

ANALISI STRUTTURALE

Brevi note preparate per il corso di Tecnica delle costruzioni 2003/04

Tipi di analisi

ANALISI LINEARE

- Materiale con comportamento elastico lineare, senza limiti di resistenza
- La deformazione della struttura non incide sulla posizione dei carichi

Conseguenza importante → principi di unicità della soluzione e di sovrapposizione degli effetti

ANALISI NON LINEARE

- Non linearità meccanica = diagramma σ - ϵ del materiale non lineare, con limiti di resistenza
- Non linearità geometrica = la posizione dei carichi varia con la deformazione della struttura

Analisi lineare

SCHEMI ISOSTATICI

- Prima si determinano le reazioni dei vincoli (esterni e interni) con condizioni di equilibrio
- Poi si determinano le caratteristiche della sollecitazione in qualsiasi sezione, sempre con condizioni di equilibrio
- Le componenti di movimento (spostamenti e rotazioni) possono essere determinate in vari modi (principio dei lavori virtuali, corollari di Mohr, integrazione dell'equazione della linea elastica...) – tutti i metodi vanno bene, ma in certi casi uno può essere preferibile agli altri

SCHEMI IPERSTATICI

- Per determinare le reazioni vincolari occorre tenere conto delle caratteristiche elastiche della struttura
- Una volta note le reazioni, si procede come per gli schemi isostatici

La risoluzione degli schemi iperstatici può essere fatta con diversi procedimenti che ricadono nell'ambito generale di due metodi

- Metodo delle forze
- Metodo degli spostamenti (che include anche i metodi di rilassamento)

Metodo delle forze

- Si effettuano nella struttura delle sconnessioni, per arrivare ad uno schema che si sa risolvere (in genere uno schema isostatico) – le sconnessioni possono essere interne oppure in corrispondenza di vincoli esterni
- In corrispondenza delle sconnessioni si inseriscono le azioni (mutue o esterne) che non possono essere più trasmesse a causa delle sconnessioni – queste azioni sono assunte come incognite
- Si determinano le incognite imponendo condizioni di congruenza (annullamento delle componenti di movimento, assolute o relative, consentite dalle sconnessioni)

Nota: Lo schema con sconnessioni è equilibrato ma non congruente; la risoluzione consiste nel cercare quel valore delle azioni incognite che lo rende anche congruente

Per imporre le condizioni di congruenza occorre conoscere

- Componenti di movimento provocate dai carichi e dalle azioni incognite negli schemi semplici a cui si è ricondotta la struttura originaria

Metodo degli spostamenti

- Si bloccano le componenti di movimento, spostamenti e rotazioni, dei nodi (in genere di tutti i nodi)
- Si assumono come incognite le componenti di movimento impedito
- Si determinano le incognite imponendo condizioni di equilibrio (tra le azioni che nascono nei nodi per effetto dei carichi in assenza di movimento, dette azioni di incastro perfetto, e le azioni che nascono per effetto delle componenti di movimento)

Nota: Lo schema con nodi bloccati è congruente ma non equilibrato; la risoluzione consiste nel cercare quel valore delle componenti di movimento incognite che lo rende anche equilibrato

Per imporre le condizioni di equilibrio occorre conoscere

- Azioni provocate su nodi dai carichi quando le componenti di movimento sono impedito
- Azioni provocate su nodi dalle componenti di movimento di valore unitario

Metodi di rilassamento

Costituiscono un'applicazione particolare del metodo degli spostamenti

- Le condizioni di equilibrio vengono imposte una per volta, per ricavare un'incognita in funzione dei carichi e dei valori correnti delle altre incognite; ciò equivale a sbloccare le componenti di movimento una alla volta
- Si procede iterativamente, fino ad arrivare all'equilibrio di tutta la struttura (o meglio, fino a quando gli squilibri sono tanto piccoli da poter essere trascurati)

Vantaggi e svantaggi dei metodi

METODO DELLE FORZE

- Ottimo per schemi semplici
- Per schemi complessi è difficile scegliere quali sconnessioni operare

Nota: È possibile operare in maniera abbastanza automatizzata anche per schemi complessi, ma con un metodo ibrido (o non puro) nel quale si assumono come incognite anche componenti di movimento

Si veda ad esempio la metodologia proposta dal prof Martinetti nel fascicolo "I metodo delle forze e degli spostamenti. Alcune applicazioni"

METODO DEGLI SPOSTAMENTI

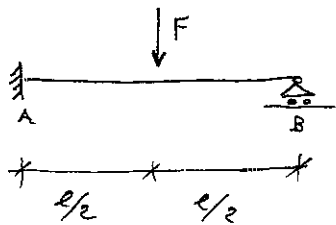
- Più complicato nel caso di schemi semplici – richiede di conoscere le caratteristiche di sollecitazione in schemi incastrati, che sono iperstatici
- Consente una scelta automatica delle incognite; ciò è vantaggioso per schemi complessi e si presta bene all'utilizzazione con programmi per computer (l'analisi matriciale delle strutture ed il calcolo agli elementi finiti rientrano nel metodo degli spostamenti)

METODI DI RILASSAMENTO

- Consentono la risoluzione manuale di schemi di media complessità (e sono stati i primi metodi ad essere implementati sui computer)
- Fermandosi alle prime iterazioni, consentono di effettuare con facilità una stima approssimata dei valori delle incognite

Cosa deve saper fare il professionista (e lo studente)?

- Individuare se uno schema strutturale è labile, isostatico o iperstatico; se lo schema è iperstatico, calcolare quante volte è iperstatico e controllare se vi sono iperstaticità non attivate dai carichi agenti
- Determinare le reazioni vincolari e le caratteristiche della sollecitazione in qualsiasi schema isostatico
- Calcolare spostamenti e rotazioni per schemi isostatici semplici (schemi costituiti da una sola asta o poco più)
- Disegnare una deformata qualitativamente corretta per qualsiasi schema isostatico
- Usare il metodo delle forze per determinare le incognite iperstatiche per schemi iperstatici semplici (schemi costituiti da una sola asta; schemi di trave continua)
- Determinare le caratteristiche della sollecitazione in qualsiasi schema iperstatico del quale si siano determinate le incognite iperstatiche
- Usare il metodo delle forze per avere un'idea qualitativa delle incognite iperstatiche in schemi iperstatici più complessi
- Usare i metodi di rilassamento per effettuare una stima approssimata dei valori delle caratteristiche della sollecitazione in schemi iperstatici più complessi



schema 1 volta iperstatico

da risolvere col metodo delle forze



condizione di congruenza:

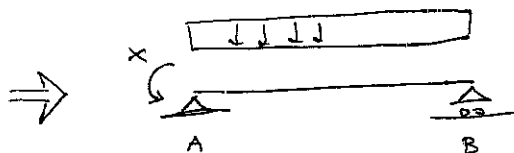
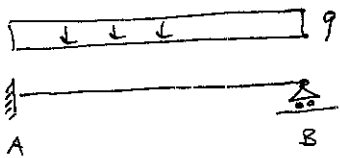
$$v_B = 0$$

oppure

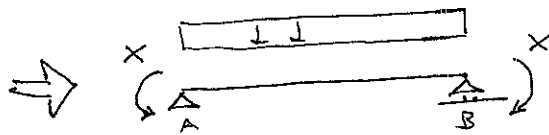
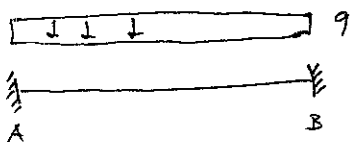


condizione di congruenza:

$$\varphi_A = 0$$



$$\text{con } \varphi_A = 0$$

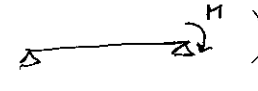


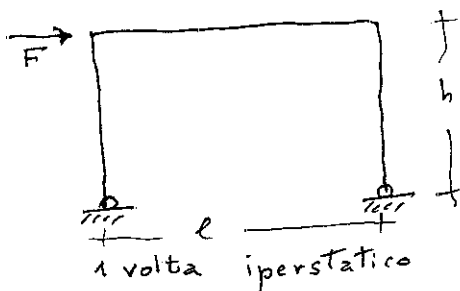
$$\text{con } \varphi_A = 0$$

per la simmetria le due incognite sono uguali

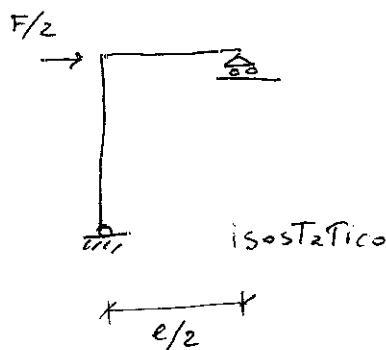
Discutere e tracciare

il diagramma di M e V; tracciamento grafico di parabole

Risolvere e discutere (cfr. con )

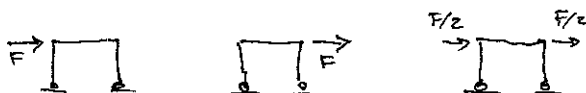


per la
emisimmetria

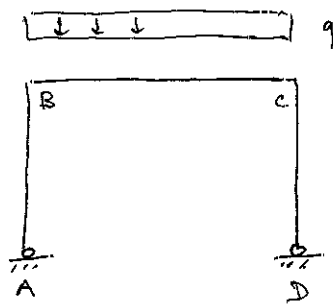


Discutere simmetria ed emisimmetria

Discutere



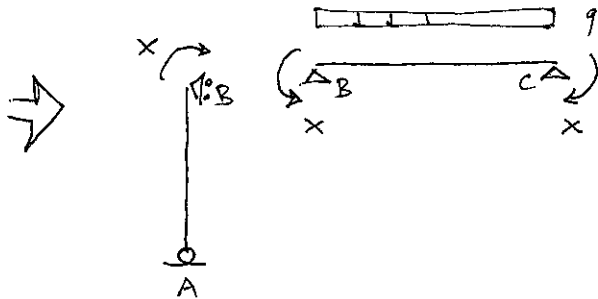
deformazione estensionale
della trave: si/no



per la simmetria

$$v_B = v_C = 0$$

(se la trave è inestensibile)

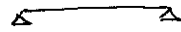


condizione di congruenza

$$\varphi_{B,A} = \varphi_{B,C}$$

Casi limite

$$I_{AB} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$$



$$I_{AB} = \infty \quad \Rightarrow \quad \varphi_B = 0$$

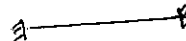
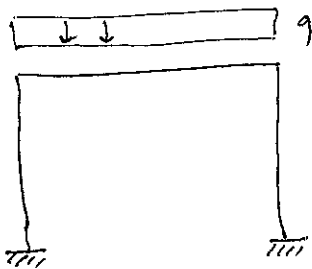
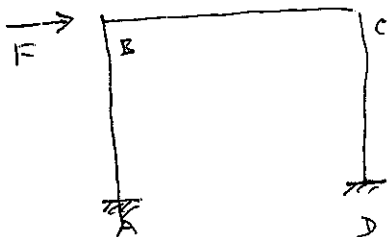


Diagramma M per casi limite e (qualitativo) per situazione reale



Casi limite e
risoluzione qualitativa
(come sopra)



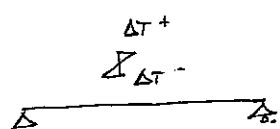
Casi limite

$$I_{BC} = 0$$

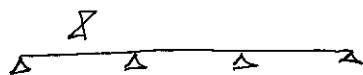
$$I_{BC} = \infty$$

Variazioni termiche

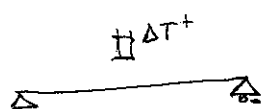
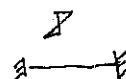
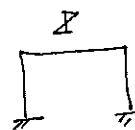
risoluzione rigorosa / qualitativa



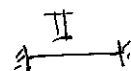
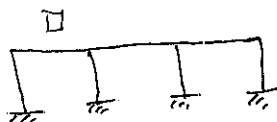
isostatico



iperstatico



isostatico



iperstatico