

Corso

# Progetto di strutture in zona sismica

Catania


ottobre - dicembre 2016

09 - Dimensionamento e verifica di massima (2)

9 novembre 2016

Aurelio Gheresi

# Effetto del sisma

- Stima delle masse
  - Fattore di struttura e spettro di progetto
  - Stima iniziale del periodo
  - Valutazione delle forze per analisi statica
  - Ripartizione del taglio tra i pilastri
  - Stima del momento flettente nei pilastri
  - Stima del momento flettente nelle travi
- 
- Dimensionamento sezioni
  - Valutazione rigidezze e nuova stima periodo
  - Stima degli spostamenti per SLD
  - Eventuali iterazioni

# Masse

In un edificio in cemento armato con struttura intelaiata il peso delle masse di piano corrisponde in genere ad una incidenza media di  $8\div 11 \text{ kN/m}^2$

Una valutazione di prima approssimazione del peso delle masse a ciascun piano può essere ottenuta moltiplicando la superficie totale dell'impalcato per  $10 \text{ kN/m}^2$  ( $9 \text{ kN/m}^2$  in copertura, per la minore incidenza delle tamponature)

# Esempio - masse

La superficie degli impalcati nell'edificio in esame è

Torrino scala:  $S = 48.0 \text{ m}^2$

V impalcato:  $S = 331.9 \text{ m}^2$

Piano tipo:  $S = 323.5 \text{ m}^2$

Per il piano terra:  $S = 263.2 \text{ m}^2$

Nota: il torrino scala può essere accorpato al 5° impalcato, ottenendo

Torrino + V impalcato:  $S = 379.9 \text{ m}^2$

# Esempio - masse

Impalcato	Superficie m <sup>2</sup>	Incidenza kN/m <sup>2</sup>	Peso kN
Torrino + V	379.9	9.0	3419
IV, III, II	323.5	10.0	3235
I	263.2	10.0	2632

Peso totale = 15756 kN

# Spettro di progetto

È ottenuto dividendo lo spettro di risposta elastica per il fattore di struttura  $q$

$$q = q_0 K_R$$

$q_0$  dipende dalla classe di duttilità (CD "A" o CD "B")

può dipendere anche dal valore  $\alpha_u/\alpha_1$  legato alla iperstaticità dello schema

$K_R$  dipende dalla regolarità in altezza

anche la regolarità in pianta influisce (poco) su  $q$

# Quale valore per $q$ ?

Classe di duttilità:

la scelta è molto importante

- È obbligatorio usare classe di duttilità "B" per strutture con solo travi a spessore
- Può essere preferibile usare classe di duttilità "B" quando le ordinate dello spettro di risposta elastico non sono molto alte
- Conviene usare classe di duttilità "A" quando le ordinate dello spettro di risposta elastico sono molto alte

# Quale valore per $q$ ?

Classe di duttilità:

la scelta è molto importante

- È obbligatorio usare la classe di duttilità "B" quando le ordinate dello spettro di risposta elastico sono molto alte
  - Può essere usata la classe di duttilità "A" quando le ordinate dello spettro di risposta elastico non sono molto alte
- Ordinate alte e quindi forze alte rendono necessarie dimensioni degli elementi strutturali maggiori, quindi struttura più rigida, periodo minore e forze ancora più alte



# Quale valore per $q$ ?

Regolarità della struttura:  
deve esserci sempre

- La regolarità in altezza deve essere ottenuta dosando opportunamente la variazione delle sezioni lungo la verticale
- La regolarità in pianta (che corrisponde ad un comportamento traslazionale e non rotazionale) deve essere ottenuta dosando dimensioni ed orientamento dei pilastri in pianta

# Spettro di progetto

È ottenuto dividendo lo spettro di risposta elastica per il fattore di struttura  $q$

$$q = q_0 K_R$$

Nell'esempio:

$q_0 = 4.5 \alpha_u / \alpha_1$       struttura intelaiata in c.a. - CD "A"

$q_0 = 3.0 \alpha_u / \alpha_1$       struttura intelaiata in c.a. - CD "B"

$\alpha_u / \alpha_1 = 1.3$       telaio con più piani e più campate

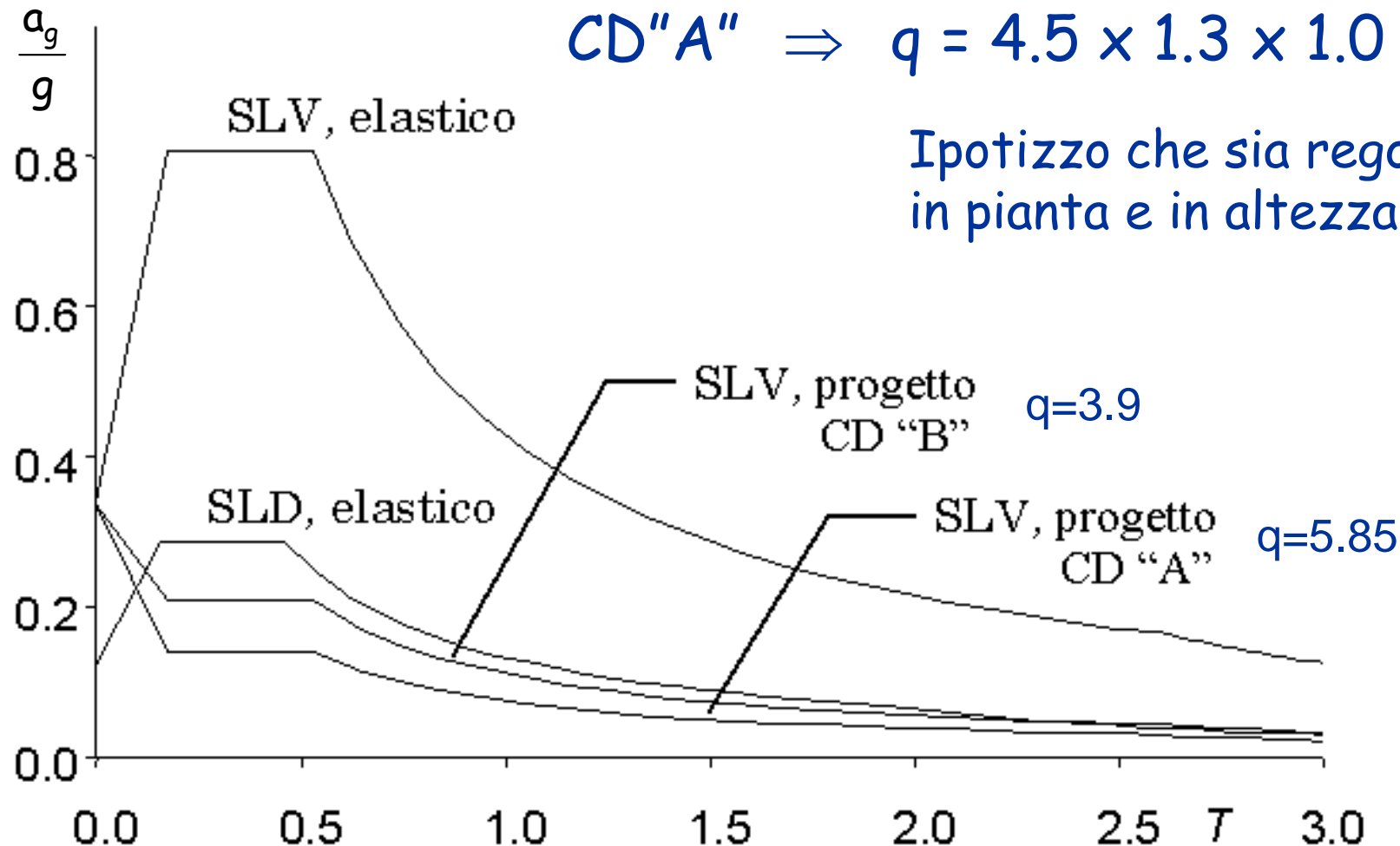
$K_R = 1$       la struttura è regolare in altezza

# Spettro di progetto

Ipotizzo (per ora) di realizzare la struttura ad alta duttilità

$$CD "A" \Rightarrow q = 4.5 \times 1.3 \times 1.0 = 5.85$$

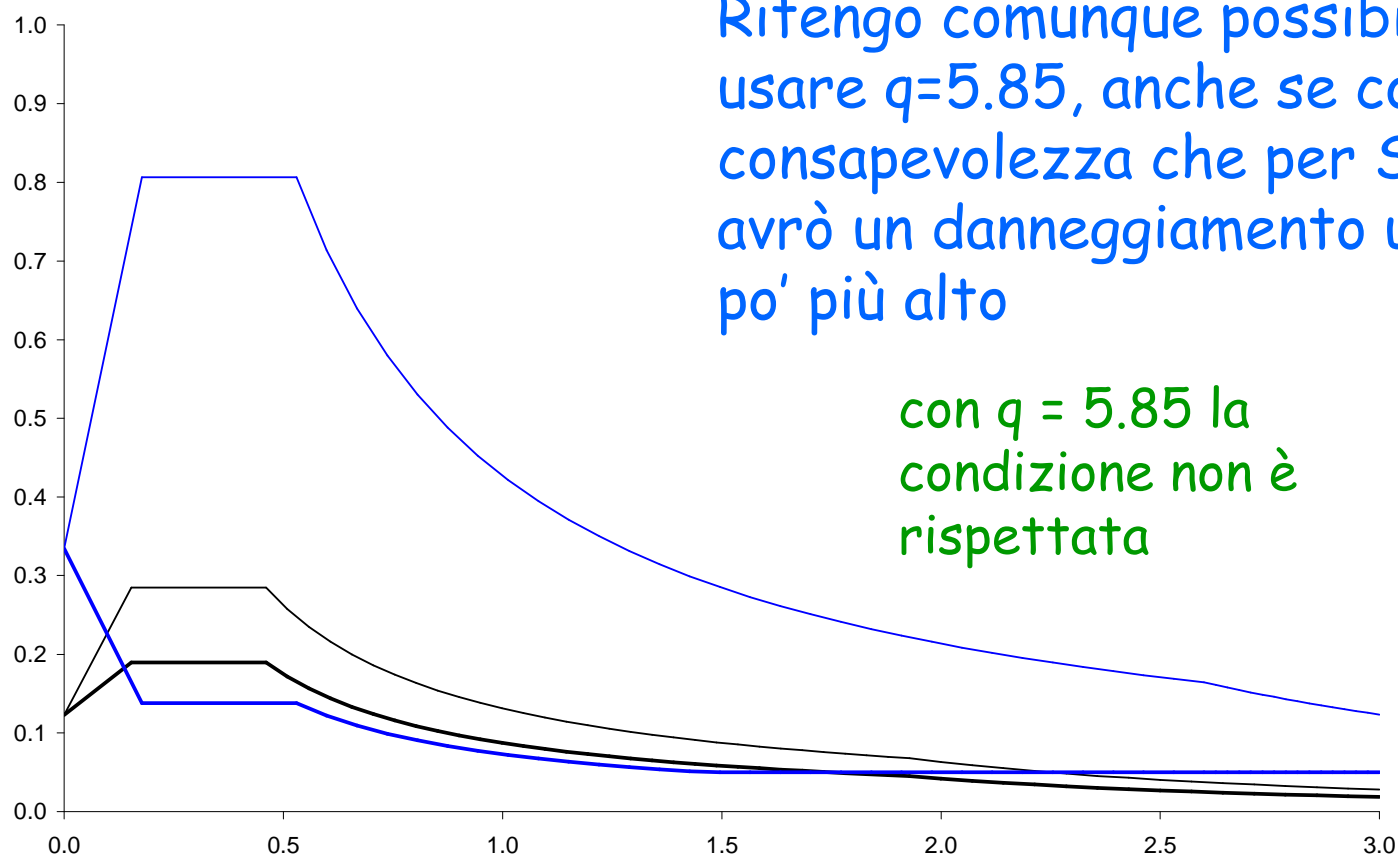
Ipotizzo che sia regolare in pianta e in altezza



# Considerazioni:

## novità introdotte dalla bozza NTC 2015

- Viene indicato di scegliere valori del fattore di comportamento  $q$  tali che sia  $S_{d(SLV)} \geq S_{d(SLD)}$



Ritengo comunque possibile usare  $q=5.85$ , anche se con la consapevolezza che per SLD avrò un danneggiamento un po' più alto

con  $q = 5.85$  la condizione non è rispettata

# Ordinata spettrale

Dipende dal periodo

Si può assumere in prima approssimazione  $T_1 = C_1 H^{3/4}$

con

$$C_1 = 0.075$$

per strutture intelaiate in c.a.

$H$  = altezza dell'edificio dal  
piano di fondazione (m)

Le NTC15 dicono che il periodo fondamentale deve essere stimato (non più in funzione dell'altezza ma) in funzione dello spostamento  $d$  ottenuto applicando forze orizzontali pari alle masse  $T_1 = 2\sqrt{d}$

Questa indicazione non è utile in fase di dimensionamento

NTC15, punto 7.3

# Ordinata spettrale

Dipende dal periodo

Si può assumere in prima approssimazione  $T_1 = C_1 H^{3/4}$

con

$$C_1 = 0.075$$

per strutture intelaiate in c.a.

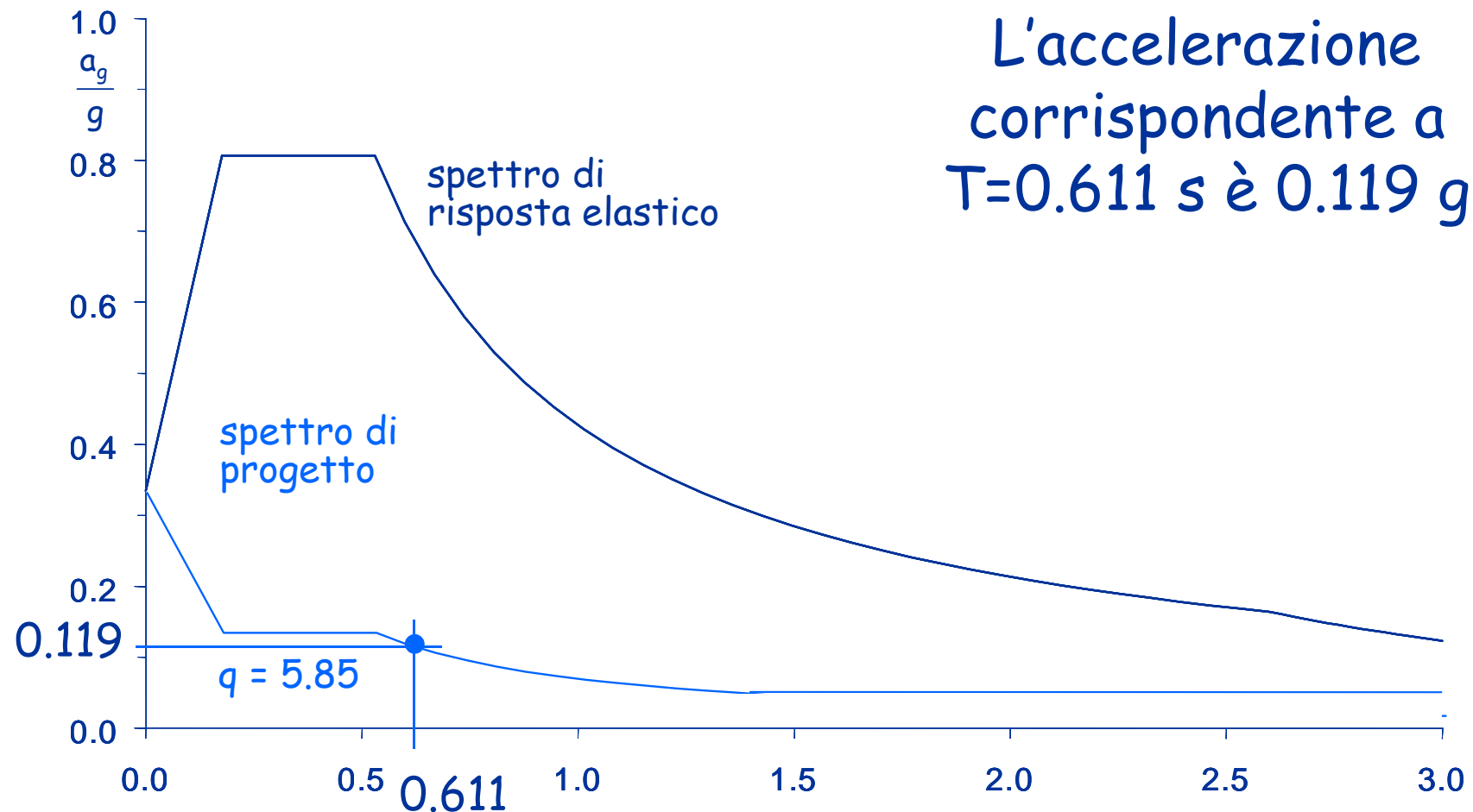
$H$  = altezza dell'edificio dal  
piano di fondazione (m)

Nell'esempio:

$$H = 16.40 \text{ m} \quad (\text{escluso torrino})$$

$$T_1 = 0.075 \times 16.40^{3/4} = 0.611 \text{ s}$$

# Esempio - ordinata spettrale



# Forze per analisi statica

Taglio alla base

$$V_b = 0.85 \sum_{i=1}^n m_i S_d(T_1) =$$
$$= 0.85 \times 15756 \times 0.119 = 1593.7 \text{ kN}$$

Forza al piano

$$F_k = \frac{m_k z_k}{\sum_{i=1}^n m_i z_i} V_b$$



# Forze per analisi statica

Piano	Peso W (kN)	Quota z (m)	Wz (kNm)	Forza F (kN)	Taglio V (kN)
5+torrino	3419	16.40	56072	549.6	549.6
4	3235	13.20	42702	418.6	968.2
3	3235	10.00	32350	317.1	1285.3
2	3235	6.80	21998	215.6	1500.9
1	2632	3.60	9475	92.9	1593.8
somma	15756		162597		

# Prima previsione dei risultati del calcolo

Per stimare l'effetto delle forze orizzontali:

1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri "che contano"; se necessario, incrementarlo per tener conto dell'eccentricità propria del sistema
2. Valutare il momento nei pilastri, in funzione del taglio e della posizione del punto di nullo di  $M$
3. Valutare il momento nelle travi, dall'equilibrio dei nodi
4. Valutare il  $\Delta N$  nei pilastri, dal taglio nelle travi
5. Incrementare i momenti per tenere conto di:
  - eccentricità accidentale
  - effetto combinato delle diverse componenti
  - gerarchia delle resistenze per i pilastri

# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri "che contano" (pilastri allungati nella direzione del sisma e collegati con una trave emergente)

Nella fase iniziale di dimensionamento conviene (in genere) pensare di assegnare la stessa sezione a tutti i pilastri di uno stesso piano

Poiché non si conosce ancora la sezione dei pilastri e delle travi si può pensare che il sisma si è portato dai pilastri "che contano" cioè quelli di coltello e con travi emergenti

In alternativa (e in particolare nel caso di sole travi a spessore) si può considerare come pilastro base quello di coltello con due travi emergenti e stimare la rigidezza degli altri come aliquota di questa ("pilastri equivalenti")

# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri "che contano" (pilastri allungati nella direzione del sisma e collegati con una trave emergente)

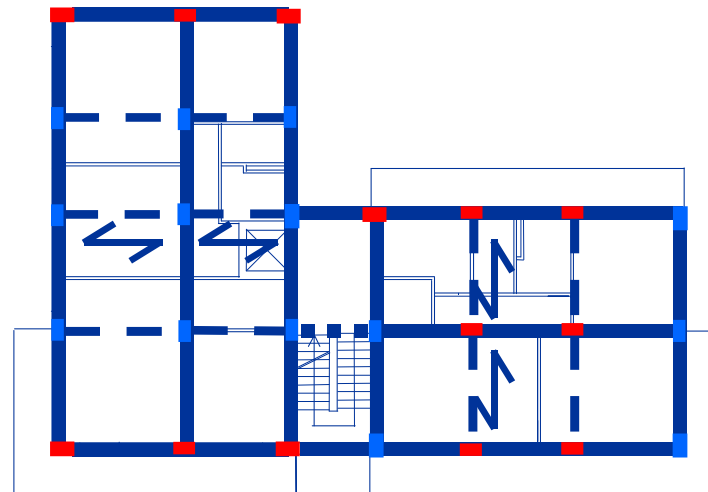
In fasi successive, una volta dimensionate le sezioni di travi e pilastri si può stimare con maggior precisione la rigidezza dei singoli pilastri e quindi ripartire il taglio in base a questa rigidezza

In alcuni casi questa maggior precisione porta a risultati diversi, ma spesso le differenze sono minime ed il maggior onere del calcolo è poco utile perché non comporta vantaggi

# Caratteristiche della sollecitazione

## 1 - ripartizione

Piano	Taglio globale (kN)
5	549.6
4	968.2
3	1285.3
2	1500.9
1	1593.8



I pilastri (tutti uguali) sono:  
13 allungati in direzione x  
14 allungati in direzione y

Ripartisco il taglio globale  
tra 13 pilastri (direzione x)

# Caratteristiche della sollecitazione

## 1 - ripartizione

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)
5	549.6	42.3
4	968.2	74.5
3	1285.3	98.9
2	1500.9	115.5
1	1593.8	122.6

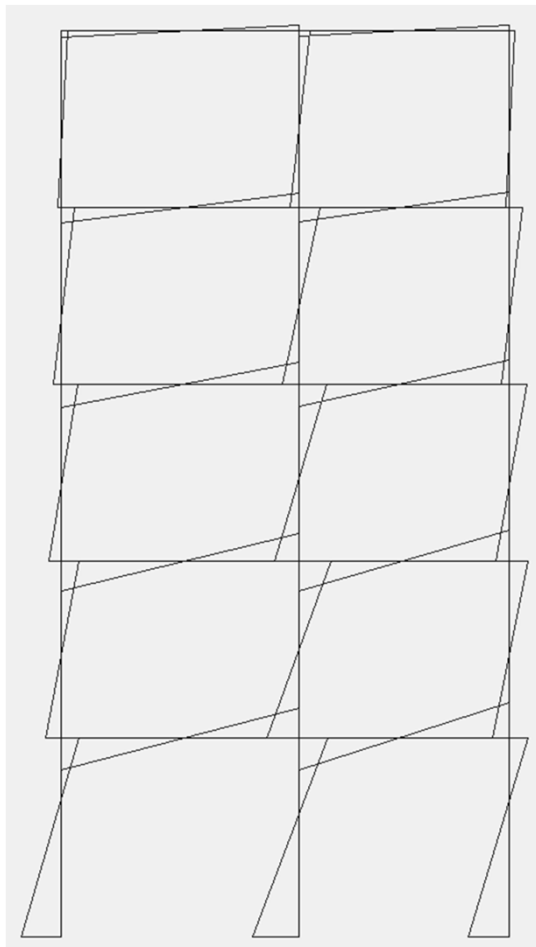
In eventuali iterazioni posso ripartire in base alle rigidezze calcolate separatamente per ciascun pilastro

Avrò una precisione maggiore, ma con più fatica

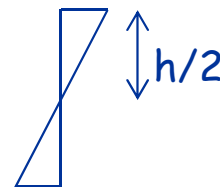
Ritengo che non vi siano rilevanti rotazioni per effetto dell'eccentricità propria del sistema, quindi non modifico questi valori

# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

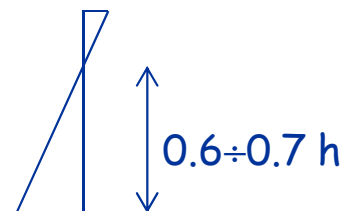
2. Valutare il momento nei pilastri, in funzione del taglio e della posizione del punto di nullo di  $M$



Tipico diagramma di  $M$  per  
effetto di forze orizzontali



ai piani superiori

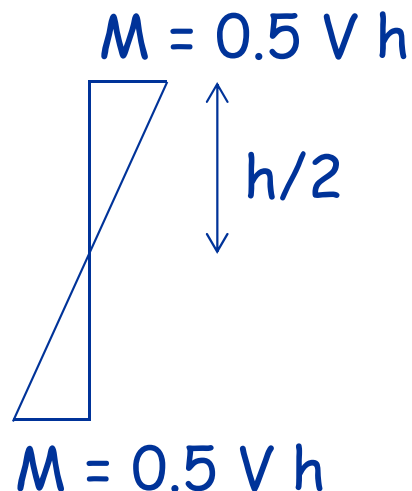


al primo ordine

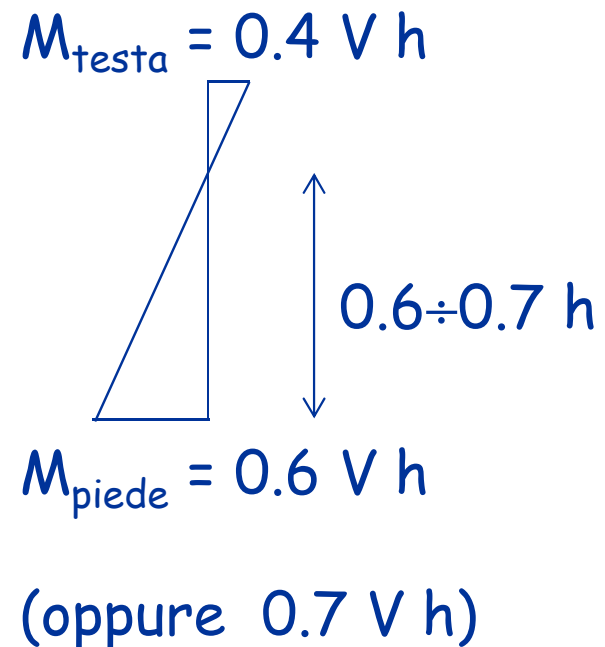
# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

2. Valutare il momento nei pilastri, in funzione del taglio e della posizione del punto di nullo di  $M$

ai piani superiori



al primo ordine





# Caratteristiche della sollecitazione

## 2 - momento nei pilastri

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)
5	549.6	42.3	67.6
4	968.2	74.5	119.2
3	1285.3	98.9	158.2
2	1500.9	115.5	184.7
1 testa	1593.8	122.6	176.5
piede			264.8

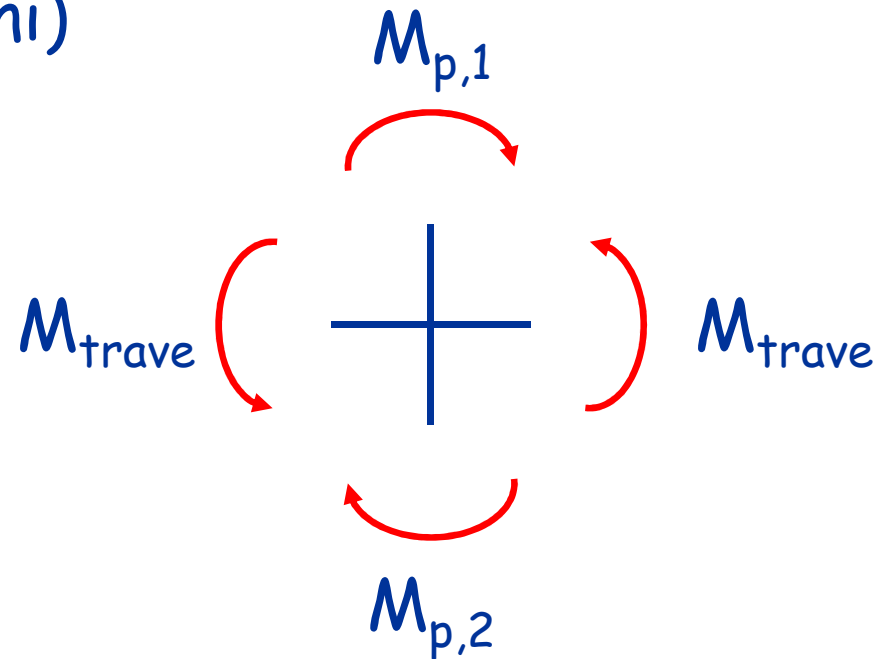
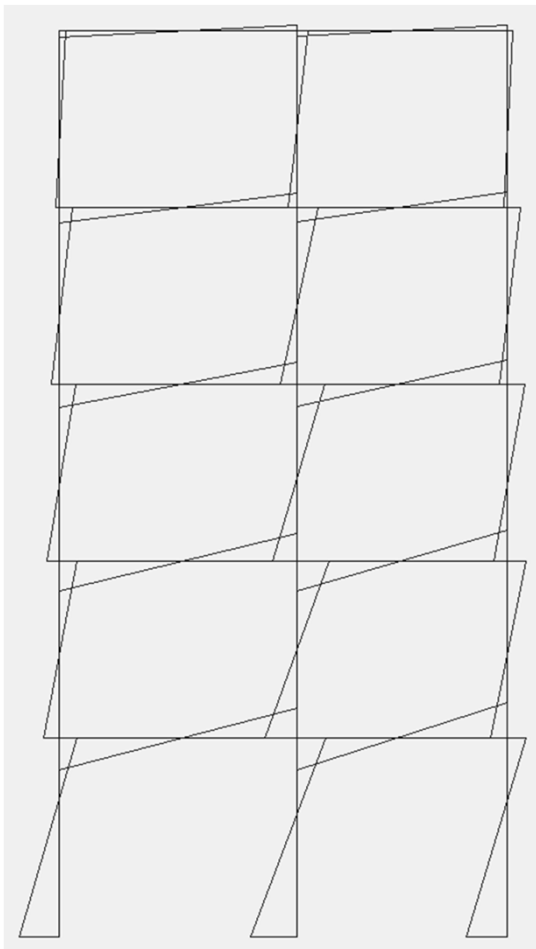
$M = V h / 2$

$M = V 0.4 h$

$M = V 0.6 h$

# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

3. Valutare il momento nelle travi, dall'equilibrio dei nodi (nei nodi interni)

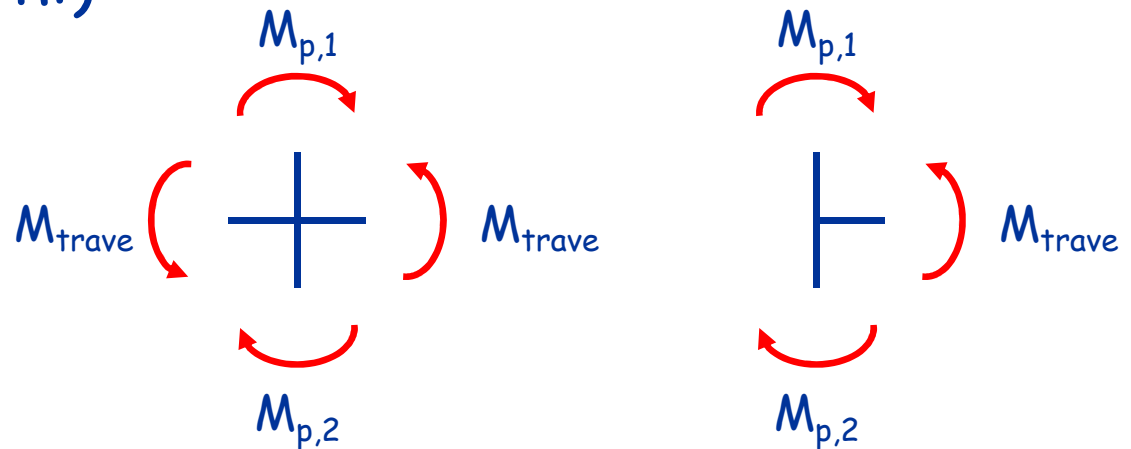
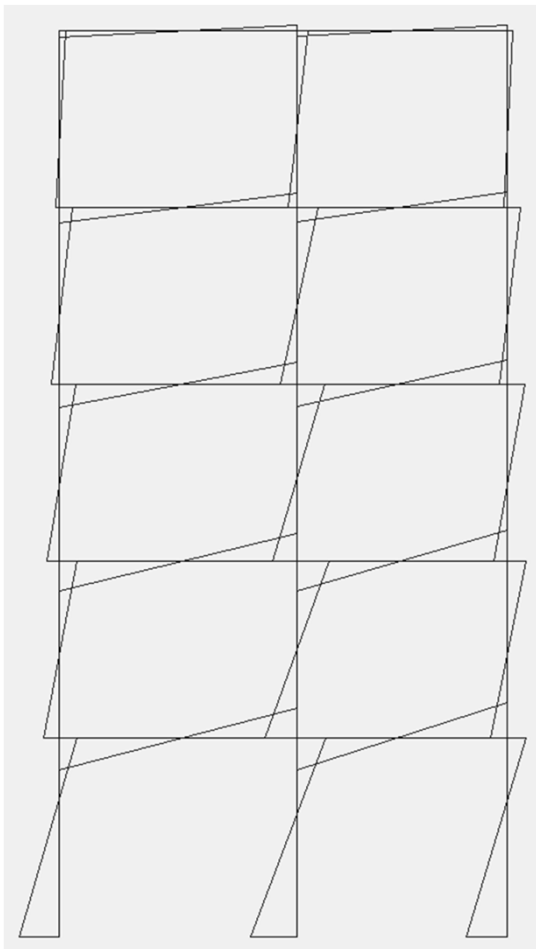


Per l'equilibrio:

$$M_{trave} = \frac{M_{p,1} + M_{p,2}}{2}$$

# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

3. Valutare il momento nelle travi, dall'equilibrio dei nodi (nei nodi interni)



Se si è fatto un calcolo più preciso, valutando la rigidezza dei singoli pilastri si può anche differenziare la situazione per i nodi perimetrali da quella dei nodi interni

# Caratteristiche della sollecitazione

## 3 - momento nelle travi

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	42.3	67.6	33.8
4	968.2	74.5	119.2	93.4
3	1285.3	98.9	158.2	138.7
2	1500.9	115.5	184.7	171.5
1 testa	1593.8	122.6	176.5	180.6
piede			264.8	

$$M_{+} = M_{p5}/2$$

$$M_{+} = (M_{p5} + M_{p4})/2$$

# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

## 4. Valutare il $\Delta N$ nei pilastri

Nei pilastri di estremità (o dove c'è una trave rigida ed una a spessore) nasce un  $\Delta N$  dovuto al taglio nelle travi

Il taglio può essere stimato, pensando a momenti uguali ed opposti ai due estremi della trave, come

$$V_{\text{trave}} = \frac{2 M_{\dagger}}{l_{\text{trave}}}$$

Il  $\Delta N$  ad un ordine è la somma dei tagli delle travi sovrastanti

$$\Delta N_{\text{pil},n} = \sum_{i=n}^N V_{\text{trave},i}$$

# Caratteristiche della sollecitazione

## 4 - $\Delta N$ nei pilastri

$$l_{trave} = 4.10 \text{ m}$$

$$V_{t,5}=2$$

$$M_{t,5}/l$$

$$\Delta N = V_{t,5}$$

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)	$\Delta N$ pilastro (kN)
5	549.6	42.3	67.6	33.8	16.5
4	968.2	74.5	119.2	93.4	62.0
3	1285.3	98.9	158.2	138.7	129.7
2	1500.9	115.5	184.7	171.5	213.4
1 testa	1593.8	122.6	176.5	180.6	301.5
piede			264.8		

$$\Delta N = V_{t,5} + V_{t,4}$$

# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

5. Incrementare i momenti per tenere conto di:
- eccentricità accidentale
  - effetto combinato delle diverse componenti
  - gerarchia delle resistenze per i pilastri

Se la struttura è sufficientemente rigida torsionalmente, per tener conto dei primi due può essere sufficiente incrementare del 20%

Questo incremento si riferisce solo ai telai perimetrali

# Caratteristiche della sollecitazione

## 5a - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	42.3	67.6	33.8
4	968.2	74.5	119.2	93.4
3	1285.3	98.9	158.2	138.7
2	1500.9	115.5	184.7	171.5
1 testa	1593.8	122.6	176.5	180.6
piede			264.8	

Questo incremento si riferisce solo ai telai perimetrali



# Caratteristiche della sollecitazione

## 5a - incremento per eccentricità

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	81.1	40.6
4	968.2	89.4	143.0	112.1
3	1285.3	118.6	189.8	166.4
2	1500.9	138.5	221.6	205.7
1 testa	1593.8	147.1	211.8	216.7
piede			317.7	

+20%

# Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

5. Incrementare i momenti per tenere conto di:
- eccentricità accidentale
  - effetto combinato delle diverse componenti
  - gerarchia delle resistenze per i pilastri

La gerarchia delle resistenze dovrebbe essere presa in considerazione solo dopo aver armato le travi

In via approssimata si possono aumentare le sollecitazioni nei pilastri (a parte la sezione al piede del 1° ordine), moltiplicandole per 1.5 a tutti i piani nel caso di CD "A" (1.3 per CD "B")

# Caratteristiche della sollecitazione

## 5b - gerarchia delle resistenze

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	81.1	40.6
4	968.2	89.4	143.0	112.1
3	1285.3	118.6	189.8	166.4
2	1500.9	138.5	221.6	205.7
1 testa	1593.8	147.1	211.8	216.7
piede			317.7	

Questi valori vanno incrementati per garantire un meccanismo di collasso globale

Le NTC 08 (punto 7.2.1) impongono gerarchia delle resistenze anche per CD"B", con sovrarresistenza 1.1 (mentre è 1.3 per CD"A")

# Caratteristiche della sollecitazione

## 5b - gerarchia delle resistenze

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	549.6	50.7	121.6	40.6
4	968.2	89.4	214.5	112.1
3	1285.3	118.6	284.7	166.4
2	1500.9	138.5	332.4	205.7
1 testa	1593.8	147.1	317.7	216.7
piede			317.7	

Moltiplicati  
per 1.5

# Caratteristiche di sollecitazione nella direzione y

- Ho un numero diverso di pilastri (14 anziché 13) ma la differenza è modesta:  
posso ritenere che i risultati non cambino
- C'è però la possibilità che lo schema non sia ben bilanciato. Ciò comporterebbe:
  - La necessità di aumentare le sollecitazioni in un lato dell'edificio (in questo caso il destro)
  - La necessità di considerare la struttura non regolare in pianta e ridurre leggermente  $q$

Ma in questi casi è opportuno **ridimensionare la struttura** per evitare o almeno ridurre la rotazione

# Dimensionamento

- Le sollecitazioni trovate possono essere utilizzate per dimensionare le sezioni di travi e pilastri
- In momenti successivi, dopo aver effettuato il calcolo con un apposito programma, i valori che si otterranno devono essere confrontati con quelli previsti:
  - Una buona corrispondenza consente la validazione del calcolo
  - Eventuali differenze rilevanti possono essere segno di errori nel calcolo, che lo renderebbero "non validato"

# Dimensionamento: travi emergenti

- Le sollecitazioni da sisma sono elevate ai piani inferiori e centrali

Piano	Momento trave (kNm)
5	40.6
4	112.1
3	166.4
2	205.7
1	216.7

Nota: sto considerando i valori includendo l'effetto dell'eccentricità perché c'è una trave perimetrale molto caricata; per le travi centrali questo effetto non c'è

# Dimensionamento: travi emergenti

Momento per carichi verticali (con sisma)

$$M = \frac{q L^2}{10} = \frac{33 \times 4.20^2}{10} \cong 60 \text{ kNm}$$

Momento per azione sismica

$$M = 217 \text{ kNm}$$

Nota: ho incluso l'effetto dell'eccentricità perché c'è una trave perimetrale molto caricata; per le travi centrali questo effetto non c'è

Momento massimo, totale

$$M = 60 + 217 = 277 \text{ kNm}$$



# Dimensionamento: travi emergenti

Dati:

Sezione rettangolare

$$b = 30 \text{ cm}$$

$h =$  da determinare

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$M_{Ed} = 277 \text{ kNm}$$

$$\text{Calcestruzzo } f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

Calcolo dell'altezza utile:

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.018 \sqrt{\frac{277}{0.30}} = 0.55 \text{ m}$$

sezione: 30x60

# Dimensionamento: travi emergenti

- Le sollecitazioni da sisma sono elevate ai piani inferiori e centrali

Piano	Momento trave (kNm)
5	40.6
4	112.1
3	166.4
2	205.7
1	216.7

... ma si riducono di molto  
ai piani superiori

È possibile ridurre le  
sezioni, ma avere travi  
rigide limita gli spostamenti  
della struttura

La riduzione sarebbe necessaria  
se le sezioni fossero eccessive

Nel mio caso, mantengo 30x60 al  
4° impalcato, passo a 30x50 al 5°

# Dimensionamento: pilastri

- Le sollecitazioni da sisma sono elevate al primo e secondo ordine

Piano	Momento pilastro (kNm)
5	121.6
4	214.5
3	284.7
2	332.4
1 testa	317.7
piede	317.7

Nota: sto considerando i valori includendo l'effetto dell'eccentricità, perché i pilastri perimetrali ne risentono sicuramente

Ho anche considerato forfaitariamente l'effetto della gerarchia di resistenza pilastro-trave per tutte le sezioni (tranne alla base)

# Dimensionamento: pilastri

Piano	Momento pilastro (kNm)	Sforzo normale (kN)	$\Delta N$ da sisma (kN)
5	121.6	77 ÷ 253	$\pm 16.5$
4	214.5	154 ÷ 451	$\pm 62.0$
3	284.7	231 ÷ 649	$\pm 129.7$
2	332.4	308 ÷ 847	$\pm 213.4$
1 testa	317.7	385 ÷ 1045	$\pm 301.5$
piede	317.7		

Coppie M-N  
più gravose

$$M = 332 \text{ kNm}$$

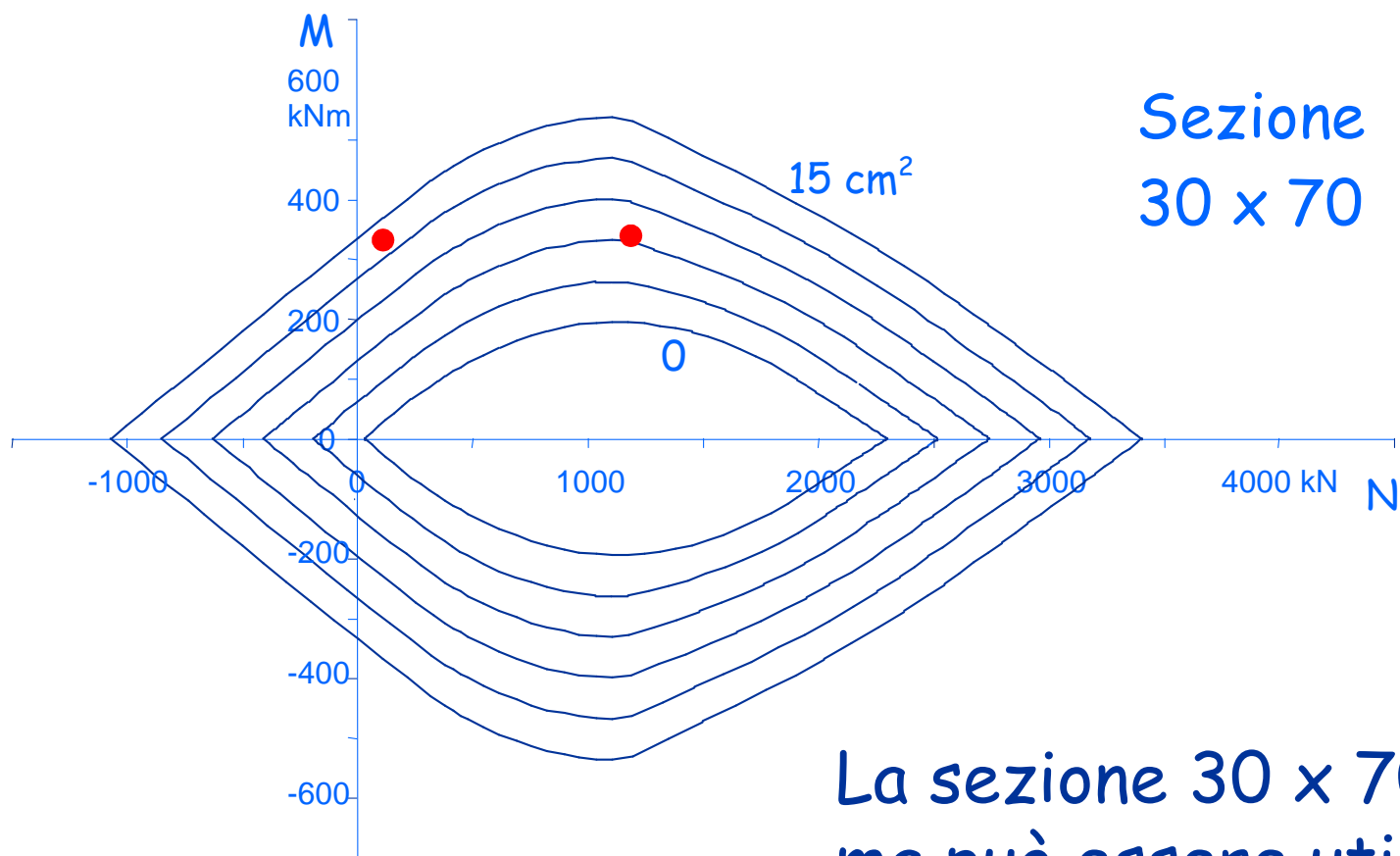
$$N_{\min} = 95 \text{ kN}$$

$$M = 317 \text{ kNm}$$

$$N_{\max} = 1346 \text{ kN}$$

# Dimensionamento: pilastri

Utilizzando il dominio M-N



$$M = 332 \text{ kNm}$$

$$N = 95 \text{ kN}$$

$$M = 317 \text{ kNm}$$

$$N = 1346 \text{ kN}$$

occorrono  
5 Ø20 per lato

La sezione 30 x 70 è al limite  
ma può essere utilizzata

# Dimensionamento: pilastri

- Utilizzerò sezioni 30x70, necessarie per i tre ordini inferiori
- Potrei ridurre la sezione ai due ordini superiori, ma preferisco mantenerla invariata
  - Tutte le riseghe possono essere causa di errori di esecuzione
  - Ne avrei fatte solo se la sezione fosse troppo grande
  - In ogni caso, ai piani superiori non devo mai utilizzare sezioni minori di quella della trave emergente
- Potrei eventualmente variare le dimensioni (o ruotare pilastri) se penso di avere problemi di rotazione in pianta (lato destro deformabile)

# Controllo del dimensionamento delle sezioni

# Controllo del dimensionamento

Approssimazioni insite nella fase precedente:

1. Il periodo proprio della struttura è stato stimato con formule semplificate  
Ora occorre controllarlo
2. Le forze statiche sono state ripartite tra i pilastri "che contano" o in base a rapporti di rigidezza valutati a occhio  
Ora occorre controllare meglio le rigidezze
3. Il bilanciamento delle rigidezze della struttura è stato stimato a occhio  
Ora può essere verificato numericamente



# Controllo del dimensionamento

## Stima delle rigidezze laterali

Per tutte e tre gli aspetti occorre effettuare una stima più accurata delle rigidezze laterali dei pilastri

Possibili approcci:

1. Approccio globale semplificato  
Molto rapido, ma utile solo per stimare il periodo
2. Approccio per tipologia di pilastro
3. Approccio dettagliato per singolo pilastro  
Molto oneroso
4. Calcolo delle rigidezze a partire dai risultati di un calcolo a telaio  
Utilizzabile solo in fasi successive, per un controllo delle rigidezze stimate in precedenza

# Stima delle rigidezze laterali

## 1. Approccio globale semplificato

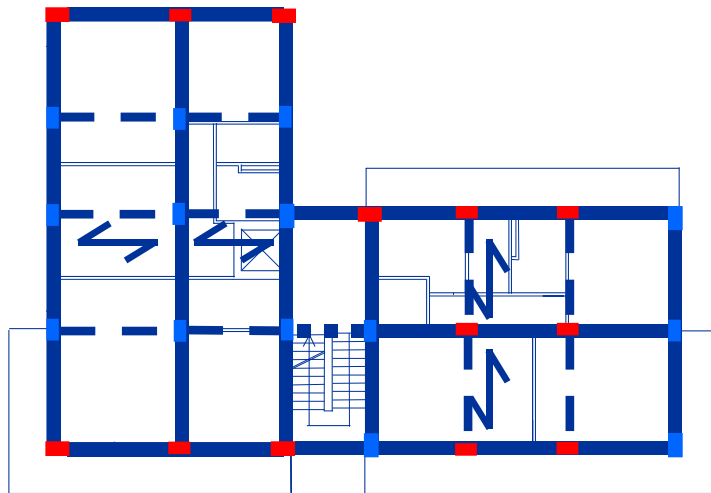
$$\text{rigidezza} = \frac{12 E \sum I_p}{L_p^3} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{E \sum I_p / L_p}{E \sum I_{t,\text{sup}} / L_t} + \frac{E \sum I_p / L_p}{E \sum I_{t,\text{inf}} / L_t} \right)}$$

considerando solo i pilastri e le travi "che contano"

- Nel caso di edificio con travi emergenti e a spessore, i pilastri di coltello e le travi emergenti
- Nel caso di edificio con tutte travi a spessore, i pilastri "equivalenti" stimati in maniera forfaitaria e tutte le travi

# Stima delle rigidezze laterali

## 1. Approccio globale semplificato



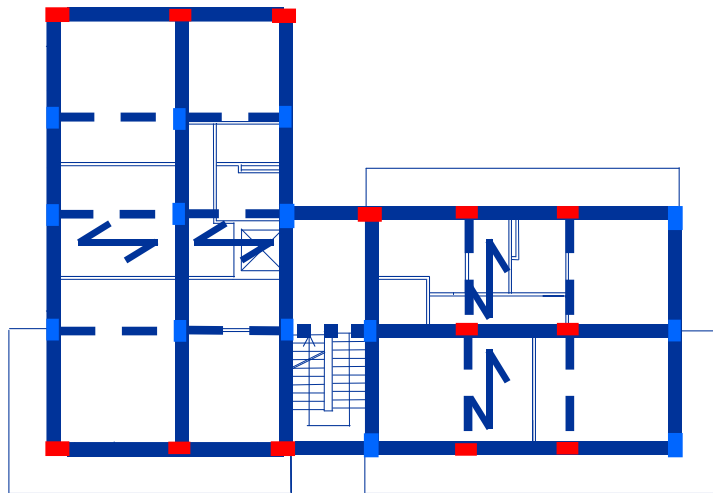
I pilastri (tutti uguali) sono:  
13 allungati in direzione x  
14 allungati in direzione y

Le travi emergenti sono:  
15 in direzione x  
16 in direzione y

Considero 13 pilastri e  
15 travi (direzione x)

# Stima delle rigidezze laterali

## 1. Approccio globale semplificato



Al piano tipo, direzione x

Pilastri 30x70 (13)

$L_p = 3.20$  m

$I_p = 857500$  cm<sup>4</sup>

Travi 30x60 (15)

$L_t = 4.00$  m in media

$I_t = 540000$  cm<sup>4</sup>

Ottengo

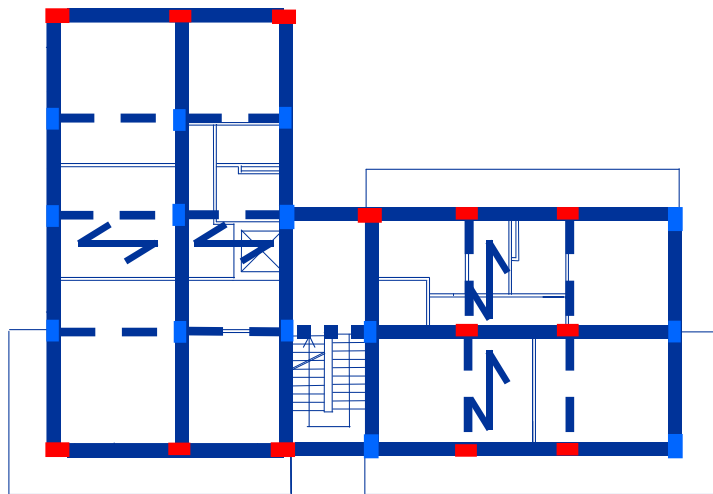
$k = 472.7$  kN/mm

Vedi file Excel

Dimensionamento-schema base  
foglio Rigidezza-1

# Stima delle rigidezze laterali

## 1. Approccio globale semplificato



ordine	$K_x$ [kN/mm <sup>2</sup> ]	$K_y$ [kN/mm <sup>2</sup> ]
5	384.3	411.1
4	472.7	506.0
3	472.7	506.0
2	472.7	506.0
1	511.8	548.9

Vedi file Excel  
Dimensionamento-schema base  
foglio Rigidezza-1

# Stima delle rigidezze laterali

## 2. Approccio per tipologia di pilastro

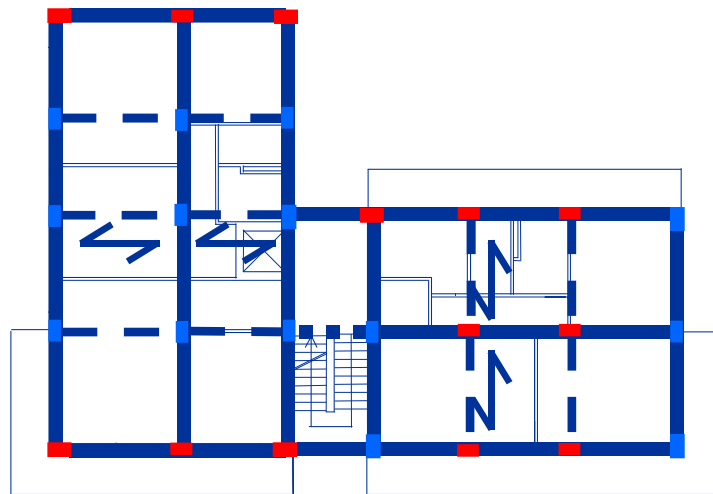
- Si individuano le tipologie di pilastri, in funzione della loro sezione ed orientamento e delle travi che li vincolano
- Si accorpano tutti i casi di lunghezza trave simile, per ridurre il numero di tipologie
- Si determina la rigidezza di ciascuna tipologia con la formula citata in precedenza

$$\text{rigidezza} = \frac{12 E I_p L_p^3}{L_p^3} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{r_1 + r_2 + 2 r_1 r_2 / 3}{1 + (r_1 + r_2) / 6}}$$

$$\text{con } r_1 = \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,\text{sup}} / L_t} \quad r_2 = \frac{E I_p / L_p}{E I_{t,\text{inf}} / L_t}$$

# Stima delle rigidezze laterali

## 2. Approccio per tipologia di pilastro



Ottengo

$$k = 481.1 \text{ kN/mm}$$

Al piano tipo, direzione x

Pilastro 30x70, 2 travi emergenti(10)  
 $k = 33.14 \text{ kN/mm}$  [1]

Pilastro 30x70, 1 trave emergente(3)  
 $k = 19.90 \text{ kN/mm}$  [0.60]

Pilastro 70x30, 2 travi emergenti(1)  
 $k = 13.31 \text{ kN/mm}$  [0.40]

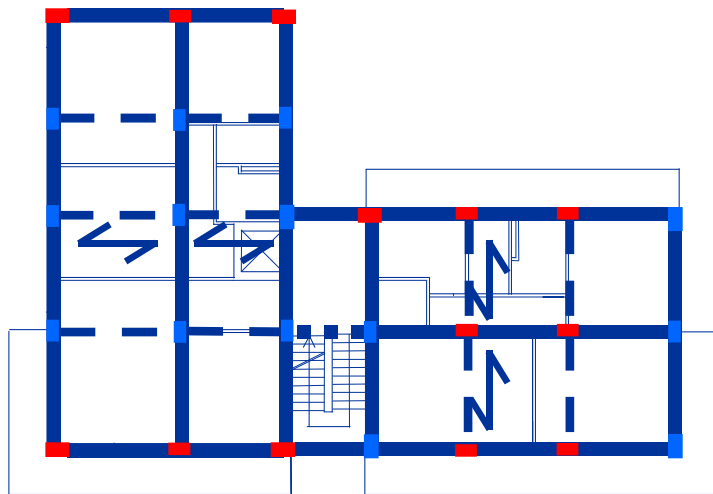
Pilastro 70x30, 1 trave emergente(5)  
 $k = 10.51 \text{ kN/mm}$  [0.32]

Pilastro 70x30, travi a spessore (4+4)  
 $k = 3.87 - 2.16 \text{ kN/mm}$  [0.12-0.07]

Vedi file Excel Dimensionamento-schema base, foglio Rigidezza-2

# Stima delle rigidezze laterali

## 2. Approccio per tipologia di pilastro



ordine	Kx [kN/mm <sup>2</sup> ]	Ky [kN/mm <sup>2</sup> ]
5	394.9	419.9
4	481.1	514.2
3	481.1	514.2
2	481.1	514.2
1	534.9	570.4

I valori totali sono molto simili a quelli ottenuti con l'approccio 1

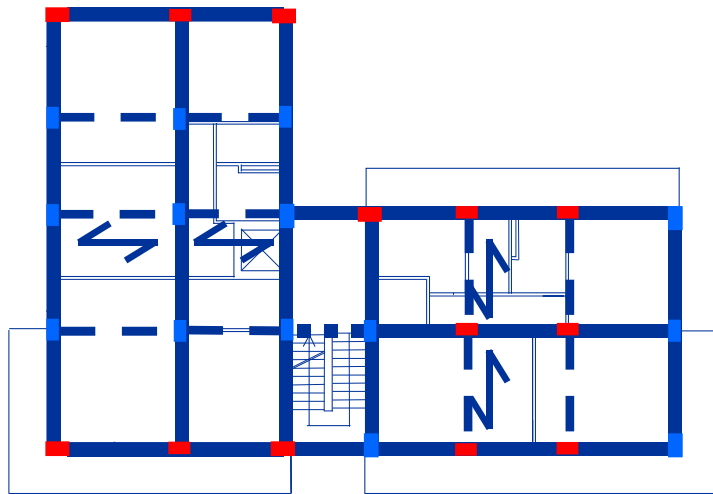
Vedi file Excel  
Dimensionamento-schema base  
foglio Rigidezza-2



# Stima delle rigidezze laterali

## 3. Approccio dettagliato per singolo pilastro

- Analogo al 2, ma considerando per ciascun pilastro le effettive lunghezze delle travi



ordine	$K_x$ [kN/mm <sup>2</sup> ]	$K_y$ [kN/mm <sup>2</sup> ]
5	418.7	437.2
4	505.5	534.4
3	505.5	534.4
2	505.5	534.4
1	538.2	570.9

Vedi file Excel Rigidezze-  
schema base

# Stima delle rigidezze laterali

## 4. Calcolo a posteriori

- Dopo aver effettuato la risoluzione dello schema intelaiato soggetto ad una distribuzione di forze plausibile (analisi statica, un modo dell'analisi modale) si conoscono tagli e spostamenti relativi per ciascun pilastro
- La rigidezza è pari al rapporto tra taglio del pilastro e spostamento relativo testa-piede

# 1. Controllo del periodo proprio

- La formula di normativa non tiene conto della effettiva rigidezza della struttura
- È opportuno controllare appena possibile se il periodo è plausibile (e quindi se le forze sono effettivamente quelle da usare)
- Possibile procedimento per valutare il periodo:

Formula di Rayleigh

$m_i$ : massa di piano

$F_i$ : Forza di piano

$u_i$ : spostamento del baricentro di piano  
(provocato dalla forze  $F_i$ )

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

# 1. Controllo del periodo proprio

direzione x (con approccio 1)

Piano	F (kN)	V (kN)	k (kN/mm)	d <sub>r</sub> (mm)	u (mm)
Torrino+V	549.6	549.6	384.3	1.43	12.49
IV	418.6	968.2	472.7	2.05	11.06
III	317.1	1285.3	472.7	2.72	9.01
II	215.6	1500.9	472.7	3.18	6.29
I	92.9	1593.8	511.8	3.11	3.11

Vedi file Excel  
Dimensionamento-schema base  
foglio Periodo

# 1. Controllo del periodo proprio

direzione x (con approccio 1)

Piano	m (kN s <sup>2</sup> /m)	F (kN)	u (mm)	F u (kN mm)	m u <sup>2</sup> (kN mm s <sup>2</sup> )
Torrino+V	348.5	549.6	12.49	6862	54.3
IV	329.8	418.6	11.06	4628	40.3
III	329.8	317.1	9.01	2856	26.8
II	329.8	215.6	6.29	1356	13.0
I	268.3	92.9	3.11	289	2.6
somma				15992	137.0

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

$$T = 0.582 \text{ s}$$

# 1. Controllo del periodo proprio direzione y (con approccio 1)

Piano	F (kN)	V (kN)	k (kN/mm)	d <sub>r</sub> (mm)	u (mm)
Torrino+V	549.6	549.6	411.1	1.34	11.66
IV	418.6	968.2	506.0	1.91	10.32
III	317.1	1285.3	506.0	2.54	8.41
II	215.6	1500.9	506.0	2.97	5.87
I	92.9	1593.8	548.9	2.90	2.90

# 1. Controllo del periodo proprio direzione y (con approccio 1)

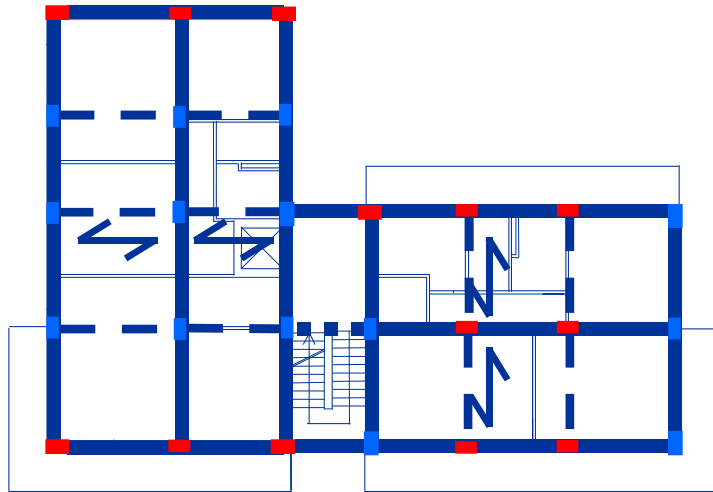
Piano	m (kN s <sup>2</sup> /m)	F (kN)	u (mm)	F u (kN mm)	m u <sup>2</sup> (kN mm s <sup>2</sup> )
Torrino+V	348.5	549.6	11.66	6409	47.4
IV	329.8	418.6	10.32	4321	35.1
III	329.8	317.1	8.41	2667	23.3
II	329.8	215.6	5.87	1266	11.4
I	268.3	92.9	2.90	270	2.3
somma				14932	119.5

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N F_i u_i}}$$

$$T = 0.562 \text{ s}$$

# 1. Controllo del periodo proprio con approccio 2 e 3

- Stima delle rigidezze  
approccio 2: singola tipologia di pilastro



Si trova:

$$T_x = 0.574 \text{ s}$$

$$T_y = 0.556 \text{ s}$$

Vedi file Excel

Dimensionamento-schema base  
foglio Periodo

Con approccio 3, esaminando i pilastri  
uno ad uno:

$$T_x = 0.564 \text{ s}$$

$$T_y = 0.548 \text{ s}$$

Vedi file Excel

Rigidezze-schema base  
foglio Periodo



# 1. Controllo del periodo proprio ed eventuali iterazioni

- La formula di normativa aveva fornito un periodo  $T=0.611\text{ s}$
- Le valutazioni più precise forniscono un periodo compreso tra  $0.55\text{ s}$  e  $0.58\text{ s}$  (leggermente minore per la direzione  $y$ , che è un po' più rigida)
- Questa differenza porterebbe ad un leggero incremento di sollecitazioni (circa il 10%)...  
... ma il dimensionamento fatto non verrebbe modificato

## 2. Ripartizione del taglio tra i pilastri e previsione del momento flettente

- In fase di dimensionamento si è ipotizzato che il taglio di piano si dividesse tra 13 pilastri in direzione x e 14 in direzione y
- Dividendo la rigidezza totale (approccio 2) per quella del pilastro più rigido si ottiene

ordine	x - pilastri equivalenti	y - pilastri equivalenti
5	14.80	15.74
4, 3, 2	14.52	15.52
1	14.49	15.45

## 2. Ripartizione del taglio tra i pilastri e previsione del momento flettente

- In sostanza, è come se il taglio di piano si dividesse tra 14.5 pilastri in direzione x (anziché 13) e 15.5 in direzione y (anziché 14)
- I pilastri più rigidi porteranno quindi un taglio (e un momento flettente) leggermente minore rispetto alla previsione
- I pilastri rigidi di estremità porteranno il 60% di questi valori.

Quindi anche per la trave ad essi adiacente il momento flettente non sarà molto diverso da quanto previsto (si era ripartito un  $M_{\max}$  tra due travi, ora si ha circa  $0.6 M_{\max}$  su una singola trave)

# 3. Bilanciamento delle rigidità

Ogni pilastro ha una sua rigidità

- Piano tipo - direzione x

Si possono calcolare le coordinate del baricentro

Rigidezze per forze x																		
	x =	0.15		4.85		8.65		11.65		14.85		19.05		22.65		yG = 5.89	rk x = 9.24	
y =																somma	s y	s y2
15.85		19.90		33.14		19.90										72.94	1156.1	18324
12.25		2.16		3.87		2.16										8.19	100.3	1229
8.75		2.16		3.87		10.51		33.14		33.14		33.14		10.51		126.47	1106.6	9683
4.55		2.16		3.87		3.87		10.51		33.14		33.14		10.51		97.2	442.3	2012
0.15		19.90		33.14		33.14		13.31		33.14		33.14		10.51		176.28	26.4	4
																481.08	2831.7	31252

# 3. Bilanciamento delle rigidità

Ogni pilastro ha una sua rigidità

- Piano tipo - direzione y

Rigidità per forze y															
x =	0.15		4.85		8.65		11.65		14.85		19.05		22.65	Ik =	41059
y =															
15.85	10.51	10.51	10.51												
12.25	33.14	33.14	33.14												
8.75	33.14	33.14	33.14	10.51	2.16	2.16	19.90								
4.55	33.14	33.14	33.14	33.14	3.87	3.87	33.14								
0.15	10.51	10.51	10.51	19.90	2.16	2.16	19.90								
somma	120.44	120.44	120.44	63.55	8.19	8.19	72.94	514.19						xG =	
s x	18.1	584.1	1041.8	740.4	121.6	156.0	1652.1	4314.1						8.39	
s x2	3	2833	9012	8625	1806	2972	37420	62671						rk y = 8.94	

Si possono calcolare le coordinate del baricentro

### 3. Bilanciamento delle rigidità

- Confrontando le coordinate del centro delle rigidità con quello delle masse si può valutare numericamente se la struttura è bilanciata o no

ordine	$\Sigma kx$	$\Sigma ky$	$xG_k$	$yG_k$	$r_{kx}$	$r_{ky}$		$xG_m$	$yG_m$	$r_m$
5	394.86	419.89	8.38	5.87	9.17	8.89		10.14	5.76	8.05
4	481.08	514.19	8.39	5.89	9.24	8.94		10.35	5.64	8.38
3	481.08	514.19	8.39	5.89	9.24	8.94		10.35	5.64	8.38
2	481.08	514.19	8.39	5.89	9.24	8.94		10.35	5.64	8.38
1	534.91	570.46	8.68	6.04	9.41	9.11		11.08	6.33	7.81

- In questo caso si hanno eccentricità minime come  $\Delta y$  ma rilevanti come  $\Delta x$ . La struttura è quindi non bilanciata per sisma y
- Occorre modificare la carpenteria per bilanciarla

## 4. Ulteriore controllo: spostamenti per SLD

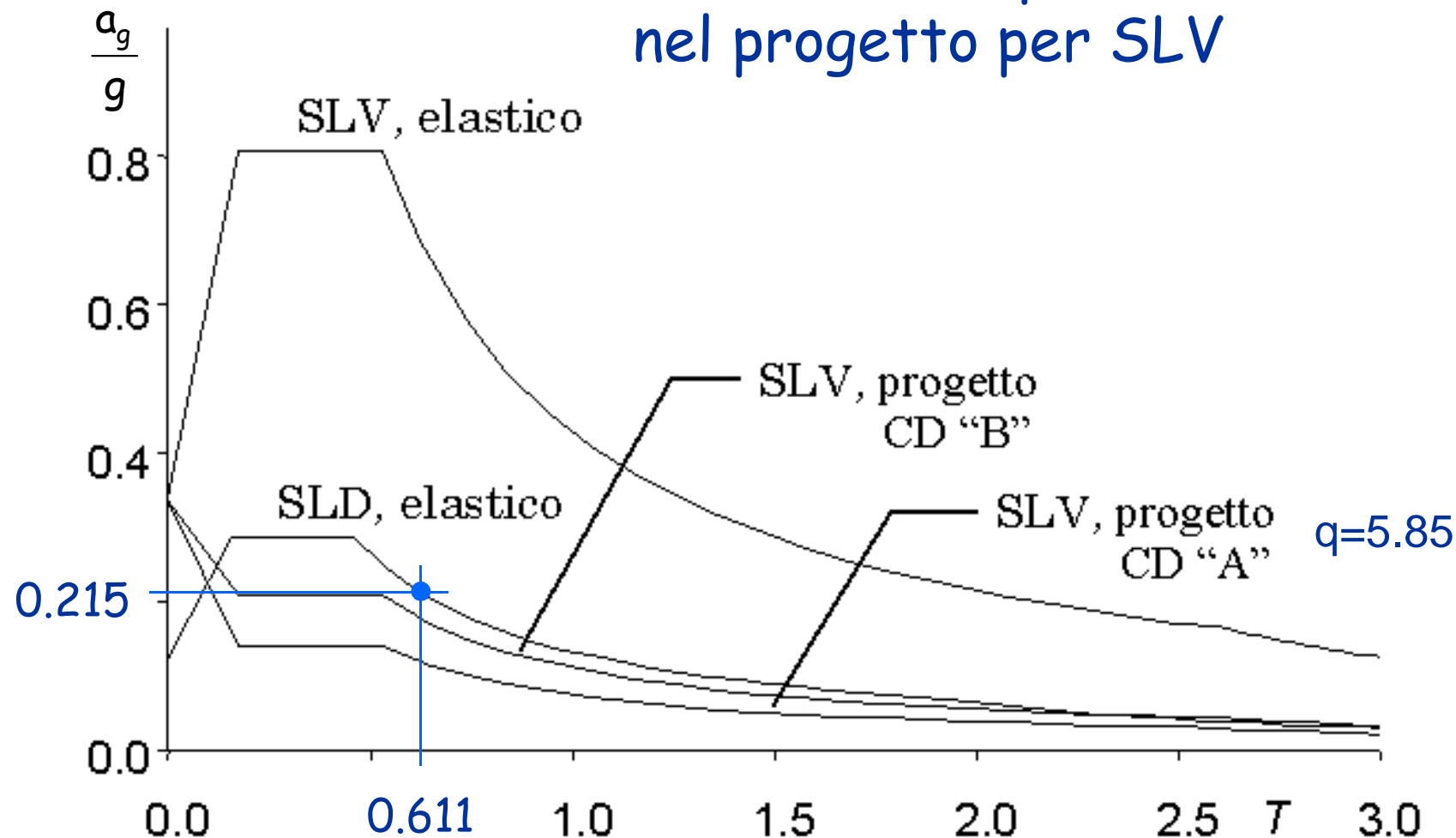
Gli spostamenti (relativi) sono importanti per la verifica allo stato limite di danno

Ho già fatto una previsione degli spostamenti per SLV con  $q=5.85$

Data la linearità del calcolo, posso fare una proporzione tra ordinate spettrali e risultati del calcolo

# Spettro e accelerazioni per stato limite di danno

L'accelerazione per SLD è 0.215 g  
cioè circa 1.8 per il valore usato  
nel progetto per SLV





## 4. Ulteriore controllo: spostamenti per SLD

Piano	u SLV [mm]	d <sub>r</sub> SLV [mm]	d <sub>r</sub> SLD [mm]	h <sub>r</sub> [m]	d <sub>r, amm</sub> [mm]
5	12.49	1.43	2.57	3.20	16.0
4	11.06	2.05	3.68	3.20	16.0
3	9.01	2.72	4.88	3.20	16.0
2	6.29	3.18	5.70	3.20	16.0
1	3.11	3.11	5.59	3.60	18.0

Gli spostamenti sono pienamente ammissibili,  
anche considerando il possibile incremento del 20% per  
eccentricità accidentale e combinazione componenti sisma

## 4. Ulteriore controllo: spostamenti per SLD

### Considerazioni:

- La normativa ha subito varie evoluzioni, che nel caso della verifica allo SLD hanno comportato differenze molto più rilevanti che per la verifica allo SLV
- Attualmente i limiti per SLD sono meno condizionanti rispetto a versioni passate della norma
- È possibile che future versioni tornino a limiti più condizionanti
- La normativa 2015 introduce un fattore di comportamento ( $q \leq 1.5$ ) anche per SLD, ma questo non influisce sulla verifica perché, per  $T > T_c$ , gli spostamenti calcolati con uno spettro ridotto di  $q$  vanno poi nuovamente amplificati per  $q$