

Università di Catania  
Corso di laurea in ingegneria civile strutturale e geotecnica

## **Costruzioni in zona sismica**

Dimensionamento e verifica di massima

8 novembre 2011

Aurelio Gheresi

# Dimensionamento delle sezioni e verifica di massima

# Dimensionamento solaio

Il solaio deve trasmettere i carichi verticali alle travi, senza eccessive deformazioni

$$s \leq \frac{L_{\max}}{25}$$

Lo spessore del solaio definisce l'altezza delle travi a spessore

Aumentare lo spessore del solaio in presenza di travi a spessore molto lunghe e caricate

L'impalcato (solaio più travi) deve trasmettere l'azione sismica agli elementi resistenti (telai)

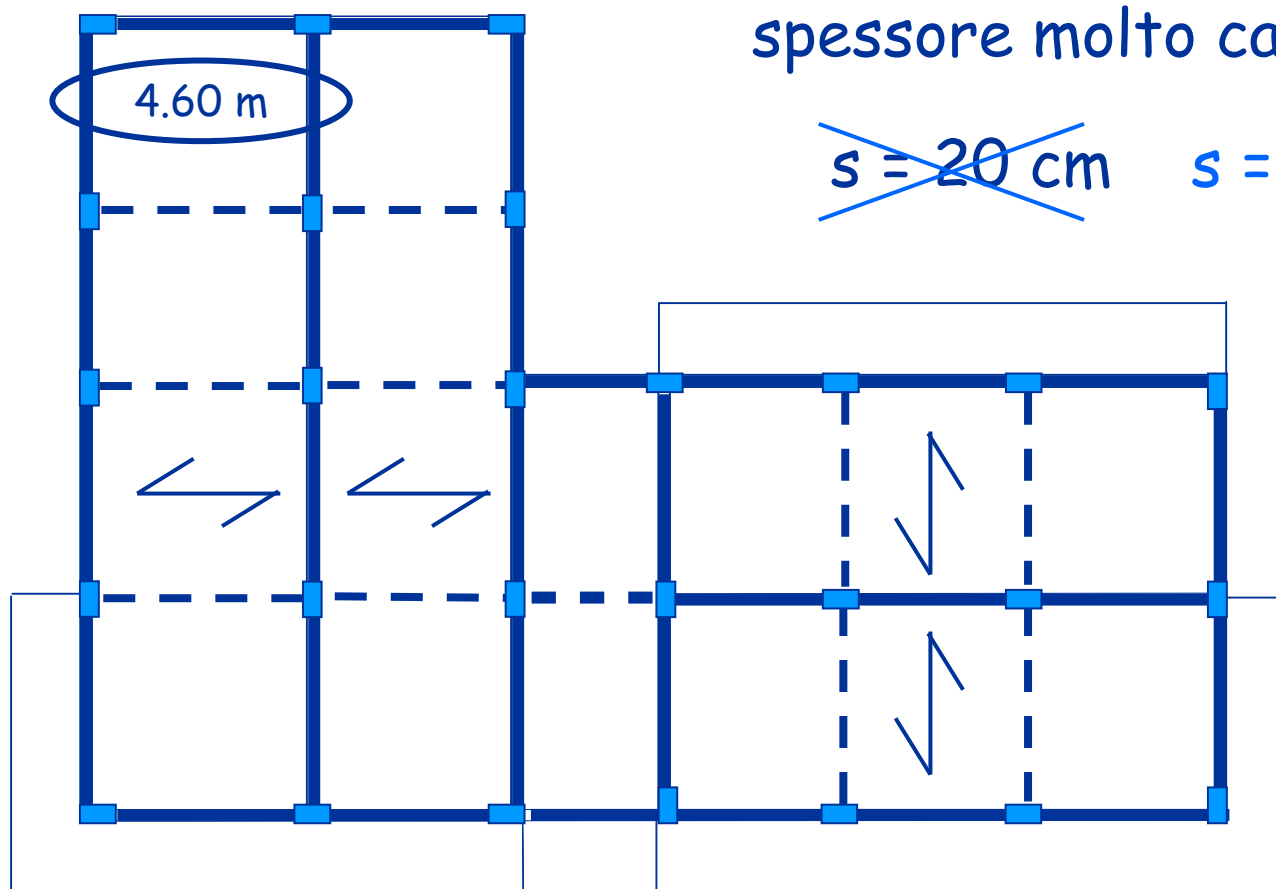
È sufficiente una buona soletta di 4-5 cm con rete  $\varnothing 8$  / 25x25

# Esempio

La luce massima delle  
campate di solaio è  
inferiore a 5.00 m

Non ci sono travi a  
spessore molto caricate

$$\cancel{s = 20 \text{ cm}} \quad s = 22 \text{ cm}$$



per il  
torrino scala  
 $s = 18 \text{ cm}$

# Carichi unitari

Una volta definito lo spessore, si possono calcolare i carichi unitari (kN/m<sup>2</sup>)

	$g_k$	$q_k$	SLU solo c.v	SLU con F
Solaio del piano tipo	5.0	2.0	9.7	5.6
Solaio di copertura	4.0	2.0	8.2	4.6
Solaio torrino scala	3.4	0.5	5.2	3.4
Sbalzo piano tipo	4.0	4.0	11.2	6.4
Sbalzo copertura	3.9	0.5	5.8	3.9
Scala	5.0	4.0	12.5	7.4

# Dimensionamento travi a spessore

Se vi sono più travi emergenti che travi a spessore

Dimensionamento in base ai soli carichi  
verticali

Se tutte le travi sono a spessore

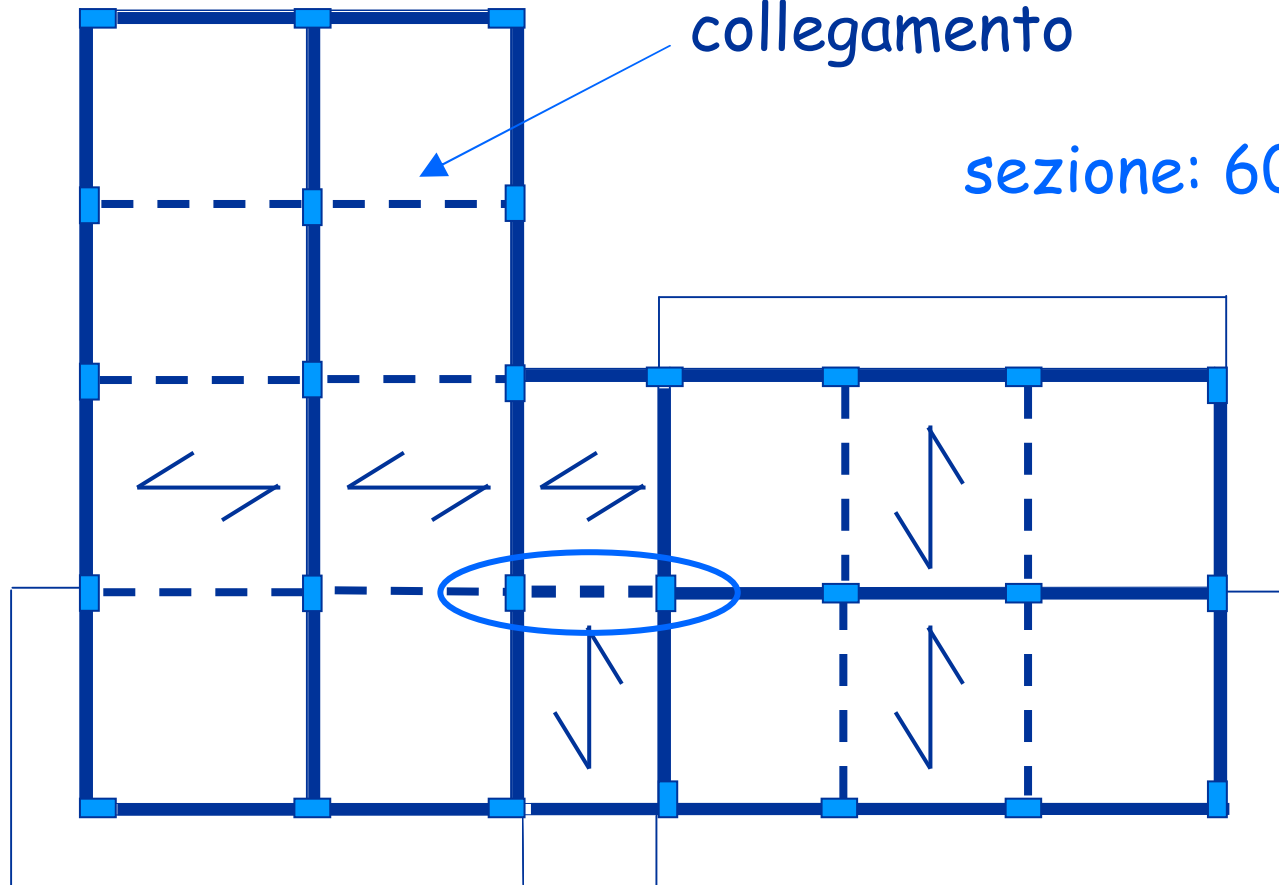
Aumentare l'altezza della trave (spessore del  
solaio) di 4-6 cm

# Esempio

L'unica trave a spessore  
che porta carichi verticali  
ha luce modesta (3 m)

Le altre travi sono solo di  
collegamento

sezione: 60x22

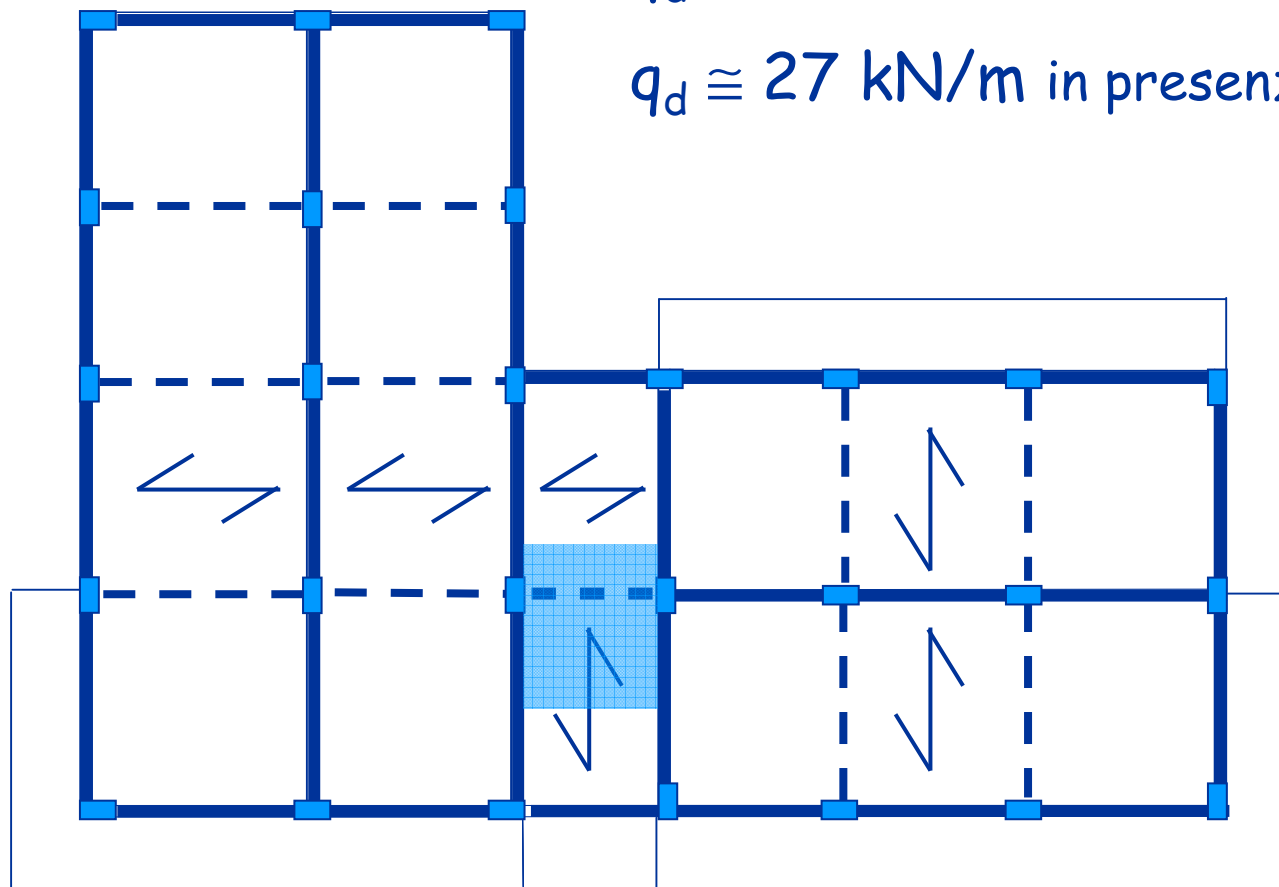


# Esempio

La trave a spessore caricata  
porta circa 2.5 m di scala e 1 m  
di solaio

$q_d \cong 44 \text{ kN/m}$  in assenza di sisma

$q_d \cong 27 \text{ kN/m}$  in presenza di sisma





## Esempio - dimensionamento travi a spessore

Momento per carichi verticali (in assenza di sisma)

$$M = \frac{q L^2}{12} = \frac{44 \times 3.0^2}{12} \cong 33 \text{ kNm}$$

Il momento totale in presenza di sisma certamente non è più grande

Momento per carichi verticali (con sisma)

$$M = \frac{q L^2}{12} = \frac{27 \times 3.0^2}{12} \cong 20 \text{ kNm}$$

Momento per azione sismica

è certamente molto piccolo

# Esempio - dimensionamento travi a spessore

Dati:

Sezione rettangolare

$b$  = da determinare

$h = 22 \text{ cm}$

$c = 4 \text{ cm}$

$M_{Sd} = 33 \text{ kNm}$

Calcestruzzo  $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Calcolo della larghezza:

$$b = \frac{r^2 M}{d^2} = \frac{0.021^2 \times 33}{0.18^2} = 0.45 \text{ m}$$

La sezione 60x22  
va bene

# Dimensionamento travi emergenti

Si potrebbe stimare ad occhio il momento flettente di progetto delle travi più sollecitate

- il momento dovuto ai carichi verticali è facilmente prevedibile
- si incrementa forfaitariamente il momento flettente ottenuto per tener conto della presenza delle azioni sismiche

In alternativa (metodo più preciso) ...

# Dimensionamento travi emergenti

Si potrebbe stimare ad occhio il momento flettente di progetto delle travi più sollecitate

- il momento dovuto ai carichi verticali è facilmente prevedibile
- si incrementa forfaitariamente il momento flettente ottenuto per tener conto della presenza delle azioni sismiche

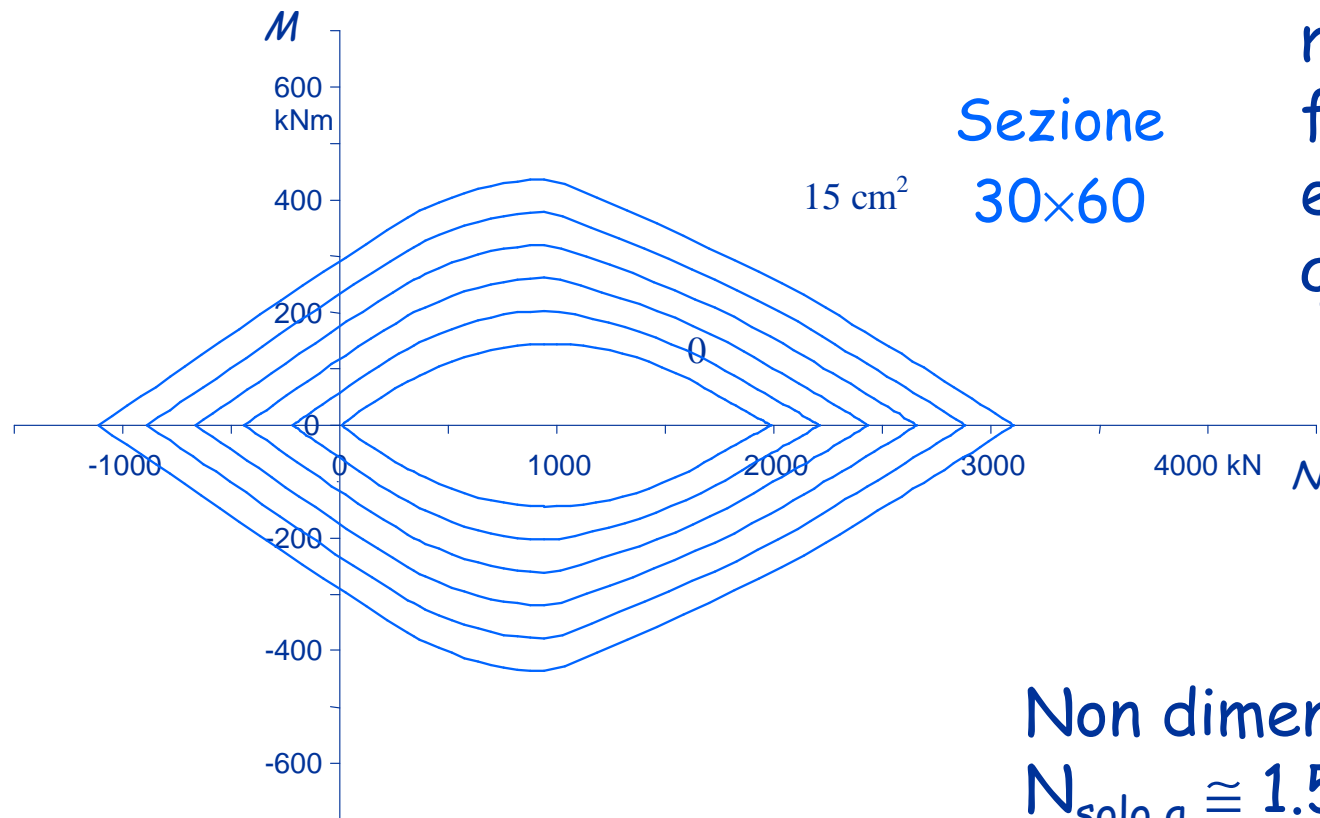
È possibile stimare le masse e determinare i momenti flettenti da sisma attraverso un calcolo semplificato

## Altri carichi unitari

Una volta definita (anche sommariamente) la sezione delle travi, si può completare l'analisi dei carichi unitari (kN/m)

	$g_k$	$q_k$	SLU solo c.v	SLU con F
Travi 30 x 60	4.0		5.2	4.0
Travi 30 x 50	3.5		4.5	3.5
Travi 60 x 22	1.6		2.1	1.6
Tamponature	6.0		7.8	6.0
Tramezzi	3.0		3.9	3.0

# Dimensionamento pilastri

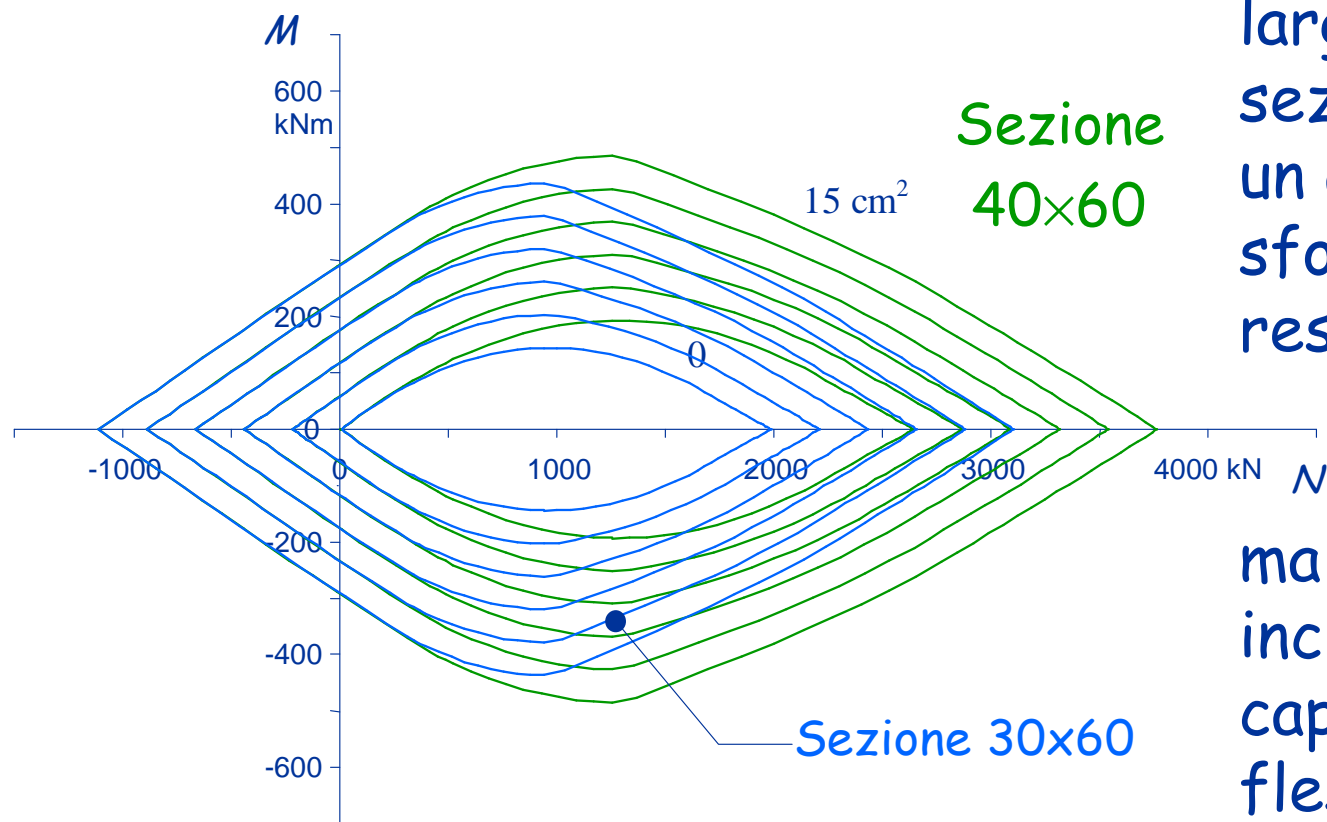


Il massimo momento flettente può essere portato quando:

$$\frac{N}{A_c} \cong 0.5 f_{cd}$$

Non dimenticare che  
 $N_{\text{solo } q} \cong 1.5 N_{q+\text{sisma}}$

# Dimensionamento pilastri

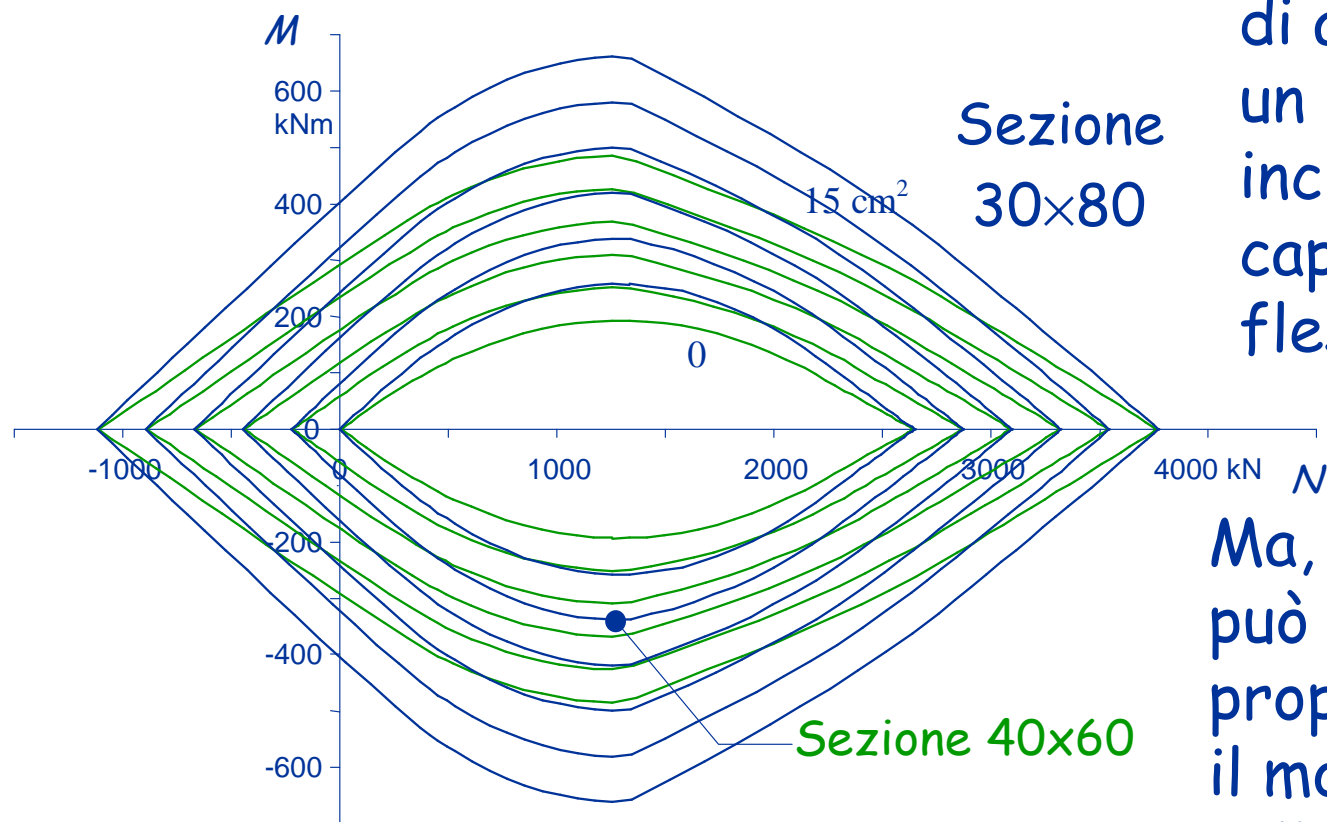


Un aumento della larghezza della sezione produce un aumento dello sforzo normale resistente

ma un modesto incremento di capacità flessionale

# Dimensionamento pilastri

Un aumento di altezza della sezione (a parità di area) produce un buon incremento di capacità flessionale



Ma, attenzione: può aumentare proporzionalmente il momento sollecitante



# Dimensionamento pilastri

Consigli:

1. Dimensionare la sezione del primo ordine  
in modo che la tensione media  $N/A_c$  non superi:

 in presenza di sisma

$0.3-0.4 f_{cd}$  se si prevedono momenti flettenti  
non troppo elevati (zona 2, suolo B  
C E, q non troppo basso)

meno di  $0.3 f_{cd}$  se si prevedono momenti flettenti  
più elevati

# Dimensionamento pilastri

Consigli:

2. Usare per i diversi pilastri del primo ordine un numero basso di tipi di sezione (max 2 o 3) ed evitare eccessive differenze di momento d'inerzia

Quindi cercare di mantenere - più o meno - la stessa altezza delle sezioni e variare la base

# Dimensionamento pilastri

Consigli:

3. Ridurre gradualmente la sezione andando verso l'alto

Limitare le variazioni di sezione, che sono sempre possibile causa di errori costruttivi

Evitare forti riduzioni di tutti i pilastri ad uno stesso piano

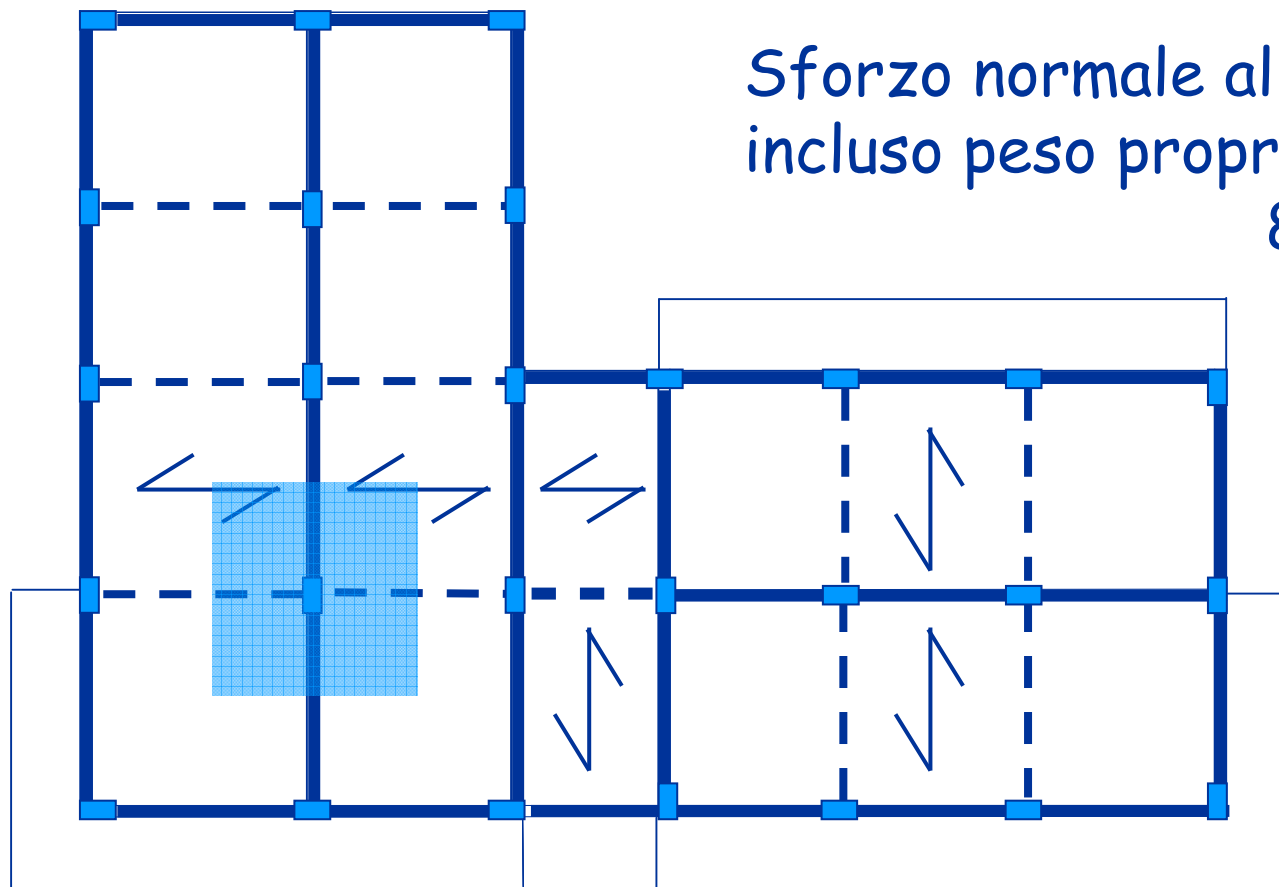
Mantenere una dimensione adeguata, non troppo piccola, anche ai piani superiori

# Esempio

Pilastro interno, porta  
8 m di trave  
21 m<sup>2</sup> di solaio

Carico al piano: 150 kN

Sforzo normale al piede,  
incluso peso proprio:  
830 kN



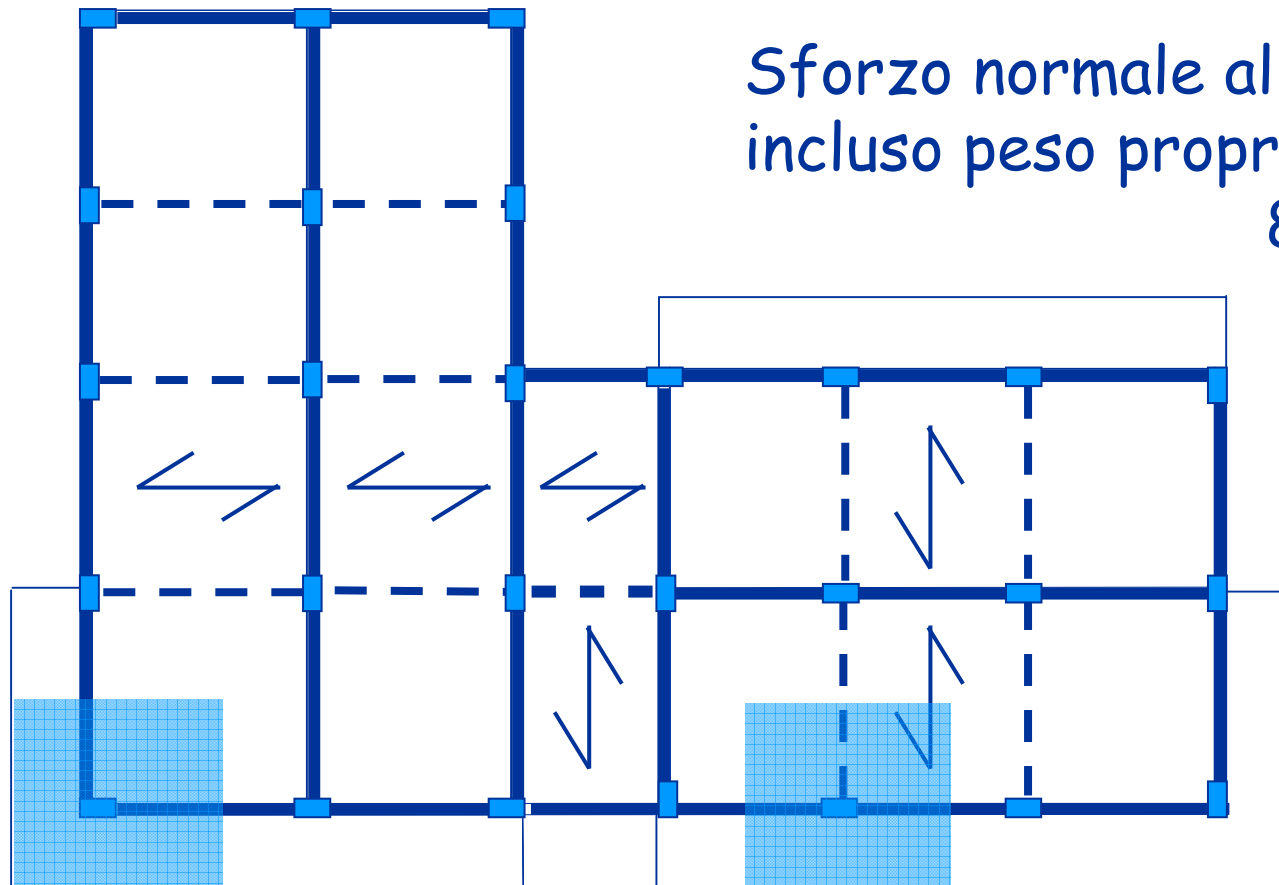
# Esempio

Pilastro laterale con sbalzo  
pilastro d'angolo con sbalzi

Più o meno lo stesso

Sforzo normale al piede,  
incluso peso proprio:

830 kN

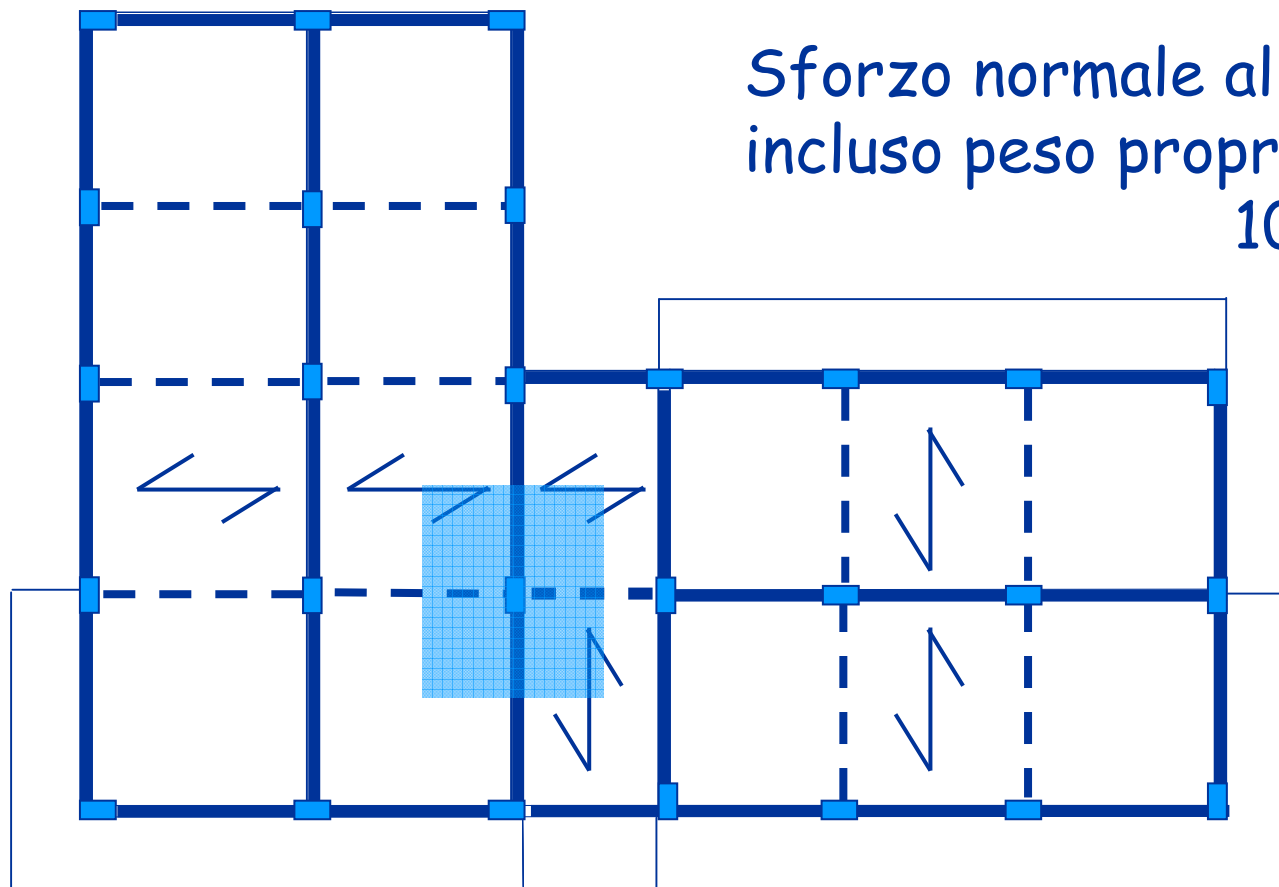


# Esempio

Pilastro interno in  
corrispondenza della scala

Di più, a causa del torrino

Sforzo normale al piede,  
incluso peso proprio:  
1050 kN

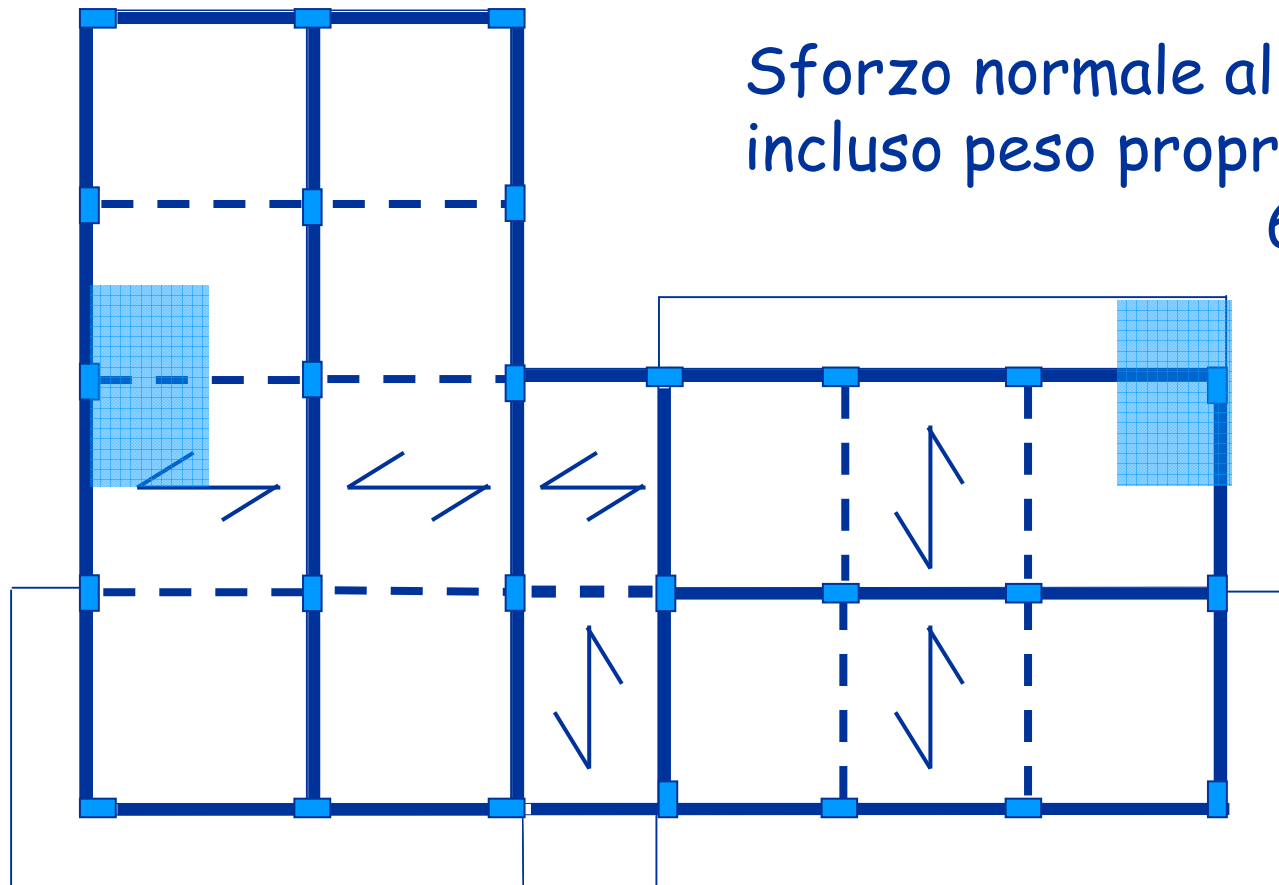


# Esempio

Pilastro laterale privo di sbalzo o d'angolo con uno sbalzo

Carico al piano minore

Sforzo normale al piede,  
incluso peso proprio:  
600 kN

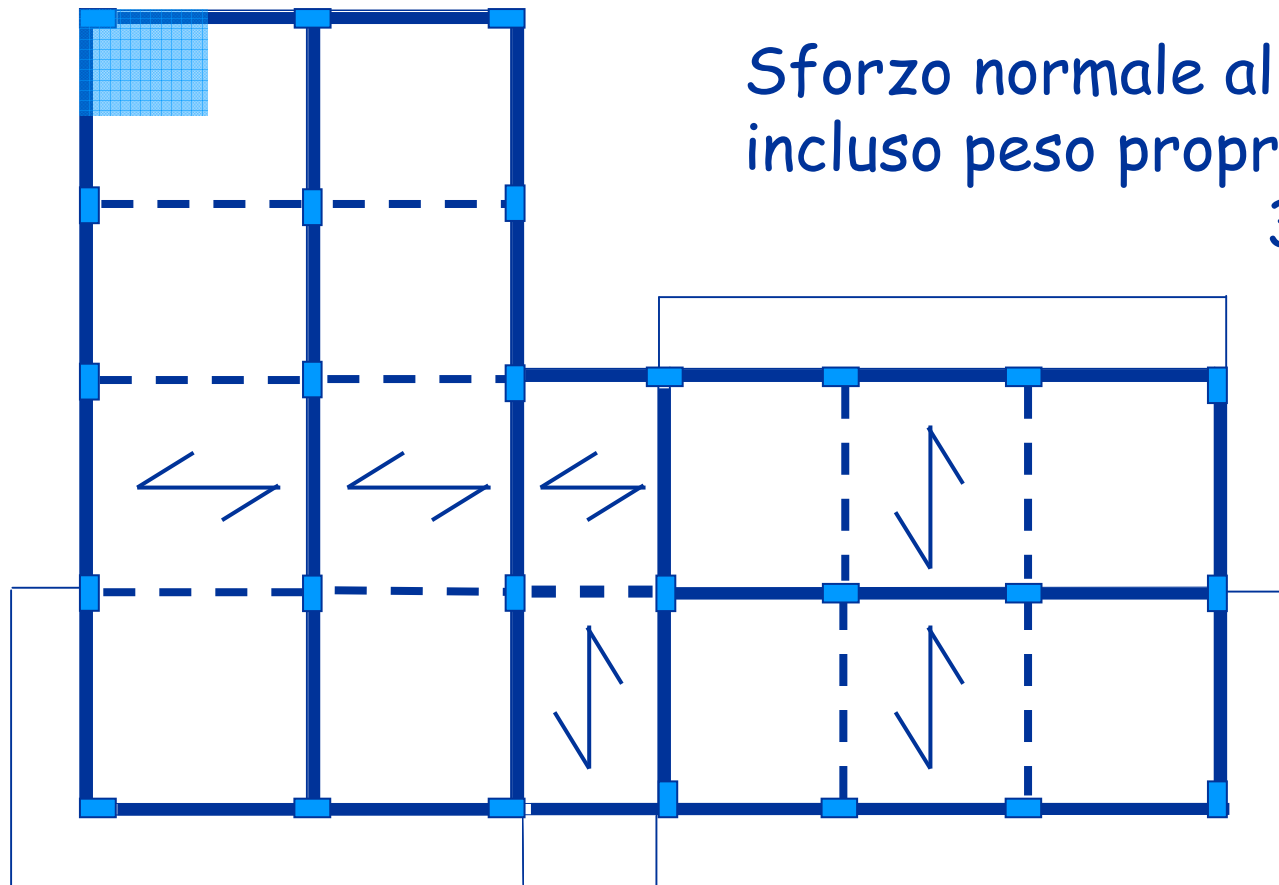


# Esempio

Pilastro d'angolo  
privo di sbalzo

Carico al piano ancora  
minore

Sforzo normale al piede,  
incluso peso proprio:  
380 kN





## Esempio - dimensionamento pilastri

Tipo di pilastro	$N_{Ed}$ (SLU con F)	$A_c$
Pilastri più caricati (20)	830 - 1050 kN	1650-2090 cm <sup>2</sup>
Pilastri perimetrali senza sbalzo (5)	600 kN	1210 cm <sup>2</sup>
Pilastri d'angolo senza sbalzo (2)	380 kN	770 cm <sup>2</sup>

Se si prevedono sollecitazioni non troppo alte (zona 2, suolo C)

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{0.35 f_{cd}} \cong \frac{N_{Ed}}{5.0} \times 10$$

## Esempio - dimensionamento pilastri

Tipo di pilastro	$N_{Ed}$	$A_c$	Sezione minima	Sezione scelta
Pilastri caricati (20)	830 - 1050 kN	1650-2090 cm <sup>2</sup>	30 x 70	30 x 70
Pilastri perimetrali (5)	600 kN	1210 cm <sup>2</sup>	<del>30 x 50</del>	30 x 70
Pilastri d'angolo (2)	380 kN	770 cm <sup>2</sup>	<del>30 x 30</del>	30 x 70

La sezione 30 x 70 non crea problemi architettonici e permette una più uniforme distribuzione delle azioni sismiche.

# Esempio - dimensionamento pilastri

Variazione di sezione lungo l'altezza

La sezione 30 x 70 non crea problemi architettonici  
e non comporta costi eccessivi

quindi la si può mantenere invariata per tutta  
l'altezza

Solo per il torrino scala: sezioni 30x50

# Masse

In un edificio in cemento armato il peso delle masse di piano corrisponde in genere ad una incidenza media di  $8\div 11 \text{ kN/m}^2$

Una valutazione di prima approssimazione del peso delle masse a ciascun piano può essere ottenuta moltiplicando la superficie totale dell'impalcato per  $10 \text{ kN/m}^2$  ( $9 \text{ kN/m}^2$  in copertura, per la minore incidenza delle tamponature)

## Esempio - masse

La superficie degli impalcati nell'edificio in esame è

Torrino scala:  $S = 48.0 \text{ m}^2$

V impalcato:  $S = 331.9 \text{ m}^2$

Piano tipo:  $S = 323.5 \text{ m}^2$

Per il piano terra:  $S = 263.2 \text{ m}^2$

Nota: il torrino scala può essere accorpato al 5° impalcato, ottenendo

Torrino + V impalcato:  $S = 379.9 \text{ m}^2$

## Esempio - masse

Impalcato	Superficie m <sup>2</sup>	Incidenza kN/m <sup>2</sup>	Peso kN
Torrino + V	379.9	9.0	3419
IV, III, II	323.5	10.0	3235
I	263.2	10.0	2632

Peso totale = 15756 kN

# Spettro di progetto

È ottenuto dividendo lo spettro di risposta elastica per il fattore di struttura  $q$

$$q = q_0 K_R$$

Nell'esempio:

$q_0 = 4.5 \alpha_u / \alpha_1$       struttura intelaiata in c.a. - CD "A"

$q_0 = 3.0 \alpha_u / \alpha_1$       struttura intelaiata in c.a. - CD "B"

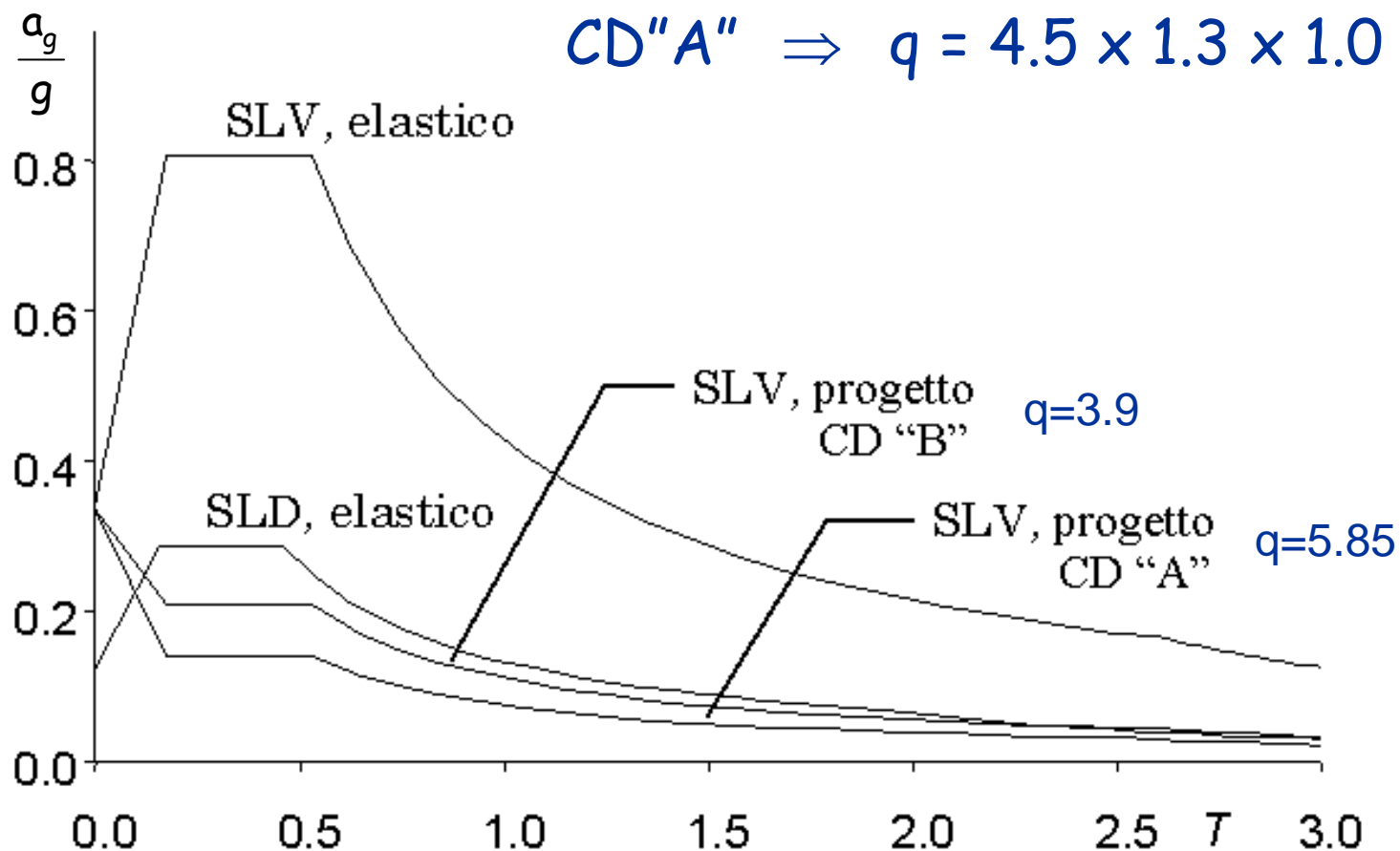
$\alpha_u / \alpha_1 = 1.3$       telaio con più piani e più campate

$K_R = 1$       la struttura è regolare in altezza

# Spettro di progetto

Ipotizzo (per ora) di realizzare la  
struttura ad alta duttilità

$$CD "A" \Rightarrow q = 4.5 \times 1.3 \times 1.0 = 5.85$$





# Ordinata spettrale

Dipende dal periodo

Si può assumere  $T_1 = C_1 H^{3/4}$

con

$$C_1 = 0.075$$

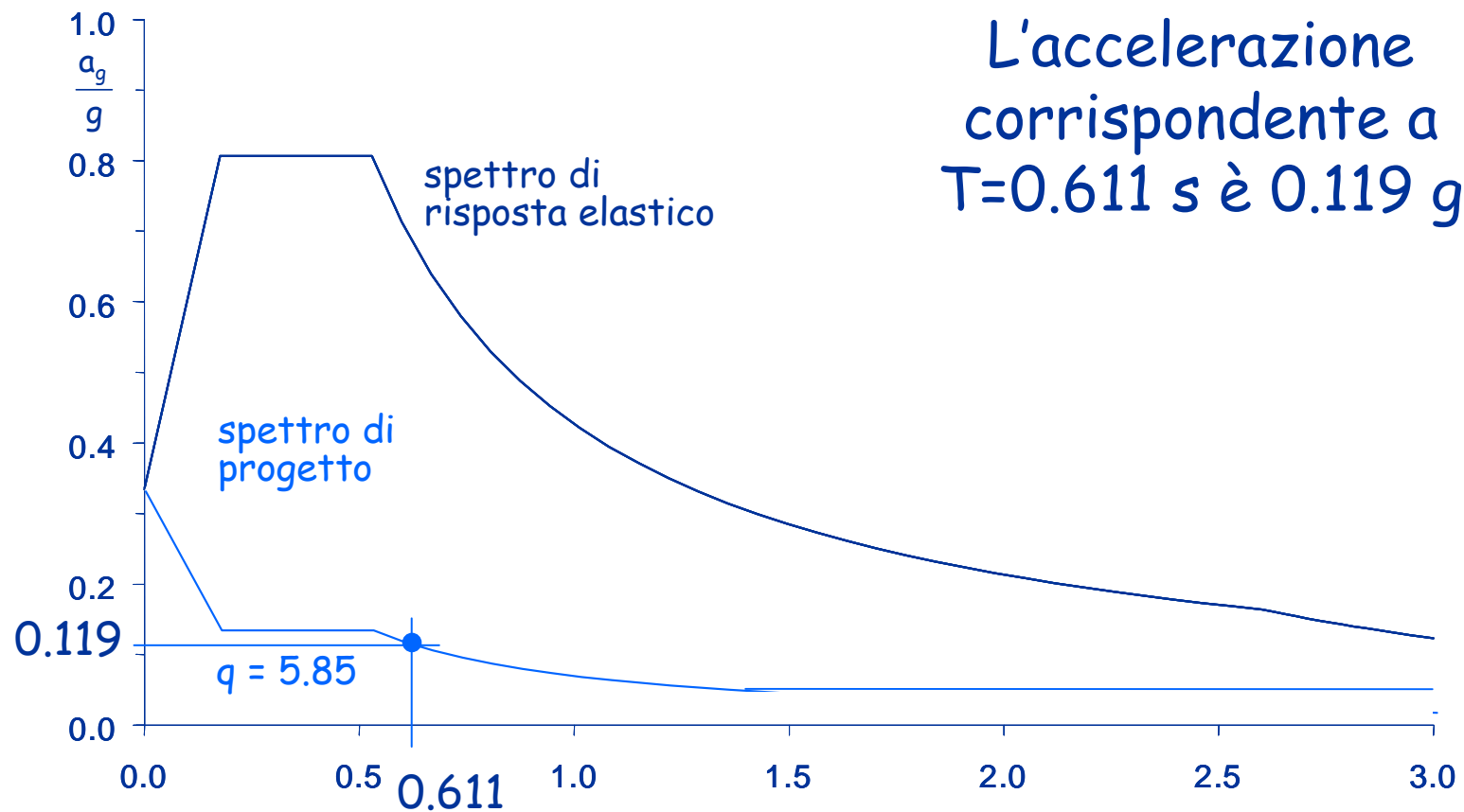
per strutture intelaiate in c.a.

$H$  = altezza dell'edificio dal  
piano di fondazione (m)

Nell'esempio:  $H = 16.40$  m (escluso torrino)

$$T_1 = 0.075 \times 16.40^{3/4} = 0.611 \text{ s}$$

# Esempio - ordinata spettrale



# Forze per analisi statica

Taglio alla base

$$V_b = 0.85 \sum_{i=1}^n m_i S_d(T_1) =$$
$$= 0.85 \times 15756 \times 0.119 = 1593.7 \text{ kN}$$

Forza al piano

$$F_k = \frac{m_k z_k}{\sum_{i=1}^n m_i z_i} V_b$$

# Forze per analisi statica

Piano	Peso W (kN)	Quota z (m)	Wz (kNm)	Forza F (kN)	Taglio V (kN)
5+torrino	3419	16.40	56072	549.6	549.6
4	3235	13.20	42702	418.6	968.2
3	3235	10.00	32350	317.1	1285.3
2	3235	6.80	21998	215.6	1500.9
1	2632	3.60	9475	92.9	1593.8
somma	15756		162597		

## Ma attenzione al periodo ...

- La formula di normativa non tiene conto della effettiva rigidezza della struttura
- È opportuno controllare appena possibile se il periodo è plausibile (e quindi se le forze sono effettivamente quelle da usare)
- Possibile procedimento per valutare il periodo:

Formula di Rayleigh

$m_i$ : massa di piano  
 $F_i$ : Forza di piano  
 $u_i$ : spostamento del baricentro di piano  
(provocato dalla forze  $F_i$ )

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

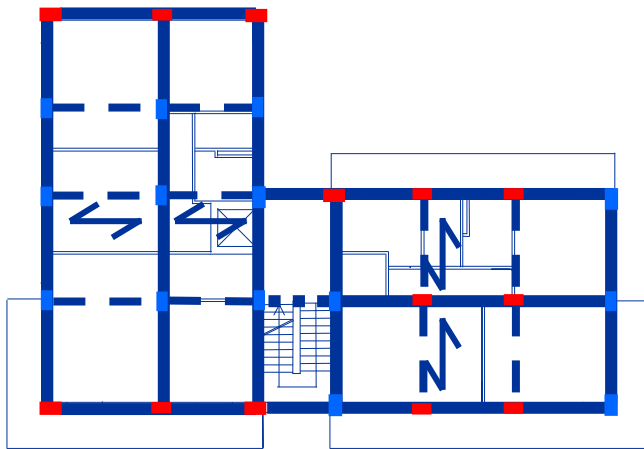
- Gli spostamenti possono essere stimati valutando approssimativamente le rigidezze
- Stima delle rigidezze  
possibilità 1: approccio globale semplificato

$$\text{rigidezza} = \frac{12 E \sum I_p}{L_p^3} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{E \sum I_p / L_p}{E \sum I_{t,\text{sup}} / L_t} + \frac{E \sum I_p / L_p}{E \sum I_{t,\text{inf}} / L_t} \right)}$$

considerando solo i pilastri "che contano"

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Stima delle rigidezze  
possibilità 1: approccio globale semplificato



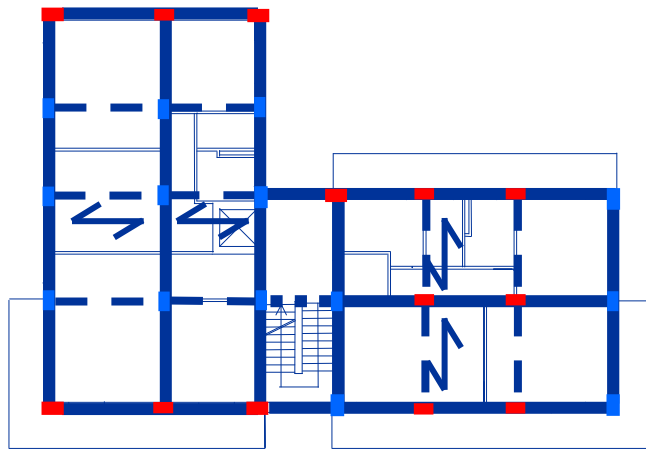
I pilastri (tutti uguali) sono:  
13 allungati in direzione x  
14 allungati in direzione y

Le travi emergenti sono:  
15 in direzione x  
16 in direzione y

Considero 13 pilastri e  
15 travi (direzione x)

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Stima delle rigidezze  
possibilità 1: approccio globale semplificato



Al piano tipo

Pilastri 30x70 (13)

$L_p = 3.20 \text{ m}$

$I_p = 857500 \text{ cm}^4$

Travi 30x60 (15)

$L_t = 4.00 \text{ m in media}$

$I_t = 540000 \text{ cm}^4$

Ottengo

$k = 472.7 \text{ kN/mm}$



## Periodo proprio della struttura

Piano	F (kN)	V (kN)	k (kN/mm)	d <sub>r</sub> (mm)	u (mm)
Torrino+V	549.6	549.6	384.3	1.43	12.49
IV	418.6	968.2	427.7	2.05	11.06
III	317.1	1285.3	427.7	2.72	9.01
II	215.6	1500.9	427.7	3.18	6.29
I	92.9	1593.8	511.8	3.11	3.11

## Periodo proprio della struttura

Piano	m (kN s <sup>2</sup> /m)	F (kN)	u (mm)	F u (kN m)	m u <sup>2</sup> (kN m s <sup>2</sup> )
Torrino+V	348.5	549.6	12.49	6862	54.3
IV	329.8	418.6	11.06	4628	40.3
III	329.8	317.1	9.01	2856	26.8
II	329.8	215.6	6.29	1356	13.0
I	268.3	92.9	3.11	289	2.6
somma				15992	137.0

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

$$T = 0.582 \text{ s}$$

La differenza è modesta; non cambio

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

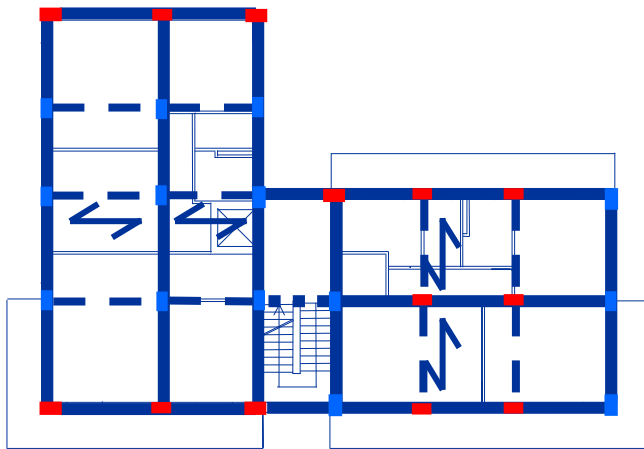
- Stima delle rigidezze  
possibilità 2: approccio per singolo pilastro

Considerare ciascun pilastro e le travi che lo vincolano

$$\text{rigidezza} = \frac{12 E I_p}{L_p^3} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,\text{sup}} / L_t} + \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,\text{inf}} / L_t} \right)}$$

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Stima delle rigidezze  
possibilità 2: approccio per singolo pilastro



Al piano tipo

Pilastro rigido, 2 travi emergenti (10)  
 $k = 33.14 \text{ kN/mm}$

Pilastro rigido, 1 trave emergente (3)  
 $k = 19.90 \text{ kN/mm}$

Pilastro debole, 2 travi emergenti (1)  
 $k = 13.31 \text{ kN/mm}$

Pilastro debole, 1 trave emergente (5)  
 $k = 10.51 \text{ kN/mm}$

Pilastro debole, travi a spessore (4+4)  
 $k = 3.07 - 1.68 \text{ kN/mm}$

Ottengo

$k = 475.9 \text{ kN/mm}$

Più o meno come prima

# Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

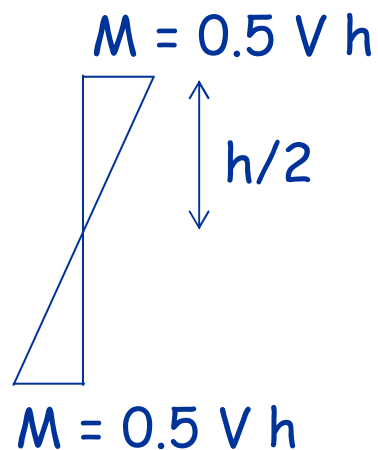
1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri "che contano" (pilastri allungati nella direzione del sisma e collegati con una trave emergente)

Se si sono valutate le rigidzze dei singoli pilastri tenendo conto anche delle travi, si può ripartire tenendo conto di queste rigidzze (ma il calcolo diventa più oneroso - in genere non ne vale la pena)

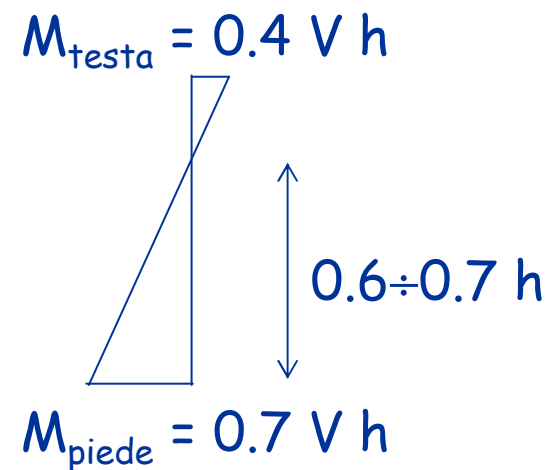
# Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

## 2. Valutare il momento nei pilastri

ai piani superiori

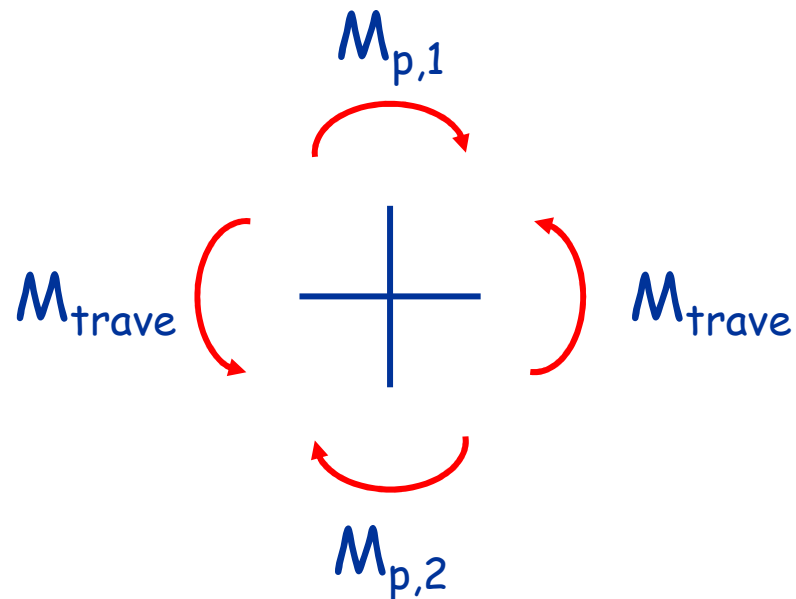


al primo ordine



# Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

## 3. Valutare i momenti nelle travi



Per l'equilibrio:

$$M_{trave} = \frac{M_{p,1} + M_{p,2}}{2}$$

## Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

4. Incrementare i momenti per tenere conto di:
- eccentricità propria del sistema
  - eccentricità accidentale
  - effetto combinato delle diverse componenti

Se la struttura è bilanciata e sufficientemente rigida torsionalmente, incrementare del 20%



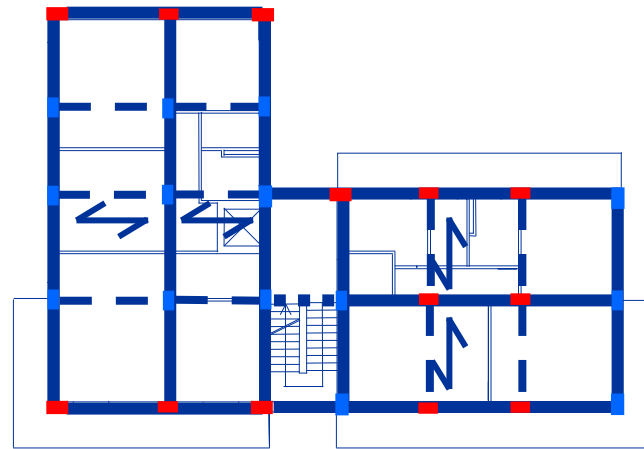
## Come prevedere le caratteristiche della sollecitazione?

5. Incrementare i momenti nei pilastri (tranne che alla base) per tener conto della gerarchia delle resistenze;  
in linea di massima moltiplicare per 1.5 a tutti i piani nel caso di CD "A"; a volte occorre un valore maggiore ai piani superiori

Attenzione ai casi di trave più rigida dei pilastri

# Caratteristiche della sollecitazione 1 - ripartizione

Piano	Taglio globale (kN)
5	549.6
4	968.2
3	1285.3
2	1500.9
1	1593.8



I pilastri (tutti uguali) sono:  
13 allungati in direzione x  
14 allungati in direzione y

Ripartisco il taglio globale  
tra 13 pilastri (direzione x)

## Caratteristiche della sollecitazione 1 - ripartizione

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)
5	549.6	42.3
4	968.2	74.5
3	1285.3	98.9
2	1500.9	115.5
1	1593.8	122.6

Volendo, potrei ridurre il taglio di un 20%, per tener conto del contributo dei pilastri "deboli" (in particolare al 1° ordine)

## Caratteristiche della sollecitazione 2 - momento nei pilastri

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)
5	549.6	42.3	67.6
4	968.2	74.5	119.2
3	1285.3	98.9	158.2
2	1500.9	115.5	184.7
1 testa	1593.8	122.6	176.5
piede			309.0

$$M = V h / 2$$

$$M = V 0.4 h$$

$$M = V 0.7 h$$

## Caratteristiche della sollecitazione

### 3 - momento nelle travi

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	42.3	67.6	33.8
4	968.2	74.5	119.2	93.4
3	1285.3	98.9	158.2	138.7
2	1500.9	115.5	184.7	171.5
1 testa	1593.8	122.6	176.5	180.6
piede			309.0	

$$M_+ = M_{p5}/2$$

$$M_+ = (M_{p5} + M_{p4})/2$$

## Caratteristiche della sollecitazione 4 - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	42.3	67.6	33.8
4	968.2	74.5	119.2	93.4
3	1285.3	98.9	158.2	138.7
2	1500.9	115.5	184.7	171.5
1 testa	1593.8	122.6	176.5	180.6
piede			309.0	

## Caratteristiche della sollecitazione 4 - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	81.1	40.6
4	968.2	89.4	143.0	112.1
3	1285.3	118.6	189.8	166.4
2	1500.9	138.5	221.6	205.7
1 testa	1593.8	147.1	211.8	216.7
piede			370.7	

+20%

## Caratteristiche della sollecitazione 5 - gerarchia delle resistenze

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	81.1	40.6
4	968.2	89.4	143.0	112.1
3	1285.3	118.6	189.8	166.4
2	1500.9	138.5	221.6	205.7
1 testa	1593.8	147.1	211.8	216.7
piede			370.7	

Questi valori vanno incrementati per garantire un meccanismo di collasso globale

Le NTC 08 (punto 7.2.1) impongono gerarchia delle resistenze anche per CD"B", con sovraresistenza 1.1 (mentre è 1.3 per CD"A")



## Caratteristiche della sollecitazione 5 - gerarchia delle resistenze

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	121.6	40.6
4	968.2	89.4	214.5	112.1
3	1285.3	118.6	284.7	166.4
2	1500.9	138.5	332.4	205.7
1 testa	1593.8	147.1	317.7	216.7
piede			370.7	

Moltiplicati  
per 1.5

# Dimensionamento / verifica travi emergenti

Le sollecitazioni da sisma sono elevate ai piani inferiori e centrali

Le sollecitazioni da sisma si riducono di molto ai piani superiori

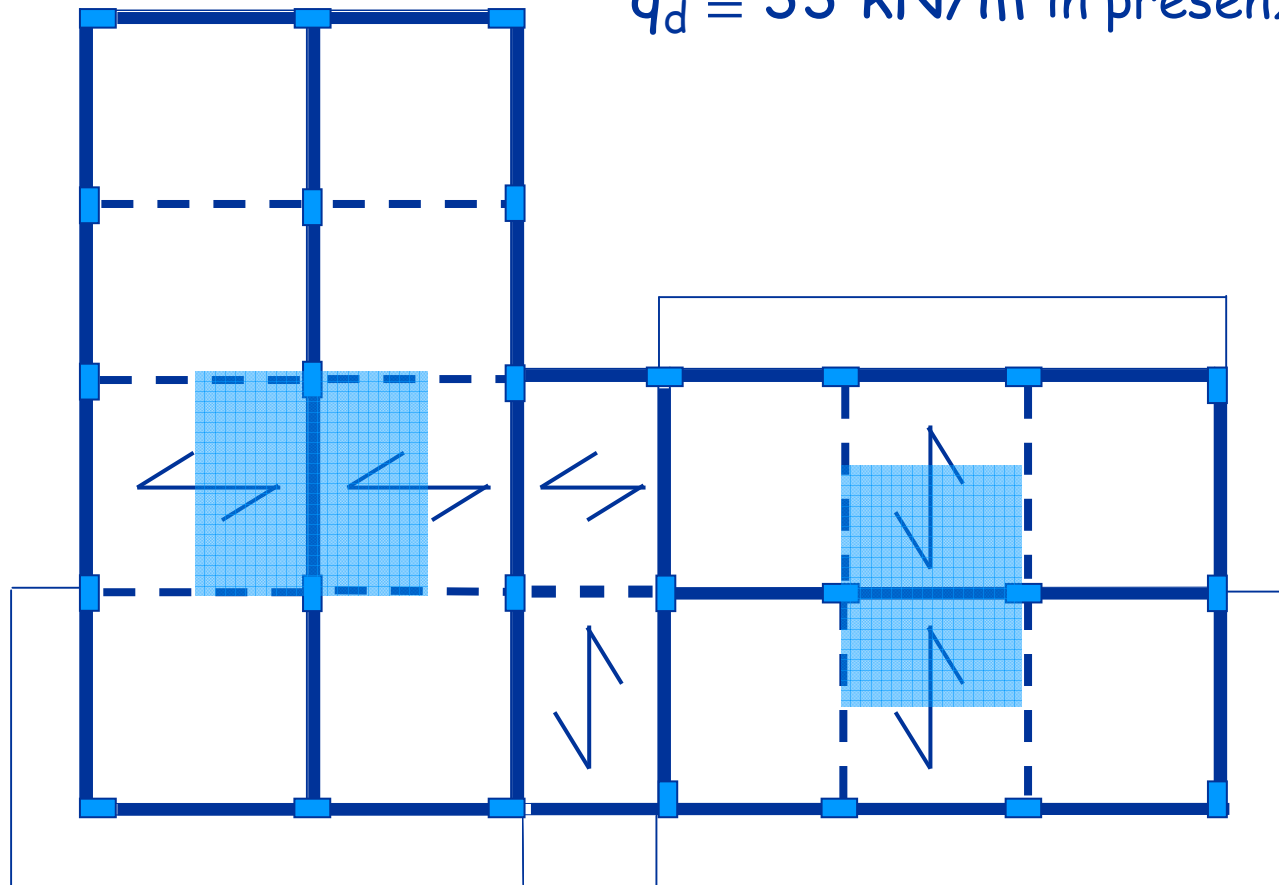
Ma avere travi rigide aiuta comunque i pilastri

# Esempio

Le travi di spina portano  
circa 5 m di solaio

$q_d \cong 55 \text{ kN/m}$  in assenza di sisma

$q_d \cong 33 \text{ kN/m}$  in presenza di sisma



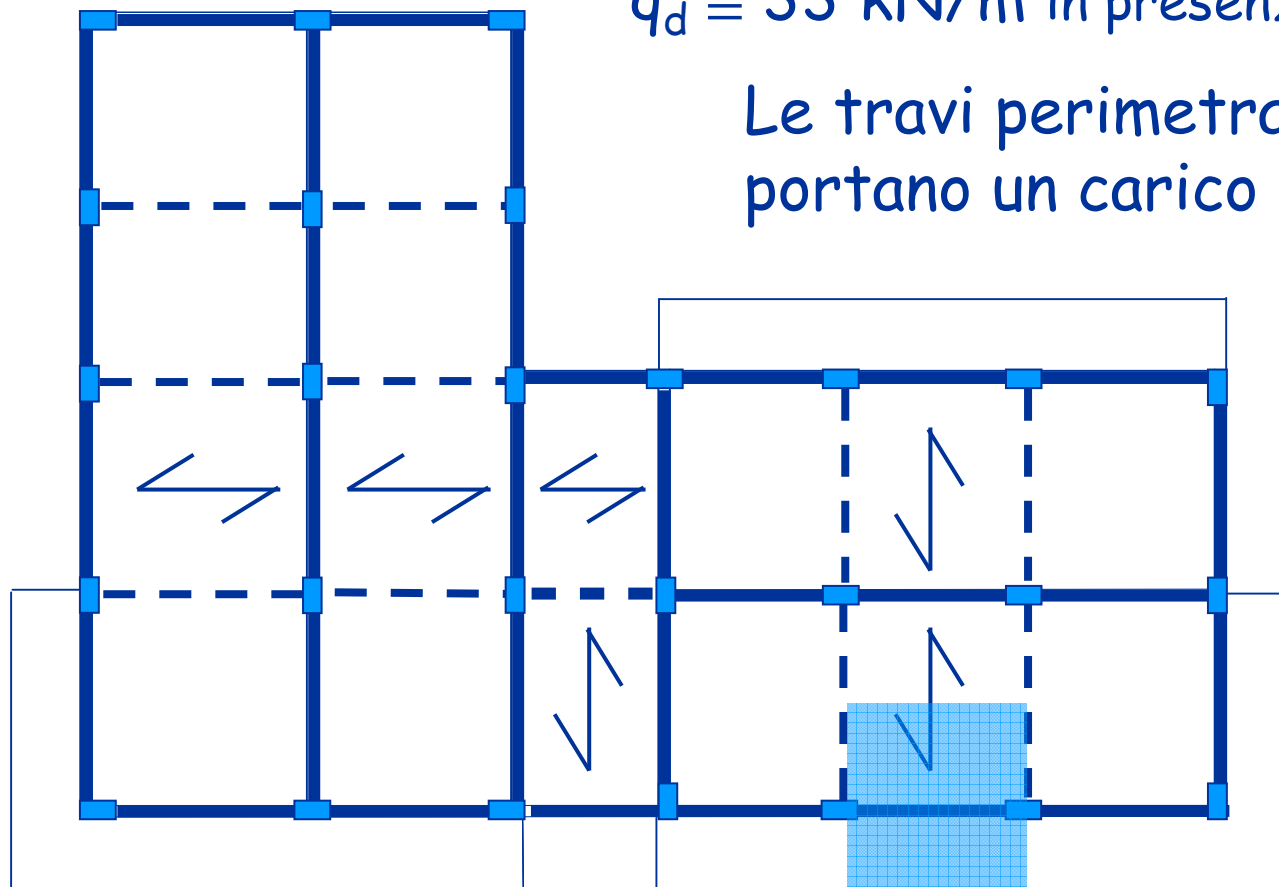
# Esempio

Le travi di spina portano  
circa 5 m di solaio

$q_d \cong 55 \text{ kN/m}$  in assenza di sisma

$q_d \cong 33 \text{ kN/m}$  in presenza di sisma

Le travi perimetrali  
portano un carico analogo



## Esempio - dimensionamento travi emergenti

Momento per carichi verticali (con sisma)

$$M = \frac{qL^2}{10} = \frac{33 \times 4.30^2}{10} \cong 60 \text{ kNm}$$

Momento per azione sismica

$$M = 217 \text{ kNm}$$

Momento massimo, totale

$$M = 60 + 217 = 277 \text{ kNm}$$

# Esempio - dimensionamento travi emergenti

Dati:

Sezione rettangolare

$b = 30 \text{ cm}$

$h = \text{da determinare}$

$c = 4 \text{ cm}$

$M_{Ed} = 277 \text{ kNm}$

Calcestruzzo  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Calcolo dell'altezza utile:

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.018 \sqrt{\frac{277}{0.30}} = 0.55 \text{ m}$$

sezione: 30x60

all'ultimo impalcato 30x50

# Verifica pilastri

(Nota: i pilastri sono tutti uguali)

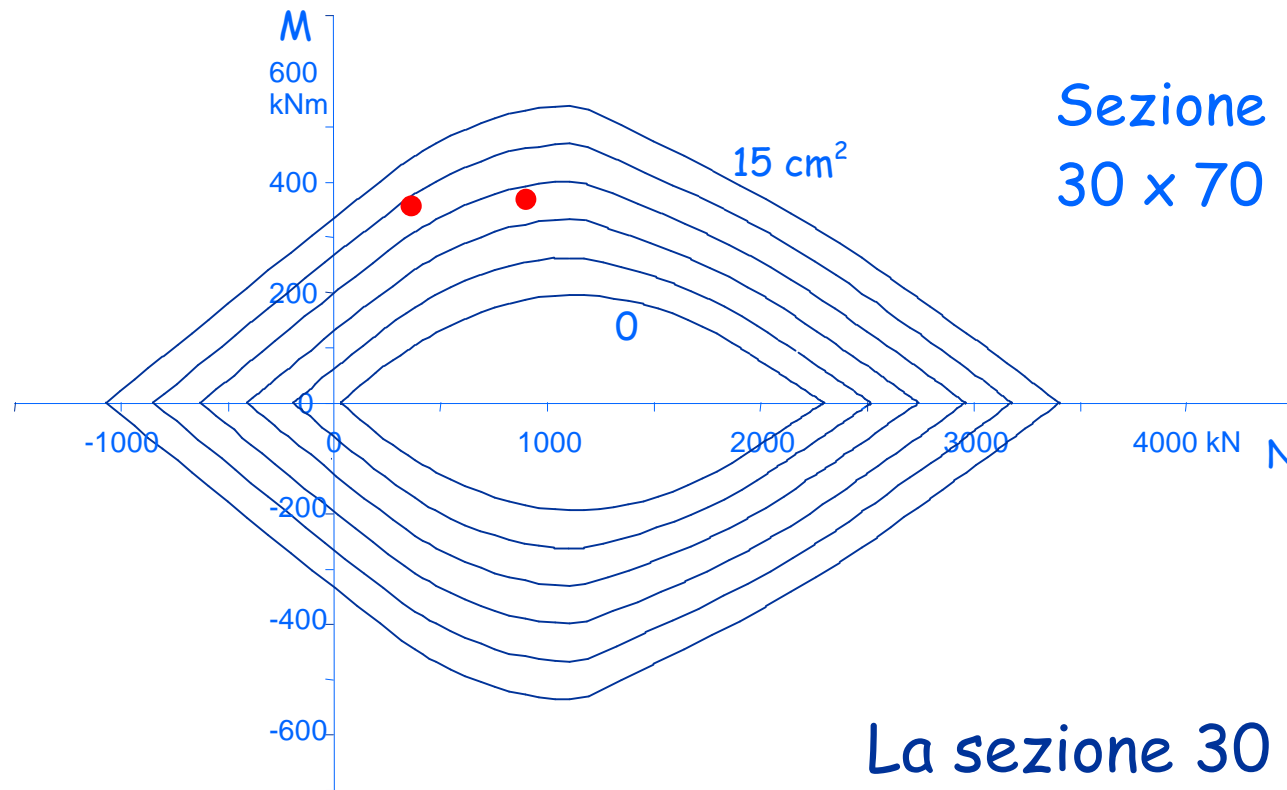
Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	121.6	40.6
4	968.2	89.4	214.5	112.1
3	1285.3	118.6	284.7	166.4
2	1500.9	138.5	332.4	205.7
1 testa	1593.8	147.1	317.7	216.7
piede			370.7	

Sezione più sollecitata

# Verifica pilastri

(Nota: i pilastri sono tutti uguali)

Utilizzando il dominio M-N



$$M = 371 \text{ kNm}$$

$$N = 380 \text{ kN}$$

$$N = 900 \text{ kN}$$

Sezione  
30 x 70

occorrono  
4  $\varnothing 20$  per lato

La sezione 30 x 70 va bene



# Previsione degli spostamenti per SLD

Gli spostamenti sono importanti per la verifica allo stato limite di danno

1. Se le travi fossero infinitamente rigide, lo spostamento di interpiano  $d_r$  potrebbe essere valutato con

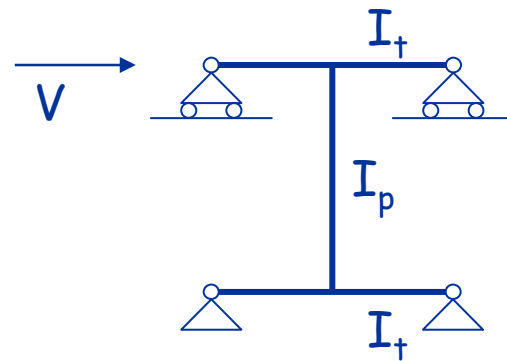
$$d_r = \frac{V h_r^3}{12 E \sum I_p}$$

In questa espressione si potrebbero includere solo i pilastri "che contano"

Ma le travi non sono infinitamente rigide e gli spostamenti sono più alti

# Previsione degli spostamenti per SLD

## 2. Un possibile modello di calcolo



Se le travi sopra e sotto sono uguali si ha

$$d_r = \frac{V h_r^3}{12 E \sum I_p} \left[ 1 + \frac{l_{media}}{h_r} \frac{\sum I_p}{\sum I_t} \right]$$

# Previsione degli spostamenti per SLD

3. Se le travi sopra e sotto sono diverse

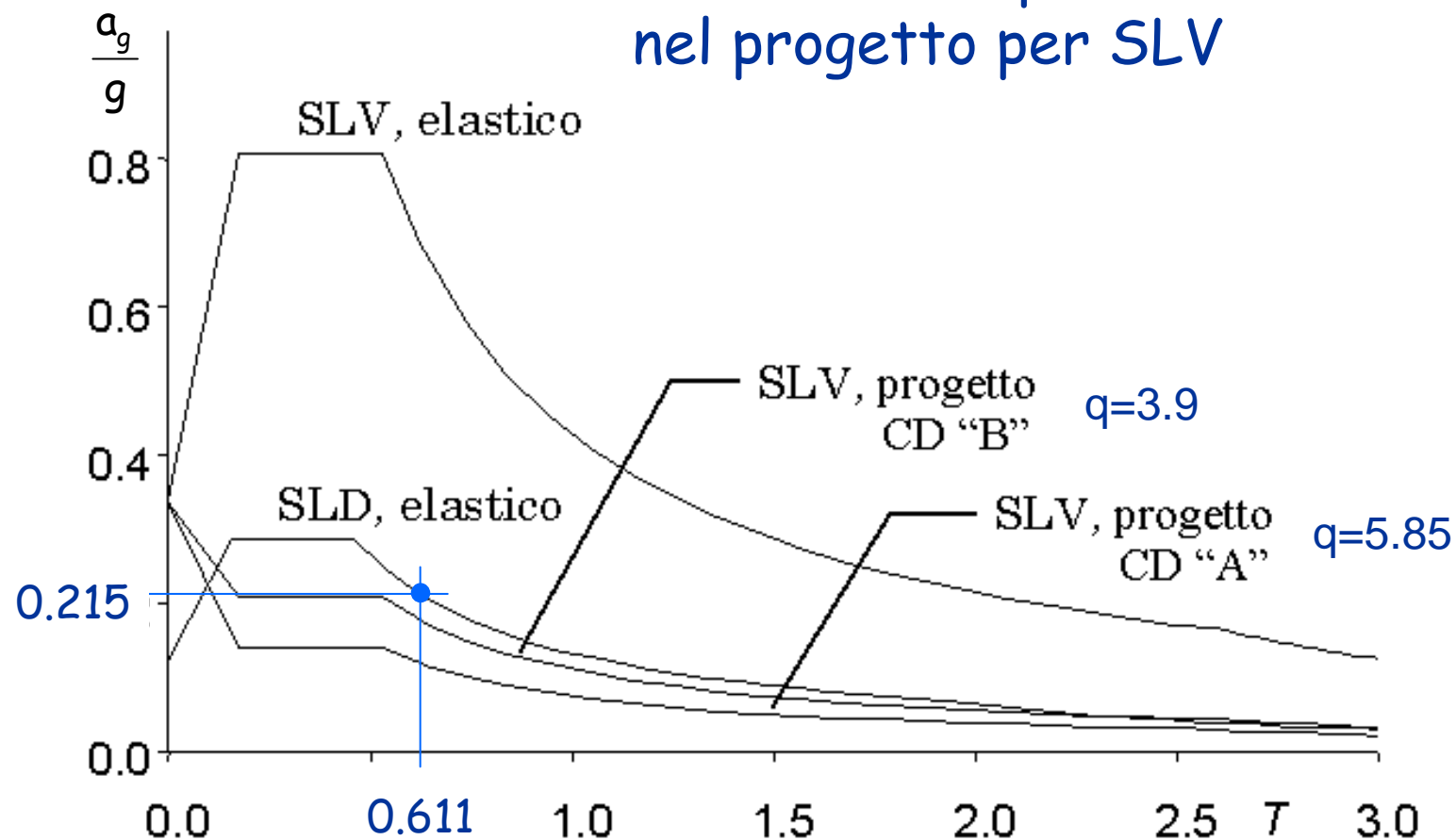
$$d_r = \frac{V h_r^3}{12 E \sum I_p} \left[ 1 + \frac{l_{media}}{h_r} \left( \frac{\sum I_p}{\sum I_{t,sup}} + \frac{\sum I_p}{\sum I_{t,inf}} \right) \frac{1}{2} \right]$$

Per il primo ordine, se si la trave di fondazione è molto rigida

$$d_r = \frac{V h_r^3}{12 E \sum I_p} \left[ 1 + \frac{l_{media}}{h_r} \frac{\sum I_p}{\sum I_{t,sup}} \frac{1}{2} \right]$$

# Spettro e accelerazioni per stato limite di danno

L'accelerazione per SLD è 0.215 g  
cioè circa 1.8 per il valore usato  
nel progetto per SLV



## Previsione degli spostamenti per SLD nell'esempio

	Inerzia singola asta	n. aste	Inerzia totale
Pilastri 30x70	857500	13	$11.148 \times 10^6$
Travi 5° impalcato 30x50	312500	15	$4.687 \times 10^6$
Travi piano tipo 30x60	540000	15	$8.100 \times 10^6$

$$E_c = 31500 \text{ MPa}$$

$$L_{\text{media, travi}} = 4.00 \text{ m}$$

## Previsione degli spostamenti per SLD nell'esempio

Piano	F [kN]	V [kN]	$h_r$ [m]	$d_r$ [mm]	u [mm]
5	987.1	987.1	3.20	2.57	22.42
4	751.8	1738.9	3.20	3.68	19.85
3	569.5	2308.4	3.20	4.88	16.17
2	387.2	2695.6	3.20	5.70	11.29
1	166.8	2862.5	3.60	5.59	5.59

Nota: per lo SLV la previsione è 12.49 mm in testa

Dimensionamento e verifica di massima  
di edificio con tutte travi a spessore

# Dimensioni pilastri

## 6 piani, con tutte le travi a spessore

Se l'edificio ha tutte le  
travi a spessore

Potrei usare

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{0.3 f_{cd}} \cong \frac{N_{Ed}}{4.0} \times 10$$

Ma io ho scelto ancora

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{0.35 f_{cd}} \cong \frac{N_{Ed}}{5.0} \times 10$$



# Dimensioni pilastri

## 6 piani, con tutte le travi a spessore

Se l'edificio ha tutte le travi a spessore

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{0.35 f_{cd}} \cong \frac{N_{Ed}}{5.0} \times 10$$

Tipo di pilastro	$N_{Ed}$	$A_c$	Sezione minima	Sezione scelta
Pilastri molto caricati (2)	1243kN	2486 cm <sup>2</sup>	40 x 70 o 30x80	30 x 80
Pilastri caricati (18)	1056 kN	2112 cm <sup>2</sup>	40 x 60	30 x 80
Pilastri perimetrali (5)	726 kN	1452 cm <sup>2</sup>	30 x 50	30 x 70
Pilastri d'angolo (2)	462 kN	924 cm <sup>2</sup>	30 x 40	30 x 70

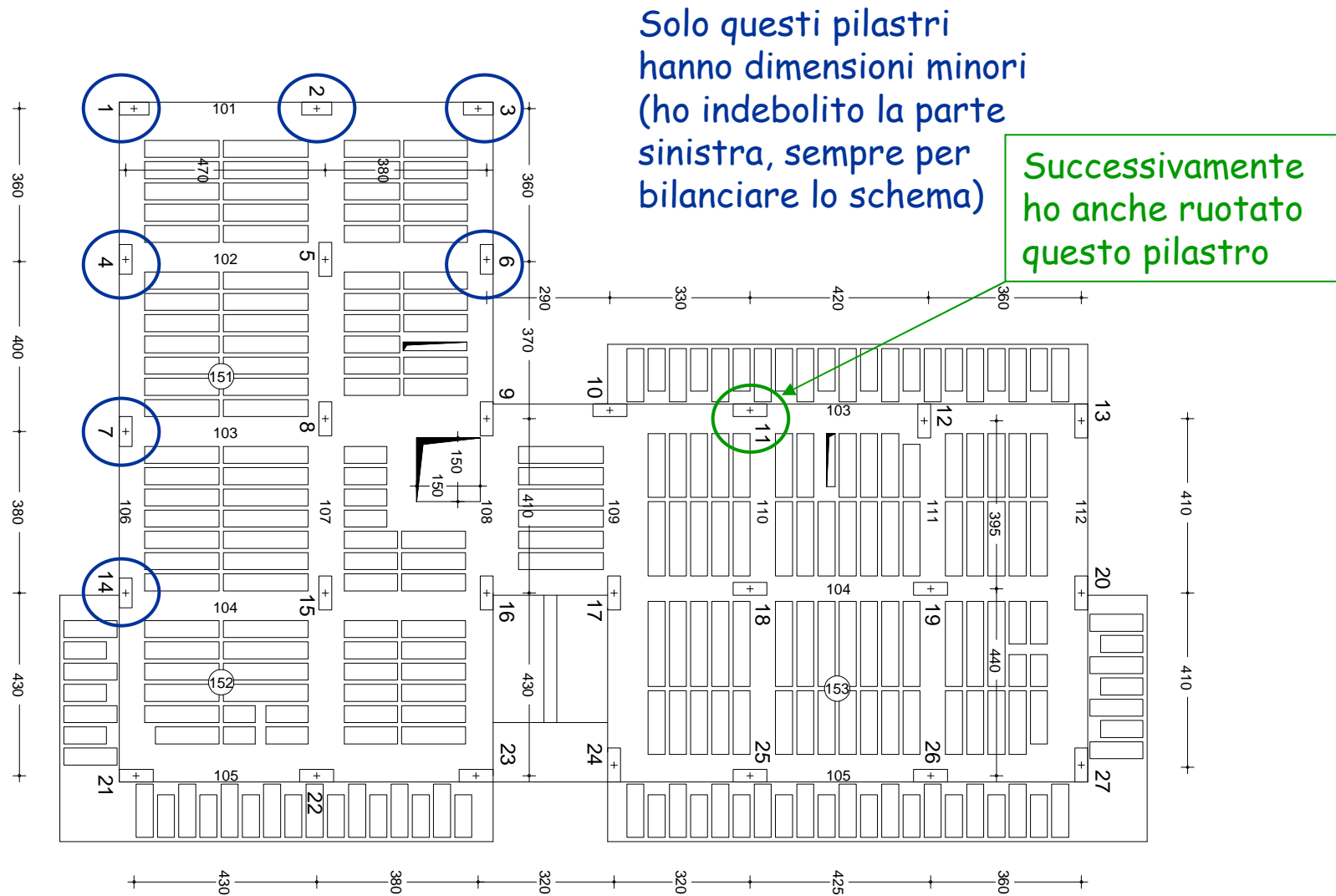
# Dimensioni pilastri

## 6 piani, con tutte le travi a spessore

E ai piani superiori

Tipo di pilastro	Sezione alla base	2° ordine	3° ordine	4° ordine	5° ordine	6° ordine
Pilastri molto caricati (2)	30 x 80	30x80	30x70	30x70	30x60	30x60
Pilastri caricati (18)	30 x 80	30x80	30x70	30x70	30x60	30x60
Pilastri perimetrali (5)	30 x 70	30x70	30x70	30x60	30x60	30x60
Pilastri d'angolo (2)	30 x 70	30x70	30x70	30x60	30x60	30x60

# Carpenteria edificio con travi a spessore



# Cosa altro cambia?

Occorre aumentare lo spessore del solaio  
Lo porto a 28 cm

La struttura è progettata a bassa duttilità  
Il fattore di struttura è più piccolo

La struttura è più deformabile  
Il periodo sarà maggiore  
Le formule di normativa non vanno bene  
(lo si può aumentare "a occhio" del 50% o calcolarlo con la formula di Rayleigh)

# Fattore di struttura

$$q = q_0 K_R$$

Nell'esempio:

$$q_0 = 3.0 \times 1.3$$

Prima  
era 4.5

struttura intelaiata in c.a.

telaio con più piani e più campate  
duttilità bassa

$$K_R = 1.0$$

la struttura è regolare in altezza

Si calcola:

$$q = 3.90 \text{ (prima era 5.85)}$$

# Stima del periodo

## con formula di normativa

- Si può assumere  $T_1 = C_1 H^{3/4}$

con

$$C_1 = 0.075$$

per strutture intelaiate in c.a.

$H$  = altezza dell'edificio dal  
piano di fondazione (m)

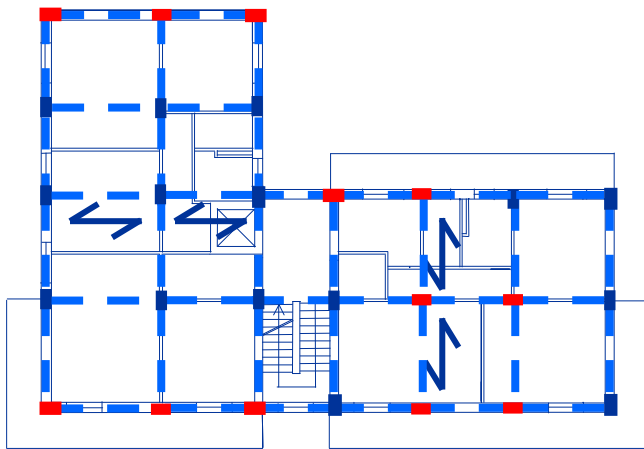
Nell'esempio:

$$H = 19.60 \text{ m} \quad (\text{escluso torrino})$$

$$T_1 = 0.075 \times 19.60^{3/4} = 0.699 \text{ s}$$

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Stima delle rigidezze  
possibilità 1: approccio globale semplificato



A tutti i piani (escluso primo)

Pilastro di coltello, interno (9)  
 $\times 1.0 \rightarrow 9.0$

Pilastro di coltello, esterno (3)  
 $\times 0.7 \rightarrow 2.1$

Pilastro di piatto, interno (8)  
 $\times 0.7 \rightarrow 5.6$

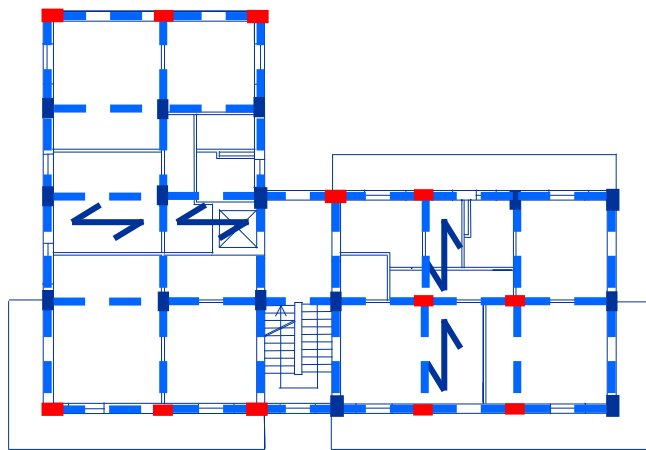
Pilastro di piatto, esterno (7)  
 $\times 0.5 \rightarrow 3.5$

Travi: sono 22

Equivalgono a  
20.2 pilastri

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Stima delle rigidezze  
possibilità 1: approccio globale semplificato



A tutti i piani (escluso primo)

Rigidezza

Al piano 3 (pilastri 30x70)

$k = 200.5 \text{ kN/mm}$

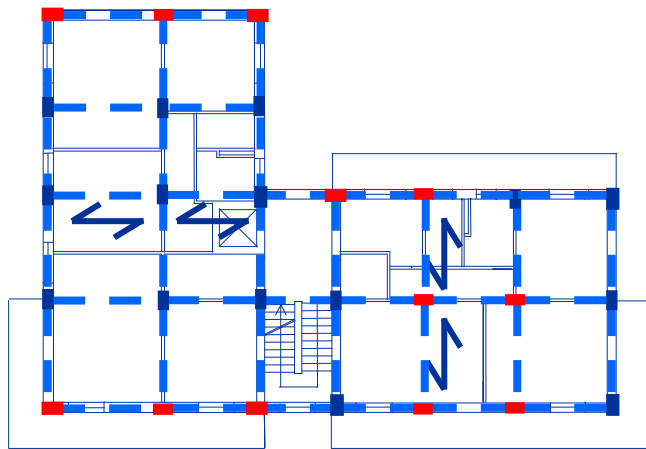
Travi: sono 22

Equivalgono a  
20.2 pilastri



# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Stima delle rigidezze  
possibilità 1: approccio globale semplificato



Al primo ordine

Pilastro di coltello, interno (9)  
 $\times 1.0 \rightarrow 9.0$

Pilastro di coltello, esterno (3)  
 $\times 0.7 \rightarrow 2.1$

Pilastro di piatto, interno (8)  
 $\times 0.5 \rightarrow 4.0$

Pilastro di piatto, esterno (7)  
 $\times 0.3 \rightarrow 2.1$

Travi: sono 22

Equivalgono a  
17.2 pilastri

## Periodo proprio della struttura

Piano	F (kN)	V (kN)	k (kN/mm)	d <sub>r</sub> (mm)	u (mm)
Torrino+VI	1193.5	1193.5	189.3	6.30	81.76
V	944.9	2138.4	189.3	11.30	75.46
IV	760.5	2898.9	200.5	14.46	64.16
III	576.2	3475.1	200.5	17.33	49.71
II	391.8	3866.9	207.4	18.65	32.37
I	168.7	4035.6	294.1	13.72	13.72

Nota: le forze possono essere scelte arbitrariamente. Io ho prese quelle che corrispondono a 0.25 g

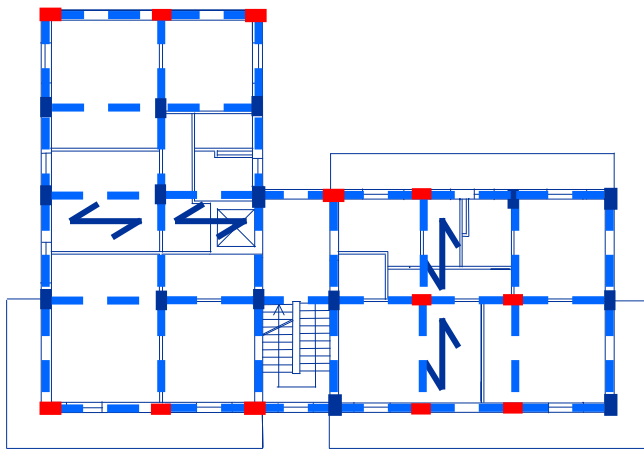
## Periodo proprio della struttura

Piano	m (kN s <sup>2</sup> /m)	F (kN)	u (mm)	F u (kN m)	m u <sup>2</sup> (kN m s <sup>2</sup> )
Torrino+VI	348.5	1193.5	81.76	97586	2330.0
V	329.8	944.9	75.46	71302	1877.8
IV	329.8	760.5	64.16	48797	1357.7
III	329.8	576.2	49.71	28640	814.7
II	329.8	391.8	32.37	12683	345.6
I	268.3	168.7	13.72	2315	50.5
somma				261323	6776.3

$$T = 1.012 \text{ s}$$

# Stima del periodo con formula di Rayleigh

- Stima delle rigidezze  
possibilità 2: approccio per singolo pilastro



Ottengo

$$k = 179.6 \text{ kN/mm}$$

Al piano 3

Pilastro 30x70, 2 travi a spessore (10)  
 $k = 9.19 \text{ kN/mm}$

Pilastro 30x70, 1 trave a spessore (3)  
 $k = 4.82 \text{ kN/mm}$

Pilastro 70x30, 2 travi a spessore (7)  
 $k = 6.50 \text{ kN/mm}$

Pilastro 70x30, 1 trave a spessore (7)  
 $k = 3.96 \text{ kN/mm}$

## Periodo proprio della struttura

Piano	F (kN)	V (kN)	k (kN/mm)	d <sub>r</sub> (mm)	u (mm)
Torrino+VI	1193.5	1193.5	170.9	6.98	88.52
V	944.9	2138.4	170.9	12.51	81.54
IV	760.5	2898.9	178.3	16.26	69.03
III	576.2	3475.1	179.6	19.35	52.77
II	391.8	3866.9	184.7	20.93	33.42
I	168.7	4035.6	323.2	12.49	12.49

Nota: le forze possono essere scelte arbitrariamente. Io ho prese quelle che corrispondono a 0.25 g

## Periodo proprio della struttura

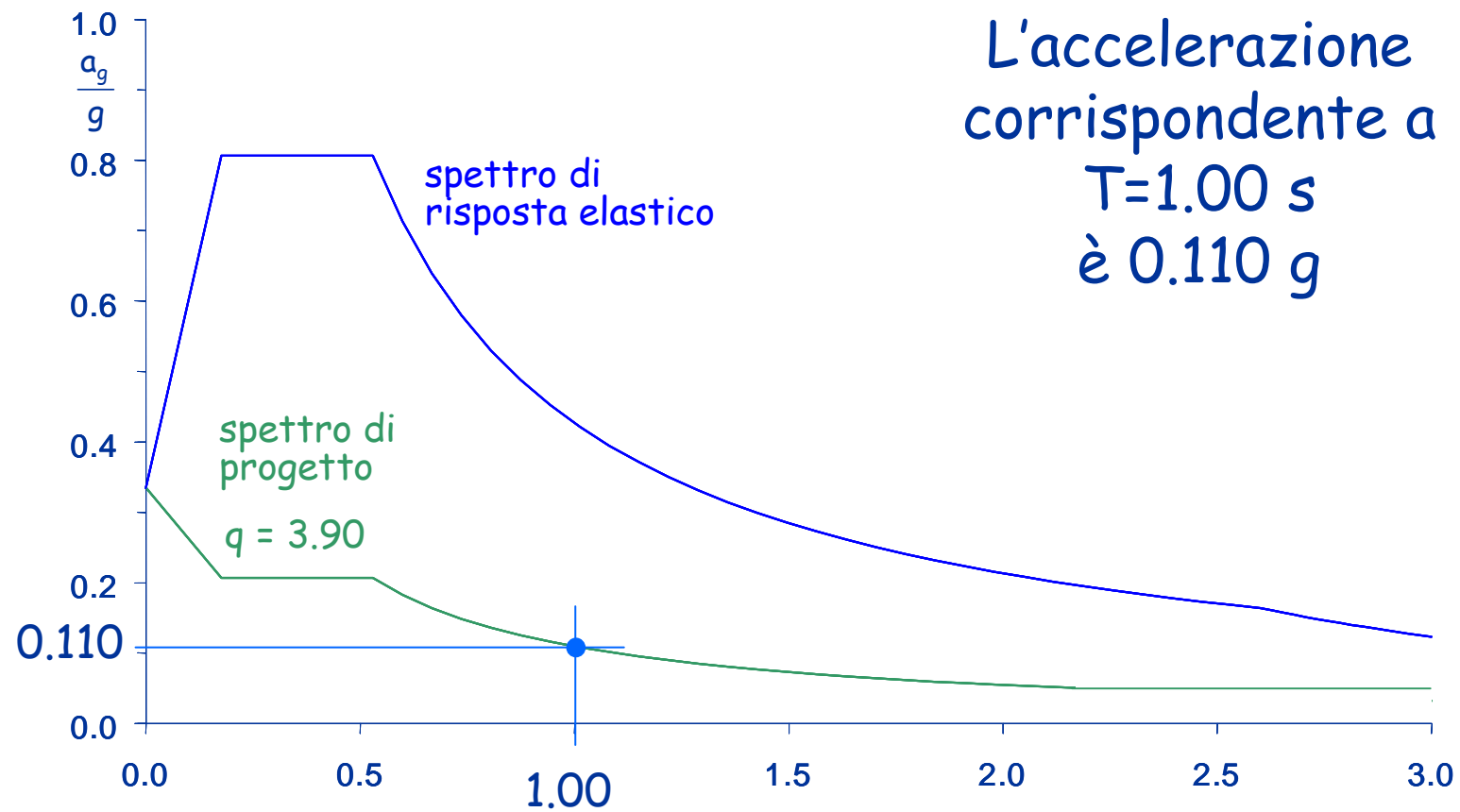
Piano	m (kN s <sup>2</sup> /m)	F (kN)	u (mm)	F u (kN m)	m u <sup>2</sup> (kN m s <sup>2</sup> )
Torrino+VI	348.5	1193.5	88.52	105654	2731.2
V	329.8	944.9	81.54	77048	2192.6
IV	329.8	760.5	69.03	52495	1571.3
III	329.8	576.2	52.77	30405	918.2
II	329.8	391.8	33.42	13093	368.2
I	268.3	168.7	12.49	2106	41.8
somma				280801	7823.3

$$T = 1.049 \text{ s}$$

## Periodo proprio della struttura

- Stima con formula di normativa:  
 $T_1 = 0.075 \times 19.60^{3/4} = 0.699 \text{ s}$  (molto più piccolo degli altri)
- Stima con approccio 1:  $T_1 = 1.012 \text{ s}$
- Stima con approccio 2:  $T_1 = 1.049 \text{ s}$
- Assumo:  $T_1 = 1.00 \text{ s}$

# Esempio - ordinata spettrale





# Forze per analisi statica

Taglio alla base

$$V_b = 0.85 \sum_{i=1}^n m_i S_d(T_1) =$$
$$= 0.85 \times 18991 \times 0.110 = 1775.7 \text{ kN}$$

Forza al piano

$$F_k = \frac{m_k z_k}{\sum_{i=1}^n m_i z_i} V_b$$

# Forze per analisi statica

Piano	Peso W (kN)	Quota z (m)	Wz (kNm)	Forza F (kN)	Taglio V (kN)
6+torrino	3419	19.60	67012	525.1	525.1
5	3235	16.40	53054	415.8	940.9
4	3235	13.20	42702	334.6	1275.5
3	3235	10.00	32350	253.5	1529.0
2	3235	6.80	21998	172.4	1701.4
1	2632	3.60	9475	74.2	1775.6
somma	18991		226591	1775.6	

## Cosa cambia?

Le forze dovute al sisma sono circa le stesse di quelle dell'edificio con travi emergenti e ad alta duttilità

Le distribuzione del taglio (e quindi le sollecitazioni dei pilastri) vanno calcolate tenendo conto dell'influenza delle travi a spessore sulla rigidità dei pilastri

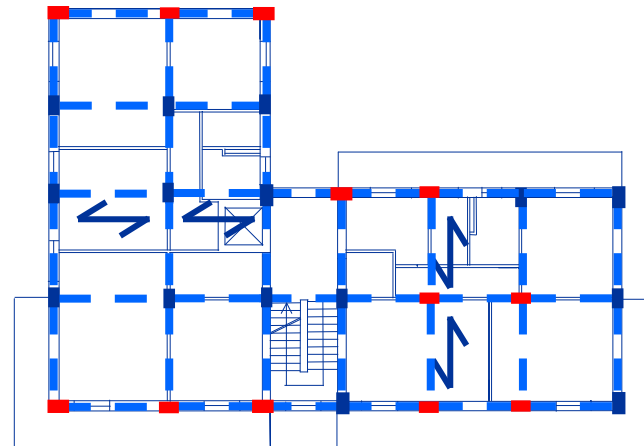
Ipotizzo che i pilastri di piatto valgano, rispetto a quelli di coltello:

Ordini 2-6	0.7
Ordine 1	0.5

e che i pilastri di estremità valgano 0.7 di quelli interni

# Caratteristiche della sollecitazione 1 - ripartizione

Piano	Taglio globale (kN)
6	525.1
5	940.9
4	1275.5
3	1529.0
2	1701.4
1	1775.6



Ripartisco il taglio globale  
tra n pilastri equivalenti

## Caratteristiche della sollecitazione 1 - ripartizione

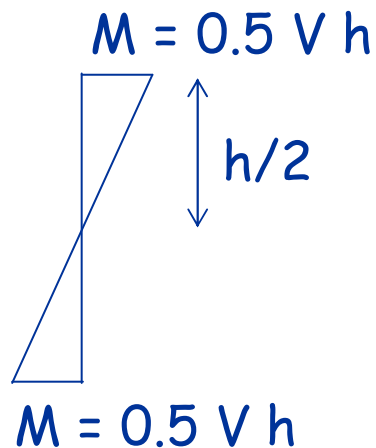
Piano	Pilastri "equivalenti"	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)
6	20.2	525.1	26.0
5	20.2	940.9	46.6
4	20.2	1275.5	63.1
3	20.2	1529.0	75.7
2	20.2	1701.4	84.2
1	17.2	1775.6	103.2

# Caratteristiche della sollecitazione 2 - momento nei pilastri

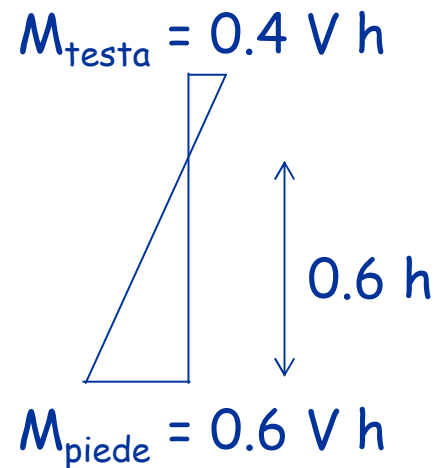
In questo caso il punto di nullo è spostato

Ipotizzo:

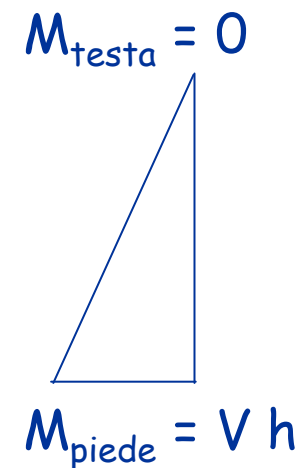
ai piani superiori



al secondo ordine



al primo ordine



## Caratteristiche della sollecitazione 2 - momento nei pilastri

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)
6	525.1	26.0	41.6
5	940.9	46.6	74.5
4	1275.5	63.1	101.0
3	1529.0	75.7	121.1
2 testa	1701.4	84.2	107.8
piede			161.7
1 testa	1775.6	103.2	0.0
piede			371.6

$$M = V h / 2$$

$$M = V 0.4 h$$

$$M = V 0.6 h$$

$$M = V h$$

## Caratteristiche della sollecitazione

### 3 - momento nelle travi

$$M_{+} = M_{p6}/2$$

$$M_{+} = (M_{p6} + M_{p5})/2$$

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
6	525.1	26.0	41.6	20.8
5	940.9	46.6	74.5	58.1
4	1275.5	63.1	101.0	87.8
3	1529.0	75.7	121.1	111.1
2 testa	1701.4	84.2	107.8	114.5
piede			161.7	
1 testa	1775.6	103.2	0.0	80.9
piede			371.6	



## Caratteristiche della sollecitazione 4 - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
6	525.1	26.0	41.6	20.8
5	940.9	46.6	74.5	58.1
4	1275.5	63.1	101.0	87.8
3	1529.0	75.7	121.1	111.1
2 testa	1701.4	84.2	107.8	114.5
piede			161.7	
1 testa	1775.6	103.2	0.0	80.9
piede			371.6	

## Caratteristiche della sollecitazione 4 - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
6	525.1	31.2	49.9	25.0
5	940.9	55.9	89.4	69.7
4	1275.5	75.8	121.2	105.3
3	1529.0	90.8	145.3	133.3
2 testa	1701.4	101.1	129.4	137.4
piede			194.1	
1 testa	1775.6	123.9	0.0	97.0
piede			446.0	

+20%

# Caratteristiche della sollecitazione

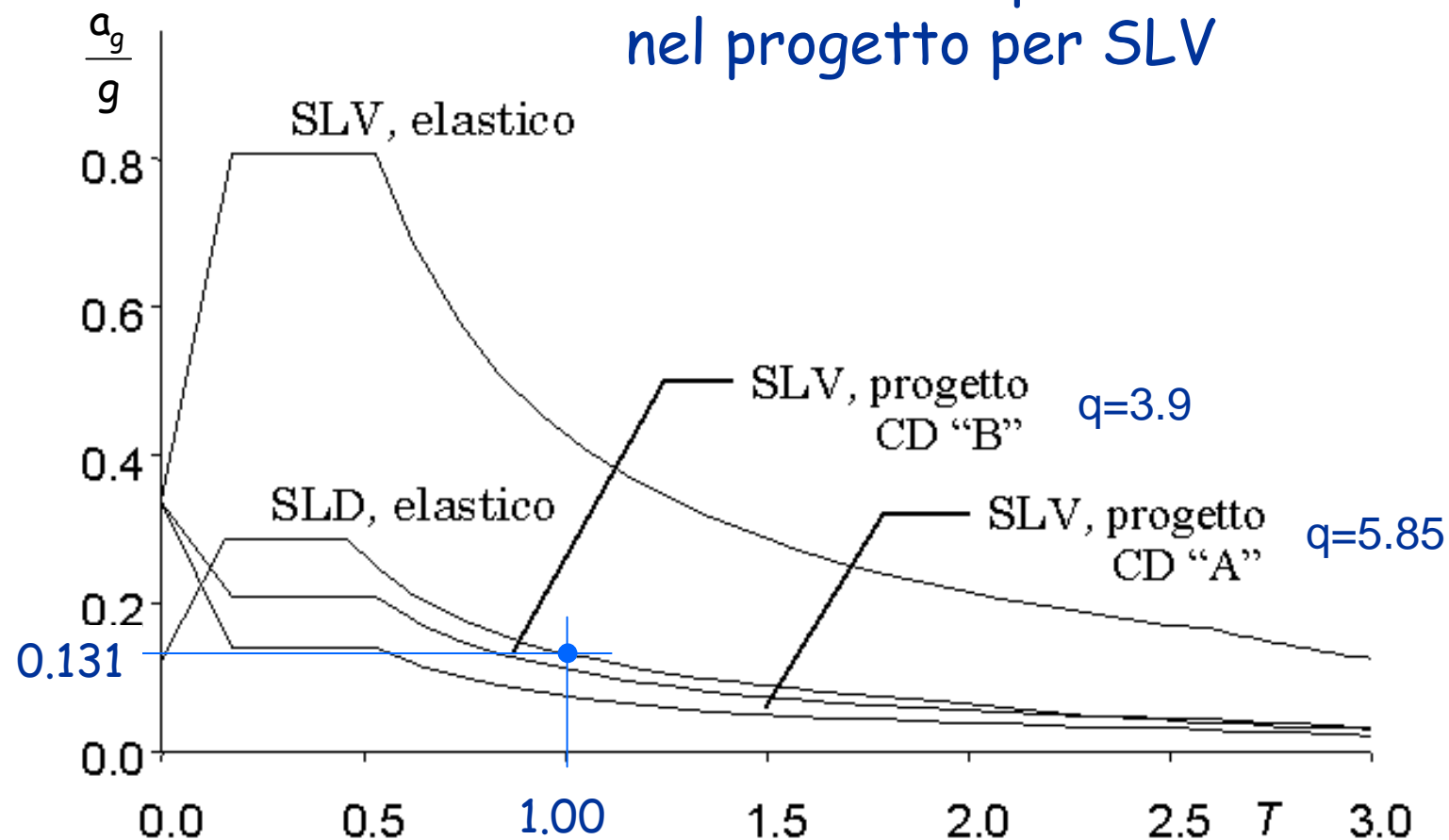
## 5 - gerarchia delle resistenze

Moltiplicati  
per 1.3

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
6	525.1	31.2	64.9	25.0
5	940.9	55.9	116.3	69.7
4	1275.5	75.8	157.6	105.3
3	1529.0	90.8	188.9	133.3
2 testa	1701.4	101.1	168.2	137.4
piede			252.3	
1 testa	1775.6	123.9	0.0	97.0
piede			446.0	

# Spettro e accelerazioni per stato limite di danno

L'accelerazione per SLD è 0.131 g  
cioè circa 1.2 per il valore usato  
nel progetto per SLV



## Previsione degli spostamenti per SLD

Piano	F (kN)	V (kN)	k (kN/mm)	d <sub>r</sub> (mm)	u (mm)
Torrino+VI	628.7	628.7	189.3	3.32	43.08
V	497.9	1126.6	189.3	5.95	39.75
IV	400.6	1527.2	200.5	7.62	33.80
III	303.5	1830.7	200.5	9.13	26.19
II	206.4	2037.2	207.4	9.82	17.05
I	88.8	2126.0	294.1	7.23	7.23

Gli spostamenti sono accettabili (il limite è 16 mm o 18 mm a seconda del piano) anche se vi fosse un incremento del 20% per eccentricità accidentale

## Esempio - dimensionamento travi a spessore

Momento per carichi verticali (con sisma)

$$M = \frac{qL^2}{10} = \frac{33 \times 4.30^2}{10} \cong 60 \text{ kNm}$$

Momento per azione sismica

$$M = 137 \text{ kNm}$$

Momento massimo, totale

$$M = 60 + 137 = 197 \text{ kNm}$$

# Esempio - dimensionamento travi a spessore

Dati:

Sezione rettangolare

b = da determinare

h = 28 cm

c = 4 cm

$M_{Ed} = 197 \text{ kNm}$

Calcestruzzo  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Calcolo della larghezza

$$b = \frac{M r^2}{d^2} = \frac{197 \times 0.018^2}{0.24^2} = 1.10 \text{ m}$$

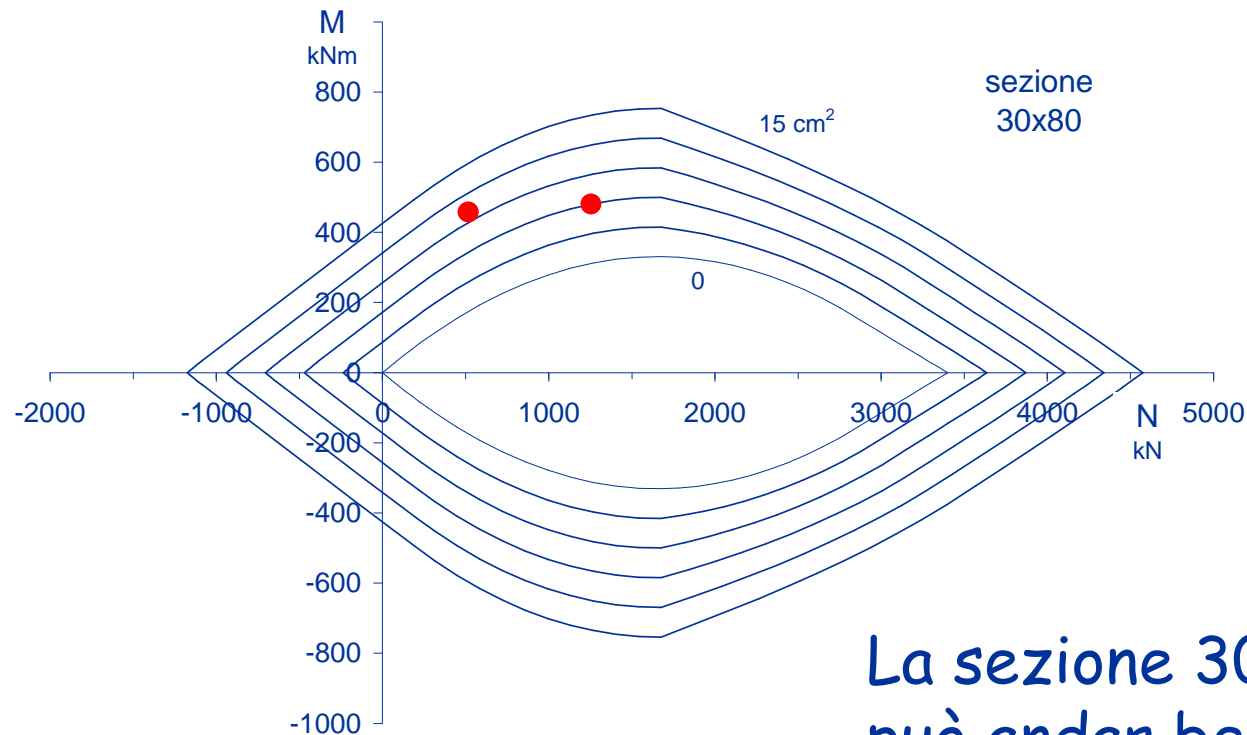
sezione: 110x28

Eccessiva?

Si potrebbe forse usare una larghezza minore,  
mettendo una forte armatura compressa

# Verifica pilastri

Utilizzando il dominio M-N



$$M = 446 \text{ kNm}$$

$$N = 450 \text{ kN}$$

$$N = 1250 \text{ kN}$$

occorrerebbero  
4  $\varnothing 20$  per lato

La sezione 30 x 80  
può andar bene

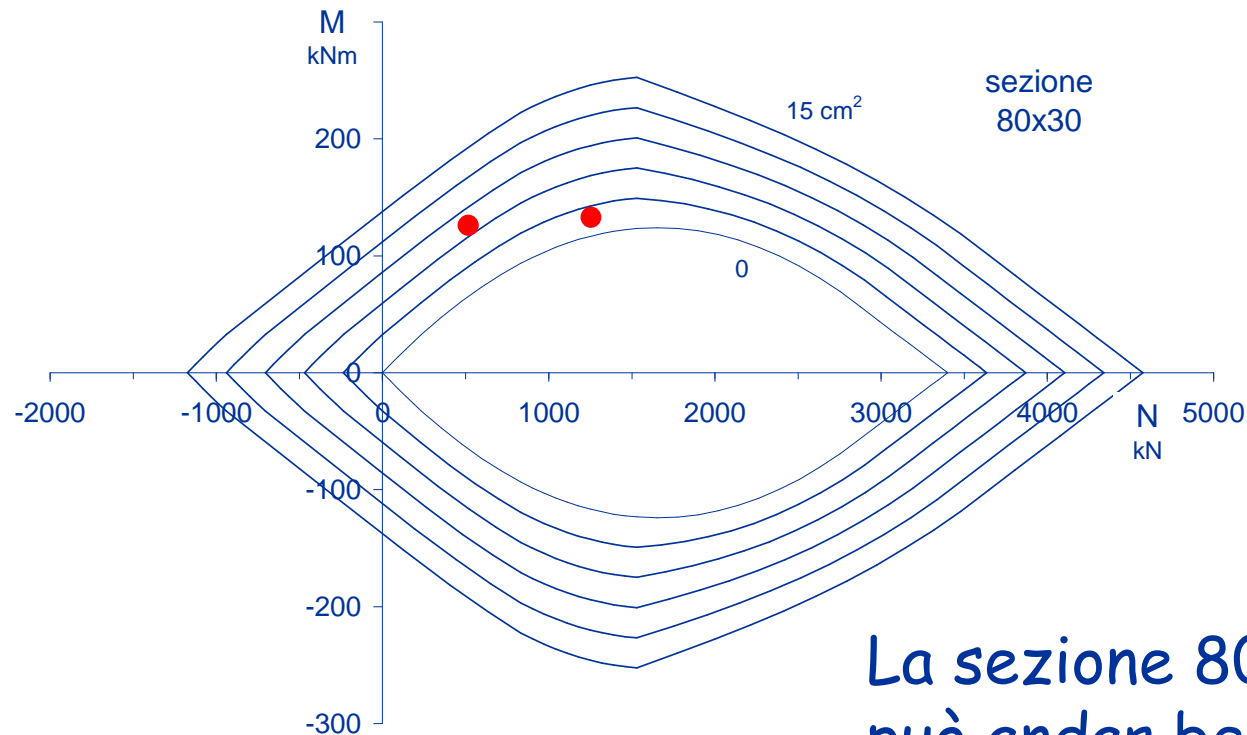


## Caratteristiche della sollecitazione 2 - momento nei pilastri di piatto

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)		molt	Momento pilastro (kNm)
6	525.1	26.0x0.7	18.2	0.5	29.1
5	940.9	46.6x0.7	32.6	0.5	52.2
4	1275.5	63.1x0.7	44.2	0.5	70.7
3	1529.0	75.7x0.7	53.0	0.5	84.8
2 testa	1701.4	84.2x0.7	59.0	0.5	94.3
piede				0.5	94.3
1 testa	1775.6	103.2x0.5	51.6	0.4	74.3
piede				0.6	111.5

# Verifica pilastri

Utilizzando il dominio M-N



$$M = 112 \text{ kNm}$$

$$N = 450 \text{ kN}$$

$$N = 1250 \text{ kN}$$

occorrerebbero  
3  $\varnothing 20$  per lato

La sezione 80 x 30  
può andar bene