Corso

Progetto di strutture in zona sismica

Catania
ottobre 2017 – gennaio 2018

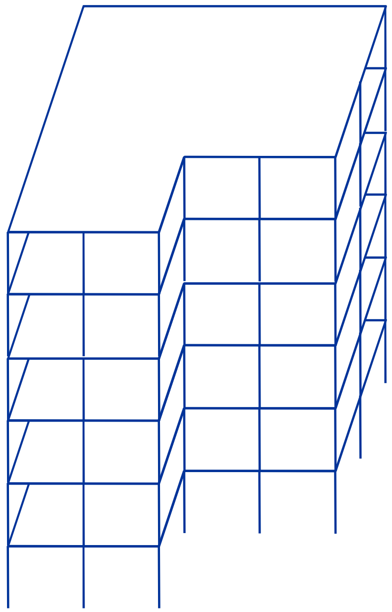
05 – Risposta elastica e spettri di risposta elastica

18 ottobre 2017

Aurelio Ghersi

Le strutture:
gradi di libertà statici

Le strutture, pur essendo in realtà continue, sono in genere viste come discretizzate, ovvero come:



- Insieme di nodi (liberi o vincolati)
- Collegati da elementi mono dimensionali (aste) o anche bi o tri-dimensionali

Gradi di libertà (statici):

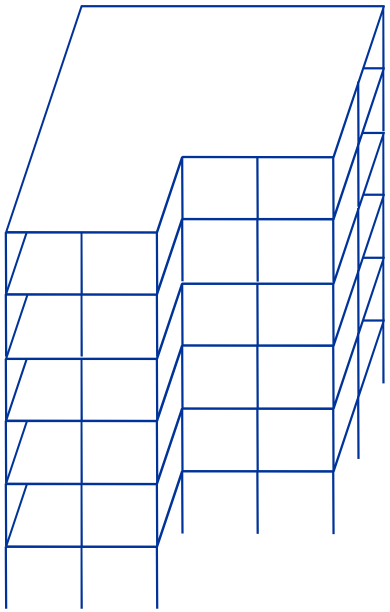
- Le componenti di movimento consentite ai nodi

Nello spazio, un nodo non vincolato ha 6 gradi di libertà

Impalcati indeformabili riducono i gradi di libertà

Le strutture:
gradi di libertà dinamici

Con il movimento nascono forze d'inerzia, prodotto di massa per accelerazione:



- Le masse sono in realtà continue
- Vengono però considerate concentrate (nei nodi, negli impalcati)

Gradi di libertà dinamici:

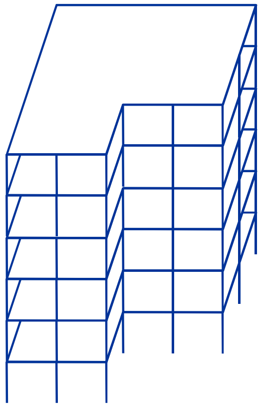
- Le componenti di movimento consentite alle masse

Usualmente si ipotizzano impalcati indeformabili e masse solo a livello dell'impalcato. Vi sono in tal caso 3n gradi di libertà (se gli impalcati sono n ed il movimento è orizzontale)

Le strutture:
gradi di libertà statici e dinamici

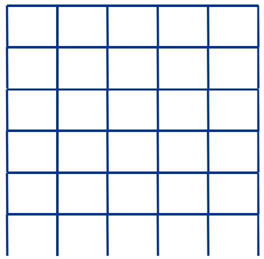
Edifici (tridimensionali) con n impalcati

- Gradi di libertà statici: centinaia o migliaia
- Gradi di libertà dinamici: 3n



Telai piani con n traversi

- Gradi di libertà statici: centinaia
- Gradi di libertà dinamici: n



Telai monopiano

- Gradi di libertà statici: decine
- Gradi di libertà dinamici: 1

In che modo valutiamo
l'effetto del sisma su una struttura?

Risposta sismica
di strutture

Occorre distinguere:

- Risposta sismica di strutture in campo elastico
- Risposta sismica di strutture con comportamento che va oltre il limite elastico

Parole chiave:

– Massa	il sisma provoca accelerazioni sulle masse
– Rigidezza	condiziona in maniera sostanziale la risposta in campo elastico
– Smorzamento	influisce sulla risposta in campo elastico
– Resistenza	condiziona in maniera sostanziale la risposta oltre il limite elastico
– Duttilità	determina la capacità della struttura di sopportare il sisma oltre il limite elastico

Risposta sismica
di strutture

Ordine che seguiremo:

- Risposta sismica di strutture in campo elastico
  - Strutture a un solo grado di libertà
    concetti base: periodo di oscillazione libera, spettro di risposta
  - Strutture a più gradi di libertà
    modalità operative: analisi modale, analisi statica

Risposta sismica
di strutture

Ordine che seguiremo:

- Risposta sismica di strutture in campo elastico
  - Strutture a un solo grado di libertà
  - Strutture a più gradi di libertà
- Risposta sismica di strutture con comportamento che va oltre il limite elastico
  - Strutture a un solo grado di libertà
    concetti base: influenza della duttilità, spettro di progetto
  - Strutture a un più gradi di libertà
    modalità operative: progetto con uso del fattore di struttura, verifica con analisi non lineari

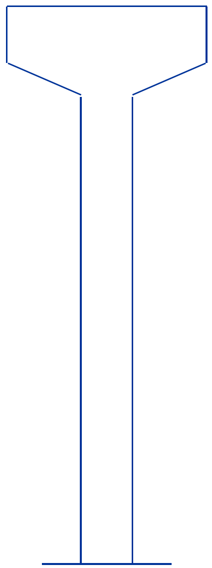
Risposta sismica

Schemi a un grado di libertà
in campo elastico

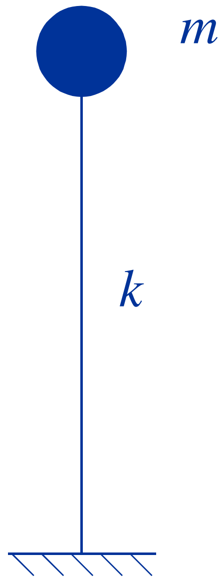
Struttura a un grado di libertà

Serbatoio pensile

Foto



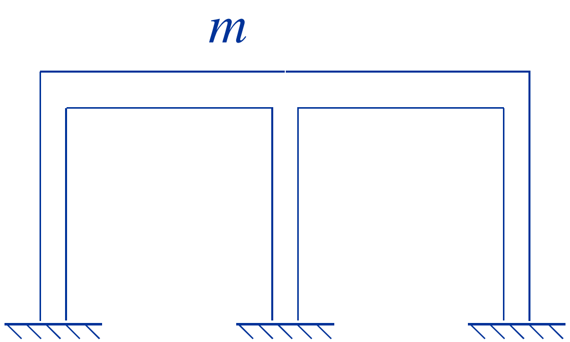
Disegno
schematico



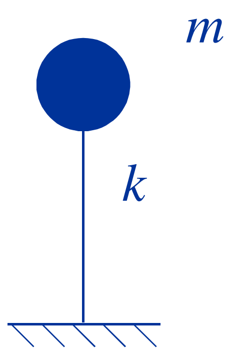
Modello
di calcolo

Struttura a un grado di libertà

Telaio monopiano



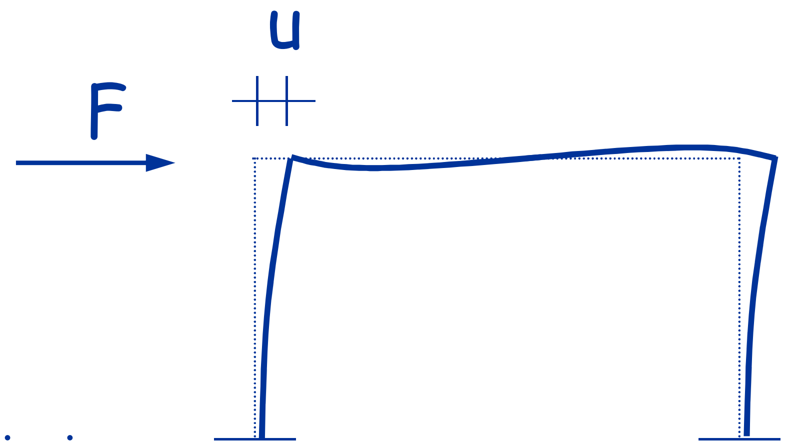
Disegno schematico



Modello di calcolo

Rigidezza
telaio monopiano

- Rigidezza (laterale) k = forza necessaria per ottenere uno spostamento unitario



Equilibrio statico

$$F = k\,u$$

$k = \dfrac{3\,E\,I}{l^3}$ mensola

$k = \dfrac{12\,E\,I}{l^3}$ rotazioni impedite

- Nota: oggi si parla di matrice di rigidezza dell'asta e matrice di rigidezza di una struttura. La rigidezza laterale (o la matrice di rigidezza laterale, nel caso di schemi a più piani) si ottiene per condensazione statica della matrice di rigidezza della struttura

Oscillazioni libere

Esempio: altalena

Spostando il sedile dell'altalena e poi lasciandolo libero, esso oscilla con un periodo T ben preciso

Oscillazioni libere

Esempio: altalena

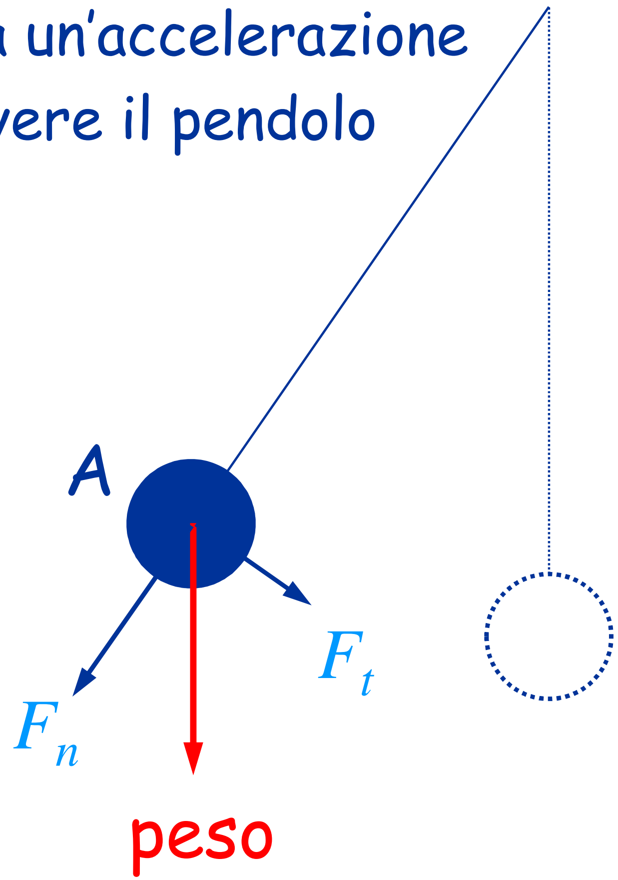
Spostando il sedile dell'altalena e poi lasciandolo libero, esso oscilla con un periodo T ben preciso

Oscillazioni libere
pendolo (esempio: altalena)

A) Il peso è scomposto nelle forze

F_n assorbita dall'asta del pendolo

F_t che provoca un'accelerazione che fa muovere il pendolo

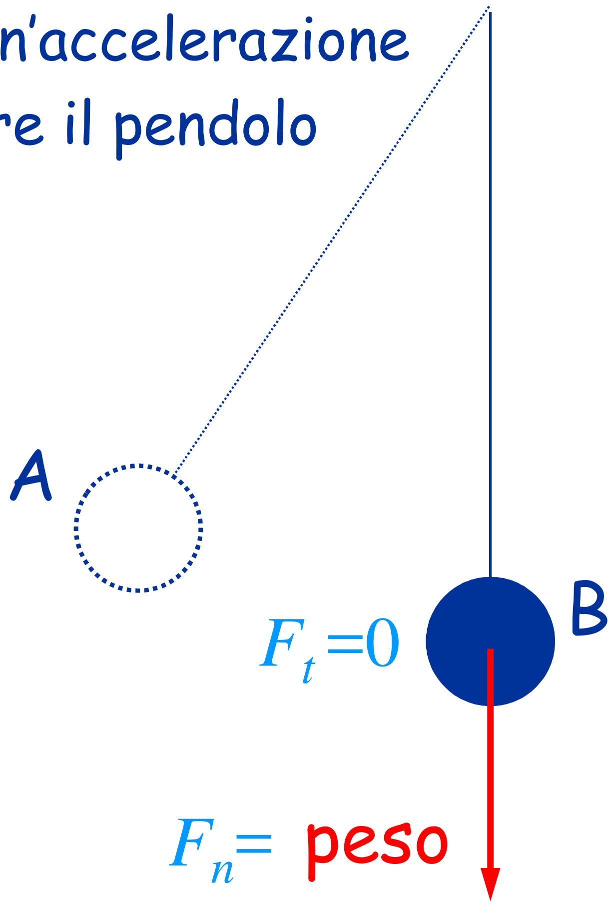


Oscillazioni libere
pendolo (esempio: altalena)

A) Il peso è scomposto nelle forze

F_n assorbita dall'asta del pendolo

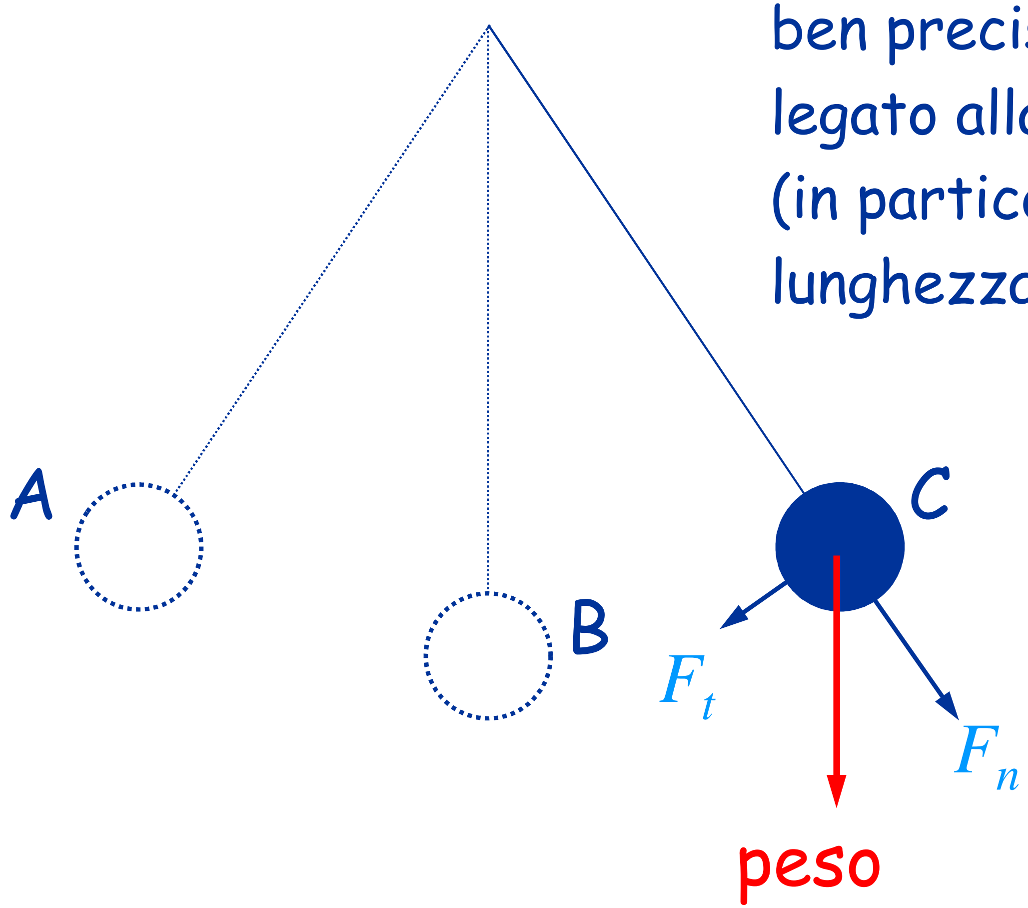
F_t che provoca un'accelerazione che fa muovere il pendolo



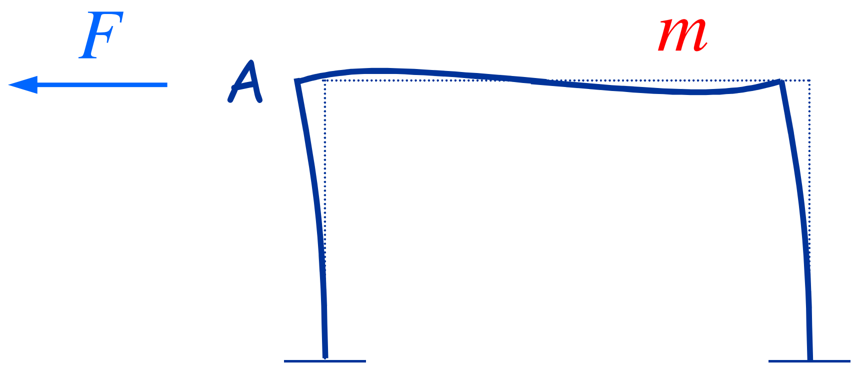
B) In questa posizione la velocità è massima (quando inizia a risalire rallenta) ma l'accelerazione è nulla perché $F_t = 0$

Oscillazioni libere
pendolo (esempio: altalena)

Il pendolo oscilla con un periodo T ben preciso, legato alla geometria (in particolare, alla lunghezza dell'asta)



Oscillazioni libere
telaio monopiano

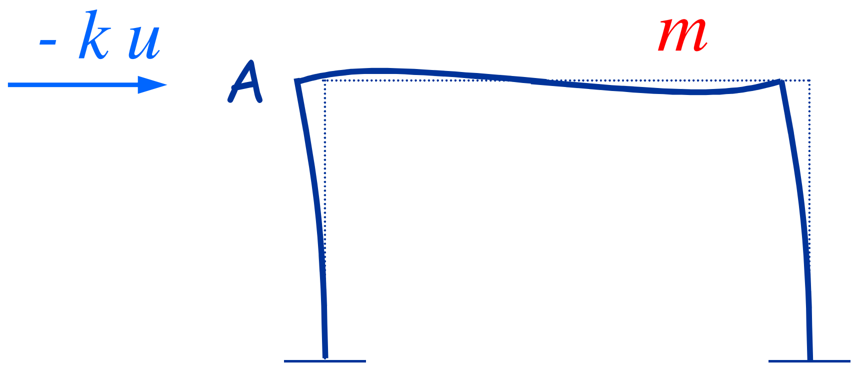


A) Per deformare il telaio in questa posizione occorre applicare una forza F, uguale ed opposta alla forza elastica che tende a riportare il telaio alla posizione indeformata (forza di richiamo elastico).

Equilibrio statico

$$F = k\,u$$

Oscillazioni libere
telaio monopiano



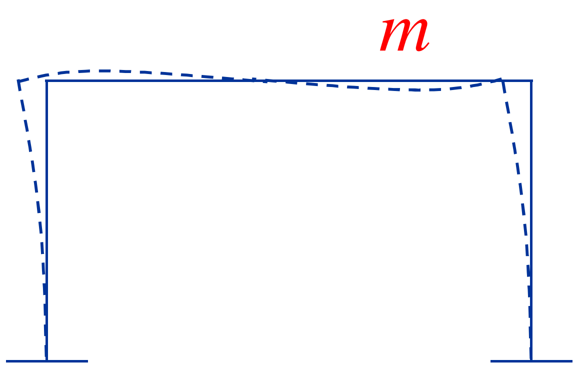
Quando si lascia libero il telaio, agisce solo la forza di richiamo elastico, che provoca un'accelerazione.

Equilibrio dinamico

$$-k\,u = m\,a \qquad\qquad m\,\ddot{u} + k\,u = 0$$

Oscillazioni libere

telaio monopiano



Equazione del moto:

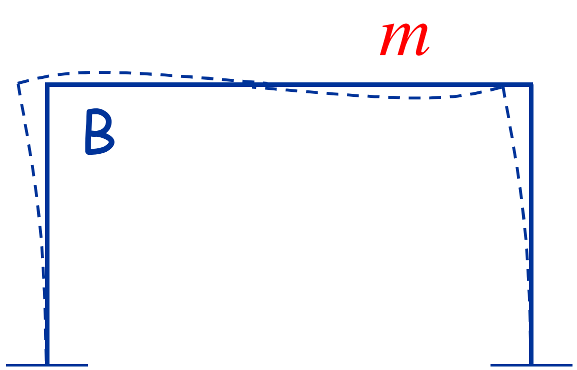
$$m\ddot{u} + k\,u = 0$$

equilibrio dinamico

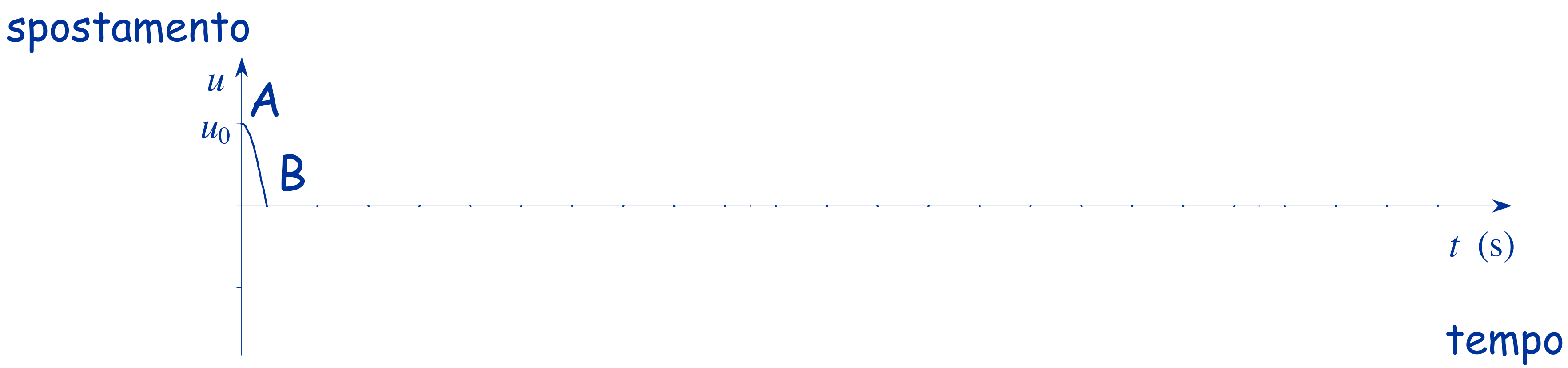
L'equazione differenziale può essere risolta analiticamente.

La soluzione è una funzione trigonometrica (seno, coseno)

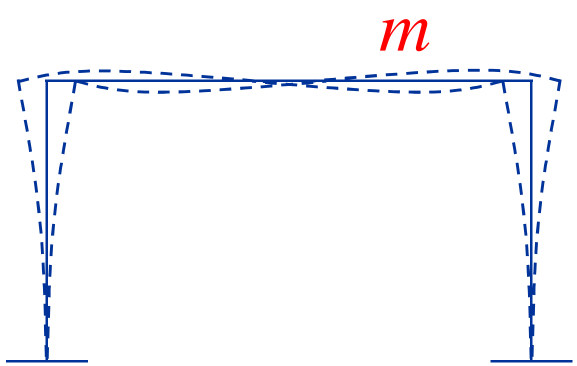
Oscillazioni libere
telaio monopiano



B) Tornato nella posizione indeformata, la velocità è massima e l'accelerazione nulla (come la forza di richiamo elastico).

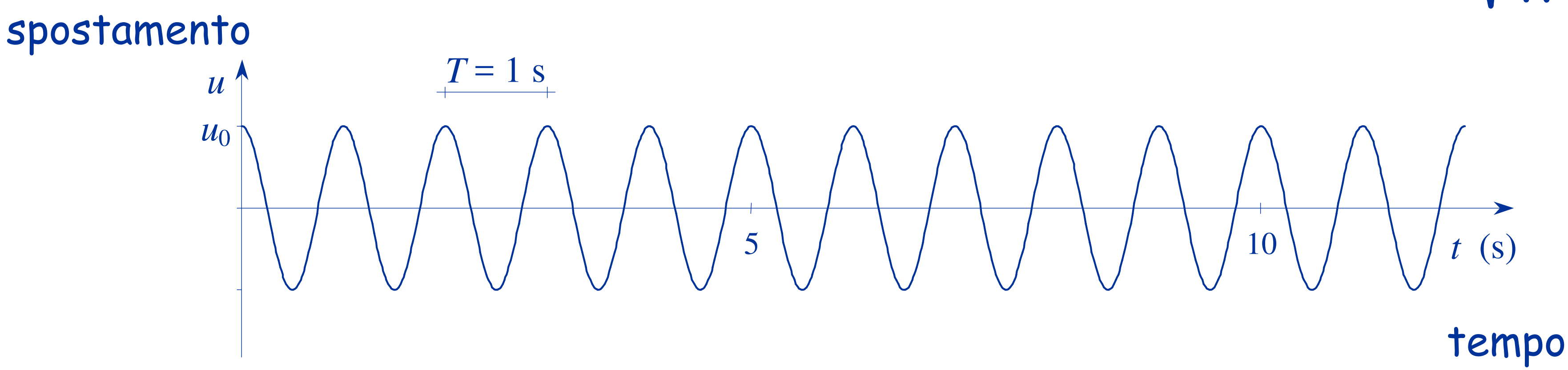


Oscillazioni libere
telaio monopiano

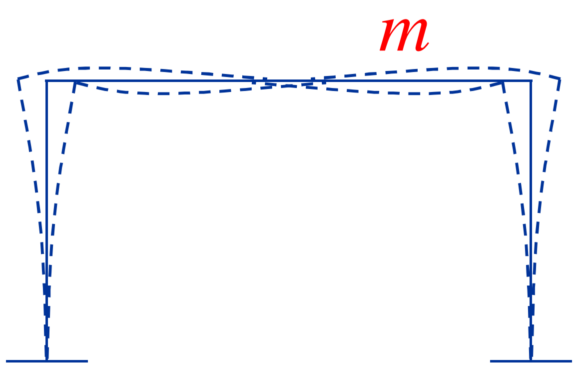


Il telaio oscilla con un periodo ben preciso, legato alla massa ed alla rigidezza del telaio

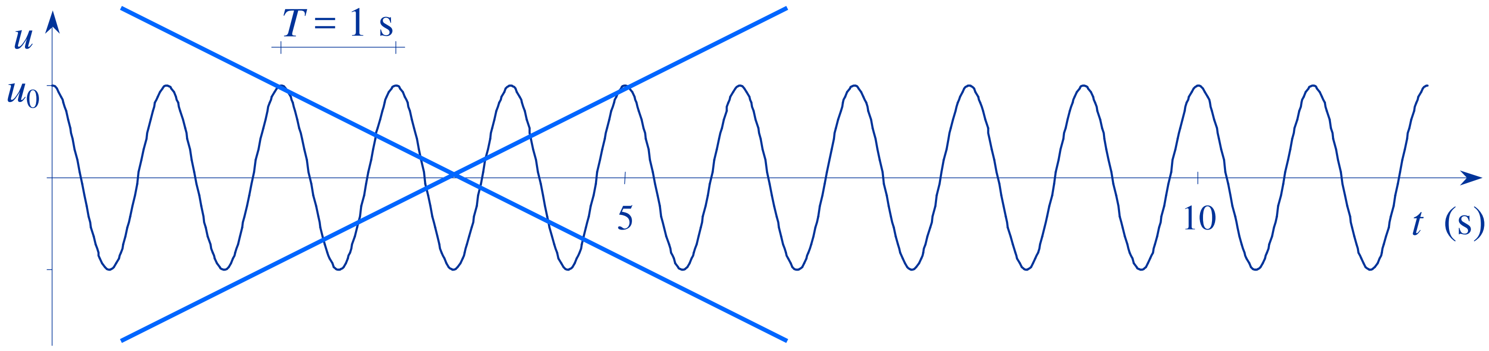
$$T = 2\,\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



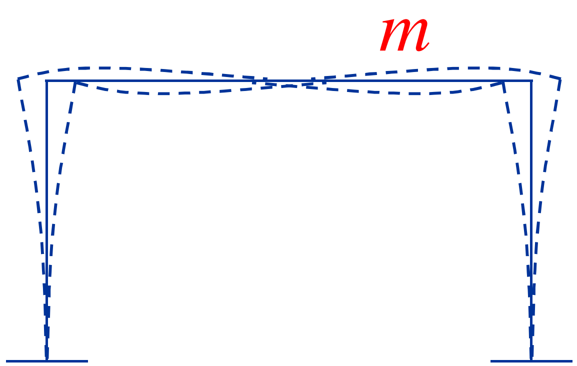
Oscillazioni libere con smorzamento
telaio monopiano



In realtà il moto non continua così, a causa della dissipazione di energia (smorzamento)



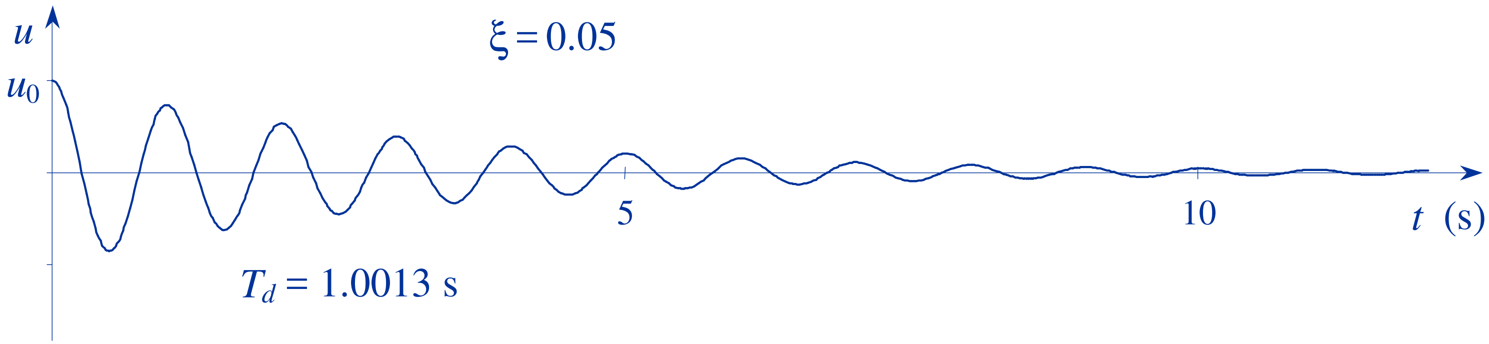
Oscillazioni libere con smorzamento
telaio monopiano



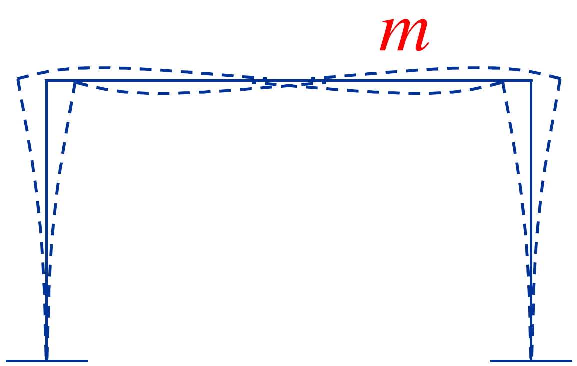
Equazione del moto:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$$

Lo smorzamento è legato alla variazione di spostamento (velocità)



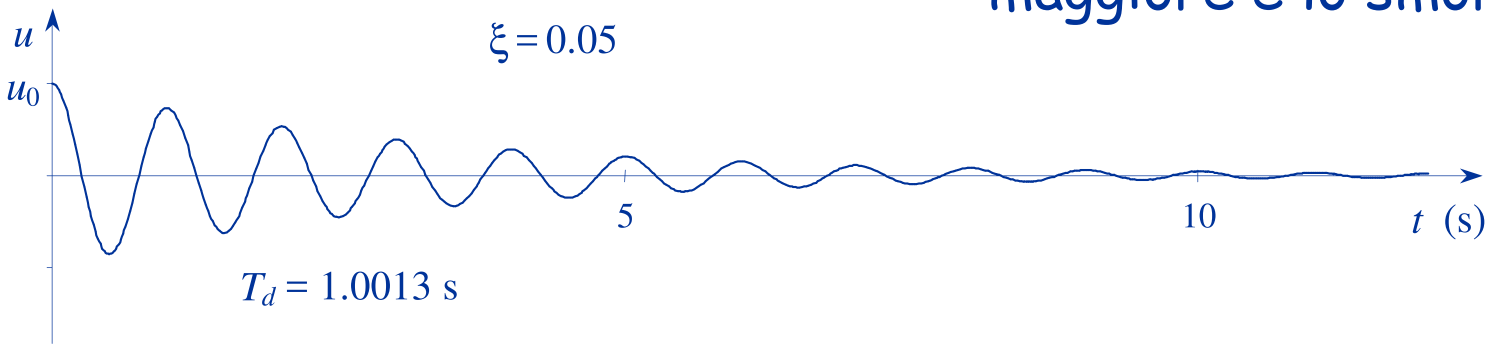
Oscillazioni libere con smorzamento
telaio monopiano



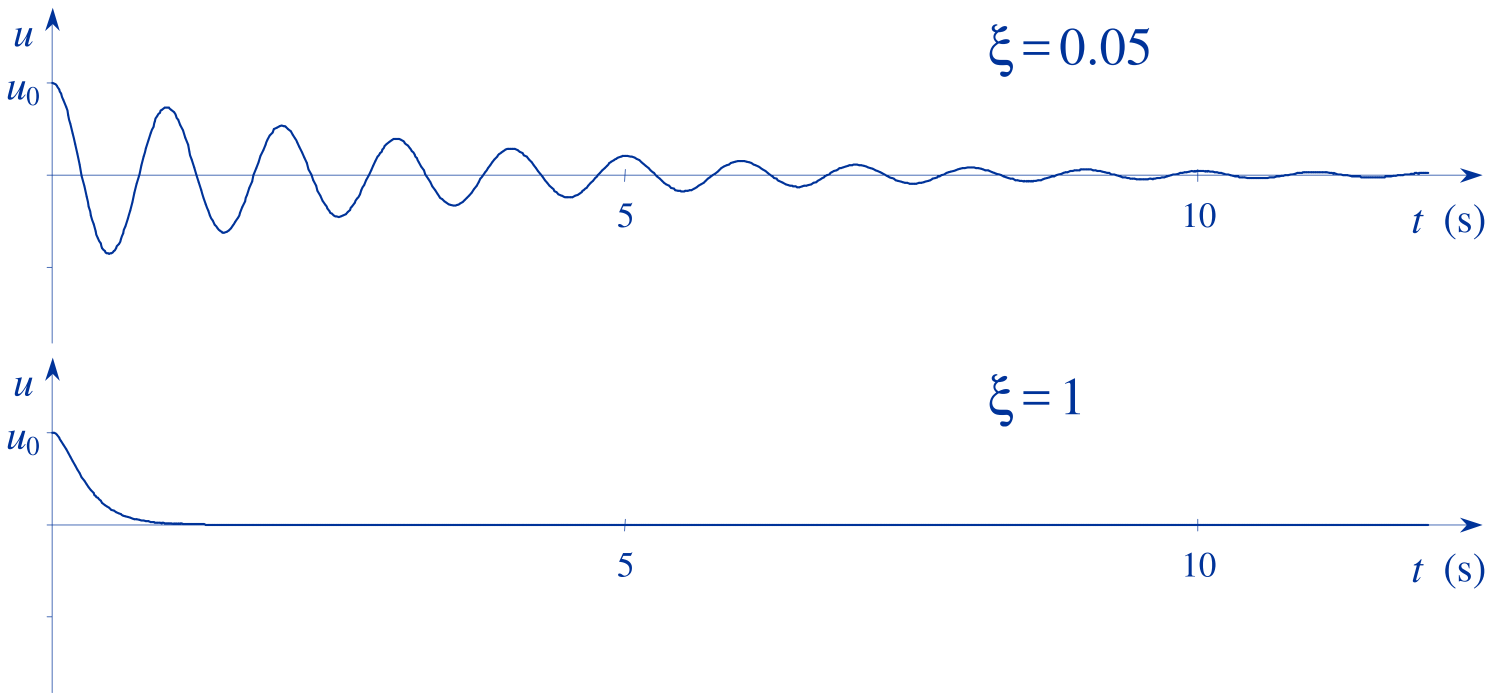
Equazione del moto:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + k u = 0$$

L'ampiezza del moto si riduce tanto più rapidamente quanto maggiore è lo smorzamento



Oscillazioni libere con smorzamento
telaio monopiano



Si indica col termine "smorzamento critico" quel valore per il quale il sistema raggiunge lo stato di quiete senza oscillare

Lo smorzamento viene di solito indicato come percentuale ξ dello smorzamento critico

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{k\,m}}$$

Smorzamento – negli edifici

Dipende da:

- Elementi non strutturali (tramezzi, tompagni) molto importante
- Non linearità del materiale meno importante

Edifici in cemento armato, con tramezzi in muratura:

- Si può assumere un valore di smorzamento percentuale $\xi = 0.05$

Edifici in acciaio, con tramezzatura leggera:

- È consigliabile usare un valore minore di $\xi = 0.05$

Edifici isolati alla base, con isolatori in gomma:

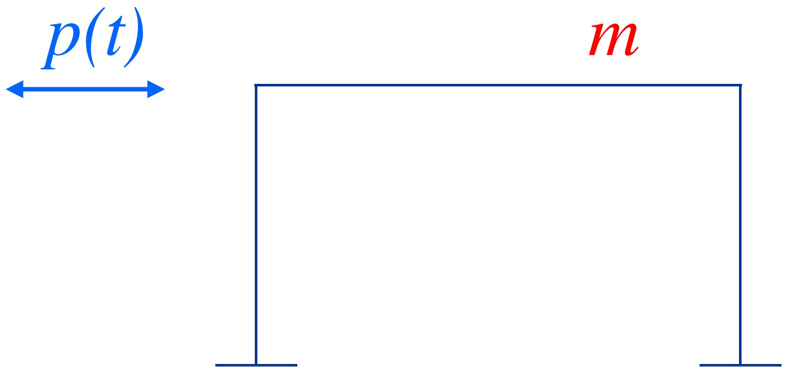
- Si può usare un valore maggiore di $\xi = 0.05$

Oscillazioni forzate

Esempio: altalena

Dando (in maniera periodica) una piccola spinta al sedile dell'altalena, le oscillazioni si amplificano sempre di più

Oscillazioni forzate
telaio monopiano



Equazione del moto:

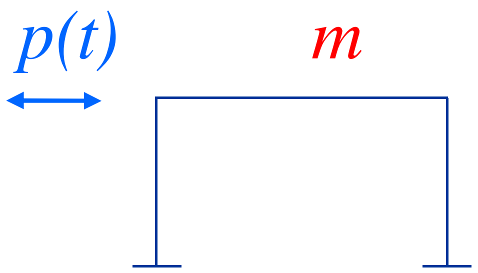
$$m\,\ddot{u} + c\,\dot{u} + k\,u = p(t)$$

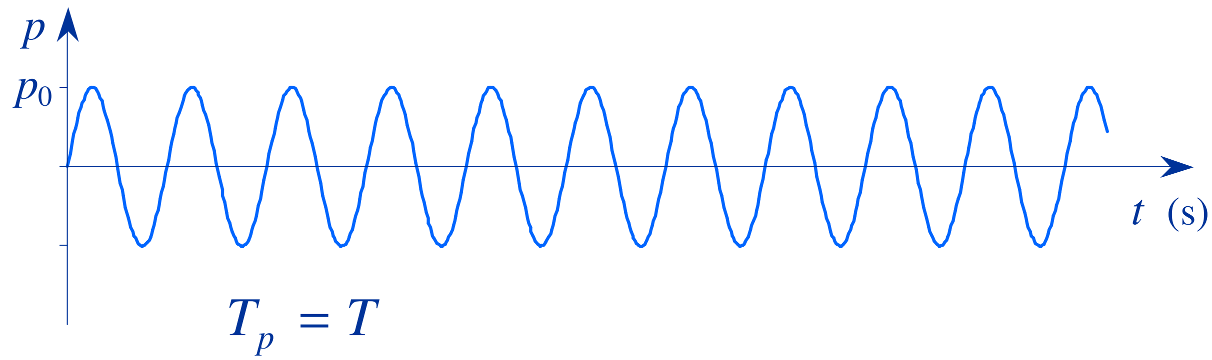
Nell'equazione del moto compare un nuovo termine (l'azione forzante)

Se la forzante è armonica (seno, coseno) è possibile risolvere analiticamente l'equazione differenziale

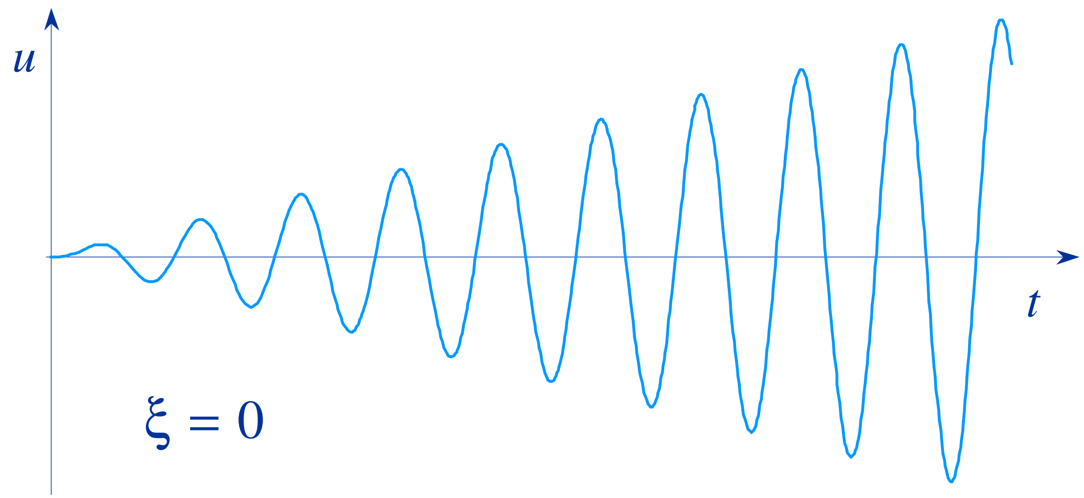
Oscillazioni forzate

telaio monopiano, forzante armonica (periodica)





Se il periodo della forzante coincide con quello del sistema, in assenza di smorzamento il moto si amplifica sempre più



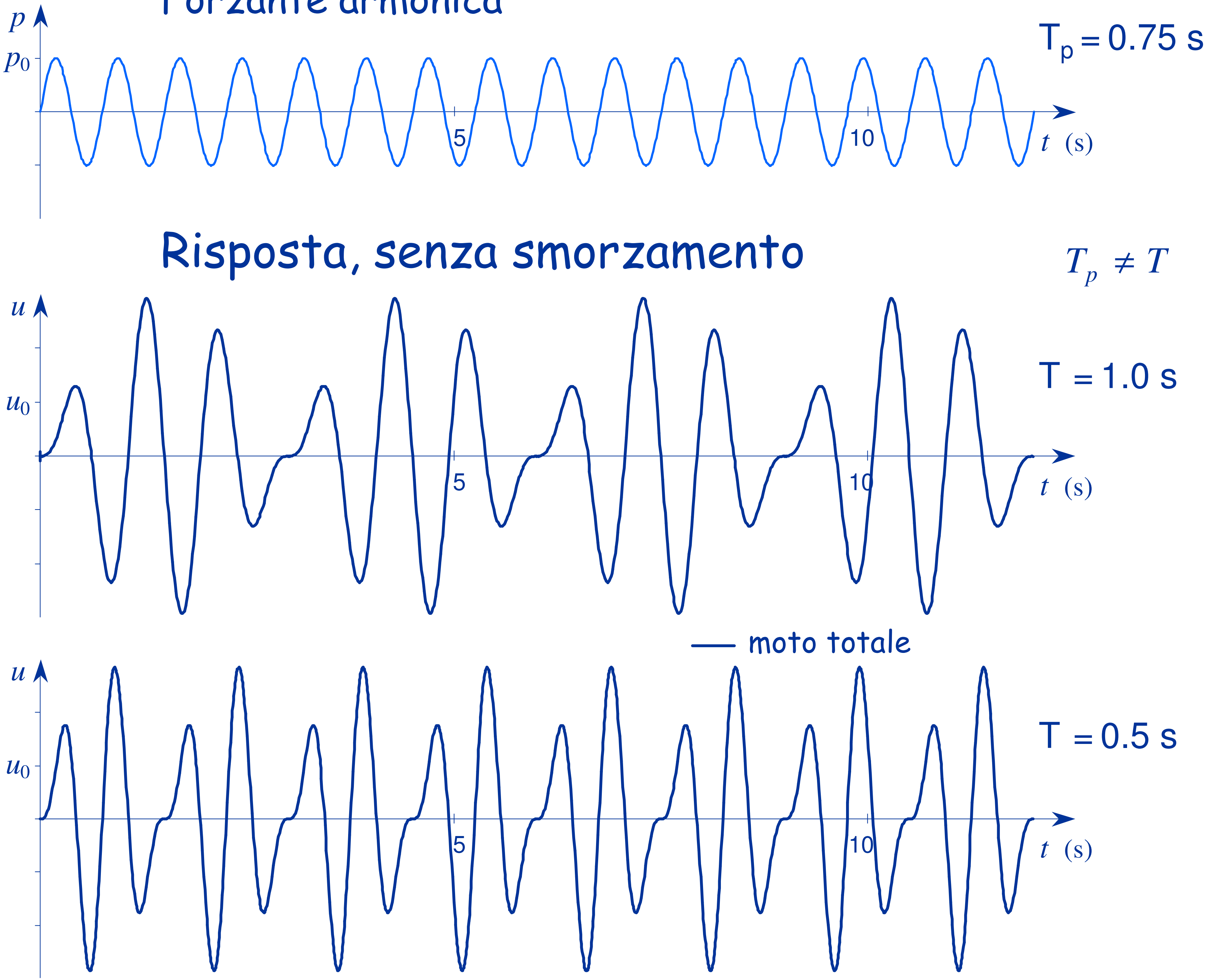
risonanza

Forzante armonica

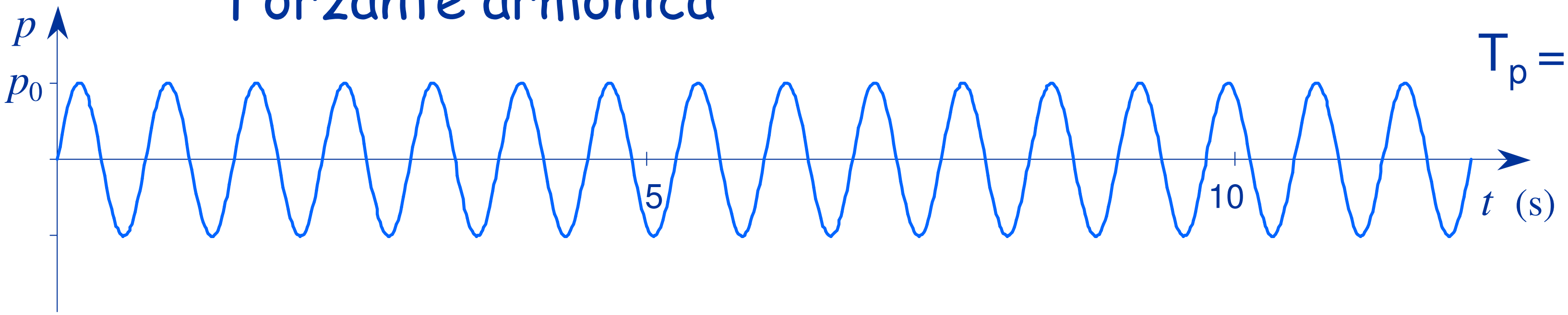
$T_p = 0.75$ s

Risposta, senza smorzamento

$T_p \neq T$



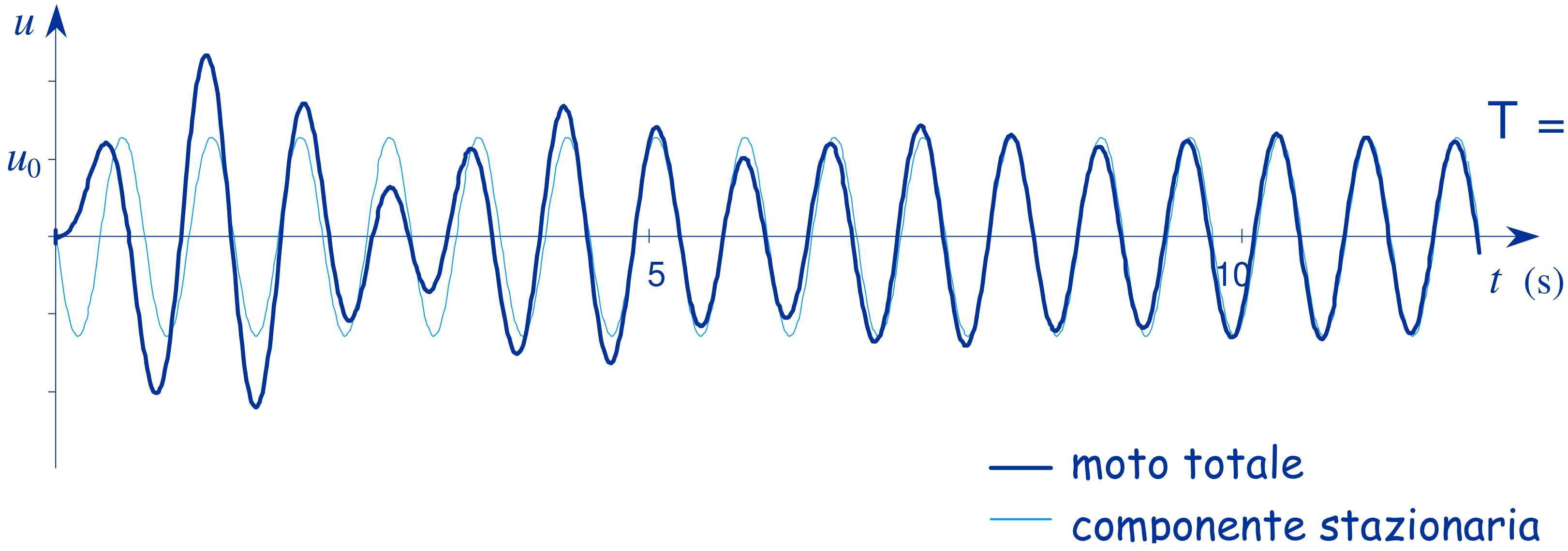
Forzante armonica



$T_p = 0.75$ s

Risposta, con smorzamento $\xi = 5\%$

$T_p \neq T$

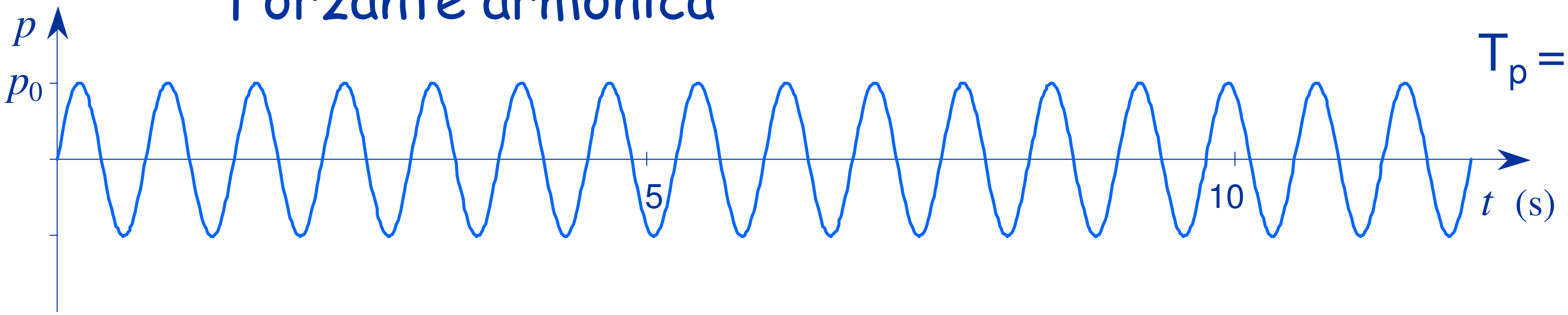


$T = 1.0$ s

Il moto è somma di una componente armonica che ha lo stesso periodo della forzante ed ampiezza costante(componente stazionaria)
e di una componente che ha lo stesso periodo del sistema ma ampiezza che si riduce man mano (componente transitoria)

Forzante armonica

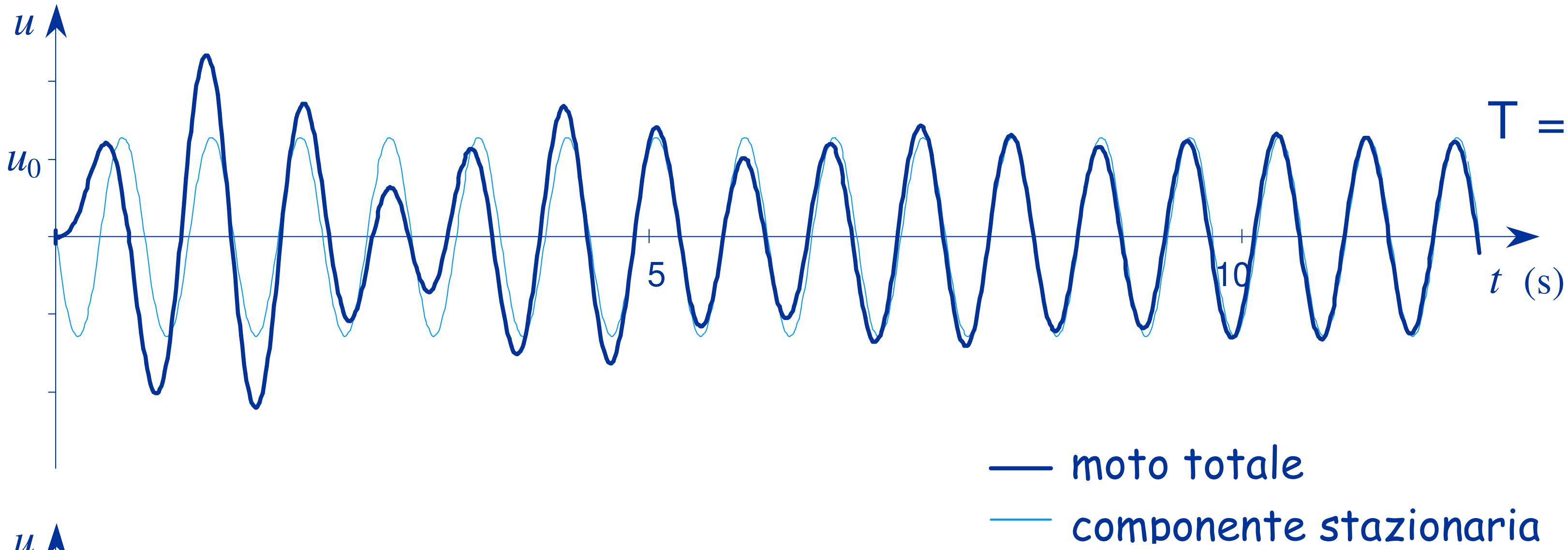
$T_p = 0.75$ s



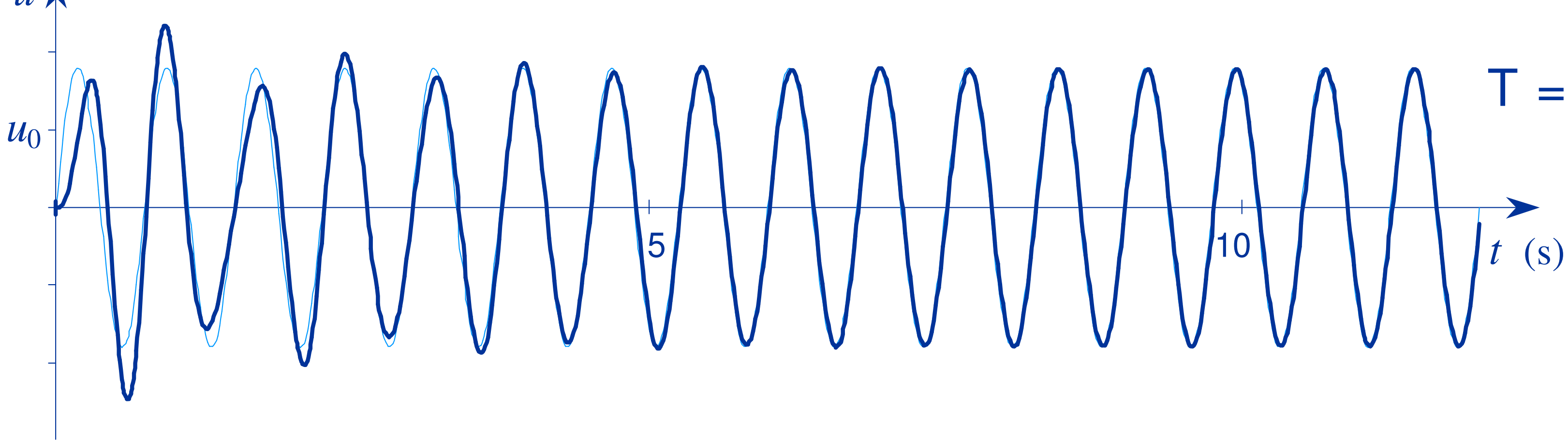
Risposta, con smorzamento $\xi = 5\%$

$T_p \neq T$

$T = 1.0$ s

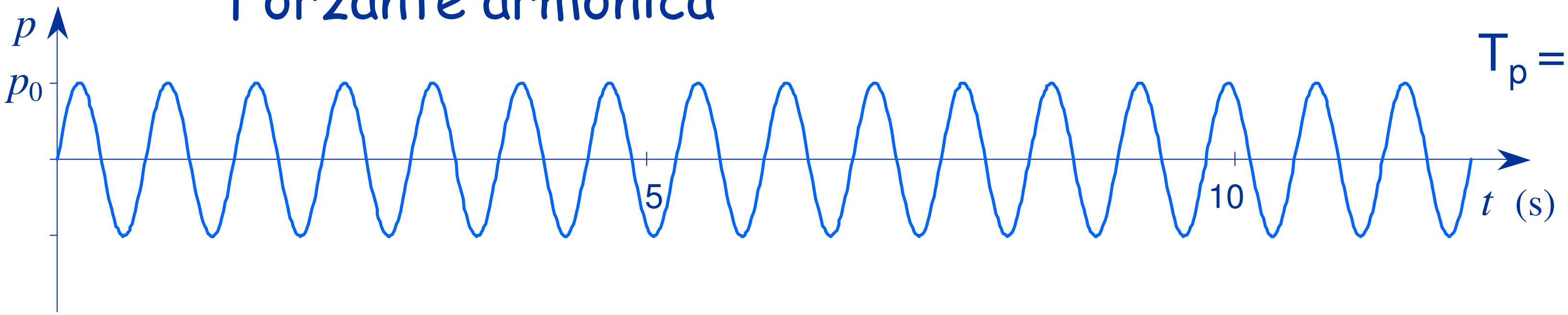


$T = 0.5$ s

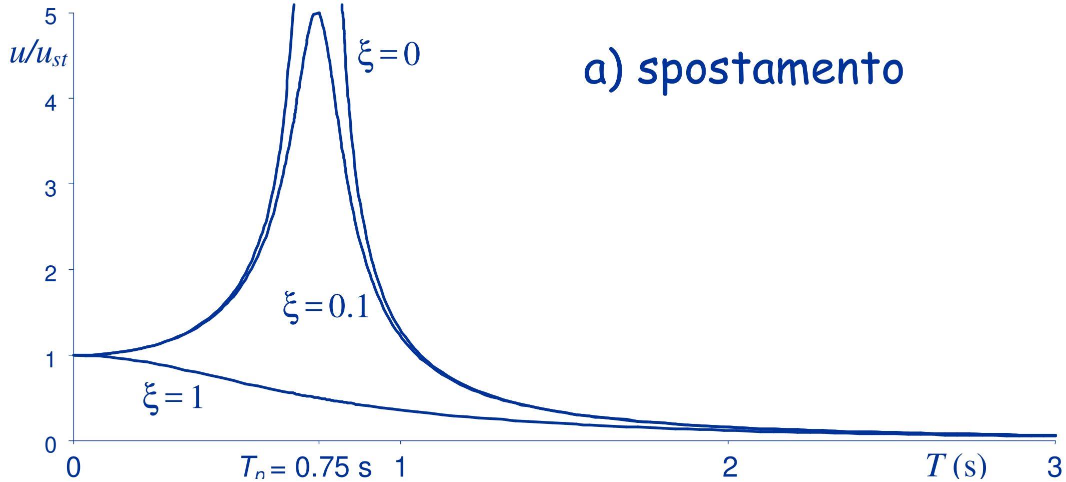


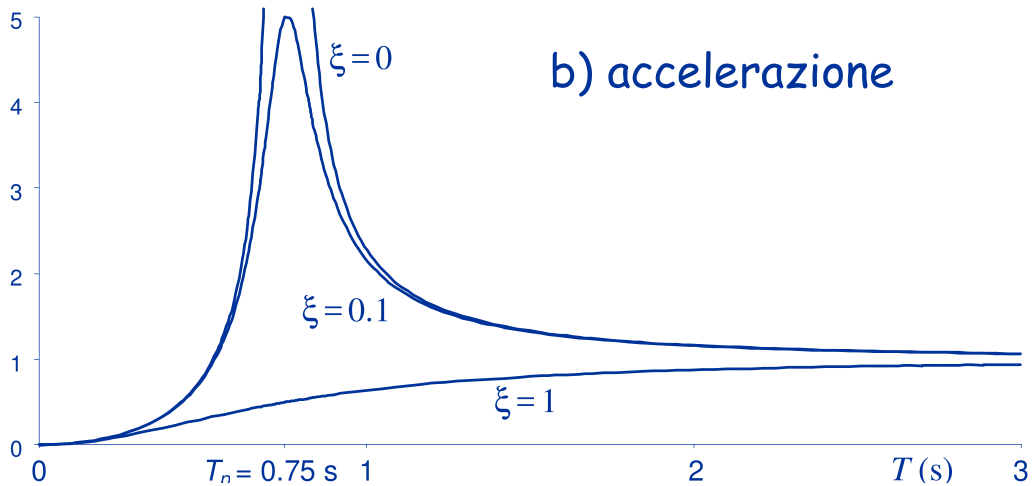
Forzante armonica

$T_p = 0.75$ s

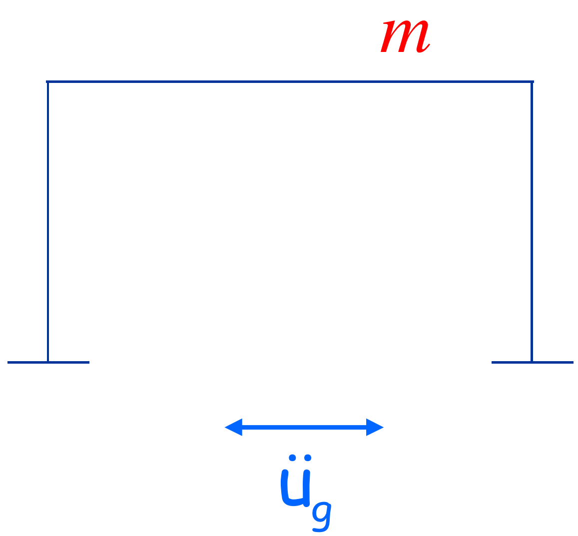


Il moto viene
amplificato o ridotto,
in funzione
del periodo proprio
e dello smorzamento
del sistema





Oscillazioni forzate
(moto del terreno)



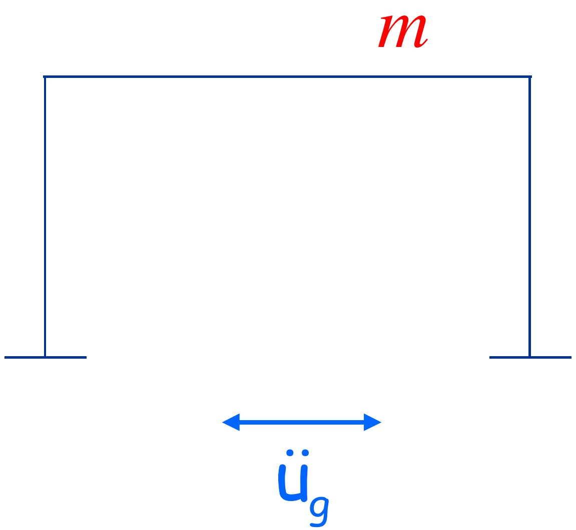
Equazione del moto:

$$m\,\ddot{u} + c\,\dot{u} + k\,u = -m\,\ddot{u}_g$$

Cambia (formalmente) il termine noto nell'equazione del moto

Il problema è sostanzialmente identico a quello del moto con forzante applicata al traverso

Oscillazioni forzate
(moto del terreno)

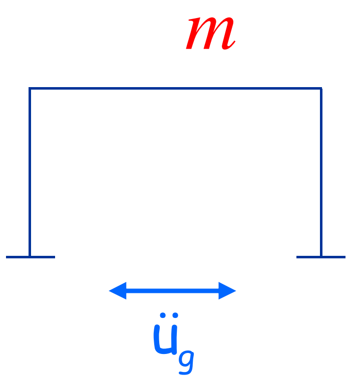


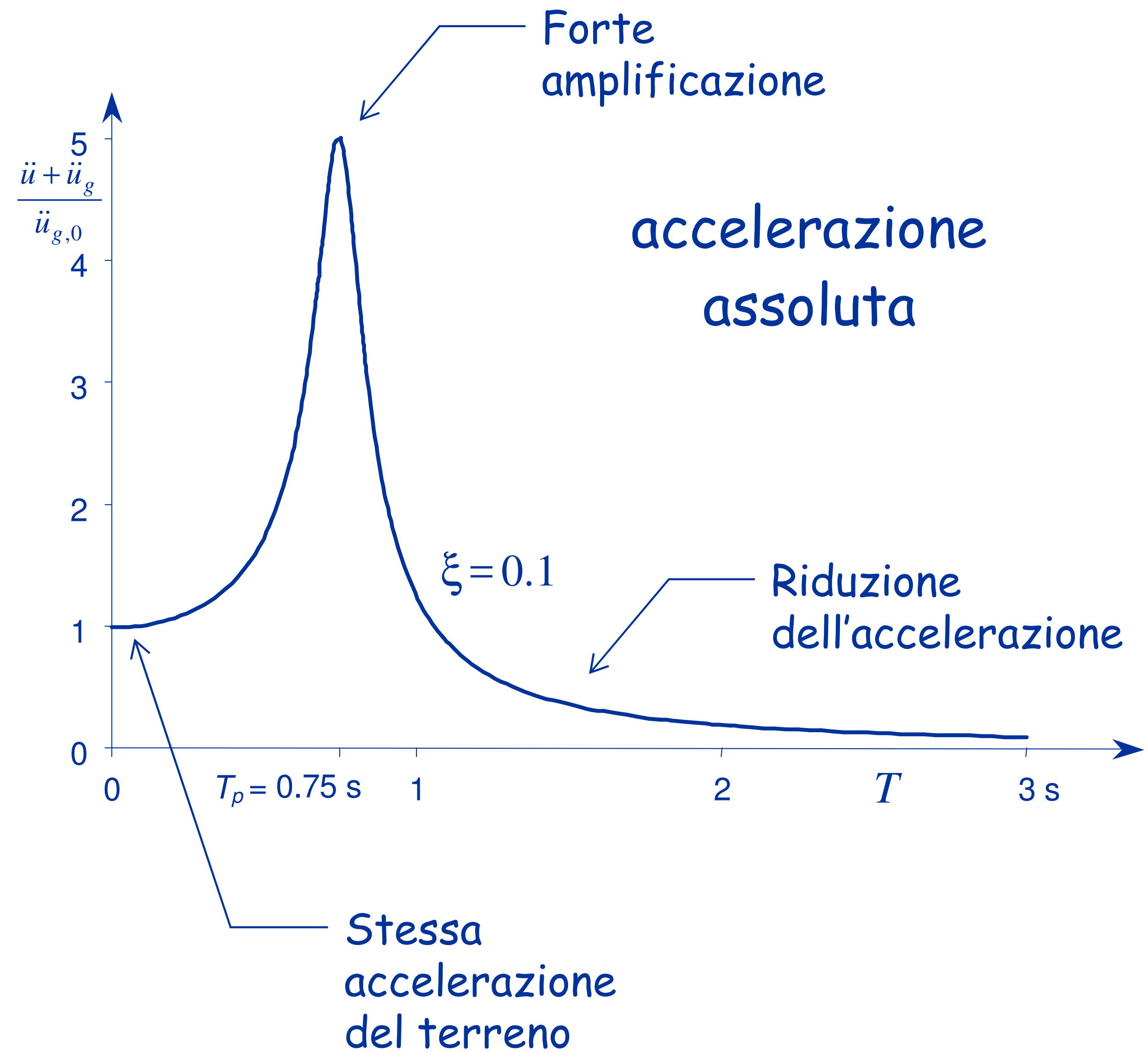
Equazione del moto:

$$m\,\ddot{u} + c\,\dot{u} + k\,u = -m\,\ddot{u}_g$$

Se la forzante è armonica (seno, coseno) è possibile risolvere analiticamente l'equazione differenziale

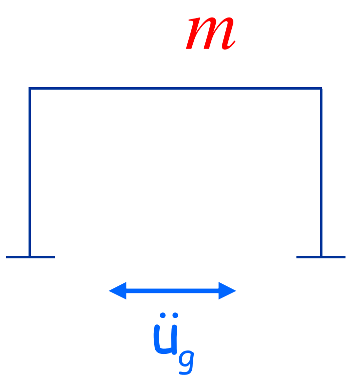
Oscillazioni forzate
(moto del terreno - armonico)

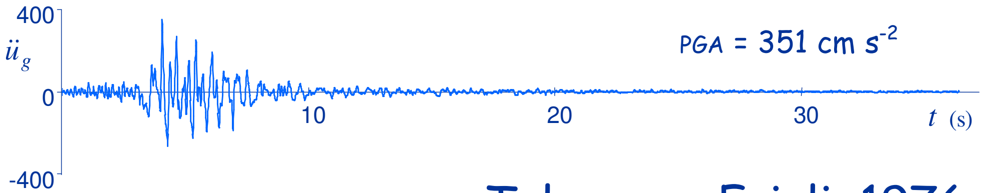




Si noti, in particolare, l'andamento dell'accelerazione massima in funzione del periodo proprio

Oscillazioni forzate
(moto del terreno - accelerogramma)





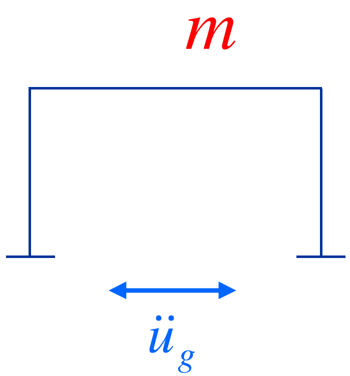
Tolmezzo, Friuli, 1976

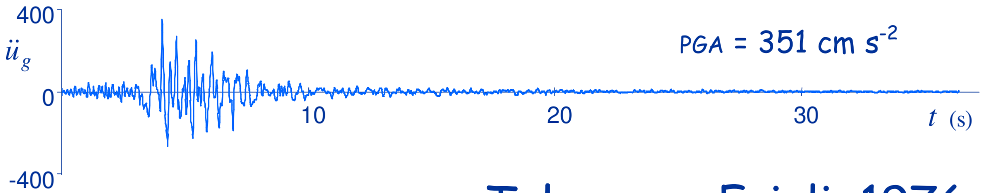
Input sismico: accelerogramma

Equazione del moto:

$$m\,\ddot{u} + c\,\dot{u} + k\,u = -m\,\ddot{u}_g$$

Oscillazioni forzate
(moto del terreno - accelerogramma)





Tolmezzo, Friuli, 1976

È possibile determinare numericamente la risposta ad un accelerogramma

Noti i valori di $u, \dot{u}, \ddot{u}$ in un certo istante t_1 ed il valore di $\ddot{u}_g$ tra t_1 e $t_1+\Delta t$ si possono ricavare i valori di $u, \dot{u}, \ddot{u}$ nell'istante $t_1+\Delta t$

Si ottiene la risposta nel tempo (time history)

Determinazione della time history
Metodo di Newmark

Intervallo di tempo $\Delta t = t_1 - t_2$

- Si usa il pedice 1 per indicare l'istante iniziale, 2 per quello finale
- Sono noti u_1 $\dot{u}_1$ $\ddot{u}_1$ e l'accelerazione del suolo $u_{g,1}$ $u_{g,2}$
- Si ipotizza che l'accelerazione sia costante nel passo $\ddot{u} = (\ddot{u}_1 + \ddot{u}_2)/2$ (o variabile linearmente)
- Si esprimono u_2 $\dot{u}_2$ in funzione di $\ddot{u}_2$ (incognito)
- O meglio in termini variazionali

$$\Delta u = \Delta t\, \dot{u}_1 + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_1 + \frac{\Delta t^2}{4} \Delta \ddot{u}$$

$$\Delta \dot{u} = \Delta t\, \ddot{u}_1 + \frac{\Delta t}{2} \Delta \ddot{u}$$

Determinazione della time history
Metodo di Newmark

- Invertendole, si esprimono $\Delta\dot{u}$ $\Delta\ddot{u}$ in funzione di Δu

$$\Delta\ddot{u} = \frac{4}{\Delta t^2}\Delta u - \frac{4}{\Delta t}\dot{u}_1 - 2\ddot{u}_1$$

$$\Delta\dot{u} = \frac{2}{\Delta t}\Delta u - 2\,\dot{u}_1$$

- Si utilizza l'equazione di equilibrio dinamico (in termini variazionali)

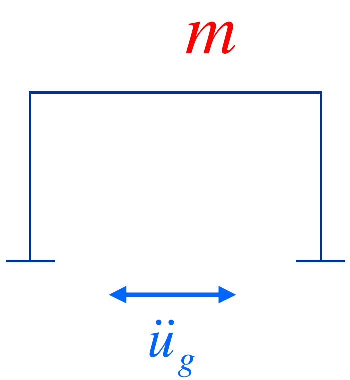
$$m\,\Delta\ddot{u} + c\,\Delta\dot{u} + k\,\Delta u = -m\,\Delta\ddot{u}_g$$

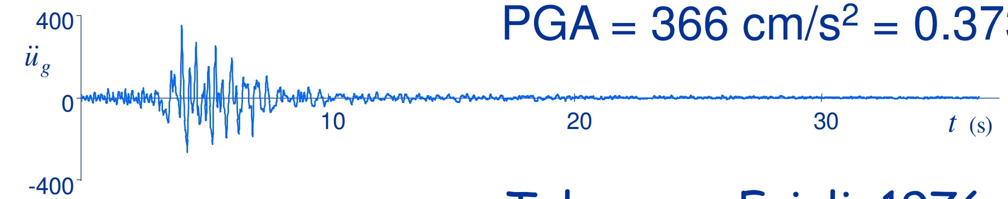
per calcolare Δu

$$\Delta u = \frac{-m\,\Delta\ddot{u}_g + 2\,m\,\ddot{u}_1 + (2c + 4m/\Delta t)\dot{u}_1}{k + 2c/\Delta t + 4m/\Delta t^2}$$

Bibliografia: Anil K. Chopra, Dynamics of structures, Prentice Hall International, cap. 5.4

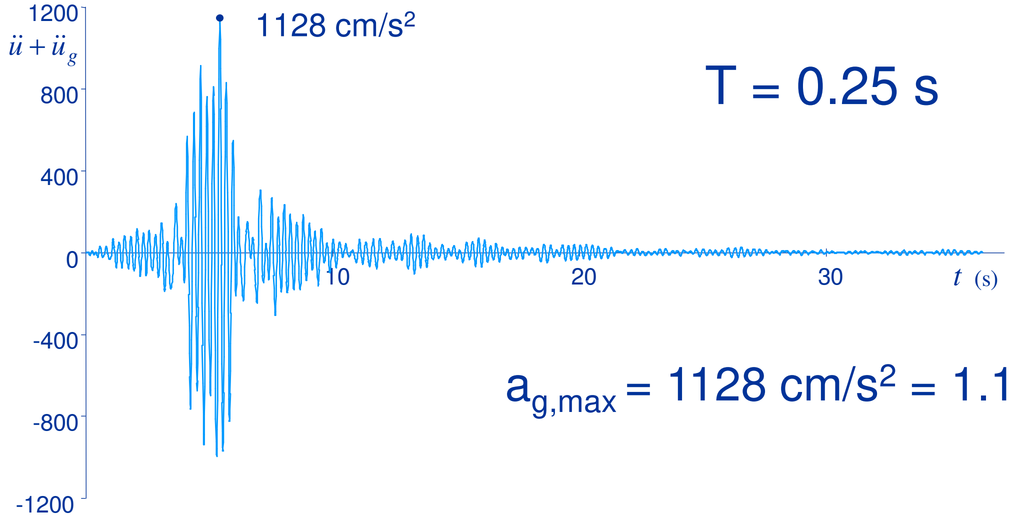
Oscillazioni forzate
(moto del terreno - accelerogramma)





PGA = 366 cm/s^2 = 0.373 g

Tolmezzo, Friuli, 1976



T = 0.25 s

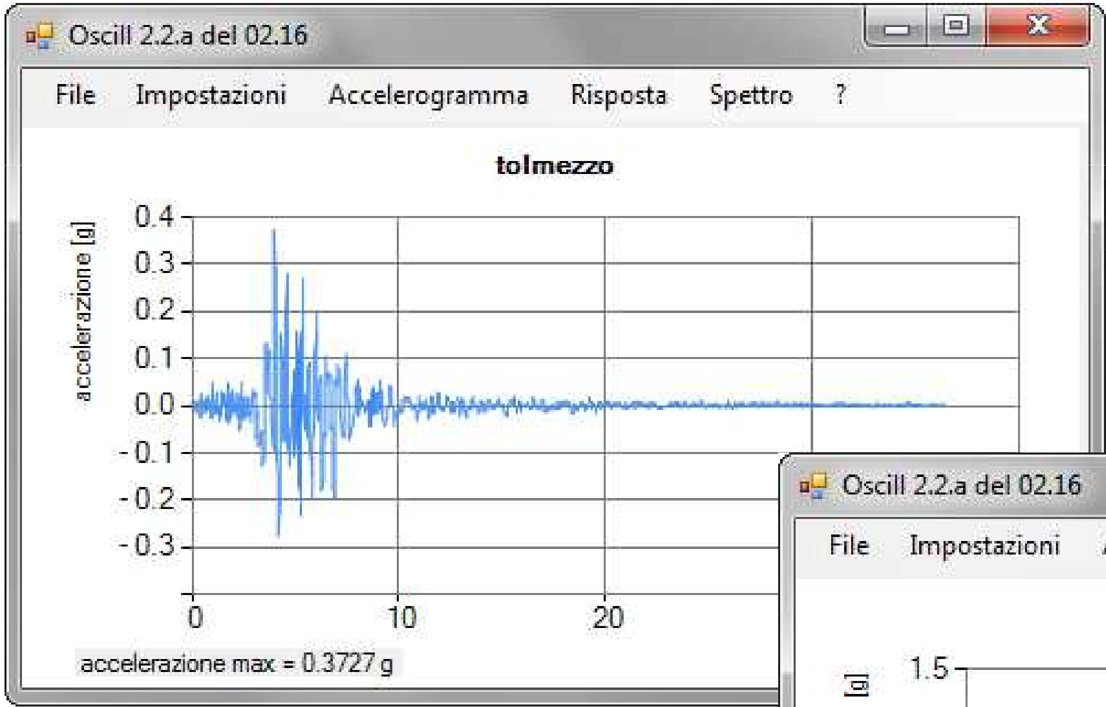
$a_{g,max}$ = 1128 cm/s^2 = 1.15 g

È possibile determinare numericamente la risposta ad un accelerogramma

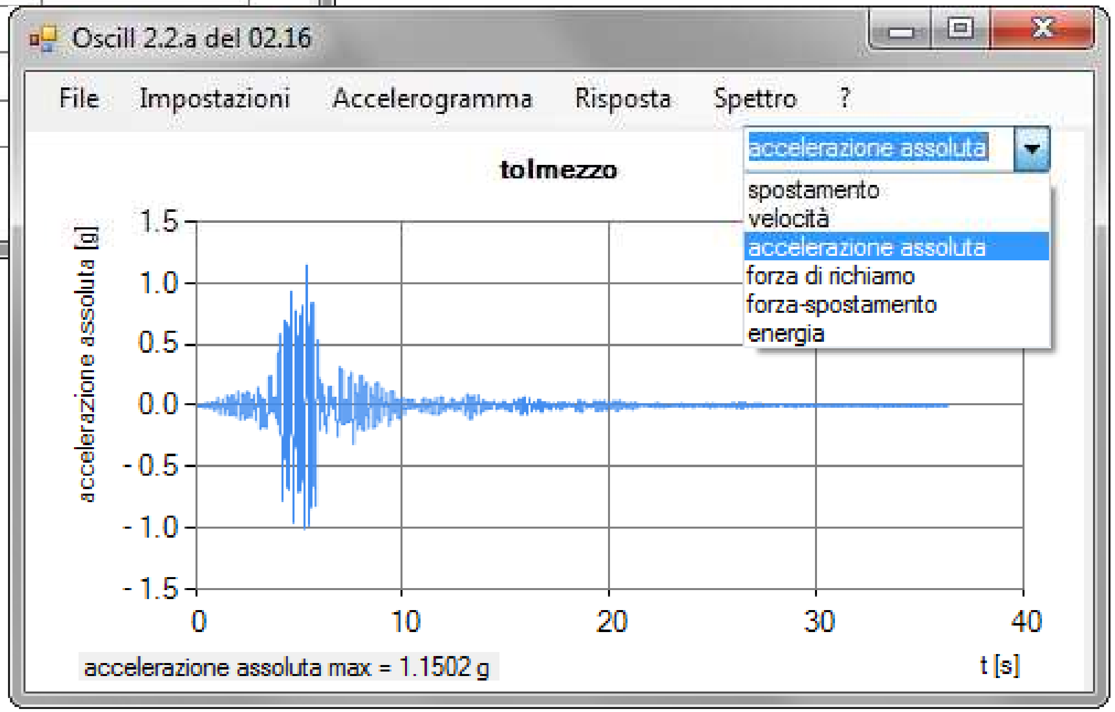
la risposta dipende dal periodo T dell'oscillatore

Risposta dell'oscillatore
programma Oscill

È possibile
scegliere cosa
visualizzare

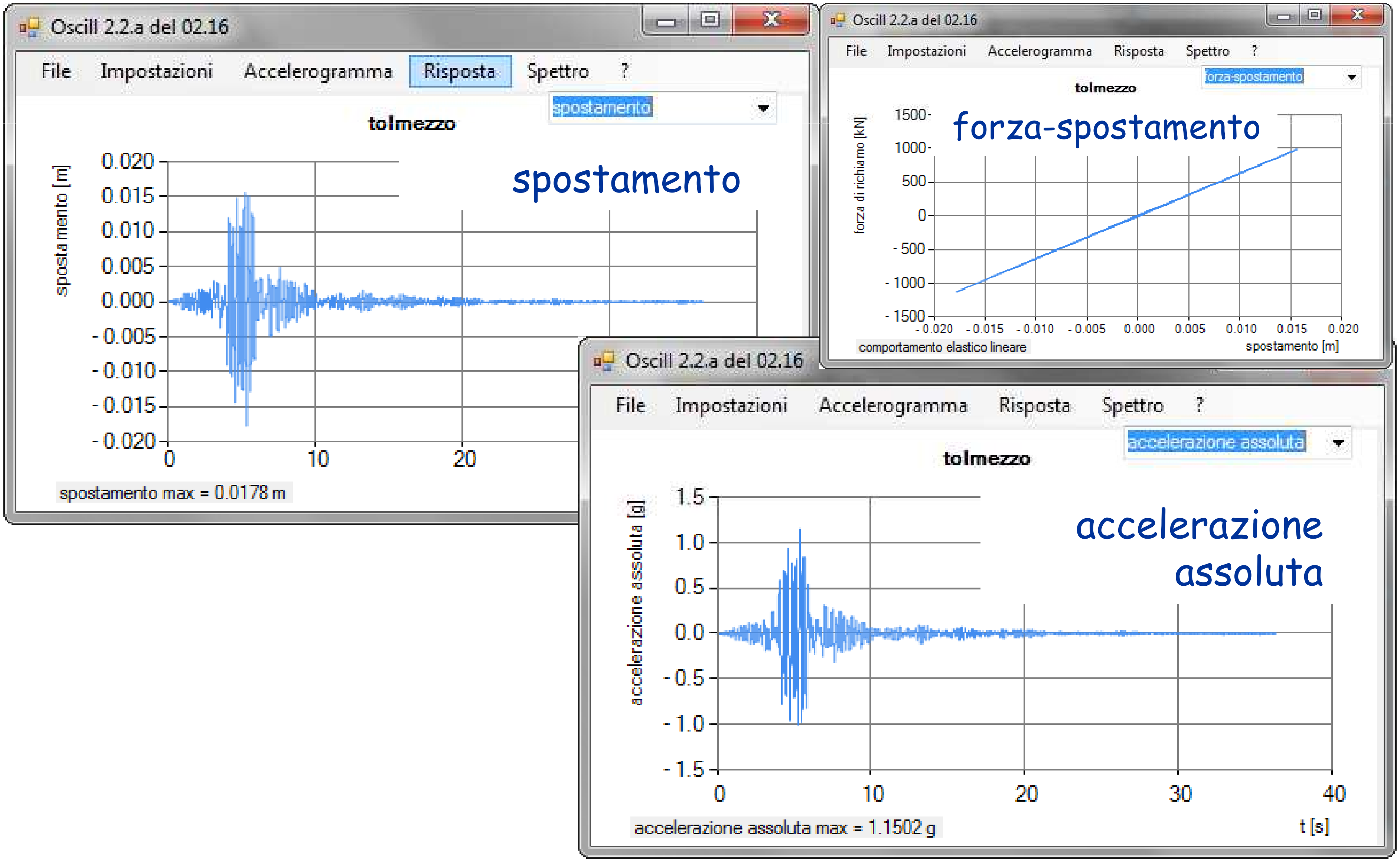


accelerogramma

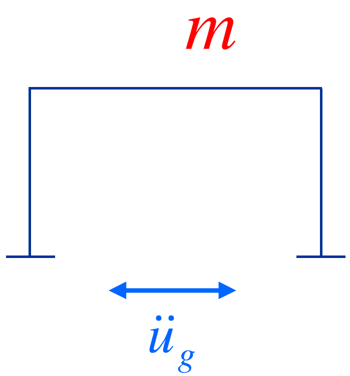


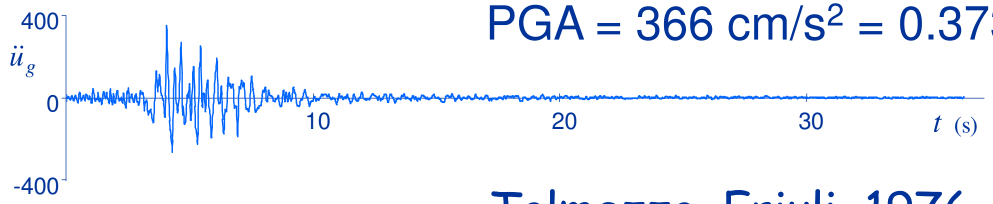
risposta

Risposta dell'oscillatore
programma Oscill



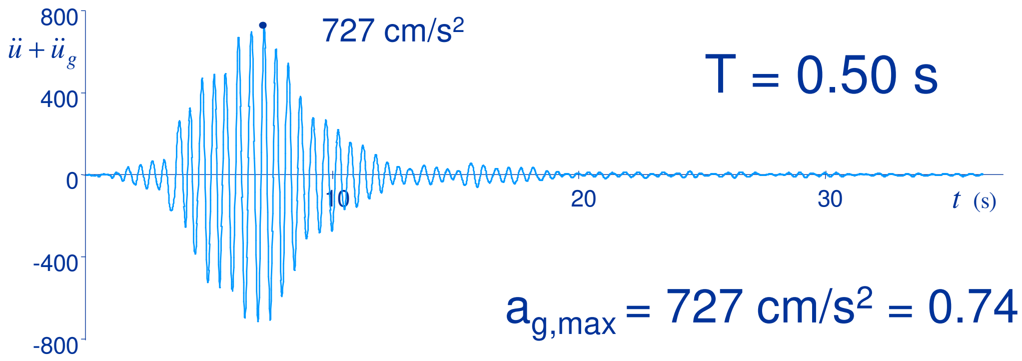
Oscillazioni forzate
(moto del terreno - accelerogramma)





PGA = 366 cm/s² = 0.373 g

Tolmezzo, Friuli, 1976

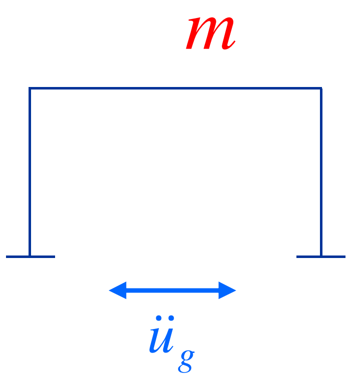


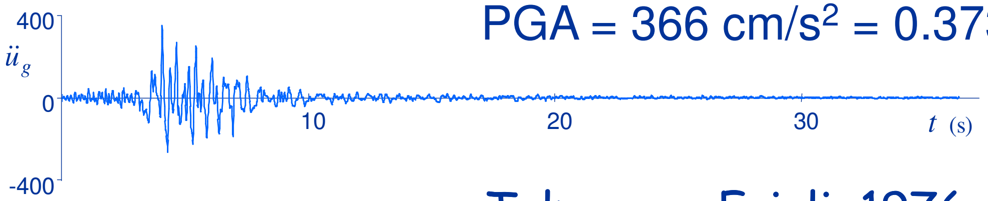
T = 0.50 s

Cambiando il periodo dell'oscillatore, cambia la risposta

$a_{g,max}$ = 727 cm/s² = 0.74 g

Oscillazioni forzate
(moto del terreno - accelerogramma)



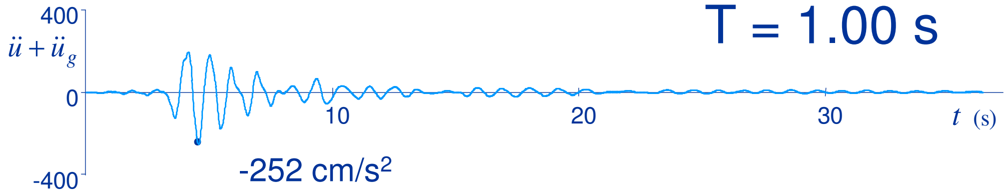


PGA = 366 cm/s^2 = 0.373 g

Tolmezzo, Friuli, 1976

Cambiando il periodo dell'oscillatore, cambia la risposta

T = 1.00 s



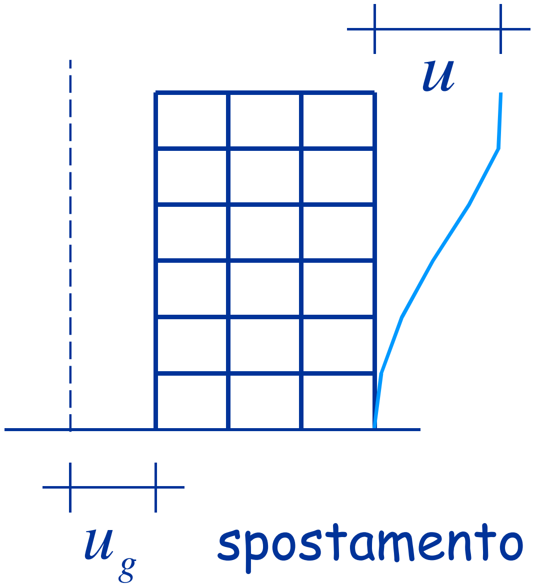
$a_{g,max}$ = 252 cm/s^2 = 0.26 g

Oscillazioni forzate
(in termini di energia)

Si può esaminare l'effetto di un sisma anche in termini energetici

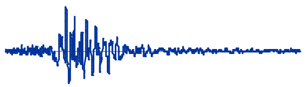
- Il terremoto è trasmissione di energia
- Quanta energia "entra" nella struttura?
  (dipende dalle sue caratteristiche dinamiche)
- In che modo viene dissipata questa energia?

Equazione del moto
(equilibrio dinamico)



u spostamento relativo rispetto alla base

u_g spostamento del terreno



$u_t = u_g + u$ spostamento totale ovvero "assoluto"

$\dot{u}$ velocità relativa

$\ddot{u}_t$ accelerazione assoluta

Equilibrio dinamico:

$$m\,\ddot{u}_t + c\,\dot{u} + f_s = 0$$

forza d'inerzia

smorzamento viscoso

forza di richiamo

Equazione di bilancio energetico
(in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$m\,\ddot{u}_t + c\,\dot{u} + f_s = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_t\,du + \int_0^{t_0} c\,\dot{u}\,du + \int_0^{t_0} f_s\,du = 0$$

$$\ddot{u}_t = \ddot{u} + \ddot{u}_g$$

$$\int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_t\,du = \int_0^{t_0} m\,(\ddot{u} + \ddot{u}_g)\,du = \int_0^{t_0} m\,\ddot{u}\,du + \int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_g\,du$$

$$\int_0^{t_0} m\,\ddot{u}\,du = \int_0^{t_0} m\,\frac{d\dot{u}}{dt}\,du = \int_0^{t_0} m\,\dot{u}\,d\dot{u} = \frac{1}{2} m\,\dot{u}^2{}_{(t_0)}$$

Equazione di bilancio energetico
(in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$m\,\ddot{u}_t + c\,\dot{u} + f_s = 0$$

$$\int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_t\,du + \int_0^{t_0} c\,\dot{u}\,du + \int_0^{t_0} f_s\,du = 0$$

$$\frac{1}{2} m\,\dot{u}^2{}_{(t_0)} + \int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_g\,du + \int_0^{t_0} c\,\dot{u}\,du + \int_0^{t_0} f_s\,du = 0$$

$$-\int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_g\,du = \frac{1}{2} m\,\dot{u}^2{}_{(t_0)} + \int_0^{t_0} c\,\dot{u}\,du + \int_0^{t_0} f_s\,du$$

Equazione di bilancio energetico
(in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$-\int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_g\; du = \frac{1}{2} m\,\dot{u}^2{}_{(t_0)} + \int_0^{t_0} c\,\dot{u}\; du + \int_0^{t_0} f_s\; du$$

$E_{i,r}$ energia di ingresso relativa

lavoro della forza d'inerzia (massa per accelerazione del terreno) per lo spostamento relativo

Equazione di bilancio energetico
(in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$-\int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_g\,du = \frac{1}{2} m\,\dot{u}^2{}_{(t_0)} + \int_0^{t_0} c\,\dot{u}\,du + \int_0^{t_0} f_s\,du$$

$E_{k,r}$ energia cinetica relativa

al termine dell'evento sismico la struttura si ferma
e la sua energia cinetica si annulla

Equazione di bilancio energetico
(in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$-\int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_g\,du = \frac{1}{2} m\,\dot{u}^2{}_{(t_0)} + \int_0^{t_0} c\,\dot{u}\,du + \int_0^{t_0} f_s\,du$$

E_v energia viscosa

Equazione di bilancio energetico
(in termini relativi)

- Energia = lavoro = forza per spostamento

$$-\int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_g\,du = \frac{1}{2} m\,\dot{u}^2_{(t_0)} + \int_0^{t_0} c\,\dot{u}\,du + \int_0^{t_0} f_s\,du$$

E_s energia di richiamo

se il comportamento della struttura è elastico lineare ($f_s = k\,u$) al termine dell'evento sismico lo spostamento è nullo è l'energia di richiamo si annulla

se il comportamento non è lineare questa energia è dissipata per comportamento isteretico (si indica con E_h)

Equazione di bilancio energetico
(in termini assoluti)

- È possibile scrivere le equazioni anche in termini assoluti, anziché relativi

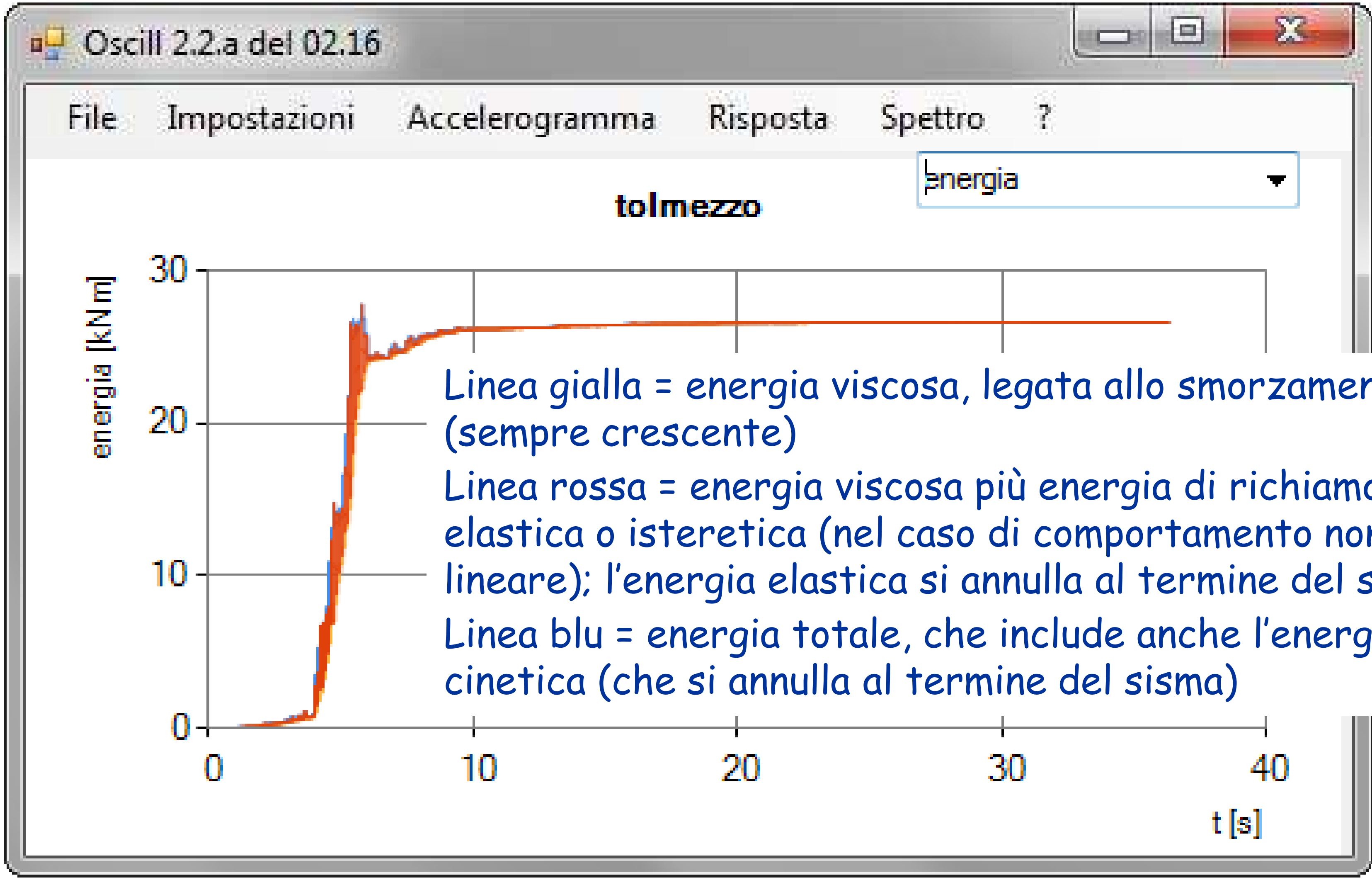
$$\int_0^{t_0} m\,\ddot{u}_t\,du_g = \frac{1}{2} m\,\dot{u}_{t\,(t_0)}^2 + \int_0^{t_0} c\,\dot{u}\,du + \int_0^{t_0} f_s\,du$$

$E_{i,a}$ energia di ingresso assoluta

$E_{k,a}$ energia cinetica assoluta

ma si preferisce lavorare numericamente in termini relativi anziché assoluti per evitare problemi connessi alla valutazione di spostamento e velocità del terreno

Risposta dell'oscillatore
programma Oscill

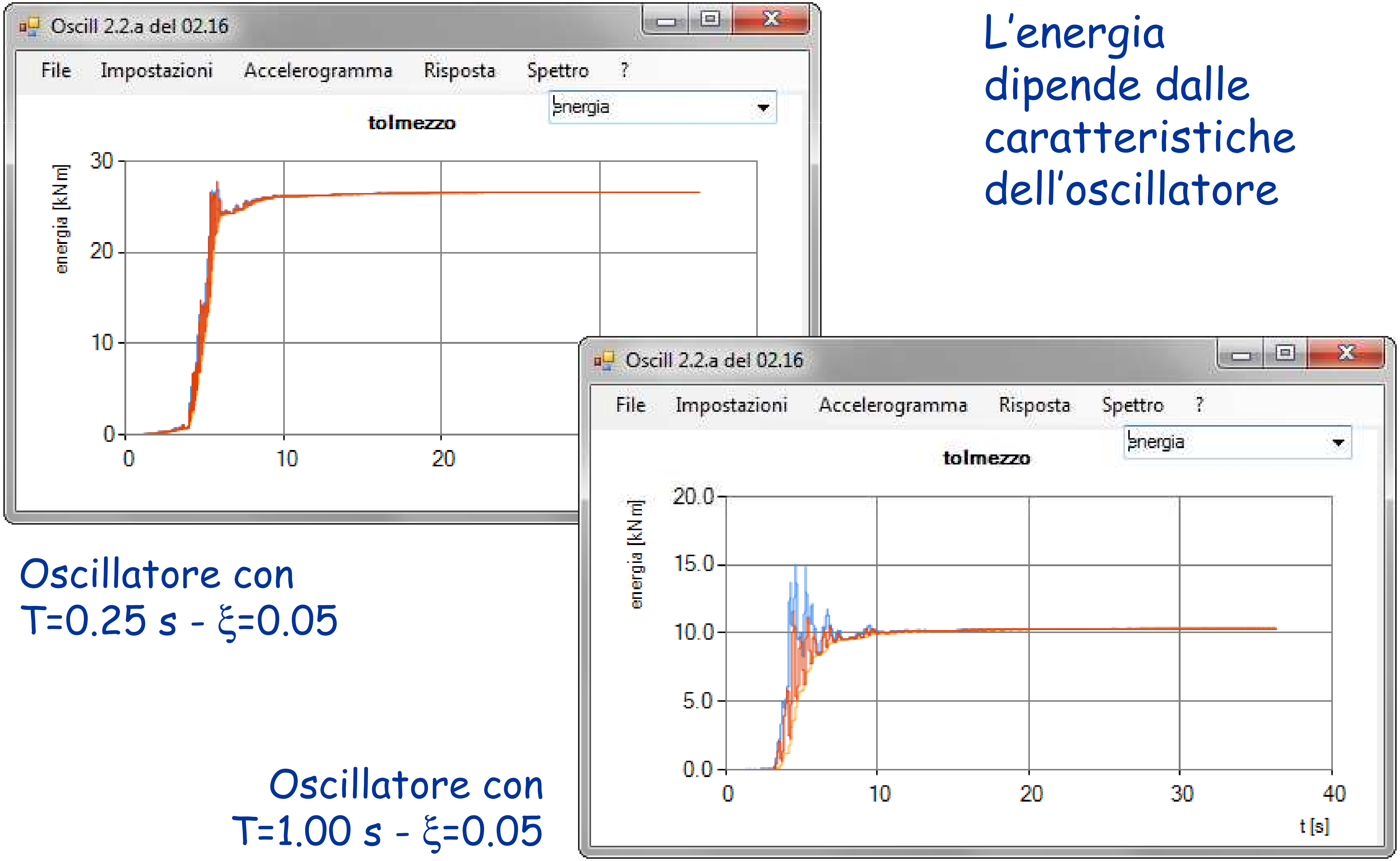


Linea gialla = energia viscosa, legata allo smorzamento (sempre crescente)

Linea rossa = energia viscosa più energia di richiamo elastica o isteretica (nel caso di comportamento non lineare); l'energia elastica si annulla al termine del sisma

Linea blu = energia totale, che include anche l'energia cinetica (che si annulla al termine del sisma)

Risposta dell'oscillatore
programma Oscill

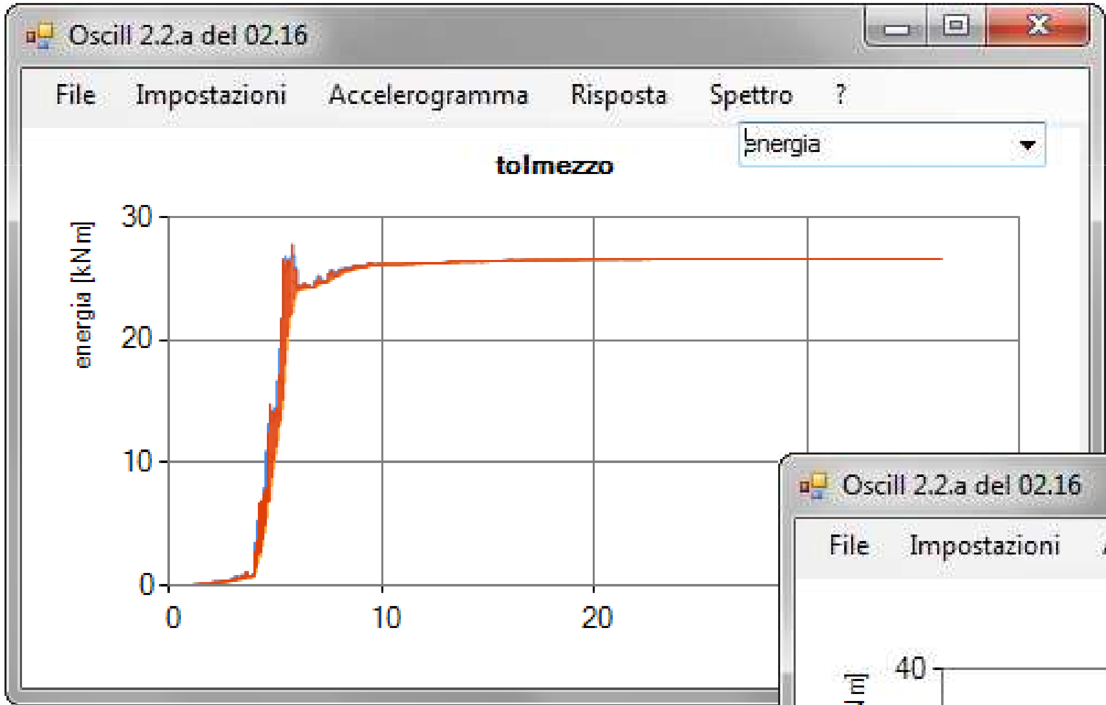


L'energia dipende dalle caratteristiche dell'oscillatore

Oscillatore con
T=0.25 s - ξ=0.05

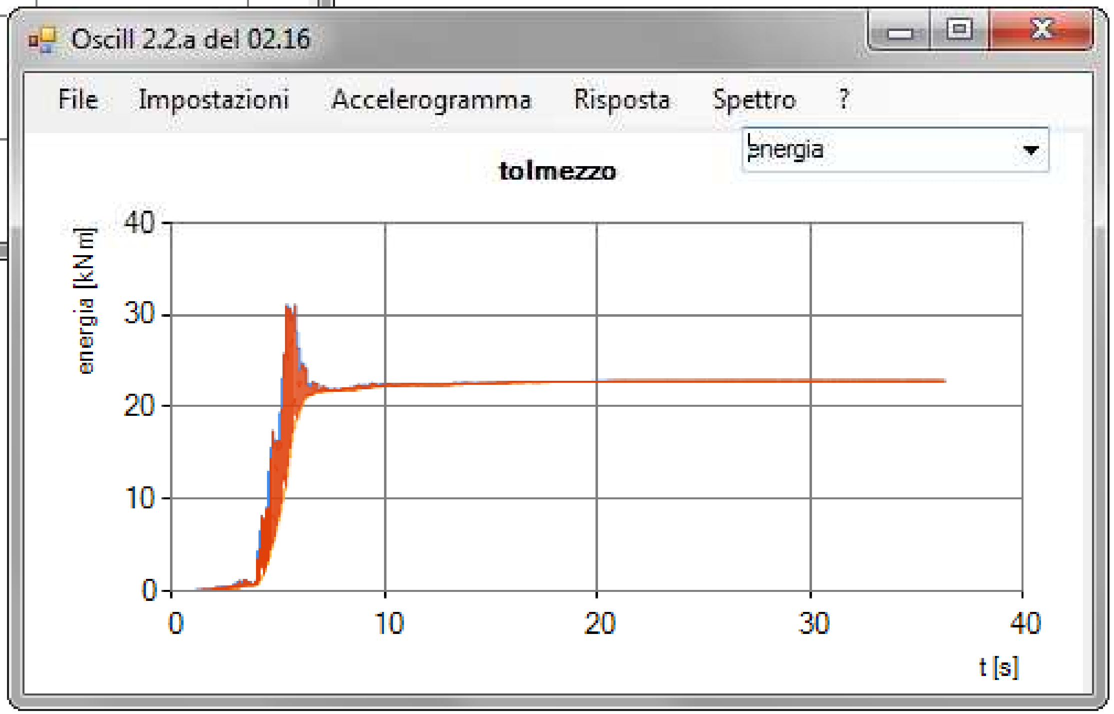
Oscillatore con
T=1.00 s - ξ=0.05

Risposta dell'oscillatore
programma Oscill



L'energia dipende dalle caratteristiche dell'oscillatore

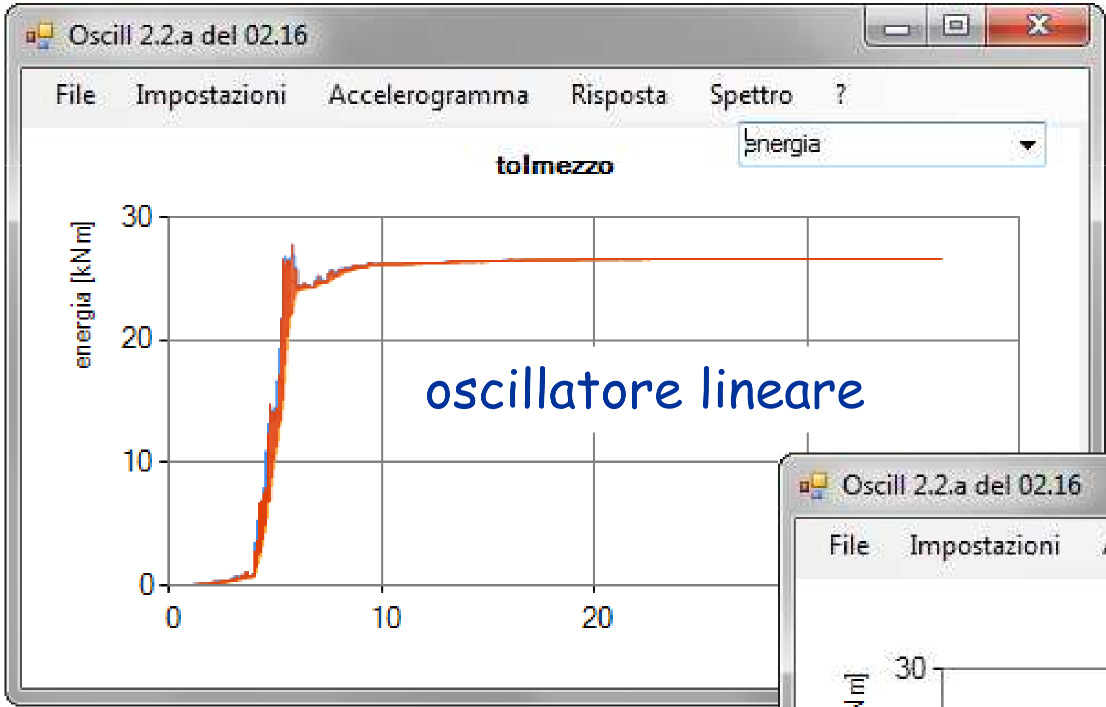
Oscillatore con
T=0.25 s - ξ=0.05



Oscillatore con
T=0.25 s - ξ=0.02

Risposta dell'oscillatore
programma Oscill

L'energia dipende dalle caratteristiche dell'oscillatore

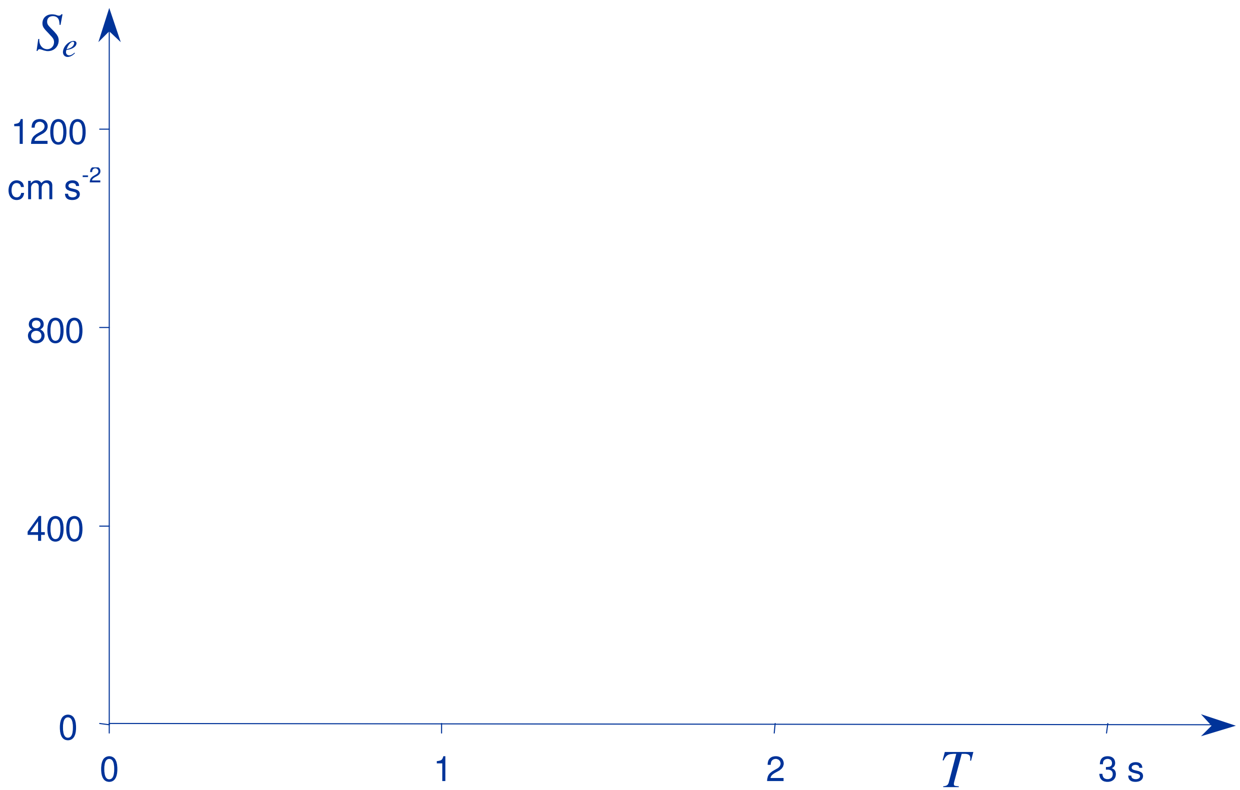


Oscillatore con
T=0.25 s - ξ=0.05

Oscillatore con
T=0.25 s - ξ=0.05

Oscillazioni forzate
(moto del terreno - accelerogramma)

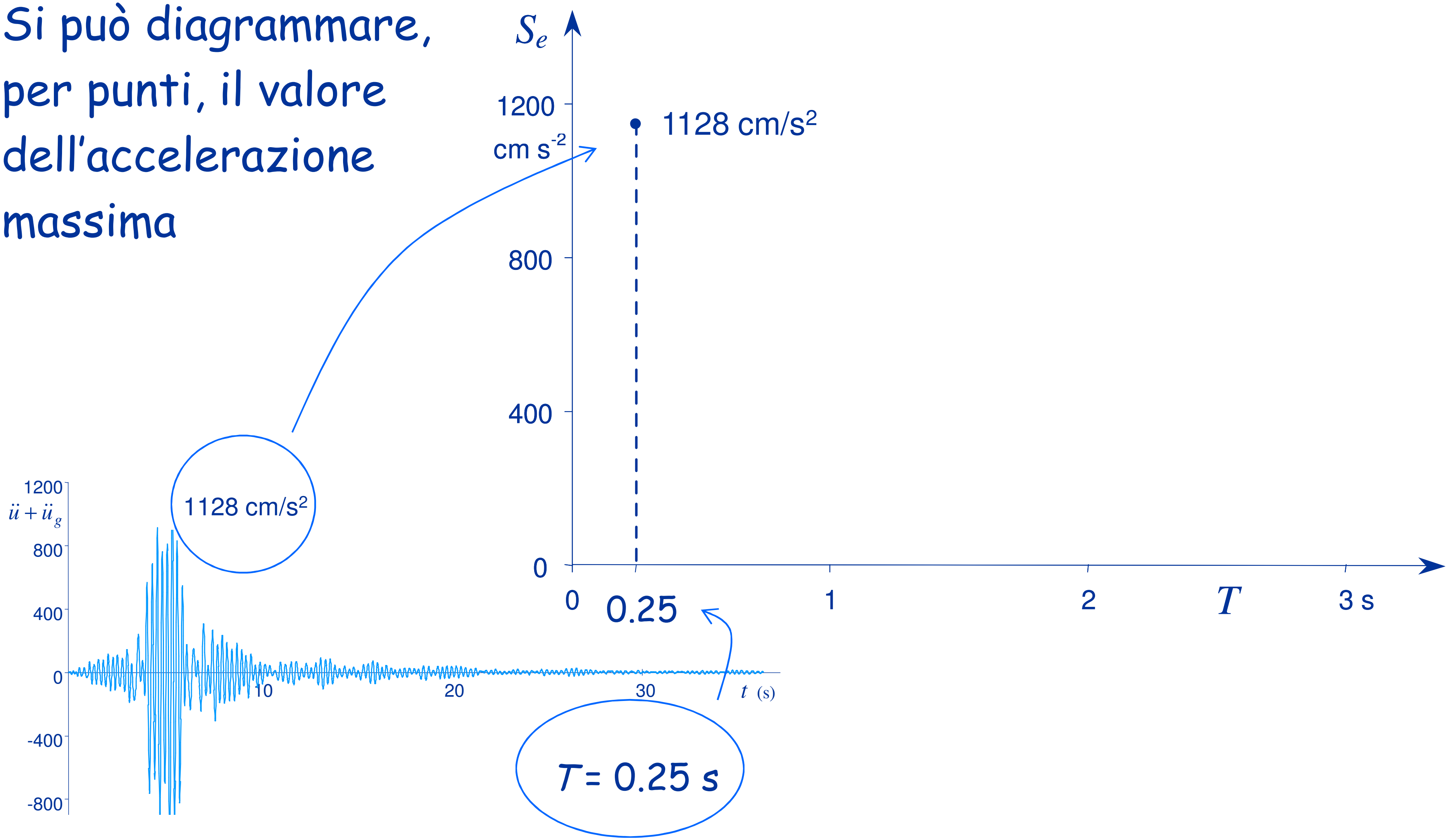
Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima per schemi con periodo diverso



In genere ci interessa la risposta massima, non quello che succede istante per istante

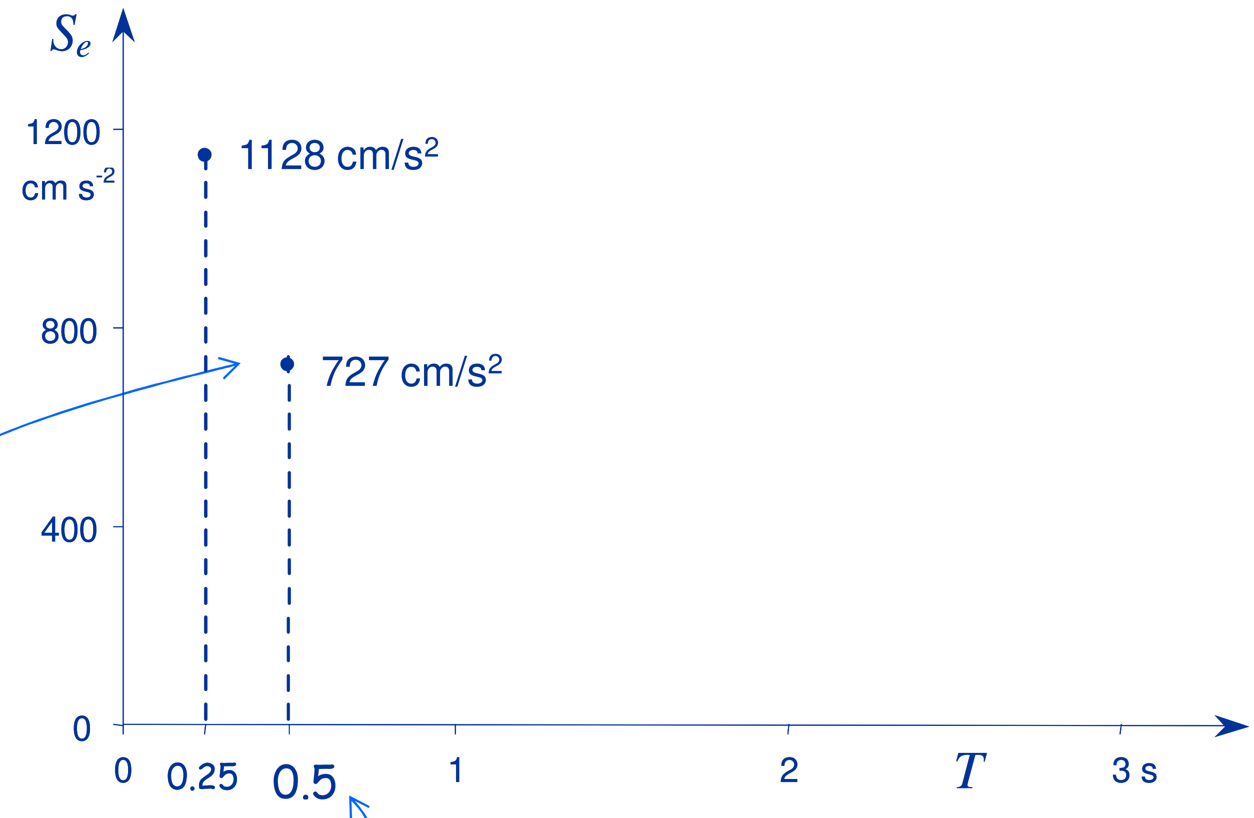
Oscillazioni forzate
(moto del terreno - accelerogramma)

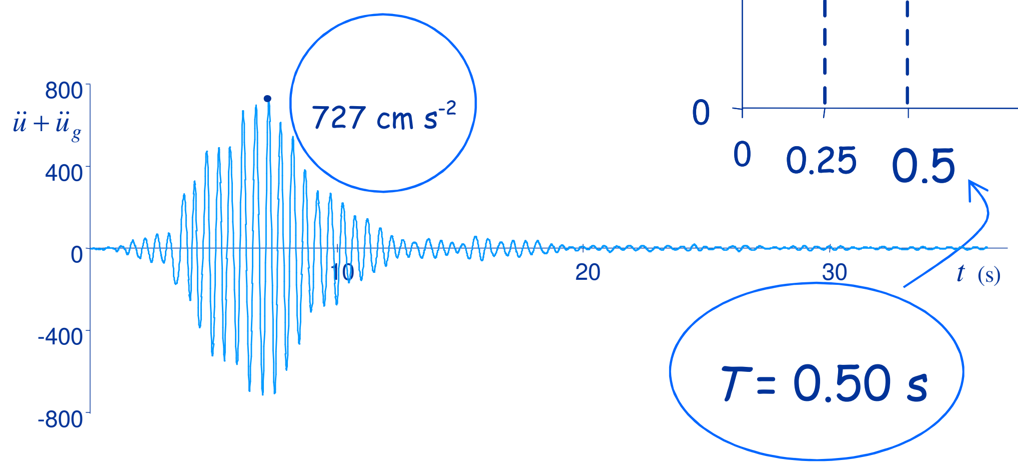
Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



Oscillazioni forzate
(moto del terreno - accelerogramma)

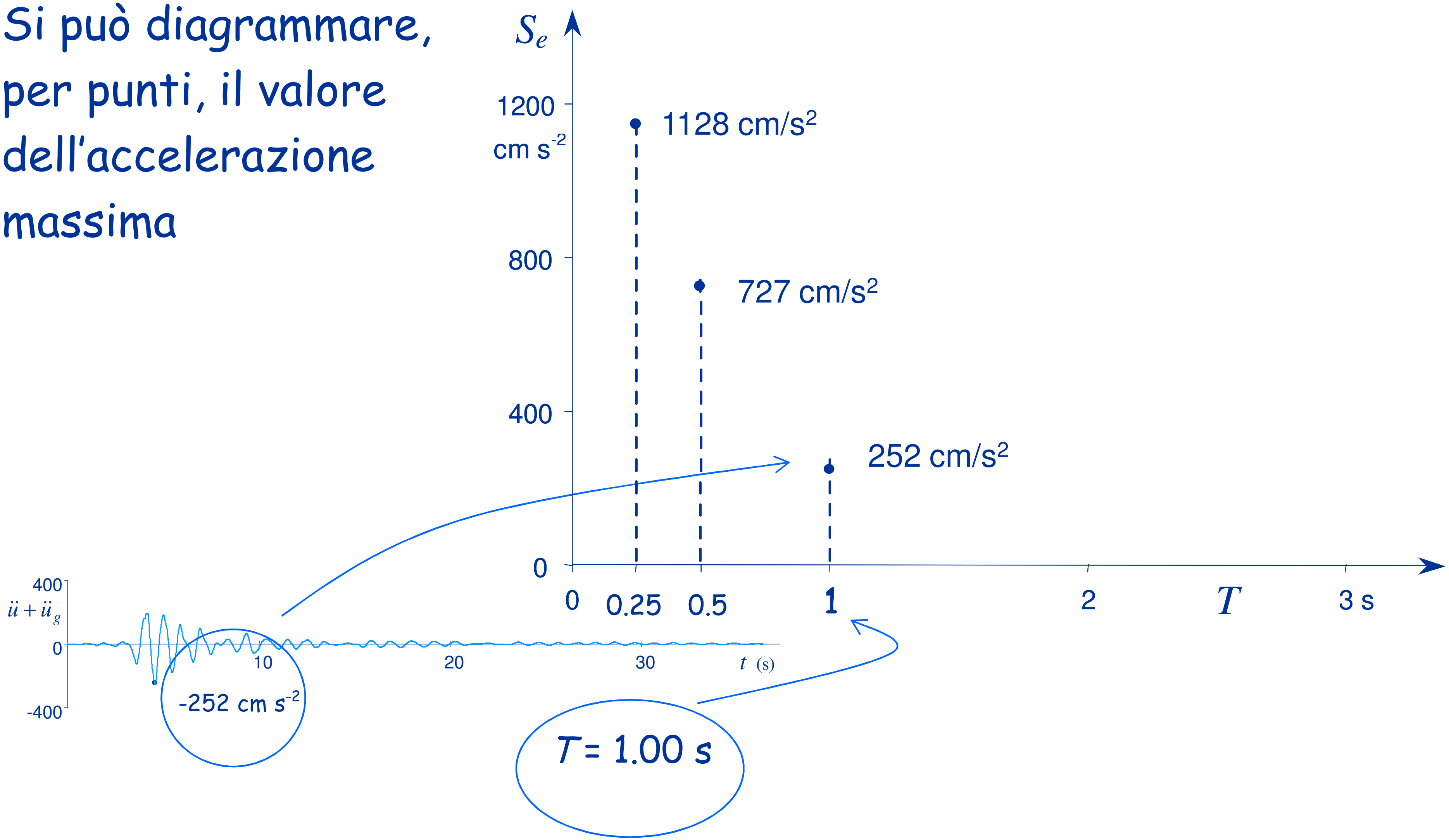
Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima





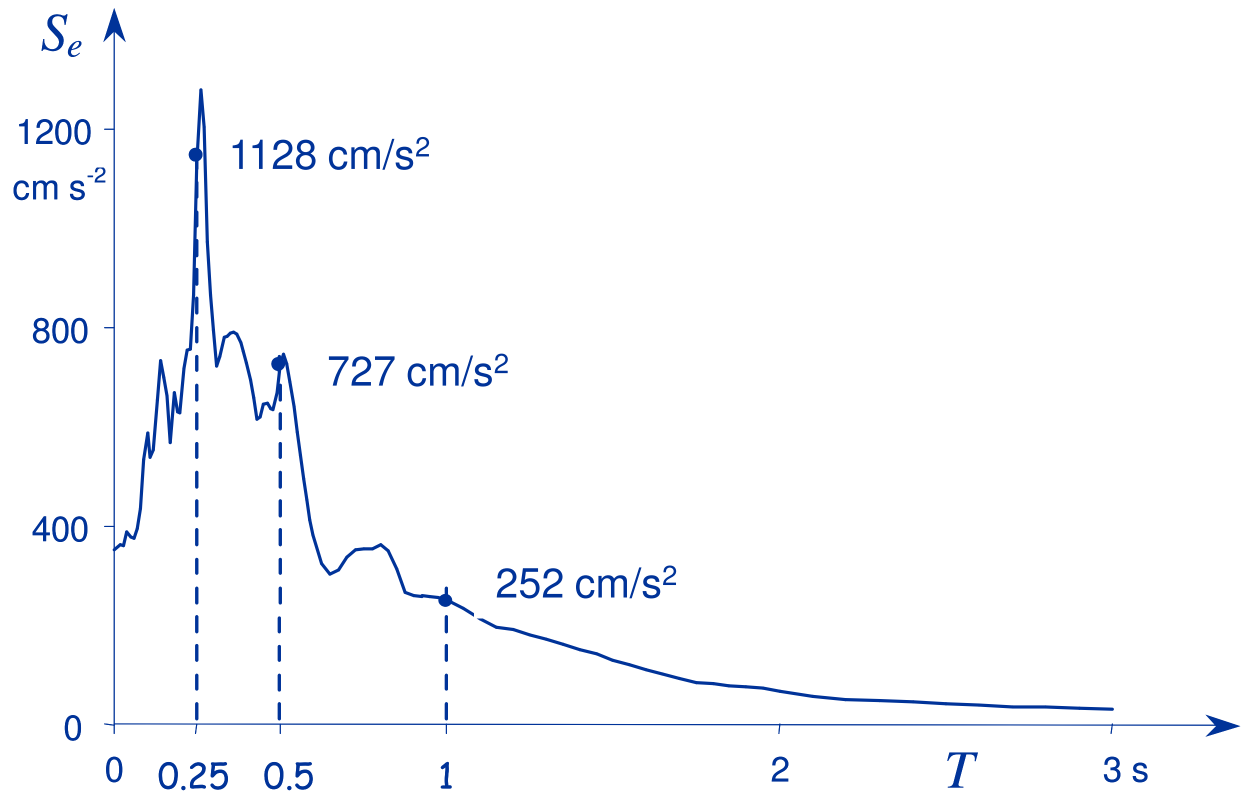
Oscillazioni forzate
(moto del terreno - accelerogramma)

Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



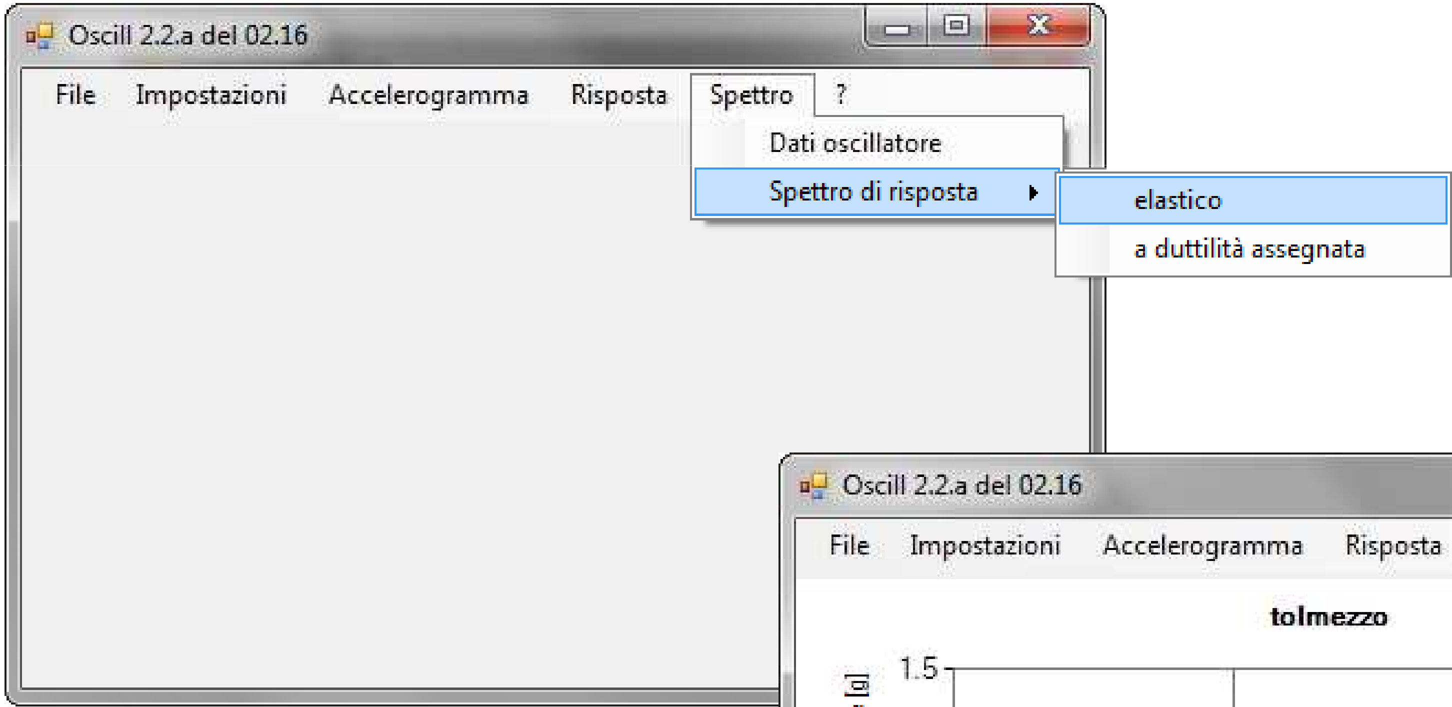
Oscillazioni forzate
Spettro di risposta

Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione massima



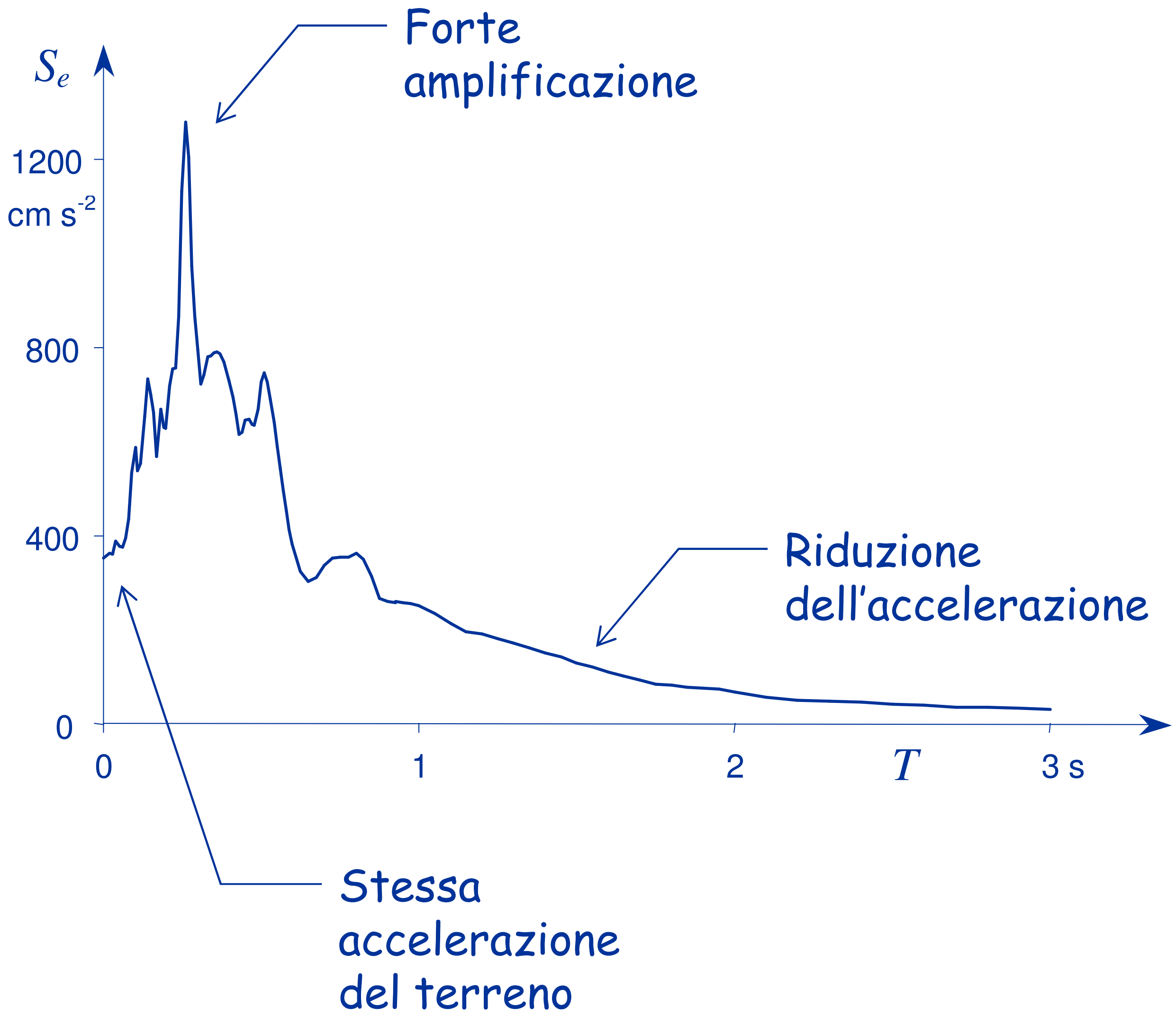
Il diagramma ottenuto unendo i vari punti viene detto "spettro di risposta" (in termini di accelerazione)

Spettro di risposta
programma Oscill



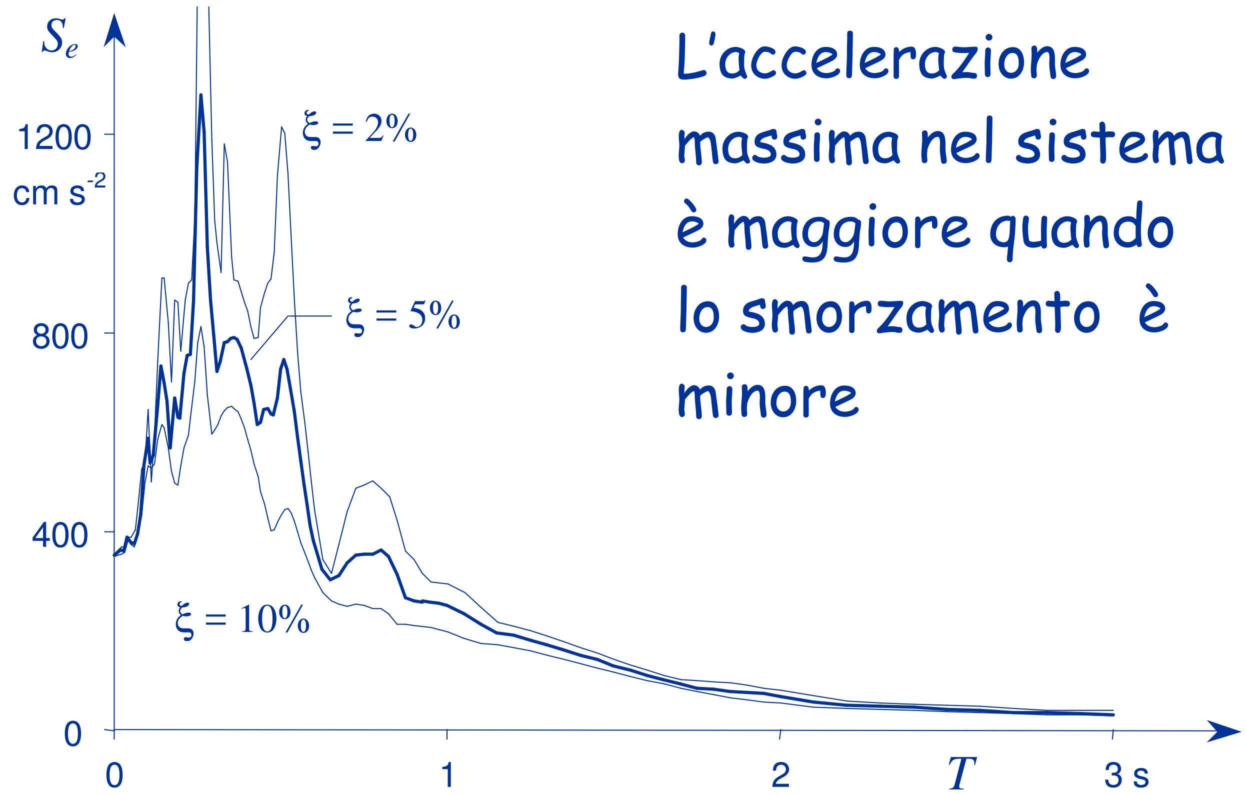
Oscillazioni forzate
Spettro di risposta (accelerazione)

L'andamento dell'accelerazione massima in funzione del periodo proprio ha un andamento ben preciso



Oscillazioni forzate
Spettro di risposta (accelerazione)

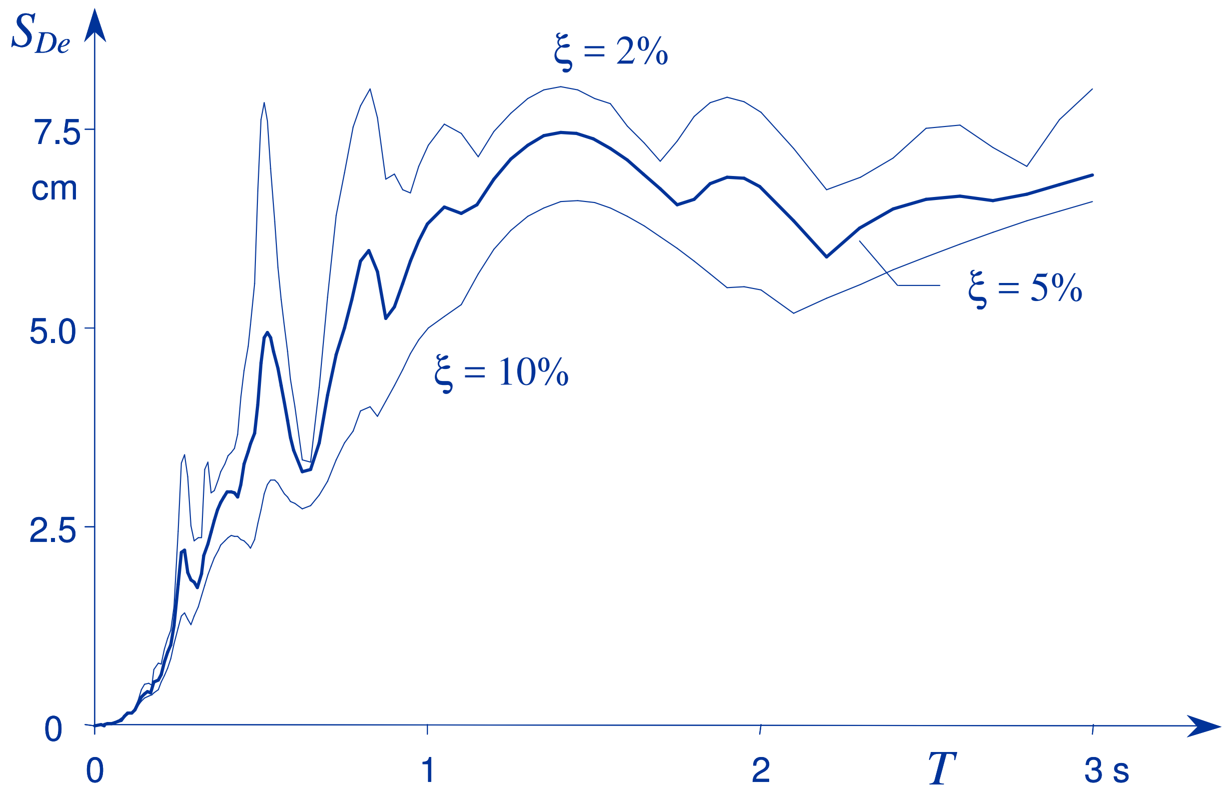
Al variare dello smorzamento si ottengono diverse curve



L'accelerazione massima nel sistema è maggiore quando lo smorzamento è minore

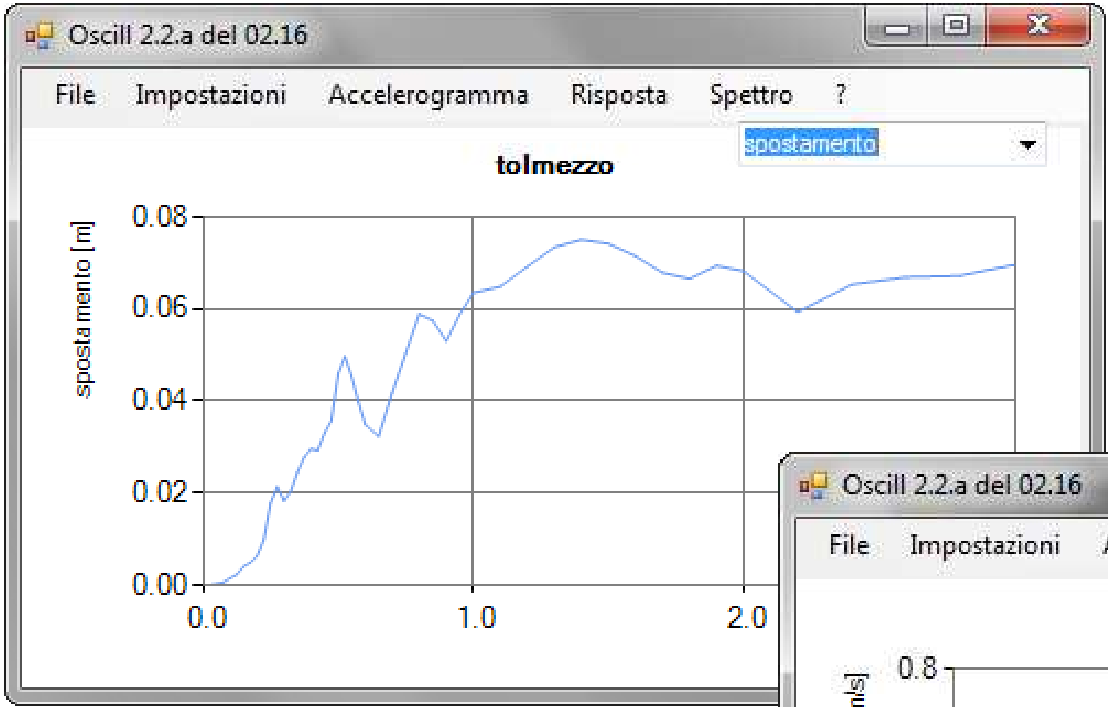
Oscillazioni forzate
Spettro di risposta (spostamento)

Allo stesso modo si può diagrammare lo spostamento relativo massimo in funzione del periodo

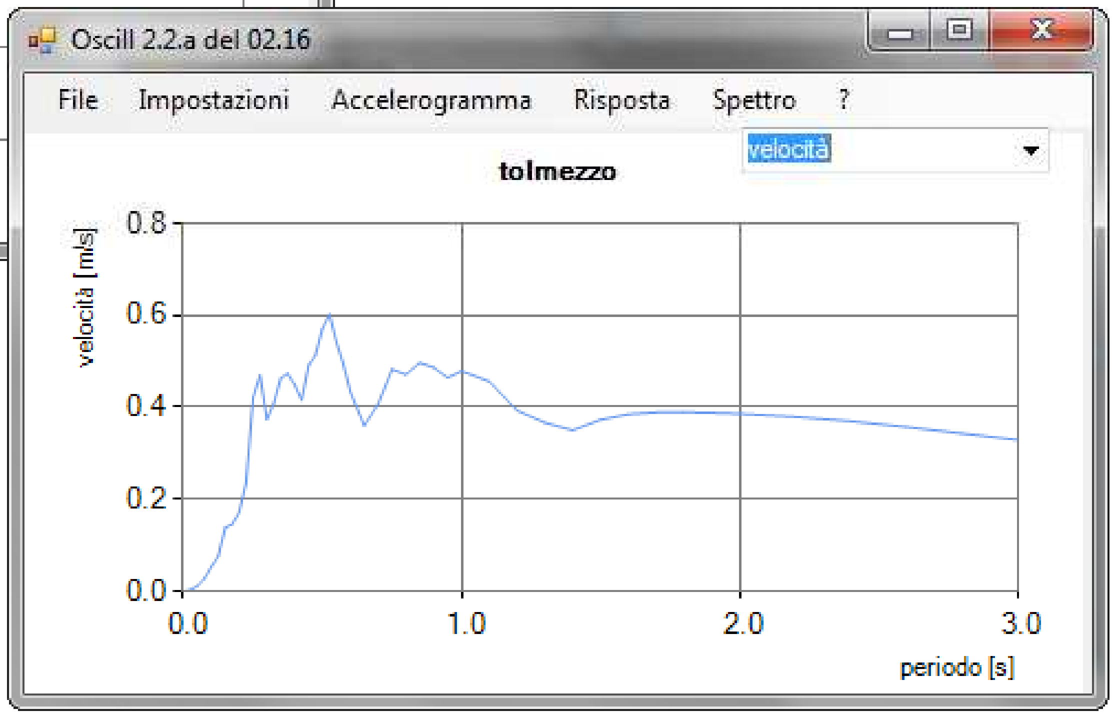


Il diagramma così ottenuto viene detto "spettro di risposta" (in termini di spostamento)

Spettro di risposta
programma Oscill



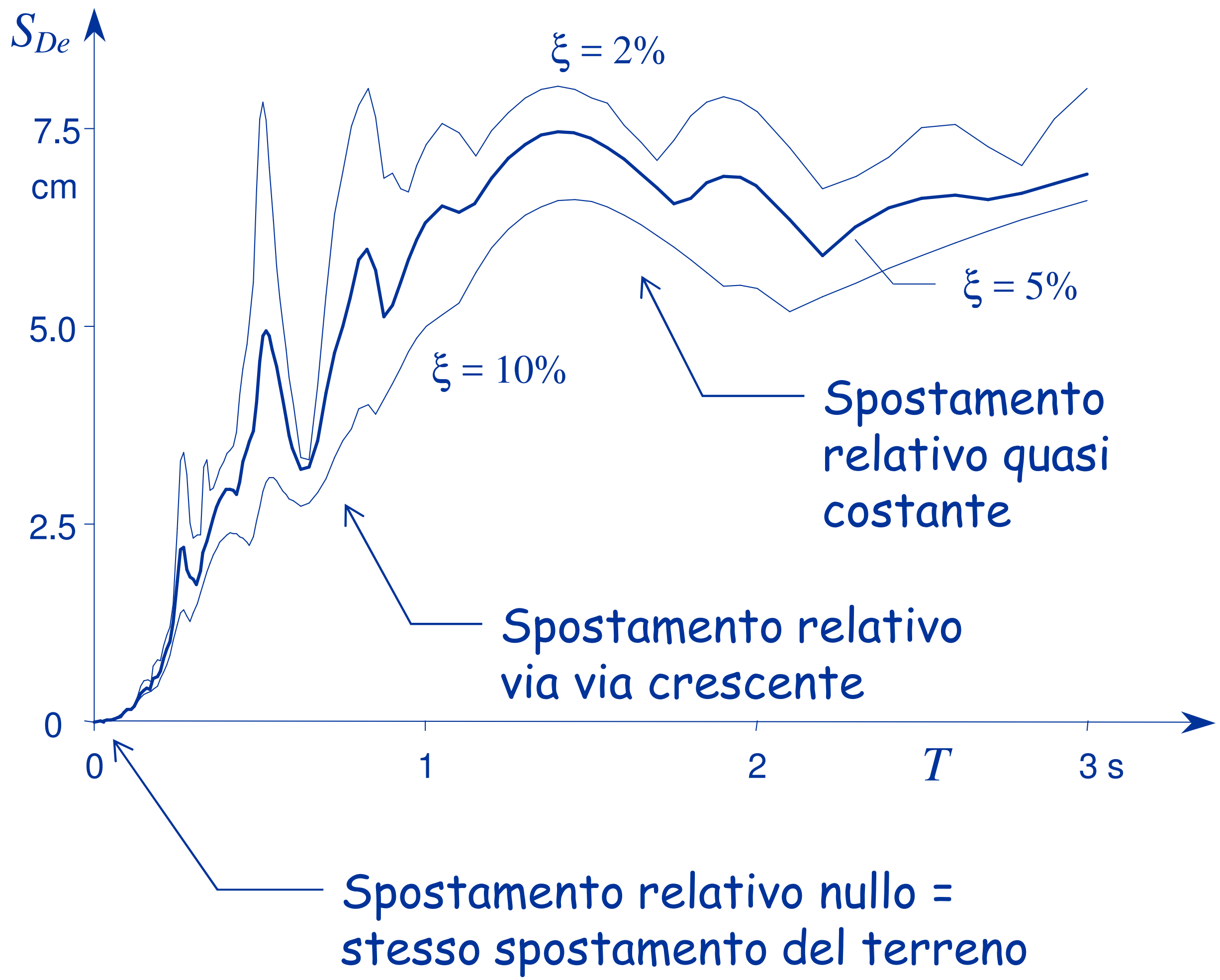
spostamento



velocità

Oscillazioni forzate
Spettro di risposta (spostamento)

Si noti l'andamento dello spostamento relativo massima in funzione del periodo proprio



Lo spostamento massimo nel sistema è maggiore quando lo smorzamento è minore

Oscillazioni forzate

Spettri di risposta (accelerazione-spostamento)

Nota:

- Se lo smorzamento fosse nullo, accelerazione massima e spostamento massimo si raggiungerebbero nello stesso istante
- Con i reali smorzamenti il valore massimo dell'accelerazione assoluta è vicino ma non identico al valoree che si ha nell'istante in cui si ha lo spostamento massimo (questo è detto pseudo-accelerazione massima)

  La differenza è comunque trascurabile
- I valori dello spettro in termini di spostamento e pseudo-accelerazione sono legati analiticamente dalla relazione

$$\left|\ddot{u} + \ddot{u}_g\right| = \left(\frac{2\,\pi}{T}\right)^2 u$$

Relazione tra i valori massimi
di spostamento relativo e accelerazione assoluta

Equazione del moto:

$$m\,\ddot{u} + c\,\dot{u} + k\,u = -m\,\ddot{u}_g$$

Quando lo spostamento relativo u è massimo la sua derivata è nulla

$$u = u_{max} \quad \Rightarrow \quad \dot{u} = 0$$

Si ha allora:

$$m\,\ddot{u} + k\,u_{max} = -m\,\ddot{u}_g$$

$$k\,u_{max} = -m\,(\ddot{u} + \ddot{u}_g)$$

$$\left|\ddot{u} + \ddot{u}_g\right| = \frac{k}{m}\,u_{max} = \left(\frac{2\,\pi}{T}\right)^2 u_{max}$$

perché $\quad T = 2\,\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Relazione tra i valori massimi
di spostamento relativo e accelerazione assoluta

La quantità $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u$
viene detta pseudoaccelerazione

Essa coincide con l'accelerazione assoluta quando lo smorzamento è nullo

L'accelerazione assoluta massima e la pseudoaccelerazione massima a rigore sono diverse, ma in sostanza sono praticamente coincidenti

La relazione $$\left|\ddot{u}+\ddot{u}_g\right| = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u$$

consente di passare dai valori massimi dello spostamento a quelli massimi dell'accelerazione assoluta, e viceversa

A cosa servono gli spettri?

Per una valutazione “a posteriori” dell’effetto provocato da un evento sismico ben definito:

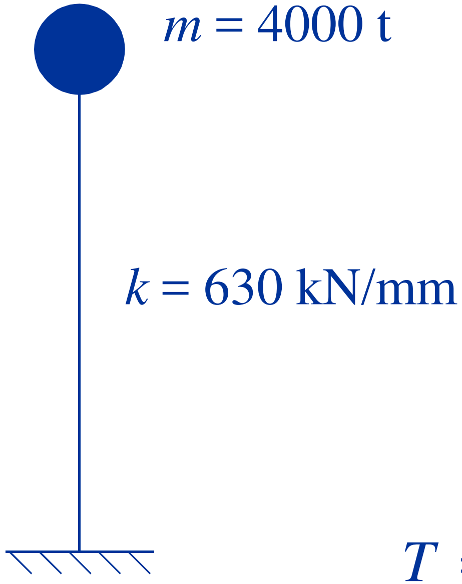
- Se si vuole determinare la time history occorre usare il procedimento numerico descritto
- Se basta conoscere la risposta massima si può utilizzare lo spettro di risposta dell’accelerogramma

  In tal modo è possibile determinare:

  - Sollecitazioni massime
  - Spostamenti massimi

A cosa servono gli spettri?

Foto



Modello
di calcolo

Conoscendo
massa e rigidezza
possiamo
determinare il
periodo proprio

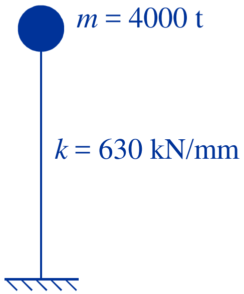
$$T = 2\,\pi\sqrt{\frac{m}{k}} =$$

$$= 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{4000 \times 10^3}{630 \times 10^6}} =$$

$$= 0.5 \text{ s}$$

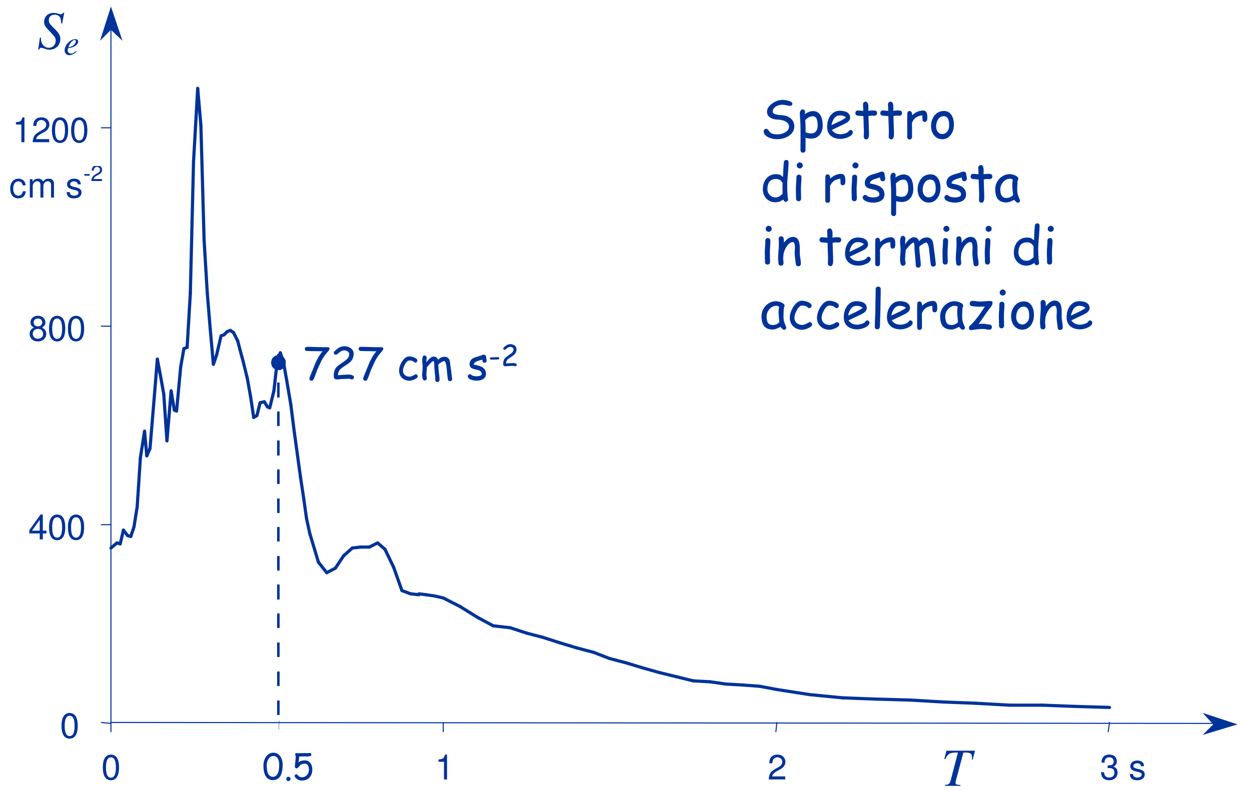
A cosa servono gli spettri?

Foto



Modello
di calcolo

$$T = 0.5 \text{ s}$$

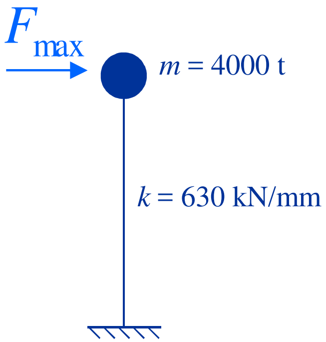


Spettro
di risposta
in termini di
accelerazione

Noto il periodo proprio, possiamo leggere
dallo spettro l'accelerazione assoluta massima $a_{max} = 7.27 \text{ m s}^{-2} = 0.74 \text{ g}$

A cosa servono gli spettri?

Foto



Modello
di calcolo

$$T = 0.5 \text{ s}$$

Ma dall'accelerazione possiamo ricavare anche la massima forza d'inerzia

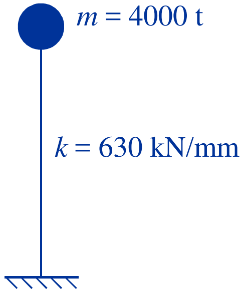
$$F_{max} = m\, a_{max} = 4000 \times 7.27 = 29000 \text{ kN}$$

e quindi le massime sollecitazioni nella struttura, i massimi spostamenti, ecc.

Idea base del calcolo sismico:
valutare il comportamento dinamico applicando forze statiche

A cosa servono gli spettri?

Foto



Modello
di calcolo

$$T = 0.5 \text{ s}$$

Lo spostamento relativo massimo può essere calcolato risolvendo lo schema strutturale con le forze orizzontali applicate

oppure dallo spettro di risposta in termini di spostamento

$$u_{max} = 4.58 \text{ cm}$$

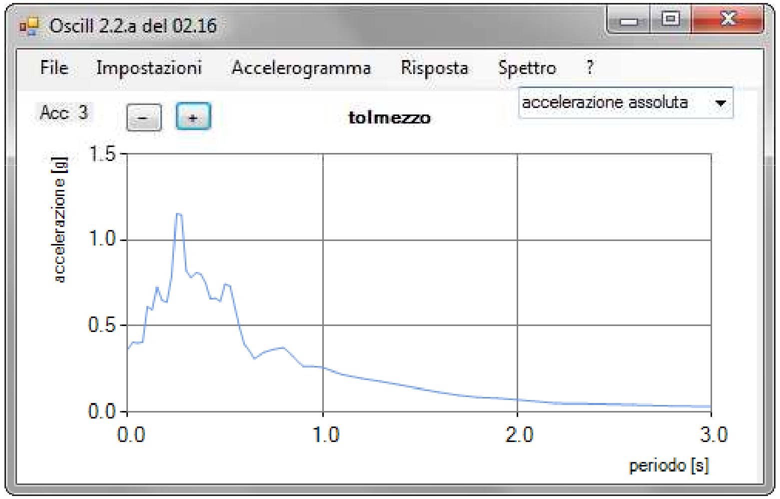
A cosa servono gli spettri?

Conoscere l'accelerogramma corrispondente ad un evento sismico ben definito ed il relativo spettro di risposta consente di valutare "a posteriori" l'effetto provocato da quel sisma

Ma come prevedere cosa succederà per terremoti non ancora avvenuti?

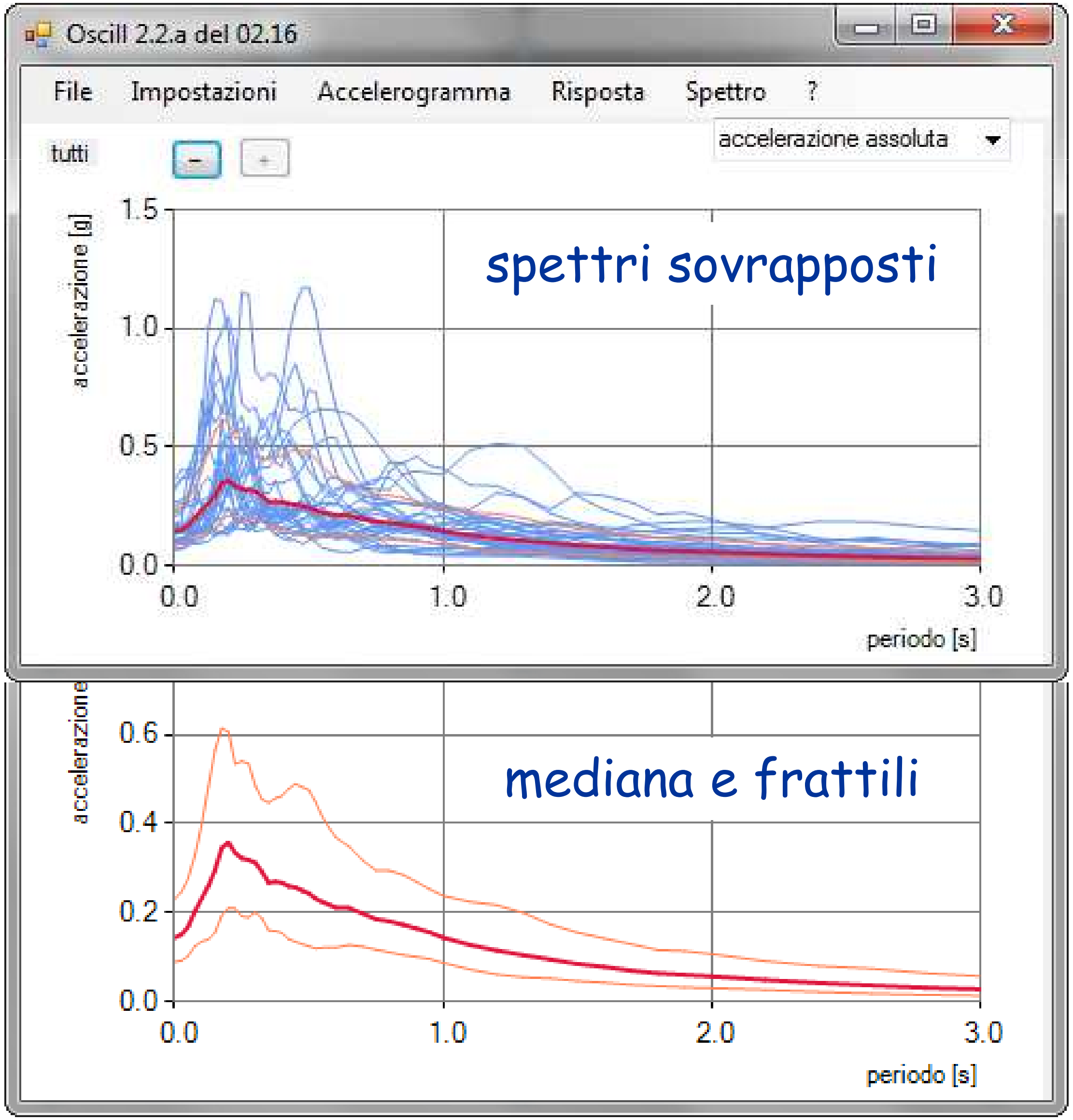
- Si può analizzare dal punto di vista probabilistico l'effetto di un insieme di terremoti già avvenuti in quel sito nel passato

Risposta a più terremoti
programma Oscill

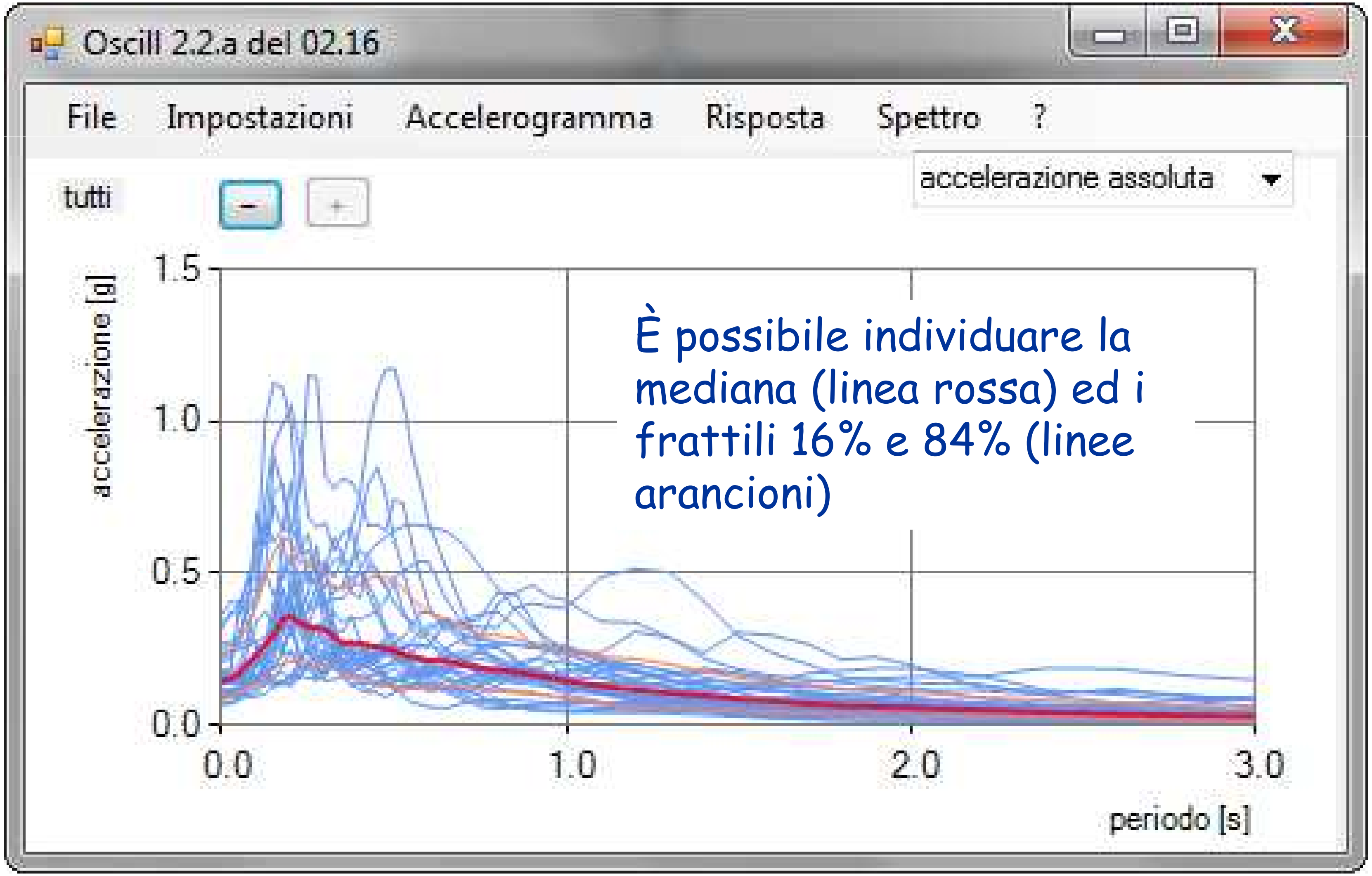


singolo evento

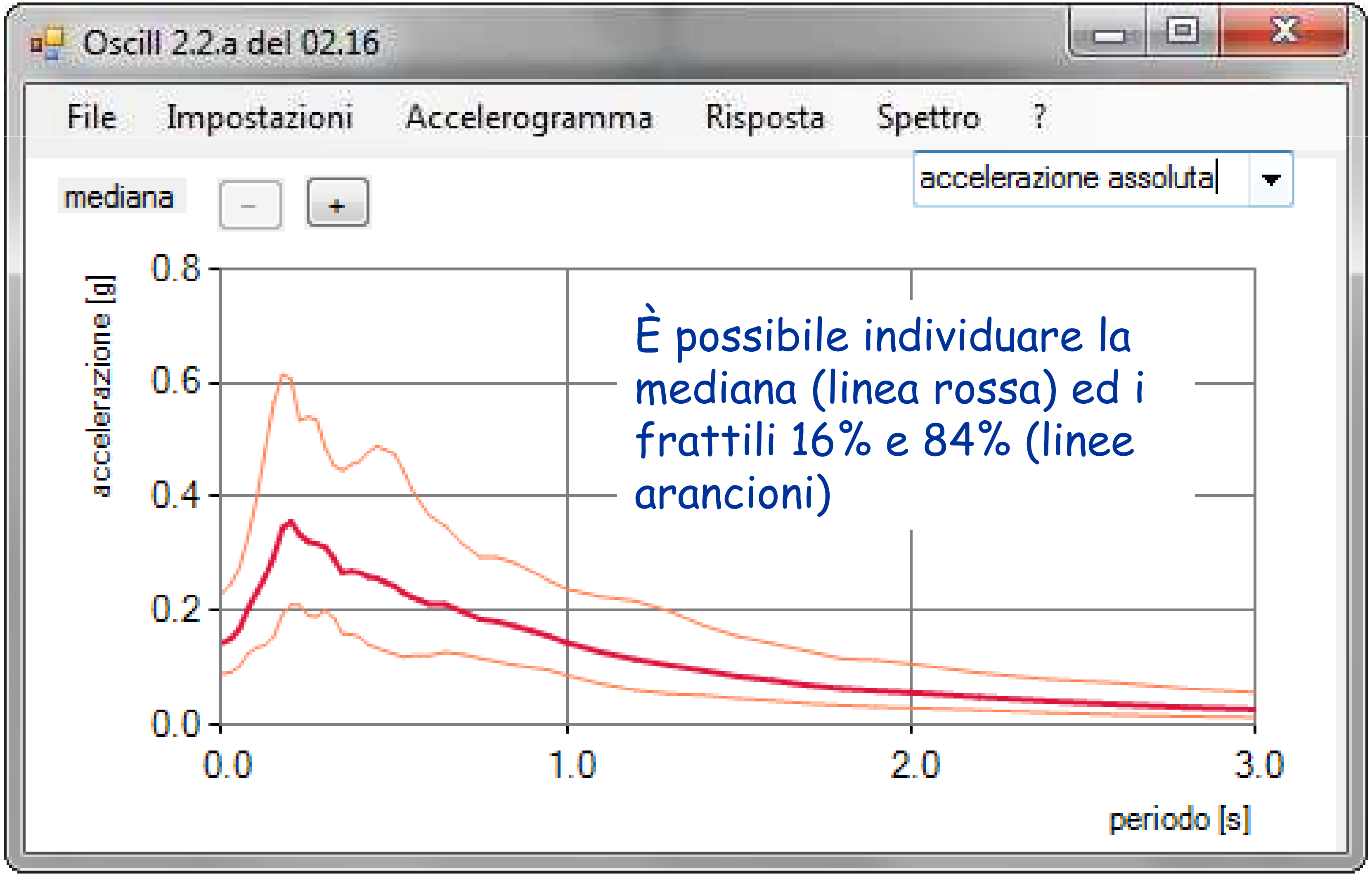
selezionando una cartella, si calcolano gli spettri di tutti i terremoti



Risposta a più terremoti
programma Oscill



Risposta a più terremoti
programma Oscill



È possibile individuare la mediana (linea rossa) ed i frattili 16% e 84% (linee arancioni)

Risposta a più terremoti

- Le analisi svolte nell'ambito del Progetto Finalizzato Geodinamica hanno consentito di individuare, per ogni sito, gli spettri mediano e frattili 16%, 84% corrispondenti a vari periodi di ritorno

ID	Lon	Lat	SA_0.10	SA_0.15	SA_0.20	SA_0.30	SA_0.40	SA_0.50	SA_0.75	SA_1.00	SA_1.50	SA_2.00
24735	12.2649	42.7284	0.3422	0.3928	0.3780	0.3553	0.2848	0.2238	0.1374	0.0960	0.0553	0.0382
24736	12.3330	42.7291	0.3467	0.3978	0.3841	0.3624	0.2918	0.2321	0.1434	0.1003	0.0573	0.0399
24737	12.4010	42.7298	0.3505	0.4045	0.3917	0.3725	0.2997	0.2410	0.1504	0.1052	0.0597	0.0421
24738	12.4691	42.7304	0.3539	0.4136	0.4031	0.3861	0.3125	0.2518				
24739	12.5372	42.7310	0.3601	0.4305	0.4197	0.4045	0.3290	0.2656				
24740	12.6052	42.7315	0.3748	0.4540	0.4467	0.4322	0.3512	0.2842				
24741	12.6733	42.7320	0.4127	0.4907	0.4866	0.4695	0.3822	0.3038				
24742	12.7414	42.7325	0.4641	0.5330	0.5311	0.5123	0.4177	0.3437				
24743	12.8094	42.7329	0.5017	0.5752	0.5721	0.5490	0.4541	0.3698				
24744	12.		36	0.6106	0.6123	0.5792	0.4868	0.3939				
24745	12.		91	0.6219	0.6311	0.5924	0.5054	0.4077				
24746	13.		90	0.6238	0.6369	0.5961	0.5138	0.4161				
24747	13.		11	0.6246	0.6392	0.5980	0.5182	0.4213	0.2708	0.1991	0.1219	0.0783
24748	13.		14	0.6242	0.6389	0.5985	0.5189	0.4227	0.2723	0.2001	0.1230	0.0792
24749	13.2178	42.7346	0.5296	0.6221	0.6355	0.5971	0.5164	0.4215	0.2716	0.1999	0.1229	0.0794
24750	13.2859	42.7348	0.5226	0.6156	0.6262	0.5912	0.5079	0.4158	0.2681	0.1983	0.1209	0.0783
24751	13.3540	42.7349	0.5027	0.5998	0.6061	0.5764	0.4911	0.4038	0.2606	0.1951	0.1171	0.0761

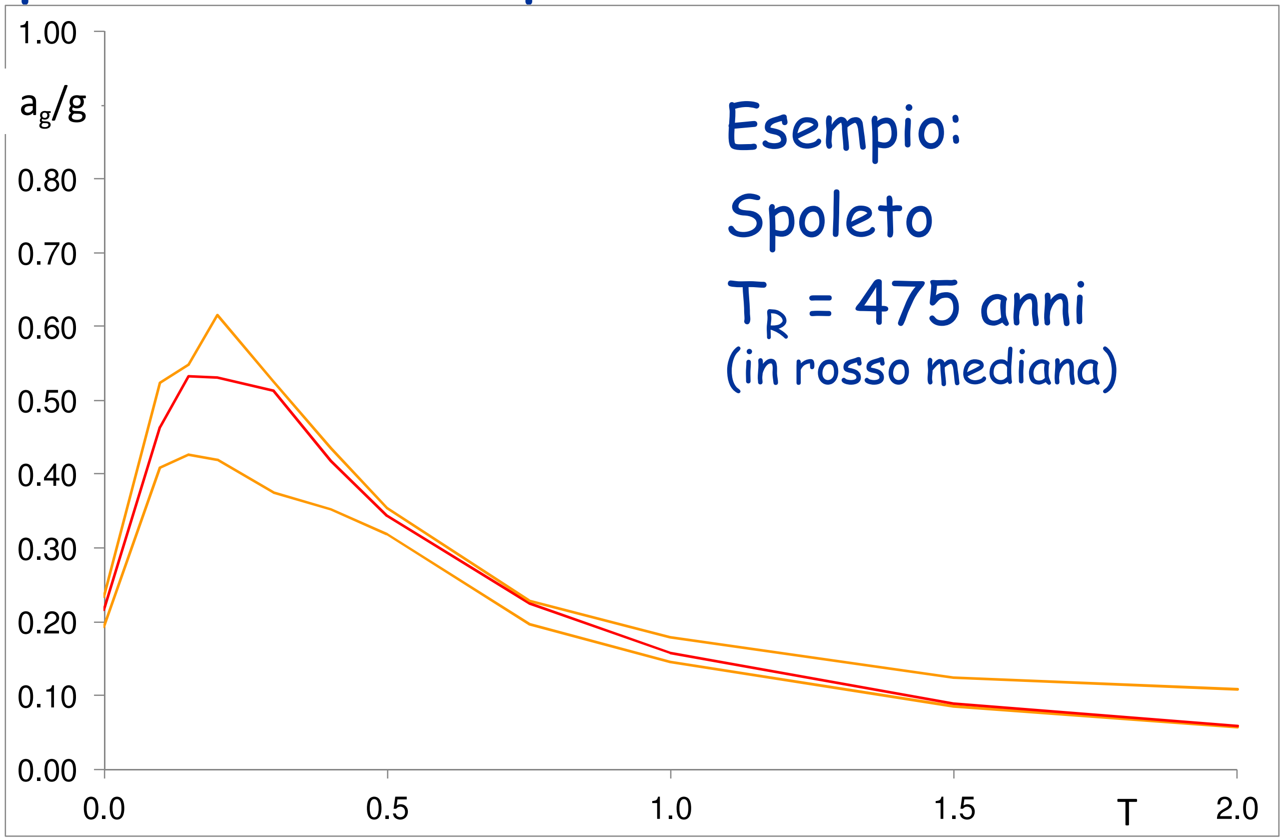
punto di riferimento (Spoleto)

Esempio:
Spoleto
T_R = 475 anni
(valore mediana)

Foglio Excel spettri e pericolosità

Risposta a più terremoti

- Le analisi svolte nell'ambito del Progetto Finalizzato Geodinamica hanno consentito di individuare, per ogni sito, gli spettri mediano e frattili 16%, 84% corrispondenti a vari periodi di ritorno



Risposta a più terremoti

- Le analisi svolte nell'ambito del Progetto Finalizzato Geodinamica hanno consentito di individuare, per ogni sito, gli spettri mediano e frattili 16%, 84% corrispondenti a vari periodi di ritorno