

Corso di laurea in Ingegneria civile strutturale e geotecnica

Tecnica delle costruzioni

modulo A

21 – Taglio

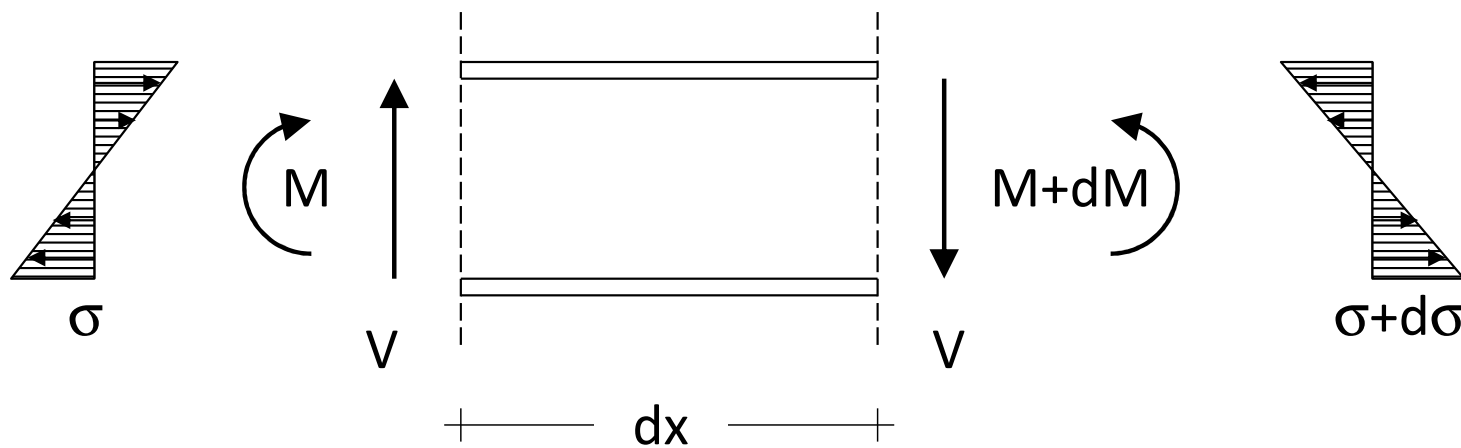
Aurelio Gheresi

18/11/2020

Taglio

modello elastico lineare

- Trattazione semplificata (Jourawsky)



$$\sigma = \frac{M}{I_y} z$$

$$\frac{dM}{dx} = V$$

$$d\sigma = \frac{dM}{I_y} z = \frac{V dx}{I_y} z$$

Taglio

modello elastico lineare

- Trattazione semplificata (Jourawsky)

The diagram illustrates the Jourawsky method for determining shear stress distribution in a beam. It shows a beam element of length dx with a horizontal dashed line representing the neutral axis. On the left, a triangular normal stress distribution σ is shown, with tension on the left and compression on the right. A bending moment M and a shear force V (upward) are applied to the left face. On the right, the corresponding values are $M+dM$ and V (downward). A second triangular normal stress distribution $\sigma+d\sigma$ is shown on the right face. Below the beam, a rectangular area of width b and height dx is shown, with a uniform shear stress τ acting to the left. The shear force V is balanced by the shear stress τ over the area S_y .

Normal stress distribution on the left face:

$$\sigma = \frac{M}{I_y} z$$

Relationship between bending moment and shear force:

$$\frac{dM}{dx} = V$$

Normal stress distribution on the right face:

$$\sigma + d\sigma$$

Change in normal stress:

$$d\sigma = \frac{dM}{I_y} z = \frac{V dx}{I_y} z$$

Equilibrium in translation:

$$\tau b dx = \int d\sigma dA = \int \frac{V dx}{I_y} z dA$$

Shear stress distribution:

$$\tau b = \frac{V}{I_y} \int z dA = \frac{V S_y}{I_y}$$

Normal stress distribution on the left face (integral):

$$\int \sigma b dz$$

Normal stress distribution on the right face (integral):

$$\int (\sigma + d\sigma) b dz$$

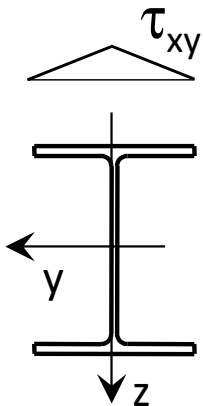
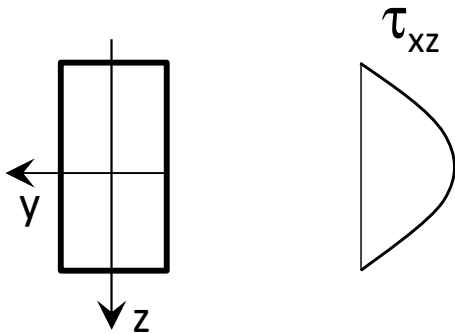
Shear stress formula:

$$\tau = \frac{V S_y}{I_y b}$$

Taglio

modello elastico lineare

- Diagramma delle tensioni tangenziali



$$V_y = \int \tau_{xy} dA = 0$$

$$V_z = \int \tau_{xz} dA$$

$$\tau = \frac{V S_y}{I_y b}$$

Taglio

modello elastico lineare

- Criterio di resistenza
 - In presenza di tensioni normali e tangenziali si usa il criterio di von Mises, determinando una tensione ideale

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

- Se c'è solo taglio la tensione ideale è

$$\sigma_{id} = \tau\sqrt{3}$$

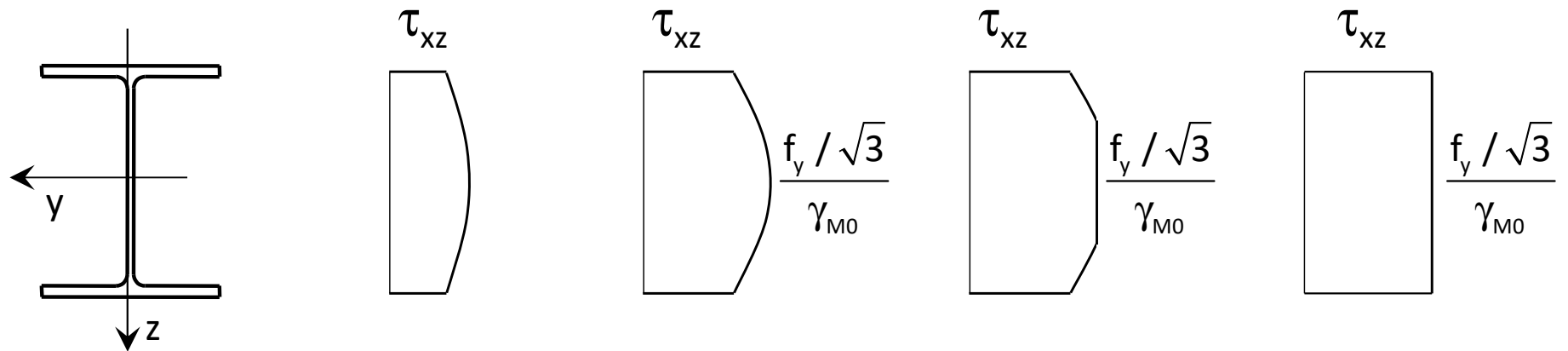
- Nel passato (metodo delle tensioni ammissibili) la verifica di resistenza era quindi

$$\sigma_{id} = \tau\sqrt{3} \leq \bar{\sigma} \rightarrow \tau \leq \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}}$$

Taglio

dal lineare al perfettamente plastico

- Incrementando il taglio



- Si arriva alla piena plasticizzazione dell'anima

$$V_z = \int \tau_{xz} dA = \frac{A_v f_y}{\gamma_{M0}}$$

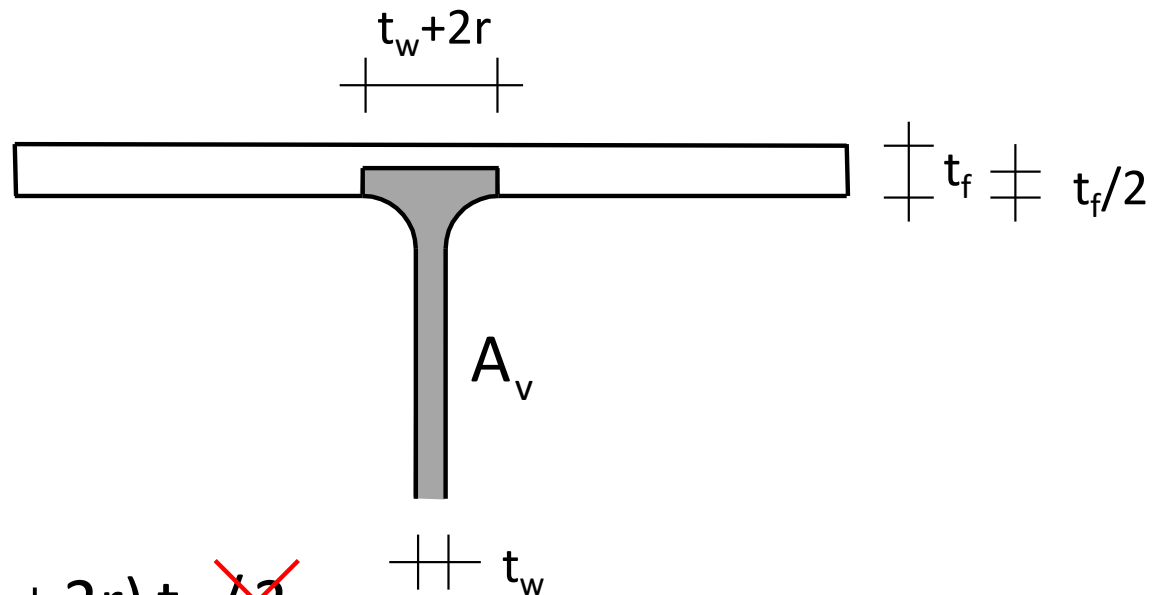
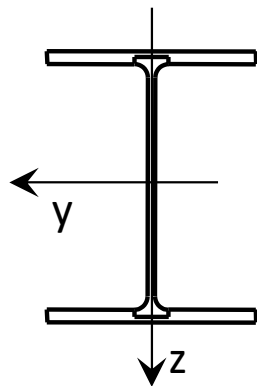
Taglio

verifica allo SLU

- Si arriva alla piena plasticizzazione dell'anima

$$V_z = \frac{A_v f_y}{\gamma_{M0}}$$

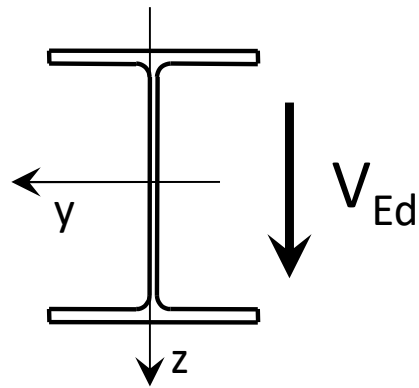
- Area dell'anima (indicazioni di normativa)



$$A_v = A - 2 b t_f + \cancel{2} (t_w + 2r) t_f \cancel{/2}$$

Esempio

Dati



HE 120 A

$V_{Ed} = 10 \text{ kN}$

Acciaio

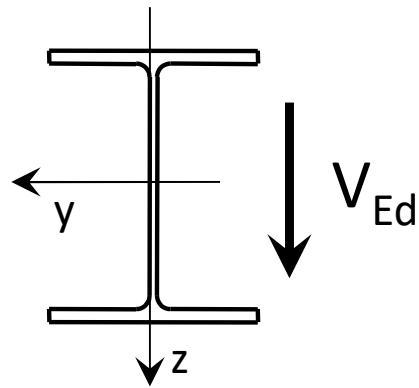
S235

Procedura

- 1 - Si determina l'area resistente a taglio A_v
- 2 - Si calcola il taglio resistente $V_{pl,Rd}$.
- 3 - Si verifica che $V_{Ed} < V_{pl,Rd}$.

Esempio

Dati



HE 120 A

$V_{Ed} = 10 \text{ kN}$

Acciaio

S235

$b = 120 \text{ mm}$

$t_f = 8 \text{ mm}$

$h = 114 \text{ mm}$

$t_w = 5 \text{ mm}$

$r = 12 \text{ mm}$

$A = 2534 \text{ mm}^2$

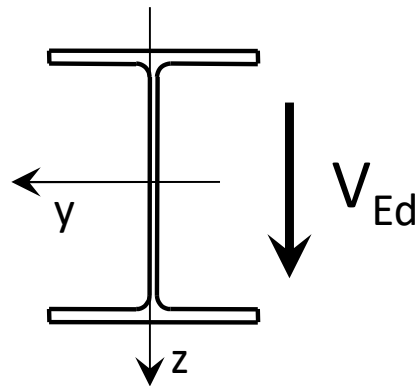
1 - Area resistente a taglio A_v

$$A_v = 2534 - 2 \times 120 \times 8 + (5 + 2 \times 12) \times 8 = 846 \text{ mm}^2$$

Nota: questo valore è fornito dal sagomario

Esempio

Dati



HE 120 A

$V_{Ed} = 10 \text{ kN}$

Acciaio

S235

$b = 120 \text{ mm}$

$t_f = 8 \text{ mm}$

$h = 114 \text{ mm}$

$t_w = 5 \text{ mm}$

$r = 12 \text{ mm}$

$A = 2534 \text{ mm}^2$

2 e 3 - Taglio resistente e verifica

$$A_v = 846 \text{ mm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{846 \times 235 / \sqrt{3}}{1.05} \times 10^{-3} = 109.3 \text{ kN}$$

Sezione verificata

Taglio – considerazioni

- In genere i profilati sono tali da avere una resistenza a taglio più che sufficiente
- Procedimento usuale:
progettare a flessione – verificare a taglio

Interazione Taglio – Momento flettente

Modello lineare (classe 3)

Generalmente la sezione è sottoposta a taglio e flessione.

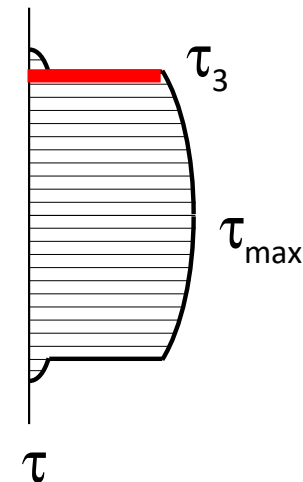
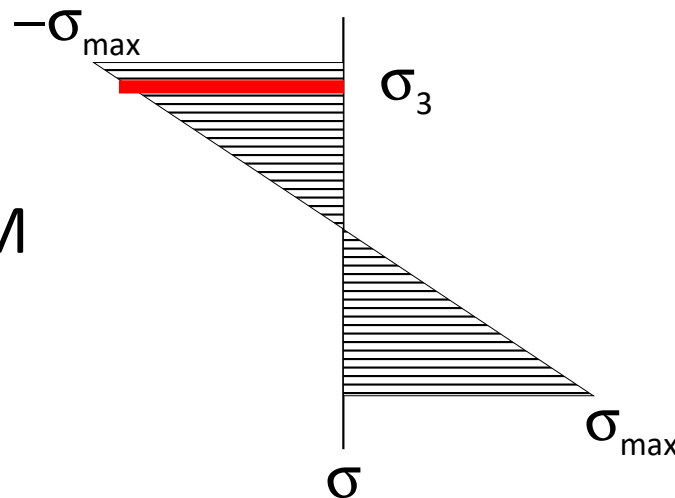
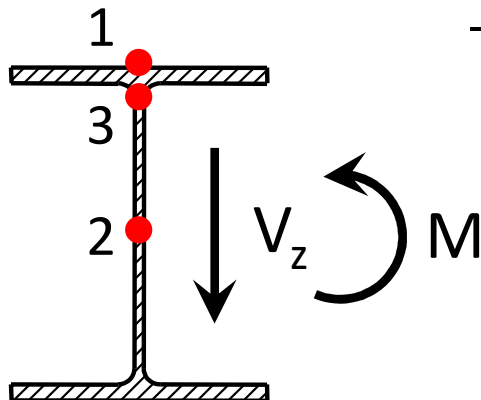
In questo caso, esiste interazione?

Oltre alle verifiche:

$$\begin{aligned} 1. \quad \sigma_{\max} &\leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \\ 2. \quad \tau_{\max} &\leq \frac{f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} \end{aligned}$$

Si controlla che:

$$3. \quad \sqrt{\sigma_3^2 + 3 \tau_3^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

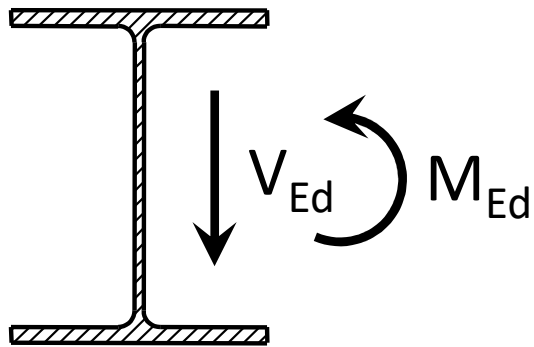


Interazione Taglio – Momento flettente

Stato limite ultimo per classe 1 e 2

Come tener conto dell'interazione taglio – momento flettente?

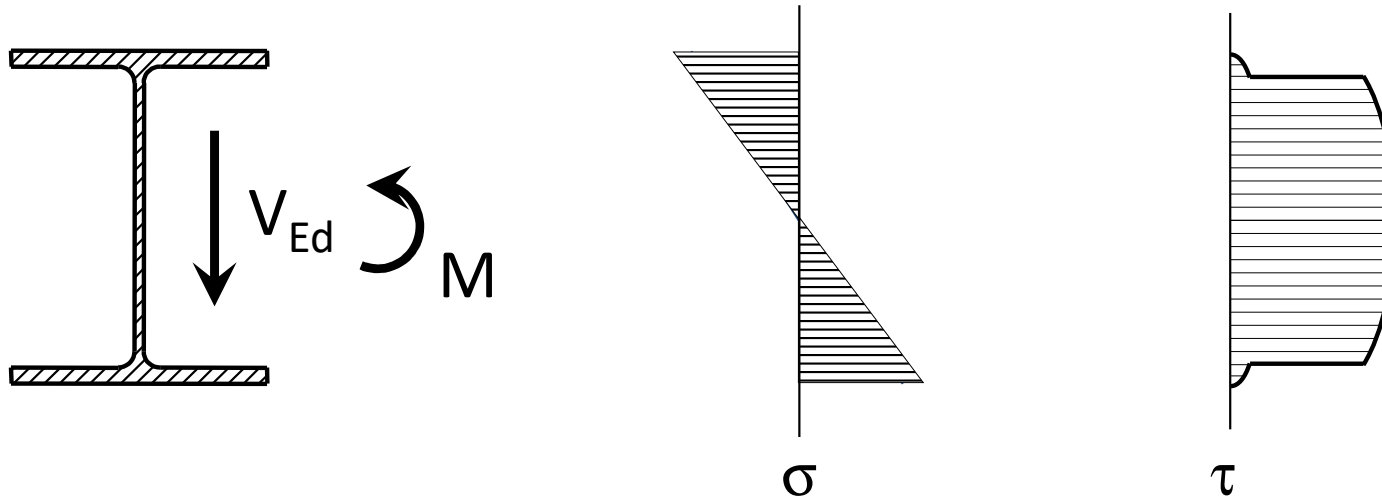
- La sezione impegna parte delle sue risorse per portare il taglio
- Allora il momento resistente risulterà ridotto e pari a $M_{V,Rd}$



Si verifica: $M_{Ed} \leq M_{V,Rd}$

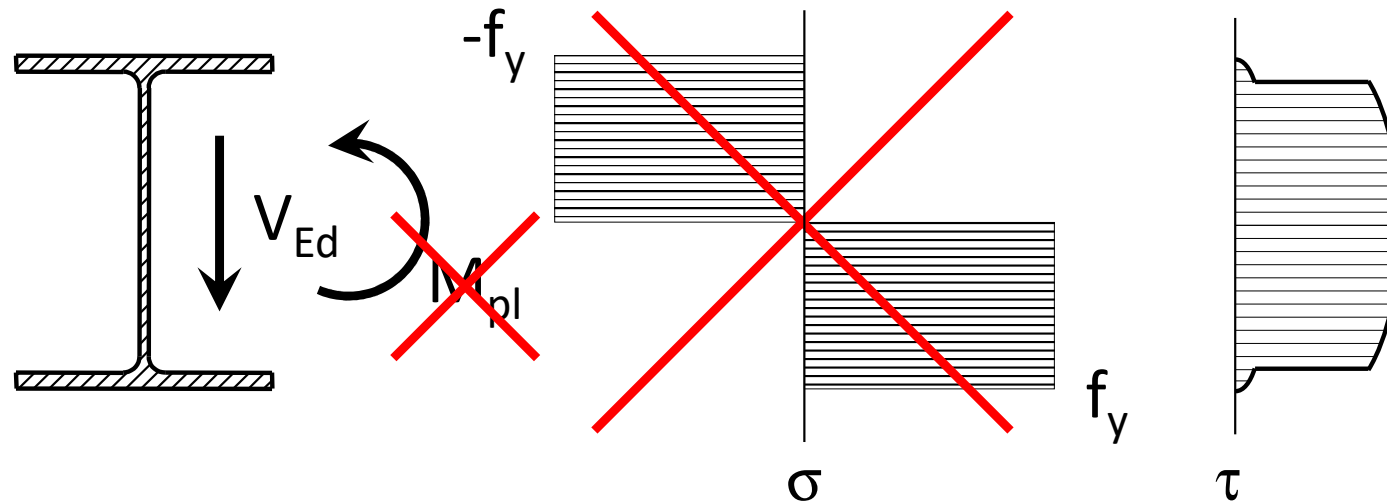
Ma come calcolare $M_{V,Rd}$?

Momento resistente ridotto per Taglio



Faccio crescere il momento fino al collasso della sezione
(Se la sezione è di classe 1 o 2 corrisponde alla completa plasticizzazione)

Momento resistente ridotto per Taglio

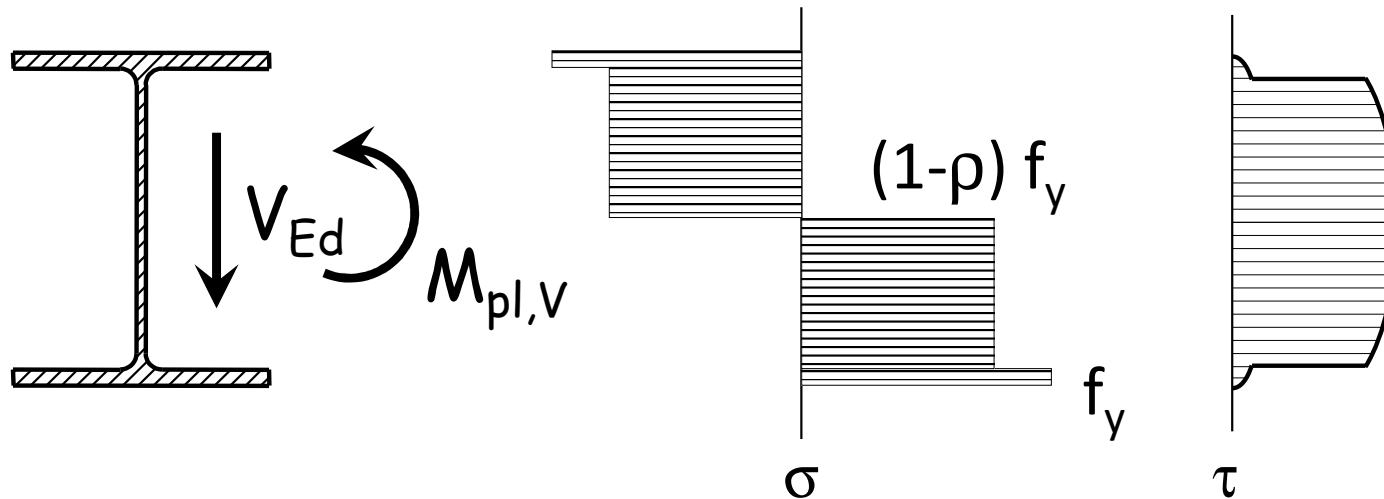


È possibile ottenere questo diagramma delle tensioni σ ?

NO, dove le τ sono elevate lo snervamento avverrà per valori di σ più bassi pari a:

$$\sigma = (1-\rho) f_y \quad \text{con } \rho < 1$$

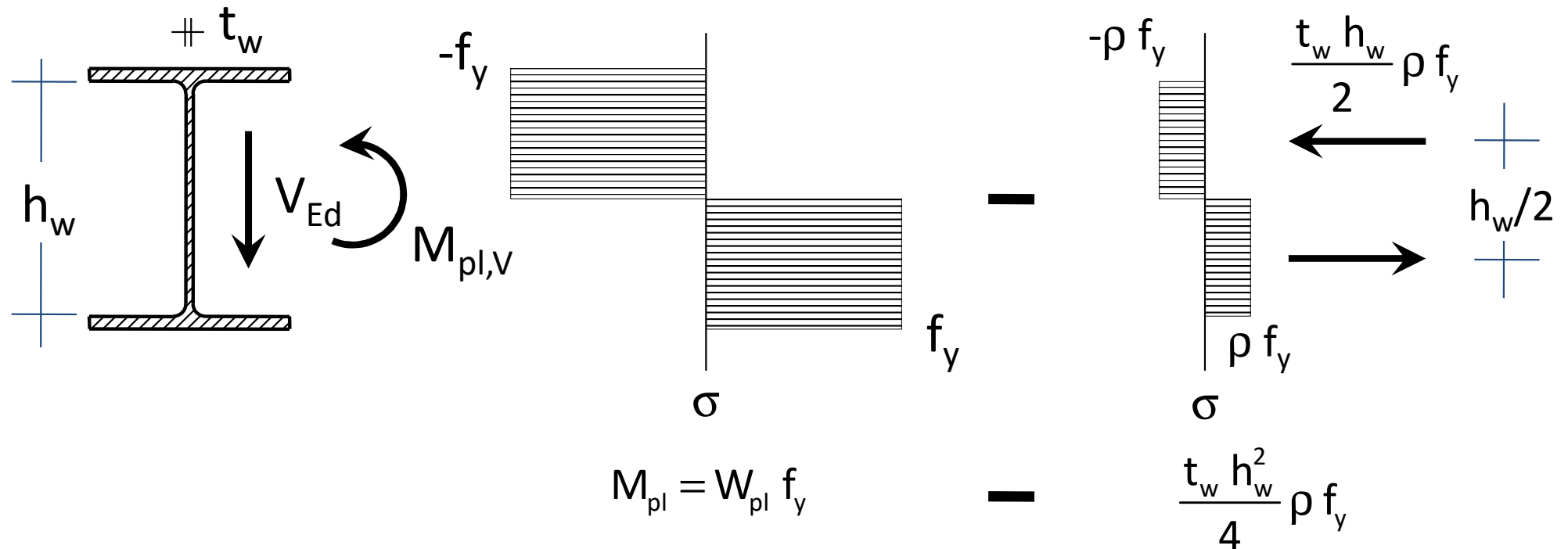
Momento resistente ridotto per Taglio



Per una sezione a doppio T la tensione verrà ridotta nell'anima?

$$M_{pl,V} = \int \sigma y dA$$

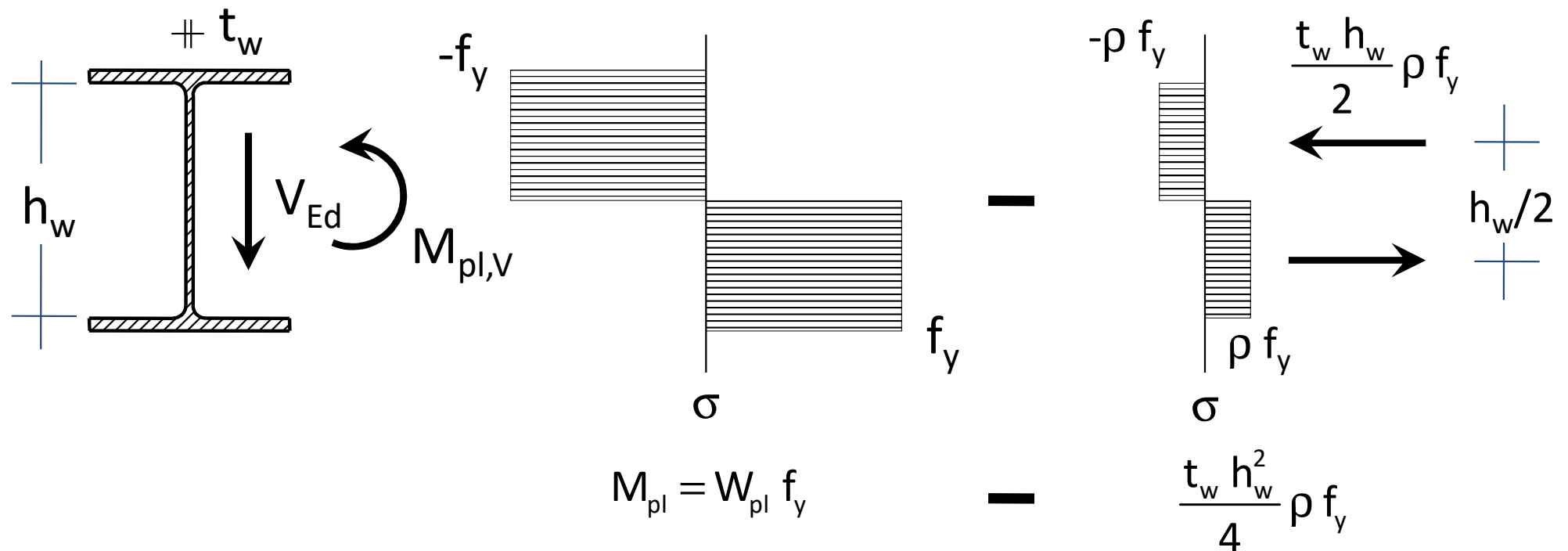
Momento resistente ridotto per Taglio



$$M_{pl,V} = \left(W_{pl} - \rho \frac{t_w h_w^2}{4} \right) f_y$$

Questo è il W_{pl}
dell'anima

Momento resistente ridotto per Taglio



se si considera che $h_w t_w \approx A_v \dots$

$$M_{pl,V} = \left(W_{pl} - \rho \frac{A_v^2}{4 t_w} \right) f_y$$

Taglio – considerazioni

- Finché il taglio sollecitante è piccolo rispetto a quello resistente (meno della metà) non c'è problema di interazione flessione-taglio
- Se il taglio è più grande occorre ridurre la resistenza a flessione

Flessione e taglio

(prescrizioni di normativa)

- Quando $V_{Ed} > 0.5 V_{pl,Rd}$

$$M_{V,Rd} = \frac{\left(W_{pl} - \frac{\rho A_v^2}{4 t_w} \right) f_y}{\gamma_{M0}}$$

Questo è il W_{pl}
dell'anima

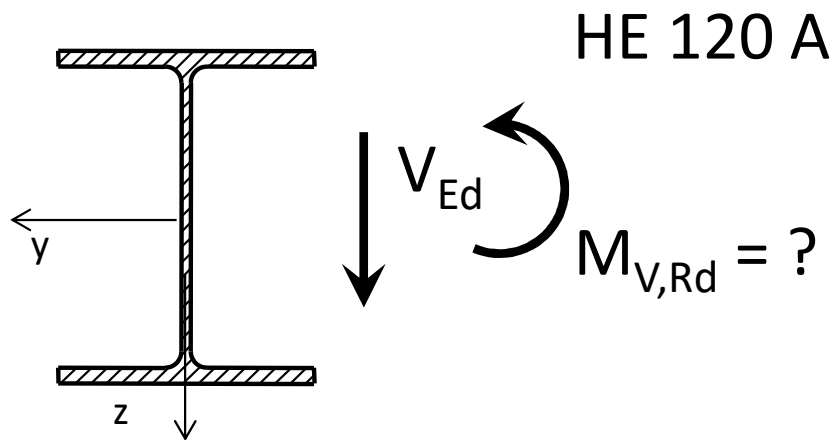
con

$$\rho = \left(\frac{2 V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

A_v = Area resistente a taglio

Esempio

Dati:



$M_{V,Rd} =$ da determinare

$V_{Ed} = V_{pl,Rd} = 109.3 \text{ kN}$
(dalla trave progettata)

Acciaio S235

$$M_{V,Rd} = \frac{\left(W_{pl} - \frac{\rho A_v^2}{4 t_w} \right) f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{\left(119.4 - \frac{1 \times 8.46^2}{4 \times 0.5} \right) \times \frac{235}{10^3}}{1.05} = 18.7 \text{ kNm}$$

$$\rho = \left(\frac{2 V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 = \left(\frac{2 \times 109.3}{109.3} - 1 \right)^2 = 1$$

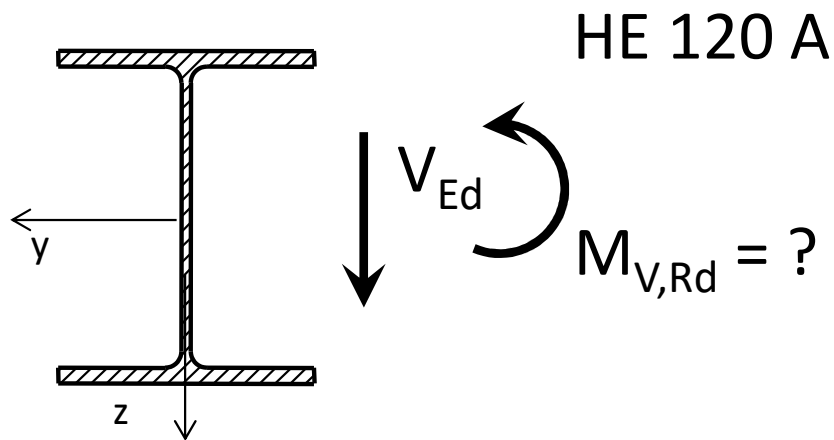
$$t_w = 5 \text{ mm}$$

$$A_v = 8.46 \text{ cm}^2$$

$$W_{pl} = 119.4 \text{ cm}^3$$

Esempio

Dati:



$M_{V,Rd} = \text{da determinare}$

$V_{Ed} = V_{pl,Rd} = 109.3 \text{ kN}$
(dalla trave progettata)

Acciaio S235

$$M_{V,Rd} = \frac{\left(W_{pl} - \frac{\rho A_V^2}{4 t_w} \right) f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{\left(119.4 - \frac{1 \times 8.46^2}{4 \times 0.5} \right) \times \frac{235}{10^3}}{1.05} = 18.7 \text{ kNm}$$

Solo flessione

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{119.4 \times 235}{1.05 \times 10^3} = 26.7 \text{ kNm}$$

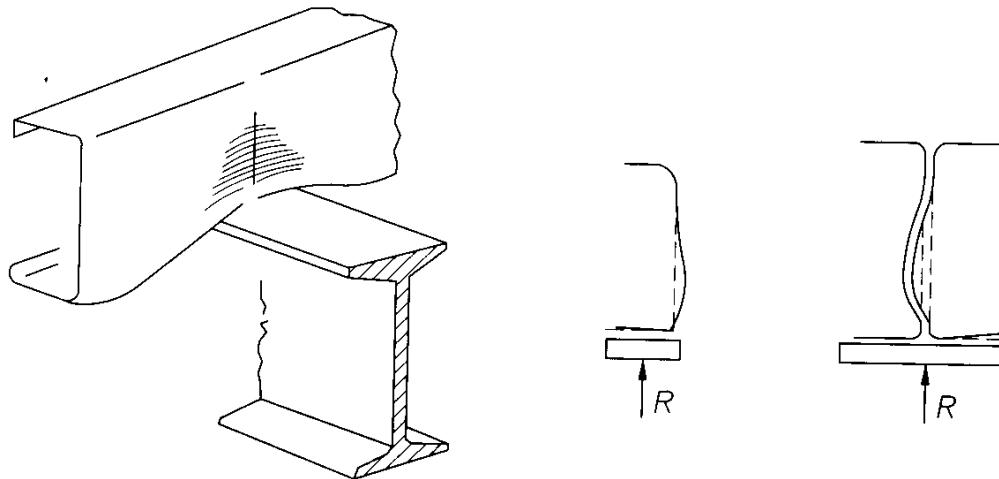
Riduzione del 30% per un taglio molto forte

Taglio

Resistenza dell'anima ad azioni locali

In presenza di azioni concentrate o di taglio molto elevato si può avere:

- Schiacciamento dell'anima in prossimità della piattabanda caricata
- Imbozzamento dell'anima sotto forma di instabilità localizzata e schiacciamento dell'anima in prossimità della piattabanda caricata
- Instabilità dell'anima estesa a gran parte dell'altezza della membratura



Taglio

Resistenza dell'anima ad azioni locali

In presenza di azioni concentrate o di taglio molto elevato si può avere:

- Schiacciamento dell'anima in prossimità della piattabanda caricata
- Imbozzamento dell'anima sotto forma di instabilità localizzata e schiacciamento dell'anima in prossimità della piattabanda caricata
- Instabilità dell'anima estesa a gran parte dell'altezza della membratura

Il problema si può risolvere disponendo costole di irrigidimento in corrispondenza dell'applicazione del carico o degli appoggi

La necessità cresce all'aumentare del taglio e della snellezza dell'anima

In alternativa, occorre verificare la trave nei confronti dei fenomeni innanzi citati (vedere Eurocodice 3, parte 1-5)