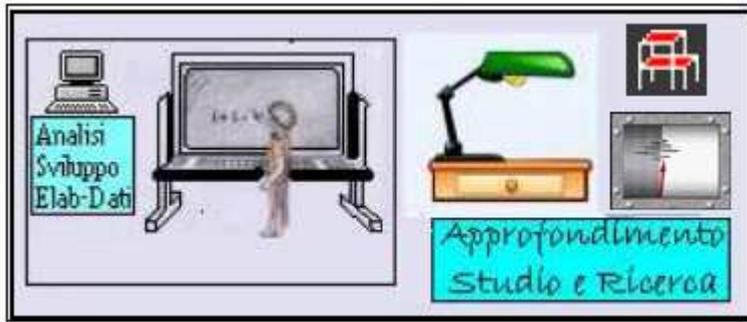


**RISPOSTA DI UN SISTEMA SDOF ECCITATO da
 UNA ACCELERAZIONE SISMICA REALE
 COMUNE MONTESARCHIO durata $t=0,5$ sec.
 ESERCITAZIONE NUMERICA DEDICATA
 ALL'ANALISI, STUDIO E APPROFONDIMENTO
 A MEZZO INTEGRALE DI DUHAMEL
 CALCOLANDO I PARAMETRI:
 SPOSTAMENTO, VELOCITA', ACCELERAZIONE,
 FORZA APPLICATA AL SISTEMA**

ing. Domenico Pagnozzi



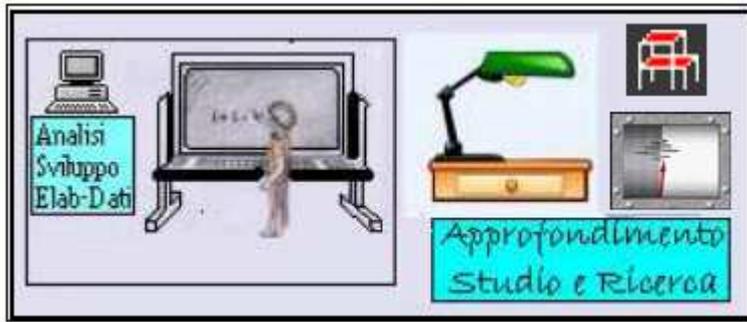
PREMESSA

Il presente lavoro vuole essere una Esercitazione di approfondimento ad Integrazione della mia Ricerca "Risposta di un sistema SDOF eccitato da una forzante impulsiva. Studio e Approfondimento a mezzo integrale di Duhamel con relativo calcolo dei parametri: spostamento, velocità, accelerazione, forza applicata al sistema", validata dal prof. Aurelio Gheresi (Aprile 2024) e dallo stesso pubblicata sul sito: <http://www.dica.unict.it/users/agheresi/Software>.

Preciso che la necessità dell'Esercitazione di cui sopra nasce dalla esigenza dettata da diverse richieste telefoniche fatte da professionisti interessati, i quali hanno manifestato l'esigenza di sviluppare e trattare l'argomento (integrale Duhamel ritenuto interessante) con un'apposita e dedicata Esercitazione Numerica, avente a base un Segnale Sismico Reale anche se di breve durata ad integrazione di quanto già trattato con la precedente ricerca e cioè del Segnale Trapezoidale come base di segnale impulsivo.

Pertanto sulla scorta di quanto sopra rappresentato ed anche al fine di soddisfare doverosamente le richieste avute, lo scrivente, ad integrazione della sua ricerca (Aprile 2024) inerente lo studio del segnale a mezzo dell'integrale di Duhamel, ha provveduto ad elaborare una NUOVA ESERCITAZIONE NUMERICA di cui in oggetto, utilizzando prevalentemente per tale applicazione, sia le formulazioni matematiche secondo la teoria dell'integrale di Duhamel, meglio riportate e descritte con chiarezza nella stessa pubblicazione a cura del prof. Mario Paz, che l'esempio numerico a base della sua ricerca (Aprile 2024), peraltro, validata e pubblicata dal prof. Aurelio Gheresi sul sito: <http://www.dica.unict.it/users/agheresi/Software>.

Si evidenzia che, capito il funzionamento dell'algoritmo operativo che rappresenta il motore di funzionamento del calcolo, lo stesso(algoritmo) possa essere utilizzato dal professionista con procedura step-by step per semiautomatizzare il calcolo numerico stesso anche a mezzo di un **foglio Excel**, dove, ciclando le varie operazioni step by step, si può arrivare alla soluzione



del problema **sia** determinando le incognite Spostamento-Velocità-Accelerazione e Forza al Supporto, **che** i Risultati Grafici delle $f(t)$ nel dominio del tempo quali Incognite del problema SDOF e meglio appresso descritte:

a) Spostamento $\rightarrow X(t)$;

b) Velocità $\rightarrow V(t)$;

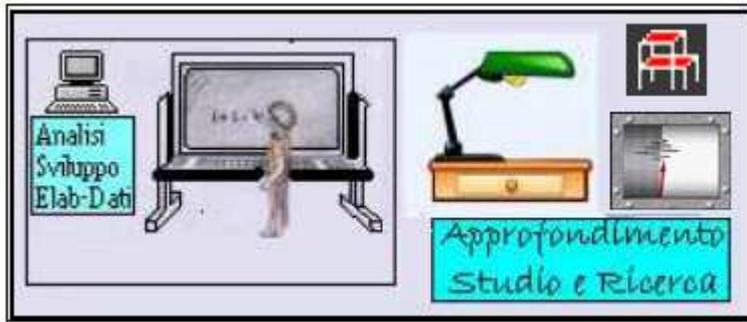
c) Accelerazione $\rightarrow A(t)$;

d) Forza Supporto $\rightarrow F_{\text{Supp}}(t)$

Si evidenzia che, per questo tipo di Esercitazione, ho utilizzato un (Passo Incremento Tempo)=0,05 e non 0,005 come in genere si avrebbe dovuto operare, il tutto, al solo fine di ridurre i punti di eccitazione, che nel caso di passo=0,005 sarebbero stati pari a 100, mentre, nel nostro caso, ai fini operativi della Esercitazione, sono pari a 10 (condizione più agevole sia per la sua esposizione che ai fini delle calcolazioni a mano), il tutto, in sintonia con la durata del Sisma in esercizio pari a 0,5 sec.

Inoltre si evidenzia altresì che nel calcolo vengono omesse le unità di misura delle grandezze in gioco, cosa fattibile tenuto conto che qualora si voglia tener conto delle rispettive unità di misura, le stesse, possono essere comunque inserite.

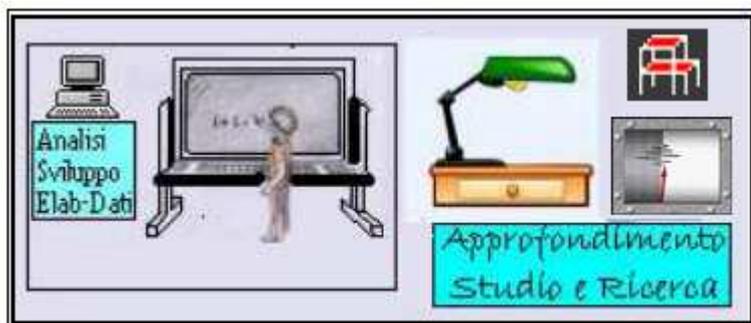
Si evidenzia altresì, che anche per tale esercitazione non solo ho fatto riferimento all'esercizio dell'Onda trapezoidale già sviluppato nella mia Ricerca validata dal prof. Aurelio Ghersi e dallo stesso pubblicata ad Aprile 2024, ma anche e soprattutto, ai continui ed ulteriori studi ed approfondimenti scientifici fatti sugli algoritmi e formulazioni espone con chiarezza nel libro del prof. Mario Paz, in particolare al "Cap.5 riportato nel volume "Dinamica Strutturale Teoria e Calcolo" a cura del prof. Mario Paz professore di ingegneria civile Università di Louisville-Libreria DF Dario Flaccovio Editrice-



Doverosamente preciso che per lo sviluppo a mano dell'Esercitazione Numerica allegata alla presente ricerca che mi appronto a presentare, è stato di grande riferimento, aiuto e forte guida, l'algoritmo di calcolo riportato nel programma software scritto in linguaggio Basic-Apple-Soft per macchina Apple II Plus, meglio descritto e riportato nel "(Programma. n.01 a pagina 522)", contenuto nello stesso testo di "Dinamica Strutturale" del prof. Mario Paz Libreria DF Dario Flaccovio Editrice.

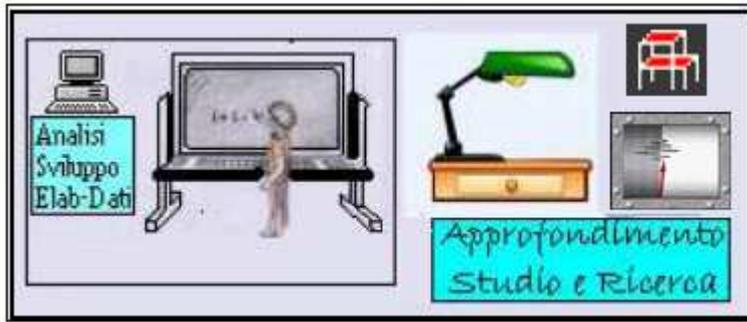
Pertanto alla luce di quanto innanzi rappresentato, e ad integrazione delle sue precedenti ricerche fatte nel campo dello studio dei segnali sismici, il sottoscritto, anche per il caso in specie, quale **ESERCITAZIONE NUMERICA PER UN'ONDA SISMICA REALE**, cerca di trattare l'argomento con un esempio Semplice, Sintetico, Lineare ed Efficace così come per il suo precedente Calcolo Numerico esposto per **UN'ONDA SISMO-IMPULSIVA TRAPEZOIDALE**, il tutto, ben inteso, ispirato a tradurre attraverso un esempio numerico da amanuense con metodo step by step, la complessità del calcolo racchiusa in delle formule di analisi matematica (derivate ed integrali), con un esempio povero ma semplice e spero efficace, nella sua trattazione numerica-operativa.

Infine, per tutti i colleghi che mi hanno continuato a domandare perché l'integrale di Duhamel ? Ribadisco, ed evidenzio ancora, che **il metodo di Duhamel** è una tecnica per la risoluzione di equazioni differenziali che si basa sul dominio del tempo, ed oltretutto può essere utilizzato in alternativa alla Trasformata di Fourier per trovare, nel dominio del tempo, la risposta del segnale applicato ad un sistema lineare eccitato da una forzante di tipo transitorio.

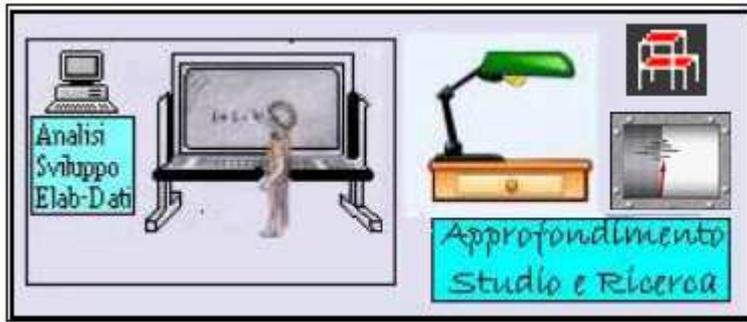


Ringraziamenti:

- Un ringraziamento dedicato va all'Amministrazione Comunale del Comune di Montesarchio(BN), governata dal Sindaco avv. Carmelo Sandomenico ed in particolare alla dott.ssa Morena Cecere Vice Sindaco del Comune di Montesarchio ed Ass.re alla Cultura, alle Pari Opportunità e all'Infanzia, personaggio sempre presente ed instancabile che mette a disposizione degli altri tutte le sue energie e le sue disponibilità, donandosi con cuore, anche e soprattutto alle relazioni sociali con tanti progetti per la comunità, tant'è, che per la mia richiesta di visionare documentazione tecnica inerente il territorio comunale, immediatamente si è resa disponibile, ospitandomi presso gli Uffici Comunali per poter visionare, estrarre copie e quant'altro necessario per il lavoro di ricerca e mettendo anche a mia disposizione la collaborazione dei professionisti dipendenti dell'UTC quali arch. Melone Enrico e Arch. Schipani Rosa, entrambi responsabili del settore LL.PP. ed Edilizia Urbanistica-Edilizia ed oltretutto, professionisti validi, preparati e molto disponibili alle mie richieste inerente la ricerca del territorio;
- Arch. Michele Marinaccio già Presidente della CTS (Commissione Tecnica Scientifica) del Comune di Montesarchio(BN), che oltre ad incoraggiarmi sempre nel mio lavoro, da professionista esperto nel settore strutturale, mi ha fornito materiale ed indicazioni preziose sul territorio, avvalendosi della sua esperienza personale, quale Presidente della CTS;
- A due grandi amici di mia grandissima stima Ivan Todino e Sonia Cingolani, sempre presenti e autentici in ciò che vivono, sempre pronti a mettere in gioco il loro talento, le proprie risorse, e tanto amore per gli altri. Sono proprio loro che continuamente mi hanno incoraggiato ad andare sempre avanti nel mio lavoro, fatto in silenzio in modo umile e solitario, lavoro tra l'altro, senza essere assistito da nessuna risorsa finanziaria pubblica. A loro va il mio ringraziamento.



-
- Vannetiello Renato studente diplomato Liceo Scientifico, appassionato della materia e grande smanettone della NTA (Nuova Tecnologia Avanzata) che nel merito dei miei Studi, ha sempre *incoraggiato e sostenuto il mio senso di Ricerca Scientifica*, apprezzando soprattutto che i miei Studi di Ricerca e Manoscritti, *non sono sostenuti da nessun finanziamento pubblico, ma solamente dotati di una grande energia e forza di volontà. Grazie grandissimo Renato.*
 - **Un doveroso ringraziamento a tutti i colleghi** che per il passato mi hanno continuato a contattare telefonicamente ringraziandomi per le ricerche in materia sismo-strutturale messe a disposizione gratuitamente sul sito del prof. ing. Aurelio Gheri docente di Tecnica delle Costruzioni presso l'Università di Catania, ed ai quali, quale studioso della materia, **e così come ho già fatto con la mia pubblicazione Aprile 2024, ho sentito il dovere di Riprecisare e Riportare integralmente in corsivo, il testo:**” omissis..... *che lo studio in materia relativo alla dinamica delle strutture non deve essere rimandato affidandosi ai Software che girano sul mercato, ma che gli stessi, seppure utilizzati per ragioni professionali e di velocità di calcolo, è buona norma usarli non come scatole nere cioè essere a conoscenza dei soli Dati di (input) e poi, trovarsi smarrito per i dati di (output), ma, specialmente per la normativa sismica che attualmente è vasta e complessa, incominciare ad usare anche attraverso un'arte povera (pennino-inchiostro), l'approccio e lo studio della modellazione sismica, perché ciò, conseguentemente, porta a capire le vere e misteriose problematiche afferenti la struttura, per la risoluzione delle problematiche sismo-resistenti. Un Grazie di cuore a voi tutti.”*
 - *In particolare, un grandissimo ringraziamento di cuore, va come sempre al prof. Aurelio Gheri che oltre ad essere una immensa risorsa scientifica per il mondo universitario con i suoi studi, di ricerca, approcci e modellazione sismiche nel campo della dinamica-strutturale, mi ha dato e continua ad alimentare in me, un particolare e stimolante entusiasmo ed interesse per l'INGEGNERIA STRUTTURALE, specialmente con il suo metodo di studio fatto con linguaggio dell'Analisi Matriciale dedicata alle strutture, che*
-



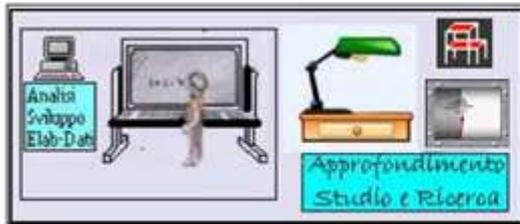
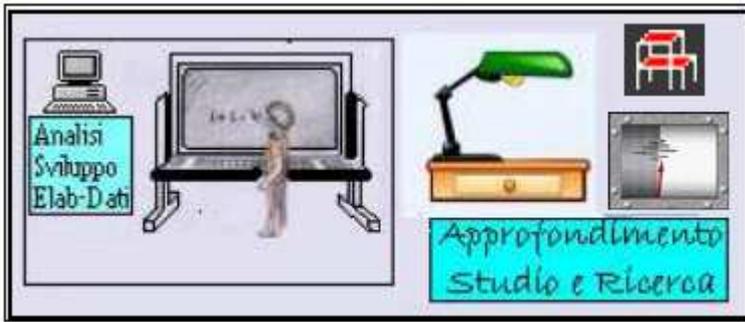
ad avviso del sottoscritto, rappresenta la vera analisi per affrontare le problematiche inerenti il dinamismo strutturale degli Edifici. Evidenzio altresì che durante il mio percorso di ricerca e studi, per me, è stata una fortuna conoscere il prof. Aurelio Gherzi, tenuto conto che con la sua esperienza, maestranza e gran senso di umiltà mi ha dato un grandissimo insegnamento per affrontare le varie problematiche scientifiche di grande spessore matematico, avventura per me straordinaria, che, se vissuta con tenacità, amore e dedizione, porta sempre ad avere soddisfacenti risultati a nome e per conto e nell'interesse della scienza.

Infine concludo, che come sempre, il presente lavoro, con testo e formule curate sotto l'aspetto editoriale, viene trasmesso al prof. Aurelio Gherzi, affinché lo stesso, attraverso la sua validazione altamente scientifico-professionale, possa metterlo a disposizione sul suo sito gratuitamente, il tutto, al fine di poter ulteriormente suscitare e stimolare ancora di più l'interesse e l'approfondimento per la ricerca scientifica di tutti i ricercatori, studiosi e professionisti, tutti appassionati della materia.

Lì Marzo 2025

Approfondimento, Studio e Ricerca elaborata da:

Domenico Pagnozzi



DATI DEL SISMA Tmax=0,5 Sec. → COMUNE DI MONTESARCHIO(BN)

Normativa NTC 2008/2018 SLU-SLV q=1,5 VR=50 Suolo=C Topo=T2

Ricavato da programma software inerente la generazione di Accelerogrammi Artificiali Spettro-Compatibili messo a disposizione sul sito del prof. Piero Gelfi dell'Università di Brescia.

Dati Tecnici: VR= 50 Stato Limite:SLV ag=0,203 Fo=2,383 Tc*=0,371

Suolo C Ss=1,410 Cc=1,457 Topo=T2 h/H=1 ST=1,200

Componente Horizontal → Durata 0,5 sec

Dove Ss=Coeff. Amplificazione Stratigrafica

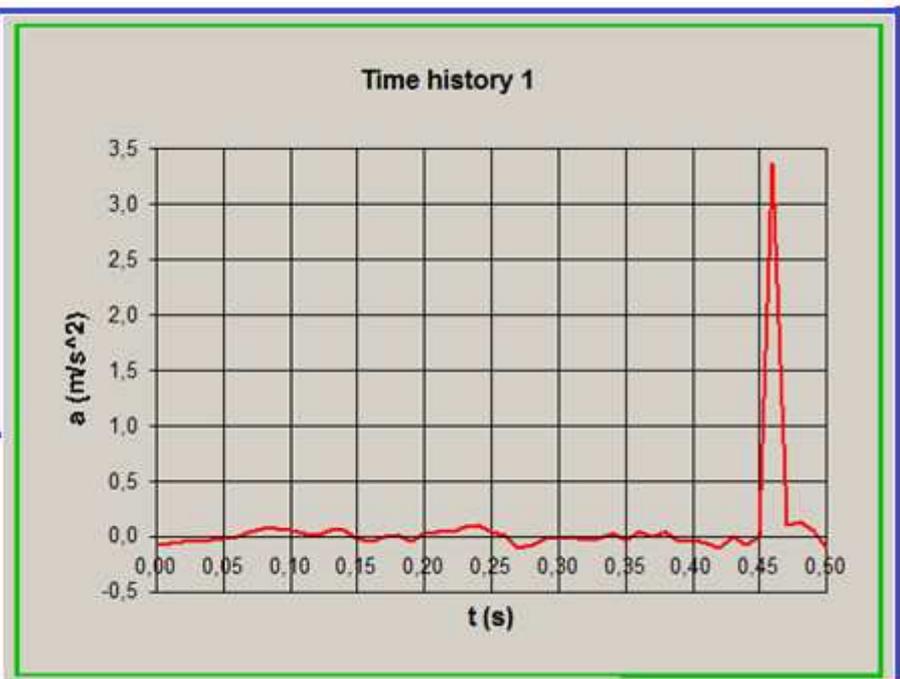
Cc=Coeff.Funz. Ctg.del Suolo

h/H= (h) quota Sito; (H) quota Rilievo

ST=Coeff.Ampl.Topografica

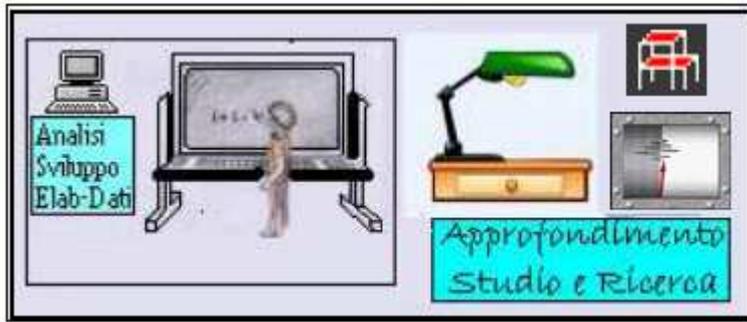


SIMQKE			
TS	0,02	NCYCLE	1
TL	4	AGMX	0,3439 g
TRISE	2	NPA	1
TLVL	10	IIX	1235
DUR	0,5	AMOR	0,05

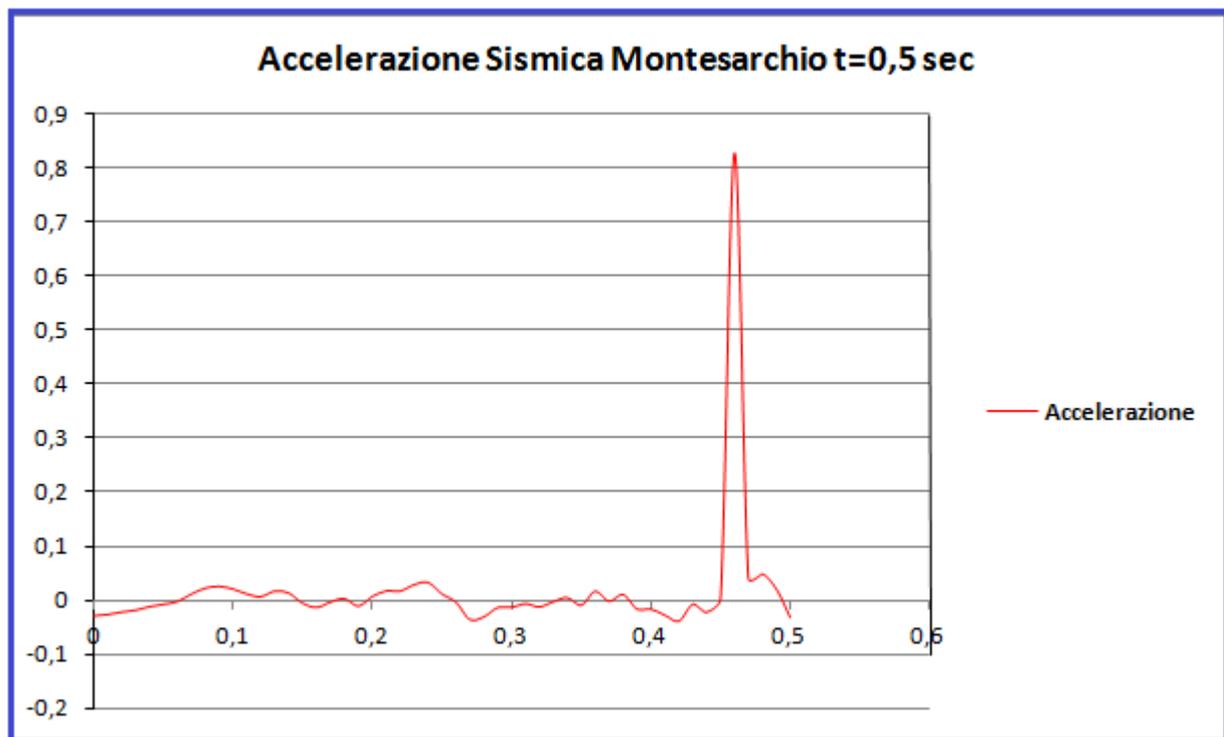


SEGUE ESEMPIO NUMERICO



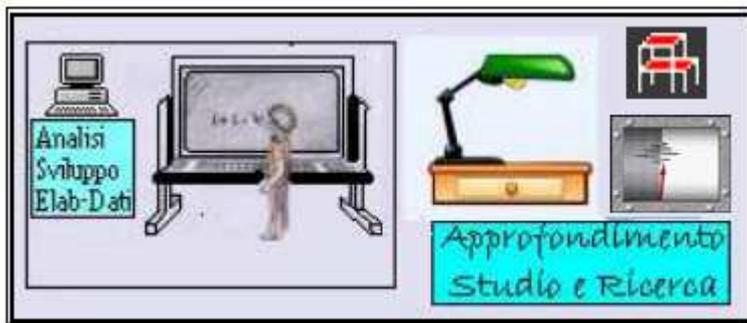


ESEMPIO DI
ANALISI, SVILUPPO E CALCOLO NUMERICO DI UN'ONDA SISMICA APPLICATA ALLA BASE
DI UN SISTEMA SDOF CON RESTITUZIONE DEI RISULTATI DI CALCOLO INERENTI:
→PARAMETRI NUMERICI SPOSTAMENTO, VELOCITA, ACCELERAZIONE E
FORZA APPLICATA AL SISTEMA.
ONDA SISMICA REALE APPLICATA ALLA BASE



Accelerazione Sismica Comune Montesarchio t=0,5 sec
Dettaglio Coordinate Numeriche f(t)→ Tempo(sec)-Acc(m/sec²)





NP	Tempo (sec)	Acc (m/sec ²)	NP	Tempo (sec)	Acc (m/sec ²)
1	0,0000	-0,02886046089	23	0,2200	0,01686814022
2	0,0100	-0,02650342314	24	0,2300	0,02851108062
3	0,0200	-0,02195386224	25	0,2400	0,03265955679
4	0,0300	-0,01847441261	26	0,2500	0,01142343113
5	0,0400	-0,01208601089	27	0,2600	-0,00377290876
6	0,0500	-0,00772948633	28	0,2700	-0,03576405828
7	0,0600	-0,00263030401	29	0,2800	-0,03063107545
8	0,0700	0,01135662327	30	0,2900	-0,01365072123
9	0,0800	0,02216939381	31	0,3000	-0,01290230960
10	0,0900	0,02557961788	32	0,3100	-0,00669170263
11	0,1000	0,02045528482	33	0,3200	-0,01244732085
12	0,1100	0,01145355343	34	0,3300	-0,00273836073
13	0,1200	0,00668130098	35	0,3400	0,00459791749
14	0,1300	0,01678403739	36	0,3500	-0,00922493115
15	0,1400	0,01306698181	37	0,3600	0,01623559368
16	0,1500	-0,00587785929	38	0,3700	-0,00192173325
17	0,1600	-0,01343529930	39	0,3800	0,01032461940
18	0,1700	-0,00343304792	40	0,3900	-0,01637832170
19	0,1800	0,00260328633	41	0,4000	-0,01853726890
20	0,1900	-0,01082305684	42	0,4100	-0,02764307516
21	0,2000	0,00692194188	43	0,4200	-0,03883212660
22	0,2100	0,01695976335	44	0,4300	-0,00797392621

RICERCA

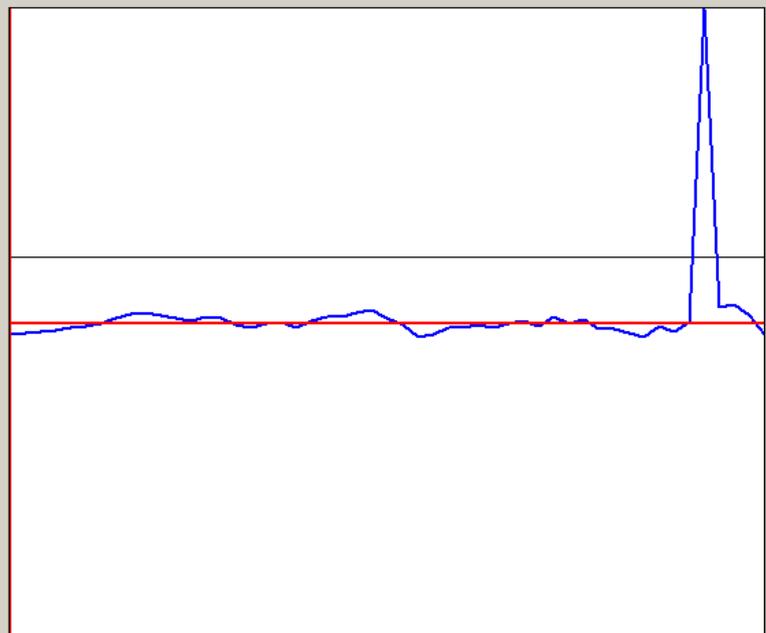
APPROFONDIMENTO

STUDIO

45	0,4400	-0,02213939485
46	0,4500	0,00334069646
47	0,4600	0,82586161584
48	0,4700	0,04018642397
49	0,4800	0,04866424256
50	0,4900	0,02076439011
51	0,5000	-0,03184476099

ACCELERAZIONE SISMICA AL SUOLO

NP	Tempo (sec)	Acc (m/sec ²)
1	0,0000	-0,02886046089
2	0,0100	-0,02650342314
3	0,0200	-0,02195386224
4	0,0300	-0,01847441261
5	0,0400	-0,01208601089
6	0,0500	-0,00772948633
7	0,0600	-0,00263030401
8	0,0700	0,01135662327
9	0,0800	0,02216939381
10	0,0900	0,02557961788
11	0,1000	0,02045528482
12	0,1100	0,01145355343
13	0,1200	0,00668130098
14	0,1300	0,01678403739
15	0,1400	0,01306698181
16	0,1500	-0,00587785929
17	0,1600	-0,01343529930
18	0,1700	-0,00343304792
19	0,1800	0,00260328633
20	0,1900	-0,01082305684
21	0,2000	0,00692194188
22	0,2100	0,01695976335
23	0,2200	0,01686814022



DATI DEL PROBLEMA:

(NP)→PUNTI DI ECCITAZIONE DELL'ONDA → 51

(Tmax)→PERIODO DI ECCITAZIONE MAX→ 0,5 sec NPInterpolati=Tmax/ ΔT →10

INTERVALLO INCREMENTALE (ΔT)→0,05 sec

MASSA→ 10 COSTANTE K DELLA MOLLA → 100 SMORZAMENTO→ 0,05

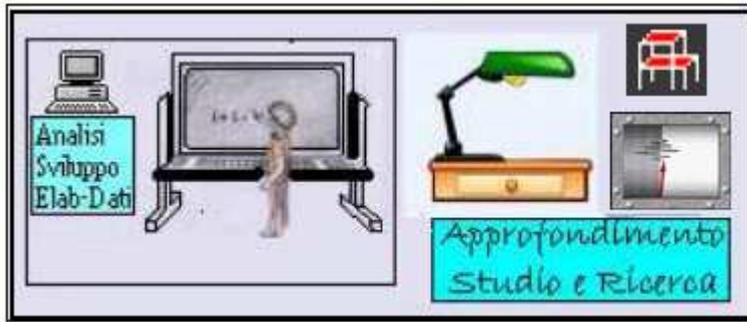
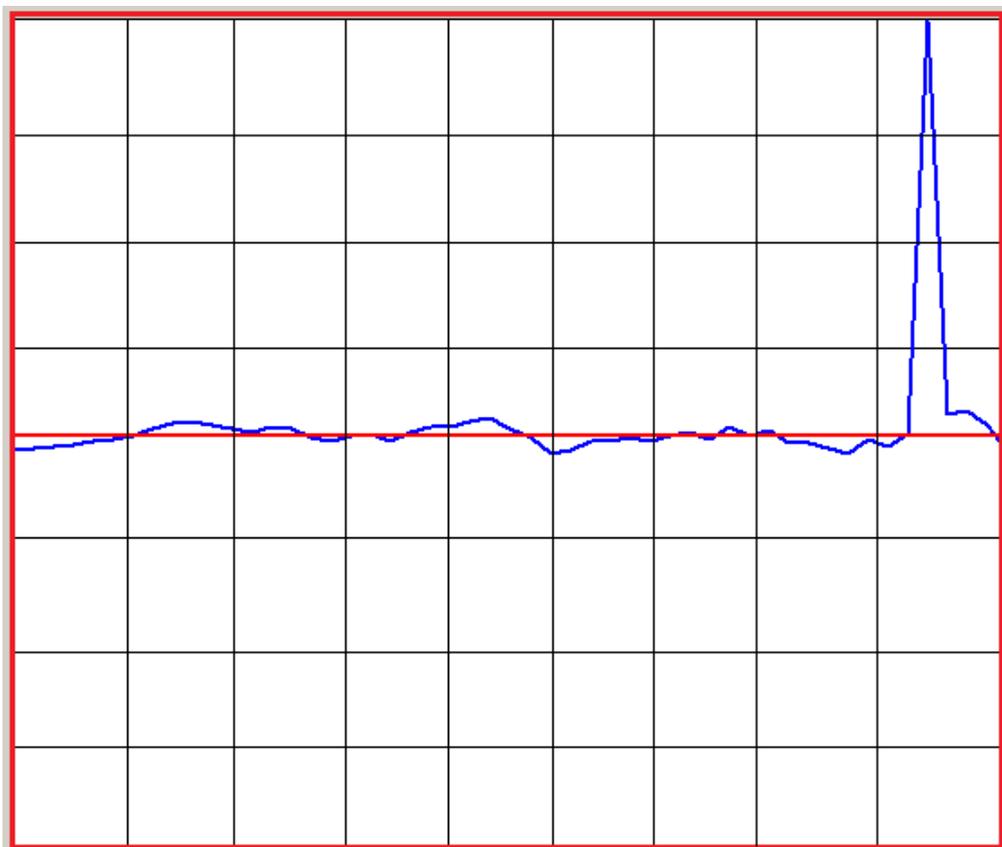
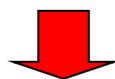
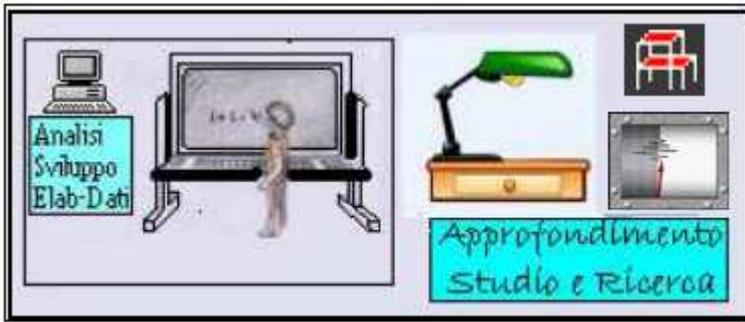


Grafico Rappresentativo dell'Accelerazione Sismica in funzione del Tempo →

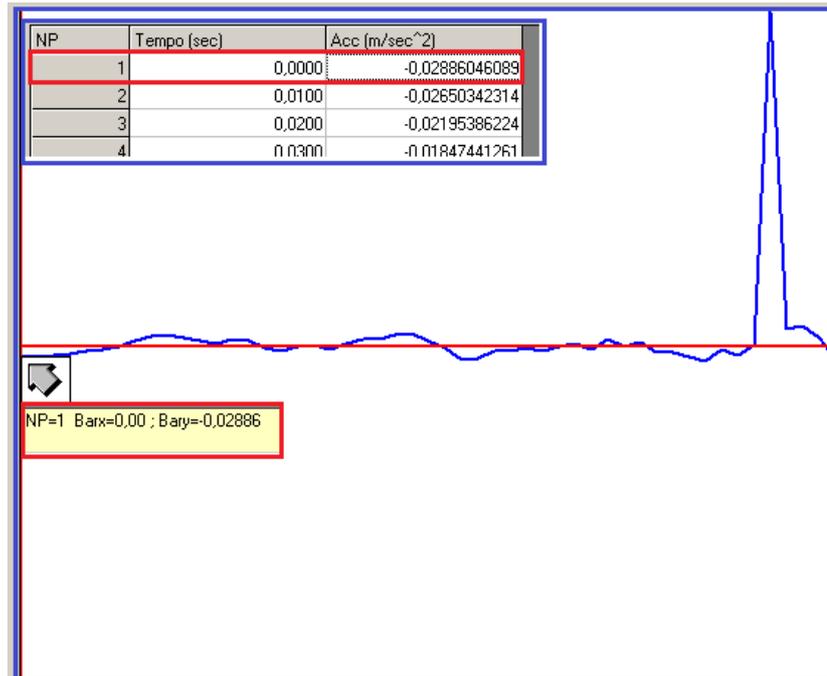


**ALCUNI GRAFICI RAPPRESENTATIVI PER
DIMOSTRARE LA CONGRUENZA
TRA COORDINATE NUMERICHE ED
ACCELERAZIONE SISMICA**

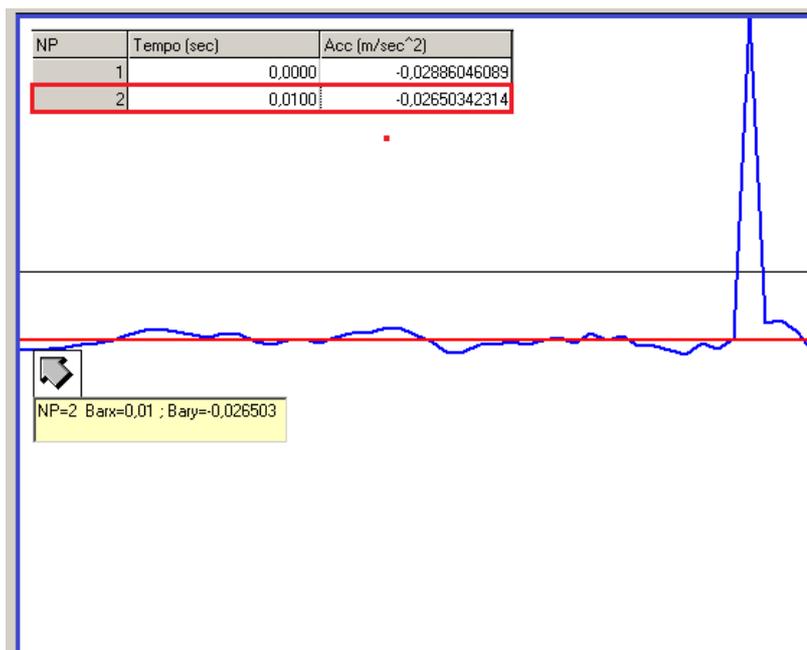


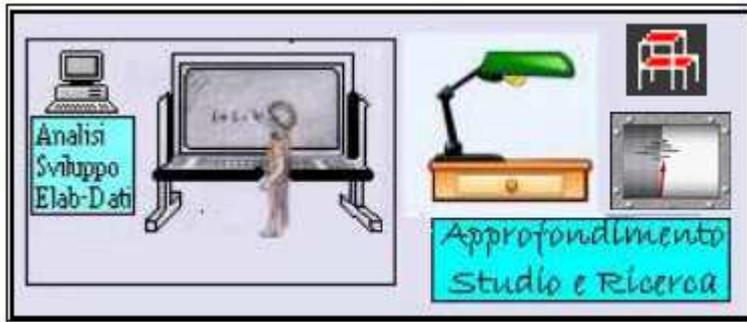


NP=1

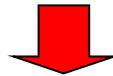


NP=2

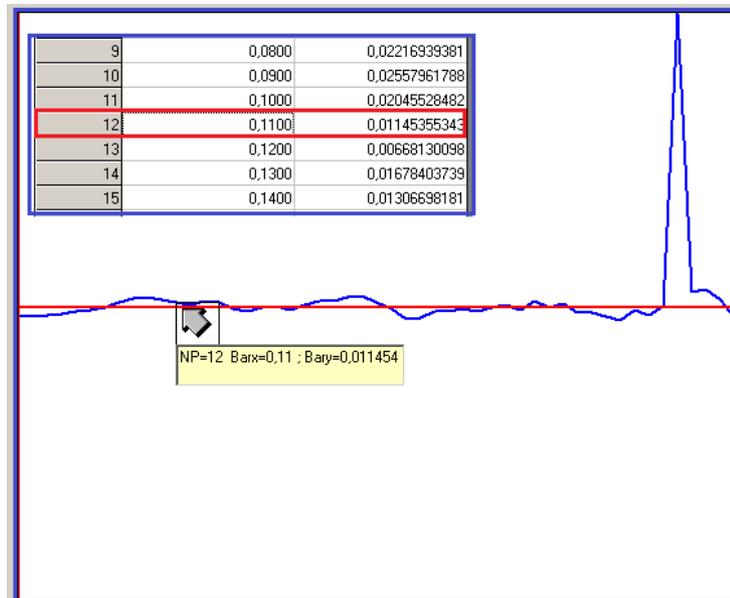




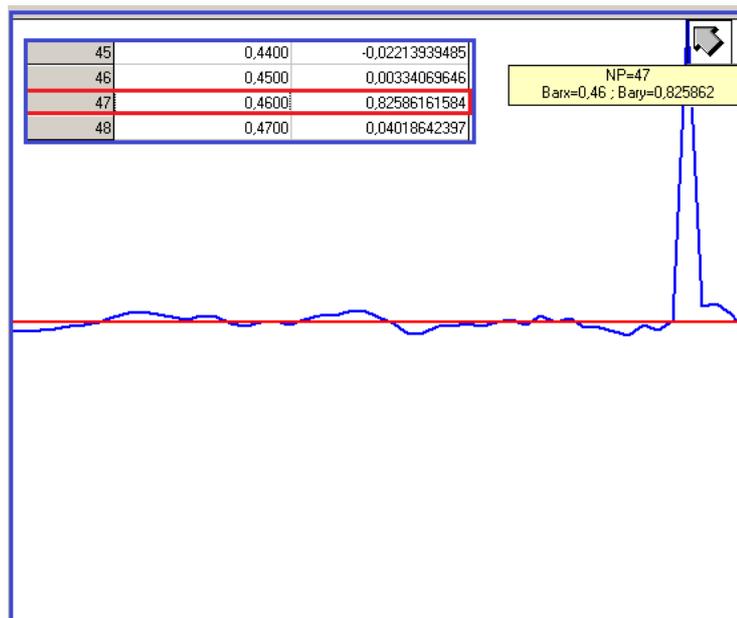
**SEGUONO ALTRI PUNTI RAPPRESENTATIVI
DELLE COORDINATE**

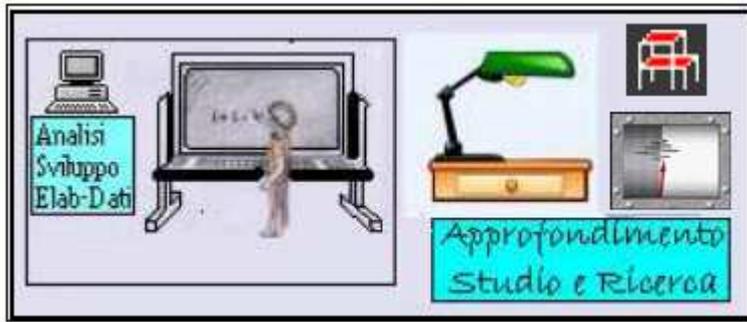


NP=12



NP=47





Adesso mi propongo di calcolare all'istante $t=0,01$ sec, primo passo incrementale della funzione impulsiva, la storia dinamica del sistema, individuata nel punto come da grafico Rappresentativo di coordinate meglio appresso descritte.

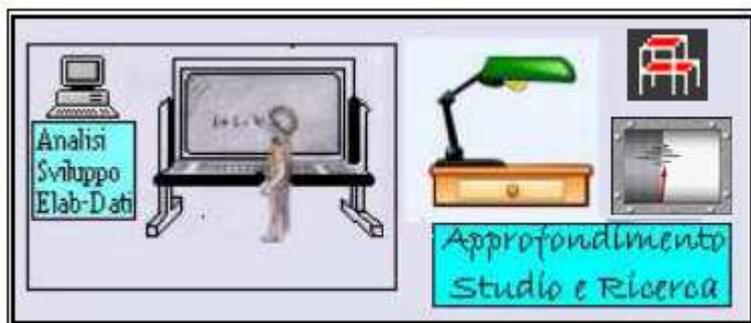
Va da sé, che a titolo dimostrativo, appresso vengono riportate solo le operazioni numeriche per il 1° e 2° STEP, mentre, per tutti gli altri punti che si susseguono, tenuto conto che le operazioni numeriche sono identiche, vengono riportati sinteticamente solo i rispettivi valori numerici ricavati e descritti come risultati finali, il tutto, al fine di eliminare trascrizioni ripetitive.

A tal uopo, ritengo cosa utile, riportare già quanto meglio descritto e rappresentato alle pagine 9-10-11 della mia Ricerca validata e pubblicata e dal prof. Aurelio Gherzi nel mese di (Aprile 2024), che appresso vengono riportate integralmente ai fini della contezza e controllo della problematica scientifica di che trattasi.

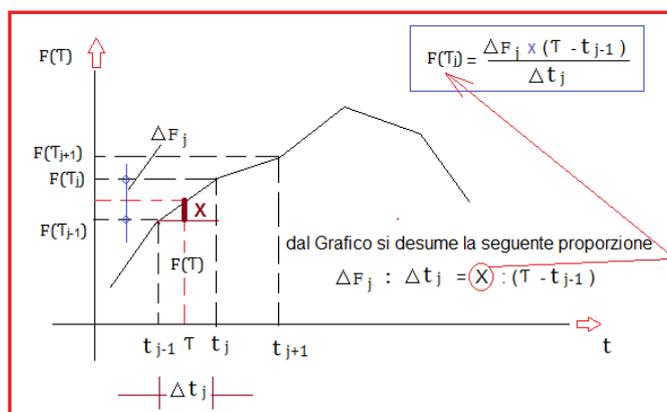
→ Seguono in corsivo, il riporto delle pagine 9-10-11 Ricerca → Aprile 2024

....Omissis.....Chiarito cosa c'è alla base del discorso sulle Forze Impulsive, adesso passiamo a trattare l'argomento relativo ad una forzante $F(t)$, rappresentata a mezzo di una successione di segmenti a tratti lineari.

Doverosamente tengo a precisare che anche per questa ricerca che mi appronto a presentare, le formule, appresso riportate, sono alla base della mia ricerca scientifica, e le stesse, sono state ricavate dalla consultazione ed approfondimento del Cap.5 riportato nel volume "Dinamica Strutturale Teoria e Calcolo" a cura del prof. Mario Paz professore di ingegneria civile Università di Louisville-Libreria DF Dario Flaccovio Editrice-



Nel nostro caso, supposto che la **forzante sia a tratti lineari** come da grafico che segue:



Dal grafico si ricava il valore $F(\tau)$ dato: $F(\tau) = F(t_{j-1}) + F(t_j) = F(t_{j-1}) + \frac{\Delta F_j}{\Delta t_j} \times (\tau - t_{j-1})$

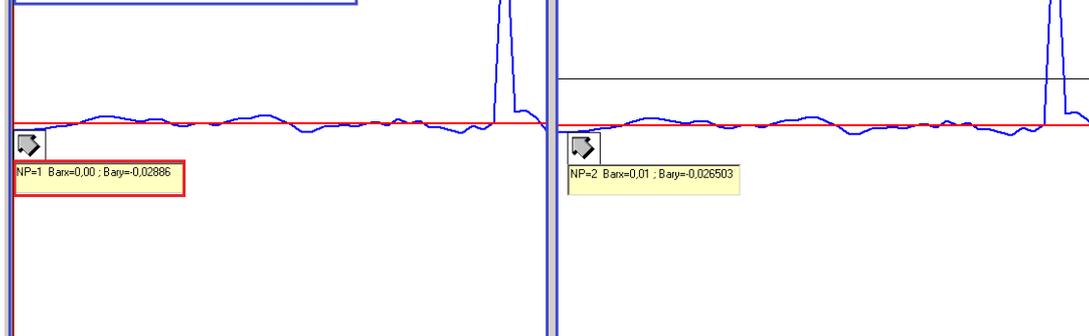
con $t_{j-1} \leq \tau \leq t_j$

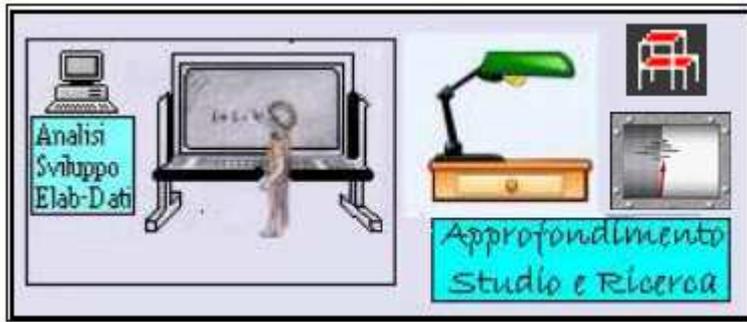
COORDINATE NUMERICHE TEMPO(sec) - ACCELERAZIONE SISMICA(m/sec²)

NP=1

Tempo	Forza	Accelerazione
1	0	-0,028860461

NP	Tempo (sec)	Acc (m/sec ²)
1	0,0000	-0,02886046089
2	0,0100	-0,02650342314
3	0,0200	-0,02195386224
4	0,0300	-0,01947441761





Incominciamo a fare il calcolo numerico partendo dalla soluzione banale e cioè mettendoci nel **punto origine di coordinate (0,0)**, dal quale avremo:

Dati di Calcolo →

$$T(1) = F(1)$$

$$T(1) = 0 \quad F(1) = -0,02886046089 \rightarrow \text{Valore Numerico riportato in Tabella al NP=1}$$

→ Soluzione banale

$$T(1) = 0$$

$$F(1) = -0,02886046089$$

$X(1) = -0,02886046089$ → applicando la formula appresso riportata ed il cui significato matematico, è stato già illustrato a pag.18/48 della mia Ricerca validata e pubblicata e dal prof. Aurelio Gheresi nel mese di (Aprile 2024). A tal uopo vedi anche il sito dell'Università di Catania <http://www.dica.unict.it/users/agheresi/Software>, dal quale il lettore può scaricare gratuitamente la ricerca di cui innanzi.

$$X(T) = F(\mathcal{C}) = F(T_{j-1}) + F(T_j) = F(T_{j-1}) + \frac{\Delta F_j}{\Delta t_j} \times (\mathcal{C} - t_{j-1}) \quad \text{con} \quad t_{j-1} \leq \tau \leq t_j$$

Poi, passiamo a calcolo numerico che appresso viene proposto e descritto numericamente in modo dettagliato, il tutto, calcolando nei vari punti P_i il relativo valore di $F(\mathcal{C})$ in corrispondenza dell'incremento temporale così come meglio rappresentato nei Dati di Calcolo che appresso vengono riportati:

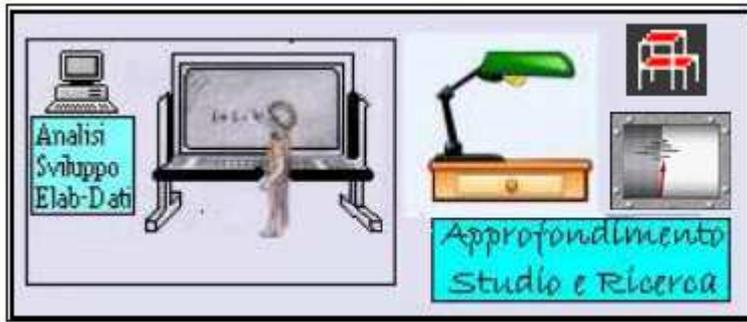
Dati di Calcolo →

$$T(2) = F(2)$$

$$T(2) = 0,01 \quad F(2) = -0,02650342314 \rightarrow \text{Valore Numerico riportato in Tabella al NP=2}$$

$$T(3) = F(3)$$

$$T(3) = 0,02 \quad F(3) = -0,02195386224 \rightarrow \text{Valore Numerico riportato in Tabella al NP=3}$$



Nel merito del **1° STEP di Calcolo** avremo i seguenti dati:

$$T_{2-1} = 0,01 \quad F(T_{2-1}) = F(2) = -0,02650342314$$

$$\Delta T = 0,05; \quad (\bar{C} - t_{j-1}) = \Delta T - T_{2-1} = 0,05 - 0,01 = 0,04$$

Dove 0,05 è pari al passo di tempo per Integrazione

$$T_3 = 0,02 \quad F(T_3) = F(3) = -0,02195386224$$

$$\Delta F_j = (F(3) - F(2)) * (\bar{C} - t_{j-1}) = (F(3) - F(2)) * 0,04 = 0,000181982436 \text{ Ok!!!}$$

$$\Delta F_j / (\bar{C} - t_{j-1}) = 0,000181982436 / 0,01 = 0,0181982436 \text{ Ok!!!}$$

Sviluppando il tutto si avrà come **Risultato Finale** →

$$X(2) = F(2) + [(F(3) - F(2)) * 0,04 / T(3) - T(2)] = \\ = -0,02650342314 + 0,0181982436 = -0,00830517954$$

$$X(2) = -0,00830517954 \text{ Ok!!!!!!!}$$

Dati di Calcolo →

$$T(3) = F(3)$$

$$T(3) = 0,02 \quad F(3) = -0,02195386224$$

$$T(4) = F(4)$$

$$T(4) = 0,03 \quad F(4) = -0,01847441261$$

Nel merito del **2° STEP di Calcolo** avremo i seguenti dati:

$$T_{3-1} = 0,02 \quad F(T_{3-1}) = F(3) = -0,02195386224$$

$$T_4 = 0,03 \quad F(T_4) = F(4) = -0,01847441261$$

$$(F(4) - F(3)) * 0,08 = [-0,01847441261 - (-0,02195386224)] * 0,08 =$$

$$= [(-0,01847441261 + 0,02195386224)] * 0,08 = 0,0002783559704$$

$$[(F(4) - F(3)) * 0,08 / T(4) - T(3)] = (F(4) - F(3)) * 0,08 / 0,01 = -0,0216755062696$$

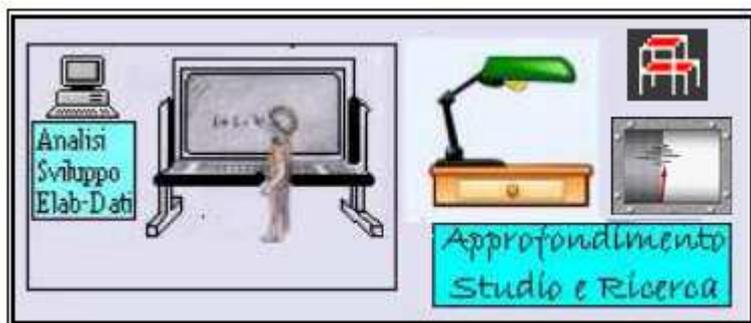
$$-0,02195386224 + [(-0,01847441261 - (-0,02195386224)) * 0,08]$$

Sviluppando il tutto si avrà come **Risultato Finale** →

$$X(3) = F(3) + [(F(4) - F(3)) * 0,08 / T(4) - T(3)] = 0,0058817348$$

$$X(3) = 0,0058817348 \text{ Ok!!!!!!!}$$

Così come innanzi premesso, e per tutti gli altri punti che si susseguono, Vedi Tabella delle Coordinate Numeriche a pag.2, appresso, si riportano sinteticamente solo i risultati finali dei valori numerici interpolati pari a 10, risultato che deriva dal rapporto $(T_{max}/\Delta t)$, il tutto, sia al fine di evitare trascrizioni ripetitive e pagine voluminose che allo stato devo ancora dattiloscrivere, ma anche e soprattutto per evitare e rendere agevole la lettura del presente lavoro



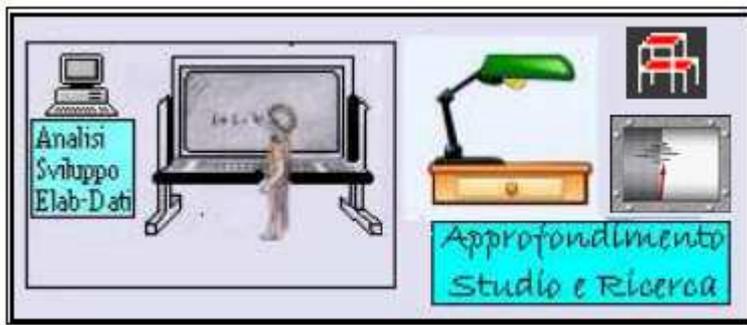
proponendo prevalentemente al lettore l'algoritmo delle calcolazioni numeriche in questione, e al contempo allegare i risultati, per chiunque volesse addentrarsi in tali operazioni ed entrare nel vivo del calcolo numerico operativo, sperimentandone l'essenza del calcolo operativo.

Si precisa che nella sintesi dei Risultati di Calcolo compare un undicesimo punto $F(11)=X(11)$, tutto ciò viene causato dal fatto che il calcolo operativo dell'operazione d'integrazione ha bisogno di un passo successivo altrimenti si va in errore.

Risultati finali relativi alle Forze impulsive interpolate del sistema

$F(1)= X(1)$	$F(2)= X(2)$
$F(1)= -0,02886046089$	$F(2)= -0,00830517954$
$X(1)= -0,02886046089$	$X(2)= -0,00830517954$
$F(3)= X(3)$	$F(4)= X(4)$
$F(3)= 0,0058817348$	$F(4)= 0,05818640803$
$X(3)= 0,0058817348$	$X(4)= 0,05818640803$
$F(5)= X(5)$	$F(6)= X(6)$
$F(5)= 0,05761838207$	$F(6)= 9,42541600700001E-02$
$X(5)= 0,05761838207$	$X(6)= 9,42541600700001E-02$
$F(7)= X(7)$	$F(8)= X(8)$
$F(7)= 0,33305595071$	$F(8)= 0,31411419839$
$X(7)= 0,33305595071$	$X(8)= 0,31411419839$
$F(9)= X(9)$	$F(10)= X(10)$
$F(9)= 0,13129656405$	$F(10)= -0,15889637228$
$X(9)= 0,13129656405$	$X(10)= -0,15889637228$
$F(11)= X(11)$	
$F(11)= -0,33961397078$	
$X(11)= -0,33961397078$	

Nel merito, al fine di dare un calcolo numerico come esempio semplice, lineare ed efficace alla problematica in esame, basta risolvere l'integrale appresso descritto, sostituendo all'interno della variabile (τ) i rispettivi valori di (T_i) e (T_{i-1}), e di conseguenza, calcolando l'intera espressione integranda pezzo per pezzo, si vanno a ricavare i rispettivi valori numerici relativi agli Integrali $I_j(T_i)$ e $I_j(T_1)$, così come appresso rappresentato e riportato:



1° punto di Eccitazione:

$$F(2)=-0,00830517954$$

$$T(2)=0,05$$

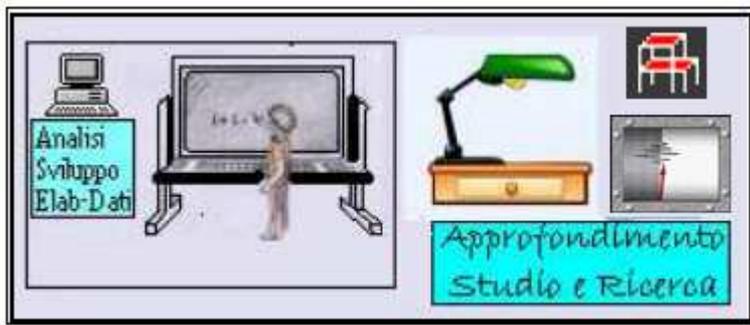
Algoritmo operativo relativo all'Integrale I_1

$$I_1 = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{\xi\omega\tau} \cos \omega\tau d\tau = \left[\frac{e^{\xi\omega\tau}}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} (\xi\omega \cos \omega\tau + \omega \text{sen} \omega\tau) \right]_{t_{i-1}}^{t_i}$$

$$I_1(T_i) = \frac{e^{\xi\omega T_i} (\xi\omega \cos(\omega T_i) + \omega \text{sen}(\omega T_i))}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2}$$

$$I_1(T_1) = \frac{e^{\xi\omega T_1} (\xi\omega \cos(\omega T_1) + \omega \text{sen}(\omega T_1))}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2}$$

$$\Delta I_1 = I_1(T_i) - I_1(T_1)$$



Calcolo Numerico step by step and piece by piece dell'espressione Integranda $\rightarrow I_1(T_i)$ e $I_1(T_1)$ -->

Ricordandoci che \rightarrow

ω_d è la frequenza smorzata del sistema ed è pari a

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

dove $\rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ e $\xi = \frac{c}{c_{crit}}$

Dove $c_{crit} = 2 m \times \omega$ è lo smorzamento critico ovvero quel valore tale per cui se $c \geq c_{crit}$ e $\xi \geq 1$ la struttura eccitata, torna al suo stato di equilibrio iniziale senza oscillazioni ;

Se $c \leq c_{crit}$ e $\xi < 1$ la struttura oscilla con ampiezze decrescenti avendo

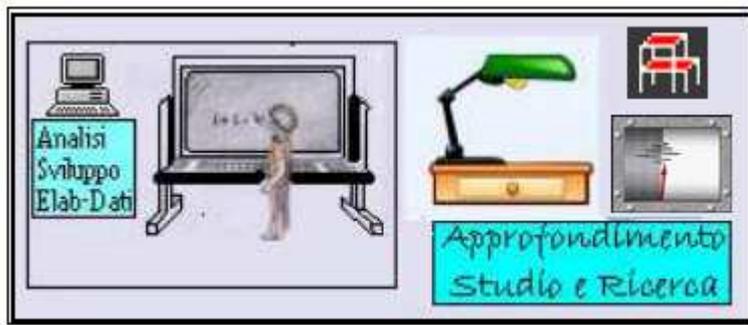
$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

ed il periodo proprio sarà pari a \rightarrow

$$T_d = \frac{T}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

Per quanto sopra, appresso si procede al Calcolo Numerico relativo ai vari STEP calcolando:

- 1) $I_1(T_i)$ e $I_1(T_1)$ ed il Calcolo Fattore (ΔI_1);**
- 2) $I_2(T_i)$ e $I_2(T_1)$ ed il Calcolo Fattore (ΔI_2);**
- 3) $I_3(T_i)$ e $I_3(T_1)$ ed il Calcolo Fattore (ΔI_3);**
- 4) $I_4(T_i)$ e $I_4(T_1)$ ed il Calcolo Fattore (ΔI_4);**



Procediamo nel calcolo Numerico che appresso viene descritto:

Step N° = 1

*****Valori di Calcolo di $I_1(T_i)$ e $I_1(T_1)$ Calcolo Fattore (ΔI_1) *****

Calcolo dell'Integrale $I_1(T_i)$ -->

Nel punto O Origine degli assi il valore della Forza in funzione del tempo è pari a:

Calcolo $FI=F(I+1)$ e $TI=T(I+1)$
 $F(1 + 1)=-0,00830517954$
 $T(1 + 1)=0,05$

Per cui si passa al procedimento di Calcolo Numerico $I_1(T_i)$

$\omega = \text{Sqr}(K / M) = 3,16227766016838 \rightarrow$ Frequenza Naturale = 3,162 Rad/sec

$C_{crit} = 2 * \text{Sqr}(K * M) = 63,2455532033676$

$\xi = 0,05$

$C = \xi * C_{crit} = 3,16227766016838$

$\omega_d = \omega * \text{Sqr}(1 - (\xi^2)) = 3,15832233947075 \rightarrow$ Frequenza Smorzata = 3,158 Rad/sec

$\xi * \omega_d = 0,158113883008419$

$TI = 0,05$

$(\xi * \omega_d * TI) = 7,90569415042095E-03$

$e^{(\xi * \omega_d * TI)} = 1,00793702666442$

$\omega_d = 3,15832233947075$

$\text{Cos}(\omega_d * TI) = 0,987557140091648$

$(\xi * \omega_d * \text{Cos}(\omega_d * TI)) = 0,15614649411258$

$\omega_d * \text{Sin}(\omega_d * TI) = 0,496679653462579$

$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$

Formula di Applicazione di Calcolo

$I_1(TI) = \text{Exp}(\xi * \omega_d * TI) * (\xi * \omega_d * \text{Cos}(\omega_d * TI) + \omega_d * \text{Sin}(\omega_d * TI)) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$
 --> $6,58007646115693E-02$

$\rightarrow I_1(T_i) = 6,58007646115693E-02$

Calcolo dell'Integrale $I_1(T_1)$ -->

Valori di Calcolo di $I_1(T_1)$ -->

$\xi * \omega_d = 0,158113883008419$

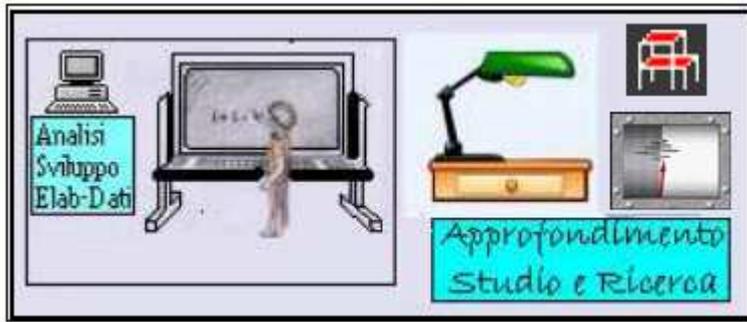
$T_1 = 0$

$(\xi * \omega_d * T_1) = 0$

$e^{(\xi * \omega_d * T_1)} = 1,00$

$\omega_d = 3,15832233947075$

$\text{Cos}(\omega_d * T_1) = 1$



$$\begin{aligned}
 (\xi * \omega_d * \text{Cos}(\omega_d * T1)) &= 0,158113883008419 \\
 \omega_d * \text{Sin}(\omega_d * T1) &= 0 \\
 (\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 &= 10 \\
 I1(T1) &= \text{Exp}(\xi * \omega_d * T1) * (\xi * \omega_d * \text{Cos}(\omega_d * T1) + \omega_d * \text{Sin}(\omega_d * T1)) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) \\
 &\rightarrow 1,58113883008419E-02
 \end{aligned}$$

$$\rightarrow I_1(T_1) = 1,58113883008419E-02$$

$$\rightarrow \Delta I_1 = I_1(T_i) - I_1(T_1) \rightarrow 4,99893763107274E-02$$

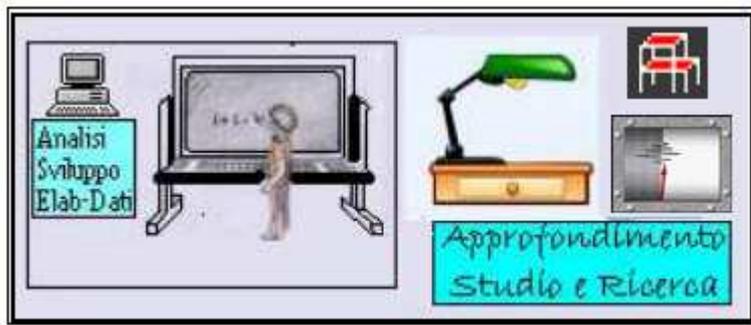
Algoritmo operativo relativo all'Integrale I_2

$$I_2 = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{\xi \omega \tau} \text{sen} \omega_d \tau d\tau = \left[\frac{e^{\xi \omega \tau}}{(\xi \omega)^2 + \omega_d^2} (\xi \omega \text{sen} \omega_d \tau - \omega_d \text{cos} \omega_d \tau) \right]_{t_{i-1}}^{t_i}$$

$$I_2(T_i) = \frac{e^{\xi \omega T_i} (\xi \omega \text{sen}(\omega_d T_i) - \omega_d \text{cos}(\omega_d T_i))}{(\xi \omega)^2 + \omega_d^2}$$

$$I_2(T_1) = \frac{e^{\xi \omega T_1} (\xi \omega \text{sen}(\omega_d T_1) - \omega_d \text{cos}(\omega_d T_1))}{(\xi \omega)^2 + \omega_d^2}$$

$$\Delta I_2 = I_2(T_i) - I_2(T_1)$$



Segue Calcolo Numerico con Step N° = 1

*****Valori di Calcolo di $I_2(T_i)$ e $I_2(T_1)$ Calcolo Fattore (ΔI_2)*****

Calcolo Numerico step by step and piece by piece dell'espressione Integranda $\rightarrow I_2(T_i)$ e $I_2(T_1)$ -->

Calcolo dell'Integrale $I_2(T_i)$ -->

$$\xi * \omega_d = 0,158113883008419$$

$$T_i = 0,05$$

$$(\xi * \omega_d * T_i) = 7,90569415042095E-03$$

$$\text{Exp}(\xi * \omega_d * T_i) = 1,00793702666442$$

$$\omega_d = 3,15832233947075$$

$$\text{Sin}(\omega_d * T_i) = 0,157260595999143$$

$$(\xi * \omega_d * \text{Sin}(\omega_d * T_i)) = 2,48650834776428E-02$$

$$\omega_d * \text{Cos}(\omega_d * T_i) = 3,1190237770553$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$I_2(T_i) = \text{Exp}(\xi * \omega_d * T_i) * (\xi * \omega_d * \text{Sin}(\omega_d * T_i) - \omega_d * \text{Cos}(\omega_d * T_i)) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$$

$$\rightarrow -0,311871711363253$$

$$\rightarrow I_2(T_i) = -0,311871711363253$$

Calcolo dell'Integrale $I_2(T_1)$ -->

Valori di Calcolo di $I_2(T_1)$ -->

$$\xi = 0,05 \quad \omega_d = 3,15832233947075 \text{ per cui il prodotto}$$

$$\rightarrow (\xi * \omega_d) = 0,158113883008419$$

Essendo $T_1 = 0$ si avrà

$$T(0) = T_1 = 0 \text{ avremo } \rightarrow (\xi * \omega_d * T_1) = 0$$

$$e^{(\xi * \omega_d * T_1)} = 1,00$$

$$\text{sen}(\omega_d * T_1) = 0,00$$

$$(\xi * \omega_d) * \text{sen}(\omega_d * T_1) = 0,00$$

$$\omega_d * \text{cos}(\omega_d * T_1) = 3,15832233947075$$

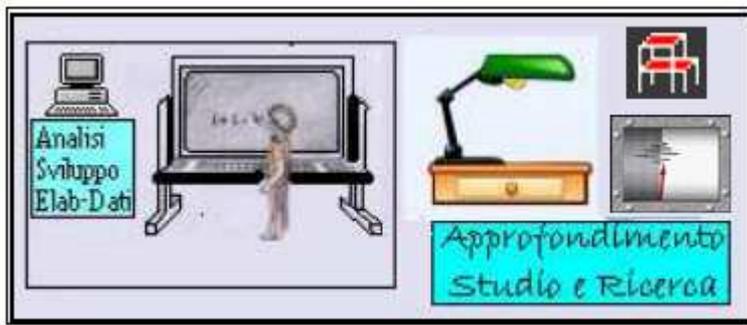
$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$I_2(T_1) = \text{Exp}(\xi * \omega_d * T_1) * (\xi * \omega_d * \text{Sin}(\omega_d * T_1) - \omega_d * \text{Cos}(\omega_d * T_1)) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$$

$$\rightarrow -0,315832233947075$$

$$\rightarrow I_2(T_1) = -0,315832233947075$$

$$\rightarrow \Delta I_2 = I_2(T_i) - I_2(T_1) \rightarrow 3,96052258382246E-03$$



Algoritmo operativo relativo all'Integrale I_3

$$I_3 = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \tau e^{\xi\omega\tau} \operatorname{sen}\omega\tau d\tau = \left[\tau - \frac{\xi\omega}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} (I_2) + \frac{\omega d}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} (I_1) \right]_{t_{i-1}}^{t_i}$$



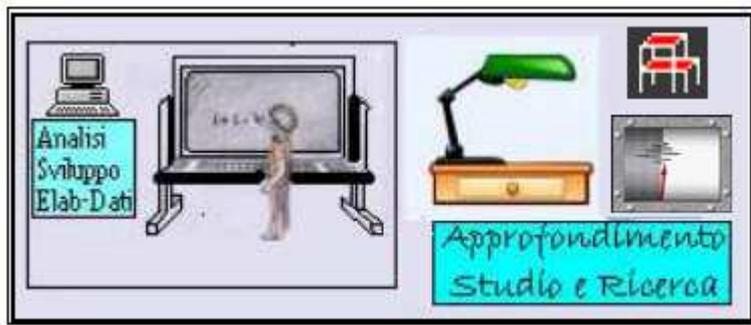
$$I_3(T_i) = \frac{(T_i) \times I_2(T_i) - \xi\omega \times I_2(T_i)}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} + \frac{\omega d}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} I_1(T_i)$$



$$I_3(T_1) = \frac{(T_1) \times I_2(T_1) - \xi\omega \times I_2(T_1)}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} + \frac{\omega d}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} I_1(T_1)$$



$$\Delta I_3 = I_3(T_i) - I_3(T_1)$$



Segue Calcolo Numerico con Step N° = 1

*****Valori di Calcolo di $I_3(T_i)$ e $I_3(T_1)$ Calcolo Fattore (ΔI_3)*****

Calcolo Numerico step by step and piece by piece dell'espressione Integranda $\rightarrow I_3(T_i)$ e $I_3(T_1)$ -->

Valori di Calcolo di $I_3(T_i)$ -->

$$T_i = 0,05$$

$$I_2(T_i) = -0,315832233947075$$

$$T_i * I_2(T_i) = -1,57916116973538E-02$$

$$\xi = 0,05 \quad \omega_d = 3,15832233947075 \text{ per cui il prodotto}$$

$$(\xi * \omega_d) = 0,158113883008419$$

$$(\xi * \omega_d) * I_2(T_i) = -4,99374608885954E-02$$

$$T_i * I_2(T_i) - (\xi * \omega_d * I_2(T_i)) = 3,41458491912417E-02$$

$$I_1(T_i) = 1,58113883008419E-02$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$I_1(T_i) = 1,58113883008419E-02$$

$$\omega_d * I_1(T_i) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) = 4,99374608885954E-03$$

$$I_3(T_i) = T_i * I_2(T_i) - \xi * \omega * I_2(T_i) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) + \omega_d * I_1(T_i) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$$

$$\rightarrow -5,80411951963467E-03$$

$$\rightarrow I_3(T_i) = -5,80411951963467E-03$$

Essendo $T_1=0$ si avrà

$$T(0) = T_1 = 0 \text{ avremo } \rightarrow (\xi * \omega_d * T_1) = 0$$

$$e^{(\xi * \omega_d * T_1)} = 1,00$$

$$I_2(T_1) = -0,315832233947075$$

$$T_1 * I_2(T_1) = 0$$

$$\xi * \omega_d = 0,158113883008419$$

$$I_2(T_1) = -0,315832233947075$$

$$\xi * \omega_d * I_2(T_1) = -4,99374608885954E-02$$

$$T_1 * I_2(T_1) - \xi * \omega_d * I_2(T_1) = 4,99374608885954E-02$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$\omega_d = 3,15832233947075$$

$$I_1(T_1) = 1,58113883008419E-02$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

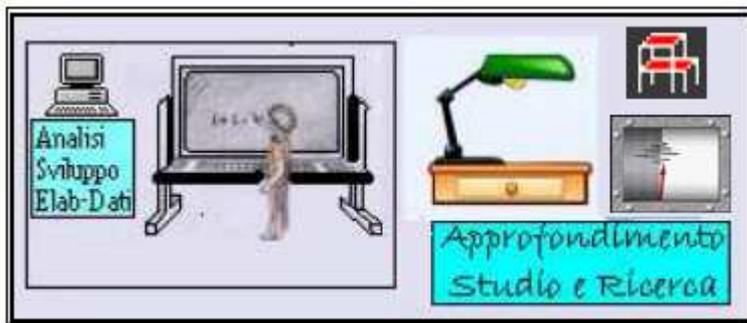
$$\omega_d * I_1(T_1) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) = 4,99374608885954E-03$$

$$I_3(T_1) = T_1 * I_2(T_1) - \xi * \omega_d * I_2(T_1) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) + \omega_d * I_1(T_1) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$$

$$\rightarrow 9,98749217771909E-03$$

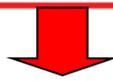
$$\rightarrow I_3(T_1) = 9,98749217771909E-03$$

$$\rightarrow \Delta I_3 = I_3(T_i) - I_3(T_1) \rightarrow -1,57916116973538E-02$$



Algoritmo operativo relativo all'Integrale I_4

$$I_4 = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \tau e^{\xi\omega\tau} \cos\omega\lambda d\tau = \left[\tau - \frac{\xi\omega}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} (I_1) - \frac{\omega d}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} (I_2) \right]_{t_{i-1}}^{t_i}$$



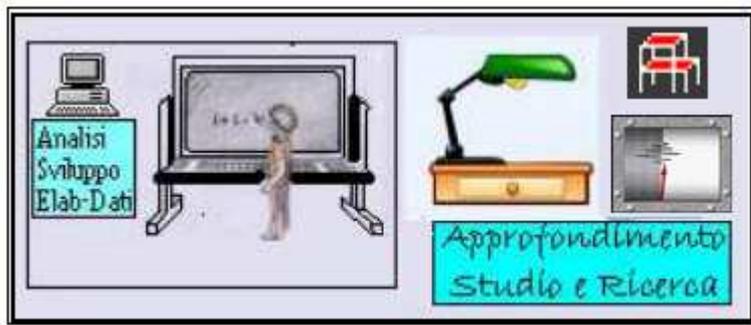
$$I_4(T_i) = \frac{(T_i) \times I_1(T_i) - \xi\omega \times I_1(T_i)}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} + \frac{\omega d}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} I_2(T_i)$$



$$I_4(T_1) = \frac{(T_1) \times I_1(T_1) - \xi\omega \times I_1(T_1)}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} + \frac{\omega d}{(\xi\omega)^2 + \omega d^2} I_2(T_1)$$



$$\Delta I_4 = I_4(T_i) - I_4(T_1)$$



Segue Calcolo Numerico con Step N° = 1

Step N° = 1

*****Valori di Calcolo di $I_4(T_i)$ e $I_4(T_1)$ Calcolo Fattore (ΔI_4)*****

Calcolo Numerico step by step and piece by piece dell'espressione Integranda $\rightarrow I_4(T_i)$ e $I_4(T_1)$ -->

$$T_i = 0,05$$

$$I_1(T_i) = 1,58113883008419E-02$$

$$T_i * I_1(T_i) = 7,90569415042095E-04$$

$$\xi = 0,05 \quad \omega_d = 3,15832233947075 \text{ per cui il prodotto}$$

$$(\xi * \omega_d) = 0,158113883008419$$

$$(\xi * \omega_d) * I_1(T_i) = 0,0025$$

$$T_i * I_1(T_i) - (\xi * \omega_d) * I_1(T_i) = -1,70943058495791E-03$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$\omega_d = 3,15832233947075$$

$$I_2(T_i) = -0,315832233947075$$

$$\omega_d * I_2(T_i) / (\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = -0,09975$$

$$I_4(T_i) = T_i * I_1(T_i) - \xi * \omega_d * I_1(T_i) / (\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 - \omega_d * I_2(T_i) / (\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2$$

$$\rightarrow 0,100290569415042$$

$$\rightarrow I_4(T_i) = 0,100290569415042$$

Essendo $T_1 = 0$ si avrà

$$T(0) = T_1 = 0 \text{ avremo } \rightarrow (\xi * \omega_d) = 1,58113883008419$$

$$I_1(T_1) = 1,58113883008419E-02$$

$$\omega_d * I_2(T_1) = -0,9975$$

$$T_1 * I_1(T_1) - (\xi * \omega_d) * I_1(T_1) = -0,0025$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$\omega_d = 3,15832233947075$$

$$I_2(T_1) = -0,315832233947075$$

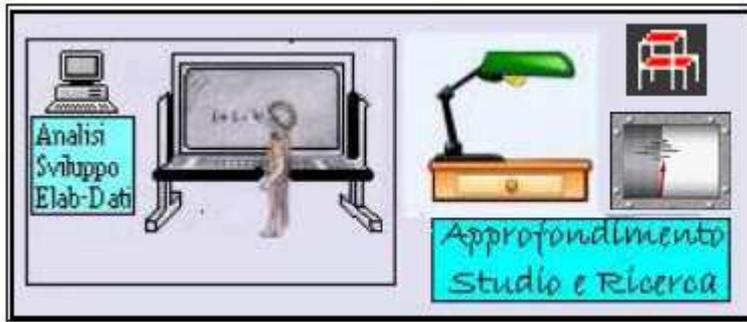
$$\omega_d * I_2(T_1) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) = -0,09975$$

$$I_4(T_1) = T_1 * I_1(T_1) - \xi * \omega_d * I_1(T_1) / (\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 - \omega_d * I_2(T_1) / (\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2$$

$$\rightarrow 0,0995$$

$$\rightarrow I_4(T_1) = 0,0995$$

$$\rightarrow \Delta I_4 = I_4(T_i) - I_4(T_1) \rightarrow 7,90569415042085E-04$$



Calcolo Numerico dello Spostamento $x(t)$

$$x(t) = \frac{e^{-\xi\omega t}}{m\omega d} [Ad(t) \sin \omega t - Bd(t) \cos \omega t]$$

Prima di addentrarci nel calcolo numerico, provvedo a fare una ricognizione dei dati preparatori per il calcolo dello **spostamento $x(t)$** come appresso riportati:

*******Dati di Calcolo dello SPOSTAMENTO X(t)*******

FORMULA DI CALCOLO

$$X(t) = \text{Exp}(-\xi*\omega d * TI) * (Ad(t) * \text{Sin}(\omega d * TI) - Bd(t) * \text{Cos}(\omega d * TI)) / (M * \omega d)$$

*****Dati di 1° Termine -> $\text{Exp}(-\xi*\omega d * TI)$ *****

$$\xi=0,05 \quad \omega d=3,15832233947075 \quad TI=0,05 \quad \xi*\omega d =0,157916116973538$$

$$(\xi*\omega d * TI) =7,89580584867688E-03 \quad \text{Exp}(-\xi*\omega d * TI) = 0,992135284145658$$

*****Dati di 2° Termine -> $(Ad(t) * \text{Sin}(\omega d * TI))$ *****

$$\omega d=3,15832233947075 \quad TI=0,05 \quad (\omega d*TI)=0,157916116973538$$

$$\text{Sin}(\omega d * TI)=0,157260595999143 \quad Ad(t)=-1,11770890487334E-03$$

$$(Ad(t) * \text{Sin}(\omega d * TI) = -1,75771568533931E-04$$

*****Dati di 3° Termine -> $(Bd(t) * \text{Cos}(\omega d * TI))$ *****

$$\omega d=3,15832233947075 \quad TI=0,05 \quad (\omega d * TI) = 0,157916116973538$$

$$\text{Cos}(\omega d * TI) = 0,987557140091648 \quad Bd(t) = -6,60632293531552E-03$$

$$(Bd(t) * \text{Cos}(\omega d * TI) = -6,52412138452205E-03$$

*****Calcolo del Primo Prodotto -> $(Ad(t) * \text{Sin}(\omega d * TI)) = -1,75771568533931E-04$

*****Calcolo del Secondo Prodotto -> $(Bd(t) * \text{Cos}(\omega d * TI)) = -6,52412138452205E-03$

*****Calcolo Differenza -> $(Ad(t) * \text{Sin}(\omega d * TI) - Bd(t) * \text{Cos}(\omega d * TI))$

$$\rightarrow 6,34834981598812E-03$$

Calcolo del Denominatore -> $(M * \omega d) = 31,5832233947075$

Calcolo Finale del Numeratore $\text{Exp}(-\xi*\omega d * TI) * (Ad(t) * \text{Sin}(\omega d * TI) - Bd(t) * \text{Cos}(\omega d * TI))$

$$\rightarrow 6,29842184854141E-03$$

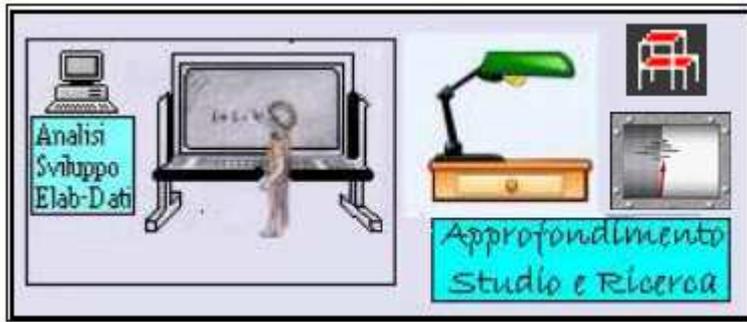
*****Calcolo Finale dello Spostamento $Y = 6,29835956815358E-03 / 31,5832233947075$

$$X(t) = \text{Exp}(-\xi*\omega d * TI) * (Ad(t) * \text{Sin}(\omega d * TI) - Bd(t) * \text{Cos}(\omega d * TI)) / (M * \omega d)$$

$$\rightarrow 1,99421049885903E-04$$

*****FINE DEL CALCOLO DELLO SPOSTAMENTO *****

Dove **Ad(t)** e **Bd(t)** vengono calcolati con le formule che appresso vengono rappresentate:



$$Ad(ti) = Ad(ti-1) + \left[F(ti-1) - t_{i-1} \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} \right] I_1 + \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} I_4$$

$$Bd(ti) = Bd(ti-1) + \left[F(ti-1) - t_{i-1} \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} \right] I_2 + \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} I_3$$

Segue il Calcolo Numerico dei parametri contenuti nelle stesse formule innanzi descritte:

FI=F(I+1) e TI=T(I+1)

F(1+1)=F(2)= X(2)= -0,00830517954 al T(I+1)=T(2)=0,05

F(I)=F(1)= -0,02886046089 al T(I-1)=0 che corrisponde al 1° punto di Eccitazione del Sisma

Calcolo DFII , DTI , FT

Valori di FI=-0,00830517954

Valori di F1=-0,02886046089

$\Delta FI = -0,00830517954 - (-0,02886046089) = 0,02055528135$

Valori di TI=0,05

Valori di T1=0

$\Delta TI = 0,05 - 0,00 = 0,05$

Valori Finale $\Delta FI = 0,02055528135$

Valori Finale $\Delta TI = 0,05$

$FT = \Delta FI / \Delta TI = 0,02055528135 / 0,05 = 0,411105627$

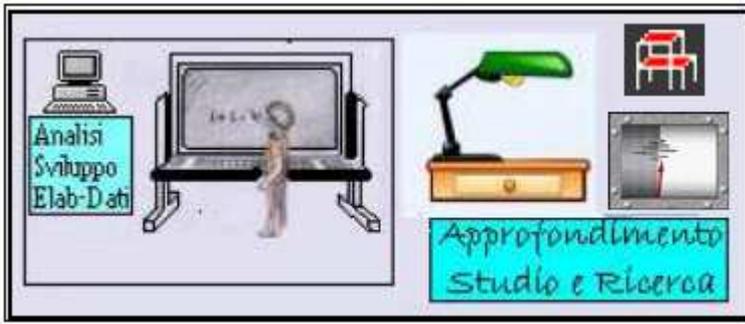
$FATT = [F(TI-1) - (TI-1) \times (\Delta FI / \Delta TI)]$

$FATT = -0,02886046089 - 0 \times 0,411105627 = -0,02886046089$

Dove FATT →

$$FATT = \left[F(ti-1) - t_{i-1} \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} \right]$$

e di conseguenza in funzione delle formule già sopra-descritte, appresso oltre a riportare la Formula di **Ad(ti)** per comodità di lettura, riporto anche la simbologia dei due termini di calcolo (1° e 2°), che ad avviso del sottoscritto, può agevolare la comprensione utilizzata, nel calcolo numerico appresso rappresentato:



$$Ad(t_i) = Ad(t_{i-1}) + \left[F(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right] I_1 + \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} I_4$$

FATT
↓

ΔI_1 ΔI_4
↓ ↓

$$Bd(t_i) = Bd(t_{i-1}) + \left[F(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right] I_2 + \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} I_3$$

Dove ricordiamoci: che ΔI_1 e ΔI_4 si riferiscono ad I_1 e I_4 che sono degli Integrali definiti (vedi pag.31/46 e seguenti → mia Ricerca pubblicata ad Aprile 2024 prof.Gherzi), così come peraltro anche per ΔI_2 e ΔI_3 che si riferiscono ad I_2 e I_3 .

*******QUADRO SINTETICO RIEPILOGATIVO DATI di CALCOLO*******

FI= -0,00830517954 TI=0,05 ΔFI =0,02055528135 ΔTI= 0,05 FT=0,411105627

FATT= -0,02886046089

$\Delta I_1 = 4,99893763107274E-02$

$\Delta I_2 = 3,96052258382246E-03$

$\Delta I_3 = -1,57916116973538E-02$

$\Delta I_4 = 7,90569415042089E-04$

Calcolo 1° e 2° termine della Formula Ad(ti)

$$1^\circ \text{ Termine di Calcolo } \left[F(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right] I_1$$

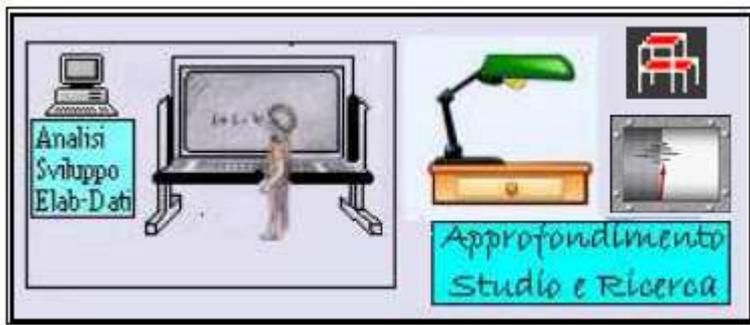
FATT
↓

ΔI_1
↓

$$2^\circ \text{ Termine di Calcolo } \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} I_4$$

ΔI_4
↓

Calcolo 1° e 2° termine della Formula Bd(ti)



$$\begin{array}{c} \text{FATT} \\ \downarrow \\ \Delta I_2 \\ \downarrow \\ \text{1° Termine di Calcolo} \quad \left[F(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right] I_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \Delta I_3 \\ \downarrow \\ \text{2° Termine di Calcolo} \quad \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} I_3 \end{array}$$

Calcolo --> **1° Termine** $A(t_i) = \text{FATT} * \Delta I_1$
1° Termine $B(t_i) = \text{FATT} * \Delta I_2$

Prodotto $\Delta I_1 * \text{FATT} = 4,99893763107274\text{E-}02 * (-0,02886046089) = -1,44271643993124\text{E-}03$

Prodotto $\Delta I_2 * \text{FATT} = 3,96052258382246\text{E-}03 * (-0,02886046089) = -1,1430250713437\text{E-}04$

Valore Finale $\Delta I_1 = I_1 = -1,44271643993124\text{E-}03$

Valore Finale $\Delta I_2 = I_2 = -1,1430250713437\text{E-}04$

$FT = \Delta FI / \Delta TI = 0,02055528135 / 0,05 = 0,411105627$

Segue Calcolo delle Somme di →

$\Delta I_2 = \Delta I_2 + (\Delta FI / \Delta TI) * \Delta I_3$

$\Delta I_1 = \Delta I_1 + (\Delta FI / \Delta TI) * \Delta I_4$

Riporto Dati di Calcolo già calcolati →

$FT = \Delta FI / \Delta TI = 0,02055528135 / 0,05 = 0,411105627 \rightarrow FT = 0,411105627$

$\Delta I_3 = I_3 = -1,57916116973538\text{E-}02$

$\Delta I_4 = I_4 = 7,90569415042089\text{E-}04$

Calcolo numerico (b → ΔI_2)

$\Delta I_2 = \Delta I_2 + (\Delta FI / \Delta TI) * \Delta I_3$

$\Delta I_2 = -1,1430250713437\text{E-}04 + 0,411105627 * -1,57916116973538\text{E-}02 =$

$= -6,60632293531552\text{E-}03$

Calcolo numerico (a → ΔI_1)

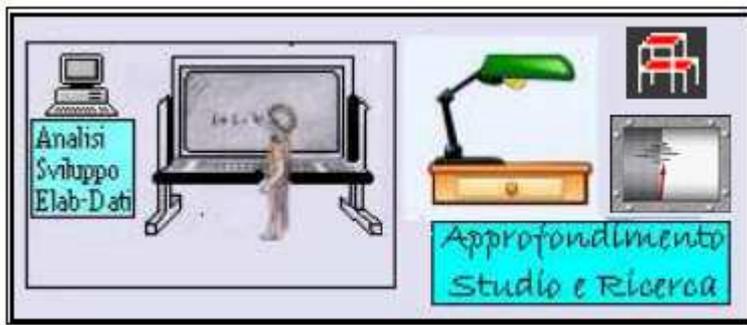
$\Delta I_1 = \Delta I_1 + (\Delta FI / \Delta TI) * \Delta I_4$

$\Delta I_1 = -1,44271643993124\text{E-}03 + 0,411105627 * 7,90569415042089\text{E-}04 =$

$= -1,11770890487334\text{E-}03$

$Ad(t_i)$ Prec Ciclo N° = 0 --> Valore $Ad(t_i)$ Prec = 0

$Bd(t_i)$ Prec Ciclo N° = 0 --> Valore $Bd(t_i)$ Prec = 0



$$Ad(t_i) = Ad(t_i) + \Delta I_1$$

$$Bd(t_i) = Bd(t_i) + \Delta I_2$$

$$Ad(t_i)_{Attuale} = -1,11770890487334E-03$$

$$Bd(t_i)_{Attuale} = -6,60632293531552E-03$$

Dalla formula di cui sopra, risulta evidente, che conosciamo tutti i parametri numerici della stessa formula, per cui sostituendo gli stessi, dal calcolo numerico del **1° Step** per **Ad(t_i)** avremo:

$$\Delta I1(1^\circ \text{ Step}) = \Delta I1(1^\circ \text{ Step}) + (\Delta F / \Delta T) * \Delta I_4 = -1,11770890487334E-03 \quad \text{Ok!!!}$$

Mentre per effetto della formula

$$Bd(t_i) = Bd(t_i - 1) + \left[F(t_i - 1) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right] I_2 + \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} I_3$$

$$\Delta I2(1^\circ \text{ Step}) = \Delta I2(1^\circ \text{ Step}) + (\Delta F / \Delta T) * \Delta I_3 = -6,60632293531552E-03 \quad \text{Ok!!!}$$

Faccio una precisazione che l'analisi è fatta attraverso la storia temporale del fenomeno relativo all'onda sismica, ed è del tipo time-hystory al fine di tener conto della storia prima e dopo della funzione f(t) (before and after history of the mathematical).

Adesso al fine di tener conto della storia prima e dopo della funzione f(t), passeremo al calcolo numerico di Ad(t_{i-1}) e Bd(t_{i-1}) come appresso si riporta:

$$Ad(t_{i-1}) (1^\circ \text{ Step}) = Ad(t_{i-1}) (\text{Soluzione Banale}) + \Delta I_1 (1^\circ \text{ Step})$$

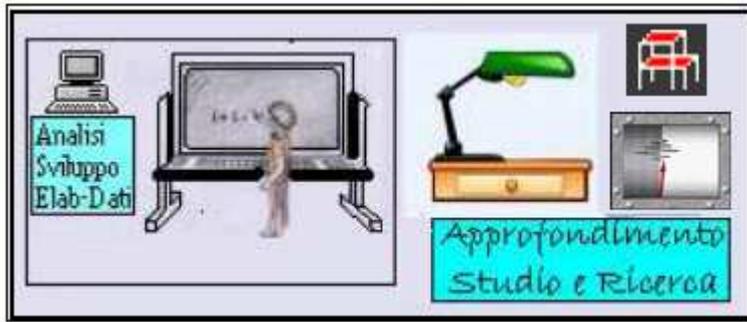
$$Bd(t_{i-1}) (1^\circ \text{ Step}) = Bd(t_{i-1}) (\text{Soluzione Banale}) + \Delta I_2 (1^\circ \text{ Step})$$

E tenuto conto che relativamente alla soluzione banale (calcolo nel Punto Origine Assi) Ad(t_{i-1}) e Bd(t_{i-1}) sono entrambi pari a zero, in definitiva si ha :

$$Ad(t_{i-1}) (1^\circ \text{ Step}) = -1,11770890487334E-03$$

$$Bd(t_{i-1}) (1^\circ \text{ Step}) = -6,60632293531552E-03$$

Per cui, alla luce del calcolo numerico relativo a tutti i parametri contenuti nella formula dello spostamento che sopra è stata rappresentata, in definitiva si riporta per comodità di lettura il



Calcolo dello spostamento $x(t_i)$ che numericamente è pari a :

$$x(t_i) = \frac{e^{-\xi \omega_d t_i}}{m \omega_d} [A_d(t_i) \sin \omega_d t_i - B_d(t_i) \cos \omega_d t_i]$$

$x(t_i) = 1,99421049885903E-04$ Ok!!!! Verificato

Calcolo della Velocità che numericamente è pari a :

$v = 2,44115518608173E-04$

ottenuto dai dati che seguono:

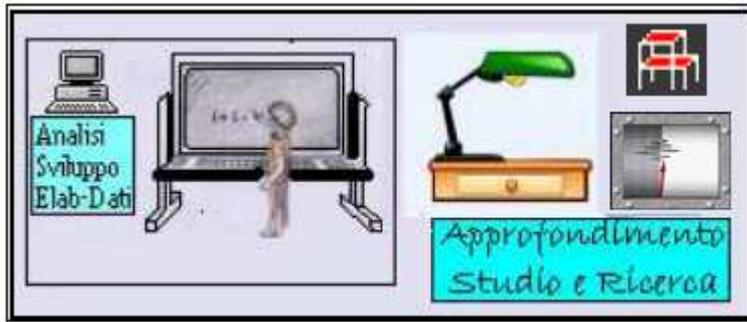
Dati: $\xi = 0,05$; $\omega = 3,16227766016838$; $\omega_d = 3,1583223394$; $T_i = 0,05$; $M = 100$
 $(\xi * \omega_d * T_i) = 7,89580584867688E-03$ ($\xi * \omega_d$) = $0,157916116973538$;
 $e^{-(\xi * \omega_d) * T_i} = e^{(-0,15791611 * 0,05)} = 0,992125$
 $A_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{ Step})} = -1,11770890487334E-03$; $B_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{ Step})} = -6,60632293531552E-03$

Anche in questo caso, sostituendo nelle relazioni che di nuovo si riportano per controllo di rapidità di calcolo, ed eseguendo le operazioni numeriche che appresso vengono dettagliatamente riportate si ha:

RAPPRESENTAZIONE DELLE FORMULE UTILIZZATE PER IL CALCOLO →

$$v = \frac{e^{-\xi \omega_d t_i}}{m \omega_d} \left[\underbrace{(\omega_d * w - \xi \omega_d k)}_{1^\circ \text{ termine in seno}} \sin \omega_d t_i + \underbrace{(\omega_d * k + \xi \omega_d w)}_{2^\circ \text{ termine in coseno}} \cos \omega_d t_i \right]$$





$$v = \frac{e^{-\xi \omega_d t}}{m \omega_d} \left[(\omega_d * w - \xi \omega_d k) \text{sen} \omega_d t + (\omega_d * k + \xi \omega_d w) \text{cos} \omega_d t \right]$$

↑
↑
Isen
Icos

$$v = \frac{e^{-\xi \omega_d t}}{m \omega_d} [\text{Isen} + \text{Icos}]$$

DETTAGLIO DI CALCOLO NUMERICO →

***** Inizio Calcolo del 1° Termine (Isen) *****

***Calcolo Isen = $[(\omega_d * B_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{Step})}) - ((\xi * \omega_d) * A_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{Step})})] * \text{sen}(\omega_d * T_i)$ ->

Dati di Calcolo per (Isen)->

$\omega_d = 3,15832233947075$

$B_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{Step})} = -6,60632293531552E-03$

$(\xi * \omega_d) = 0,157916116973538$ $A_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{Step})} = -1,11770890487334E-03$

Calcolo 1°Parziale-> $(\omega_d * B_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{Step})}) = 3,15832233947075 * -6,60632293531552E-03$
 $= -0,020864897308365$

Calcolo 2°Parziale-> $(\omega_d * A_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{Step})}) = 0,05 * 3,15832233947075 * -1,11770890487334E-03$
 $= -1,76504250164343E-04$

Calcolo Differenza -> 1°Parziale - 2°Parziale =

$= -0,020864897308365 - (-1,76504250164343E-04) = -2,06883930582006E-02$

Calcolo del Termine $\text{Sin}(\omega_d * T_i) = \text{Sin}(3,15832233947075 * 0,05) = 0,157260595999143$

Calcolo del Prodotto $(\omega_d * B_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{Step})} - \xi * \omega_d * A_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{Step})}) * \text{Sin}(\omega_d * T_i)$ ->
 $-0,020864897308365 - (-1,76725295022611E-04) * \text{Sin}(3,15832233947075 * 0,05) =$
 $= -3,25346902259718E-03$

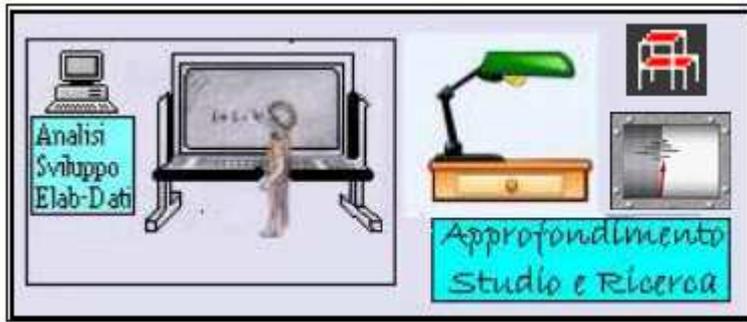
Pertanto Concludendo il 1° Termine

$\text{Isen} = [(\omega_d * B_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{Step})}) - ((\xi * \omega_d) * A_d(t_i-1)_{(1^\circ \text{Step})})] * \text{sen}(\omega_d * T_i)$

→ $\text{Isen} = -3,25343426095102E-03$

***** Fine Calcolo del 1° Termine (Isen) *****





SEGUE→

***** **Inizio Calcolo del 2° Termine (Icos)** *****

*****Calcolo Icos = $[(\omega_d * Ad(ti-1)_{(1^\circ Step)}) + ((\xi * \omega_d) * Bd(ti-1)_{(1^\circ Step)})] * \cos(\omega_d * Ti)$

$\omega_d = 3,15832233947075$ $Ad(ti-1)_{(1^\circ Step)} = -1,11770890487334E-03$

$\xi * \omega_d = 0,157916116973538$ $Bd(ti-1)_{(1^\circ Step)} = -6,60632293531552E-03$

segue Calcolo 1° e 2° Parziale

1° Parziale -> $(\omega_d * Ad(ti-1)_{(1^\circ Step)}) = 3,15832233947075 * -1,11770890487334E-03 = -3,53008500328686E-03$

Calcolo

2° Parziale -> $(\xi * \omega_d * Bd(ti-1)_{(1^\circ Step)}) = 0,05 * 3,15832233947075 * -6,60632293531552E-03 = -1,04324486541825E-03$

Calcolo Somma $(\omega_d * Ad(ti-1)_{(1^\circ Step)} + \xi * \omega_d * Bd(ti-1)_{(1^\circ Step)}) * \cos(\omega_d * Ti) ->$
 $= -3,53008500328686E-03 + -1,04324486541825E-03 = -4,57332986870511E-03$

Calcolo del Termine $\cos(\omega_d * Ti) = \cos(3,15832233947075 * 0,05) = 0,987557140091648$

Calcolo del Prodotto $(\omega_d * Ad(ti-1)_{(1^\circ Step)} + \xi * \omega_d * Bd(ti-1)_{(1^\circ Step)}) * \cos(\omega_d * Ti) ->$
 $= -3,53008500328686E-03 + -1,04324486541825E-03 * \cos(3,15832233947075 * 0,05) = -4,51642456583413E-03$

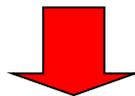
Pertanto Concludendo il 2° Termine

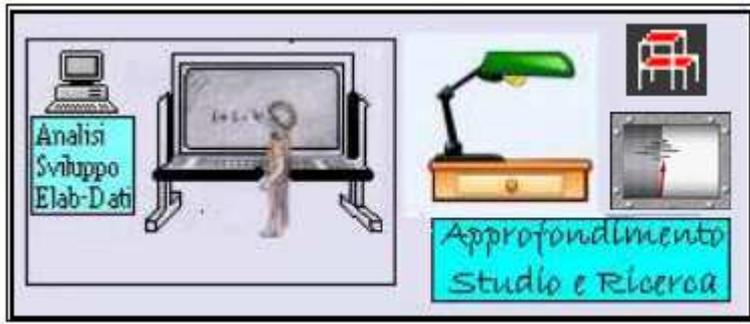
$Icos = [(\omega_d * Ad(ti-1)_{(1^\circ Step)}) + ((\xi * \omega_d) * Bd(ti-1)_{(1^\circ Step)})] * \cos(\omega_d * Ti)$

→ $Icos = -4,51771481545143E-03$

***** **Fine Calcolo del 2° Termine (Icos)** *****

ADESSO PASSIAMO AL CALCOLO DELLA VELOCITA'→





****Calcolo della Velocità (V)****

FORMULE UTILIZZATE PER IL CALCOLO NUMERICO→

$$v = \frac{e^{-\xi \omega_d t}}{\omega_d} [I \sin + I \cos]$$

Riepilogo dei Dati Numerici calcolati:

*******Calcolo del Numeratore** → $-\text{Exp}(-\xi * \omega_d * T_i) = -0,992135284145658$

DA = $-3,25343426095102E-03$

DB = $-4,51771481545143E-03$

(DA + DB) = $-7,77114907640245E-03$

*******Calcolo del Denominatore** → $(M * \omega_d) = 31,5832233947075$

Per cui sostituendo i valori numerici si ottiene →

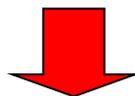
*******Calcolo Finale della Velocità** $V = -\text{Exp}(-\xi * T_i) * (DA + DB) / (M * \omega_d)$

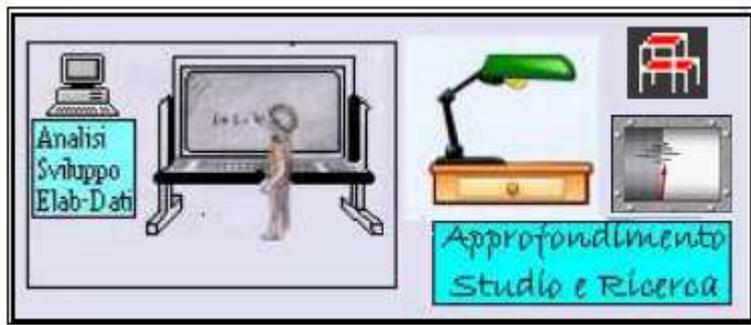
→ $V = 0,992135284145658 * (-3,25343426095102E-03) + (-4,51771481545143E-03) / 31,5832233947075$

V = 2,44115518608173E-04 Verificato Ok!!!!

*******FINE CALCOLO DELLA VELOCITA'*******

**SUCCESSIVAMENTE AL CALCOLO DELLA
ACCELERAZIONE→**





Calcolo dell'Accelerazione che numericamente è pari a :

$a = -2,90192455795853E-03$ Verificato Ok!!!

Derivante dalle formule che si ripropongono per controllo di rapidità di calcolo:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$



$$a = [F(t) - c * v - k * x(t)] / M$$

dove :

$F(t)$ = forzamento della funzione ; $c = c_{crit} * \xi$ -> smorzamento ; v = velocità del sistema
 k = rigidezza; $x(t)$ spostamento; M = massa

Dati di calcolo

$F(t) = -0,00830517954$; $\xi = 0,05$

$C = \xi * C_{crit} = 3,16227766016838$

$V = 2,44115518608173E-04$

$X(t) = 1,99421049885903E-04$

$K = 100$

$M = 10$

Dettaglio di Calcolo Numerico:

Fattore 1° ($C * V$) = $3,16227766016838 * 2,44115518608173E-04 = 7,71961050995045E-04$

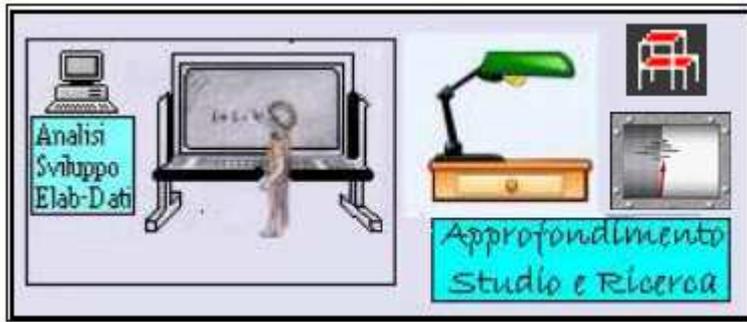
Fattore 2° ($K * x(t)$) = $100 * 1,99421049885903E-04 = 1,99421049885903E-02$

Fattore 3° (Num/Denom) = $(F - C * V - K * Y) / M = -2,90192455795853E-03$

$a = (F(t) - C * V - K * x(t)) / M \rightarrow -2,90192455795853E-03$

INFINE CALCOLO DELLA REAZIONE AL SUPPORTO →





Calcolo Reazione del Supporto

Sapendo :

$$x(t_i) = 1,99421049885903E-04; \quad K = 100$$

$$\text{Forza nel Supporto} = k * x(t_i) = 1,99421049885903E-02$$

*****Riepilogo sintetico dei Valori Calcolati al 1° Step*****

$$X_{MAX} = 1,99421049885903E-04$$

$$V_{MAX} = 2,44115518608173E-04$$

$$A_{MAX} = -2,90192455795853E-03$$

$$F_{suppMax} = 1,99570407435624E-02$$

➔ STEP 2

Step N° = 2

*****Valori di Calcolo di $I_1(T_i)$ e $I_1(T_1)$ Calcolo Fattore (ΔI_1)*****

Calcolo dell'Integrale $I_1(T_i)$ -->

Nel punto O Origine degli assi il valore della Forza in funzione del tempo è pari a:

$$\text{Calcolo } F_i = F(I+1) \text{ e } T_i = T(I+1)$$

$$F(1 + 1) = 0,0058817348$$

$$T(1 + 1) = 0,1$$

Per cui si passa al procedimento di Calcolo Numerico $I_1(T_i)$

$$\omega = \text{Sqr}(K / M) = 3,16227766016838 \rightarrow \text{Frequenza Naturale} = 3,162 \text{ Rad/sec}$$

$$C_{crit} = 2 * \text{Sqr}(K * M) = 63,2455532033676$$

$$\xi = 0,05$$

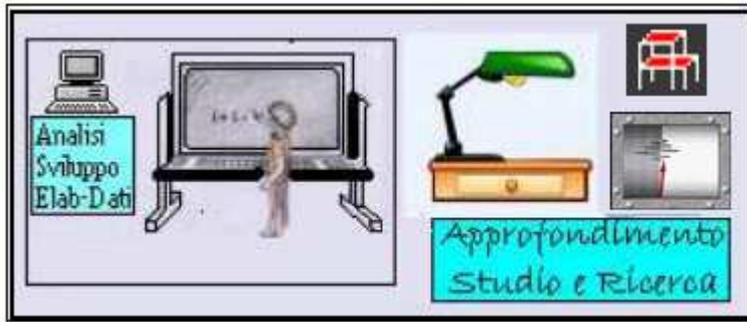
$$C = \xi * C_{crit} = 3,16227766016838$$

$$\omega_d = \omega * \text{Sqr}(1 - (\xi^2)) = 3,15832233947075 \rightarrow \text{Frequenza Smorzata} = 3,158 \text{ Rad/sec}$$

$$\xi * \omega_d = 0,158113883008419$$

$$T_i = 0,10$$

$$(\xi * \omega_d * T_i) = 1,58113883008419E-02$$



$$e^{(\xi * \omega_d * T)} = 1,01593704972111$$

$$\omega_d = 3,15832233947075$$

$$\cos(\omega_d * T) = 0,950538209891988$$

$$(\xi * \omega_d * \cos(\omega_d * T)) = 0,150293287313894$$

$$\omega_d * \sin(\omega_d * T) = 0,980999076230431$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

Formula di Applicazione di Calcolo

$$I1(T) = \text{Exp}(\xi * \omega_d * T) * (\xi * \omega_d * \cos(\omega_d * T) + \omega_d * \sin(\omega_d * T)) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$$

$$\rightarrow 0,114932182619124$$

$$\rightarrow I_1(T_i) = 0,114932182619124$$

Calcolo dell'Integrale $I_1(T_1)$ -->

Valori di Calcolo di $I_1(T_1)$ -->

$$\xi * \omega_d = 0,158113883008419$$

$$T_1 = 0,05$$

$$(\xi * \omega_d * T_1) = 7,90569415042095E-03$$

$$e^{(\xi * \omega_d * T_1)} = 1,00793702666442$$

$$\omega_d = 3,15832233947075$$

$$\cos(\omega_d * T_1) = 0,987557140091648$$

$$(\xi * \omega_d * \cos(\omega_d * T_1)) = 0,15614649411258$$

$$\omega_d * \sin(\omega_d * T_1) = 0,496679653462579$$

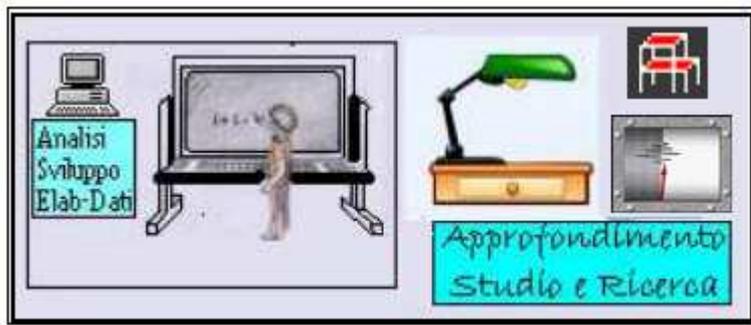
$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$I1(T_1) = \text{Exp}(\xi * \omega_d * T_1) * (\xi * \omega_d * \cos(\omega_d * T_1) + \omega_d * \sin(\omega_d * T_1)) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$$

$$\rightarrow 6,58007646115693E-02$$

$$\rightarrow I_1(T_1) = 6,58007646115693E-02$$

$$\rightarrow \Delta I_1 = I_1(T_i) - I_1(T_1) \rightarrow 4,91314180075551E-02$$



Step N° = 2

*****Valori di Calcolo di $I_2(T_i)$ e $I_2(T_1)$ Calcolo Fattore (ΔI_2)*****

Calcolo Numerico step by step and piece by piece dell'espressione Integranda $\rightarrow I_2(T_i)$ e $I_2(T_1)$ -->

Calcolo dell'Integrale $I_2(T_i)$ -->

Valori di Calcolo di $I_2(T_i)$ -->

$$\xi * \omega_d = 0,158113883008419$$

$$T_i = 0,10$$

$$(\xi * \omega_d * T_i) = 1,58113883008419E-02$$

$$\text{Exp}(\xi * \omega_d * T_i) = 1,01593704972111$$

$$\omega_d = 3,15832233947075$$

$$\text{Sin}(\omega_d * T_i) = 0,310607648868044$$

$$(\xi * \omega_d * \text{Sin}(\omega_d * T_i)) = 0,049111381454642$$

$$\omega_d * \text{Cos}(\omega_d * T_i) = 3,00210606282241$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$I_2(T_i) = \text{Exp}(\xi * \omega_d * T_i) * (\xi * \omega_d * \text{Sin}(\omega_d * T_i) - \omega_d * \text{Cos}(\omega_d * T_i)) / (\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 \rightarrow -0,30000567044309$$

$$\rightarrow I_2(T_i) = -0,30000567044309$$

Calcolo dell'Integrale $I_2(T_1)$ -->

Valori di Calcolo di $I_2(T_1)$ -->

$$\xi = 0,05 \quad \omega_d = 3,15832233947075 \text{ per cui il prodotto}$$

$$\rightarrow (\xi * \omega_d) = 0,158113883008419$$

Essendo $T_1 = 0,05$ si avrà

$$(\xi * \omega_d * T_1) = 7,90569415042095E-03$$

$$e^{(\xi * \omega_d * T_1)} = 1,00793702666442$$

$$\text{sen}(\omega_d * T_1) = 0,157260595999143$$

$$(\xi * \omega_d) * \text{sen}(\omega_d * T_1) = 2,48650834776428E-02$$

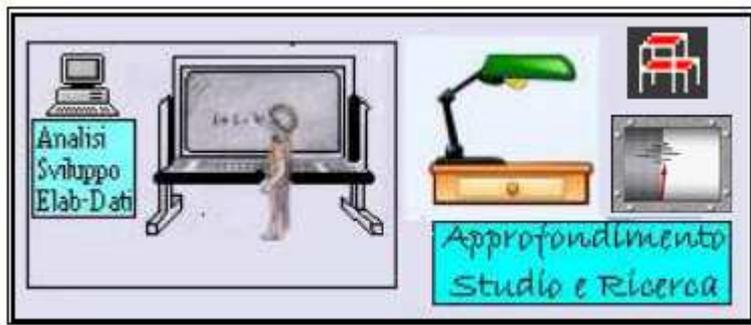
$$\omega_d * \text{cos}(\omega_d * T_1) = 3,1190237770553$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$I_2(T_1) = \text{Exp}(\xi * \omega_d * T_1) * (\xi * \omega_d * \text{Sin}(\omega_d * T_1) - \omega_d * \text{Cos}(\omega_d * T_1)) / (\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 \rightarrow -0,311871711363253$$

$$\rightarrow I_2(T_1) = -0,311871711363253$$

$$\rightarrow \Delta I_2 = I_2(T_i) - I_2(T_1) \rightarrow 1,18660409201628E-02$$



Step N° = 2

*****Valori di Calcolo di $I_3(T_i)$ e $I_3(T_1)$ Calcolo Fattore (ΔI_3)*****

Calcolo Numerico step by step and piece by piece dell'espressione Integranda $\rightarrow I_3(T_i)$ e $I_3(T_1) \rightarrow$

Valori di Calcolo di $I_3(T_i) \rightarrow$

$$T_i = 0, 10$$

$$I_2(T_i) = -0,311871711363253$$

$$T_i * I_2(T_i) = -3,11871711363253E-02$$

$$\xi = 0,05 \quad \omega_d = 3,15832233947075 \text{ per cui il prodotto}$$

$$(\xi * \omega_d) = 0,158113883008419$$

$$(\xi * \omega_d) * I_2(T_i) = -4,93112472841247E-02$$

$$T_i * I_2(T_i) - (\xi * \omega_d * I_2(T_i)) = 1,81240761477995E-02$$

$$I_1(T_i) = 6,58007646115693E-02$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$I_1(T_i) = 6,58007646115693E-02$$

$$\omega_d * I_1(T_i) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) = 2,07820024826976E-02$$

$$I_3(T_i) = T_i * I_2(T_i) - \xi * \omega * I_2(T_i) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) + \omega_d * I_1(T_i) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$$

$$\rightarrow -5,4740439252152E-03$$

$$\rightarrow I_3(T_i) = -5,4740439252152E-03$$

Valori di Calcolo di $I_3(T_1) \rightarrow$

$$T_1 = 0,05$$

$$I_2(T_1) = -0,311871711363253$$

$$T_1 * I_2(T_1) = -1,55935855681626E-02$$

$$\xi * \omega_d = 0,158113883008419$$

$$I_2(T_1) = -0,311871711363253$$

$$\xi * \omega_d * I_2(T_1) = -4,93112472841247E-02$$

$$T_1 * I_2(T_1) - \xi * \omega_d * I_2(T_1) = 3,37176617159621E-02$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$\omega_d = 3,15832233947075$$

$$I_1(T_1) = 6,58007646115693E-02$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

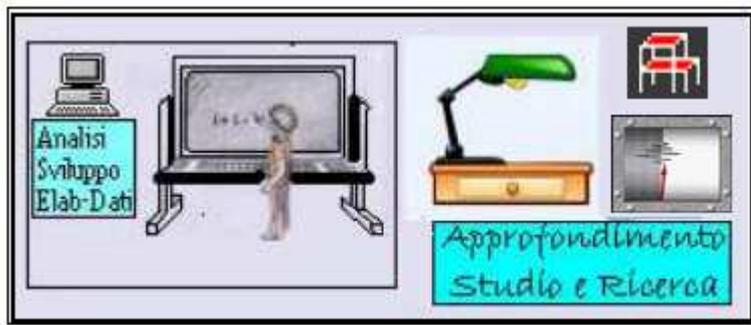
$$\omega_d * I_1(T_1) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) = 2,07820024826976E-02$$

$$I_3(T_1) = T_1 * I_2(T_1) - \xi * \omega_d * I_2(T_1) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) + \omega_d * I_1(T_1) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$$

$$\rightarrow 1,01195416429474E-02$$

$$\rightarrow I_3(T_1) = 1,01195416429474E-02$$

$$\rightarrow \Delta I_3 = I_3(T_i) - I_3(T_1) \rightarrow -1,55935855681626E-02$$



Step N° = 2

*****Valori di Calcolo di $I_4(T_i)$ e $I_4(T_1)$ Calcolo Fattore (ΔI_4)*****

Calcolo Numerico step by step and piece by piece dell'espressione Integranda $\rightarrow I_4(T_i)$ e $I_4(T_1)$ -->

Valori di Calcolo di $I_4(T_i)$

$$T_i = 0,10$$

$$I_1(T_i) = 6,58007646115693E-02$$

$$T_i * I_1(T_i) = 6,58007646115693E-03$$

$$\xi = 0,05 \quad \omega_d = 3,15832233947075 \text{ per cui il prodotto}$$

$$(\xi * \omega_d) = 0,158113883008419$$

$$(\xi * \omega_d) * I_1(T_i) = 0,0025$$

$$T_i * I_1(T_i) - (\xi * \omega_d) * I_1(T_i) = -3,82393793650126E-03$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$\omega_d = 3,15832233947075$$

$$I_2(T_i) = -0,311871711363253$$

$$\omega_d * I_2(T_i) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) = -9,84991393047535E-02$$

$$I_4(T_i) = T_i * I_1(T_i) - \xi * \omega_d * I_1(T_i) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) - \omega_d * I_2(T_i) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$$

$$\rightarrow 0,104038814326145$$

$$\rightarrow I_4(T_i) = 0,104038814326145$$

Valori di Calcolo di $I_4(T_1)$ -->

$$T_1 = 0,05 \text{ si avrà}$$

$$I_1(T_1) = 6,58007646115693E-02$$

$$\omega_d * I_2(T_1) = -0,984991393047535$$

$$T_1 * I_1(T_1) - (\xi * \omega_d) * I_1(T_1) = -7,11397616707972E-03$$

$$(\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2 = 10$$

$$\omega_d = 3,15832233947075$$

$$I_2(T_1) = -0,311871711363253$$

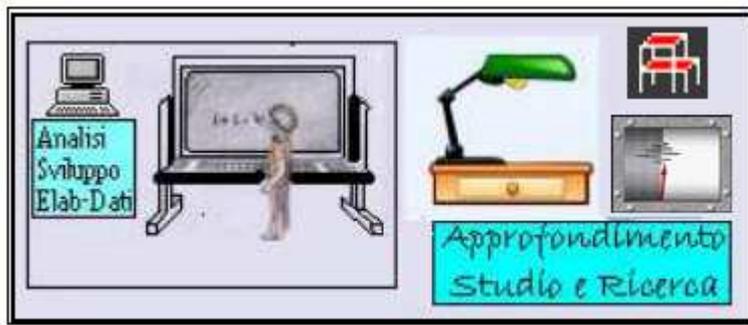
$$\omega_d * I_2(T_1) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) = -9,84991393047535E-02$$

$$I_4(T_1) = T_1 * I_1(T_1) - \xi * \omega_d * I_1(T_1) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2) - \omega_d * I_2(T_1) / ((\xi * \omega)^2 + (\omega_d)^2)$$

$$\rightarrow 0,100748776095566$$

$$\rightarrow I_4(T_1) = 0,100748776095566$$

$$\rightarrow \Delta I_4 = I_4(T_i) - I_4(T_1) \rightarrow 3,29003823057847E-03$$



→ Segue Step 2

Relativamente allo **STEP N°2**, avendo già calcolato i Valori di $\Delta I_1, \Delta I_2, \Delta I_3, \Delta I_4$, per completezza, passiamo a calcolare anche i Valori Numerici di **Ad(ti)** e **Bd(ti)**, che vengono calcolati con le formule già innanzi rappresentate per lo **STEP N°1** e che, per contezza numerica di calcolo appresso vengono di nuovo rappresentate:

$$Ad(ti) = Ad(ti-1) + \left[F(ti-1) - t_{i-1} \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} \right] I_1 + \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} I_4$$

$$Bd(ti) = Bd(ti-1) + \left[F(ti-1) - t_{i-1} \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} \right] I_2 + \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} I_3$$

STEP N°2 →

Segue il Calcolo Numerico dei parametri contenuti nelle stesse formule sopra descritte:

$$F(2) = X(2) \rightarrow F(2) = -0,00830517954 \text{ al tempo } TI=0$$

$$X(2) = -0,00830517954$$

$$F(3) = X(3) \rightarrow F(3) = 0,0058817348 \quad \text{al tempo } T(3) = 0,1$$

$$FI = 0,0058817348 \quad TI = 0,1$$

$$\Delta FI = 0,0058817348 - (-0,00830517954) = 0,01418691434$$

$$\Delta TI = 0,10 - 0,05 = 0,05$$

$$FT = \Delta FI / \Delta TI = 0,01418691434 / 0,05 = 0,2837382868$$

$$FT = 0,2837382868$$

$$FATT = -0,02249209388$$

Valori Finale $\Delta FI = 0,01418691434$
Valori Finale $\Delta TI = 0,05$

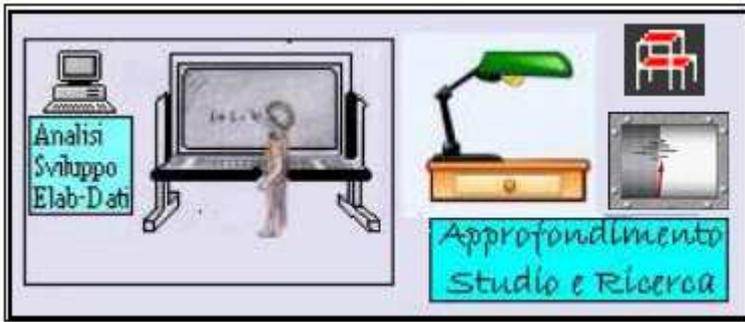
$$FT = \Delta FI / \Delta TI = 0,01418691434 / 0,05 = 0,2837382868$$

$$FATT = [F(TI-1) - (TI-1) \times (\Delta FI / \Delta TI)]$$

$$FATT = -0,00830517954 - 0,05 \times 0,2837382868 = -0,02249209388$$

Dove FATT →

$$FATT = \left[F(ti-1) - t_{i-1} \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} \right]$$



e di conseguenza in funzione delle formule già sopra-descritte, appresso oltre a riportare riporto la Formula di **Ad(ti)** per comodità di lettura, riporto anche la simbologia dei due termini di calcolo (1° e 2°), che ad avviso del sottoscritto, può agevolare la comprensione utilizzata, nel calcolo numerico appresso rappresentato:

$$Ad(ti) = Ad(ti-1) + \left[F(ti-1) - t_{i-1} \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} \right] I_1 + \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} I_4$$

FATT

$$Ad(ti) = Ad(ti-1) + \left[F(ti-1) - t_{i-1} \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} \right] I_1 + \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} I_4$$

↓
↓
↓

$$Bd(ti) = Bd(ti-1) + \left[F(ti-1) - t_{i-1} \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} \right] I_2 + \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} I_3$$

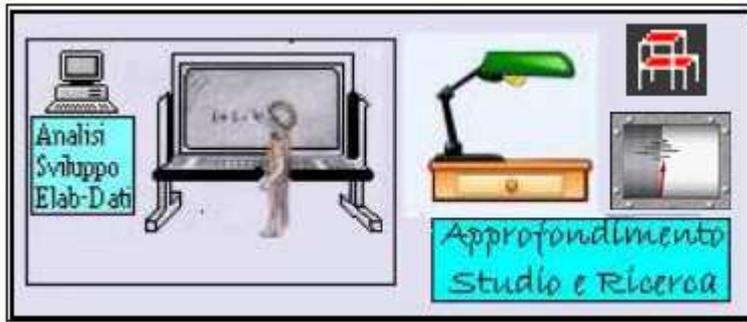
Dove ricordiamoci: che ΔI_1 e ΔI_4 si riferiscono ad I_1 e I_4 che sono degli Integrali definiti (vedi pag.31/46 e seguenti → mia Ricerca pubblicata ad Aprile 2024 prof. Gherzi), così come peraltro anche per ΔI_2 e ΔI_3 che si riferiscono ad I_2 e I_3 .

*****QUADRO SINTETICO RIEPILOGATIVO DATI di CALCOLO*****

FI= 0,0058817348 TI=0,1 ΔFI=0,01418691434 ΔTI = 0,05 FT=0,2837382868
 FATT=-0,02249209388

ΔI₁=4,91314180075551E-02
 ΔI₂= 1,18660409201628E-02
 ΔI₃=-1,55935855681626E-02
 ΔI₄=3,29003823057847E-03

Calcolo 1° e 2° termine della Formula Ad(ti)



FATT

ΔI_1

1° Termine di Calcolo $\left[F(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right] I_1$

ΔI_4

2° Termine di Calcolo $\frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} I_4$

Calcolo 1° e 2° termine della Formula Bd(ti)

FATT

ΔI_2

1° Termine di Calcolo $\left[F(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} \right] I_2$

ΔI_3

2° Termine di Calcolo $\frac{\Delta F_i}{\Delta t_i} I_3$

Calcolo --> **1° Termine A(ti) = FATT * ΔI₁**
1° Termine B(ti) = FATT * ΔI₂

Prodotto $\Delta I_1 * FATT = 4,91314180075551E-02 * (-0,02249209388) = -1,10506846628345E-03$

Prodotto $\Delta I_2 * FATT = 1,18660409201628E-02 * (-0,02249209388) = -2,66892106360223E-04$

Valore Finale $\Delta I_1 = I_1 = -1,10506846628345E-03$

Valore Finale $\Delta I_2 = I_2 = -2,66892106360223E-04$

$FT = \Delta FI / \Delta TI = 0,01418691434 / 0,05 = 0,2837382868$

Segue Calcolo delle Somme di →

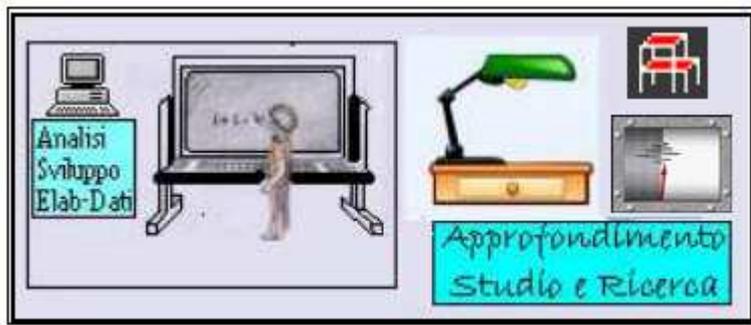
$\Delta I_2 = \Delta I_2 + (\Delta FI / \Delta TI) * \Delta I_3$

$\Delta I_1 = \Delta I_1 + (\Delta FI / \Delta TI) * \Delta I_4$

Riporto Dati di Calcolo già calcolati →

$FT = \Delta FI / \Delta TI = 0,01418691434 / 0,05 = 0,2837382868 \rightarrow FT = 0,2837382868$

$\Delta I_3 = I_3 = -1,55935855681626E-02 \quad \Delta I_4 = I_4 = 3,29003823057847E-03$



Calcolo numerico (b) → **Bd(ti)** Attuale StepN°2

$$\Delta I_2 = \Delta I_2 + (\Delta FI / \Delta TI) * \Delta I_3$$

$$\Delta I_2 = -2,66892106360223E-04 + 0,2837382868 * -1,55935855681626E-02 = -4,69138936053989E-03$$

Calcolo numerico (a) → **Ad(ti)** Attuale StepN°2

$$\Delta I_1 = \Delta I_1 + (\Delta FI / \Delta TI) * \Delta I_4$$

$$\Delta I_1 = -1,10506846628345E-03 + 0,2837382868 * 3,29003823057847E-03 = -1,71558655232614E-04$$

Ad(ti-1) STEP N°= 1 → Valore **Ad(ti-1)** = -1,11770890487334E-03

Bd(ti-1) STEP N°= 1 → Valore **Bd(ti-1)** = -6,60632293531552E-03

$$\mathbf{Ad(ti) Step2} = \mathbf{Ad(ti-1) Step1} + \Delta I_1 \text{ Attuale StepN}^\circ 2$$

$$\mathbf{Bd(ti) Step2} = \mathbf{Bd(ti-1) Step1} + \Delta I_2 \text{ Attuale StepN}^\circ 2$$

Ad(ti) Attuale STEP N°= 2 Valore **Ad(ti)** Attuale = -1,28926756010595E-03

Bd(ti) Attuale STEP N°= 2 Valore **Bd(ti)** Attuale = -1,12977122958554E-02

Bd(ti) Attuale = -1,12977122958554E-02

Ad(ti) Attuale = -1,28926756010595E-03

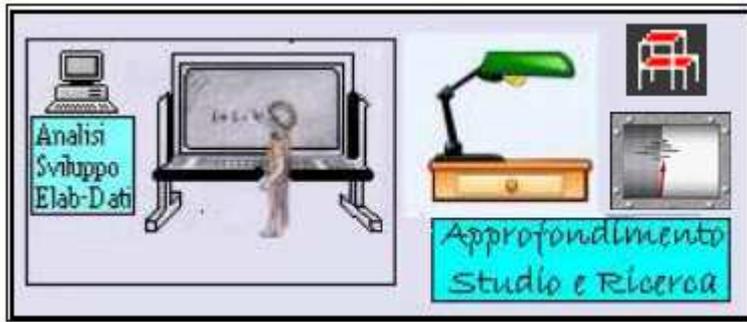
Dalla formula di cui sopra, risulta evidente, che conosciamo tutti i parametri numerici della stessa formula, per cui sostituendo gli stessi, dal calcolo numerico del 1° Step per **Ad(ti)** avremo:

$$\Delta I_1(1^\circ \text{ Step}) = \Delta I_1(1^\circ \text{ Step}) + (\Delta F / \Delta T) * \Delta I_4 = -1,11770890487334E-03 \quad \mathbf{Ok!!!}$$

Mentre per effetto della formula

$$Bd(ti) = Bd(ti-1) + \left[F(ti-1) - t_{i-1} \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} \right] I_2 + \frac{\Delta Fi}{\Delta ti} I_3$$

$$\Delta I_2(1^\circ \text{ Step}) = \Delta I_2(1^\circ \text{ Step}) + (\Delta F / \Delta T) * \Delta I_3 = -6,60632293531552E-03 \quad \mathbf{Ok!!!}$$



Faccio una precisazione che l'analisi di che trattasi, è fatta attraverso un'analisi della storia temporale del fenomeno relativo all'onda sismica è di tipo time-hystory al fine di tener conto della storia prima e dopo della funzione $f(t)$ (before and after history of the mathematical), pertanto, al fine di tener conto della storia prima e dopo della funzione $f(t)$, passeremo al calcolo numerico di $Ad(ti-1)$ e $Bd(ti-1)$ come appresso si riporta:

$$Ad(ti-1) (1^\circ \text{ Step}) = Ad(ti-1) (\text{Soluzione Banale}) + \Delta I_1 (1^\circ \text{ Step})$$

$$Bd(ti-1) (1^\circ \text{ Step}) = Bd(ti-1) (\text{Soluzione Banale}) + \Delta I_2 (1^\circ \text{ Step})$$

E tenuto conto che relativamente alla soluzione banale (calcolo nel Punto Origine Assi) $Ad(ti-1)$ e $Bd(ti-1)$ sono entrambi pari a zero, in definitiva il calcolo finale sarà :

$$Ad(ti-1) (1^\circ \text{ Step}) = -1,11770890487334E-03$$

$$Bd(ti-1) (1^\circ \text{ Step}) = -6,60632293531552E-03$$

Relativamente allo STEP N°2 e successivi, tenuto conto che i valori finali dei parametri di calcolo sono ripetitivi, gli stessi, sinteticamente, appresso si Riportano :

Calcolo dello spostamento $x(ti)$, Velocità, Accelerazione e Forza al Supporto

che numericamente sono meglio rappresentati, descritti agli **STEP SUCCESSIVI** ed appresso elencati e riportati:

→ STEP N°1

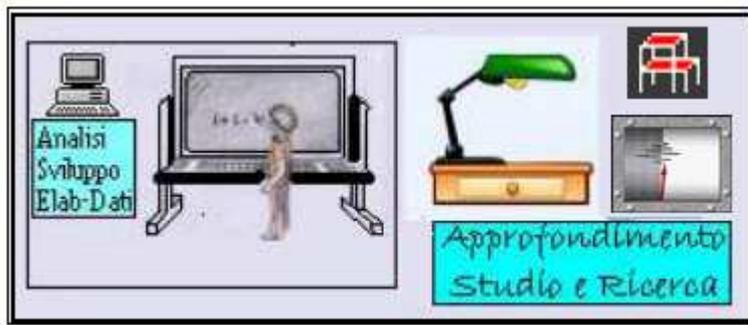
$$\begin{aligned} X &= 1,99421049885903E-04 \\ V &= 2,44115518608173E-04 \\ ACC &= -2,90192455795853E-03 \\ F_{\text{supp}} &= 1,99570407435624E-02 \end{aligned}$$

→ STEP N°2

$$\begin{aligned} X &= 3,22204956410678E-04 \\ V &= 5,16983197329381E-04 \\ ACC &= -2,79736052566649E-03 \\ F_{\text{supp}} &= 3,22619443868356E-02 \end{aligned}$$

→ STEP N°3

$$\begin{aligned} X &= 7,96973572527914E-04 \\ V &= 1,4077672429021E-03 \\ ACC &= -2,59627001257375E-03 \\ F_{\text{supp}} &= 7,98215938150883E-02 \end{aligned}$$



→ STEP N°4

X = 7,19361855526377E-04
 V = 1,46334770203194E-03
 ACC=-1,8945315229832E-03
 Fsupp=7,20848712063353E-02

→ STEP N°5

X = 9,8892331811752E-04
 V = 2,39797031438011E-03
 ACC= -1,22212196966631E-03
 Fsupp=9,91826391434113E-02

→ STEP N°6

X = 3,08011446523364E-03
 V = 9,43180312449133E-03
 ACC=-4,78147612904983E-04
 Fsupp = 0,309452161555235

→STEP N°7

X = 2,44432291832318E-03
 V = 8,38869574611304E-03
 ACC=4,31545214017992E-03
 Fsupp= 0,245867540463576

→STEP N°8

X = 3,91868268103929E-04
 V = 5,84322351413543E-04
 ACC=9,02619477213951E-03
 Fsupp= 3,92303673392353E-02

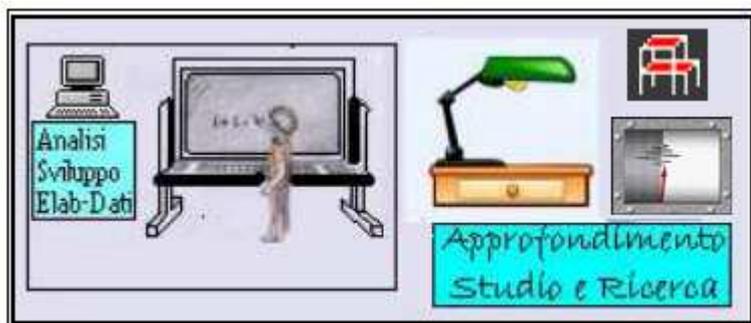
→STEP N°9

X =-2,20341946031532E-03
 V = -1,27891522824989E-02
 ACC=1,01888424306969E-02
 Fsupp= 0,224022760767766

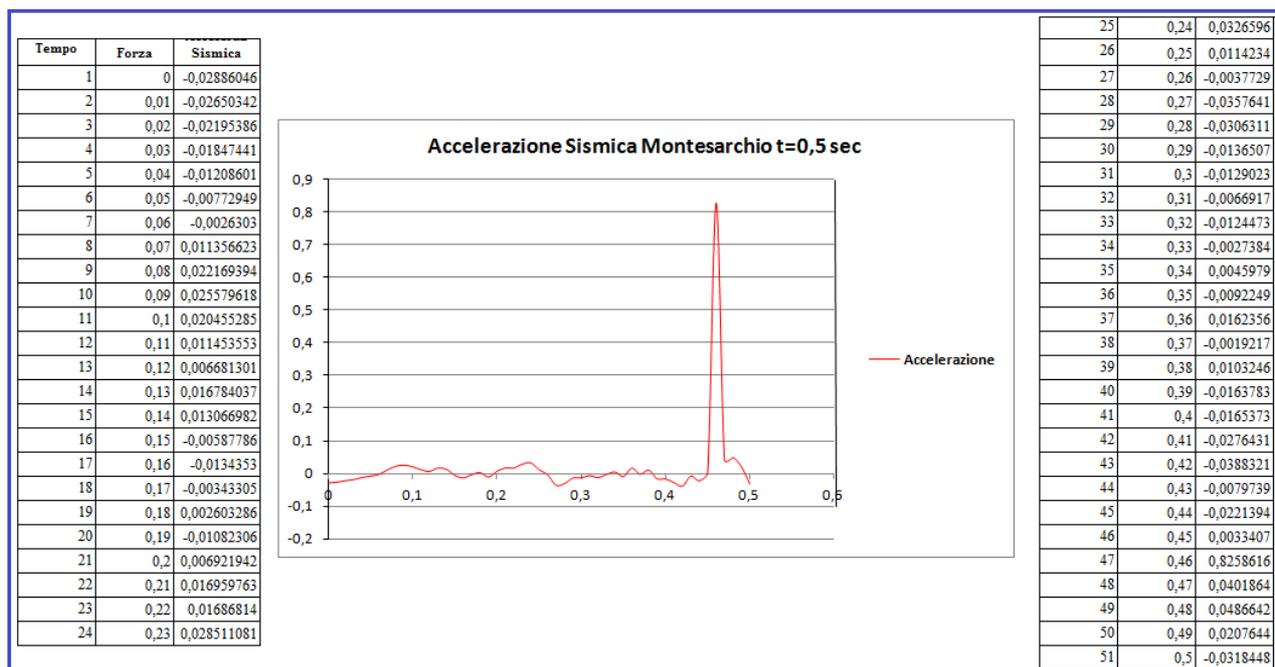
→STEP N°10

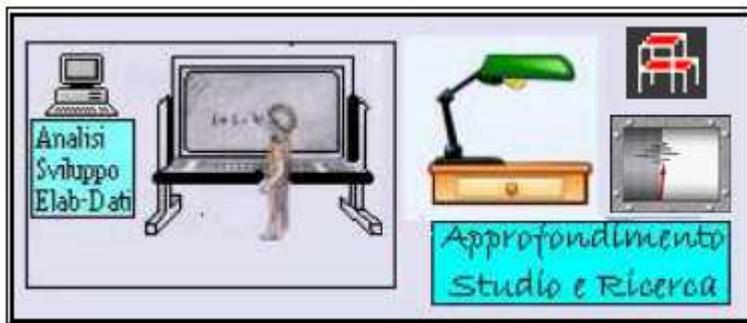
X =-3,14693845732142E-03
 V = -2,16617254286877E-02
 ACC=4,35802653559826E-03
 Fsupp= 0,322062913150776

Continueranno le operazioni di iterazioni con l'Inizio del 3° punto di eccitazione e fino ad arrivare al 10° punto di eccitazione,calcolando lo Spostamento,Velocità,Accelerazione del sistema e Calcolo Reazione al Supporto, il tutto, così come meglio descritto e innanzi rappresentato.

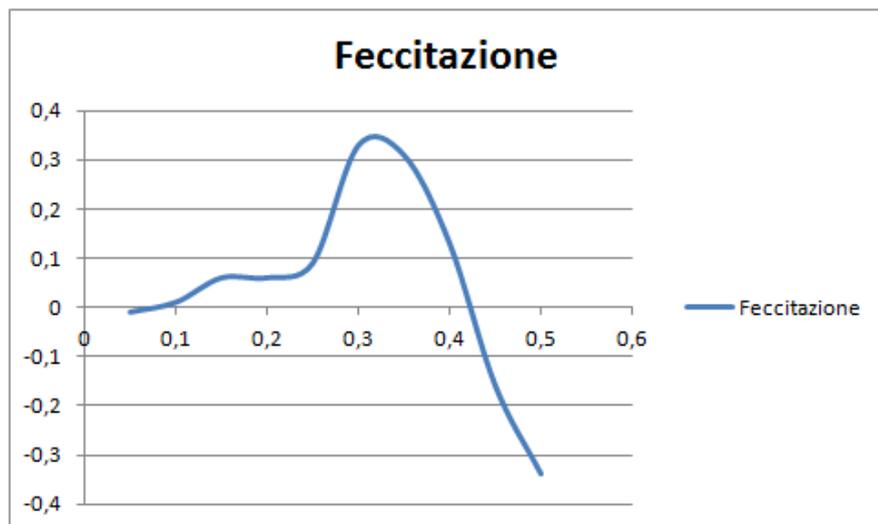


Al fine di evitare pagine voluminose che allo stato, devo ancora dattiloscivere, lo scrivente doverosamente **EVIDENZIA** che i successivi step vengono omessi, tenuto conto che le operazioni inerenti le calcolazioni numeriche sono sempre le stesse, e pertanto, per chiunque volesse addentrarsi in tali operazioni ed entrare nel vivo del calcolo numerico operativo, ha provveduto a riportare **sia** i risultati finali sopraelencati da STEP N° 1° STEP N°10, **che** i valori ottenuti dal Calcolo in apposita Tabella di Competenza,il tutto, al fine di Rappresentare in modo sintetico riepilogativo i **GRAFICI inerenti lo SPOSTAMENTO, VELOCITA', ACCELERAZIONE E FORZA APPLICATA AL SUPPORTO** elaborati a mezzo foglio **EXCEL 2007** programma prodotto dalla MicroSoft Excel dedicato alla **produzione e gestione dei fogli elettronici.**



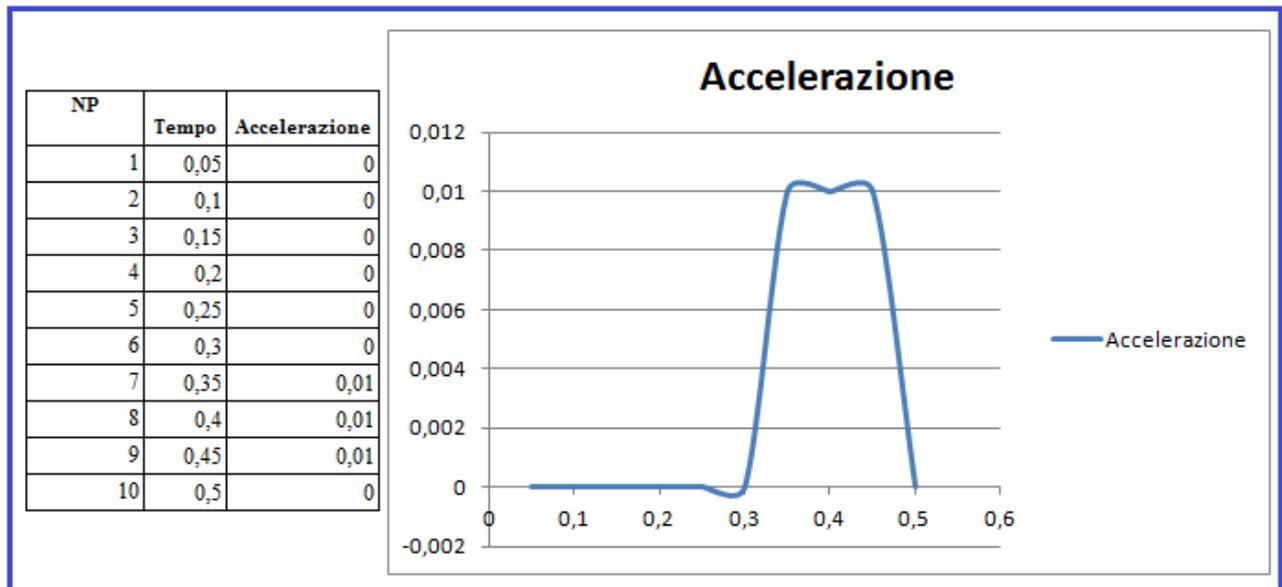
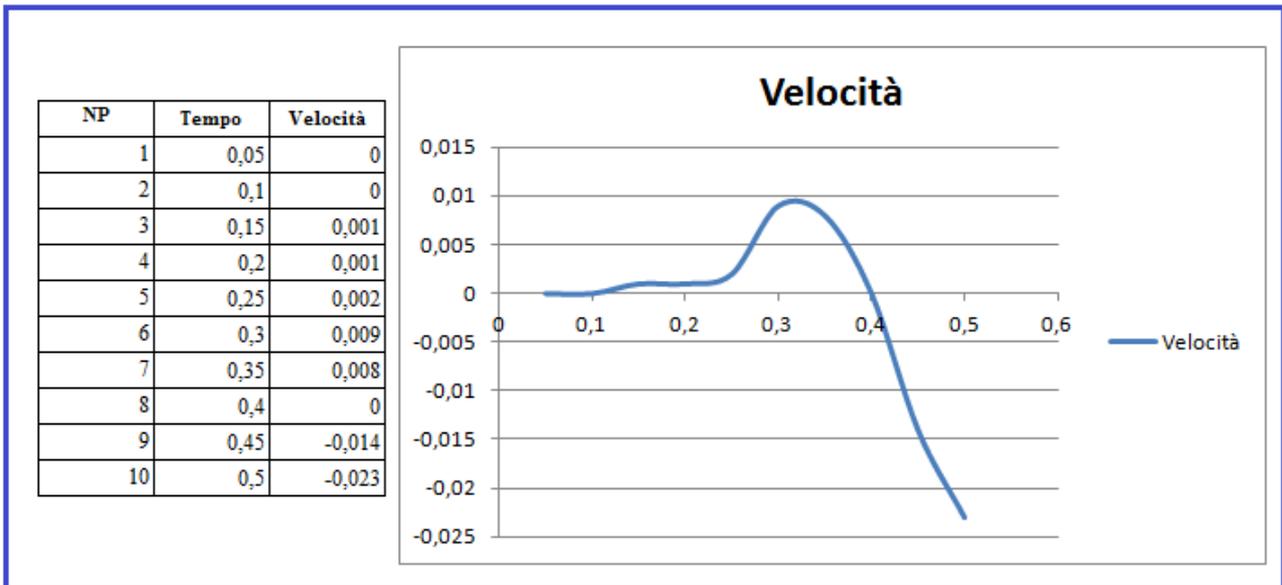
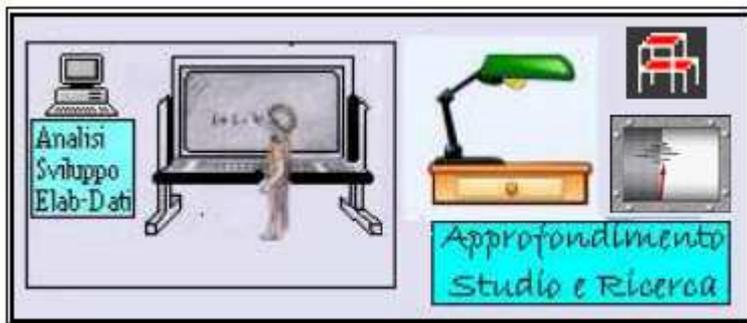


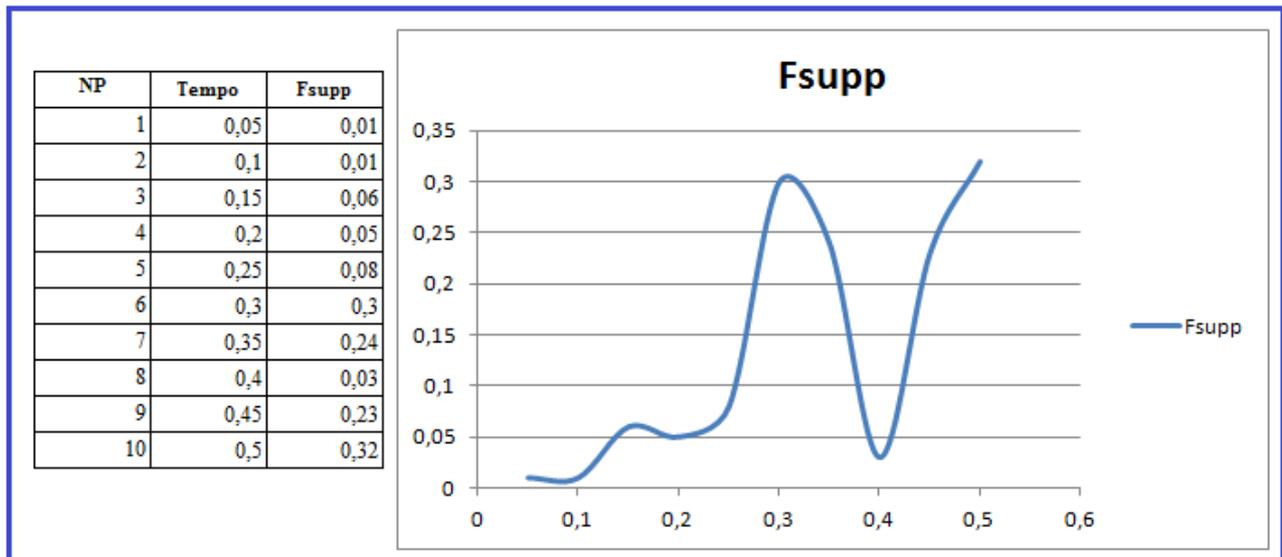
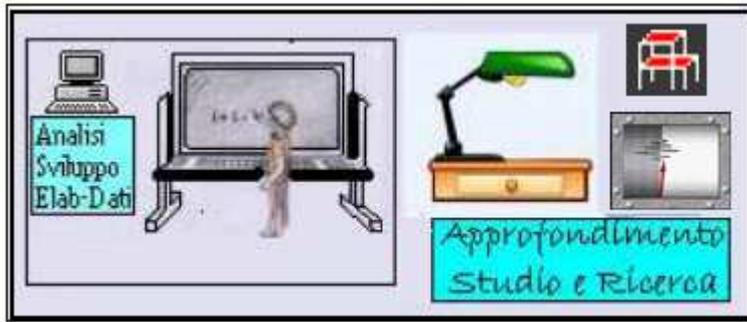
NP	Tempo	Feccitazione
1	0,05	-0,01
2	0,1	0,01
3	0,15	0,06
4	0,2	0,06
5	0,25	0,09
6	0,3	0,33
7	0,35	0,31
8	0,4	0,13
9	0,45	-0,16
10	0,5	-0,34



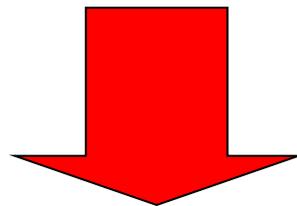
NP	Tempo	Spostamento
1	0,05	0
2	0,1	0
3	0,15	0,001
4	0,2	0,001
5	0,25	0,001
6	0,3	0,003
7	0,35	0,002
8	0,4	0
9	0,45	-0,002
10	0,5	-0,003

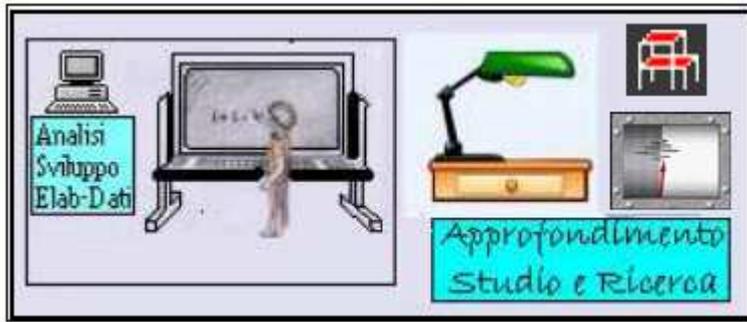






**APPRESSO SI ELENCA LA FONTE DELLA
RICERCA BIBLIOGRAFICA**





Consultazione e Fonte di Ricerca Bibliografica:

1. Appunti di Complementi di Matematica – Teoria del Prof. Maceri Franco - Edizione CUEN.
2. Esercitazione di Complementi di Matematica del Prof. Gentile Giuseppe e prof. Mellone Laura – Edizione CUEN.
3. Teoria ed applicazione dei Circuiti Elettrici di Joseph A. Edminister – Collana SCHAUM ETAS/KOMPASS.
4. *Dinamica Strutturale Teoria & Calcolo a cura di Mario Paz professore di ingegneria civile Università di Louisville-Libreria DF Dario Flaccovio Editrice.*
5. Fisica - Parte Prima – Meccanica-Acustica-Termodinamica- Robert Resnick e David Halliday. Casa Editrice Ambrosiana -Milano-
6. Rappresentazione Spettrale di una funzione $y=f(t)$ a mezzo della Serie di Fourier validata e pubblicata dal prof.ing.Aurelio Gherzi docente di Tecnica delle Costruzioni presso l'Università di Catania.
Autori: ing. Pagnozzi Domenico - ing. De Gennaro Antonio- Collaboratore Pagnozzi Filippo studente Universitario.
7. Risposta di un sistema SDOF eccitato da una forzante rappresentata dalla serie di Fourier e relativo calcolo dei parametri: Spostamento, Velocita' ed Accelerazione
Autori: ing. Pagnozzi Domenico - Collaboratore Todino Florinda studentessa Universitaria.
8. Per i Grafici Spostamento, Velocita, Accelerazione e Forza Supp nonché dell'Accelerazione Sismica ho utilizzato Microsoft Excel vers.2007 che è un programma prodotto da Microsoft, dedicato alla produzione e alla gestione di fogli elettronici. E' parte della suite di software di produttività personale Microsoft Office ed è disponibile per i sistemi operativi Microsoft Windows e macOS.
9. Onda Accelerometrica Artificiale Spettro-Compatibile Ricavata dal programma software-free messo a disposizione dal prof. Piero Gelfi e scaricato dal sito dell'Università di Brescia, attualmente gestito dal prof. Giovanni Metelli, attuale titolare del corso di Acciaio.