

Corso di laurea in Ingegneria civile strutturale e geotecnica

Tecnica delle costruzioni

modulo A

19b – Flessione composta - pressoflessione

Aurelio Gherzi

17/11/2020

Pressoflessione

nel caso di momento variabile nell'asta

Dominio di resistenza

pressoflessione (con instabilità) - metodo A

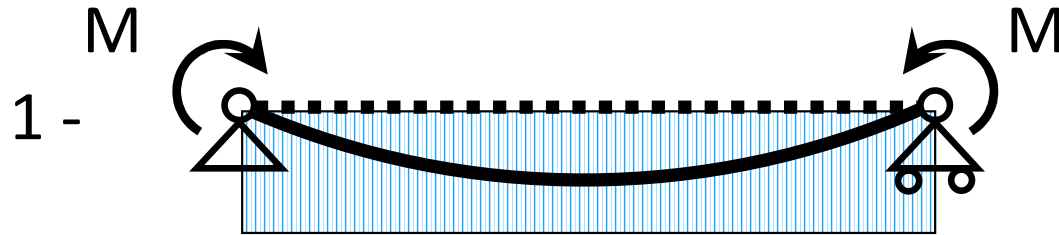
- Le curve mostrate in precedenza si riferiscono al caso di momento flettente costante lungo l'asta
- Se il momento flettente varia, si considera un momento equivalente

$$M_{eq,Ed} = \alpha_m M_{Ed,max}$$

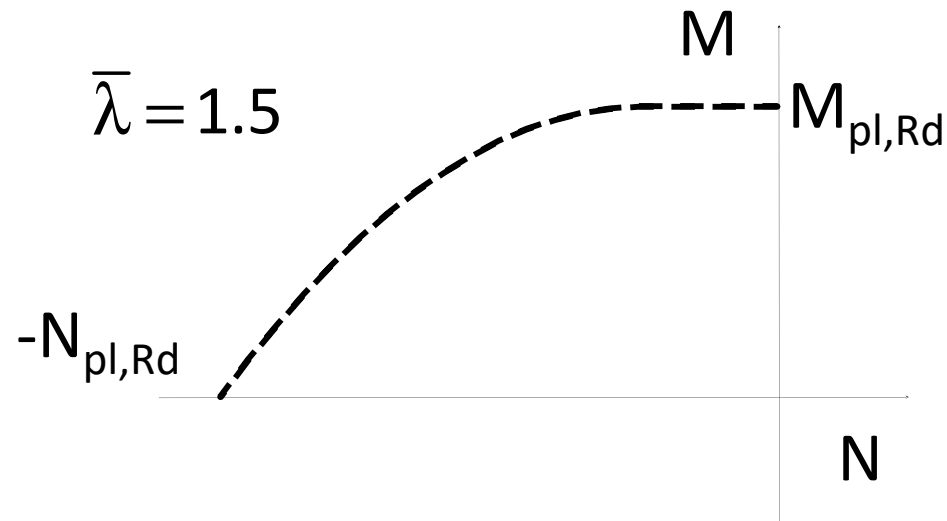
con $\alpha_m \leq 1$ che dipende dalla distribuzione di M

Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

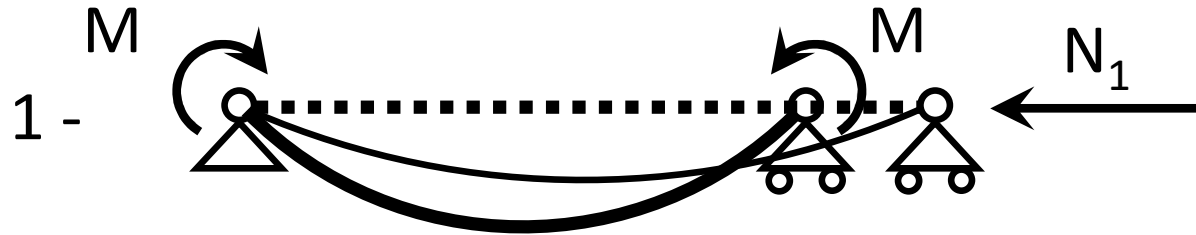


Distribuzione di
momenti tipo 1
(costante)

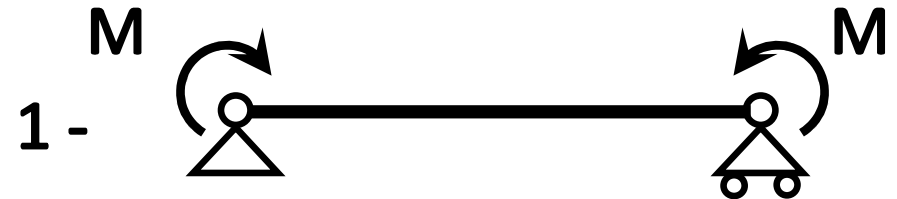
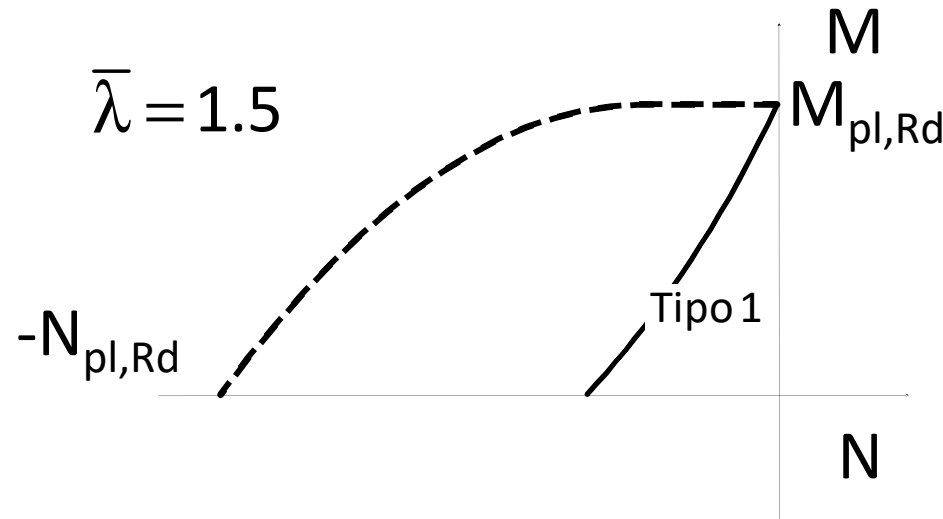


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

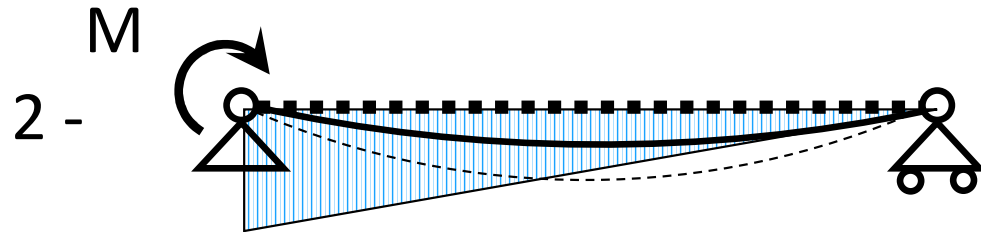


Distribuzione di
momenti tipo 1
(costante)

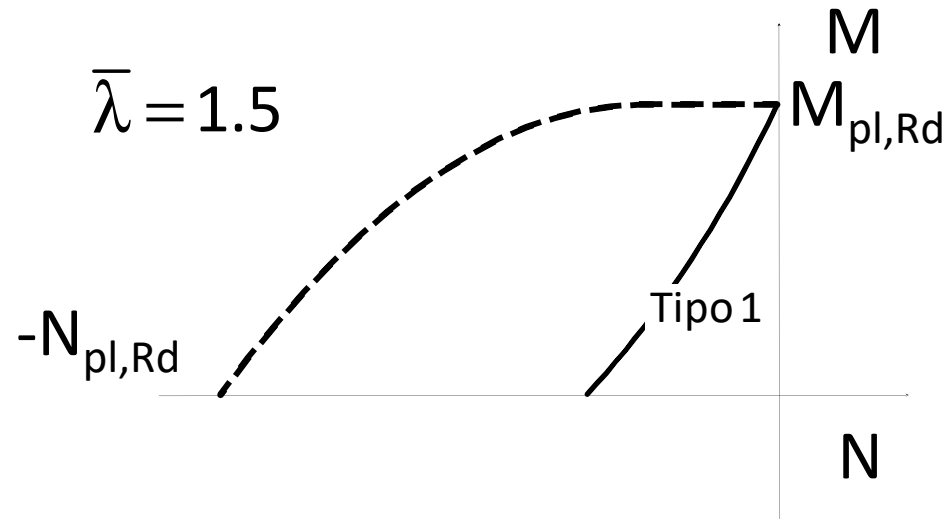


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento



Distribuzione di
momenti tipo 2
(lineare)

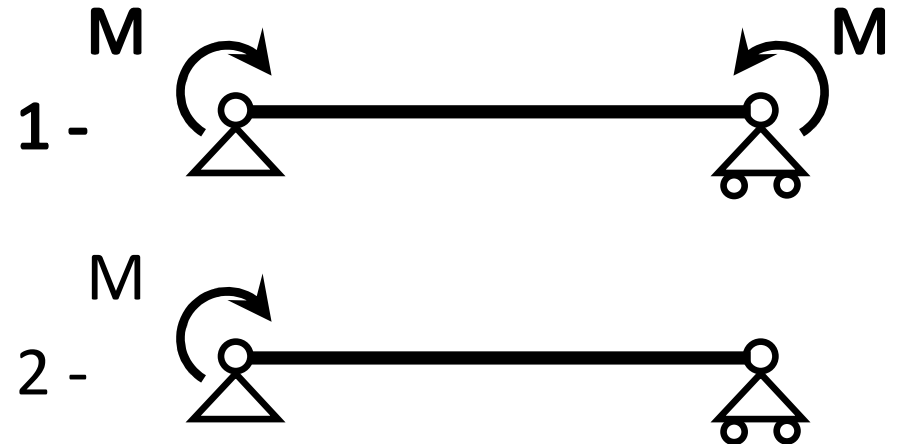
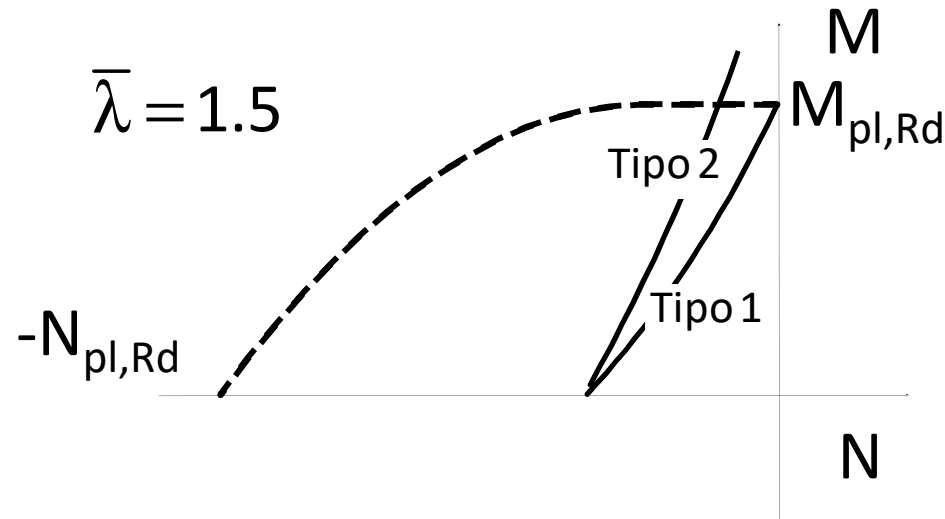


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

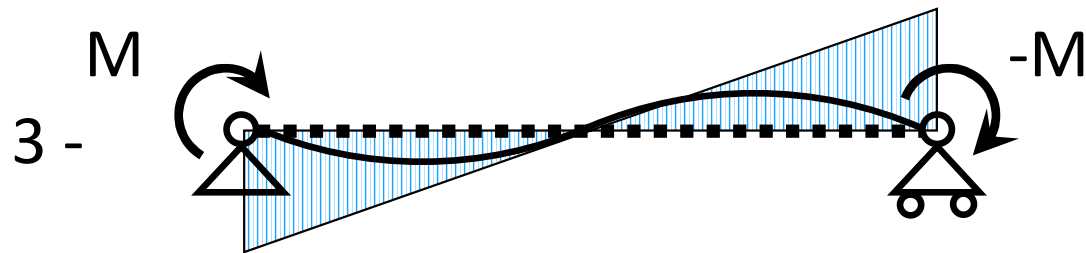


Distribuzione di
momenti tipo 2
(lineare)

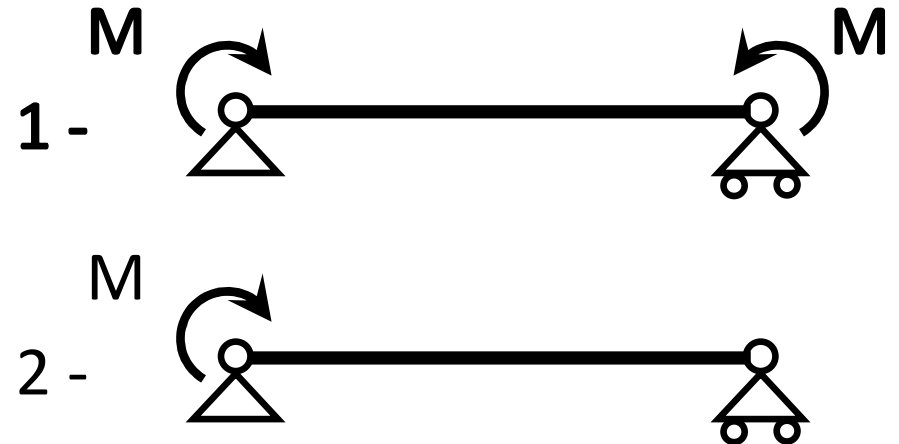
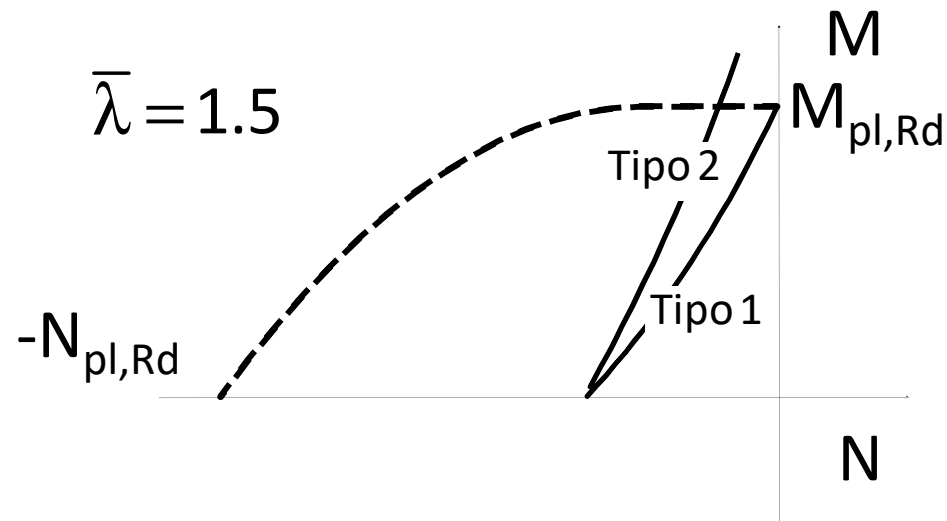


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

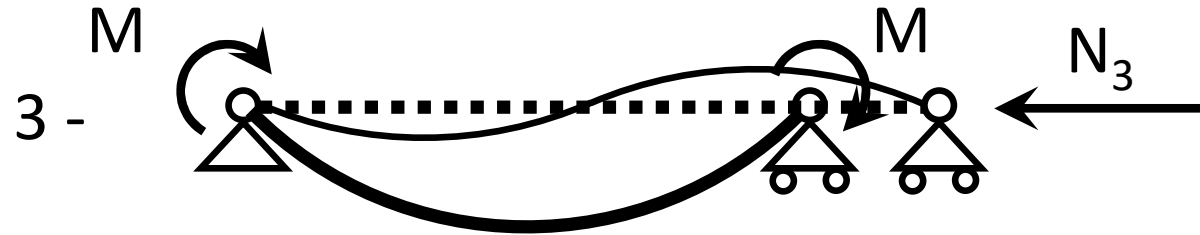


Distribuzione di
momenti tipo 3
(a farfalla)

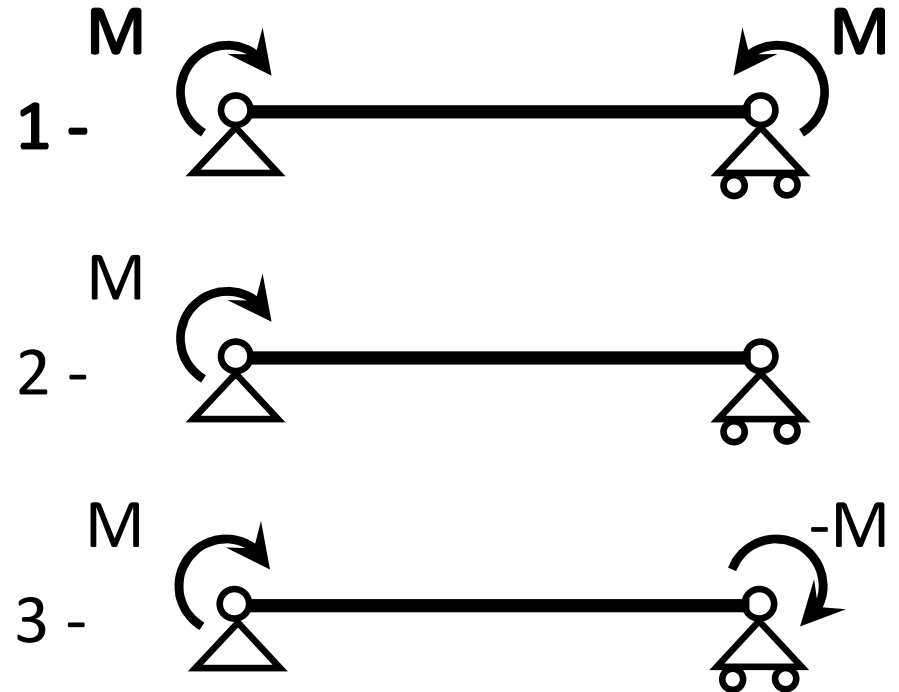
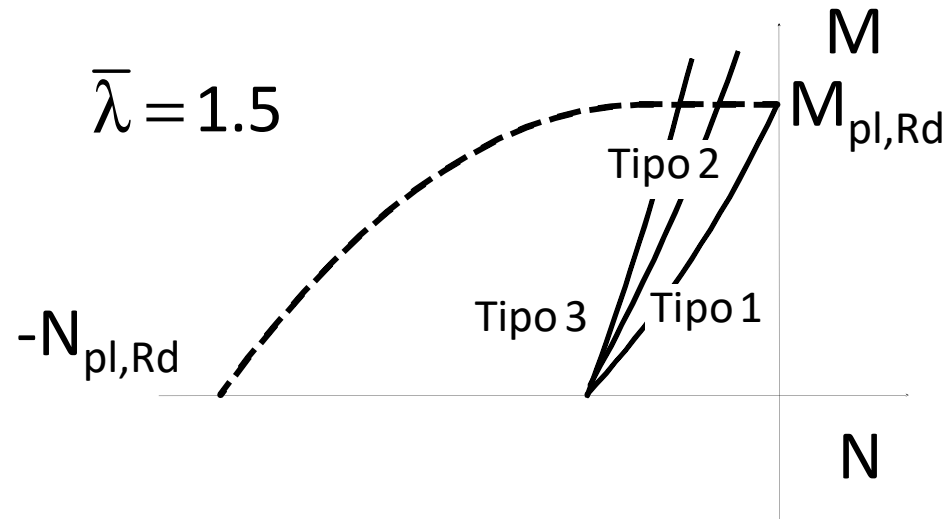


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento



Distribuzione di
momenti tipo 3
(a farfalla)

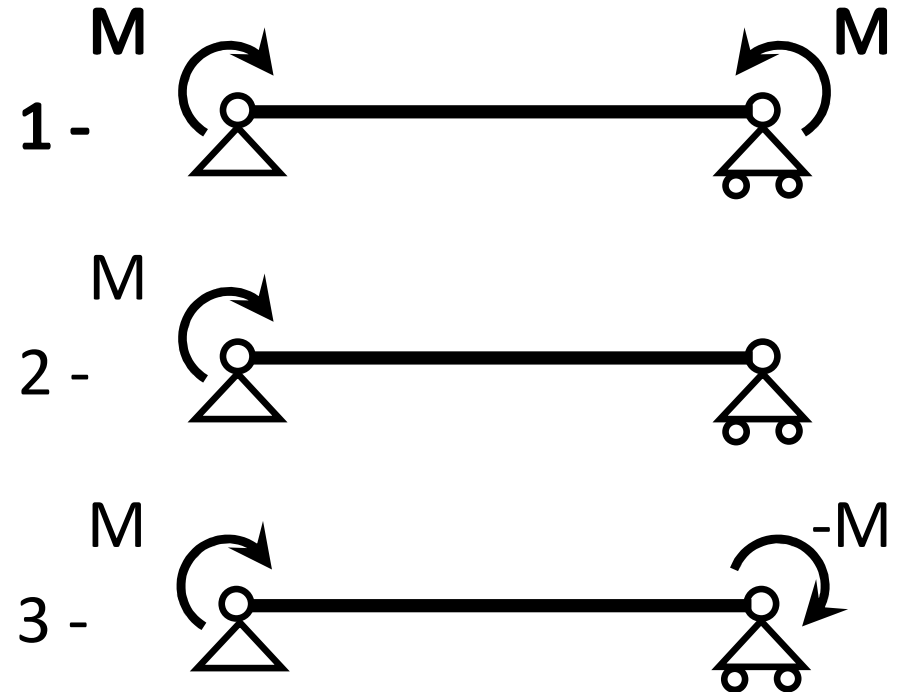
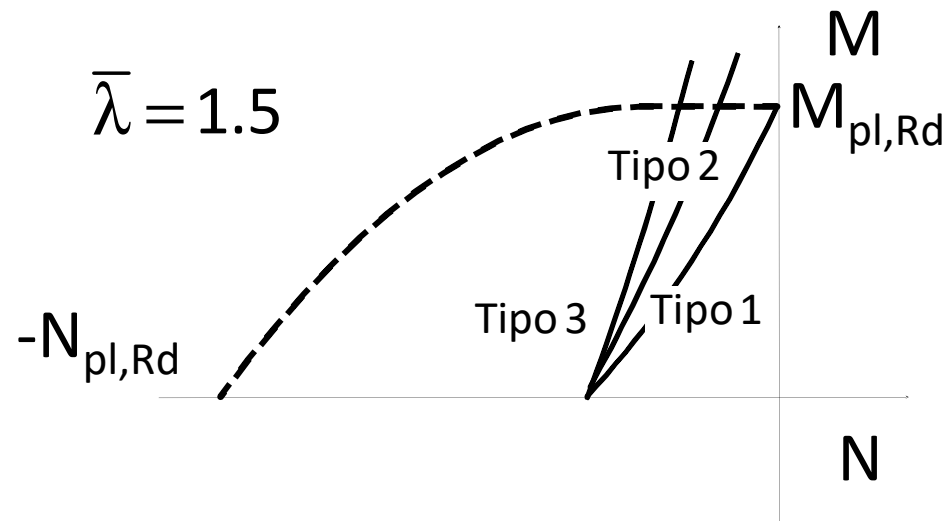


Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

Il dominio dipende dall'andamento del diagramma del momento flettente:

- L'ampiezza del dominio aumenta passando dal diagramma di tipo 1 a quello di tipo 3.



Dominio di resistenza

influenza del diagramma di M (metodo A)

- Il momento equivalente $M_{eq,Ed}$ tiene conto della variazione del momento nell'asta e può essere preso pari a

$$M_{eq,Ed} = 1.3 M_{m,Ed}$$

assumendo comunque $0.75 M_{max,Ed} \leq M_{eq,Ed} \leq M_{max,Ed}$

$M_{m,Ed}$ è il valore medio del momento nell'asta

- Per asta vincolata agli estremi con momento variabile linearmente si può assumere

$$M_{eq,Ed} = 0.6 M_a - 0.4 M_b$$


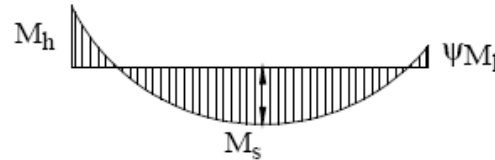
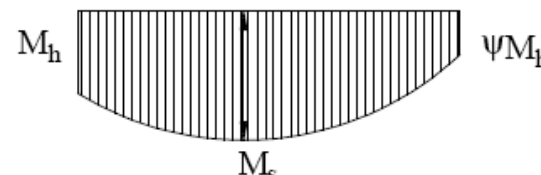
assumendo comunque $M_{eq,Ed} \geq 0.4 M_a$

M_a è il massimo tra i due ed il segno si riferisce al verso della coppia M
(se $M_a = -M_b$ il diagramma di M è costante e $M_{eq,Ed} = M_a$)

Dominio di resistenza

influenza del diagramma di M (metodo B)


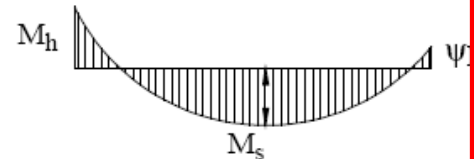
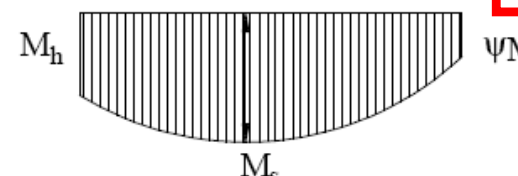
- Se si usa il metodo B sono fornite espressioni più complesse

Diagramma del momento	Intervallo		Coefficienti α_{my} , α_{mz} , α_{mLT}	
			Carico uniforme	Carico concentrato
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 $\alpha_s = M_s / M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
		$-1 \leq \psi \leq 0$	$0,1(1 - \psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$
 $\alpha_h = M_h / M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi \leq 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h (1 + 2\psi)$	$0,90 + 0,10\alpha_h (1 + 2\psi)$

Dominio di resistenza

influenza del diagramma di M (metodo B)

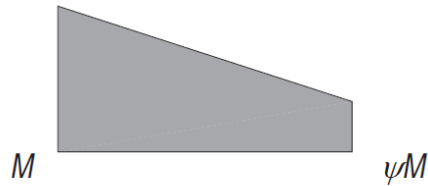
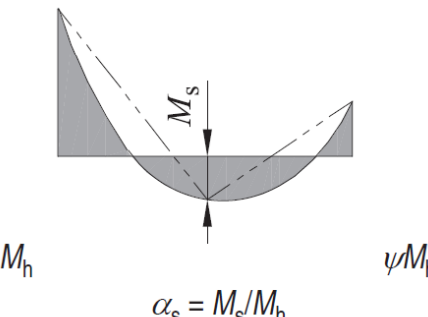
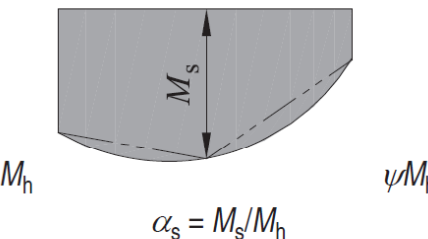
- Se si usa il metodo B sono fornite espressioni più complesse

Diagramma del momento	Intervallo	Coefficienti α_{my} , α_{mz} , α_{mLT}		
		Carico uniforme	Carico concentrato	
		$0,5 + 0,4\psi \geq 0,4$		
		$0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	
$\alpha_s = M_s/M_h$			$-0,8\alpha_s \geq 0,4$	
	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi \leq 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h (1 + 2\psi)$	$0,90 + 0,10\alpha_h (1 + 2\psi)$
$\alpha_h = M_h/M_s$				

Nota: M_s è il momento in mezzeria, non il massimo momento in campata (queste figure possono trarre in inganno, l'EC3 è più chiaro)

Nota: M_s è il momento in mezzzeria, non il massimo momento in campata
(queste figure possono trarre in inganno, l'EC3 è più chiaro)

Nell'Eurocodice 3

Diagramma del momento	Intervallo		C_{my} e C_{mz} e C_{mLT}	
			carico costante	carico variabile
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4 \psi \geq 0,4$	
 $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8 \alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8 \alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8 \alpha_s \geq 0,4$	$-0,8 \alpha_s \geq 0,4$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,1(1 - \psi) - 0,8 \alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8 \alpha_s \geq 0,4$
 $\alpha_h = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05 \alpha_h$	$0,90 + 0,10 \alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05 \alpha_h$	$0,90 + 0,10 \alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05 \alpha_h (1 + 2 \psi)$	$0,90 + 0,10 \alpha_h (1 + 2 \psi)$
Per membrature con modi instabili laterali si raccomanda che il coefficiente di momento costante equivalente sia assunto rispettivamente pari a: $C_{my} = 0,9$ o $C_{mz} = 0,9$.				
Si raccomanda che C_{my} , C_{mz} e C_{mLT} siano ottenuti secondo il diagramma del momento flettente compreso tra i punti controventati pertinenti secondo quanto riportato di seguito:				
coefficiente di momento	asse di flessione	punti controventati in direzione		
C_{my}	y-y	z-z		
C_{mz}	z-z	y-y		
C_{mLT}	y-y	y-y		

Eurocodice 3, annesso

Dominio di resistenza

metodo B

- Si noti che dall'espressione

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} \leq 1$$

con

$$k_{yy} = \alpha_m \left[1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} \right] \leq \alpha_m \left[1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} \right]$$

si ha per $M_{y,Ed}=0$

$$N_{Ed} \leq N_{b,y,Rd}$$

e per $N_{Ed}=0$

$$M_{y,Ed} \leq \frac{M_{y,Rd}}{\alpha_m}$$

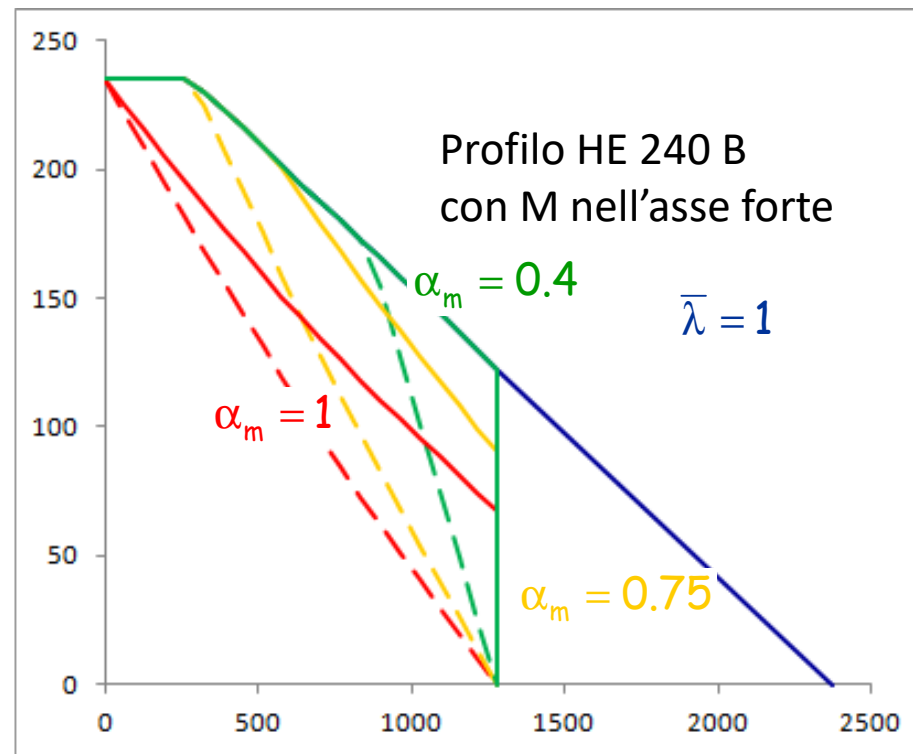
mentre dall'altra condizione si ha

$$N_{Ed} \leq N_{b,z,Rd} = N_{b,Rd}$$

Dominio di resistenza

influenza del diagramma del momento

- Si ottengono le curve mostrate sotto
(con tratteggio sono indicate le curve del metodo A)



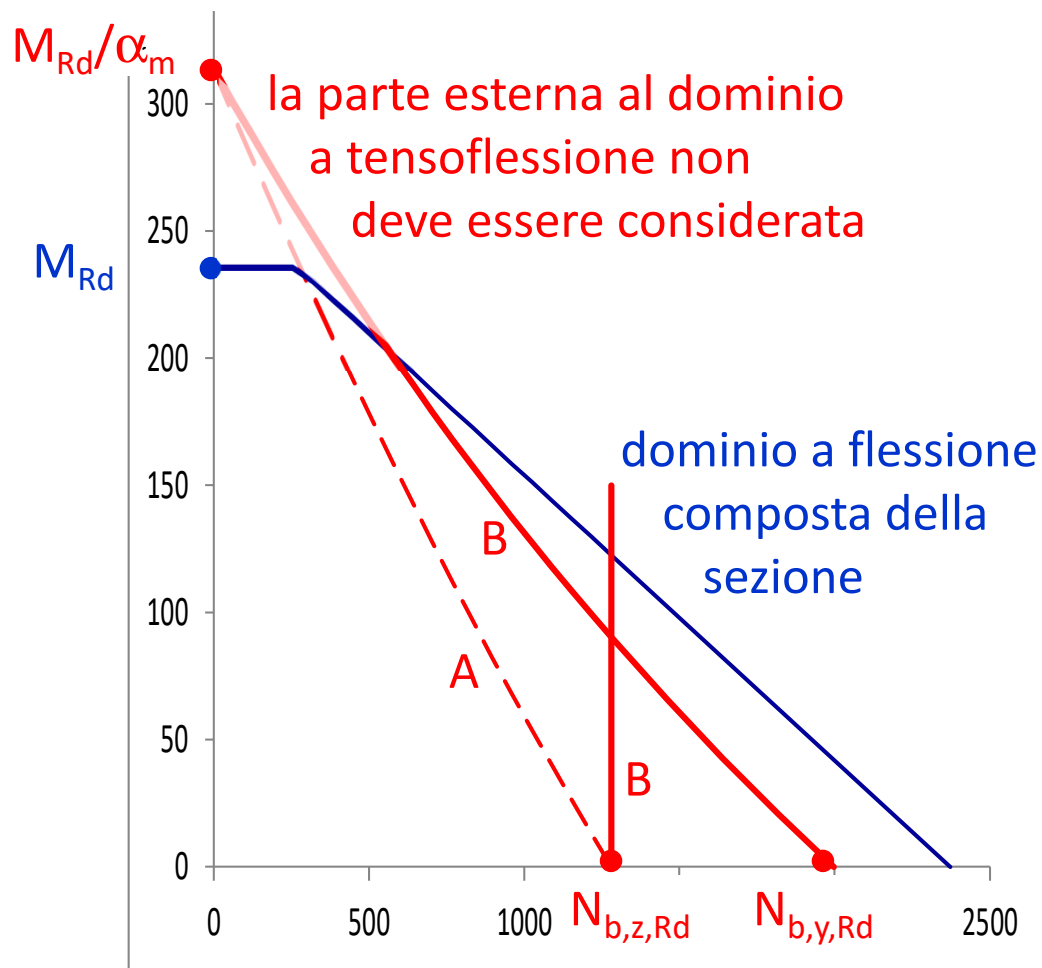
Anche in
questo caso il
metodo A
è molto
cautelativo

Vedi foglio Excel Flessione composta

Dominio di resistenza

metodo B (e confronto con A)

- Per $M_{y,Ed} \neq 0$, $M_{z,Ed} = 0$ si ottengono le curve mostrate sotto (con tratteggio sono indicate le curve del metodo A)



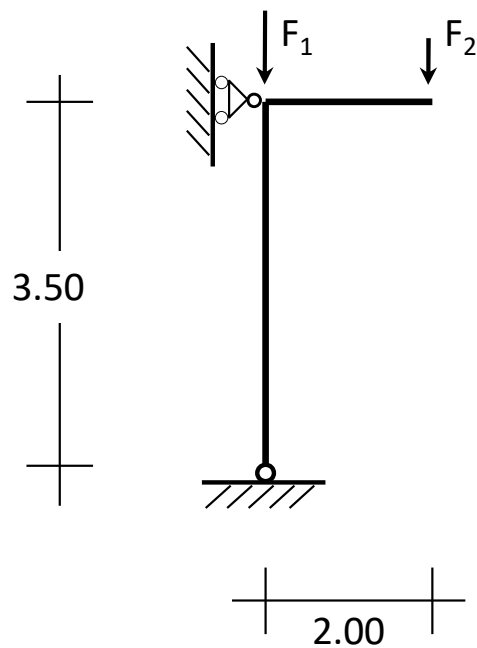
È utile osservare che il dominio è ottenuto dall'intersezione di

- una curva (quasi retta) che unisce il punto $0; M_{Rd}/k_{yy}$ al punto $N_{b,y,Rd}; 0$
- una retta verticale $N = N_{b,z,Rd}$

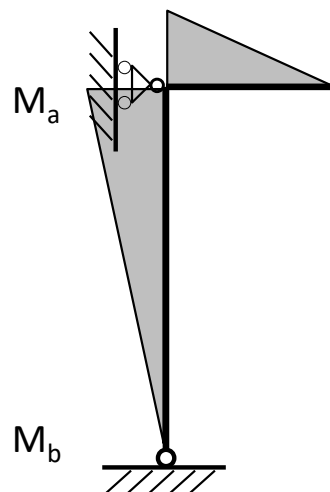
Mentre col metodo A vi è solo

- una curva (quasi retta) che unisce il punto $0; M_{Rd}/k_{yy}$ al punto $N_{b,z,Rd}; 0$

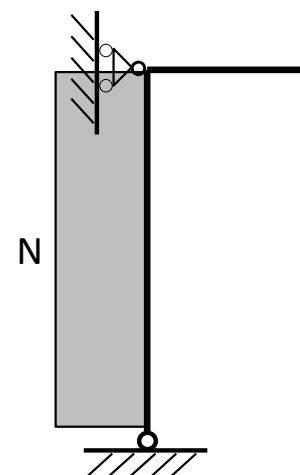
Esempio



$$F_1 = 800 \text{ kN}$$
$$F_2 = 60 \text{ kN}$$



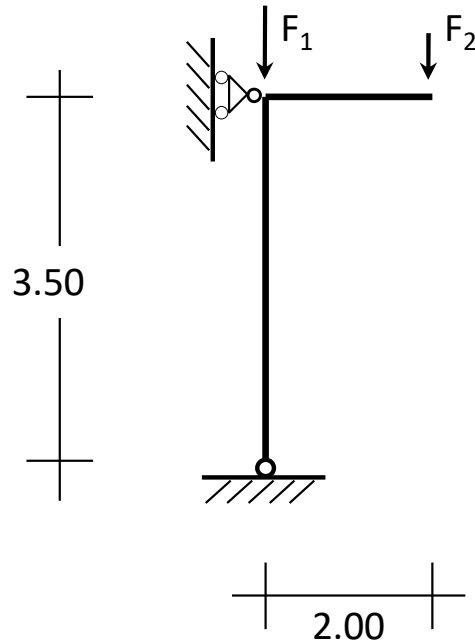
$$M_a = 120 \text{ kNm}$$
$$M_b = 0 \text{ kNm}$$



$$N_{Ed} = 860 \text{ kN}$$

$$M_{eq,Ed} = 0.6 \times 120 - 0.4 \times 0 = 72 \text{ kNm}$$

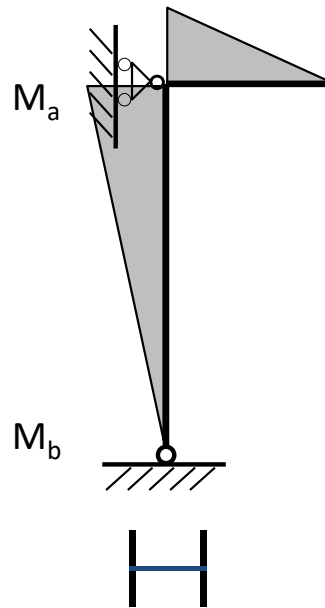
Esempio



$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I_y}{l_0^2}$$



instabilità intorno a y



$$N_{cr} = 42579 \text{ kN}$$

Sezione	HE B 300
A	149 cm ²
W _{pl}	1868 cm ³
Acciaio	S235

$$M_{pl,Rd} = 418.1 \text{ kNm}$$

$$N_{b,Rd} = 2826.8 \text{ kN}$$

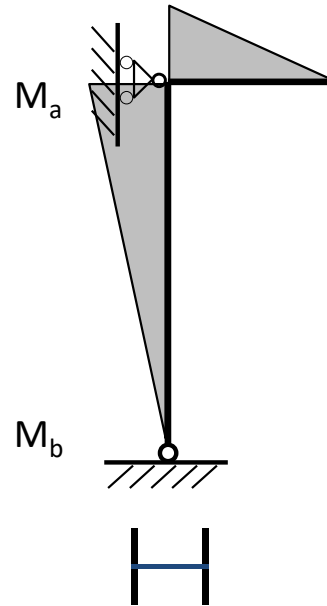
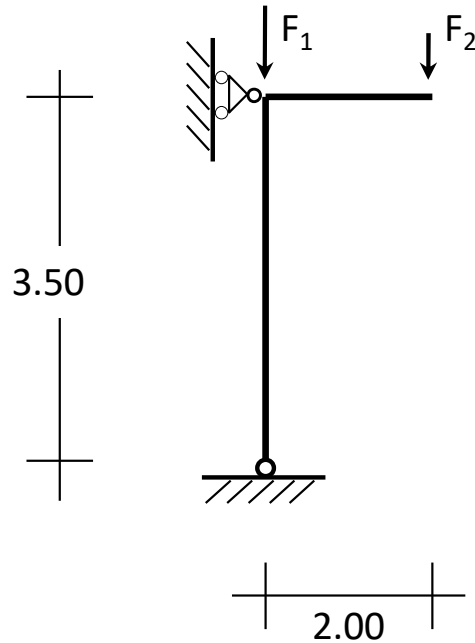


instabilità intorno a z

$$l_0 = 3.50 \text{ m}$$

Esempio

(metodo A)



Sezione	HE B 300
A	149 cm ²
W_{pl}	1868 cm ³
Acciaio	S235

$$M_{pl,Rd} = 418.1 \text{ kNm}$$

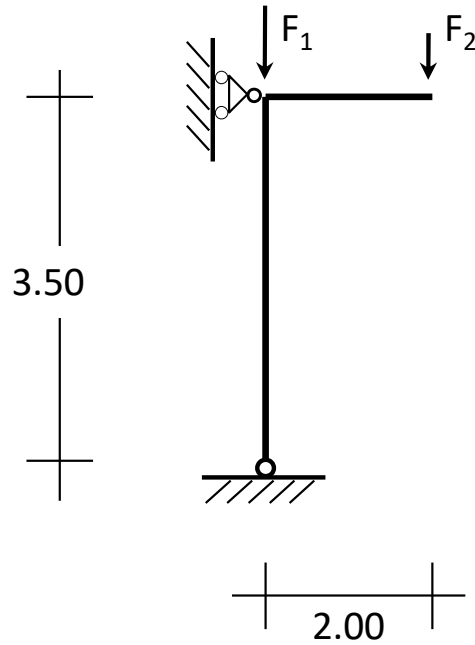
$$N_{b,Rd} = 2826.8 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd,y} = 3231.2 \text{ kN}$$

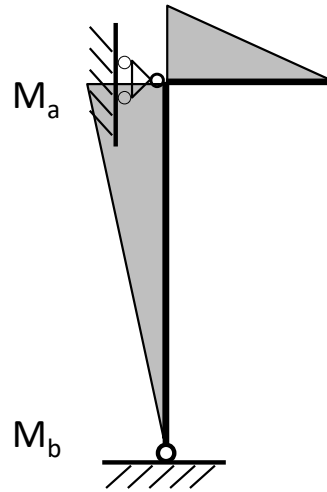
$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}} + \frac{M_{y,eq,Ed}}{M_{y,Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}} \right)} = \frac{860}{2826.8} + \frac{72}{418.1 \left(1 - \frac{860}{42579} \right)} =$$

$$= 0.304 + 0.176 = 0.480 \leq 1$$

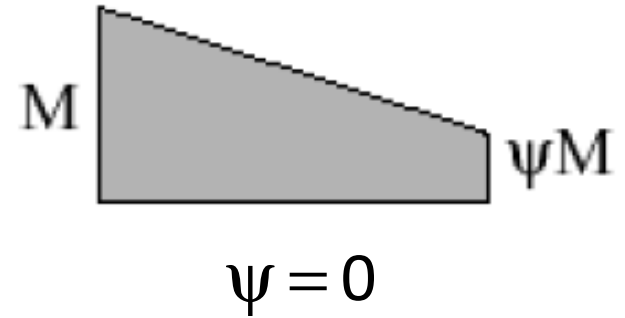
Esempio (metodo B)



$$F_1 = 800 \text{ kN}$$
$$F_2 = 60 \text{ kN}$$



$$M_a = 120 \text{ kNm}$$
$$M_b = 0 \text{ kNm}$$

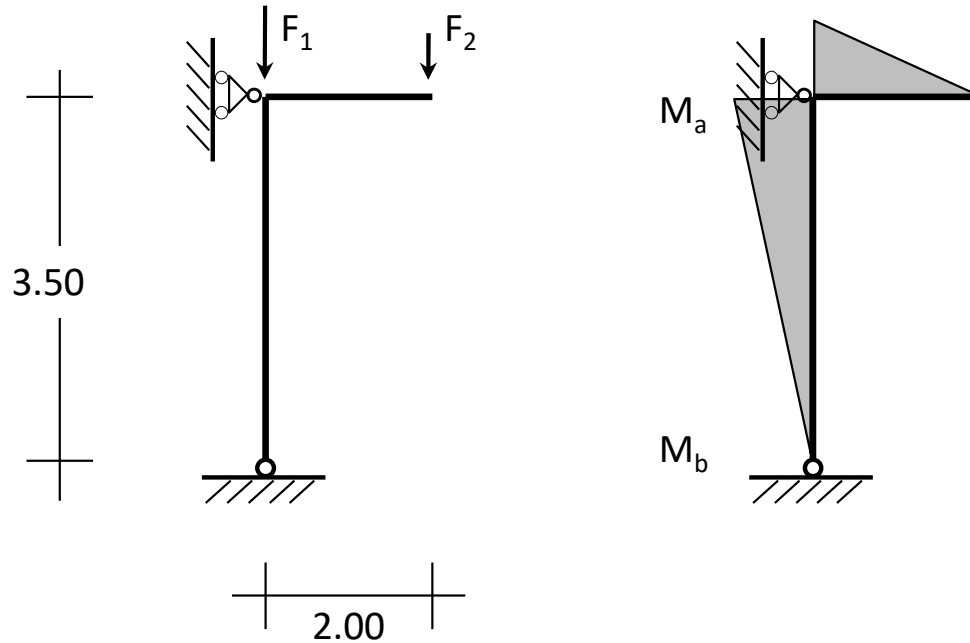


$$N_{Ed} = 860 \text{ kN}$$

$$C_{mx} = 0.6 + 0.4 \psi = 0.6$$

Esempio

(metodo B) prima condizione



$$\bar{\lambda}_y = 0.287$$

$$\chi_y = 0.9689$$

$$\bar{\lambda}_z = 0.492$$

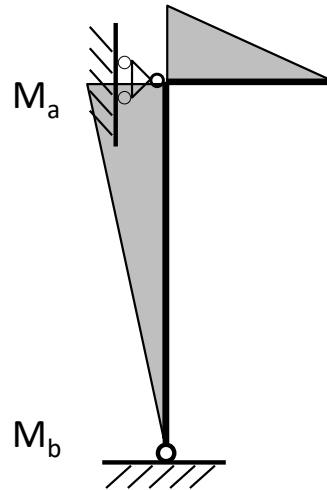
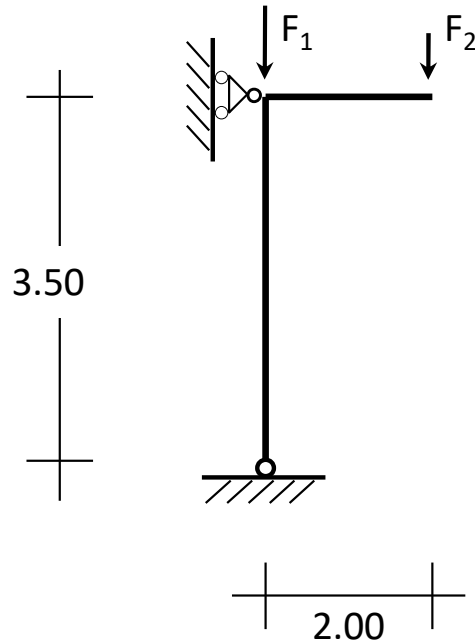
$$\chi_z = 0.8477$$

$$k_{yy} = C_{my} \left[1 + (\bar{\lambda}_y - 0.2) \frac{N_{Ed} \gamma_{M1}}{\chi_y A f_y} \right] = 0.6 \left[1 + (0.287 - 0.2) \frac{860}{3231.2} \right] = 0.614$$

$N_{b,y,Rd}$

Esempio

(metodo B) prima condizione



$$\bar{\lambda}_y = 0.287$$

$$\chi_y = 0.9689$$

$$\bar{\lambda}_z = 0.492$$

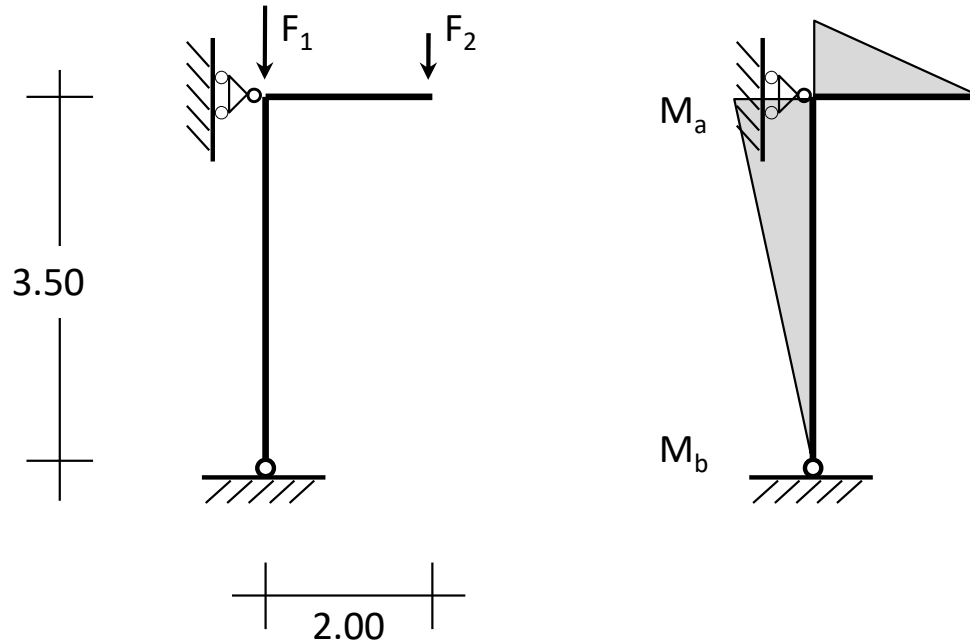
$$\chi_z = 0.8477$$

$$k_{yy} \leq C_{my} \left[1 + 0.8 \frac{N_{Ed} \gamma_{M1}}{\chi_y A f_y} \right] = 0.6 \left[1 + 0.8 \frac{860}{3231.2} \right] = 0.728$$

Ok, quindi $k_{yy} = 0.614$

Esempio

(metodo B) prima condizione



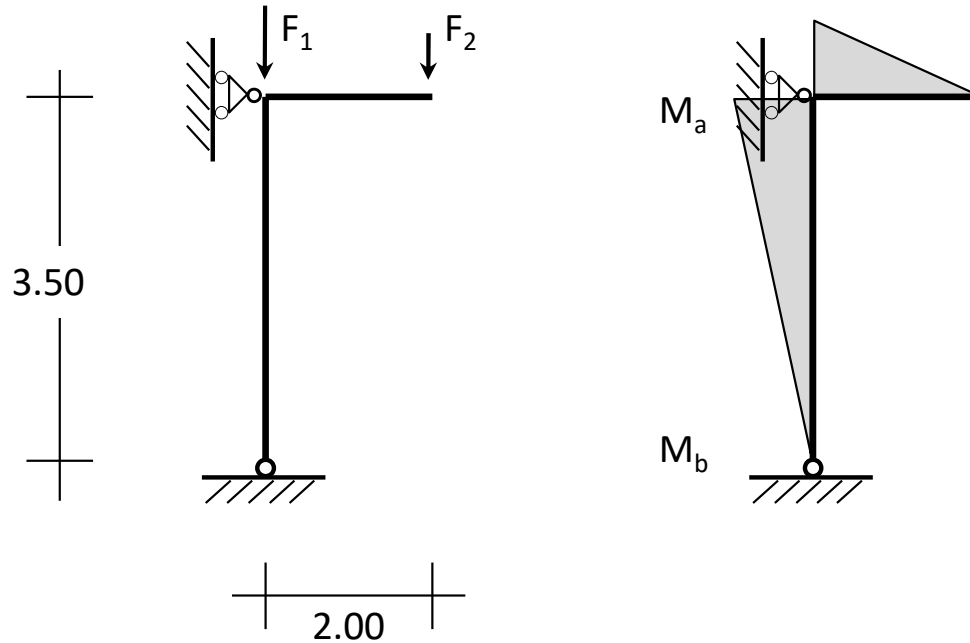
$$\frac{N_{Ed} \gamma_{M1}}{\chi_y A f_y} + \frac{k_{yy} M_{y,Ed} \gamma_{M1}}{W_{pl,y} f_y} = \frac{860}{3233.2} + \frac{0.614 \times 120}{418.1} =$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{N_{b,y,Rd}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{M_{y,Rd}} = 0.266 + 0.176 = 0.442 < 1$$

Con il Metodo A era 0.480,
un po' più gravoso

Esempio

(metodo B) seconda condizione



Effettuare inoltre
la verifica della
sezione con il
valore massimo di
 M_{Ed} lungo l'asta

Perché $k_{zy} = 0$

$$\frac{N_{Ed} \gamma_{M1}}{\chi_z A f_y} = \frac{860}{2828.6} = 0.304$$

$N_{b,z,Rd}$

non condiziona

Verifica di stabilità con sforzo normale centrato