

Università di Catania
Corso di laurea in ingegneria civile strutturale e geotecnica

Costruzioni in zona sismica

Fondazioni dirette: carico limite e cedimenti

gennaio 2012

Aurelio Ghersi

Fondazioni dirette

tipologie

- Plinti
 - isolati
 - con travi di collegamento
- Travi di fondazione
- Reticolo di travi
- Platea

Carico massimo per il terreno

Fondazioni dirette

carico massimo del terreno - terminologia

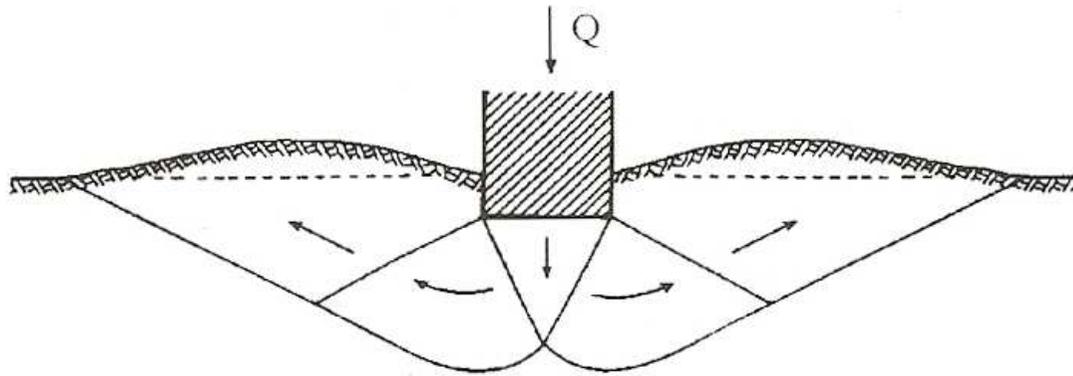
Q_{lim} carico limite
valore del carico che porta a collasso il terreno
determinato nel passato a partire dai valori nominali dei
parametri del terreno
determinato ora utilizzando anche i coefficienti parziali
riduttivi dei parametri del terreno

Q_{amm} carico ammissibile
valore ridotto utilizzato quando i carichi sono valutati per
il metodo delle tensioni ammissibili

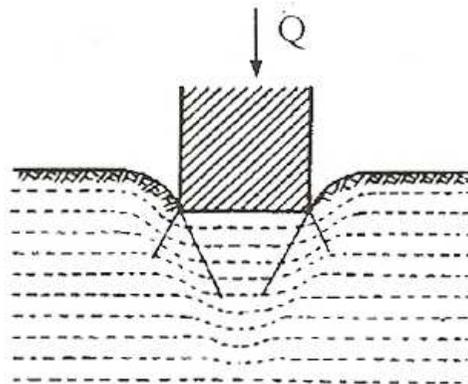
Q_{Rd} valore di calcolo del carico (resistente)
valore utilizzato operando oggi allo SLU

Fondazioni dirette

modalità di collasso del terreno



Rottura
generale



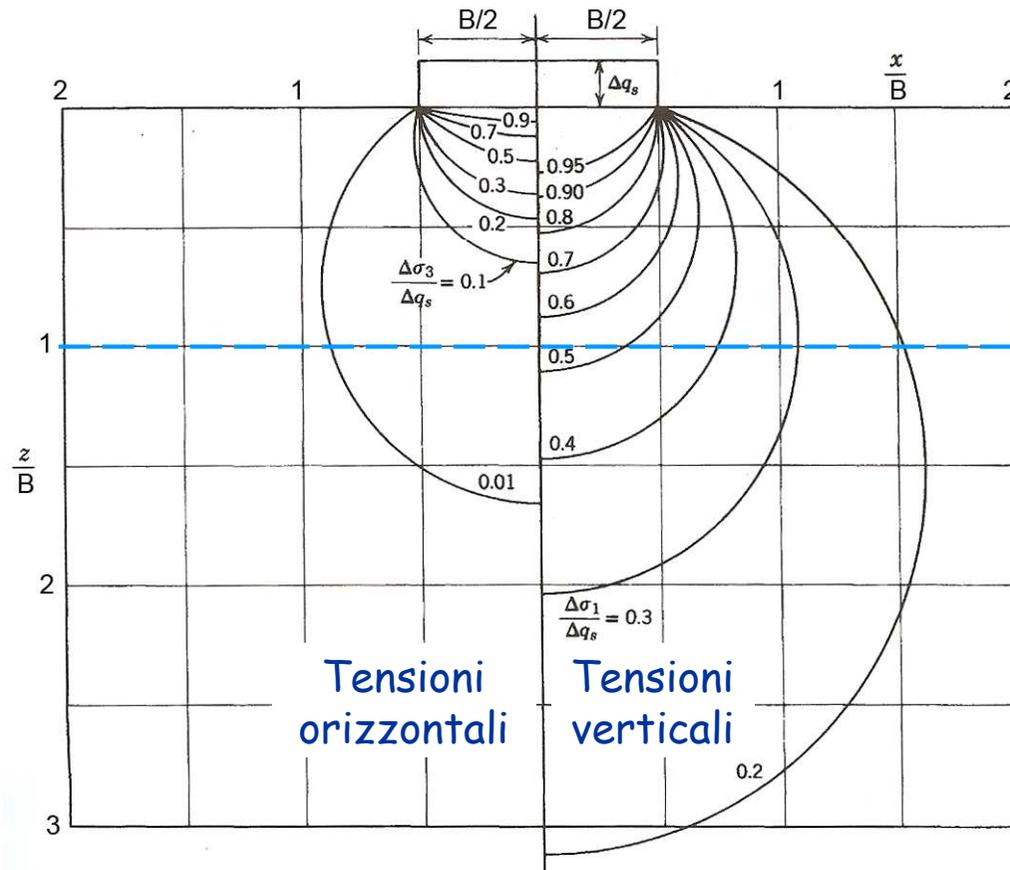
Punzonamento

Fondazioni dirette carico limite del terreno

- Viene calcolato teoricamente per una fondazione a striscia di lunghezza infinita
 - in questo modo il problema diventa piano anziché 3D
- Le soluzioni sono diverse a seconda che si operi in condizioni drenate o non drenate
- Le soluzioni vengono estese con coefficienti correttivi per tener conto di:
 - Forma diversa dalla striscia infinita (rettangolo)
 - Carico non centrato
 - Presenza di azioni orizzontali
 - Altro (rischio di punzonamento, inclinazione del piano di posa, ecc.)

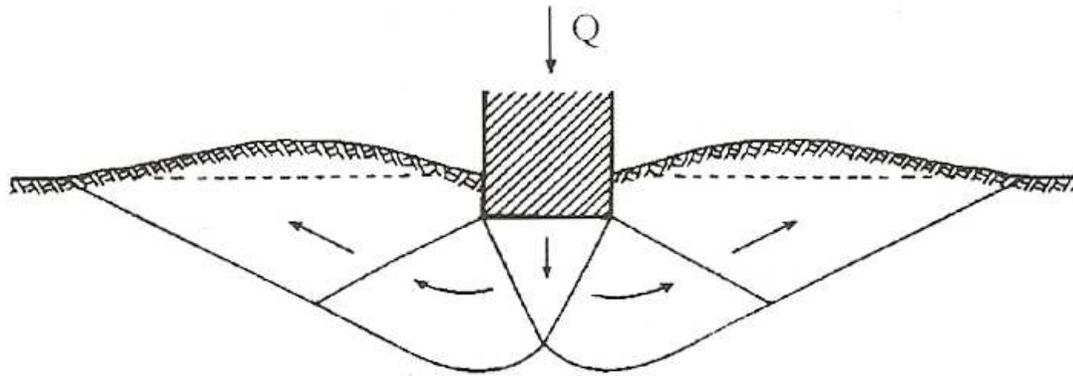
Fondazioni dirette stato tensionale

- Striscia di larghezza B



Nella valutazione del carico limite si può fare riferimento alle proprietà del terreno prossime ad una profondità B

Fondazioni dirette carico limite del terreno



condizioni non drenate
(terreni a grana fine)

Rottura
generale

Per striscia continua
di larghezza B

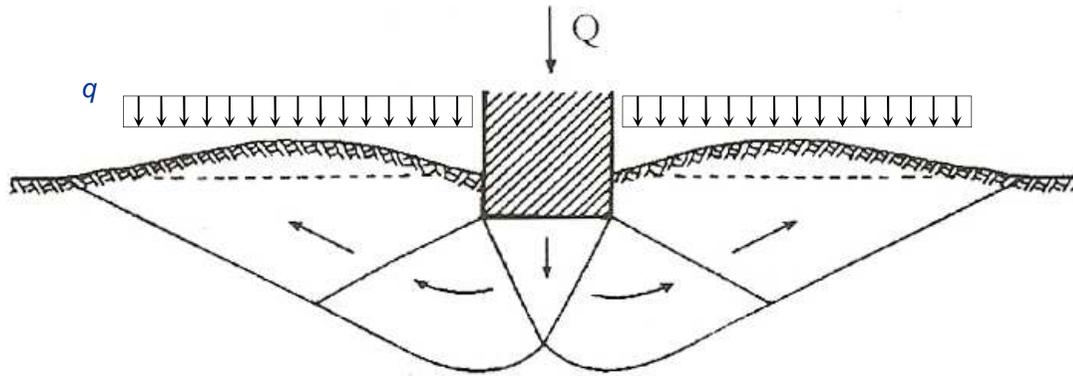
La rottura avviene per scorrimento

- Per un mezzo in condizioni non drenate dotato di coesione c_u (e privo di peso) è nota la soluzione

$$Q_{lim} = (2 + \pi) c_u$$

Nota: Q_{lim} è il carico limite
per unità di superficie

Fondazioni dirette carico limite del terreno



Rottura
generale

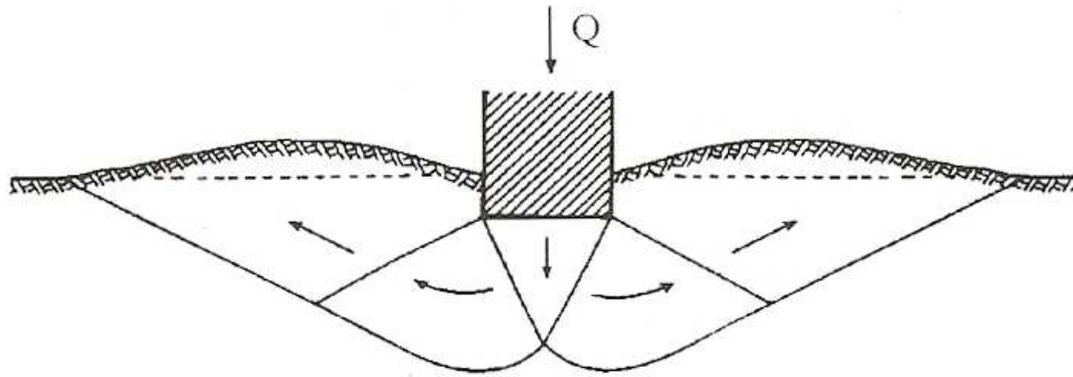
Per striscia continua
di larghezza B

La rottura avviene per scorrimento

- La presenza di un carico q ha un effetto stabilizzante che aumenta il carico limite

$$Q_{lim} = (2 + \pi) c_u + q$$

Fondazioni dirette carico limite del terreno



condizioni drenate
(terreni a grana grossa)

Rottura
generale

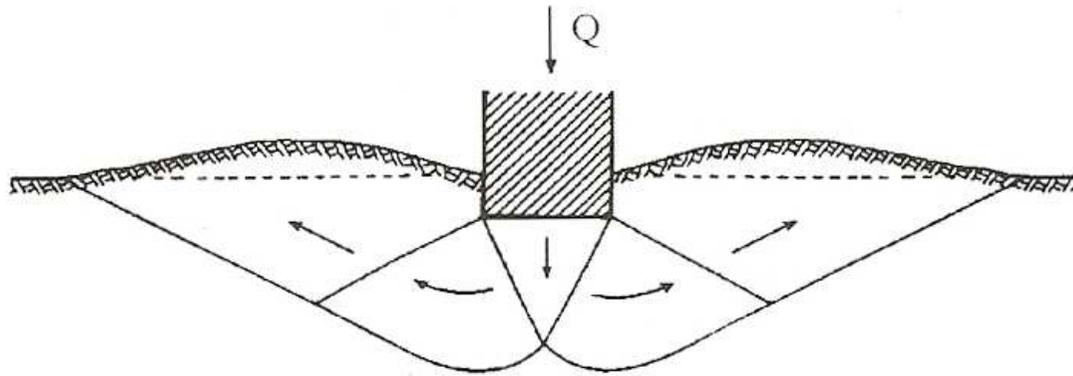
Per striscia continua
di larghezza B

La rottura avviene per scorrimento

- Per un mezzo in condizioni drenate dotato di coesione c' si assume

$$Q_{lim} = N_c c'$$

Fondazioni dirette carico limite del terreno



Rottura
generale

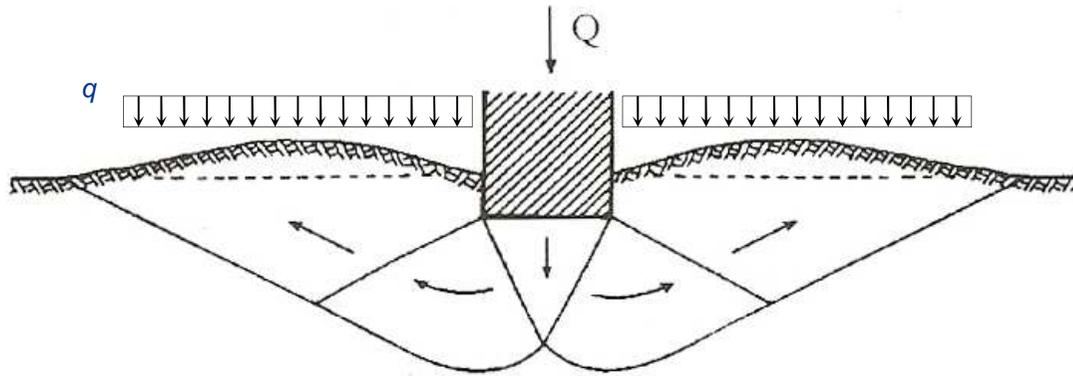
Per striscia continua
di larghezza B

La rottura avviene per scorrimento

- Il peso del terreno che viene messo in movimento dà un ulteriore contributo

$$Q_{lim} = N_c c' + 0.5 N_\gamma B \gamma$$

Fondazioni dirette carico limite del terreno



Rottura
generale

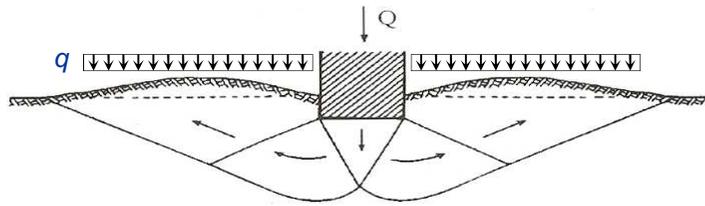
Per striscia continua
di larghezza B

La rottura avviene per scorrimento

- La presenza di un carico q ha un effetto stabilizzante che aumenta il carico limite

$$Q_{lim} = N_c c' + 0.5 N_\gamma B \gamma + N_q q$$

Fondazioni dirette carico limite del terreno



condizioni non drenate
(terreni a grana fine)

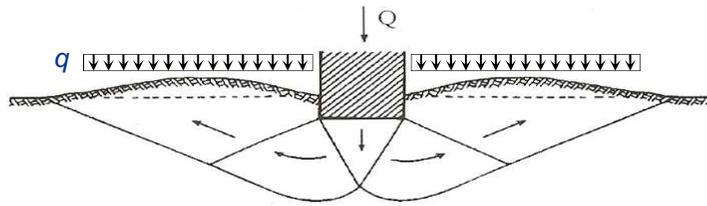
Rottura generale

Per striscia continua
di larghezza B

Carico limite, in condizioni non drenate

$$Q_{lim} = (2 + \pi) c_u + q$$

Fondazioni dirette carico limite del terreno



condizioni drenate

Rottura generale (terreni a grana grossa)

Per striscia continua
di larghezza B

Carico limite, in condizioni drenate

$$Q_{lim} = N_c c' + 0.5 N_\gamma B \gamma + N_q q$$

$$N_q = e^{\pi \tan \phi'} \tan^2(\pi/4 + \phi'/2)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi'$$

$$N_\gamma = 2 (N_q - 1) \tan \phi'$$

Per terreni a grana
grossa in genere si
assume $c'=0$

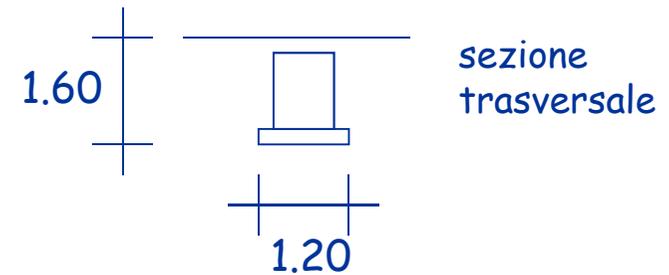
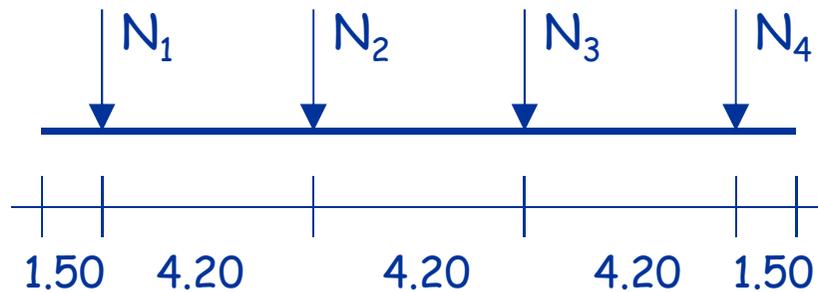
Fondazioni dirette

carico limite del terreno

Note:

- Il carico agente Q dovrebbe comprendere
 - Carico applicato sulla fondazione
 - Peso di fondazione e terreno di ricoprimento
 - Peso del terreno tolto, da detrarre (?)
- Il carico stabilizzante è in genere pari al peso (o meglio, alla pressione efficace) del terreno adiacente
$$q = \gamma D$$
con D = spessore di tale terreno

Esempio - trave di fondazione



Azioni:

$$N_{1,gk} = 450 \text{ kN} \quad N_{1,qk} = 180 \text{ kN}$$

$$N_{2,gk} = 750 \text{ kN} \quad N_{2,qk} = 270 \text{ kN}$$

$$N_3 = N_2$$

$$N_4 = N_1$$

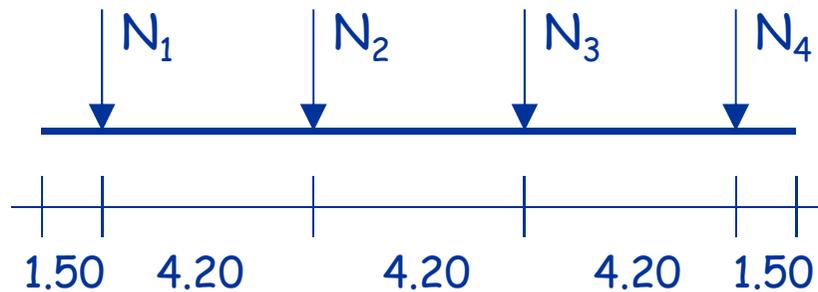
Terreno:

$$\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = 28^\circ$$

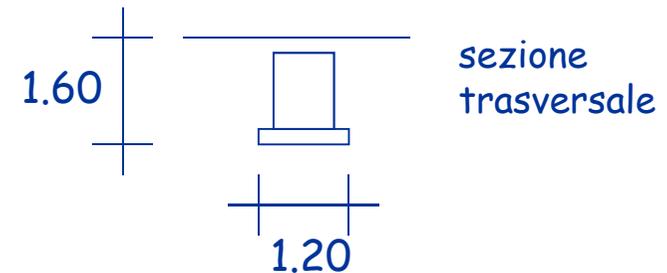
$$c_u = 90 \text{ kPa}$$

Esempio - trave di fondazione approccio 2



Area d'impronta
 $A = 18.72 \text{ m}^2$

$$Q_{Ed} = \frac{4500}{18.72} = 240.4 \text{ kPa}$$



Azioni:

$$N_{1,gk} = 450 \text{ kN}$$

$$N_{1,qk} = 180 \text{ kN}$$

$$N_{2,gk} = 750 \text{ kN}$$

$$N_{2,qk} = 270 \text{ kN}$$

$$N_3 = N_2$$

$$N_4 = N_1$$



$$N_{1,d} = 450 \times 1.3 + 190 \times 1.5 = 870 \text{ kN}$$

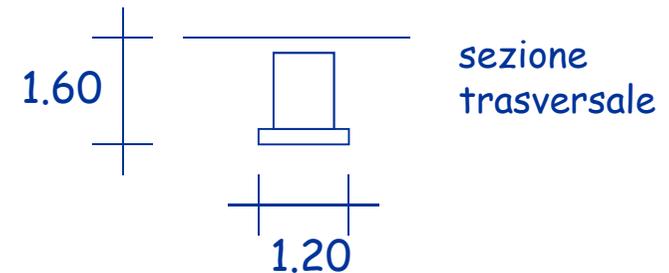
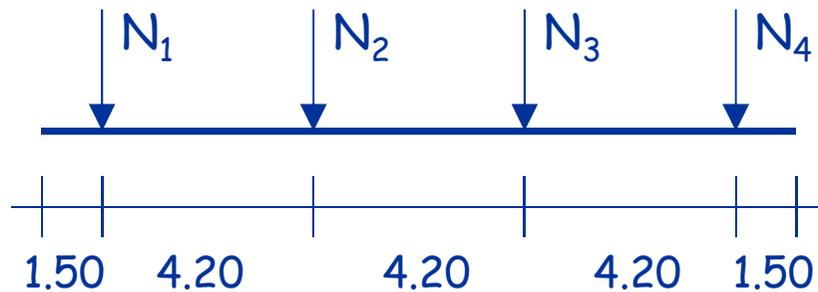
$$N_{2,d} = 750 \times 1.3 + 270 \times 1.5 = 1380 \text{ kN}$$

$$N_{3,d} = 1380 \text{ kN}$$

$$N_{4,d} = 870 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = 4500 \text{ kN}$$

Esempio - trave di fondazione approccio 2



Si usano i valori così come sono:

$$\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = 28^\circ$$

$$c_u = 90 \text{ kPa}$$



Terreno:

$$\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = 28^\circ$$

$$c_u = 90 \text{ kPa}$$

Esempio - trave di fondazione approccio 2

- In condizioni drenate

$$Q_{lim} = \cancel{N_c c'} + 0.5 N_\gamma B \gamma + N_q q$$

$$N_q = e^{\pi \tan \phi'} \tan^2(\pi/4 + \phi'/2) = 14.72$$

$$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \phi' = 14.59$$

$$q = 18.0 \times 1.60 = 28.8 \text{ kPa}$$

$$\begin{aligned} Q_{lim} &= 0.5 \times 14.59 \times 1.20 \times 18.0 + 14.72 \times 28.8 = \\ &= 157.6 + 423.9 = 581.5 \text{ kPa} \end{aligned}$$

$$Q_{Rd} = \frac{581.5}{2.3} = 252.8 \text{ kPa}$$

$$Q_{Ed} = 240.4 \text{ kPa} < Q_{Rd}$$

Ok

Esempio - trave di fondazione approccio 2

- In condizioni non drenate

$$Q_{lim} = (2 + \pi) c_u + q$$

$$q = 18.0 \times 1.60 = 28.8 \text{ kPa}$$

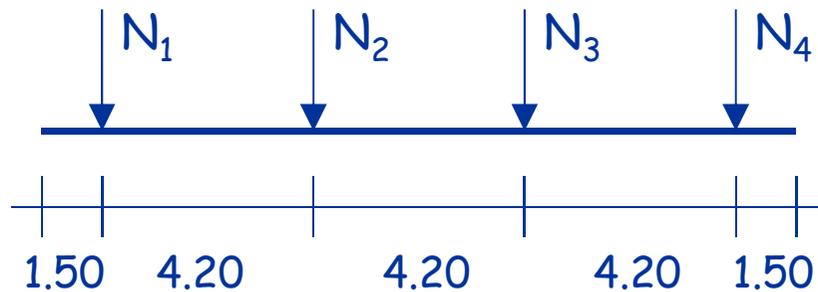
$$Q_{lim} = (2 + 3.14) \times 90.0 + 28.8 = 491.4 \text{ kPa}$$

$$Q_{Rd} = \frac{491.4}{2.3} = 213.7 \text{ kPa}$$

$$Q_{Ed} = 240.4 \text{ kPa} > Q_{Rd}$$

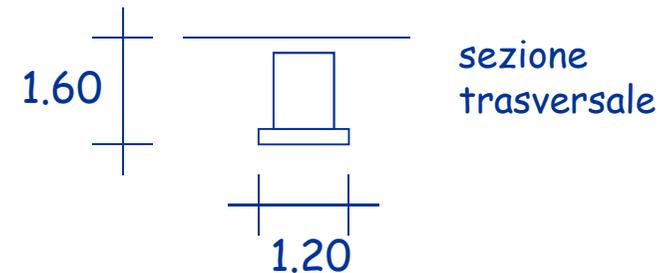
Non sarebbe verificato
ma se il terreno è a grana grossa non importa

Esempio - trave di fondazione approccio 1



Area d'impronta
 $A = 18.72 \text{ m}^2$

$$Q_{Ed} = \frac{3596}{18.72} = 192.1 \text{ kPa}$$



Azioni:

$$N_{1,gk} = 450 \text{ kN}$$

$$N_{1,qk} = 180 \text{ kN}$$

$$N_{2,gk} = 750 \text{ kN}$$

$$N_{2,qk} = 270 \text{ kN}$$

$$N_3 = N_2$$

$$N_4 = N_1$$



$$N_{1,d} = 450 + 190 \times 1.3 = 697 \text{ kN}$$

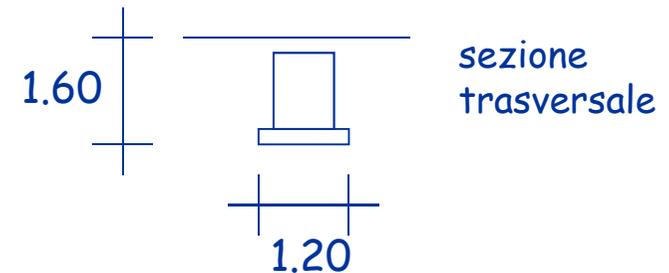
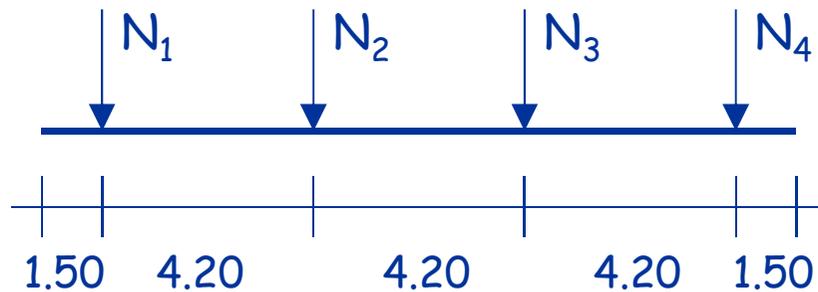
$$N_{2,d} = 750 + 270 \times 1.3 = 1101 \text{ kN}$$

$$N_{3,d} = 1101 \text{ kN}$$

$$N_{4,d} = 697 \text{ kN}$$

$$N_{tot} = 3596 \text{ kN}$$

Esempio - trave di fondazione approccio 1



Si usano i valori ridotti:

$$\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = \text{atan}(\tan 28^\circ / 1.25) = 23.04^\circ$$

$$c_u = 90 / 1.4 = 64.29 \text{ kPa}$$

Terreno:

$$\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = 28^\circ$$

$$c_u = 90 \text{ kPa}$$

Esempio - trave di fondazione approccio 1

- In condizioni drenate

$$Q_{lim} = \cancel{N_c c'} + 0.5 N_\gamma B \gamma + N_q q$$

$$N_q = e^{\pi \tan \phi'} \tan^2(\pi/4 + \phi'/2) = 8.70$$

$$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \phi' = 6.55$$

$$q = 18.0 \times 1.60 = 28.8 \text{ kPa}$$

$$\begin{aligned} Q_{lim} &= 0.5 \times 8.70 \times 1.20 \times 18.0 + 6.55 \times 28.8 = \\ &= 94.0 + 188.6 = 282.6 \text{ kPa} \end{aligned}$$

$$Q_{Rd} = \frac{282.6}{1.8} = 157.0 \text{ kPa}$$

$$Q_{Ed} = 192.1 \text{ kPa} > Q_{Rd}$$

Non verificato

Esempio - trave di fondazione approccio 1

- In condizioni non drenate

$$Q_{lim} = (2 + \pi) c_u + q$$

$$q = 18.0 \times 1.60 = 28.8 \text{ kPa}$$

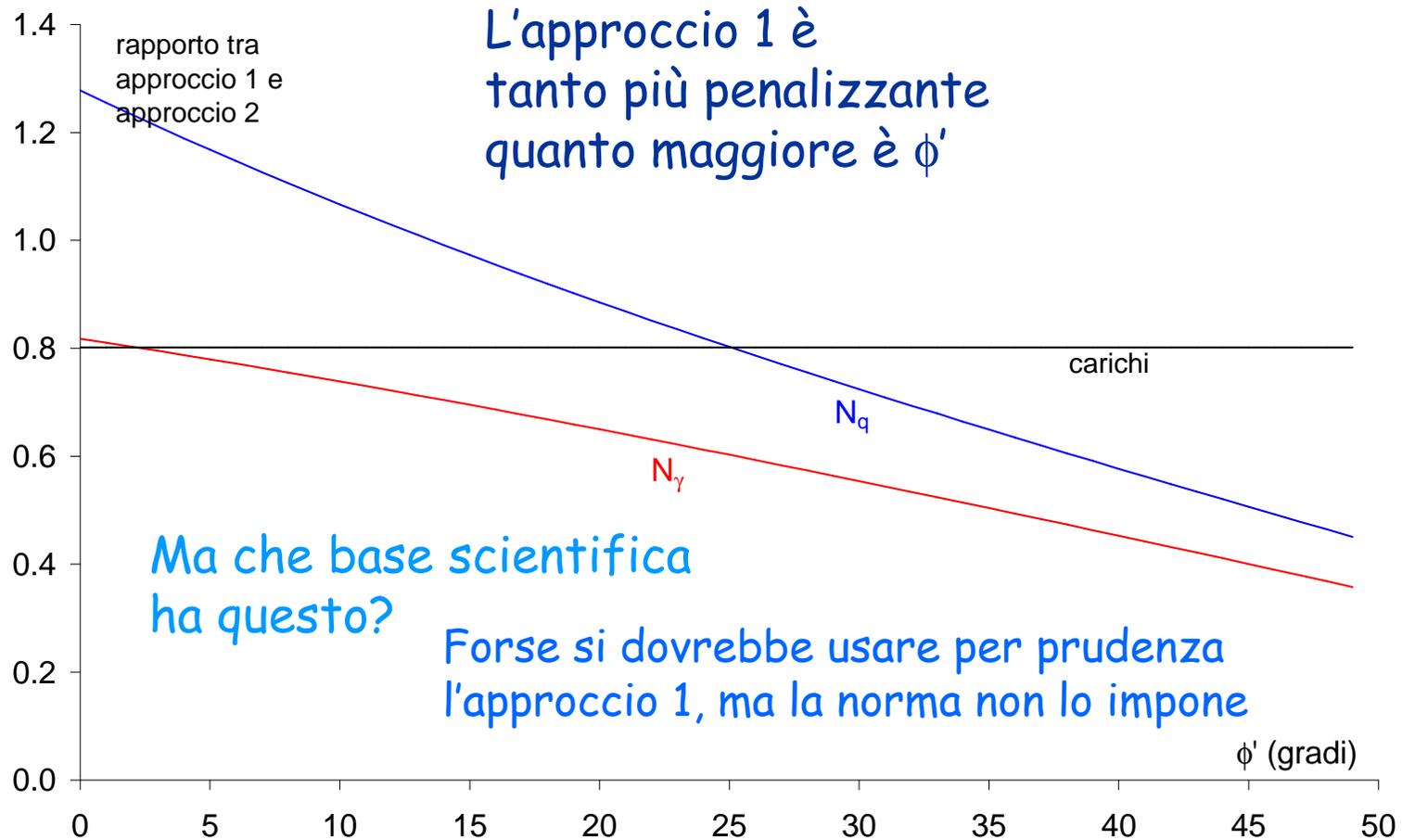
$$Q_{lim} = (2 + 3.14) \times 64.29 + 28.8 = 359.3 \text{ kPa}$$

$$Q_{Rd} = \frac{359.3}{1.8} = 199.6 \text{ kPa}$$

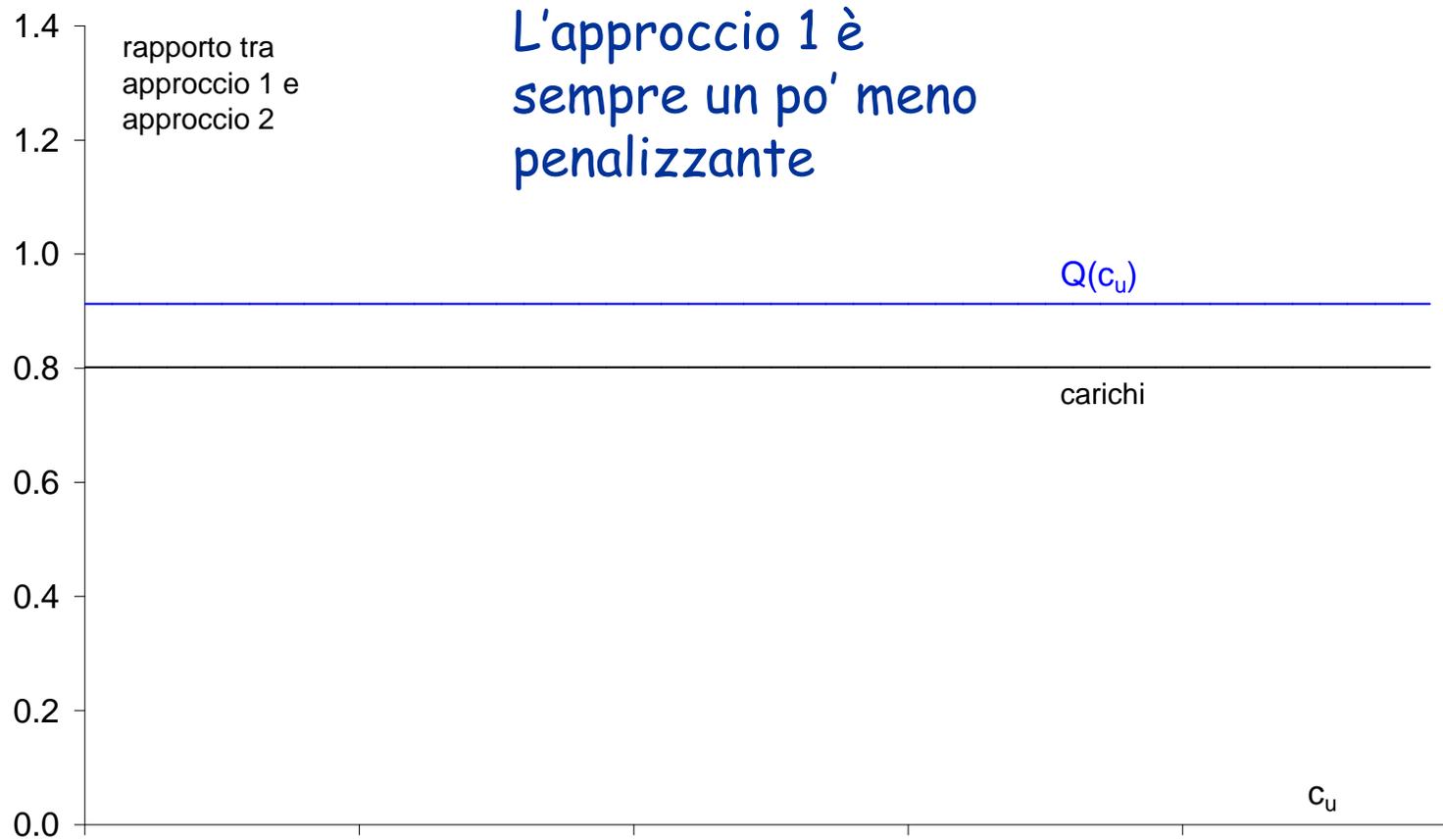
$$Q_{Ed} = 192.1 \text{ kPa} < Q_{Rd}$$

In questo caso è verificato
ma se il terreno è a grana grossa non importa

Confronto in condizioni drenate



Confronto in condizioni non drenate



Fondazioni dirette

carico limite del terreno

Note:

- In generale, la fondazione non è una striscia infinita ma è rettangolare, di lati B ed L (con $B \leq L$)
 - Per tener conto della forma

Terreno a grana fine, non drenato

$$Q_{lim} = (2 + \pi) c_u s_c + q$$

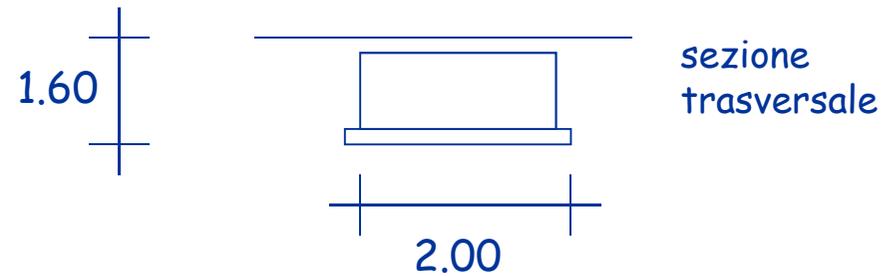
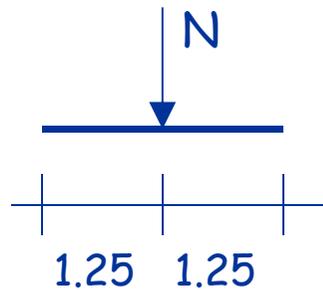
$$s_c = 1 + 0.2 B/L$$

Terreno a grana grossa, drenato

$$Q_{lim} = N_c c' s_c + 0.5 N_\gamma B \gamma s_\gamma + N_q q s_q$$

$$s_c = \frac{s_q N_q - 1}{N_q - 1} \quad s_\gamma = 1 - 0.3 B/L \quad s_q = 1 + B/L$$

Esempio - plinto 2.00×2.50



Azioni:

$$N_{gk} = 750 \text{ kN} \quad N_{qk} = 270 \text{ kN}$$

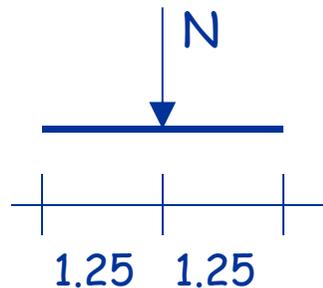
Terreno:

$$\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = 28^\circ$$

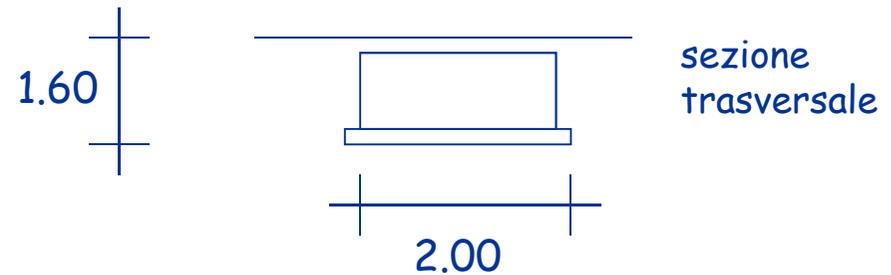
$$c_u = 90 \text{ kPa}$$

Esempio - plinto 2.00×2.50 approccio 2



Area d'impronta
 $A = 5.00 \text{ m}^2$

$$Q_{Ed} = \frac{1380}{5.00} = 276.0 \text{ kPa}$$



Azioni:

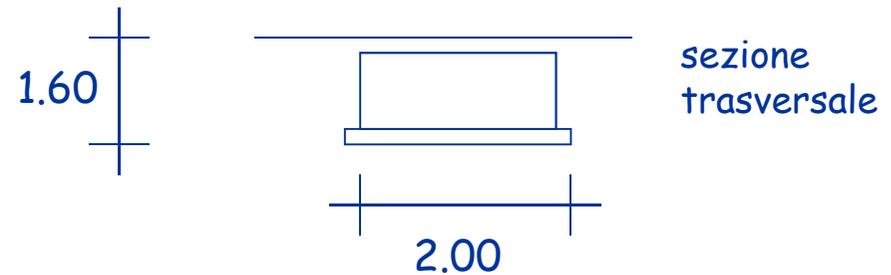
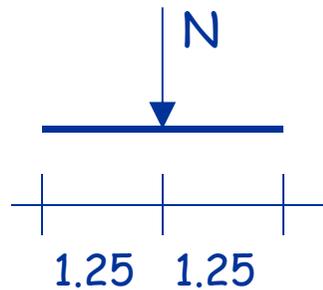
$$N_{gk} = 750 \text{ kN}$$

$$N_{qk} = 270 \text{ kN}$$



$$N_d = 750 \times 1.3 + 270 \times 1.5 = 1380 \text{ kN}$$

Esempio - plinto 2.00×2.50 approccio 2



Si usano i valori così come sono:

$$\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = 28^\circ$$

$$c_u = 90 \text{ kPa}$$



Terreno:

$$\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = 28^\circ$$

$$c_u = 90 \text{ kPa}$$

Esempio - plinto 2.00×2.50 approccio 2

- In condizioni drenate

$$Q_{lim} = \cancel{N_c c'} s_c + 0.5 N_\gamma B \gamma s_\gamma + N_q q s_q$$

$$N_\gamma = 14.59 \quad N_q = 14.72 \quad q = 28.8 \text{ kPa}$$

$$s_\gamma = 1 - 0.3 \frac{B}{L} = 1 - 0.3 \frac{2.00}{2.50} = 0.76 \quad s_q = 1 + \frac{B}{L} = 1 + \frac{2.00}{2.50} = 1.8$$

$$\begin{aligned} Q_{lim} &= 0.5 \times 14.59 \times 2.00 \times 18.0 \times 0.76 + 14.72 \times 28.8 \times 1.8 = \\ &= 199.6 + 763.1 = 962.7 \text{ kPa} \end{aligned}$$

$$Q_{Rd} = \frac{962.7}{2.3} = 418.6 \text{ kPa}$$

$$Q_{Ed} = 276.0 \text{ kPa} < Q_{Rd}$$

Ok

Esempio - plinto 2.00×2.50 approccio 2

- In condizioni non drenate

$$Q_{lim} = (2 + \pi) c_u s_c + q$$

$$q = 28.8 \text{ kPa} \quad s_c = 1 + 0.2 \frac{B}{L} = 1 + 0.2 \frac{2.00}{2.50} = 1.16$$

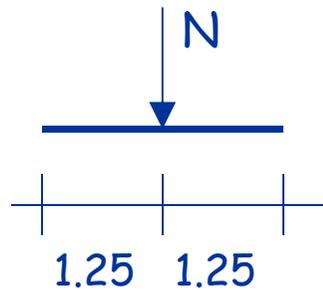
$$Q_{lim} = (2 + 3.14) \times 90.0 \times 1.16 + 28.8 = 565.4 \text{ kPa}$$

$$Q_{Rd} = \frac{565.4}{2.3} = 245.8 \text{ kPa}$$

$$Q_{Ed} = 276.0 \text{ kPa} > Q_{Rd}$$

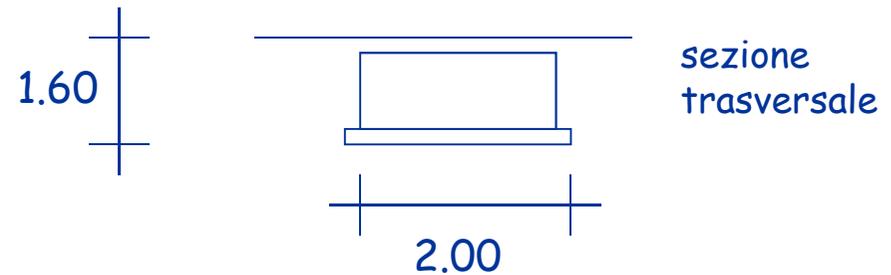
Non sarebbe verificato
ma se il terreno è a grana grossa non importa

Esempio - plinto 2.00×2.50 approccio 1



Area d'impronta
 $A = 5.00 \text{ m}^2$

$$Q_{Ed} = \frac{1101}{5.00} = 220.2 \text{ kPa}$$



Azioni:

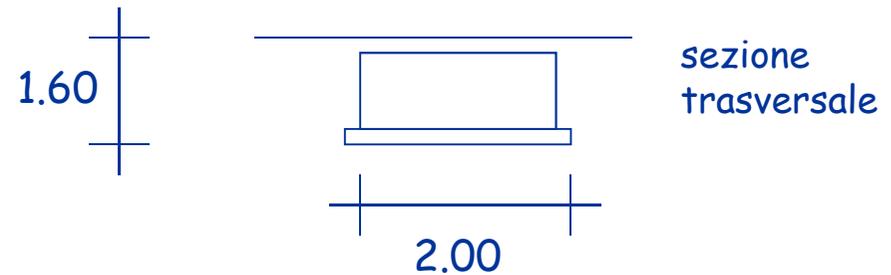
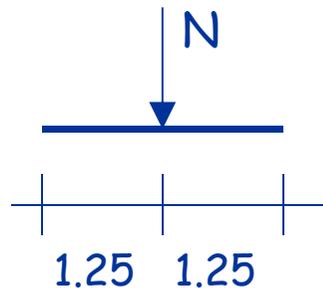
$$N_{gk} = 750 \text{ kN}$$

$$N_{qk} = 270 \text{ kN}$$



$$N_d = 750 + 270 \times 1.3 = 1101 \text{ kN}$$

Esempio - plinto 2.00×2.50 approccio 1



Si usano i valori ridotti:

$$\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = \text{atan}(\tan 28^\circ / 1.25) = 23.04^\circ$$

$$c_u = 90 / 1.4 = 64.29 \text{ kPa}$$

Terreno:

$$\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = 28^\circ$$

$$c_u = 90 \text{ kPa}$$

Esempio - plinto 2.00×2.50 approccio 1

- In condizioni drenate

$$Q_{lim} = \cancel{N_c c'} s_c + 0.5 N_\gamma B \gamma s_\gamma + N_q q s_q$$

$$N_\gamma = 6.55 \quad N_q = 8.70 \quad q = 28.8 \text{ kPa}$$

$$s_\gamma = 0.76 \quad s_q = 1.8$$

$$\begin{aligned} Q_{lim} &= 0.5 \times 6.55 \times 2.00 \times 18.0 \times 0.76 + 8.70 \times 28.8 \times 1.8 = \\ &= 89.6 + 451.0 = 540.6 \text{ kPa} \end{aligned}$$

$$Q_{Rd} = \frac{540.6}{1.8} = 300.3 \text{ kPa}$$

$$Q_{Ed} = 220.2 \text{ kPa} < Q_{Rd}$$

Ok

Esempio - plinto 2.00×2.50 approccio 1

- In condizioni non drenate

$$Q_{lim} = (2 + \pi) c_u s_c + q$$

$$q = 28.8 \text{ kPa} \quad s_c = 1.16$$

$$Q_{lim} = (2 + 3.14) \times 64.29 \times 1.16 + 28.8 = 412.1 \text{ kPa}$$

$$Q_{Rd} = \frac{412.1}{1.8} = 229.0 \text{ kPa}$$

$$Q_{Ed} = 220.2 \text{ kPa} < Q_{Rd}$$

In questo caso è verificato
ma se il terreno è a grana grossa non importa

Fondazioni dirette carico eccentrico

- È buona norma disporre la fondazione in modo che sia centrata rispetto al carico verticale applicato
 - in alcuni casi, anche in assenza di azioni orizzontali, vi possono essere forti momenti flettenti (es. pensilina non simmetrica): la fondazione deve essere centrata rispetto alla risultante M-N
 - l'eccentricità dovuta ai carichi variabili dovrebbe essere limitata
- Particolare attenzione ai casi in cui non è possibile centrare la fondazione (plinto zoppo)
- Le azioni orizzontali (vento, sisma) producono spesso eccentricità rilevanti

Fondazioni dirette carico eccentrico

- Per tener conto della eccentricità e_B in direzione trasversale ed e_L in direzione longitudinale si utilizzano le dimensioni efficaci

$$B' = B - 2 e_B$$

$$L' = L - 2 e_L$$

- Si utilizzano quindi tutte le formule già viste, mettendo B' L' al posto di B L

Fondazioni dirette con azioni orizzontali

- Il sisma produce effetti inerziali (azioni orizzontali sulla struttura in elevazione)
 - Per tener conto dell'azione orizzontale H presente insieme alla verticale V

Terreno a grana fine, non drenato

$$Q_{lim} = (2 + \pi) c_u s_c i_c + q$$

$$i_c = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{H}{BL c_u}} \right)$$

Fondazioni dirette con azioni orizzontali

- Il sisma produce effetti inerziali (azioni orizzontali sulla struttura in elevazione)
 - Per tener conto dell'azione orizzontale H presente insieme alla verticale V

Terreno a grana grossa, drenato

$$Q_{lim} = N_c c' s_c i_c + 0.5 N_\gamma B \gamma s_\gamma i_\gamma + N_q q s_q i_q$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_c \tan \phi'} \quad i_\gamma = \left(1 - \frac{H}{V + B L c' \cot \phi'} \right)^{m+1}$$

$$i_q = \left(1 - \frac{H}{V + B L c' \cot \phi'} \right)^m$$

$$m = m_L = \frac{2 + L/B}{1 + L/B}$$

Se H è diretta secondo L

Fondazioni dirette rottura per punzonamento

- Il rischio di punzonamento dipende dalla rigidezza del terreno
 - Si valuta un indice di rigidezza

$$I_r = \frac{G}{c' + \sigma \tan \phi'}$$

- Lo si confronta con un valore limite

$$I_{r,crit} = 0.5 e^{(3.3 - 0.45 B/L) \cot(\pi/4 - \phi'/2)}$$

- Si ha punzonamento solo se $I_r < I_{r,crit}$

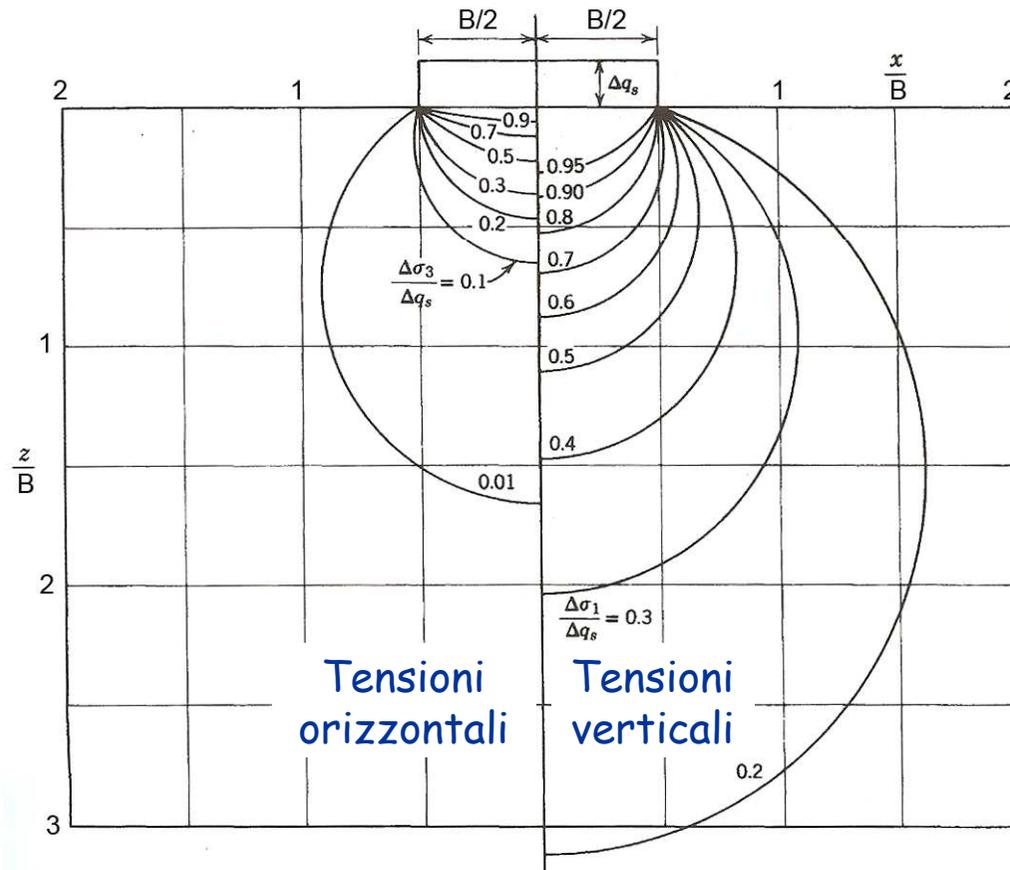
Nota: σ è la tensione effettiva media alla quota $B/2$ al di sotto del piano di posa

$$\sigma_{eff} = \frac{\sigma_{v,eff} + 2 \sigma_{o,eff}}{3} \quad \frac{\sigma_{o,eff}}{\sigma_{v,eff}} = 1 - \sin \phi'$$

Cedimenti

Fondazioni dirette stato tensionale

- Striscia di larghezza B



Nella valutazione dei cedimenti si deve fare riferimento alle proprietà del terreno per una profondità di almeno $2 \div 3 B$

Fondazioni dirette stato tensionale

- Andamento delle tensioni lungo la verticale

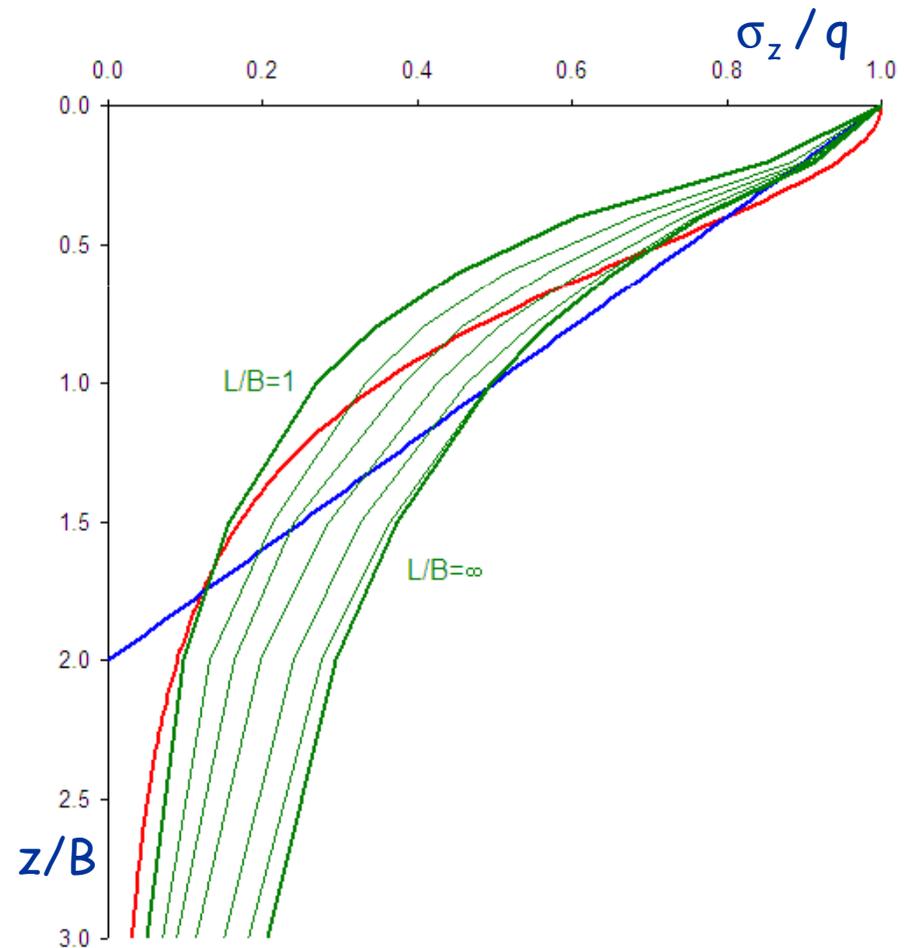
In verde:
Steinbrenner 1934
(vedi libro Viggiani)

In rosso:

$$\frac{\sigma_z}{q} = \sin(\arctan(B/2z))$$

In blu:

andamento lineare



Fondazioni dirette cedimenti

- Il carico da considerare è quello applicato Q meno il peso del terreno tolto per lo scavo
- I cedimenti sono calcolati per SLE. Quindi il carico è lontano dal carico limite
Si può assumere un comportamento elastico per il terreno
- Per terreni a grana grossa:
Il cedimento avviene in tempi brevi
- Per terreni a grana fine:
Il cedimento varia nel tempo; arriva al massimo dopo tempi molto lunghi

Fondazioni dirette cedimenti

- Cedimento istantaneo
 - Si calcolano gli abbassamenti come integrale delle deformazioni

$$w_0 = \int_0^H \frac{\varepsilon_z}{E_u} dz = \int_0^H \frac{\sigma_z - 0.5(\sigma_x + \sigma_y)}{E_u} dz$$

con E_u = modulo elastico non drenato

- Se E_u è costante

$$w_0 = \frac{qB}{E_u} I_w$$

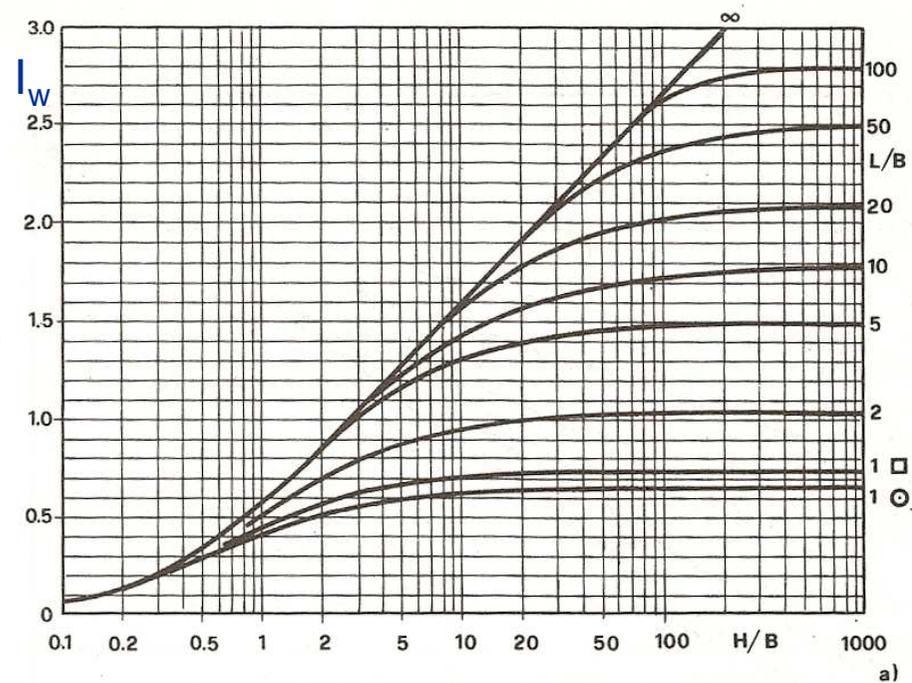
con I_w funzione di L/B e H/B

Fondazioni dirette cedimenti

- Cedimento istantaneo
 - Se E_u è costante

$$w_0 = \frac{qB}{E_u} I_w$$

con I_w funzione di L/B e H/B



Fondazioni dirette cedimenti

- Cedimento a tempo infinito

Metodo edometrico

(deformazione trasversale impedita)

- Si calcolano gli abbassamenti come integrale delle deformazioni

$$w_{ed} = \int_0^H \frac{\sigma'_z}{E_{ed}} dz$$

con

σ'_z = incremento di tensione indotto dal carico

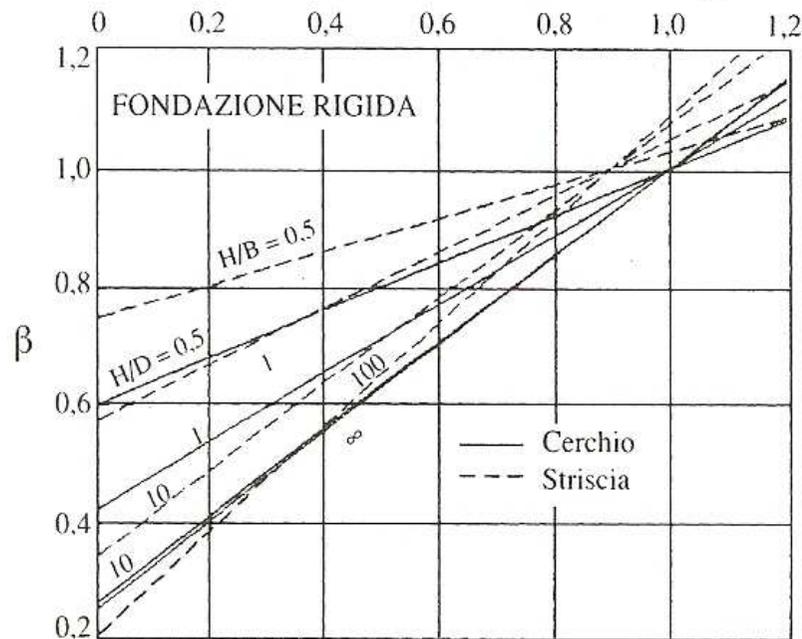
E_{ed} = modulo edometrico

- Si possono usare gli andamenti delle tensioni mostrati in precedenza

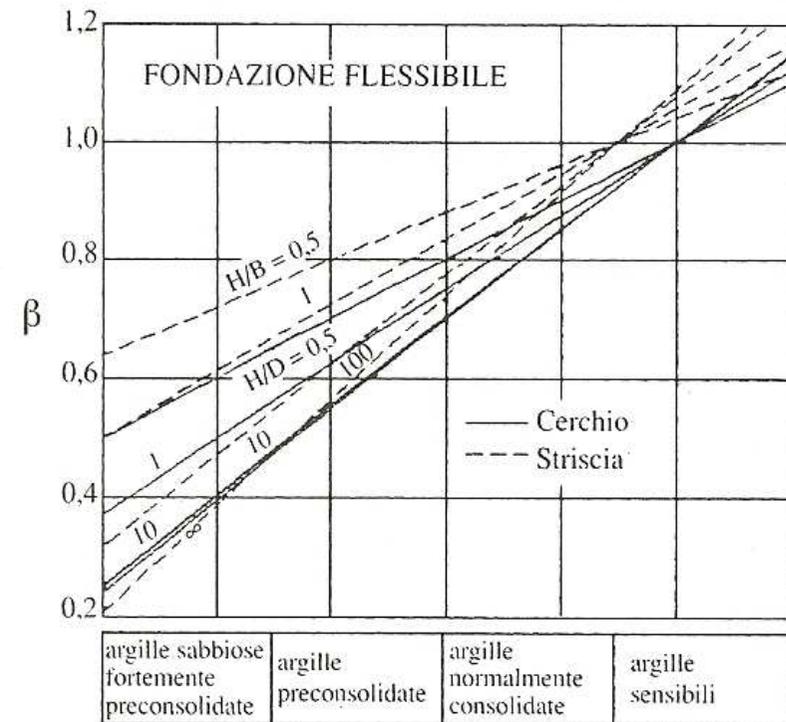
Fondazioni dirette cedimenti

- Cedimento di consolidazione:
può essere calcolato come aliquota del cedimento
edometrico

$$w_c = \beta w_{ed}$$



Skempton e Bjerrum

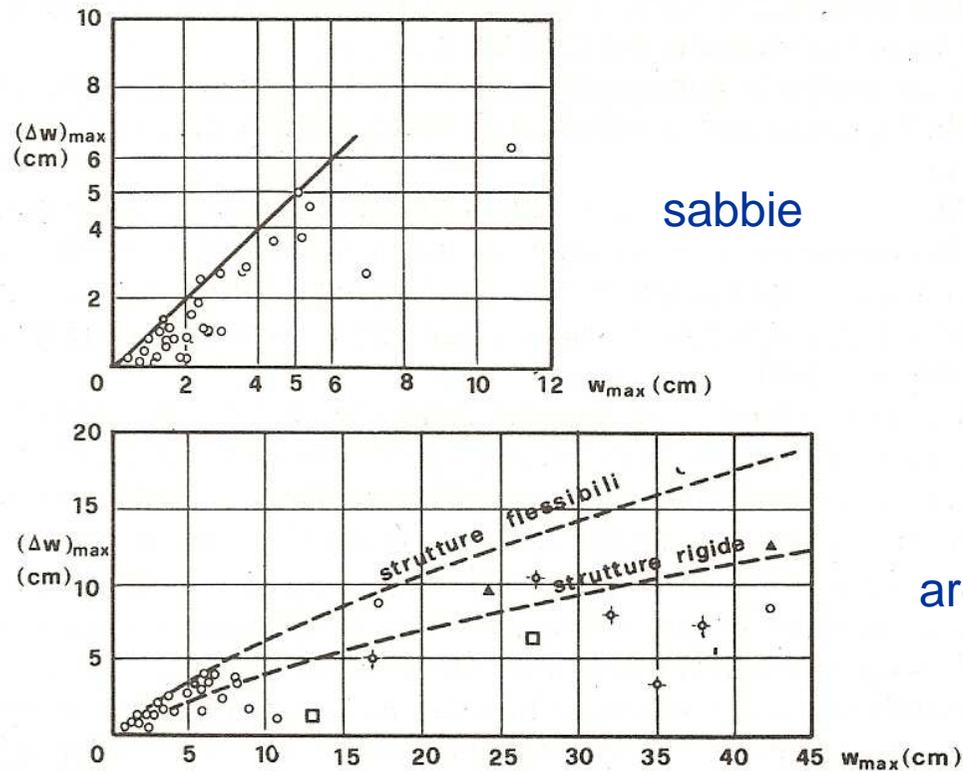


Fondazioni dirette giudizio sui cedimenti

- I cedimenti assoluti sono condizionanti solo quando sono particolarmente elevati
- I cedimenti relativi devono essere limitati, perché producono danni agli elementi non strutturali e alla struttura
- I cedimenti relativi non sono facilmente valutabili perché possono dipendere da variazioni delle caratteristiche del terreno non facilmente identificabili
 - Variazioni locali delle proprietà meccaniche
 - Variazione dello spessore degli strati
 - Ecc.

Fondazioni dirette giudizio sui cedimenti

- Tradizionalmente (in ambito geotecnico) si propongono correlazioni empiriche tra cedimenti assoluti e relativi



Fondazioni dirette giudizio sui cedimenti

- È possibile esaminare più modelli del complesso fondazione-struttura per valutare i cedimenti relativi
Ad esempio, facendo variare a zone la costante di sottofondo di Winkler
- La cosa più importante è collegare bene i diversi elementi di fondazione con elementi rigidi
Ad esempio, reticolo di travi di fondazione, con $I_{t,\text{fond}}$ molto maggiore di $I_{t,\text{elev}}$
Suggerimento: $I_{t,\text{fon}} \geq 4 n I_{t,\text{elev}}$ (con n numero di piani)