

Incontri di approfondimento

per gli studenti del dottorato di ricerca
in Ingegneria strutturale e geotecnica, 28° ciclo
e per i partecipanti al workshop
"Progetto di edifici antisismici con struttura in c.a." 2013

Verifica sismica di edifici esistenti in c.a.

4 - Analisi statica non lineare

Catania

3 dicembre 2013

Edoardo M. Marino

Metodi di analisi per la determinazione della risposta sismica

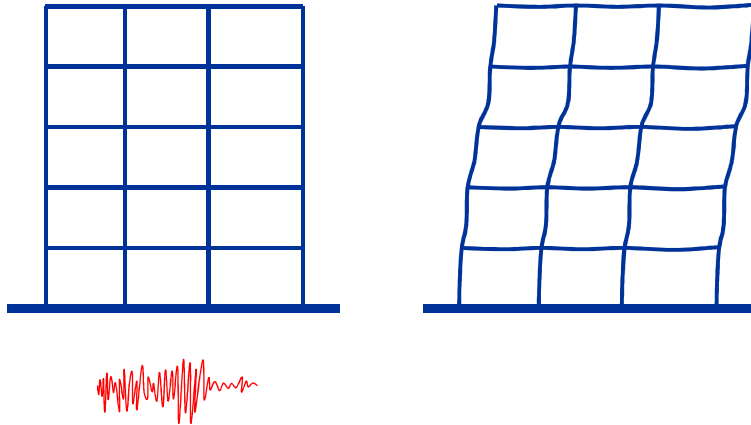
Metodi di analisi lineari

- Analisi statica
- Analisi modale con spettro di risposta

Metodi di analisi non lineari

- Analisi statica non lineare
- Analisi dinamica non lineare

Analisi dinamica non lineare



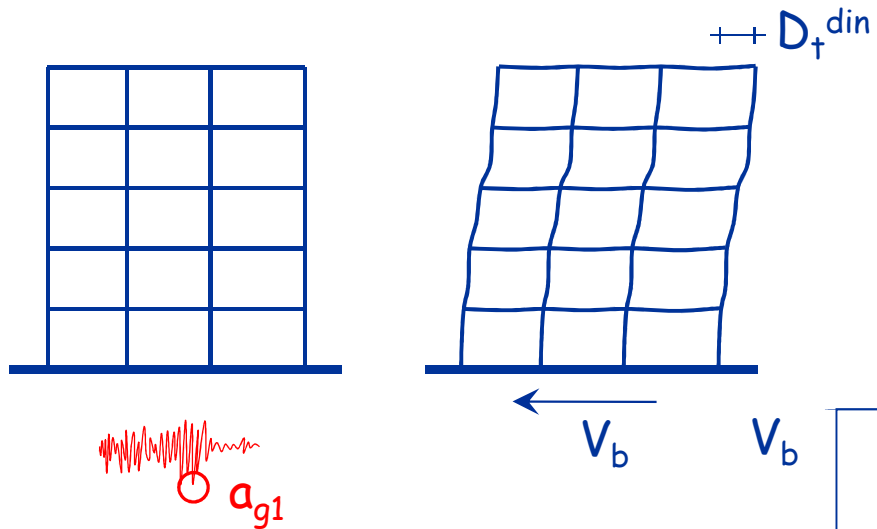
Risposta dinamica massima

Spostamenti (D_i , δ_i)

Deformazioni plastiche ($\theta_{pl,i}$)

Sollecitazioni (N_j , V_j , M_j)

Analisi dinamica non lineare

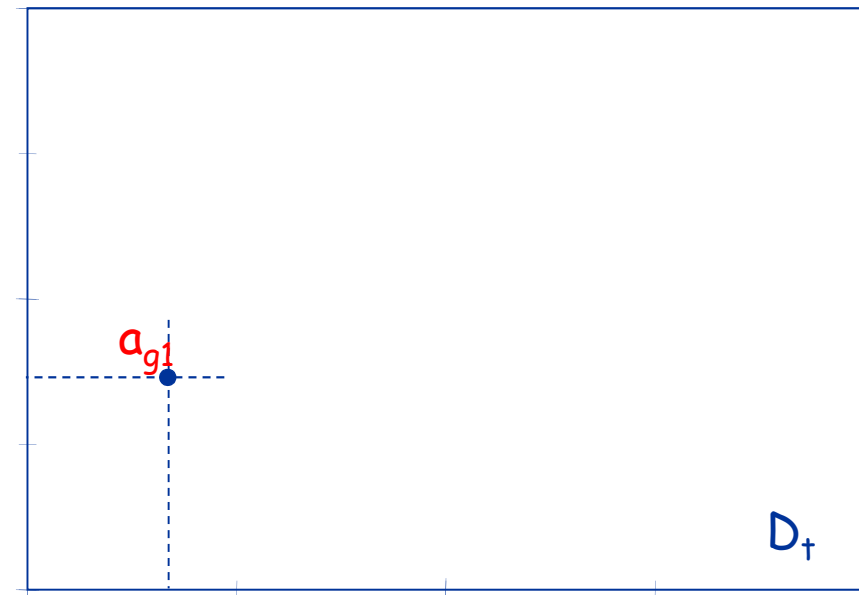


Risposta massima dinamica

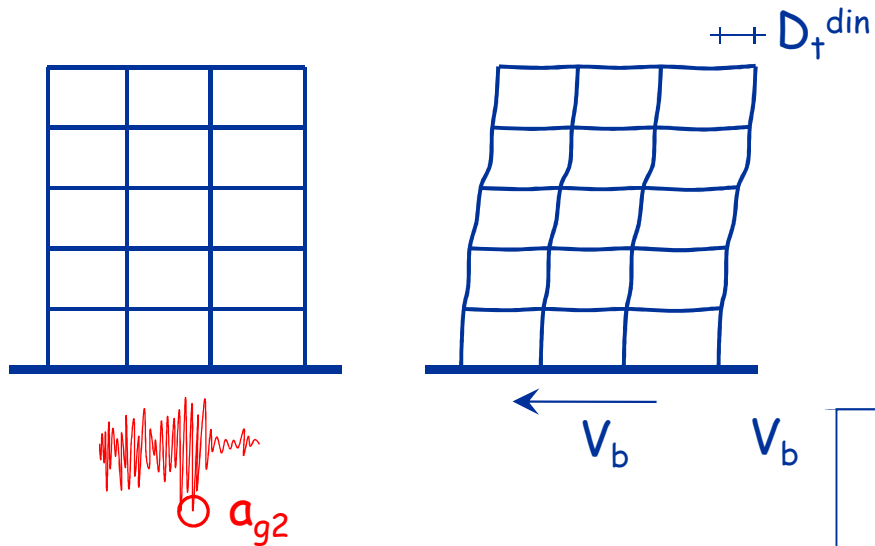
... o in maniera sintetica ...

D_t^{din} Spostamento in testa

V_b Taglio alla base



Analisi dinamica non lineare

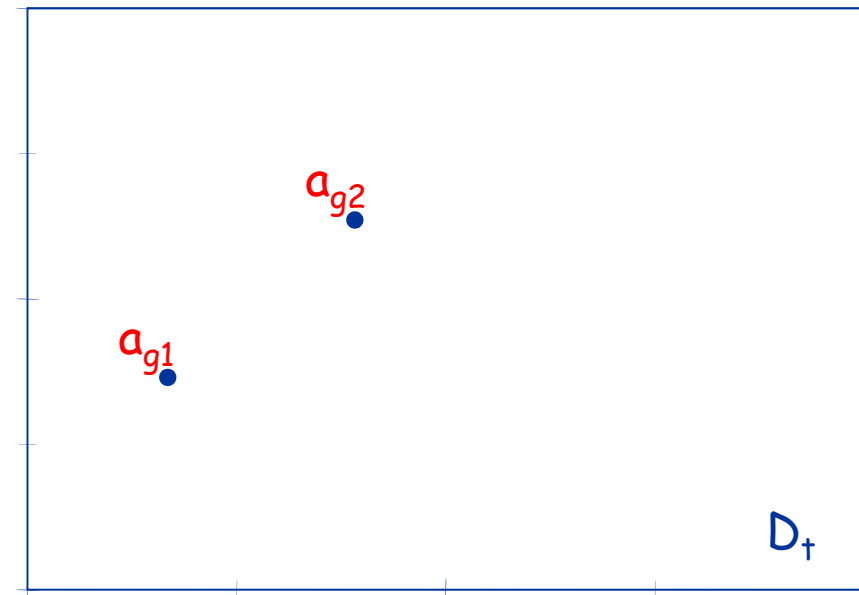


Risposta massima dinamica

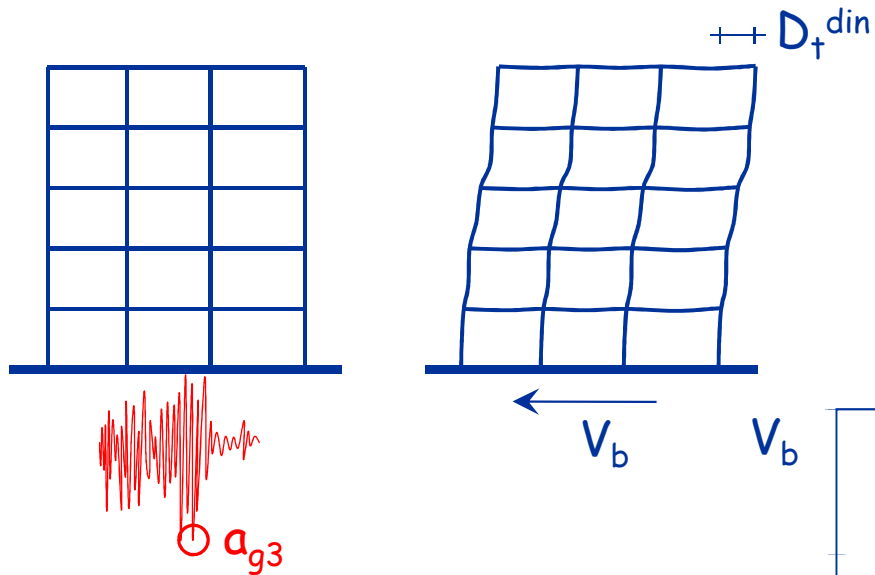
... o in maniera sintetica ...

D_+^{din} Spostamento in testa

V_b Taglio alla base



Analisi dinamica non lineare

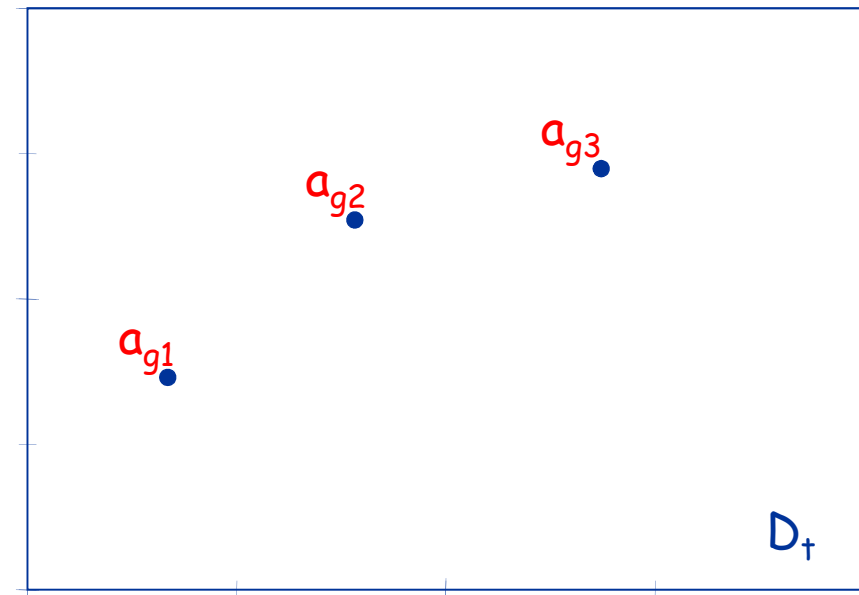


Risposta massima dinamica

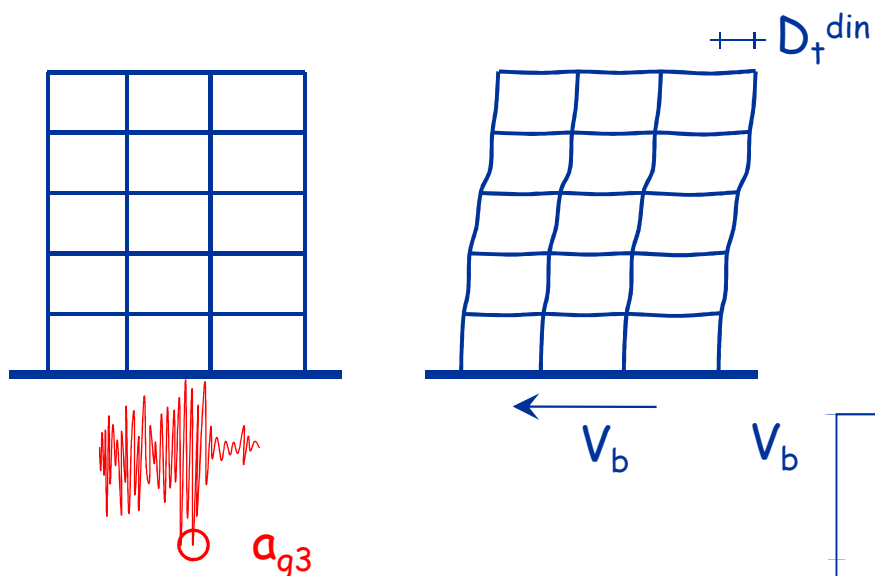
... o in maniera sintetica ...

D_+^{din} Spostamento in testa

V_b Taglio alla base



Analisi dinamica (non lineare) incrementale



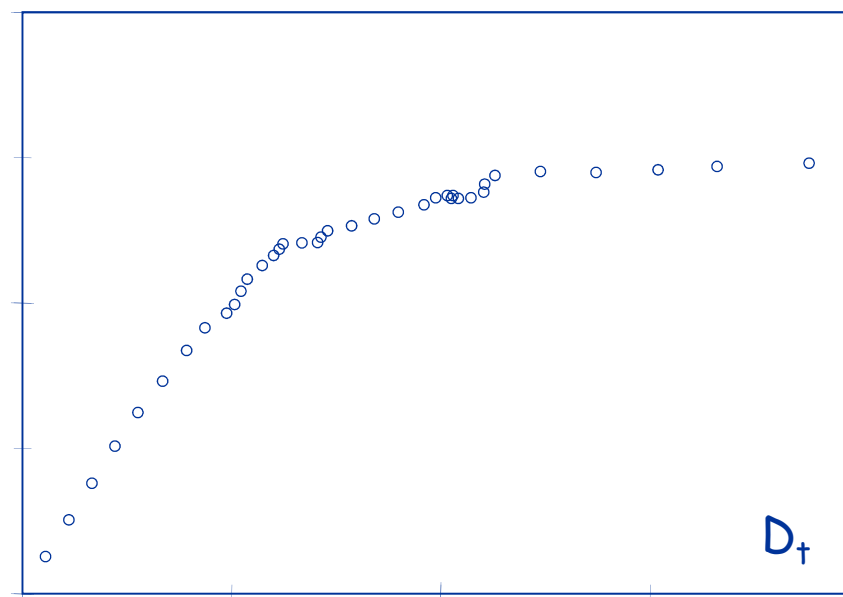
Risposta massima dinamica

... o in maniera sintetica ...

D_{+}^{din} Spostamento in testa

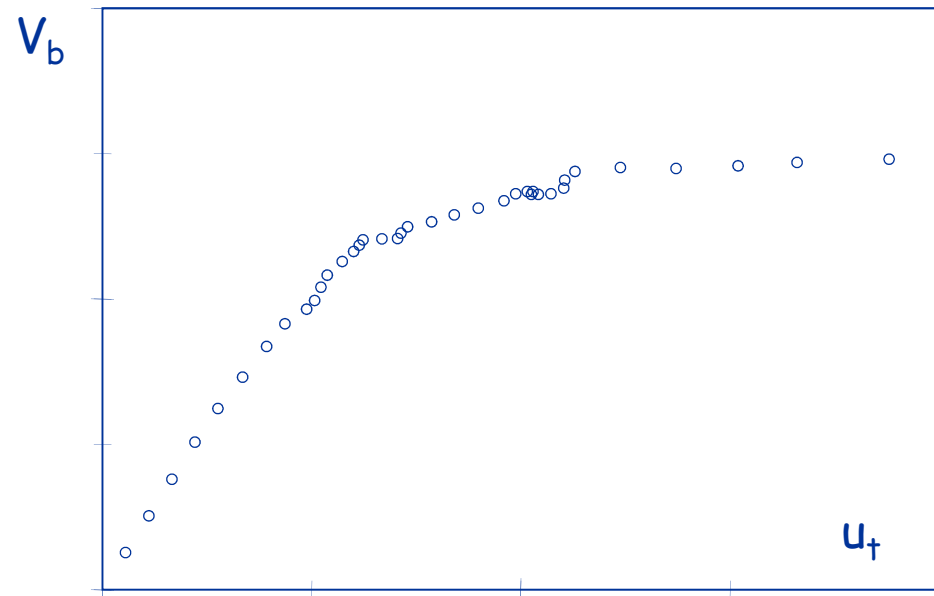
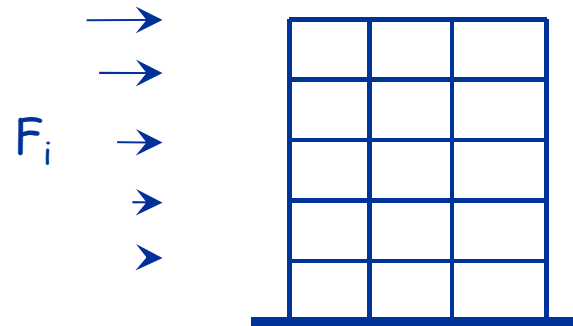
V_b Taglio alla base

... ripetendo l'analisi con
molti valori di a_g



Analisi statica non lineare (metodo statico non lineare)

Analisi statica (non
lineare) incrementale
... o analisi Pushover



Analisi statica non lineare

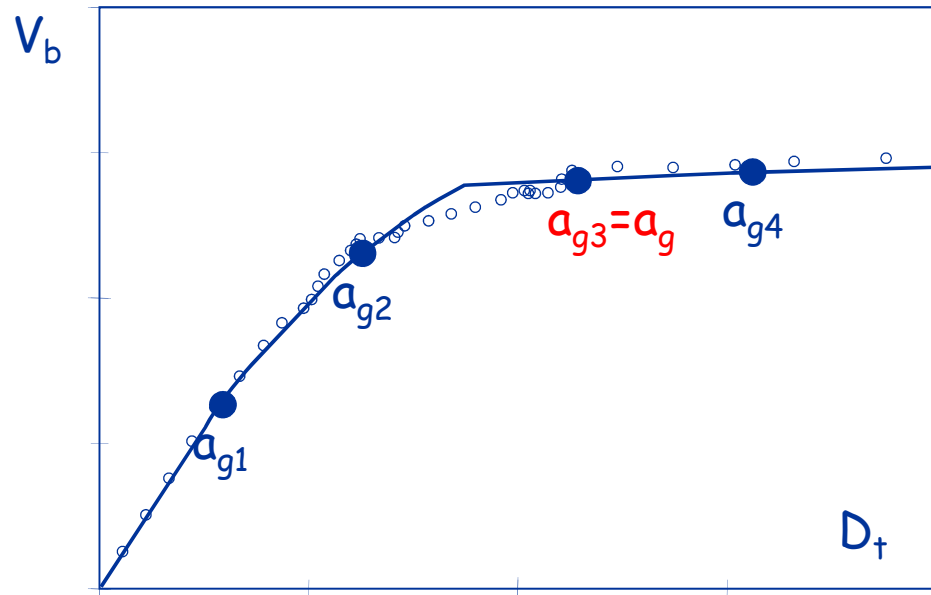
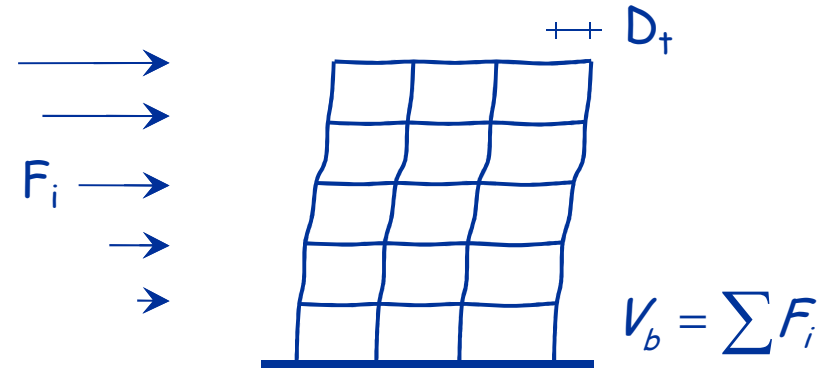
(metodo statico non lineare)

Analisi Pushover

Determinazione della curva di prestazione

Valutazione della domanda di spostamento per a_g assegnato

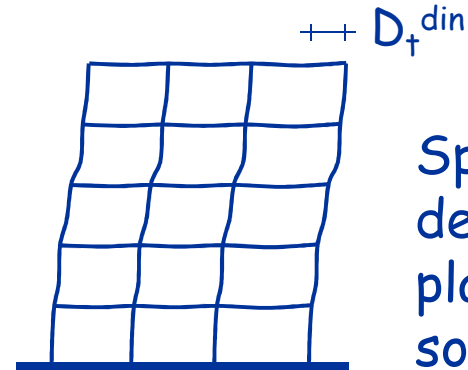
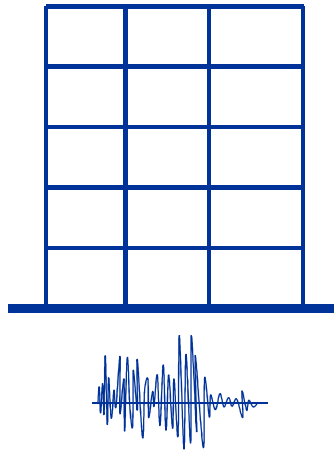
Stabilire una corrispondenza tra punti della curva di prestazione ed a_g



Analisi statica non lineare

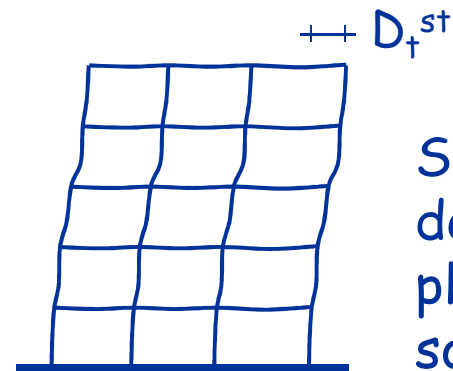
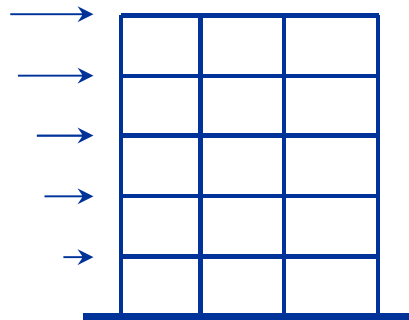
(metodo statico non lineare)

Analisi
dinamica non
lineare



Spostamenti,
deformazioni
plastiche e
sollecitazioni

Metodo
statico non
lineare



Spostamenti,
deformazioni
plastiche e
sollecitazioni

Sono simili
se

$$D_+^{din} = D_+^{st}$$

Analisi statica non lineare

(metodi statici non lineari)

- Metodo dello spettro di capacità (Freeman, 1975, 1998)
- Metodo N2 (Fajfar, 1996) adottato da NTC08 ed EC8
- Metodo N1 (Bosco, Gheresi and Marino, 2009)

Tutti i metodi richiedono l'esecuzione dell'analisi pushover

I metodi sono diversi per il criterio di determinazione della domanda di spostamento

Analisi statica non lineare

(metodi statici non lineari)

- Metodo dello spettro di capacità (Freeman, 1975, 1998)
- Metodo N2 (Fajfar, 1996) adottato da NTC08 ed EC8
- Metodo N1 (Bosco, Gheresi and Marino, 2009)

Vantaggi rispetto all'analisi dinamica non lineare

- Non ho bisogno di utilizzare accelerogrammi
- L'onere computazionale è molto minore
- L'interpretazione dei risultati è più semplice

Analisi pushover

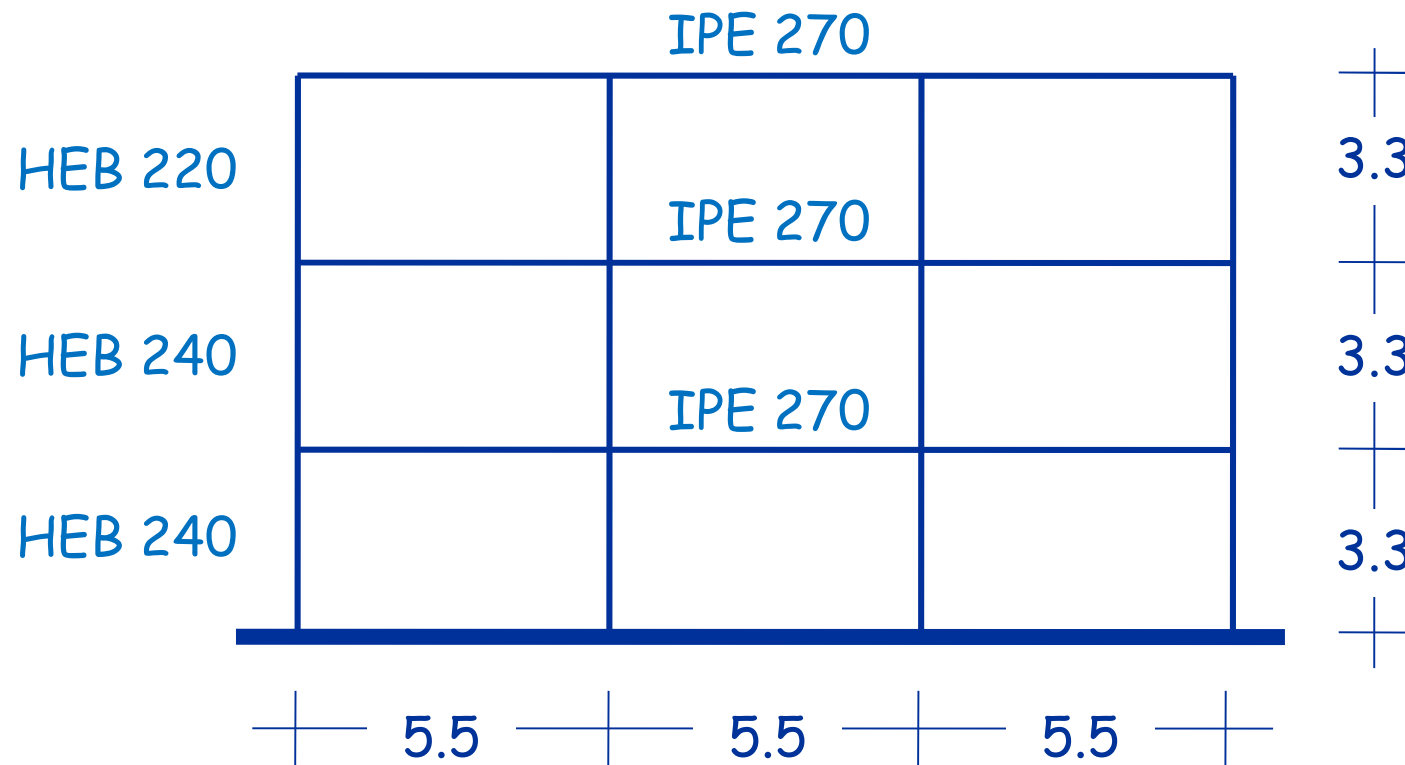
Pushover

- Analisi non lineare che mostra il comportamento di una struttura soggetta ad una distribuzione crescente di forze orizzontali
 - Occorre applicare preliminarmente i carichi verticali agenti sulla struttura (valori per la condizione sismica)
Si effettua in genere una analisi lineare, ritenendo che sotto i carichi di esercizio la struttura sia in campo elastico
 - A questi si somma l'effetto di una distribuzione di forze orizzontali, scalate in maniera via via crescente
Questo effetto si valuta con analisi non lineare
 - Si ottengono così indicazioni sul progressivo stato della struttura (sollecitazioni, spostamenti, ecc.)

Caso studio analizzato

Telaio in acciaio S275

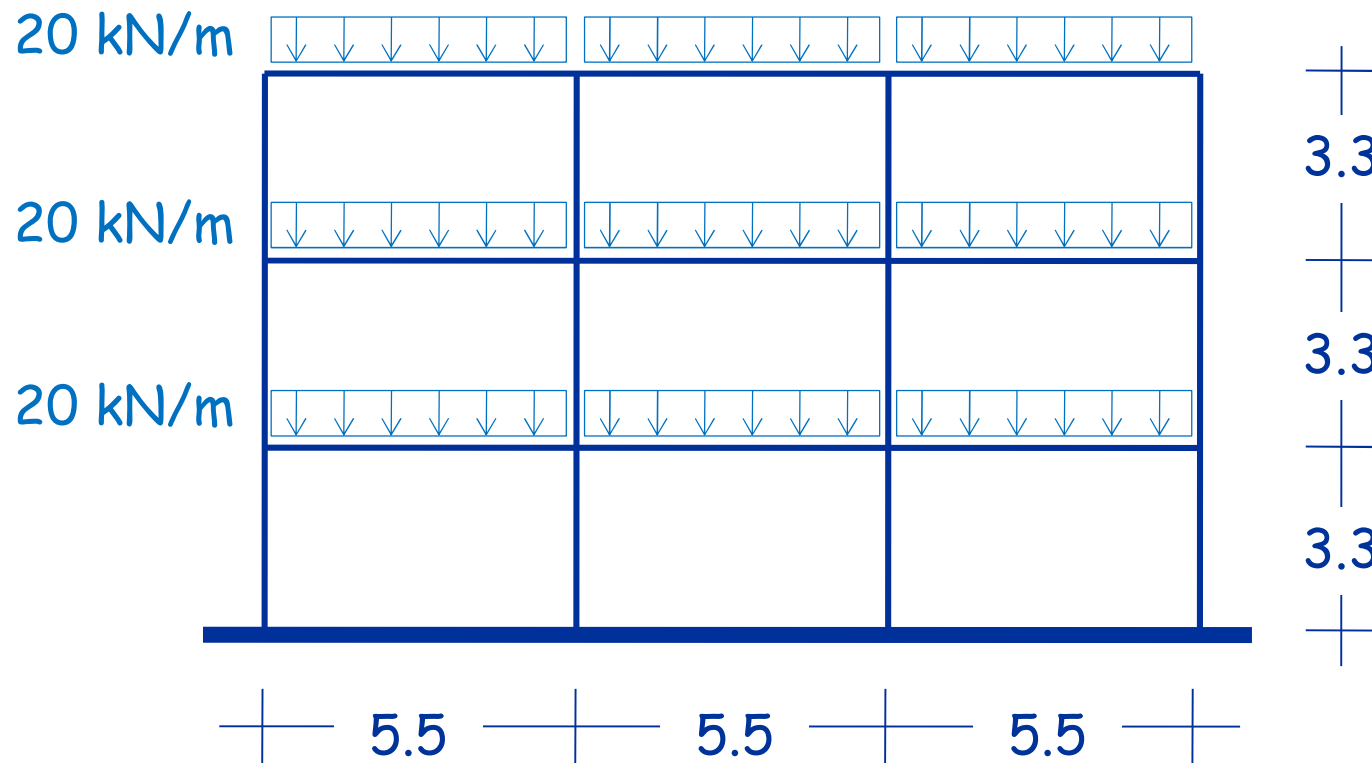
- Travi uguali a tutti i piani
- Colonne uguali per ciascun piano



Caso studio analizzato

Carichi e masse

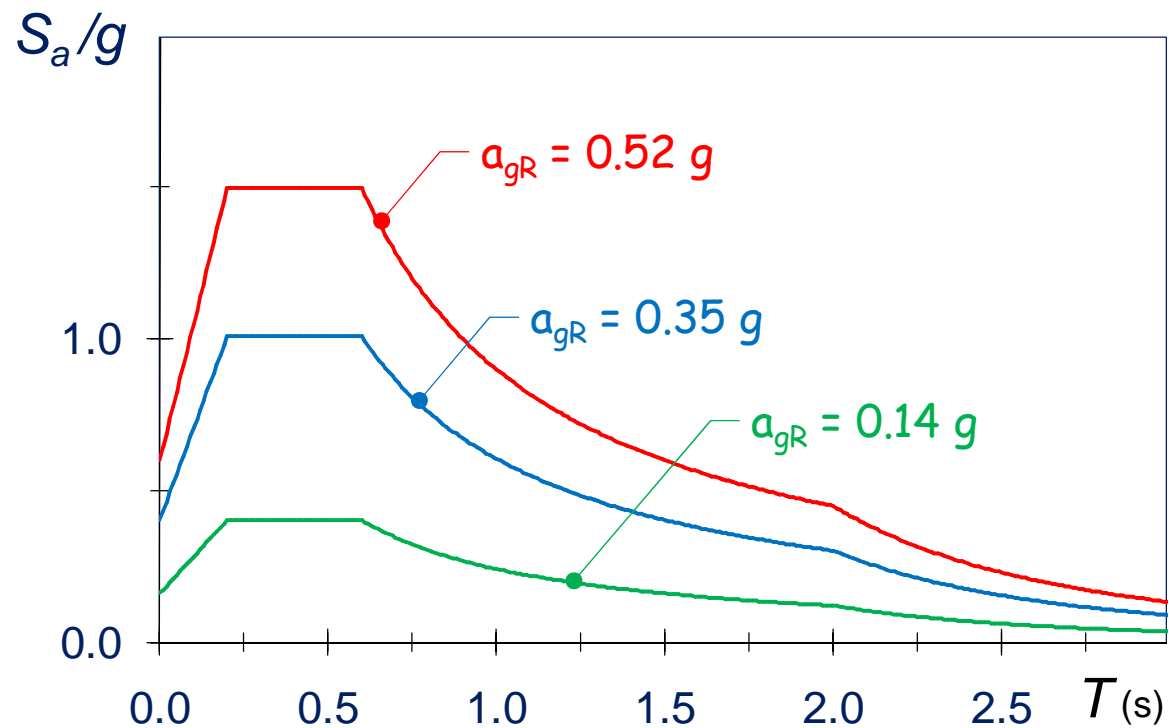
- Carico travi ($G_k + \psi_2 Q_k$)
- Massa sismica di piano pari a 33.6 ton



Caso studio analizzato

Azione sismica

- Spettro EC8, suolo C
- Tre accelerazioni di picco



Analisi Pushover

Analisi eseguita con il programma Tel2008

Modello numerico

- Telaio a maglie rettangolari con traversi inestensibili
- Masse concentrati a livello dei traversi
- Elementi monodimensionali con cerniere rigido-plastiche

Cerniere rigido-plastiche delle travi

Travi IPE 270

$$M_{pl} = \frac{W_{pl} f_{ym}}{FC} = \frac{484 \times 275}{1 \times 10^3} = 133.1 \text{ kNm}$$

$$f_{ym} \approx f_{yk} = 275 \text{ MPa}$$

Assumo conoscenza adeguata (LC3)  $FC = 1.0$

$$W_{pl} = 484 \text{ cm}^3$$

Cerniere rigido-plastiche delle colonne

Si è assunto il momento plastico corrispondente allo sforzo normale per carichi verticali $N = N_G$

$$M_{pl,N} = M_{pl} = \frac{W_{pl} f_{ym}}{FC} \quad \frac{N}{N_{pl}} \leq \frac{a}{2}$$

$$M_{pl,N} = M_{pl} \left(1 - \frac{N}{N_{pl}} \right) \frac{1}{1 - 0.5 a} \quad \frac{N}{N_{pl}} > \frac{a}{2}$$

a = rapporto area anima / area sezione

Cerniere rigido-plastiche delle colonne

Si è assunto il momento plastico corrispondente allo sforzo normale per carichi verticali $N = N_G$

Colonne centrali, 1° piano, HEB 240

$$N_{pl} = \frac{A f_{ym}}{FC} = \frac{106 \times 275}{1.0 \times 10} = 2915 \text{ kN}$$

$$f_{ym} = 275 \text{ MPa}, FC = 1.0$$

$$A = 106 \text{ cm}^2$$

Cerniere rigido-plastiche delle colonne

Si è assunto il momento plastico corrispondente allo sforzo normale per carichi verticali N_G

Colonne centrali, 1° piano, HEB 240

$$N_{pl} = \frac{A f_{ym}}{FC} = \frac{106 \times 275}{1.0 \times 10} = 2915 \text{ kN}$$

$$N = N_G = 20 \times 5.5 \times 3 = 330 \text{ kN}$$

$$\alpha = 0.230 \text{ per HEB 240}$$

$$\frac{N}{N_{pl}} = \frac{330}{2915} = 0.113 < \frac{0.230}{2} = 0.115$$

Cerniere rigido-plastiche delle colonne

Si è assunto il momento plastico corrispondente allo sforzo normale per carichi verticali $N = N_G$

Colonne centrali, 1° piano, HEB 240

$$M_{pl} = \frac{W_{pl} f_{ym}}{FC} = \frac{1053.2 \times 275}{1.0 \times 10^3} = 289.6 \text{ kN}$$

$$f_{ym} = 275 \text{ MPa}, FC = 1.0$$

$$W_{pl} = 1053.2 \text{ cm}^3$$

Cerniere rigido-plastiche delle colonne

Si è assunto il momento plastico corrispondente allo sforzo normale per carichi verticali $N = N_G$

Colonne centrali

Piano	M_{pl} (kNm)			
	1	2	3	4
3	227.4	227.4	227.4	227.4
2	289.6	289.6	289.6	289.6
1	289.6	289.6	289.6	289.6

Analisi Pushover

- Carichi verticali:
risolto lo schema si hanno i valori in tutte le aste
Ad esempio, per la trave 5-6, 1° piano:

Momento flettente



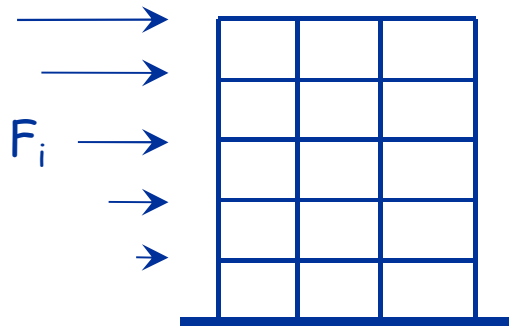
13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Distribuzione delle forze orizzontali

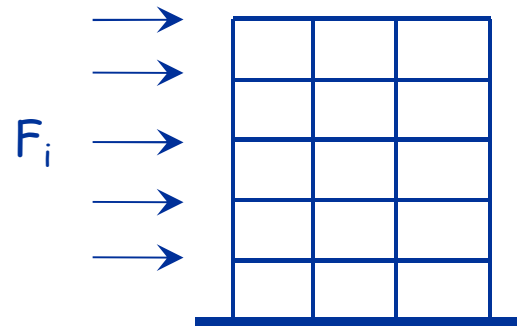
- Forze orizzontali

Le normative antisismiche richiedono almeno due distribuzioni di forze orizzontali.

Secondo NTC08, se il primo modo ha una massa partecipante non inferiore al 75% di quella totale:



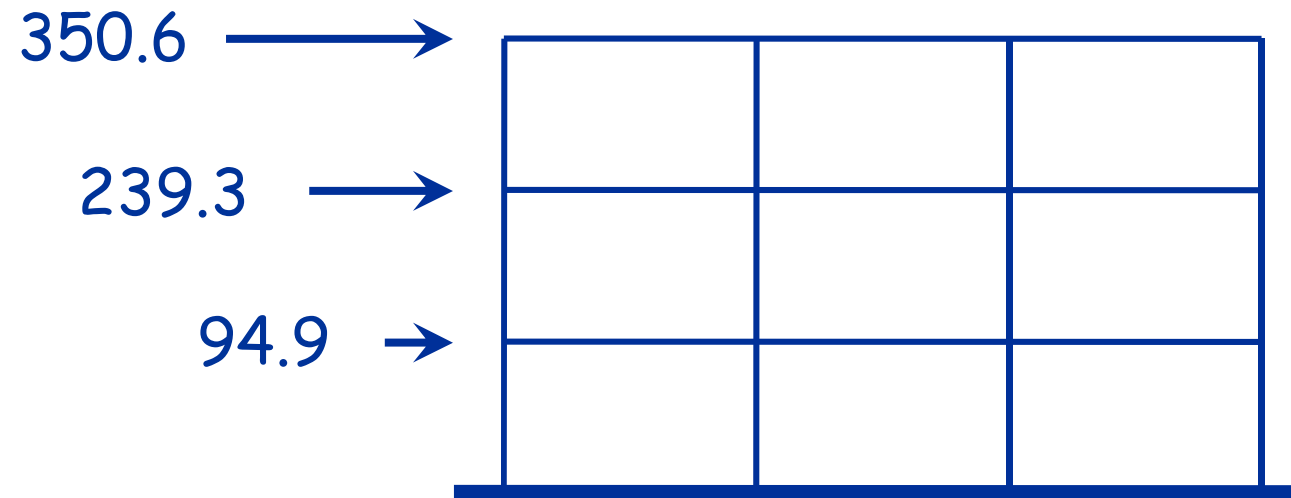
Proporzionali al primo
modo di vibrazione



Costante lungo l'altezza

Analisi Pushover

- Forze orizzontali



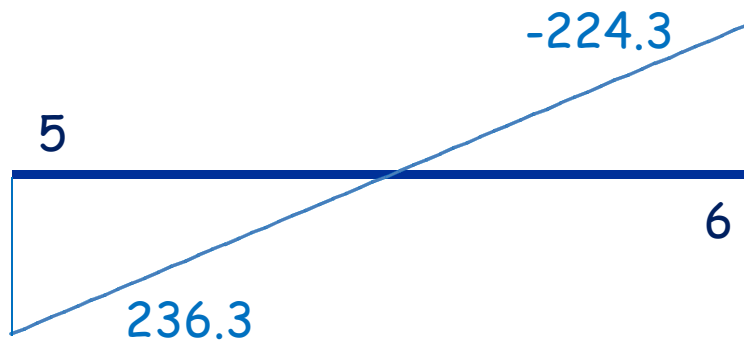
Le forze usate nell'esempio sono quelle corrispondenti al primo modo

Nota: poiché le forze devono essere scalate, è la distribuzione (cioè i rapporti) che conta, non i valori in sé

Analisi Pushover

- Forze orizzontali:
risolto lo schema si hanno i valori in tutte le aste.
Ad esempio, per la trave 5-6, 1° piano:

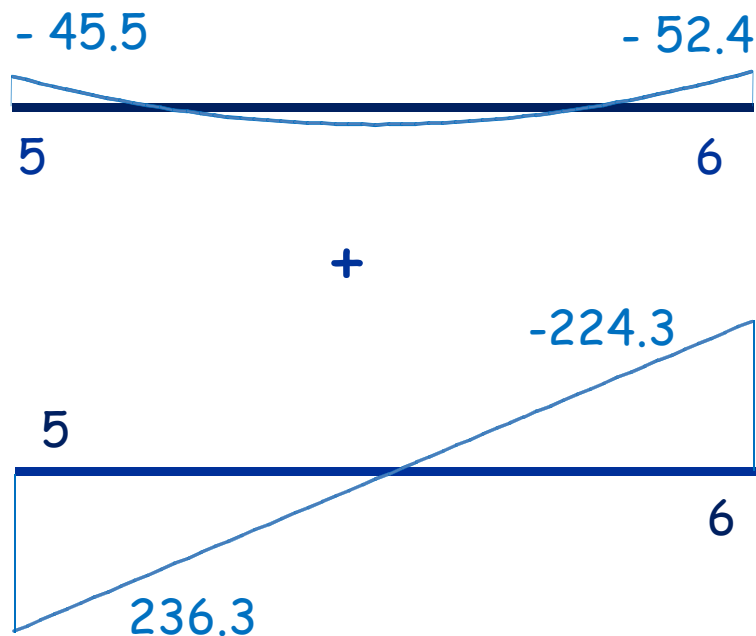
Momento flettente



Analisi Pushover

- Per questa trave 5-6 si ha quindi:

Momento flettente



$$Ma \quad M_{pl} = 131.8 \text{ kNm}$$

Estr. 5

$$-45.5 + \frac{236.3}{\rho} = 131.8$$



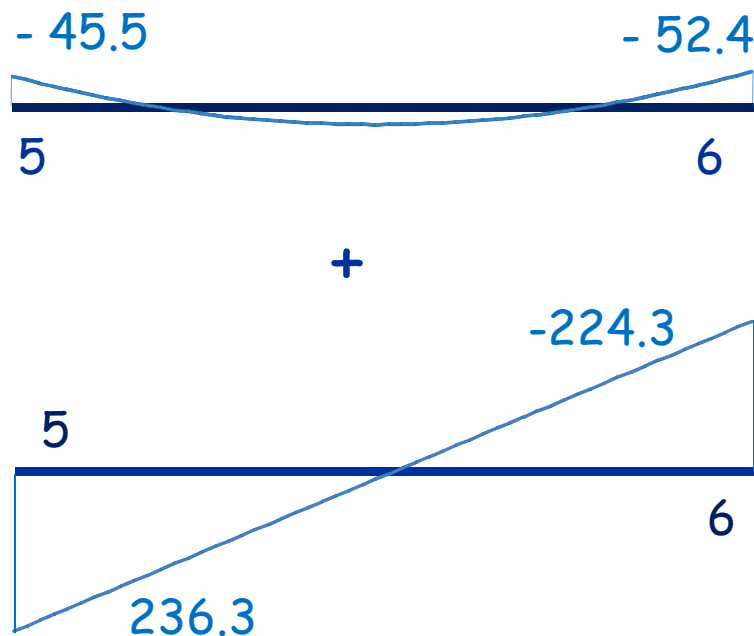
$$\rho = \frac{236.3}{45.5 + 131.8} = 1.33$$

$$\lambda = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{1.33} = 0.751$$

Analisi Pushover

- Per questa trave 5-6 si ha quindi:

Momento flettente



$$M_a \quad M_{pl} = 131.8 \text{ kNm}$$

Estr. 6

$$-52.4 - \frac{224.3}{\rho} = -131.8$$



$$\rho = \frac{-224.3}{52.4 - 131.8} = 2.82$$

$$\lambda = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{2.82} = 0.355$$

Analisi Pushover

- Per questa trave 5-6 si ha quindi:

Momento flettente

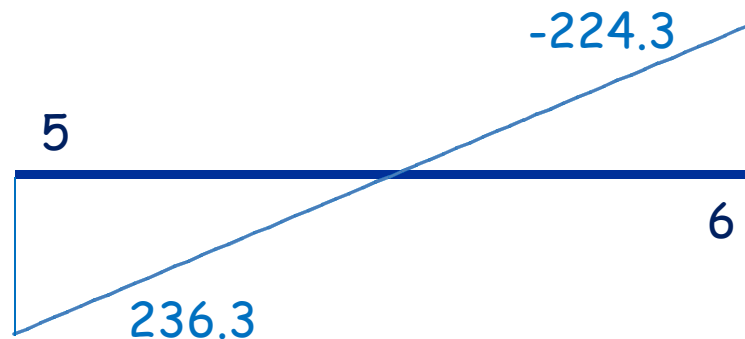
$$M_a \quad M_{pl} = 131.8 \text{ kNm}$$



$$\text{Estr. 5} \quad \lambda = 0.751$$

+

$$\text{Estr. 6} \quad \lambda = 0.355$$



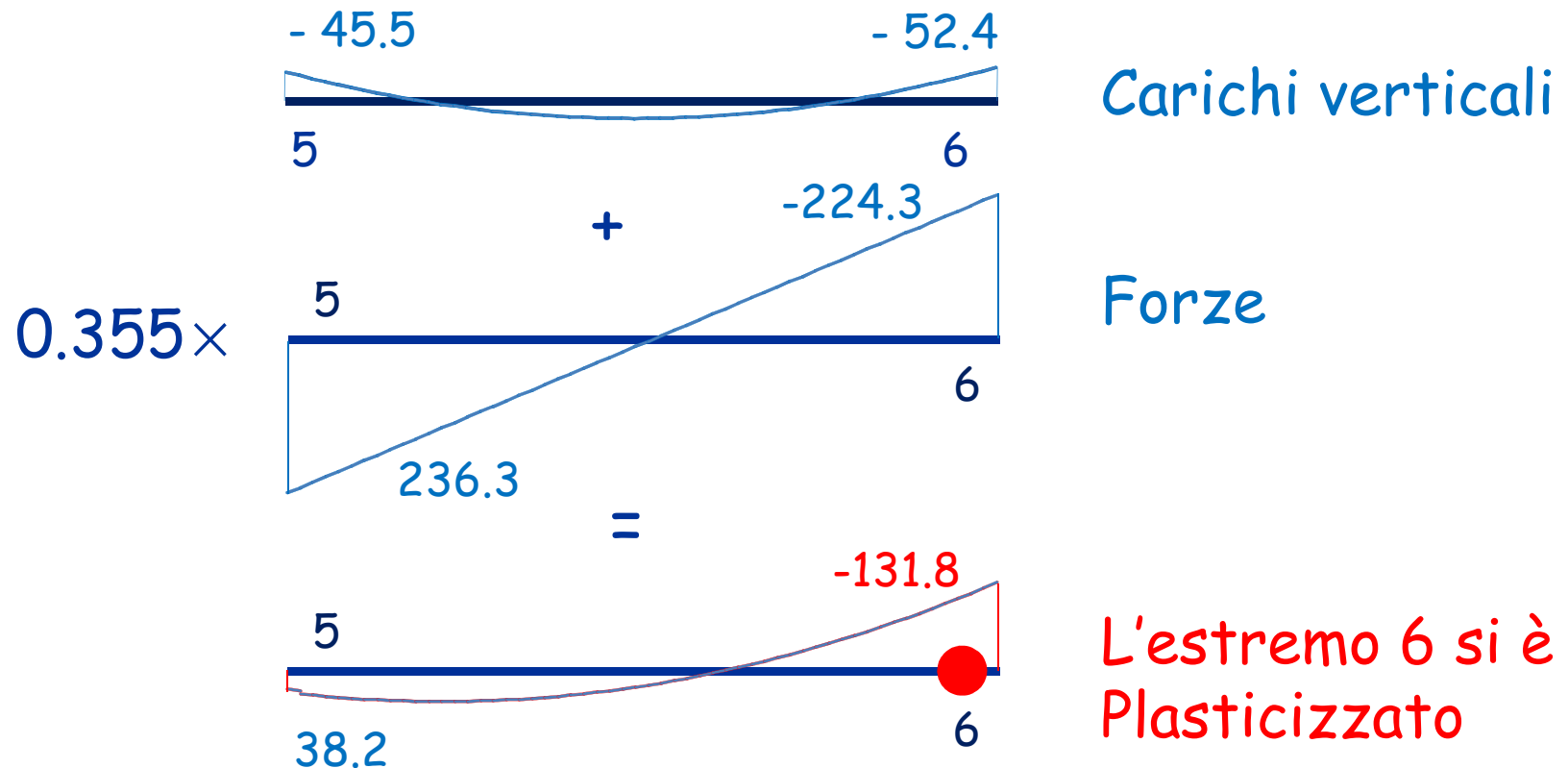
La sezione di destra raggiunge
il limite di resistenza per
forze pari al 35.5% di quelle di
riferimento

Analisi Pushover

- Esaminando tutte le aste, travi e pilastri, si determina il valore minimo del moltiplicatore λ che porta al limite una sezione
- Si trova che il valore più piccolo è $\lambda_1 = 0.355$, che porta al raggiungimento del limite di plasticizzazione per la trave 5-6, 1° piano

Analisi Pushover

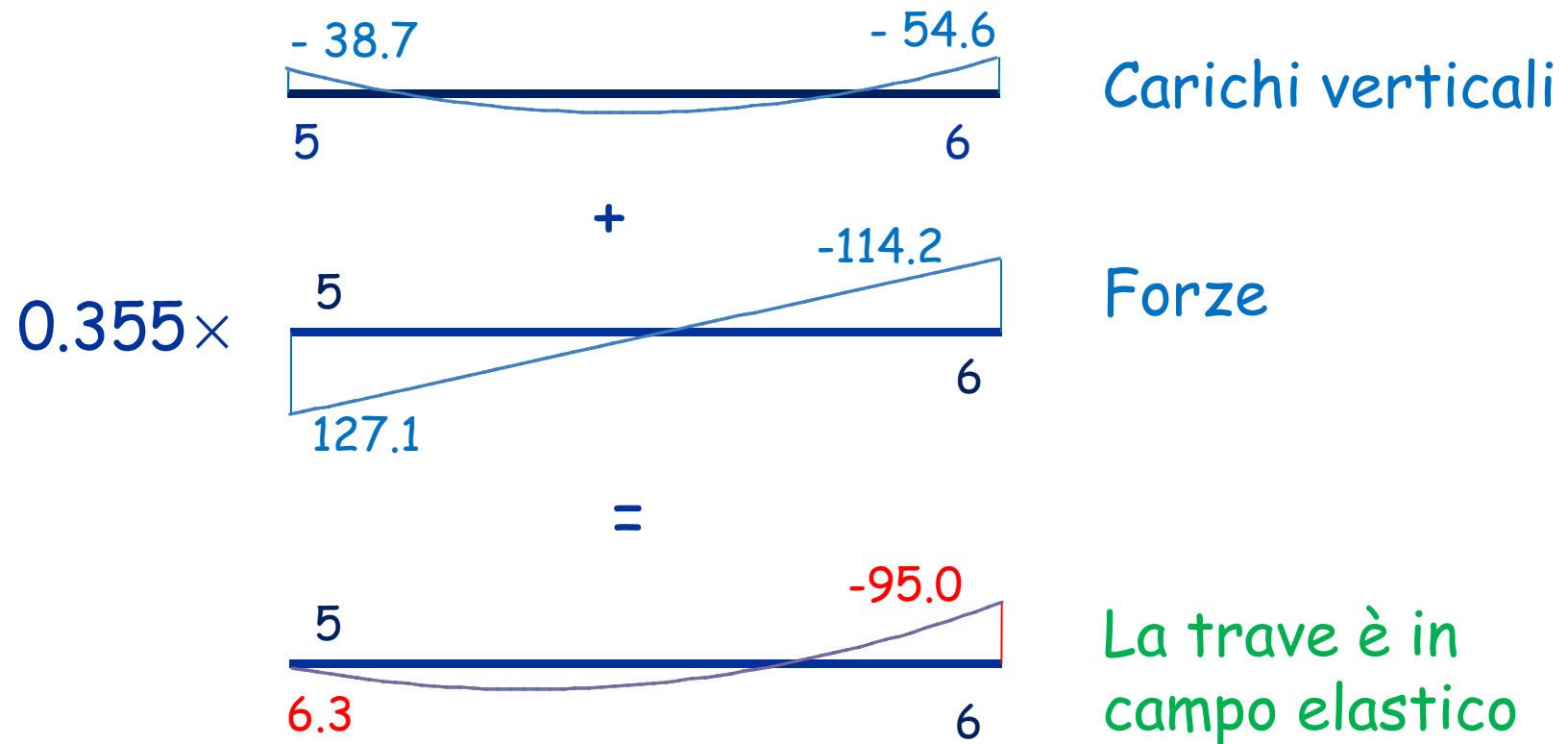
- Per questo moltiplicatore (0.355), nella trave 5-6, 1° piano si ha



Pushover

esempio - direzione y

- Per lo stesso moltiplicatore (0.355), nella trave 13-14, 3° piano si ha



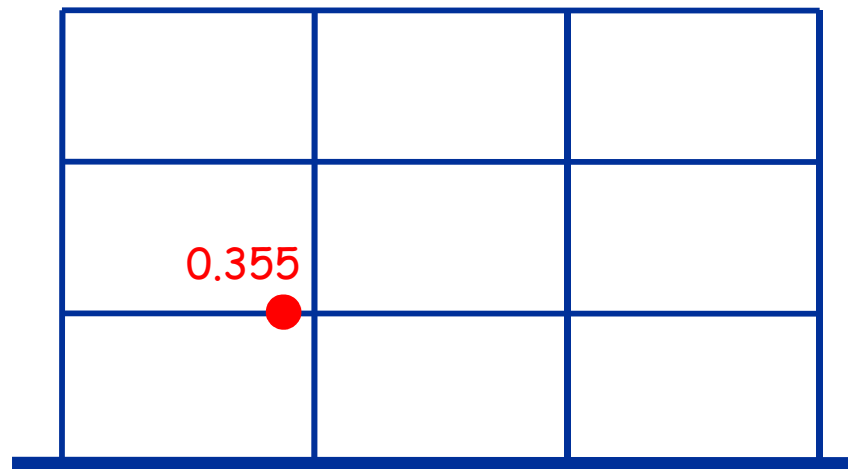
Analisi Pushover

- I valori trovati (diagrammi in rosso) sono i valori finali del primo passo
- Nella sezione in cui si è raggiunto il momento resistente M non può crescere. Si mette quindi nello schema una cerniera

$0.355 \times 350.6 \rightarrow$

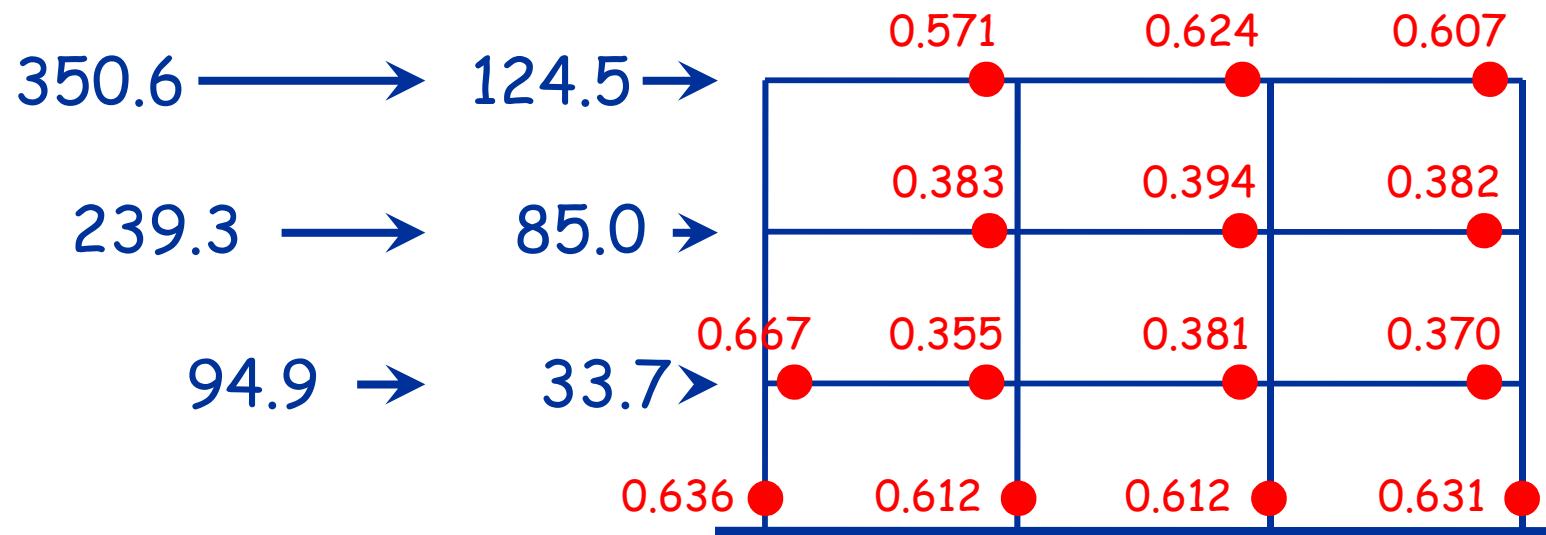
$0.355 \times 239.3 \rightarrow$

$0.355 \times 94.9 \rightarrow$



Analisi Pushover

- I valori trovati (diagrammi in rosso) sono i valori finali del primo passo
- Nella sezione in cui si è raggiunto il momento resistente M non può crescere. Si mette quindi nello schema una cerniera e si ripete il calcolo



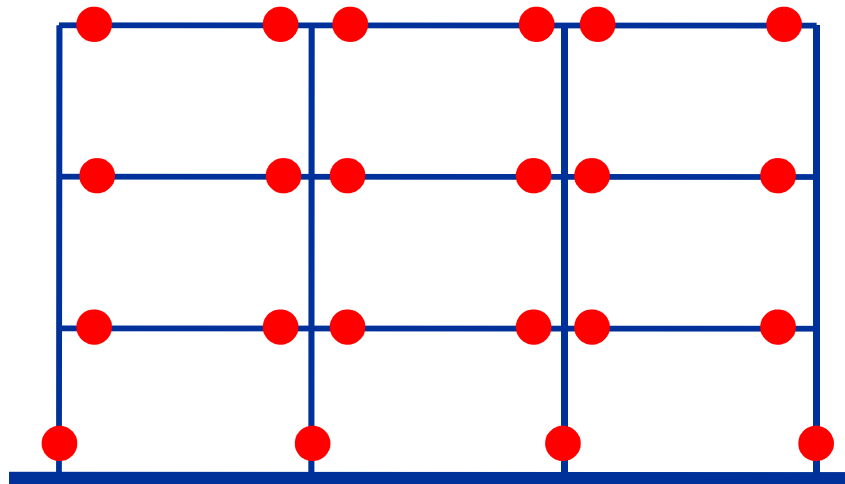
Analisi Pushover

- I valori trovati (diagrammi in rosso) sono i valori finali del primo passo
- Nella sezione in cui si è raggiunto il momento resistente M non può crescere. Si mette quindi nello schema una cerniera e si ripete il calcolo fino al raggiungimento del meccanismo di collasso

$$0.713 \times 350.6 \longrightarrow$$

$$0.713 \times 239.3 \longrightarrow$$

$$0.713 \times 94.9 \longrightarrow$$

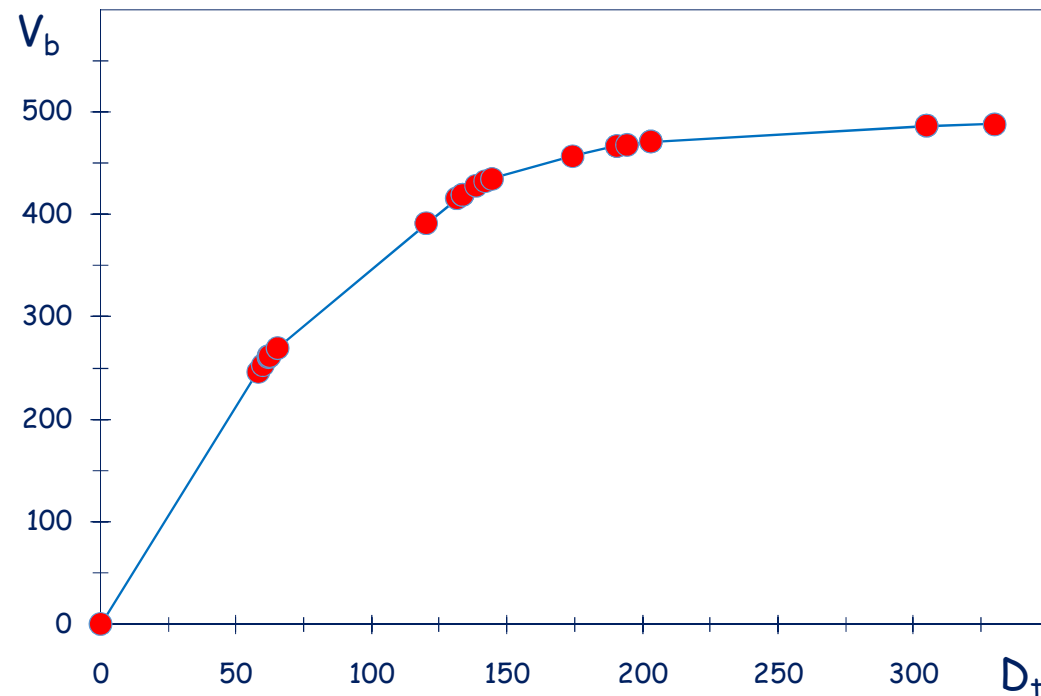


Curva di prestazione

Rappresentazione sintetica dei risultati dell'analisi pushover:

D_t = spostamento in testa

V_b = taglio alla base

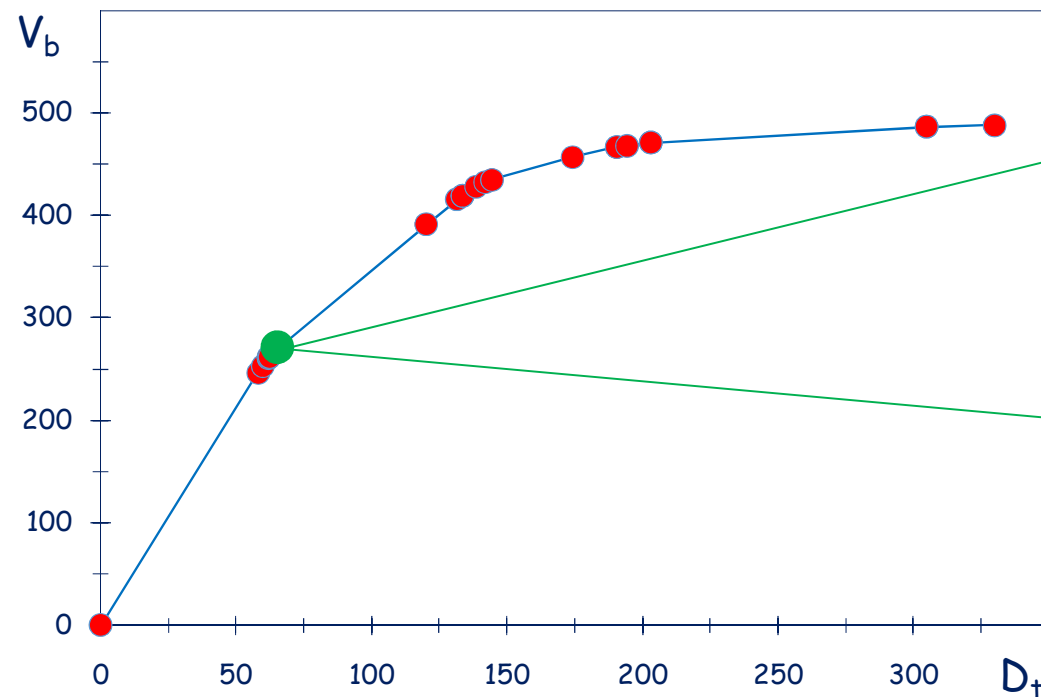


Curva di prestazione

Rappresentazione sintetica dei risultati dell'analisi pushover:

D_t = spostamento in testa

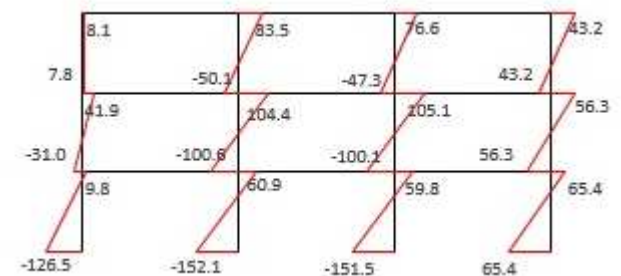
V_b = taglio alla base



Momenti nelle travi



Momenti nelle colonne

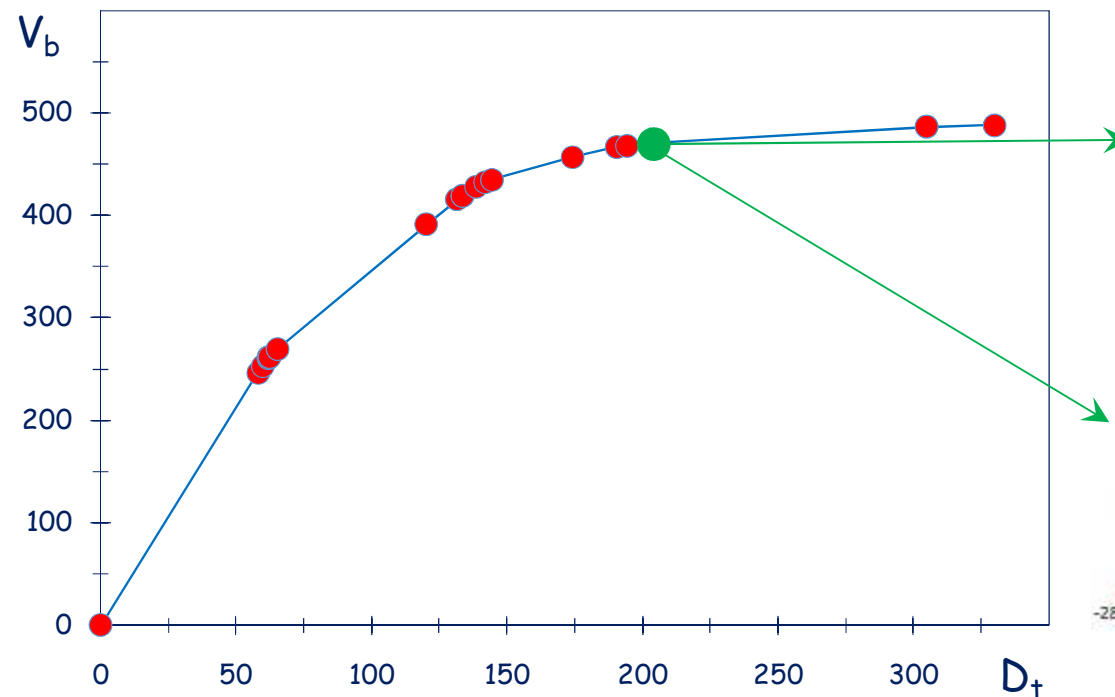


Curva di prestazione

Rappresentazione sintetica dei risultati dell'analisi pushover:

D_t = spostamento in testa

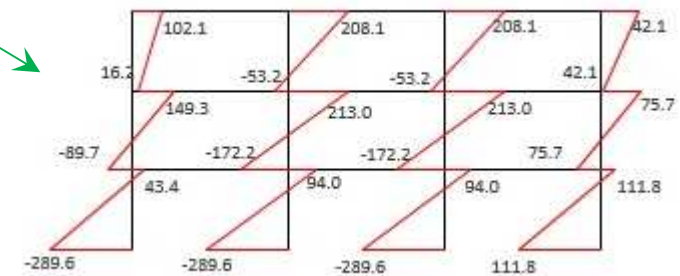
V_b = taglio alla base



Momenti nelle travi



Momenti nelle colonne



Valutazione della domanda di spostamento

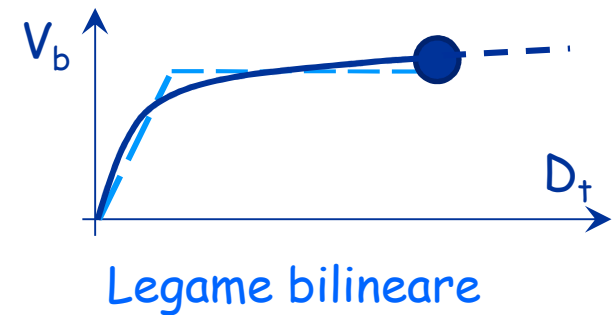
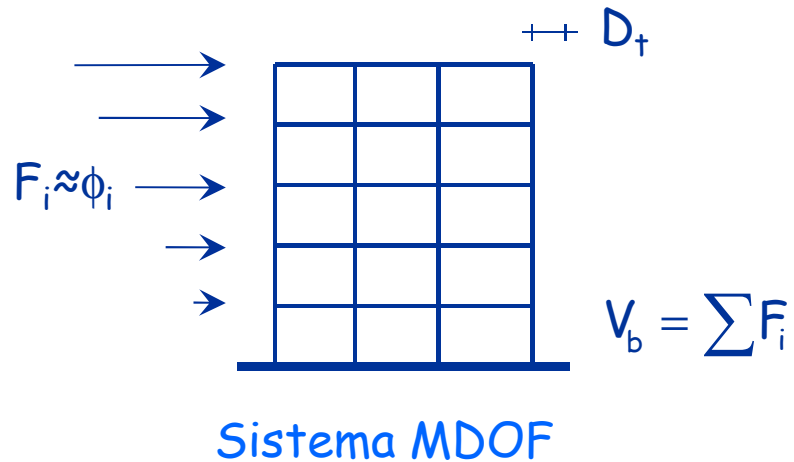
Analisi statica non lineare

- Si valuta il comportamento non lineare della struttura per forze statiche crescenti
- Si ipotizza che gli spostamenti così ottenuti siano uguali a quelli reali (calcolabili con l'analisi dinamica non lineare)
- È necessario individuare quale sia il valore di a_g che corrisponde ad un assegnato punto della pushover
- Si giudica la struttura confrontando la risposta ottenuta per a_g assegnato con i limiti stabiliti dalla normativa

Metodo dello Spettro di Capacità

Metodo dello Spettro di Capacità

1 - analisi pushover



Analisi
Pushover

Quanto
vale a_g ?

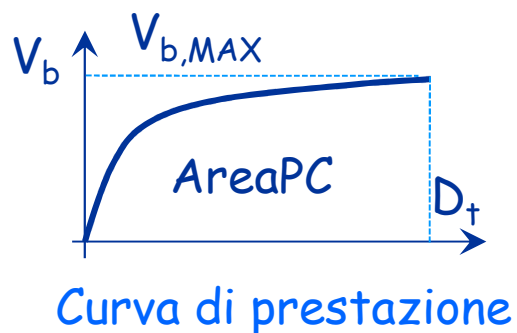
Criteri di
bilinearizzazione



Metodo dello Spettro di Capacità

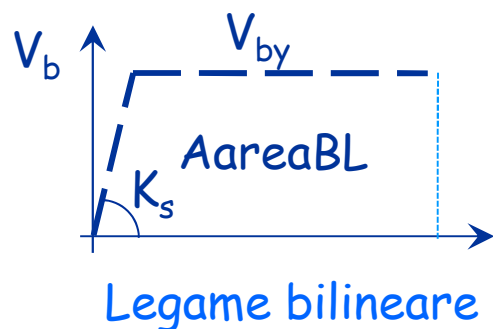
2 - bilinearizzazione della curva di prestazione

Legame elasto-plastico perfetto (NTC08, EC8)



1. La forza di plasticizzazione V_{by} si determina come

$$V_{by} = V_{b,MAX}$$



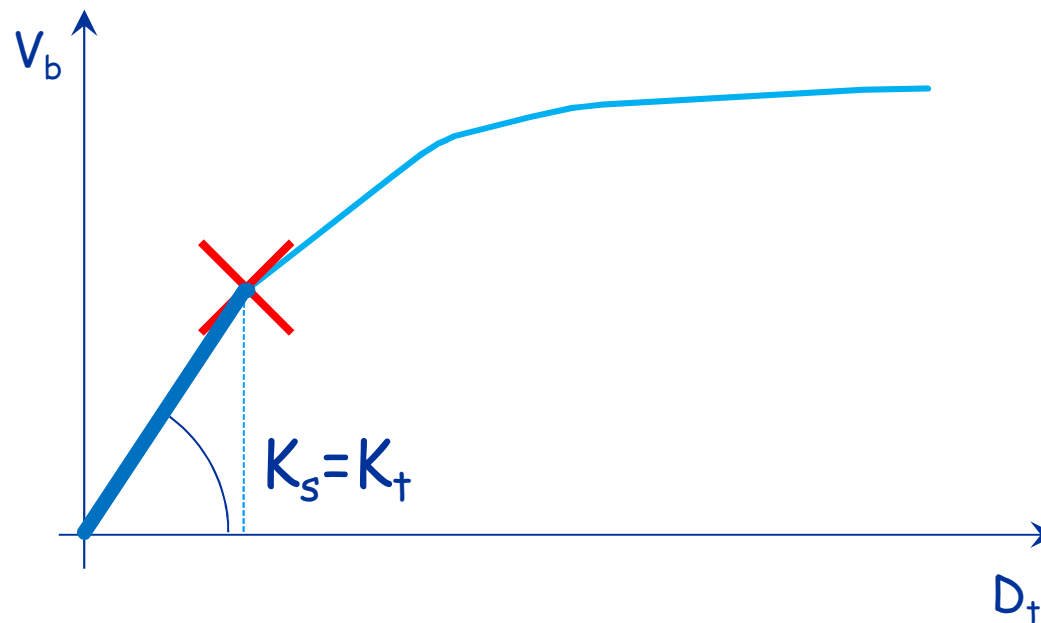
2. La rigidezza K_s si ottiene imponendo

$$PC \text{ area} = BL \text{ area}$$

Metodo dello Spettro di Capacità

2 - bilinearizzazione della curva di prestazione

Perche bilinearizzare?



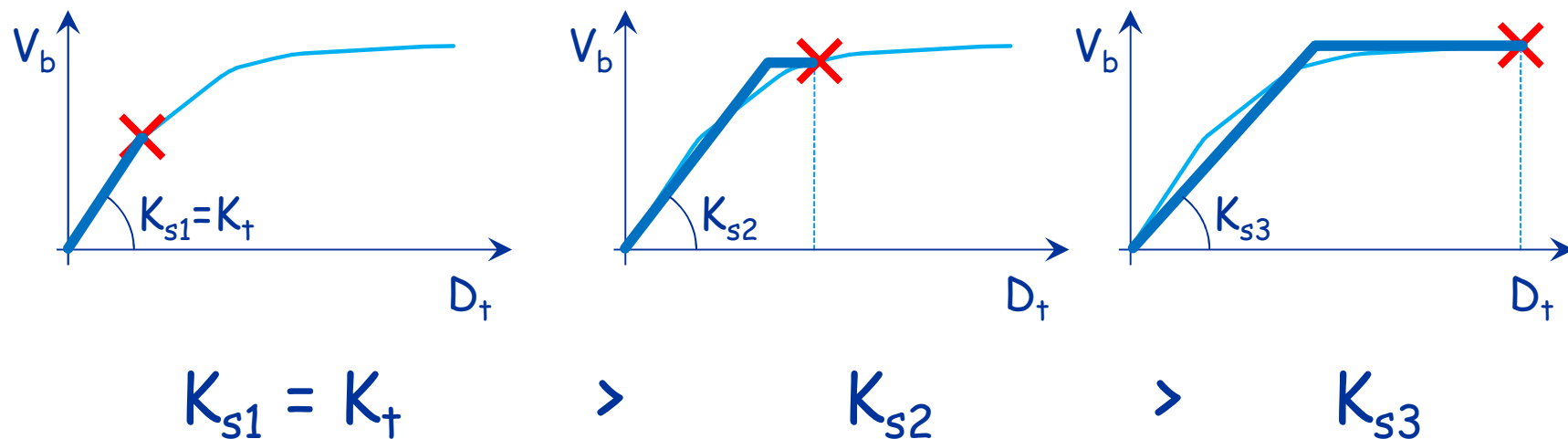
K_t = rigidezza tangente

K_s = rigidezza secante

Metodo dello Spettro di Capacità

2 - bilinearizzazione della curva di prestazione

Perche bilinearizzare? Per tenere conto della variazione di rigidezza causata dalle plasticizzazioni



K_t = rigidezza tangente

K_s = rigidezza secante

Metodo dello Spettro di Capacità

3 - passaggio al sistema SDOF elastico equivalente

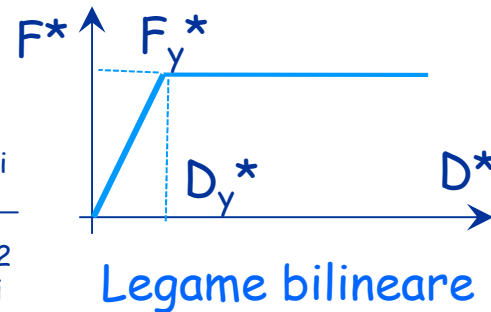
Si trasforma il sistema MDOF in un sistema SDOF

$$m^* = \frac{\sum m_i \phi_i}{\phi_n}$$

$$F^* = \frac{V_b}{\Gamma \phi_n}$$

$$D^* = \frac{D_t}{\Gamma \phi_n}$$

$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i^2}$$



$$K_s = \frac{F_y^*}{D_y^*}$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K_s}}$$

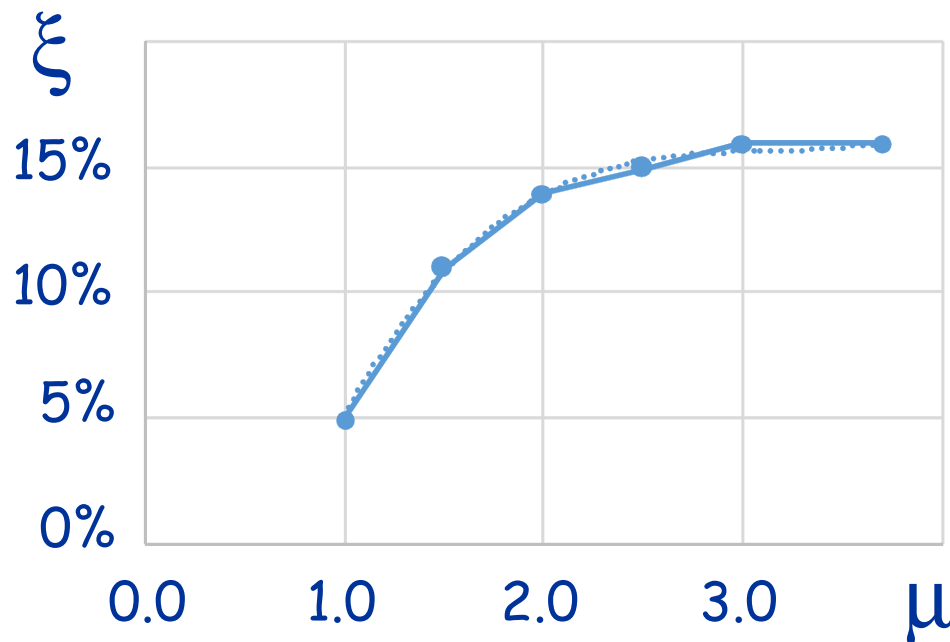
Metodo dello Spettro di Capacità

3 - passaggio al sistema SDOF elastico equivalente

Lo smorzamento del sistema SDOF elastico si assume maggiore di quello reale per tenere conto dell'energia dissipata per isteresi

μ	ξ^* (%)
1.0	5
1.5	11
2.0	14
2.5	15
3.0	16
3.7	16

(Freeman, 1998)



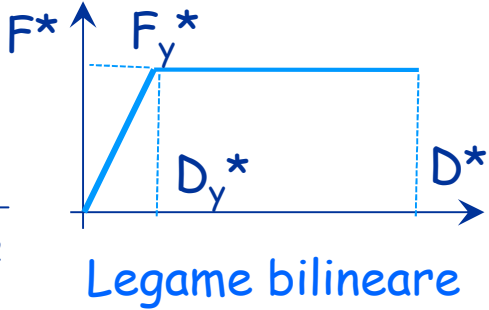
$$\xi^* = 1.064 \mu^3 - 9.984 \mu^2 + 31.41 \mu - 17.4122$$

Metodo dello Spettro di Capacità

3 - passaggio al sistema SDOF elastico equivalente

Si trasforma il sistema MDOF in un sistema SDOF

$$m^* = \frac{\sum m_i \phi_i}{\phi_n} \quad F^* = \frac{V_b}{\Gamma \phi_n}$$

$$D^* = \frac{D_t}{\Gamma \phi_n} \quad \Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i^2}$$


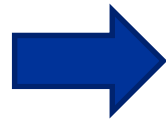
Legame bilineare

$$K_s = \frac{F_y^*}{D_y^*}$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K_s}}$$

Poiché ho assegnato lo spostamento ...

$$\mu = \frac{D^*}{D_y^*}$$



$$\xi^* = 1.064 \mu^3 - 9.984 \mu^2 + 31.41 \mu - 17.4122$$

Metodo dello Spettro di Capacità

3 - passaggio al sistema SDOF elastico equivalente

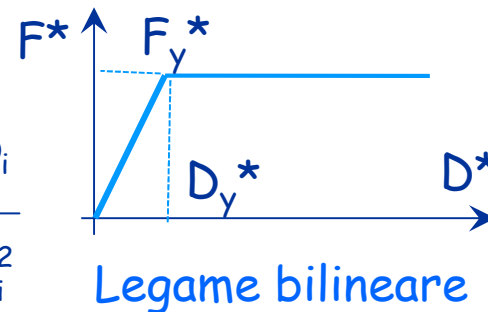
Si trasforma il sistema MDOF in un sistema SDOF

$$m^* = \frac{\sum m_i \phi_i}{\phi_n}$$

$$F^* = \frac{V_b}{\Gamma \phi_n}$$

$$D^* = \frac{D_t}{\Gamma \phi_n}$$

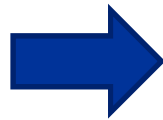
$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i^2}$$



$$K_s = \frac{F_y^*}{D_y^*}$$

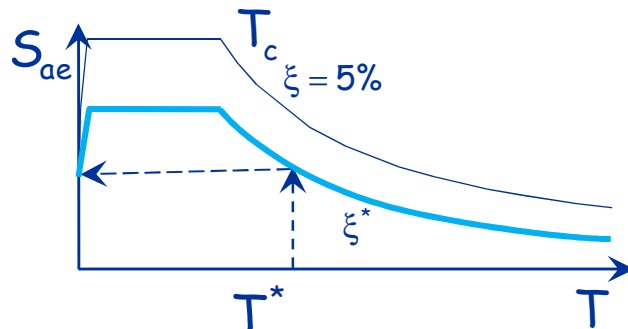
$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K_s}}$$

$$\mu = \frac{D^*}{D_y^*}$$



$$\xi^* = 1.064 \mu^3 - 9.984 \mu^2 + 31.41 \mu - 17.4122$$

Lo spostamento massimo di un sistema SDOF vale ...



$$D^* = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae}(\xi^*)$$

Metodo dello Spettro di Capacità

3 - passaggio al sistema SDOF elastico equivalente

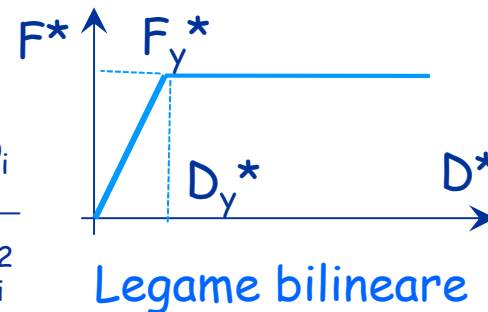
Si trasforma il sistema MDOF in un sistema SDOF

$$m^* = \frac{\sum m_i \phi_i}{\phi_n}$$

$$F^* = \frac{V_b}{\Gamma \phi_n}$$

$$D^* = \frac{D_t}{\Gamma \phi_n}$$

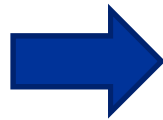
$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i^2}$$



$$K_s = \frac{F_y^*}{D_y^*}$$

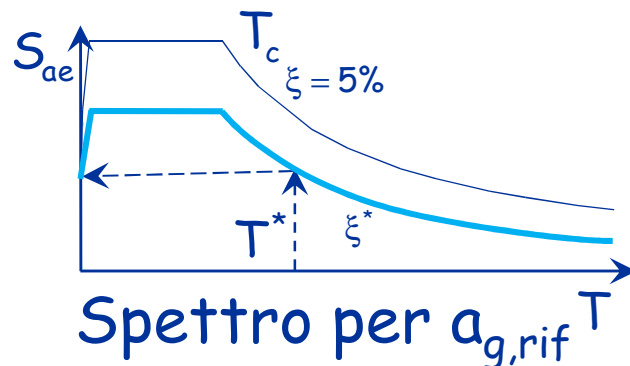
$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K_s}}$$

$$\mu = \frac{D^*}{D_y^*}$$



$$\xi^* = 1.064 \mu^3 - 9.984 \mu^2 + 31.41 \mu - 17.4122$$

Lo spostamento massimo di un sistema SDOF vale ...



$$D_{rif}^* = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae}(\xi^*)$$

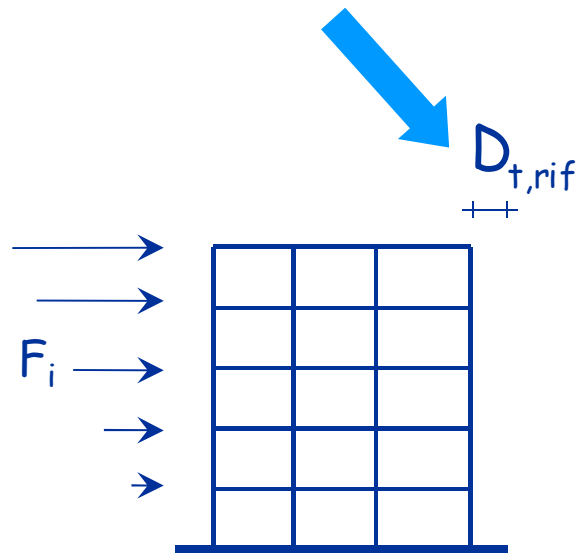
Metodo dello Spettro di Capacità

4 - passaggio al sistema MDOF e calcolo a_g

Spostamento in testa del sistema MDOF

$$D_{t,rif} = \phi_n \Gamma D_{rif}^*$$

in genere $D_{t,rif} \neq D_t$



... ma essendo gli spostamenti
proporzionali ad a_g posso
calcolare

$$a_g = a_{g,rif} \frac{D_t}{D_{t,rif}}$$

Applicazione numerica

2 - bilinearizzazione

Punto pushover

$$V_b = 439.6 \text{ kN}$$

$$D_t = 150 \text{ mm}$$

Legame bilineare

$$V_{by} = 439.6 \text{ kN}$$

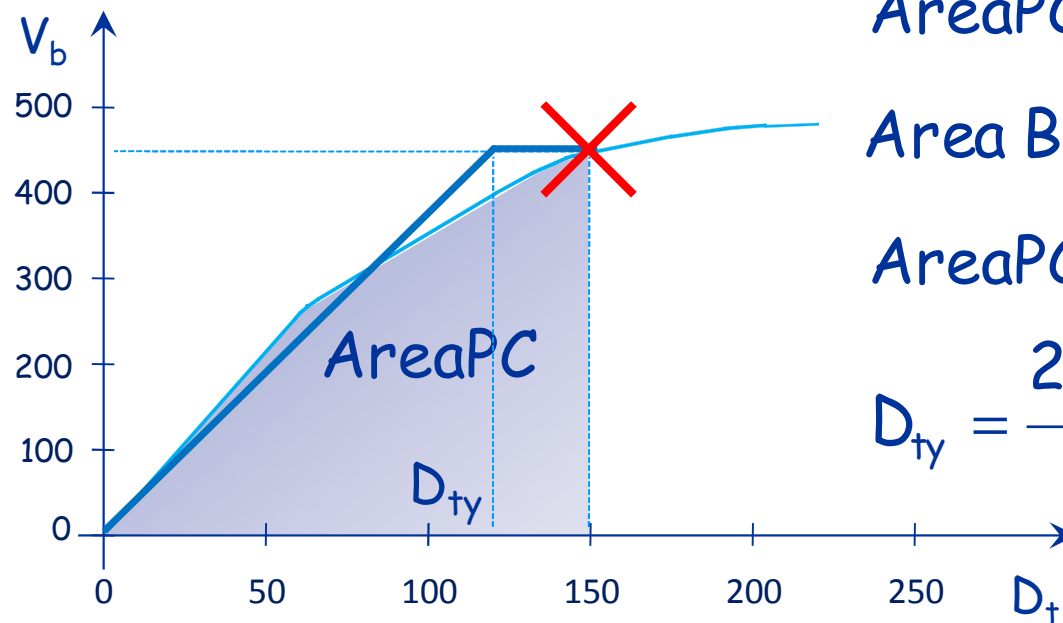
$$D_{ty} = ?$$

$$\text{AreaPC} = 39803 \text{ kNmm}$$

$$\text{Area BL} = \frac{D_{ty} V_{by}}{2} + (D_t - D_{ty}) V_{by}$$

$$\text{AreaPC} = \text{AreaBL}$$

$$D_{ty} = \frac{2 (D_t V_{by} - \text{AreaPC})}{V_{by}}$$



Applicazione numerica

2 - bilinearizzazione

Punto pushover

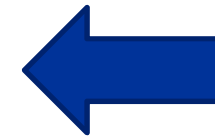
$$V_b = 439.6 \text{ kN}$$

$$D_t = 150 \text{ mm}$$

Legame bilineare

$$V_{by} = 439.6 \text{ kN}$$

$$D_{ty} = 118.9 \text{ mm}$$

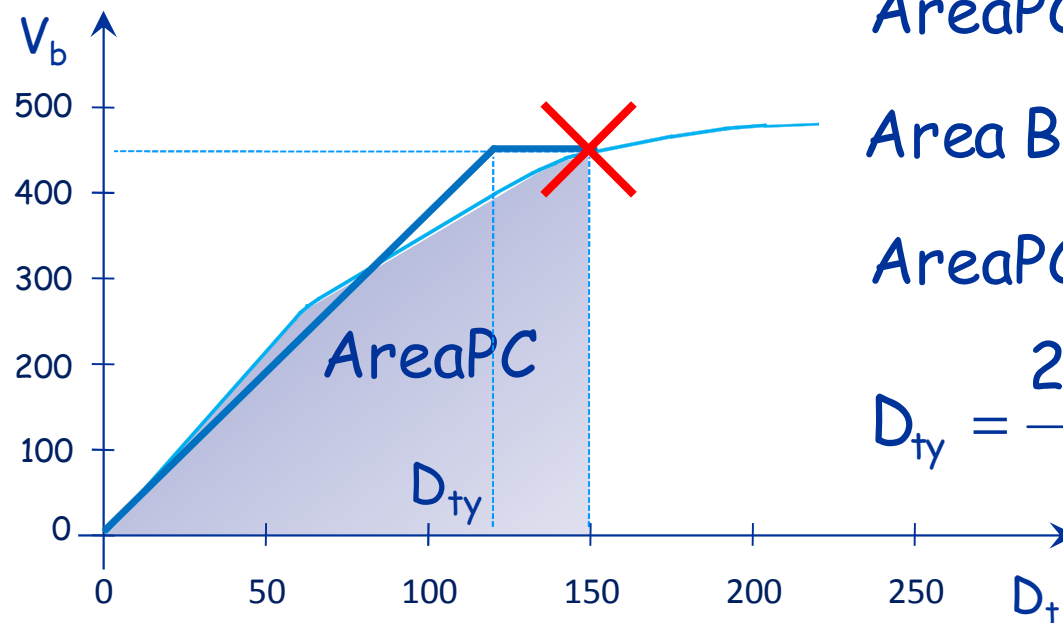


$$\text{AreaPC} = 39803 \text{ kNmm}$$

$$\text{Area BL} = \frac{D_{ty} V_{by}}{2} + (D_t - D_{ty}) V_{by}$$

$$\text{AreaPC} = \text{AreaBL}$$

$$D_{ty} = \frac{2 (D_t V_{by} - \text{AreaPC})}{V_{by}}$$



Applicazione numerica

3a - periodo del sistema SDOF elastico equivalente

$$m^* = \frac{\sum m_i \phi_i}{\phi_n} = \frac{33.63 (350.6 + 239.3 + 94.9)}{350.6} = 65.67 \text{ t}$$

$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i^2} = \frac{350.6 + 239.3 + 94.9}{350.6^2 + 239.3^2 + 94.9^2} = 0.00362$$

$$F_y^* = \frac{V_{by}}{\Gamma \phi_n} = 346.4 \text{ kN}$$

$$D_y^* = \frac{D_y}{\Gamma \phi_n} = 93.7 \text{ mm}$$

$$K_s = \frac{F_y^*}{D_y^*} = \frac{346.4}{93.7} \times 10^3 = 3696.9 \text{ kN/m}$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K_s}} = 2\pi \sqrt{\frac{65.67}{3696.9}} = 0.837 \text{ s}$$

Applicazione numerica

3b - smorzamento del sistema SDOF elastico equivalente

$$D^* = \frac{D_t}{\Gamma \phi_n} = \frac{150}{0.00362 \times 350.6} = 118.2 \text{ mm}$$

$$D_y^* = \frac{D_y}{\Gamma \phi_n} = 93.7 \text{ mm}$$

$$\mu = \frac{D^*}{D_y^*} = \frac{118.2}{93.7} = 1.26$$

$$\xi^* = 1.064 \mu^3 - 9.984 \mu^2 + 31.41 \mu - 17.4122 = 8.44\%$$

Applicazione numerica

3c - spostamento del sistema SDOF elastico equivalente

Considero:

- Suolo di Tipo C ($S=1.15$, $T_c=0.6s$)
- $a_{g,rif} = 0.35 g$

$$S_{ae} = 2.5 a_{g,rif} S \eta \frac{T_c}{T^*} = 2.5 \times 0.35 \times 1.15 \times 0.863 \frac{0.6}{0.837} = 0.623 g$$

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} = \sqrt{\frac{10}{5 + 8.44}} = 0.863$$

$$D^* = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} = \frac{0.837^2}{4\pi^2} \times 0.623 * 9.81 \times 10^3 = 108.5 \text{ mm}$$

Applicazione numerica

4 - passaggio al sistema MDOF e calcolo a_g

$$D_{t,rif} = \phi_n \Gamma D_{rif}^* = 350.6 \times 0.00362 \times 108.5 = 137.7 \text{ mm} \neq D_t = 150 \text{ mm}$$

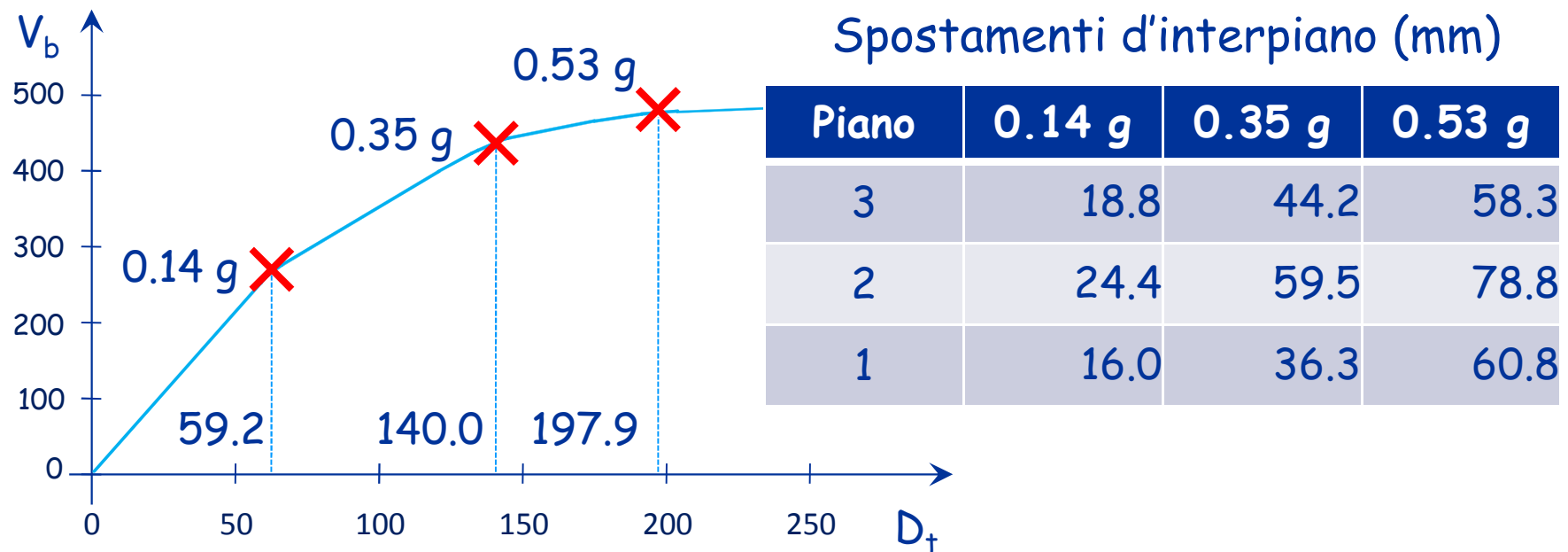
$$a_g = a_{g,rif} \frac{D_t}{D_{t,rif}} = 0.35 \times \frac{150}{137.7} = 0.381 g$$

Applicazione numerica

Risposta completa per assegnato a_g - Forze da primo modo

Ripetendo il procedimento si determinano i valori di a_g corrispondenti a tutti i punti della curva di prestazione

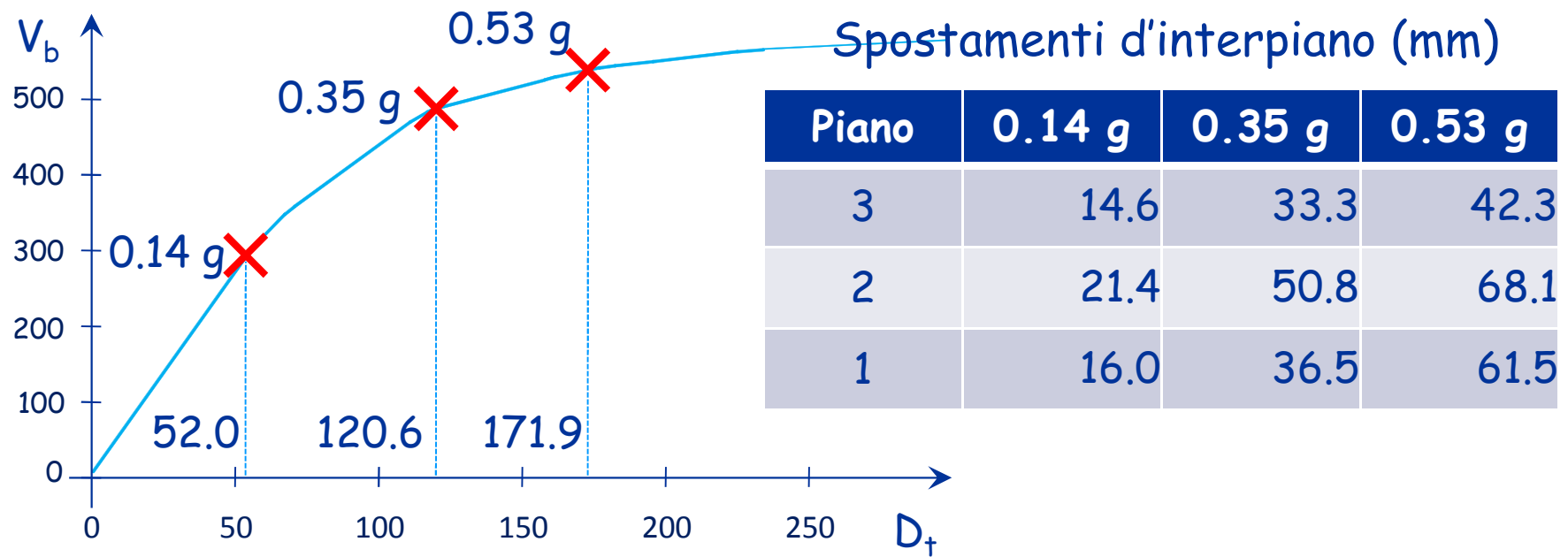
Adesso fissato a_g dal tabulato della pushover posso leggere la risposta completa del telaio



Applicazione numerica

Risposta completa per assegnato a_g - Forze costanti

Ripetendo il procedimento con la distribuzione di forze costanti



Applicazione numerica

Risposta completa per assegnato a_g

Per ogni parametro di risposta considero il più gravoso tra quelli forniti dalle due pushover

Spostamento in testa (mm)

0.14 g			0.35 g			0.53 g		
1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX
59.2	52.0	59.2	140.0	120.6	140.0	197.9	171.9	197.9

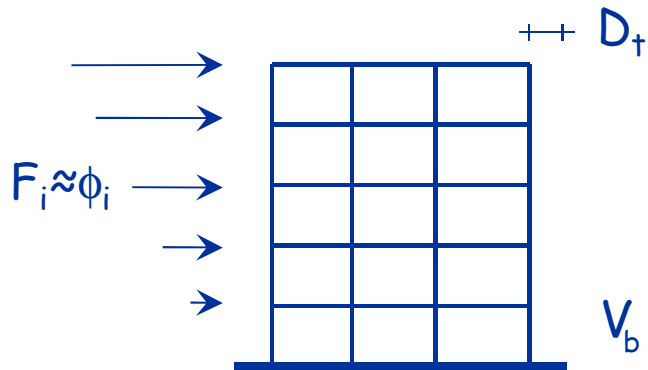
Spostamenti d'interpiano (mm)

Piano	0.14 g			0.35 g			0.53 g		
	1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX
3	18.8	14.6	18.8	44.2	33.3	44.2	58.3	42.3	58.3
2	24.4	21.4	24.4	59.5	50.8	59.5	78.8	68.1	78.8
1	16.0	16.0	16.0	36.3	36.5	36.5	60.8	61.5	61.5

Metodo N2

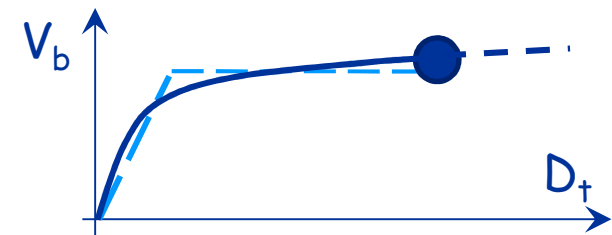
Metodo N2

1 - analisi pushover



Sistema MDOF

$$V_b = \sum F_i$$

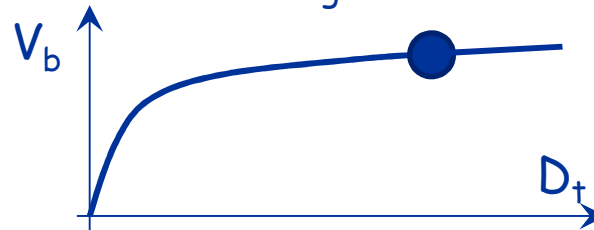


Legame bilineare

Analisi
Pushover

Quanto
vale a_g ?

Criteri di
bilinearizzazione

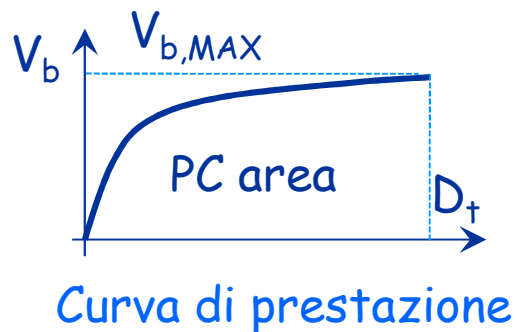


Curva di prestazione

Metodo N2

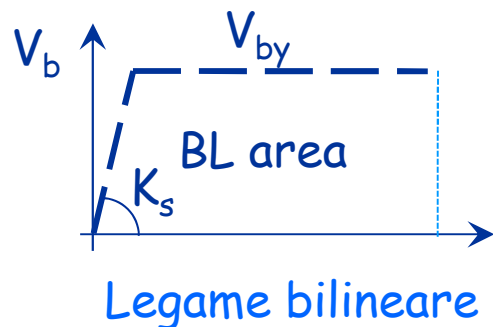
2 - bilinearizzazione della curva di prestazione

Legame elasto-plastico perfetto (NTC08, EC8)



1. La forza di plasticizzazione V_{by} si determina come

$$V_{by} = V_{b,MAX}$$



2. La rigidezza K_s si impone imponendo

$$PC \text{ area} = BL \text{ area}$$

Sono le stesse usate per il metodo dello spettro di capacità

Metodo N2

3 - passaggio al sistema SDOF equivalente

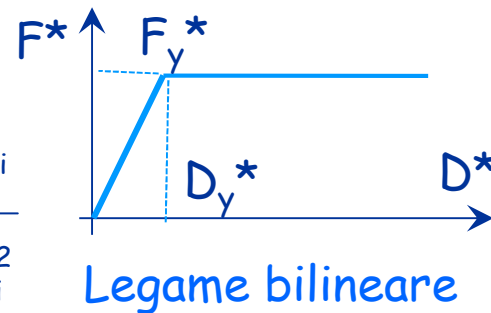
Si trasforma il sistema MDOF in un sistema SDOF

$$m^* = \frac{\sum m_i \phi_i}{\phi_n}$$

$$F^* = \frac{V_b}{\Gamma \phi_n}$$

$$D^* = \frac{D_t}{\Gamma \phi_n}$$

$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i^2}$$



$$K_s = \frac{F_y^*}{D_y^*}$$

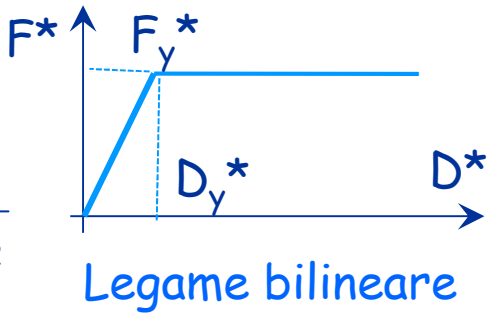
$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K_s}}$$

Metodo N2

3 - passaggio al sistema SDOF inelastico equivalente

Si trasforma il sistema MDOF in un sistema SDOF

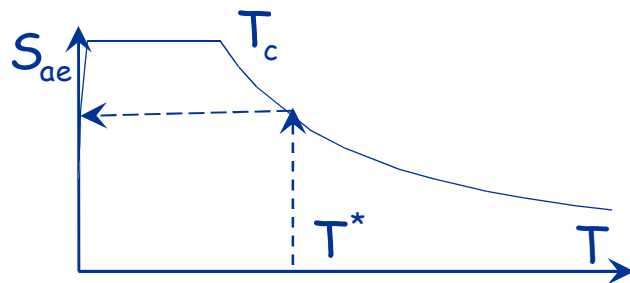
$$m^* = \frac{\sum m_i \phi_i}{\phi_n} \quad F^* = \frac{V_b}{\Gamma \phi_n}$$

$$D^* = \frac{D_t}{\Gamma \phi_n} \quad \Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i^2}$$


$$K_s = \frac{F_y^*}{D_y^*}$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K_s}}$$

Lo spostamento massimo di un sistema SDOF vale



$$D^* = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} \quad T^* \geq T_c$$

$$D^* = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} \frac{\mu}{1 + (\mu - 1) \frac{T^*}{T_c}} \quad T^* < T_c$$

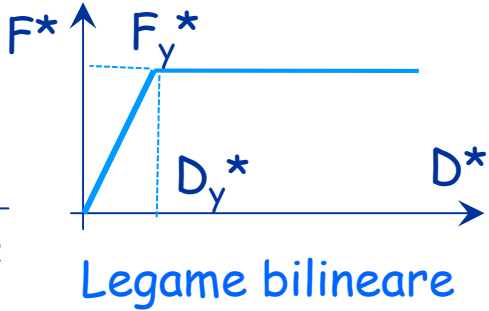
$$\frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} = \text{Spostamento elastico}$$

Metodo N2

3 - passaggio al sistema SDOF inelastico equivalente

Si trasforma il sistema MDOF in un sistema SDOF

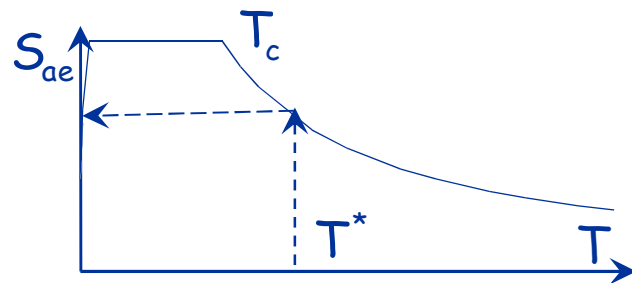
$$m^* = \frac{\sum m_i \phi_i}{\phi_n} \quad F^* = \frac{V_b}{\Gamma \phi_n}$$

$$D^* = \frac{D_t}{\Gamma \phi_n} \quad \Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i^2}$$


$$K_s = \frac{F_y^*}{D_y^*}$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K_s}}$$

Lo spostamento massimo di un sistema SDOF vale



Spettro per $a_{g,rif}$

$$D_{rif}^* = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} \quad T^* \geq T_c$$

$$D_{rif}^* = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} \frac{\mu}{1 + (\mu - 1) \frac{T^*}{T_c}} \quad T^* < T_c$$

$$\frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} = \text{Spostamento elastico}$$

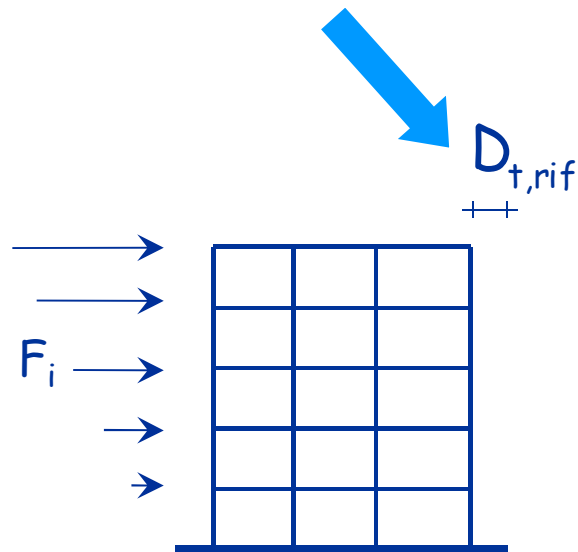
Metodo N2

4 - passaggio al sistema MDOF e calcolo a_g

Spostamento in testa del sistema MDOF

$$D_{t,rif} = \phi_n \Gamma D_{rif}^*$$

in genere $D_{t,rif} \neq D_t$



... ma essendo gli spostamenti
proporzionali ad a_g posso
calcolare

$$a_g = a_{g,rif} \frac{D_t}{D_{t,rif}}$$

Applicazione numerica

2 - bilinearizzazione

Punto pushover

$$V_b = 439.6 \text{ kN}$$

$$D_t = 150 \text{ mm}$$

Legame bilineare

$$V_{by} = 439.6 \text{ kN}$$

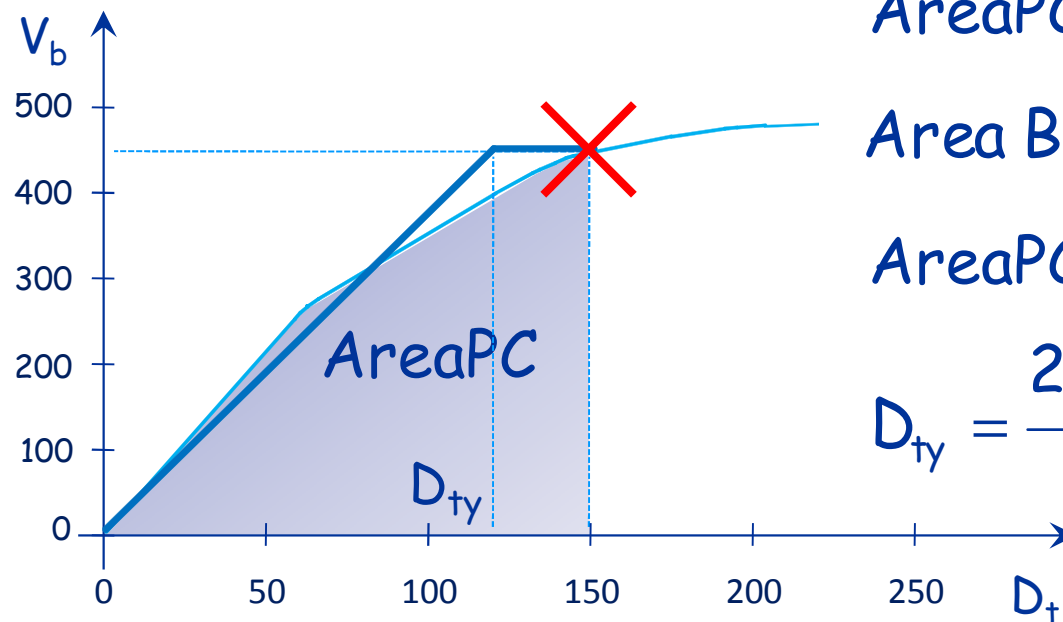
$$D_{ty} = 118.9 \text{ mm}$$

$$\text{AreaPC} = 39803 \text{ kNmm}$$

$$\text{Area BL} = \frac{D_{ty} V_{by}}{2} + (D_t - D_{ty}) V_{by}$$

$$\text{AreaPC} = \text{AreaBL}$$

$$D_{ty} = \frac{2 (D_t V_{by} - \text{AreaPC})}{V_{by}}$$



Sono gli stessi valori ottenuti con il metodo di Freeman

Applicazione numerica

3 - periodo del sistema SDOF inelastico equivalente

$$m^* = \frac{\sum m_i \phi_i}{\phi_n} = \frac{33.63 (350.6 + 239.3 + 94.9)}{350.6} = 65.67 \text{ t}$$

$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i^2} = \frac{350.6 + 239.3 + 94.9}{350.6^2 + 239.3^2 + 94.9^2} = 0.00362$$

$$F_y^* = \frac{V_{by}}{\Gamma \phi_n} = 346.4 \text{ kN}$$

$$D_y^* = \frac{D_y}{\Gamma \phi_n} = 93.7 \text{ mm}$$

$$K_s = \frac{F_y^*}{D_y^*} = \frac{346.4}{93.7} \times 10^3 = 3696.9 \text{ kN/m}$$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{K_s}} = 2\pi \sqrt{\frac{65.67}{3696.9}} = 0.837 \text{ s}$$

È lo stesso periodo ottenuto con il metodo di Freeman

Applicazione numerica

3 - spostamento del sistema SDOF inelastico equivalente

Considero:

- Suolo di Tipo C ($S = 1.15$, $T_c = 0.6$ s)

- $a_{g,rif} = 0.35g$

$$T^* = 0.837 \text{ s} \geq T_c$$

$$D_{rif}^* = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} = \frac{0.837^2}{4\pi^2} \times 0.721 \times 9.81 \times 10^3 = 125.5 \text{ mm} \quad T^* \geq T_c$$

~~$$D_{rif}^* = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} \frac{\mu}{1 + (\mu - 1) \frac{T^*}{T_c}} \quad T^* < T_c$$~~

$$S_{ae} = 2.5 a_{g,rif} S \frac{T_c}{T^*} = 2.5 \times 0.35 \times 1.15 \frac{0.6}{0.837} = 0.721 g$$

Vale la regola degli spostamenti uguali

Applicazione numerica

4 - passaggio al sistema MDOF e calcolo a_g

$$D_{t,rif} = \phi_n \Gamma D_{rif}^* = 350.6 \times 0.00362 \times 125.5 = 159.3 \text{ mm} \neq D_t = 150 \text{ mm}$$

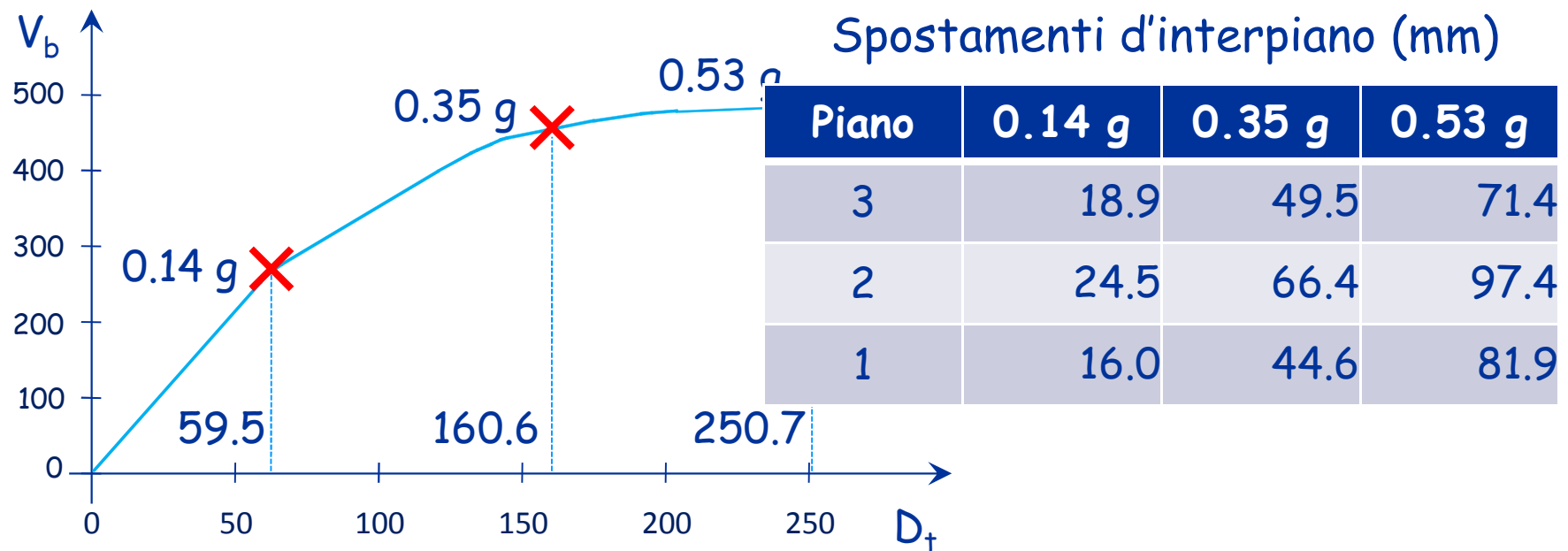
$$a_g = a_{g,rif} \frac{D_t}{D_{t,rif}} = 0.35 \times \frac{150}{159.3} = 0.329 \text{ g}$$

Applicazione numerica

Risposta completa per assegnato a_g - Forze da primo modo

Ripetendo il procedimento si determinano i valori di a_g corrispondenti a tutti i punti della curva di prestazione

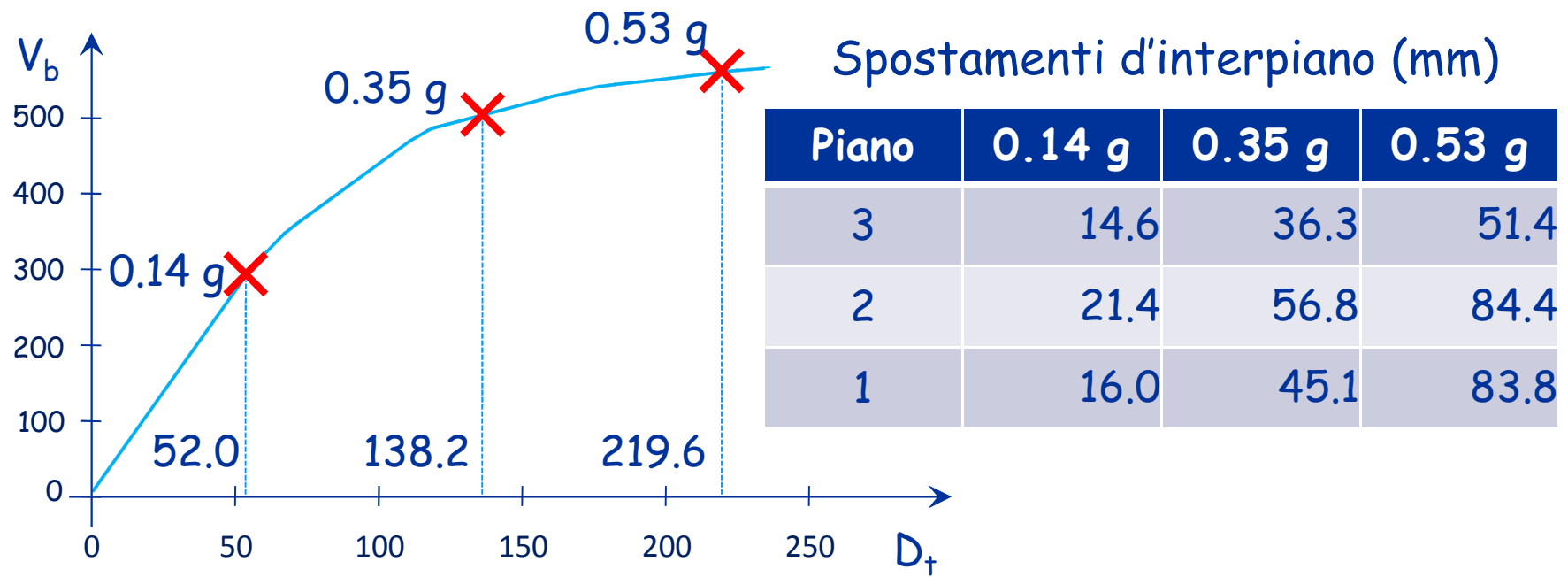
Adesso fissato a_g dal tabulato della pushover posso leggere la risposta completa del telaio



Applicazione numerica

Risposta completa per assegnato a_g - Forze costanti

Ripetendo il procedimento con la distribuzione di forze costanti



Applicazione numerica

Risposta completa per assegnato a_g

Per ogni parametro di risposta considero il più gravoso tra quelli forniti dalle due pushover

Spostamento in testa (mm)

0.14 g			0.35 g			0.53 g		
1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX
59.5	52.0	59.5	160.6	138.2	160.6	250.7	219.6	250.7

Spostamenti d'interpiano (mm)

Piano	0.14 g			0.35 g			0.53 g		
	1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX
3	18.9	14.6	18.9	49.5	36.3	49.5	71.4	51.4	71.4
2	24.5	21.4	24.5	66.4	56.8	66.4	97.4	84.4	97.4
1	16.0	16.0	16.0	44.6	45.1	45.1	81.9	83.8	83.8

Metodo N1

Proposta alternativa

È veramente necessario passare al sistema SDOF?

Proposta:

direttamente dallo spostamento (elastico) fornito dall'analisi modale con spettro di risposta del sistema MDOF

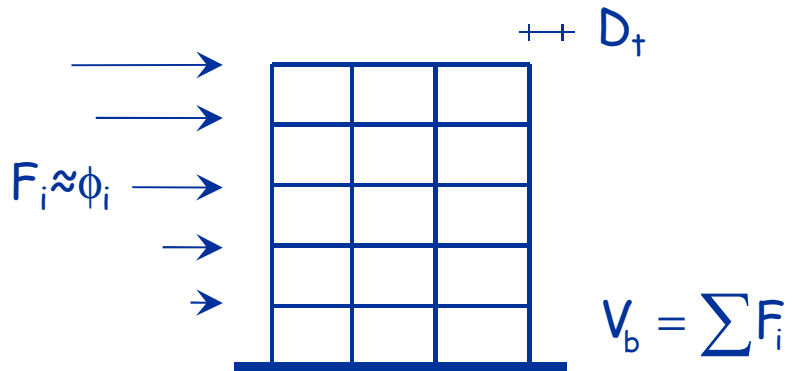
determinare lo spostamento richiesto (elasto-plastico)

- corretto per tener conto della pendenza iniziale della bilineare
- corretto per tener conto della differenza $D_{e-p} - D_{el}$

Le stesse correzioni fatte nello SDOF

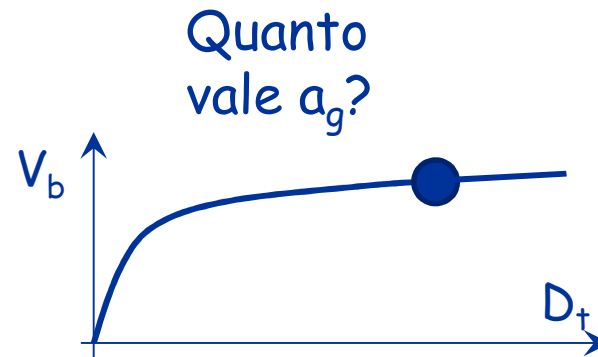
Metodo N1

1a - analisi pushover



Sistema MDOF

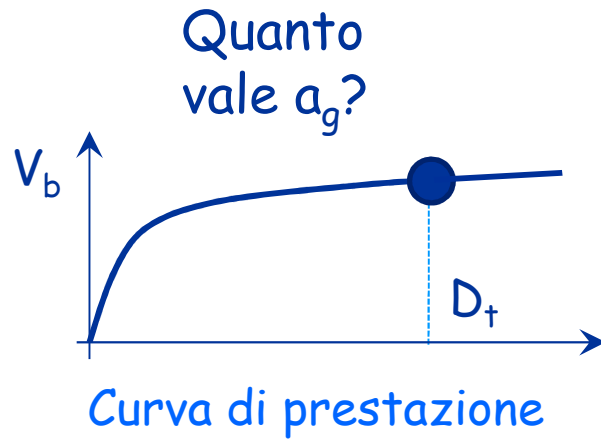
Analisi
Pushover



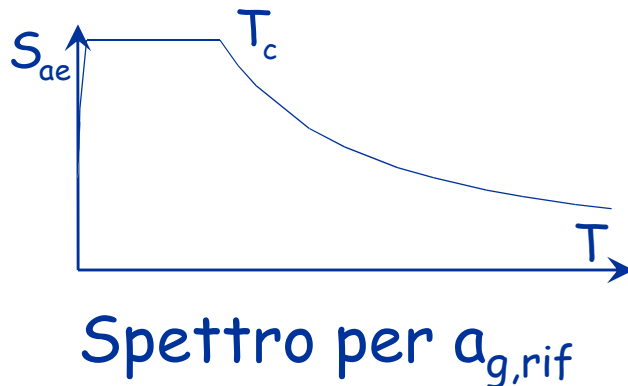
Curva di prestazione

Metodo N1

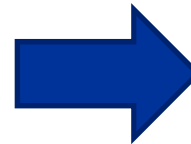
1b - analisi modale



Analisi modale con spettro di risposta (elastica)



$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,el}}{D_{t,el}^{rif}}$$

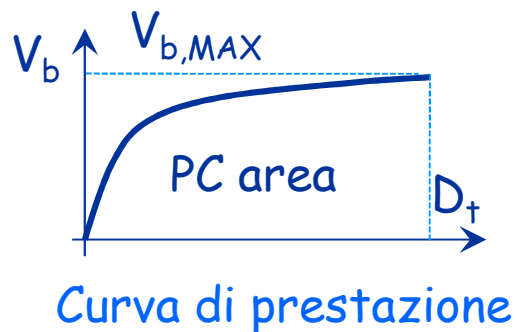


$D_{t,el,rif}$

Metodo N1

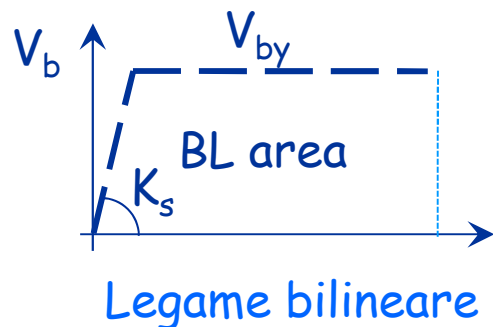
2 - bilinearizzazione della curva di prestazione

Legame elasto-plastico perfetto



1. La forza di plasticizzazione V_{by} si determina come

$$V_{by} = V_{b,MAX}$$



2. La rigidezza K_s si impone imponendo

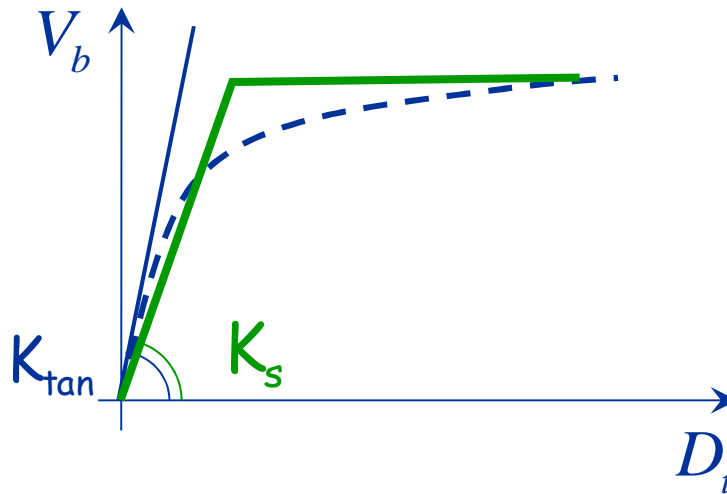
$$PC \text{ area} = BL \text{ area}$$

Sono le stesse usate per il metodo dello spettro di capacità

Metodo N1

3 - correzione per variazione rigidezza

La bilinearizzazione comporta una variazione di rigidezza e quindi di periodo



$$T_{tan} = T_1 \text{ (analisi modale)}$$

$$T_s = T_1 \sqrt{\frac{K_{tan}}{K_s}}$$

$$D_{t,s} = D_{t,tan} \frac{S_{de}(T_s)}{S_{de}(T_1)}$$

Gli spostamenti si modificano in funzione della variazione di periodo

$S_{de}(T)$ = spostamento spettrale

Metodo N1

3 - correzione per variazione rigidezza

La bilinearizzazione comporta una variazione di rigidezza e quindi di periodo

$$T_s = T_1 \sqrt{\frac{K_{\text{tan}}}{K_s}}$$

$$D_{t,\text{tan}} = D_{t,s} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_s)}$$

$$a_g = a_g^{\text{rif}} \frac{D_{t,\text{el}}}{D_{t,\text{el}}^{\text{rif}}} \quad \rightarrow \quad a_g = a_g^{\text{rif}} \frac{D_{t,s}}{D_{t,\text{el}}^{\text{rif}}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_s)}$$

Metodo N1

4 - correzione per spostamento elasto-plastico

Lo spostamento di una struttura che vada in campo plastico è legato a quello di una struttura che rimane in campo elastico

$$D_{t,el} = D_{t,e-p}$$

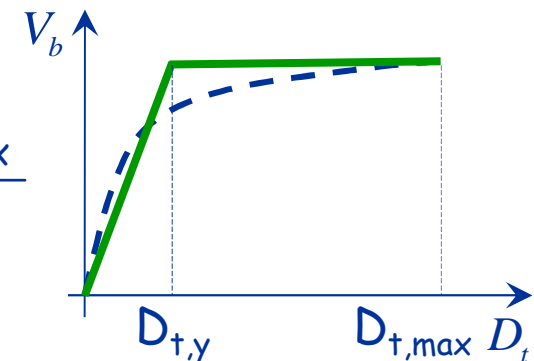
$$T_s \geq T_c$$

$$D_{t,el} = D_{t,e-p} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T}{T_c} \right]$$

$$T_s < T_c$$

Nota: la duttilità μ è ricavata dalla bilineare

$$\mu = \frac{D_{t,max}}{D_{t,y}}$$



Metodo N1

4 - correzione per spostamento elasto-plastico

Sostituendo nella relazione precedente

$$a_g = a_g^{\text{rif}} \frac{D_{t,s}}{D_{t,\text{el}}^{\text{rif}}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_s)}$$

$$D_{t,\text{el}} = D_{t,e-p} \quad T_s \geq T_c$$

$$D_{t,\text{el}} = D_{t,e-p} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T_s}{T_c} \right] \quad T_s < T_c$$



$$a_g = a_g^{\text{rif}} \frac{D_{t,\text{nl}}}{D_{t,\text{el}}^{\text{rif}}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_s)}$$

$$T \geq T_c$$

$$a_g = a_g^{\text{rif}} \frac{D_{t,\text{nl}}}{D_{t,\text{el}}^{\text{rif}}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_s)} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T_s}{T_c} \right]$$

$$T < T_c$$

Applicazione numerica

1 - analisi modale

Considero:

- Suolo di Tipo C ($S = 1.15$, $T_c = 0.6$ s)
- $a_{g,rif} = 0.35g$

Utilizzo i risultati relativi al primo modo (dal tabulato):

$$D_{t,el}^{rif} = 148.8 \text{ mm}$$

$$a_g = a_g^{rif} \frac{D_{t,el}}{D_{t,el}^{rif}} = 0.35 \times \frac{150}{148.8} = 0.352 \text{ g}$$

Questa a_g vale per un sistema elastico. Per un sistema inelastico bisogna fare due correzioni.

Applicazione numerica

2 - bilinearizzazione

Punto pushover

$$V_b = 439.6 \text{ kN}$$

$$D_t = 150 \text{ mm}$$

Legame bilineare

$$V_{by} = 439.6 \text{ kN}$$

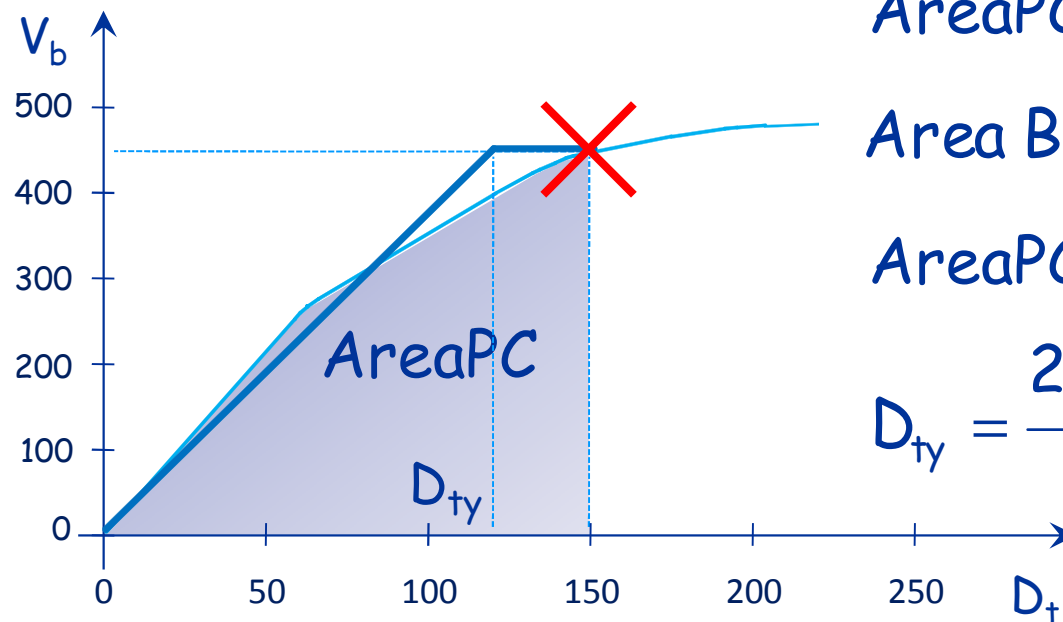
$$D_{ty} = 118.9 \text{ mm}$$

$$\text{AreaPC} = 39803 \text{ kNmm}$$

$$\text{Area BL} = \frac{D_{ty} V_{by}}{2} + (D_t - D_{ty}) V_{by}$$

$$\text{AreaPC} = \text{AreaBL}$$

$$D_{ty} = \frac{2 (D_t V_{by} - \text{AreaPC})}{V_{by}}$$



Sono gli stessi valori ottenuti con gli altri due metodi

Applicazione numerica

3 - correzione per variazione di rigidezza

$$a_g = a_g^{\text{rif}} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{\text{rif}}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_s)} \quad T \geq T_c$$

$$a_g = a_g^{\text{rif}} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{\text{rif}}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_s)} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T_s}{T_c} \right] \quad T < T_c$$

Mi servono i seguenti valori:

- T_1
- T_s
- $S_{de}(T_1)$
- $S_{de}(T_s)$

Applicazione numerica

3 - correzione per variazione di rigidezza

Utilizzo i risultati relativi al primo modo dell'analisi modale:

$$D_{t,el}^{rif} = 148.8 \text{ mm}$$

$$V_{b,el}^{rif} = 632.2 \text{ kN}$$

$$K_{tan} = \frac{V_{b,el}^{rif}}{D_{t,el}^{rif}} = \frac{632.2}{148.8} \times 10^3 = 4248.7 \text{ kN/m}$$

Utilizzo i risultati della bilinearizzazione:

$$K_s = \frac{V_{by}}{D_y} = \frac{439.6}{118.9} \times 10^3 = 3696.9 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Applicazione numerica

3 - correzione per variazione di rigidezza

Calcolo i periodi:

$$T_1 = 0.781 \text{ s}$$

$$T_s = T_1 \sqrt{\frac{K_{\text{tan}}}{K_s}} = 0.781 \times \sqrt{\frac{4250.2}{3696.9}} = 0.837 \text{ s}$$

... quindi calcolo gli spostamenti spettrali:

$$S_{ae}(T_1) = 2.5 a_{g,rif} S \frac{T_c}{T_1} = 2.5 \times 0.35 \times 1.15 \frac{0.6}{0.781} = 0.773 \text{ g}$$

$$S_{de}(T_1) = \frac{T_1^2}{2 \pi^2} S_{ae}(T_1) = \frac{0.781^2}{2 \pi^2} \times 0.773 \times 9.81 \times 10^3 = 234.3 \text{ mm}$$

$$S_{ae}(T_s) = 2.5 a_{g,rif} S \frac{T_c}{T_s} = 2.5 \times 0.35 \times 1.15 \frac{0.6}{0.837} = 0.721 \text{ g}$$

$$S_{de}(T_s) = \frac{T_s^2}{2 \pi^2} S_{ae}(T_s) = \frac{0.837^2}{2 \pi^2} \times 0.721 \times 9.81 \times 10^3 = 251.0 \text{ mm}$$

Applicazione numerica

4 - correzione per spostamento elasto-plastico

$$a_g = a_g^{\text{rif}} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{\text{rif}}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_s)}$$

$$T_s \geq T_c$$

~~$$a_g = a_g^{\text{rif}} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{\text{rif}}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_s)} \frac{1}{\mu} \left[1 + (\mu - 1) \frac{T_s}{T_c} \right]$$~~

$$T_s < T_c$$

$$T_s = 0.837 \text{ s} \geq T_c$$

Procedo con la determinazione di a_g ...

$$a_g = a_g^{\text{rif}} \frac{D_{t,nl}}{D_{t,el}^{\text{rif}}} \frac{S_{de}(T_1)}{S_{de}(T_s)} = 0.35 \times \frac{150}{148.8} \times \frac{234.3}{251} = 0.329 \text{ g}$$

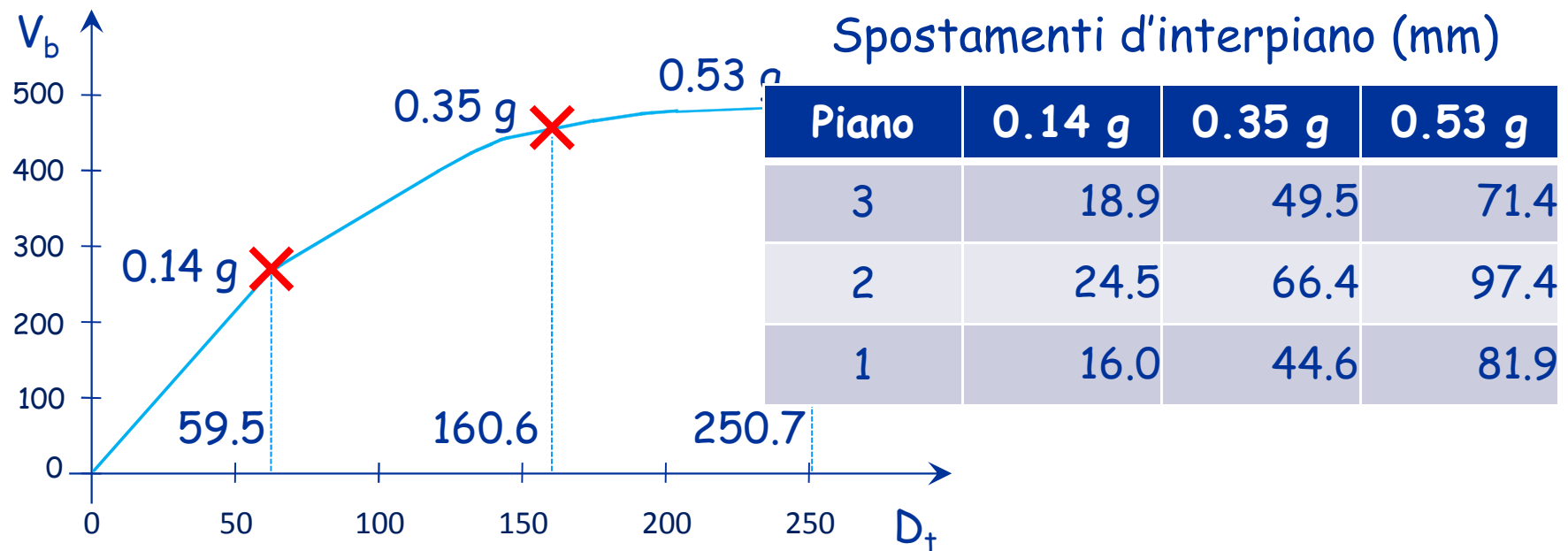
... che coincide con quella ottenuta con il metodo N2

Applicazione numerica

Risposta completa per assegnato a_g - Forze da primo modo

Ripetendo il procedimento si determinano i valori di a_g corrispondenti a tutti i punti della curva di prestazione

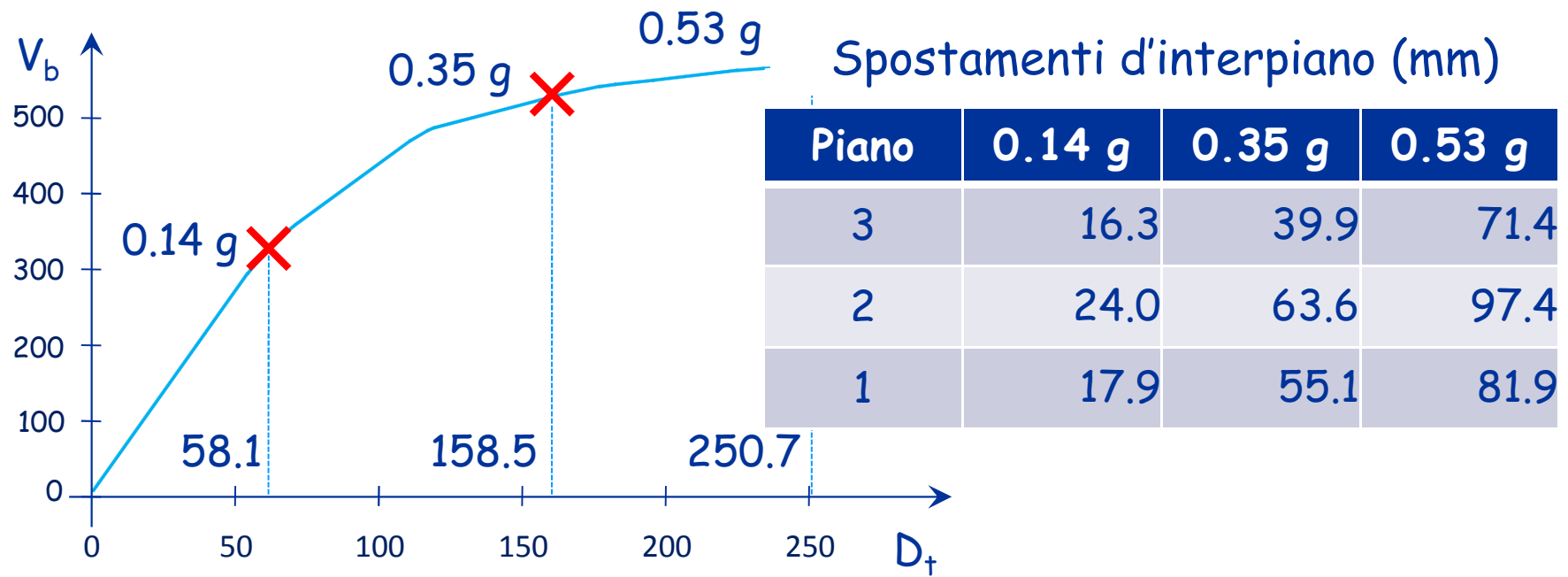
Adesso fissato a_g dal tabulato della pushover posso leggere la risposta completa del telaio



Applicazione numerica

Risposta completa per assegnato a_g - Forze costanti

Ripetendo il procedimento con la distribuzione di forze costanti



Applicazione numerica

Risposta completa per assegnato a_g

Per ogni parametro di risposta considero il più gravoso tra quelli forniti dalle due pushover

Spostamento in testa (mm)

0.14 g			0.35 g			0.53 g		
1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX
59.5	58.1	59.5	160.6	158.5	160.6	250.7	250.7	250.7

Spostamenti d'interpiano (mm)

Piano	0.14 g			0.35 g			0.53 g		
	1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX	1°mod.	Cost.	MAX
3	18.9	16.3	18.9	49.5	39.9	49.5	71.4	71.4	71.4
2	24.5	24.0	24.5	66.4	63.6	66.4	97.4	97.4	97.4
1	16.0	17.9	17.9	44.6	55.1	55.1	81.9	81.9	81.9

Confronto spostamenti ottenuti

Confronto spostamenti ottenuti

Gli spostamenti ottenuti con i tre metodi sono stati confrontati con quelli ottenuti mediante analisi dinamica non lineare.

Il confronto è stato fatto sui seguenti parametri di risposta:

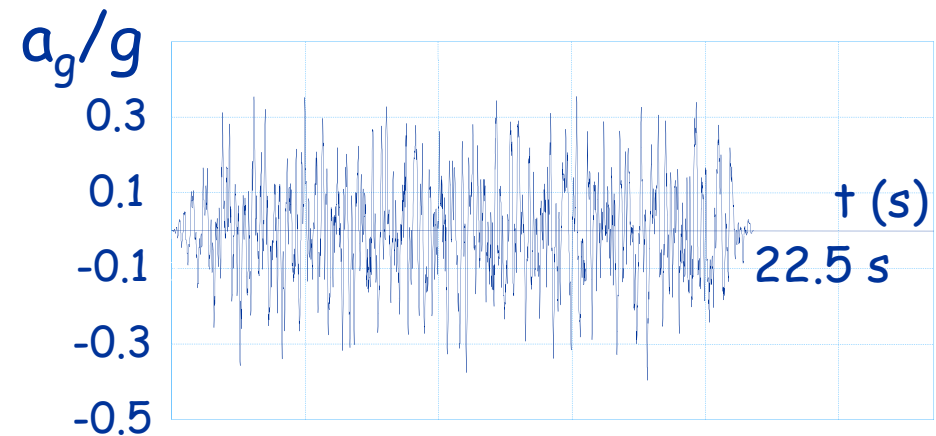
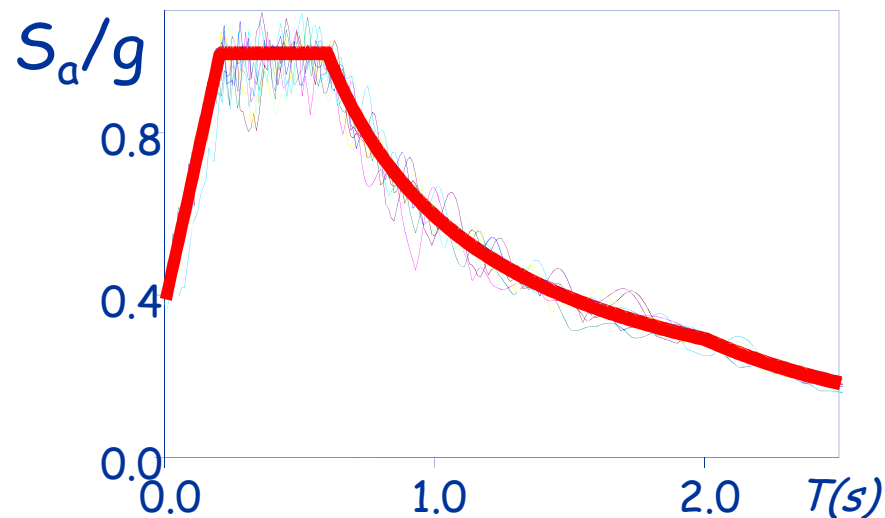
- Massimo spostamento in testa
- Spostamento d'interpiano al 1° piano
- Spostamento d'interpiano al 3° piano

Sono stati considerate tre valori di a_g :

- $a_g = 0.14 g$
- $a_g = 0.35 g$
- $a_g = 0.53 g$

Accelerogrammi

10 accelerogrammi artificiali compatibili con lo spettro di risposta dell'Eurocodice8 per Suolo C e smorzamento del 5% (lo stesso usato per i metodi statici non lineari)



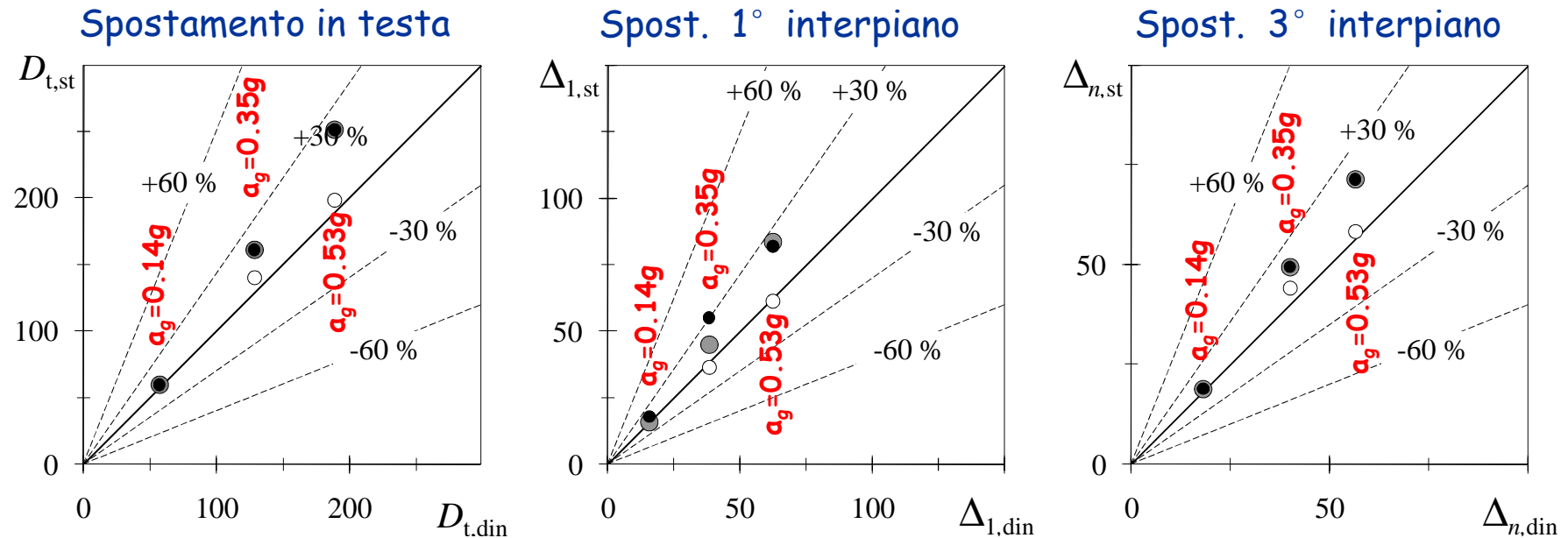
Risultati dell'analisi dinamica non lineare

Per il generico parametro di risposta (spostamento in testa, spostamento d'interpiano, ecc.):

- è stato determinato il valore massimo assunto per ciascun accelerogramma;
- è stato calcolato la media dei 10 valori ottenuti.

Confronto spostamenti ottenuti

● Metodo N1 ● Metodo N2 ○ Spettro di Capacità

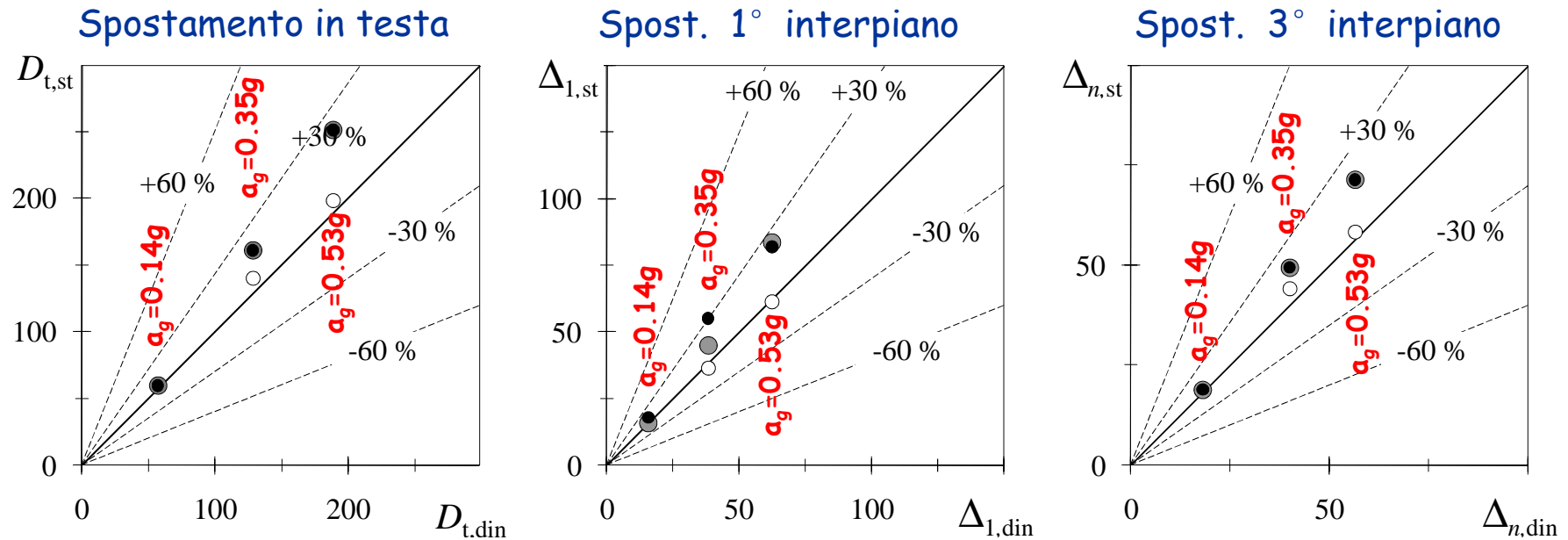


Per il telaio analizzato:

- Tutti i metodi statici non lineari forniscono risultati conservativi
- I metodi N1 ed N2 forniscono risultati molto simili ed in molti casi identici

Confronto spostamenti ottenuti

● Metodo N1 ● Metodo N2 ○ Spettro di Capacità



Per il telaio analizzato:

- Il metodo dello spettro di capacità è il meno conservativo