snellezza convenzionale che tiene conto della snellezza dovuta a questi due casi estremi

Casi particolari

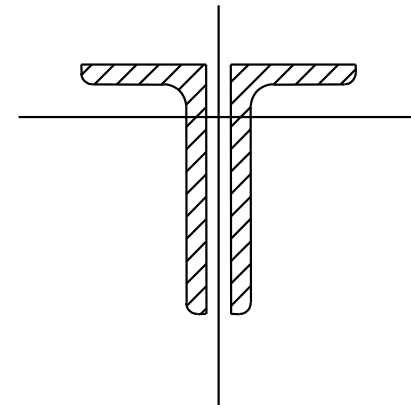
Asta compressa con sezione costituita da due profili



Singolo profilo
lunghezza libera $l_0 = L/3$
snellezza λ_1

Si considera una
snellezza
equivalente

$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$$

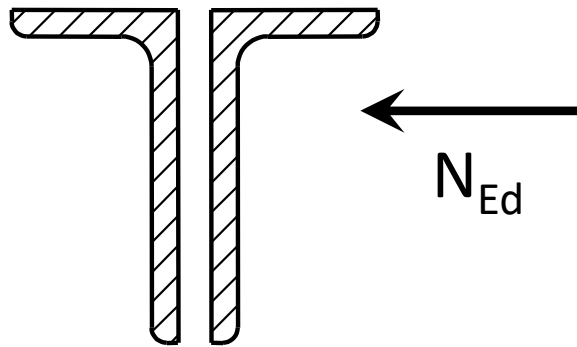


Coppia di profili
lunghezza libera $l_0 = L$
snellezza λ_2

Dimensionamento

Asta con sezione costituita da una coppia di profili

Dati:



$$N_{Ed} = - 343 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$\lambda_1 = 93.9$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

1 - Determinazione dell'area necessaria

ipotizzo
 $\chi = 0.6$



$$A = \frac{N_{Ed}}{\chi f_y / \gamma_{M1}} = \frac{342.9 \times 10^3}{0.6 \times 235 / 1.05} = 2554 \text{ mm}^2$$

2 - Scelta della sezione

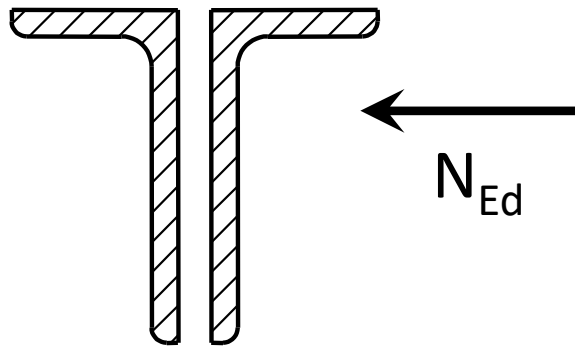
Uso 2 L 60x120x8

$$A = 2780 \text{ mm}^2$$

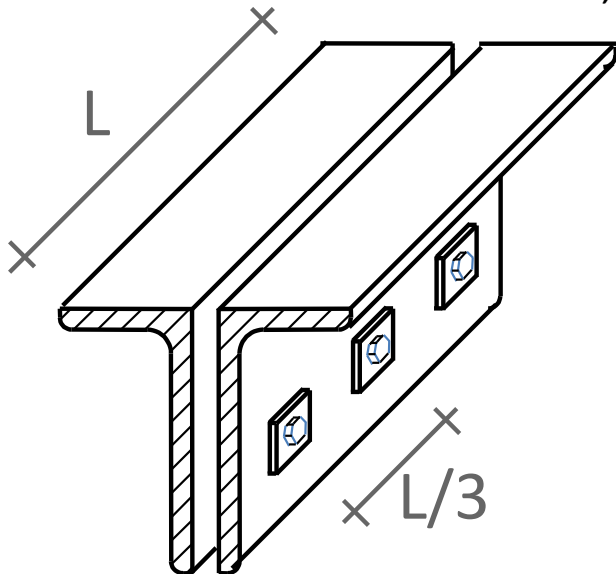
Dimensionamento

Asta con sezione costituita da una coppia di profili

Dati:



3 - Calcolo di $N_{b,Rd}$



Coppia di profili

$$i_{cp} = 23.9 \text{ mm}$$

$$A_{cp} = 2 \cdot A_{sp}$$

$$I_{y,cp} = 2 \cdot I_{y,sp} \quad I_{z,cp} = 2 \cdot (I_{z,sp} + A_{sp} \cdot d^2)$$

$$i_{y,cp} = \sqrt{\frac{I_{y,cp}}{A_{cp}}} = i_{y,sp} \quad i_{z,cp} = \sqrt{\frac{I_{z,cp}}{A_{cp}}} \neq i_{z,sp}$$

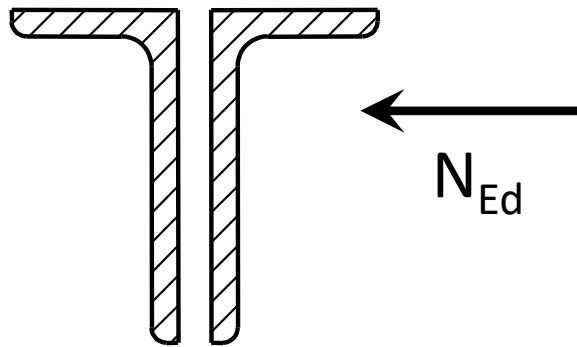
Singolo profilo

$$i_{sp} = 12.7 \text{ mm}$$

Dimensionamento

Asta con sezione costituita da una coppia di profili

Dati:



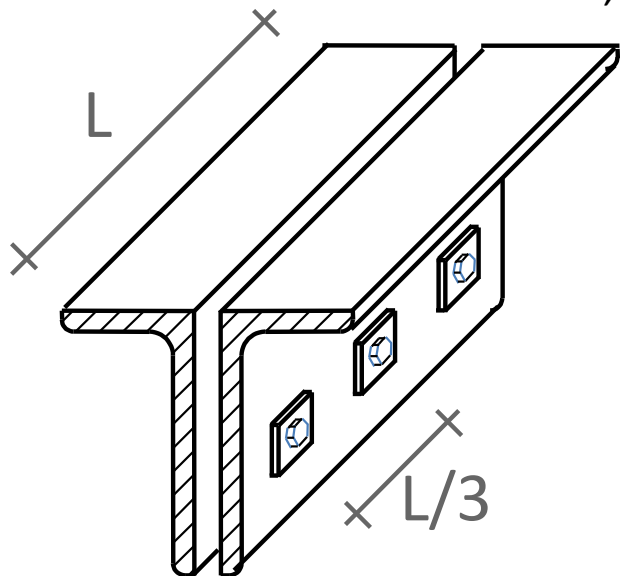
$$N_{Ed} = - 343 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$\lambda_1 = 93.9$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

3 - Calcolo di $N_{b,Rd}$



Coppia di profili

$$i_{cp} = 23.9 \text{ mm}$$

$$\lambda_{cp} = \frac{l_0}{i_{cp}} = \frac{1800}{23.9} = 75.3$$

$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda_{dp}^2 + \lambda_{sp}^2} = 88.9$$

Singolo profilo

$$i_{sp} = 12.7 \text{ mm}$$

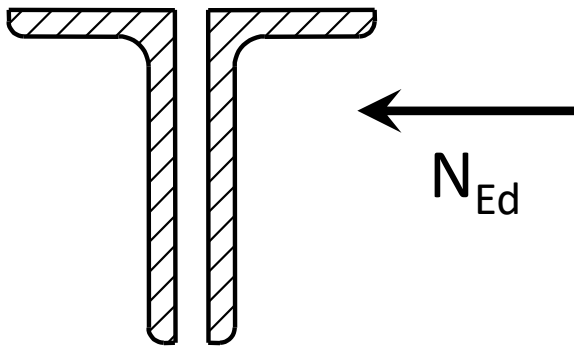
$$\lambda_{sp} = \frac{l_0 / 3}{i_{sp}} = \frac{600}{12.7} = 47.2$$

$$\bar{\lambda}_{eq} = \frac{\bar{\lambda}_{eq}}{\lambda_1} = \frac{88.9}{93.9} = 0.95$$

Dimensionamento

Asta con sezione costituita da una coppia di profili

Dati:



$$N_{Ed} = - 343 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$\lambda_1 = 93.9$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

3 - Calcolo di $N_{b,Rd}$

$$\bar{\lambda}_{eq} = 0.95 \Rightarrow \chi = 0.63$$

Curva b ————— per profili a L (un tempo era curva c)

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi f_y A}{\gamma_{M1}} = \frac{0.63 \times 235 \times 2780}{1.05 \times 10^3} = 392.6 \text{ kN} \geq N_{Ed}$$