

Il comportamento strutturale di sistemi asimmetrici valutato attraverso indici di danno

Pier Paolo Rossi*

SOMMARIO – Nel presente lavoro si discutono alcuni aspetti peculiari della risposta sismica di edifici asimmetrici e si esamina l'affidabilità di alcune procedure di progetto nel limitare il danneggiamento di tali sistemi a quello dei corrispondenti sistemi torsionalmente bilanciati. Il comportamento delle strutture è valutato mediante modelli monosimmetrici ad un solo piano caratterizzati da elementi resistenti disposti secondo due direzioni tra loro ortogonali ed aventi resistenza e rigidezza unicamente nel proprio piano. La resistenza è assegnata attraverso una doppia applicazione dell'analisi modale, volta a garantire un buon comportamento strutturale in presenza di sismi sia di bassa che di elevata intensità. Le analisi dinamiche al passo sono condotte con riferimento ad accelerogrammi artificiali generati sulla base dello spettro di risposta elastica proposto dall'Eurocodice 8 per suoli rigidi. L'esame dei risultati, ottenuti attraverso differenti indici di danno, consente di rafforzare la validità dei criteri di progetto proposti nel passato sulla base dell'analisi della sola duttilità cinematica degli elementi resistenti.

SUMMARY – In this paper some aspects of the seismic response of asymmetric systems are discussed and the reliability of some design procedures in limiting the damage of such systems to that of the corresponding torsionally balanced systems is verified. The structural behaviour is evaluated by mono-symmetric one-storey models endowed with a rigid deck supported by resisting elements arranged along two orthogonal directions and having strength and stiffness in their own plane only. Resisting elements are designed by a double application of the modal analysis so as to grant a good behaviour in occurrence of seismic events of both low and high intensity. The models are subjected to artificial accelerograms matching the elastic response spectrum proposed by EC8 for hard layer soil. The analysis of the results, obtained by different damage indexes, allows the verification of observations and design procedures previously proposed on the basis of the kinematic ductility of the resisting elements only.

Parole chiave: Asimmetria; indici di danno; criteri di progetto.

Key words: Asymmetry; damage indexes; design criteria

Introduzione

L'inadeguatezza delle normative sismiche, spesso rilevata in occasione di eventi sismici, a garantire un buon comportamento strutturale in sistemi planimetricamente irregolari ha da tempo indotto la comunità scientifica ad esaminare con maggiore attenzione l'influenza dell'asimmetria sulla risposta sismica degli edifici, al fine ultimo di proporre modifiche alle regole di progettazione che garantiscano in sistemi asimmetrici livelli di sicurezza strutturale eguali a quelli delle corrispondenti strutture a comportamento puramente traslazionale. L'analisi del comportamento di strutture asimmetriche, malgrado la complessità che essa effettivamente presenta, è stata quasi sempre affrontata, sia in campo elastico che inelastico, mediante modelli semplificati ad un solo piano. Tale scelta discende dalla possibilità, analiticamente dimostrata, di studiare il comportamento di una classe speciale di edifici multipiano planimetricamente irregolari attraverso modelli multipiano torsionalmente bilanciati (ovvero a comportamento puramen-

te traslazionale) e modelli monopiano asimmetrici (Hejal e Chopra, 1987). Gli edifici multipiano appartenenti a tale categoria, definiti *regolarmente asimmetrici*, sono isotropi (Makarios e Anastassiadis, 1998), ovvero contraddistinti da elementi resistenti aventi matrici di rigidezza laterale proporzionali, e caratterizzati da centri delle masse e delle rigidezze allineati su due distinte rette verticali. La validità della precedente relazione, provata in campo elastico, non è purtroppo verificata nello stesso ambito per sistemi che non appartengono alla predetta classe di edifici né, tanto meno, in generale, in campo inelastico. Sebbene sia ovunque riconosciuta tale consapevolezza il modello monopiano è stato sinora diffusamente utilizzato per analisi anche in campo inelastico (Rutenberg et al., 1995) in virtù del minore onere computazionale richiesto per l'estesa analisi parametrica necessaria ad individuare l'influenza dei diversi parametri strutturali e dei criteri di progetto sulla risposta strutturale. Lo scetticismo relativo alla rappresentatività dei risultati così ottenuti per sistemi multipiano asimmetrici è stato in parte recentemente debellato da una ricerca (Gherzi et al., 2000), effettuata con riferimento ai più complessi modelli multipiano di edifici regolarmente asimmetrici, nella quale sono state evidenziate numerose analogie di comportamento tra

* Dottore di ricerca, Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale
Facoltà di Ingegneria, 95125 Catania

sistemi asimmetrici mono e multipiano anche in campo inelastico. La conferma di molte delle osservazioni esposte con riferimento ai sistemi semplificati ad un solo piano ha indubbiamente avvalorato i risultati del passato ed ha stimolato ad un ulteriore, più approfondito, studio dei modelli monopiano.

Quale strumento di previsione degli effetti dell'eccitazione sismica l'analisi statica è stata a lungo studiata e modificata nella sua tradizionale procedura di applicazione nel tentativo di soddisfare le richieste di una filosofia di progetto basata su un doppio livello dell'azione sismica (Uang, 1993; Goel e Chopra, 1994). Si è individuato in una duplice applicazione diversificata dell'analisi statica, così come riportato nella maggior parte delle normative tecniche, l'espedito per poter sopperire alla sua incapacità a cogliere con sufficiente precisione l'influenza dell'asimmetria sia in condizioni limiti di servizio che ultime. Tale strategia richiede comunque un non trascurabile sforzo nella definizione di *eccentricità correttive primarie* (Anastassiadis et al., 1998; Muller e Keintzel, 1978; 1984), necessarie per garantire una giusta previsione degli spostamenti massimi in campo elastico, e di *eccentricità secondarie*, essenziali per prevedere la risposta inelastica, sostanzialmente meno rotazionale di quella elastica (Rossi, 1998). A tale riguardo molti studi evidenziano le difficoltà nel proporre relazioni analitiche, di generale validità, per l'eccentricità correttiva primaria (Calderoni et al., 1999) e l'inadeguatezza delle eccentricità di progetto spesso suggerite dalle normative sismiche nel garantire i comportamenti strutturali attesi (ad es. Calderoni et al., 1995; 1996; Chandler et al. 1993; Chandler e Duan, 1997; Tso e Zhu, 1992).

L'analisi modale è invece spesso trascurata in tale ambito della ricerca, malgrado gli indubbi vantaggi che essa fornisce. La sua normale applicazione, con posizioni nominali dei centri delle masse e delle rigidezze (quindi senza eccentricità correttive primarie), consente infatti di stimare correttamente i massimi spostamenti elastici. Essa richiede, comunque, come l'analisi statica, la definizione di eccentricità di progetto, differenti da quelle strutturali, per limitare i livelli di danneggiamento strutturale in occorrenza di eventi sismici di notevole intensità. Una sua formulazione, atta a ridurre i valori di duttilità cinematica a quelli richiesti nei corrispondenti sistemi torsionalmente bilanciati, è stata recentemente presentata da Gherzi e Rossi (2000a) a seguito di un'estesa analisi parametrica su modelli monopiano (Rossi, 1998).

Nonostante l'innegabile importanza che la duttilità cinematica presenta nella determinazione del danneggiamento strutturale, sorge comunque il dubbio che sue valutazioni attraverso parametri differenti, che considerino anche l'accumulo del danno dovuto ad azioni cicliche ripetute, possano modificare sostanzialmente la distribuzione dei valori da questo acquisiti in rapporto a quelli dei corrispondenti sistemi a comportamento puramente traslazionale. Ci si propone pertanto di riesaminare in questa sede il comportamento strutturale degli edifici asimmetrici alla luce delle precedenti osservazioni, al fine di individuare eventuali modifiche nella valutazione comparata del comportamento struttu-

rale ed eventuali carenze nella formulazione precedentemente proposta dell'eccentricità di progetto.

1 Il modello numerico

Gli edifici planimetricamente irregolari sono schematizzati attraverso modelli monopiano (figura 1) dotati di impalcati, di forma rettangolare ($29.50 \text{ m} \times 12.50 \text{ m}$), supposti rigidi nel proprio piano. L'intera struttura è costituita da undici elementi resistenti (otto secondo l'asse y e tre secondo l'asse x), rappresentanti telai o pareti, disposti parallelamente ai lati dell'impalcato in posizioni simmetriche rispetto al baricentro geometrico dello stesso. Gli elementi resistenti reagiscono esclusivamente nel proprio piano con reazioni definite da una legge elastica - perfettamente plastica. La massa del sistema è, per semplicità, concentrata al livello dell'impalcato; i valori della massa per unità di superficie (in media $m \cong 1 \text{ tm}^{-2}$) e del raggio d'inerzia ($r_m = 0.312 L$) sono assegnati indipendentemente dalle dimensioni e dalla forma dell'impalcato, nell'ipotesi che la massa possa essere non uniformemente distribuita. Le irregolarità planimetriche dei modelli sono ottenute considerando distribuzioni delle masse o delle rigidezze degli elementi resistenti dissimmetriche rispetto all'asse y . Una procedura automatica (Gherzi e Rossi, 2000a) consente di definire distribuzioni delle rigidezze degli elementi corrispondenti ai desiderati valori del rapporto Ω_θ tra frequenze torsionali e laterali disaccoppiate, delle rigidezze globali traslazionali K_x e K_y , e torsionali K_θ e dell'eccentricità strutturale e_s .

2 Progettazione strutturale

La resistenza degli elementi strutturali è definita at-

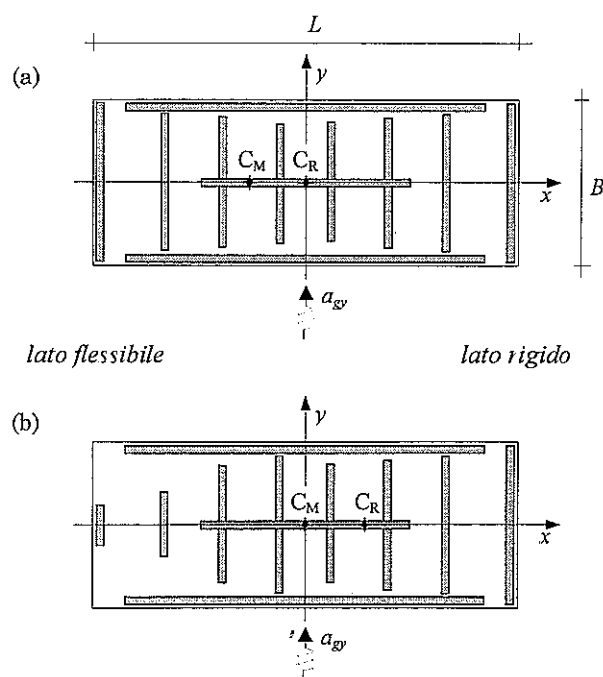


Fig. 1 Sistemi con eccentricità delle masse (a) e delle rigidezze (b)

Tabella 1 Sovreresistenza

Ω_θ	e_s/L	e_d/L						
		0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50
0.6	0.05	0.99	1.00	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05
0.6	0.15	0.94	0.98	1.01	1.04	1.06	1.06	1.04
1.0	0.05	0.95	0.97	1.00	1.04	1.06	1.04	1.01
1.0	0.15	0.91	0.93	0.95	0.99	1.08	1.01	0.98
1.4	0.05	0.98	1.00	1.02	1.05	1.07	1.09	1.11
1.4	0.15	0.91	0.94	0.98	1.04	1.11	1.16	1.19

Tabella 2 Incremento percentuale di resistenza dei sistemi asimmetrici progettati con doppia analisi modale rispetto a quelli progettati con singola analisi modale

Ω_θ	e_s/L	e_d/L						
		0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50
0.6	0.05	0.00	1.19	2.36	3.44	4.55	5.70	6.67
0.6	0.15	0.00	3.53	7.17	10.42	12.57	12.32	10.44
1.0	0.05	0.00	2.38	5.80	9.83	11.94	10.12	6.45
1.0	0.15	0.00	1.60	3.81	8.73	18.66	10.83	7.81
1.4	0.05	0.00	2.31	4.71	7.10	9.37	11.47	13.40
1.4	0.15	0.00	2.80	7.44	14.15	21.61	27.29	30.06

traverso una duplice applicazione dell'analisi modale. Questa è eseguita una prima volta con riferimento alle posizioni nominali del centro delle masse e delle rigidezze ed una seconda volta con riferimento al centro delle masse spostato verso il centro delle rigidezze di una quantità e_d definita *eccentricità di progetto*. Per ogni elemento strutturale la resistenza è infine assunta eguale al valore massimo tra i due separatamente calcolati.

I contributi modali alla risposta sono calcolati in base allo spettro ottenuto da quello di risposta elastica proposto dall'Eurocodice 8 (1996) per suolo rigido, prima scalato ad un'accelerazione di progetto al suolo di 0.35 g e poi ridotto attraverso un valore costante del fattore di comportamento q . La sovrapposizione dei contributi è effettuata in accordo alla regola di combinazione quadratica completa (CQC) mediante i coefficienti di correlazione modale proposti da Der Kiureghian (1981).

Al fine di valutare l'influenza dell'asimmetria sulla risposta strutturale, insieme con i sistemi asimmetrici sono progettati anche i corrispondenti sistemi torsionalmente bilanciati, ottenuti spostando il centro delle masse in corrispondenza di quello delle rigidezze.

3. Parametri di progetto

I modelli sono generati con riferimento ad estesi intervalli del rapporto Ω_θ delle frequenze latero-torsionali disaccoppiate e dell'eccentricità strutturale e_s :

$$0.6 \leq \Omega_\theta \leq 1.6; \quad 0 \leq e_s \leq 0.2 L \quad (1)$$

Altri parametri, quali i periodi di vibrazione traslazionali disaccoppiati T_x e T_y , l'aliquota γ_x di rigidezza torsionale dovuta agli elementi disposti secondo l'asse x ed il fattore di comportamento q , sono invece considerati costanti per la scarsa influenza, mostrata in precedenti lavori (Rossi, 1998), nella valutazione comparata del comportamento strutturale di sistemi asimmetrici e torsionalmente bilanciati:

$$T_x = T_y = 1.0 \text{ s}; \quad \gamma_x = 0.2; \quad q = 5 \quad (2)$$

L'eccentricità di progetto e_d è variata tra 0 e 1.5 e_s in sistemi torsio-rigidi ed in intervalli più ampi, fino a raggiungere 2.5 e_s , in sistemi torsio-flessibili. Nessun valore dell'eccentricità accidentale è considerato sia per i sistemi asimmetrici che per quelli torsionalmente bilanciati.

La sovreresistenza

L'influenza dell'eccentricità di progetto sul livello di resistenza della struttura è analizzata mediante il rapporto tra la resistenza, valutata con riferimento ai soli elementi disposti secondo l'asse y , dello schema asimmetrico e del corrispondente sistema torsionalmente bilanciato. Tale parametro, definito *sovreresistenza*, aumenta generalmente al crescere dell'eccentricità di progetto e_d (tabella 1); una inversione in tale tendenza, riscontrata nell'ambito dei valori di eccentricità di progetto esaminati, si nota unicamente in sistemi torsionalmente flessibili per valori piuttosto elevati dell'eccentricità di progetto. L'incremento percentuale di resistenza dei sistemi asimmetrici progettati con doppia analisi

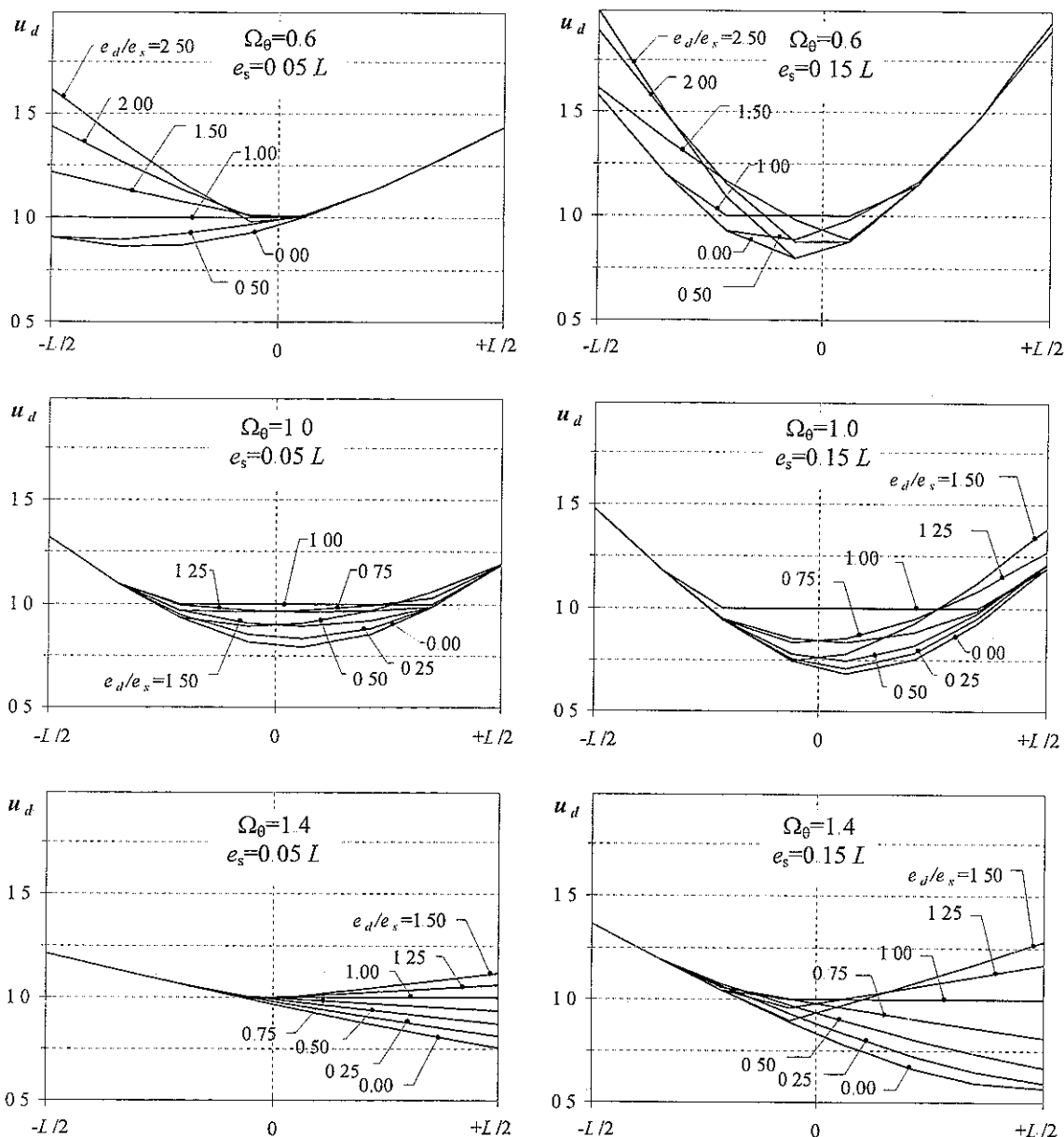


Fig. 2 Spostamenti di progetto di sistemi con eccentricità delle masse progettati con doppia applicazione dell'analisi modale e con differenti valori dell'eccentricità di progetto e_d (parametri di progetto: $T_y = 1s$, $\gamma_x = 0.2$, $q = 5$)

modale rispetto a quelli progettati secondo la tradizionale applicazione di un'unica analisi modale presenta inoltre valori maggiori (tabella 2) nei sistemi torsionalmente rigidi, particolarmente in quelli con grande eccentricità strutturale.

4. Indagini numeriche

I sistemi sono esaminati mediante analisi dinamica al passo, sollecitati nella direzione dell'asse y da un insieme di trenta accelerogrammi generati artificialmente (Gasparini e Vanmarcke, 1976; Simqke, 1976) in base allo spettro di risposta elastica proposto dall'Eurocodice 8 (1996) per terreno rigido. I singoli accelerogrammi, scalati ad un'accelerazione massima al suolo (PGA) di 0.35 g, sono modellati mediante una funzione involuppo

trapezoidale identificata da un tratto centrale di 22.5 s, come richiesto dall'EC8 per accelerogrammi artificiali di tale intensità, e da tratti di raccordo, iniziali e finali, di 3 e 5 secondi rispettivamente. Coerentemente con le disposizioni dell'EC8 nessun valore dello spettro medio degli accelerogrammi generati è inferiore al 90% del corrispondente valore proposto dalla normativa europea; inoltre la media delle accelerazioni spettrali relative ai segnali generati nel campo dello spettro ad accelerazione costante è non inferiore al valore fissato dall'EC8.

Al fine di eseguire un'analisi comparata tra sistemi asimmetrici e torsionalmente bilanciati a conclusione delle elaborazioni numeriche è valutato per ogni elemento resistente e per ogni accelerogramma il valore massimo del parametro di interesse normalizzato (ovvero del rapporto tra il valore del parametro nel sistema

asimmetrico e nel corrispondente sistema torsionalmente bilanciato). La media dei trenta valori, ottenuti con riferimento all'insieme degli accelerogrammi selezionati, è quindi assunta quale valore statisticamente rappresentativo della risposta dell'elemento in esame. Con procedura analoga sono calcolate, a descrivere la risposta dell'intero sistema, le medie dei valori massimi ottenuti, per ogni accelerogramma, con riferimento ad uno qualsiasi degli elementi resistenti

5 Spostamenti

È inizialmente analizzato, al variare dell'eccentricità di progetto, il comportamento dei sistemi asimmetrici in termini di spostamenti massimi, allo scopo di cogliere e mostrare alcuni aspetti fondamentali del comportamento sismico dei sistemi planimetricamente irregolari. Validi contributi in questa direzione sono già stati forniti da alcuni studiosi che hanno evidenziato la pratica insensibilità degli spostamenti massimi rispetto alla distribuzione in pianta delle resistenze (Goel e Chopra, 1990; Tso e Zhu, 1992). L'analisi parametrica condotta in questa fase della ricerca vuole valutare con maggiore attenzione tale osservazione con riferimento a variazioni della distribuzione (figura 2) ed anche dell'intensità delle resistenze (tabelle 1-2) apportate implicitamente dalla duplice applicazione proposta dell'analisi modale

Un confronto tra l'involuppo della media degli spostamenti massimi di calcolo (figura 3) e quello degli spostamenti di progetto valutati in corrispondenza di eccentricità di progetto nulle (figura 2) evidenzia innanzitutto che la risposta inelastica dei sistemi asimmetrici è generalmente più traslazionale di quella elastica. È questa una constatazione riportata da numerosi studiosi e caratteristica del comportamento inelastico degli edifici planimetricamente irregolari, indicativa della non adeguatezza delle analisi elastiche, eseguite secondo le comuni procedure, a cogliere con precisione l'andamento degli spostamenti massimi in sistemi asimmetrici

Un aumento dell'eccentricità di progetto determina in sistemi torsionalmente flessibili lievi variazioni dei massimi spostamenti inelastici (figura 3), particolarmente in presenza di piccole eccentricità strutturali. L'incremento della resistenza sul lato flessibile delle strutture, conseguente all'adozione di eccentricità di progetto, contribuisce a ridurre gli spostamenti massimi sullo stesso lato pur accentuando quelli sul lato rigido.

Maggiori variazioni della risposta strutturale sono invece evidenziate in sistemi torsionalmente rigidi, laddove incrementi dell'eccentricità di progetto e quindi della resistenza sul lato rigido della struttura rafforzano il carattere rotazionale della risposta. Nessuna apprezzabile variazione di risposta in termini di spostamenti massimi si nota infine in sistemi con rapporto tra frequenze rotazionali e traslazionali disaccoppiate prossimo all'unità

6. Parametri ed indici di danno

Analogamente a quanto fatto da quasi tutti i ricercatori

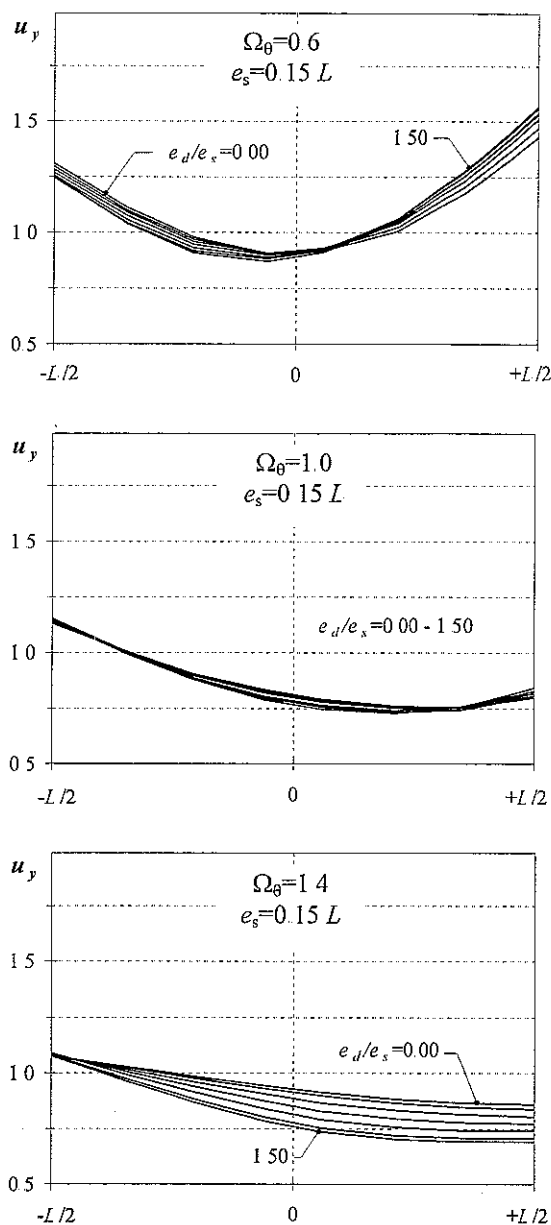


Fig. 3 Valore medio degli spostamenti massimi di sistemi con eccentricità delle masse progettati con doppia applicazione dell'analisi modale e con differenti valori dell'eccentricità di progetto e_d (parametri di progetto: $T_y = 1s$, $\gamma_x = 0.2$, $q = 5$)

ri che abbiano studiato il comportamento inelastico di modelli asimmetrici monopiano, in una precedente fase della ricerca (Rossi, 1998) il danno delle strutture è stato valutato mediante il parametro di *duttilità cinematica*:

$$d_k = \frac{u_{\max}}{u_y} \quad (3)$$

avendo indicato con u_{\max} e u_y rispettivamente il massimo spostamento di calcolo e lo spostamento corrispondente alla plasticizzazione dell'elemento resistente

Allo scopo di verificare l'attendibilità delle osservazioni così dedotte nell'ipotesi di criteri di danno che considerino l'influenza di escursioni plastiche

ripetute ed anche di bassa entità, la risposta strutturale è stata quindi rielaborata (Rossi, 2000) valutando il danno attraverso il parametro della *duttilità isteretica*, così come definita da Mahin e Bertero (1981):

$$d_h = \frac{E_h}{f_y u_y} + 1 \quad (4)$$

in cui E_h rappresenta l'energia isteretica dissipata durante l'evento sismico, f_y la resistenza del generico elemento e u_y lo spostamento di plasticizzazione.

In questa sede si intende concludere l'analisi dell'influenza dei criteri di danno sulla valutazione della risposta di sistemi asimmetrici effettuando uno studio più approfondito, che consenta di rilevare la contemporanea influenza della distribuzione e dell'entità delle escursioni plastiche sul danno strutturale (Mazzaglia, 1999). Lo studio del danneggiamento dei sistemi strutturali è affrontato attraverso l'analisi di indici di danno esprimibili genericamente nella forma:

$$D = \left(\frac{d - d_y}{d_u - d_y} \right)^a \quad \text{con } a > 0 \quad (5)$$

avendo indicato con d_y e d_u rispettivamente il valore del parametro di danno corrispondente alla condizione di snervamento ed al collasso (Cosenza et al., 1993; Powell e Allahabadi, 1988). Gli indici di danno utilizzati sono normalizzati in modo tale da restituire valori nulli in situazioni di comportamento elastico e valore unitario in corrispondenza del collasso. Tale loro proprietà consente di confrontare giudizi di sicurezza strutturale ottenuti con riferimento a parametri di danno differenti e di individuare univocamente classi diverse di comportamento caratterizzate da danni strutturali di differente entità.

Indice di danno della fatica plastica

In accordo alla legge di Coffin e Manson il danno provocato dalla generica escursione plastica Δu^p è valutato attraverso la relazione:

$$D_f = A(\Delta u^p)^a \quad (6)$$

dove A ed a rappresentano coefficienti da determinare sperimentalmente.

Il danno complessivo, indotto da n escursioni plastiche di ampiezza diversa, è invece ottenuto, secondo la legge di Miner, ipotizzando una sovrapposizione lineare delle singole aliquote:

$$\sum_{i=1}^n D_{fi} = \sum_{i=1}^n A(\Delta u_i^p)^a \quad (7)$$

Il parametro A può essere determinato attraverso una prova di carico monotona, assumendo un valore unitario del danno complessivo in tale situazione:

$$1 = A(\Delta u^p)^a \Rightarrow A = \frac{1}{(\Delta u^p)^a} \Rightarrow D_f = \sum_{i=1}^n \left(\frac{u_i - u_y}{u_u - u_y} \right)^a \quad (8)$$

Il parametro a è invece calcolato sperimentalmente attraverso prove dinamiche che portino a rottura l'elemento in esame per effetto di un carico ciclico di ampiezza costante. Se N_f è il numero di escursioni plastiche Δu^p necessarie a raggiungere il collasso segue infatti che:

$$1 = N_f \left(\frac{\Delta u^{p_i}}{\Delta u^{p_{mon}}} \right)^a \Rightarrow N_f = \left(\frac{\Delta u^{p_i}}{\Delta u^{p_{mon}}} \right)^{-a} \quad (9)$$

Se si riportano su di un grafico bi-logaritmico, con riferimento a più prove eseguite con escursioni plastiche di ampiezza diversa, il numero di cicli necessari al collasso in funzione del rapporto tra escursioni plastiche eseguite ed escursioni corrispondenti alla rottura per carico monotono, l'esponente a rappresenta il coefficiente angolare della retta che in tale grafico interpola i dati sperimentali.

La relazione dell'indice di danno della fatica plastica mostrata in (8) evidenzia la dipendenza dell'indice di danno della fatica plastica da quello ottenuto con riferimento alla duttilità cinematica, ma modificato dalla presenza dell'esponente a che altera il valore del danno prodotto dalle escursioni plastiche in funzione dell'ampiezza delle stesse. Essendo in ogni caso $a > 1$ l'accumulo del danno non è proporzionale all'ampiezza delle escursioni ma aumenta più che linearmente con l'ampiezza delle escursioni plastiche. Al limite se a tendesse all'infinito il criterio di valutazione del danno si trasformerebbe in quello della duttilità cinematica mentre se a fosse unitario si modificherebbe in quello dell'energia isteretica (Cosenza et al., 1993).

I valori dell'esponente a dipendono purtroppo anche dalla condizione di collasso considerata e quindi una comparazione dei valori sperimentali per esso ottenuti da differenti autori, con riferimento a diverse condizioni di collasso, diventa piuttosto problematica (Capecchi e Vestroni, 1986). I valori proposti per elementi in acciaio variano mediamente tra 1.5 e 2.0, con particolare convergenza tra 1.7 e 1.8 (Suidan e Eubanks, 1973; Krawinkler e Popov, 1982; Krawinkler e Zohrei, 1983; Krawinkler e Nassar, 1991, Chai e Romstad, 1997). Un'analisi dei valori suggeriti per strutture in cemento armato evidenzia invece, innanzitutto, un minor numero di contributi; tra questi Stephens (1987) consiglia di assumere il valore 1.77.

Per valutare il danneggiamento attraverso la legge dell'accumulo lineare della fatica plastica (8) è inoltre necessario scomporre la legge temporale degli spostamenti in singoli eventi (definiti cicli e semicicli), individuando per ognuno di essi l'ampiezza dell'escursione plastica (CRF, 1984). Anche per tale problema sono disponibili in letteratura differenti soluzioni, aventi diversi gradi di difficoltà e di precisione (Committee on Fatigue, 1982).

Nel presente studio la suddetta analisi di scomposi-

zione della legge temporale degli spostamenti è eseguita attraverso uno tra i metodi di conteggio dei cicli forse più elaborati ma anche più apprezzati per l'accuratezza dei risultati, denominato «rain flow counting method» (Suidan e Eubanks, 1973; Committee on Fatigue, 1982; Loh e Ho, 1990; Mazzaglia, 1999). Il parametro a è invece considerato variabile tra 1 e 5 allo scopo di cogliere gli effetti di criteri di danno che assegnano importanza differente alle escursioni plastiche di minore ampiezza

Indice di Park e Ang

La risposta inelastica dei sistemi selezionati è stata inoltre elaborata mediante l'indice di danno proposto da Park ed Ang (1985). Ipotizzando una combinazione lineare del danno dovuto all'escursione plastica di massima ampiezza e di quello accumulato derivato dal ripetersi di cicli di deformazione anche di minore intensità, viene fornita per la valutazione del danno la seguente espressione (Park ed Ang, 1985; Park et al., 1985, 1987):

$$D_{PA} = \frac{u_{max}}{u_u} + \frac{\beta}{f_y u_u} \int dE_h \quad (10)$$

in cui u_{max} e u_u rappresentano il parametro di spostamento massimo ed ultimo, f_y la forza di snervamento e β un parametro che tiene conto dell'apporto dell'energia isteretica al danno totale. I valori sperimentali di β riportati in letteratura (Park ed Ang, 1985) oscillano all'incirca tra -0.3 e +1.2, con valore medio pari a 0.15 (Cosenza et al., 1993).

L'indice di danno proposto in (10) non è tuttavia normalizzato e fornisce pertanto valori maggiori di zero anche per comportamenti strutturali elastici. Una sua versione normalizzata è stata presentata da Kunnath et al. (1991; 1992) nella forma seguente

$$D_{PA} = \frac{u_{max} - u_y}{u_u - u_y} + \frac{\beta}{f_y u_u} \int dE_h \quad (11)$$

Un calcolo del fattore β effettuato sulla base delle proposte di Park ed Ang (1985) per sezioni in c.a. (Mazzaglia, 1999) ha evidenziato, sia per pilastri che per travi, valori prossimi a quelli ottenuti sperimentalmente da diversi autori. Il valore 0.2 adottato nel seguito è sembrato, inoltre, poter fornire mediamente un'appropriate stima del danno sia di travi che, particolarmente, di pilastri.

7. Risultati

In figura 4 sono mostrati, per i singoli elementi resistenti, i valori medi normalizzati del danno da fatica plastica ($a = 1.8$) relativamente a modelli con eccentricità del centro delle masse (MES) e caratterizzati da diversi valori del rapporto Ω_θ tra frequenze torsionali e traslazionali disaccoppiate

In strutture torsio-flessibili aventi bassi valori dell'eccentricità strutturale e progettate in assenza di eccentricità di progetto l'analisi della risposta sismica rivela sul lato flessibile livelli di danneggiamento considerevolmente maggiori di quelli dei corrispondenti sistemi torsionalmente bilanciati. Una progettazione con analisi modale modificata nella sua applicazione attraverso l'utilizzo di eccentricità di progetto consente di ottenere negli elementi di quello stesso lato un aumento di resistenza ed una graduale riduzione del danneggiamento sino a conseguire, ovunque, livelli normalizzati anche inferiori all'unità. In sistemi torsio-flessibili caratterizzati da elevate eccentricità strutturali e progettati con applicazione classica dell'analisi modale i valori massimi del danno si spostano verso il centro del modello. Un graduale aumento dell'eccentricità di progetto produce dapprima un abbassamento del livello massimo di danno, per dar luogo poi (in corrispondenza di $e_d/e_s \geq 1.25$), nella zona centrale della struttura, ad un'inversione di tendenza e quindi ad un aumento del danneggiamento.

In vista di proposte normative la precedente osservazione evidenzia la necessità di tarare attentamente l'eccentricità di progetto, al fine di garantire nella struttura livelli medi di danno uniformi e comunque non superiori a quelli dei corrispondenti sistemi torsionalmente bilanciati.

Contrariamente a quanto accade in sistemi torsio-flessibili, in strutture torsio-rigide progettate in assenza di eccentricità correttive l'indice di danno normalizzato della fatica plastica presenta i suoi massimi valori in corrispondenza del lato rigido, laddove l'analisi modale, a causa della rotazione d'impalcato, prevede i minori spostamenti di progetto. Al crescere dell'eccentricità strutturale il danno aumenta anch'esso raggiungendo, già in presenza di modeste eccentricità strutturali, valori inammissibili per la sicurezza strutturale. L'utilizzo di eccentricità di progetto nell'ambito della procedura proposta produce una rapida riduzione del danno sul lato rigido della struttura e garantisce nei sistemi asimmetrici, già per valori non elevati dell'eccentricità di progetto, livelli di danno paragonabili a quelli delle corrispondenti strutture torsionalmente bilanciate.

I sistemi caratterizzati da valori del rapporto Ω_θ prossimi all'unità e progettati con applicazione classica dell'analisi modale presentano, infine, i massimi livelli del danno nella zona centrale della struttura. L'incremento di resistenza degli elementi strutturali centrali indotto dall'utilizzo di bassi valori dell'eccentricità di progetto riduce i livelli di danneggiamento di tale zona della struttura. Come nel caso delle strutture torsio-flessibili anche in tali sistemi un eccessivo aumento dell'eccentricità di progetto può produrre un'inversione nella iniziale tendenza a decrescere del massimo danno strutturale.

L'esame dell'indice di danno normalizzato di Park ed Ang evidenzia comportamenti strutturali e distribuzioni del danno analoghi a quelli sottolineati con riferimento all'indice di danno della fatica plastica. I diagrammi di figura 5, relativi all'indice di danno di Park ed Ang, mostrano, in confronto a quelli precedenti, una maggiore compattezza delle curve e quindi una minore dispersione dei livelli medi del danno dei sistemi asim-

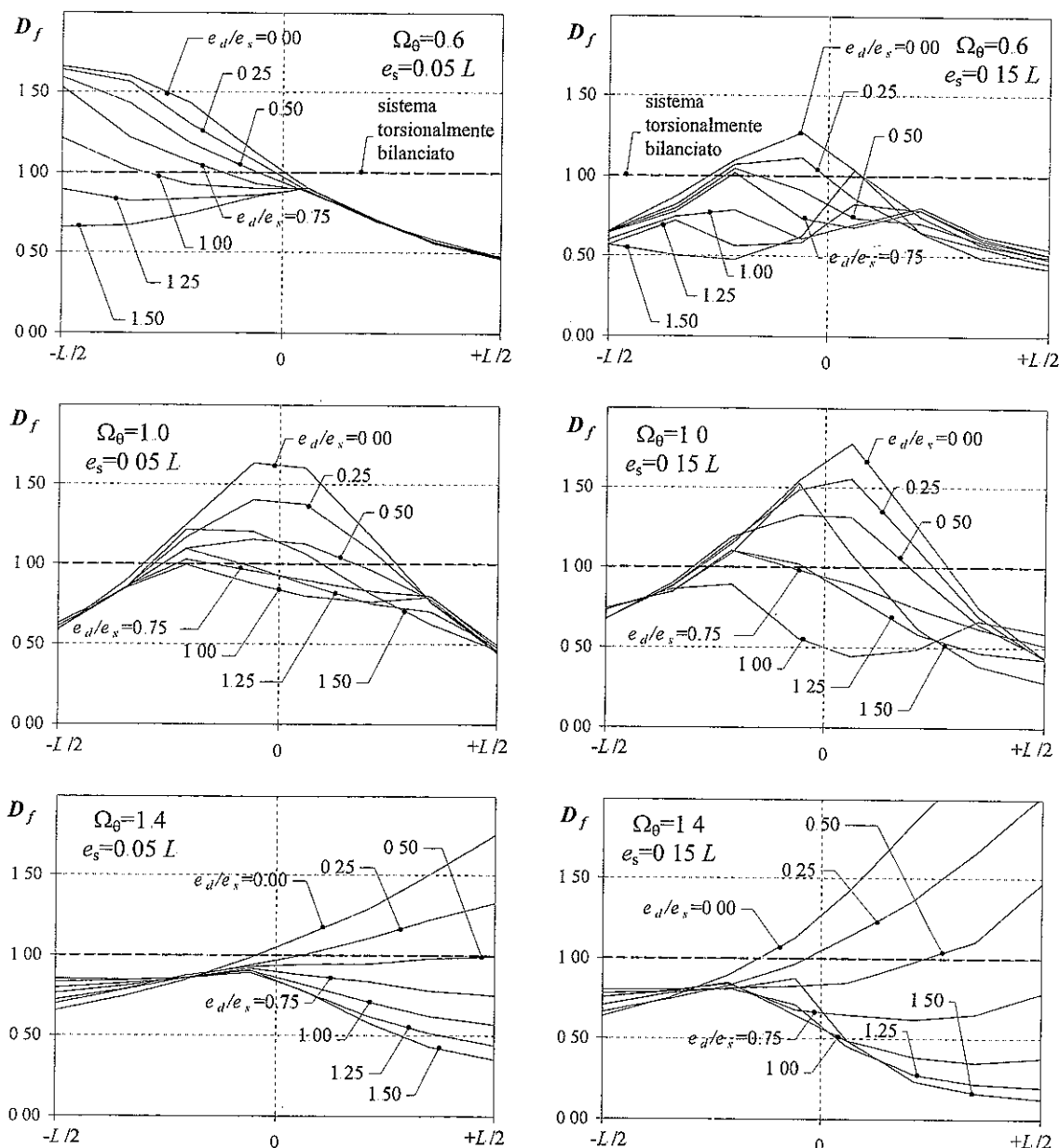


Fig. 4 Indice della fatica plastica normalizzato ($\alpha = 1.8$) in sistemi con eccentricità delle masse progettati con doppia applicazione dell'analisi modale e con differenti valori dell'eccentricità di progetto e_d (parametri di progetto $T_y = 1s$, $\gamma_x = 0.2$, $q = 5$)

metrici rispetto a quelli dei corrispondenti sistemi torsionalmente bilanciati. Ciò è dovuto alla diversa legge di variazione dell'indice di danno che conduce, in condizioni di danno differente tra sistemi asimmetrici e torsionalmente bilanciati, a valori normalizzati che si allontanano dall'unità con facilità differente in dipendenza della relazione che li definisce; il valore dell'esponente α nell'indice di danno da fatica plastica e il parametro β in quello di Park ed Ang giocano in tal senso un ruolo fondamentale.

Una valutazione comparata degli indici di danno qui analizzati e dei parametri di danno normalizzati della duttilità cinematica (Gherzi e Rossi, 2000a) ed isteretica (Rossi, 2000) trattati in precedenti lavori evidenzia, inoltre, una marcata similitudine nell'andamento del danno normalizzato. È fondamentale rilevare infine che il valore dell'eccentricità di progetto necessario a ga-

rantire un valore medio del danno normalizzato unitario sembra essere indipendente dal criterio di valutazione del danno adottato.

Da un confronto tra il livello di danno riscontrato in sistemi con eccentricità delle masse ed in sistemi con eccentricità delle rigidezze (Mazzaglia, 1999), emerge poi che le osservazioni fatte con riferimento a sistemi con eccentricità delle masse (MES) possono essere ripetute identicamente per sistemi con eccentricità delle rigidezze (SES).

La formulazione proposta dell'eccentricità correttiva di progetto

Come si evince dalle figure 4-5, il valore dell'eccentricità di progetto e_d atto a produrre nei sistemi asim-

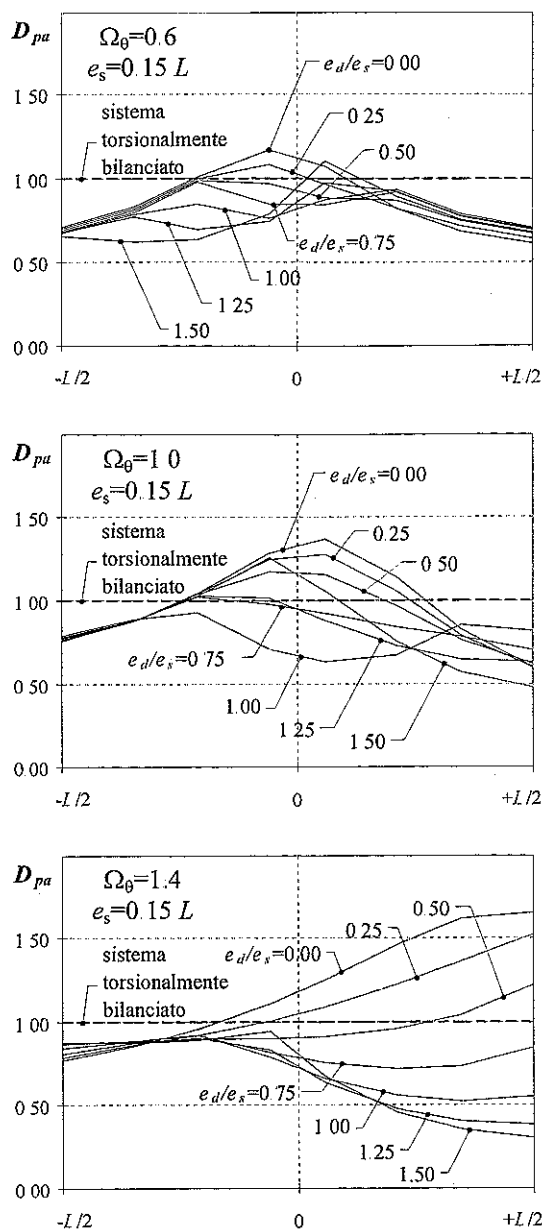


Fig. 5. Indice di danno di Park ed Ang normalizzato ($\beta = 0.2$) in sistemi con eccentricità delle masse progettati con doppia applicazione dell'analisi modale e con differenti valori dell'eccentricità di progetto e_d (parametri di progetto $T_y = 1s$, $\gamma_x = 0.2$, $q = 5$)

metrici una riduzione del livello di danno a valori pre-determinati dipende dalle caratteristiche meccaniche e dinamiche delle strutture esaminate. Al fine di garantire in sistemi simmetrici ed asimmetrici eguale sicurezza alle azioni orizzontali è stata proposta in passato (Gherzi e Rossi, 2000a) una formulazione dell'eccentricità di progetto mirante a limitare, negli elementi resistenti, il valore caratteristico della richiesta di duttilità cinematica normalizzata ad 1.3. La stessa procedura di progetto si è rivelata, al contempo, anche idonea ad abbattere la media della duttilità cinematica normalizzata a valori prossimi all'unità in sistemi caratterizzati da un ampio campo di valori dei parametri strutturali e di progetto.

L'eccentricità correttiva di progetto proposta e_d è

espressa in funzione dell'eccentricità strutturale e_s , attraverso la relazione:

$$e_d = k(e_s - e_r) \geq 0 \quad (12)$$

in cui k ed e_r rappresentano rispettivamente il coefficiente angolare e l'intercetta della retta che nel piano $e_d/L - e_s/L$ approssima l'andamento dei dati sperimentali corrispondenti ai valori desiderati di duttilità cinematica normalizzata. I coefficienti k ed e_r sono espressi nella formulazione proposta in funzione del rapporto Ω_θ tra frequenze torsionali e traslazionali disaccoppiate, del fattore di comportamento q e della dimensione in pianta dell'edificio L ortogonale alla direzione dell'azione sismica:

$$k = \max \begin{cases} 3.3 - 2.5\Omega_\theta + 0.04q \\ 1 \end{cases} \quad (13)$$

$$e_r = \max \begin{cases} 0.1(0.5\Omega_\theta - 0.4)L \\ 0.01L \end{cases} \quad (14)$$

L'espressione (12) dell'eccentricità di progetto, particolarizzata dai valori di k ed e_r forniti in (13-14), dà luogo nel piano $e_d/L - e_s/L$ a rette tanto più inclinate rispetto all'orizzontale quanto minori sono i valori considerati del rapporto Ω_θ tra frequenze torsionali e traslazionali disaccoppiate (figura 6). Ciò evidenzia che, a parità di eccentricità strutturale, strutture torsio-flessibili necessitano di valori «ottimali» dell'eccentricità di progetto (e quindi dello spostamento del centro delle masse verso quello delle rigidità) maggiori di quelli di strutture torsionalmente rigide. I valori limite inferiori imposti in (13-14) per i parametri k ed e_r vincolano il valore dell'eccentricità di progetto di strutture torsio-flessibili.

Si è inoltre evidenziato (Gherzi e Rossi 2000a; 2000b) che unicamente in corrispondenza di bassi valori dell'eccentricità strutturale, in particolar modo in strutture torsio-rigide, l'eccentricità di progetto proposta non è sufficiente ad assicurare valori unitari della duttilità normalizzata media. A tal proposito l'utilizzo della condizione aggiuntiva per l'eccentricità di progetto (12)

$$e_d = 0.6 e_s \quad (15)$$

è stato suggerito (Gherzi e Rossi; 2000b) in passato per poter agevolmente superare il problema garantendo uniformità di comportamento anche per bassi valori dell'eccentricità strutturale.

Controllo della procedura proposta

La verifica dell'efficacia della formulazione proposta è stata eseguita con riferimento sia al valore caratteristico $D_{0.95}$ che medio $\bar{D}_{0.50}$ del massimo danno normalizzato riscontrato nella struttura al termine delle simulazioni numeriche. Allo scopo di evidenziare il control-

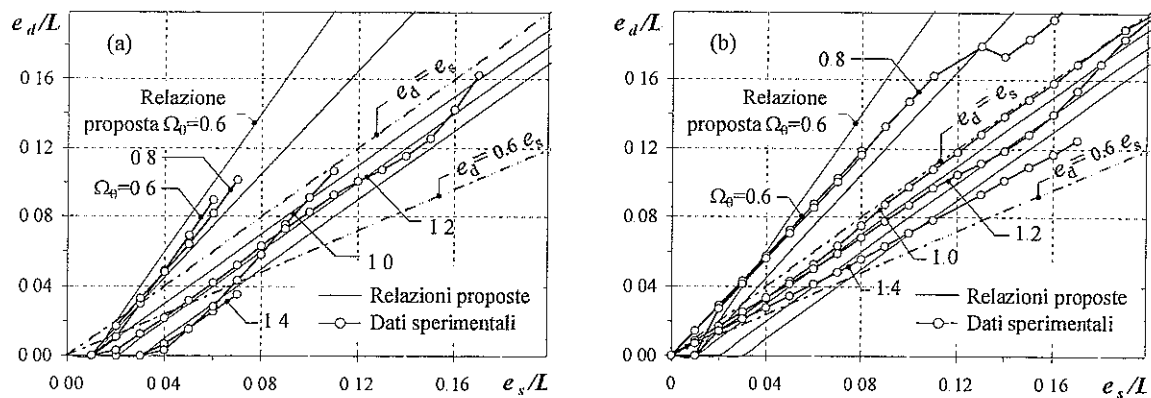


Fig. 6 Confronto tra eccentricità di progetto proposte e valori sperimentali necessari ad ottenere un valore caratteristico della duttilità cinematica normalizzata massima eguale a 1.3 (a) o un valore medio della duttilità cinematica normalizzata eguale a 1.0 (b) (parametri di progetto: MES , $T_y = 1s$, $\gamma_x = 0.2$, $q = 5$)

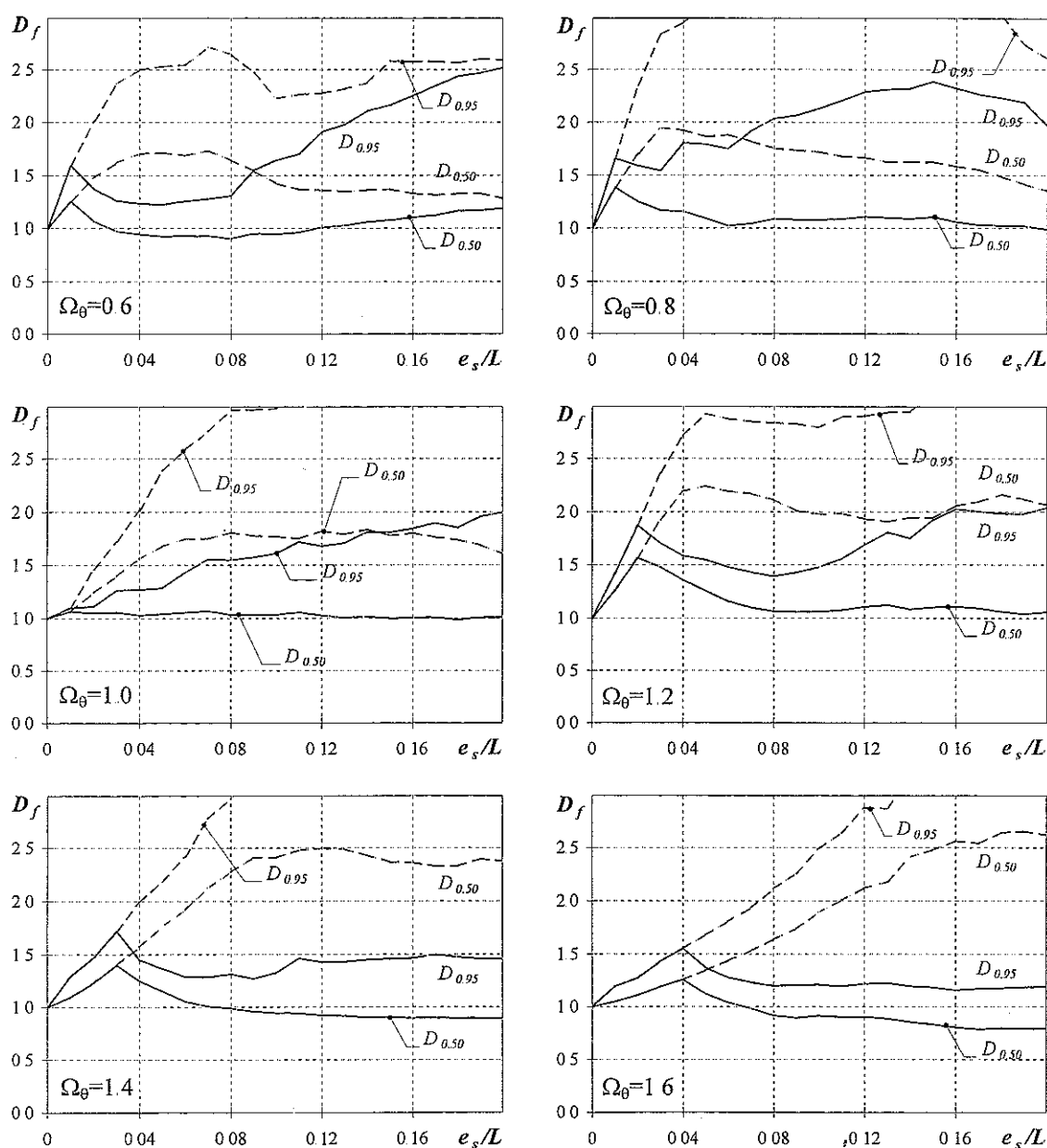


Fig. 7 Indice di danno globale normalizzato della fatica plastica ($a = 1.8$) in sistemi con eccentricità delle masse (parametri di progetto: $T_y = 1s$, $\gamma_x = 0.2$, $q = 5$).

lo del danneggiamento conseguente all'adozione dei valori proposti dell'eccentricità di progetto, l'analisi è stata effettuata una prima volta con riferimento a strutture progettate a mezzo di un'applicazione tradizionale dell'analisi modale, poi, secondo la procedura di progetto suggerita, attraverso l'utilizzo dei valori dell'eccentricità di progetto calcolati mediante le (12) (13) e (14).

Relativamente a sistemi con eccentricità delle masse (MES) è mostrato in figura 7 il valore caratteristico e medio del massimo valore dell'indice della fatica plastica normalizzato ($\alpha = 1.8$) rispetto a quello dei corrispondenti sistemi torsionalmente bilanciati. Le linee tratteggiate rappresentano i risultati di analisi eseguite su strutture progettate con eccentricità di progetto nulla (ovvero secondo la tradizionale procedura di progetto con analisi modale) mentre le linee a tratto continuo indicano le stesse grandezze in sistemi progettati in accordo alla formulazione proposta dell'eccentricità di progetto. Lo studio svolto evidenzia, per strutture progettate con eccentricità di progetto nulla, valori caratteristici $D_{0.95}$ e medi $D_{0.50}$ dell'indice di danno in esame molto elevati e per lo più crescenti con il rapporto Ω_θ tra frequenze torsionali e traslazionali disaccoppiate. L'applicazione della formulazione proposta dell'eccentricità di progetto determina, come atteso, un generale abbattimento dei precedenti valori e, per quasi tutti i casi esaminati, la loro riduzione, in media, all'unità; costituiscono un'eccezione a tale ultima tendenza unicamente le strutture torsionalmente rigide caratterizzate da bassi valori dell'eccentricità strutturale. Tale risultato è stato già rimarcato nei precedenti studi condotti con riferimento alla sola duttilità cinematica e trova conferma nella figura 6 in cui si evidenzia, per tali strutture, che il valore dell'eccentricità di progetto necessario a garantire un valore medio unitario della duttilità normalizzata è talvolta anche sensibilmente maggiore di quello strettamente sufficiente ad assicurare un valore caratteristico eguale ad 1.3. Il rispetto dell'ulteriore condizione (15) nella valutazione del valore proposto dell'eccentricità di progetto (fig. 6) consente di sopperire a tale inadeguatezza così da garantire (anche se non mostrato in fig. 7), in qualunque caso, per l'indice di danno normalizzato un valore medio pressoché unitario. Nessuna particolare variazione nei valori normalizzati dell'indice di danno si nota infine al variare del valore dell'esponente α .

Un'analoga analisi è stata eseguita per le stesse strutture con riferimento all'indice di danno di Park ed Ang. Come già notato in precedenza (figg. 4-5), i risultati (fig. 8) evidenziano valori normalizzati del danno mediamente minori rispetto a quelli ottenuti dall'indice di danno della fatica plastica, ma comunque non trascurabili. L'utilizzo della formulazione proposta dell'eccentricità di progetto, modificata in questo caso nella sua applicazione con l'introduzione dell'ulteriore condizione (15), rimarca la sua efficacia in sistemi asimmetrici caratterizzati da valori del rapporto Ω_θ tra frequenze torsionali e traslazionali disaccoppiate e dell'eccentricità strutturale variabili in un ampio campo.

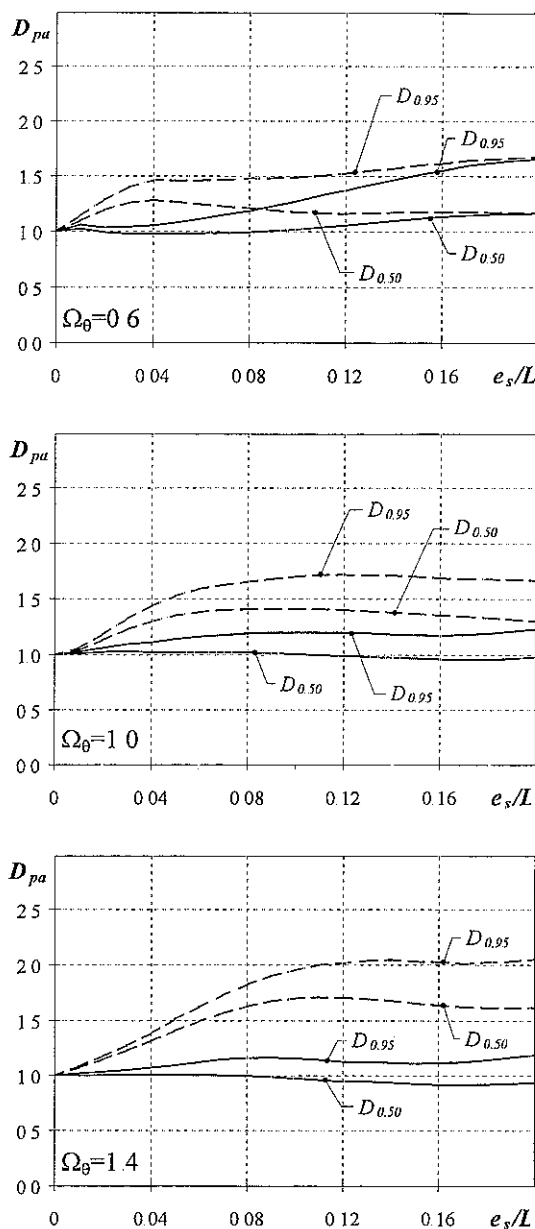


Fig. 8 Indice di danno globale normalizzato di Park ed Ang ($\beta = 0.2$) in sistemi con eccentricità delle masse (parametri di progetto $T_y = 1s$, $\gamma_x = 0.2$, $q = 5$)

8. Conclusioni

Un'estesa analisi parametrica condotta su sistemi asimmetrici monopiano sollecitati da accelerogrammi artificiali spettro-compatibili ha consentito di valutare l'efficacia di alcuni metodi di progettazione nel limitare il livello di danno strutturale. Quest'ultimo è stato calcolato attraverso indici che in vario modo quantificano il contributo fornito dalle massime escursioni plastiche prodotte nel corso dell'evento sismico e dal ripetersi delle deformazioni plastiche di minore ampiezza.

A conferma di precedenti studi l'analisi del danno strutturale così effettuata consente di rilevare che la risposta sismica delle strutture asimmetriche progettate attraverso il tradizionale utilizzo dell'analisi modale (con i centri delle masse e quelli delle rigidezze nelle

posizioni nominali) risulta caratterizzata da livelli di danneggiamento maggiori di quelli delle corrispondenti strutture torsionalmente bilanciate.

Allo scopo di uniformare il livello di sicurezza di strutture asimmetriche e simmetriche è stata esaminata l'efficacia di una procedura di progetto basata su una duplice applicazione dell'analisi modale, eseguita una prima volta con i centri delle masse e delle rigidezze nelle posizioni nominali ed una seconda volta con il centro delle masse spostato verso quello delle rigidezze di una quantità e_d definita eccentricità correttiva di progetto. La formulazione dell'eccentricità di progetto proposta nel passato con riferimento al parametro di danno della duttilità cinematica dimostra di essere in grado di ottenere valori normalizzati medi degli indici di danno analizzati prossimi all'unità per un'estesa gamma di valori dei principali parametri strutturali.

Le precedenti osservazioni sono valide sia per sistemi con eccentricità delle masse che per sistemi con eccentricità delle rigidezze.

Bibliografia

- Anastassiadis K., Athanatopoulou A. e Makarios T. 1998. Equivalent static eccentricities in the simplified methods of seismic analysis of buildings, *Earthquake Spectra*, vol. 1, 1-34.
- Calderoni B., Gherzi A. e Mazzolani F. M. 1995. Critical analysis of torsional provisions in seismic codes. Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering, Montreal.
- Calderoni B., Gherzi A. e Mazzolani F. M. 1996. Critical analysis of EC8 approach to face the problem of structural regularity. Atti del European Workshop on the Seismic Behaviour of Asymmetric and Set-back Structures, Capri.
- Calderoni B., Gherzi A. e Rinaldi Z. 1999. Efficacia delle eccentricità correttive nel progetto di edifici multipiano planimetricamente irregolari: metodologia ed applicazione ad un caso reale. Atti del 9° Convegno «L'ingegneria sismica in Italia», Torino.
- Capecchi D. e Vestroni F. 1986. Aspetti della modellazione del danneggiamento nelle strutture di cemento armato. *Ingegneria Sismica*, anno III, vol. 3, 22-31.
- Chai Y.H. e Romstad K.M. 1997. Correlation between Strain-based low-cycle fatigue and energy-based linear damage models, *Earthquake Spectra*, vol. 13, no. 2, 191-209.
- Chandler A.M., Duan X.N. e Hutchinson G.L. 1993. Eurocode 8 Static torsional provisions: assessment for serviceability and ultimate limit state design, *European Earthquake Engineering*, vol. 2, 11-24.
- Chandler A.M. e Duan X.N. 1997. Performance of asymmetric code-designed buildings for serviceability and ultimate limit states, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 26, 717-735.
- Committee on Fatigue and Fracture Reliability of the Committee on Structural Safety and Reliability of the Structural Division 1982. Fatigue reliability: variable amplitude loading, *Journal of the Structural Division ASCE*, vol. 108, no. ST1, 47-69.
- Cosenza E., Manfredi G. e Ramasco R. 1993. The use of damage functionals in earthquake engineering: a comparison between different methods. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 22, 855-868.
- CRF (Centro Ricerche Fiat) 1984. Appunti del corso di meccanica della frattura, Orbassano.
- Der Kiureghian A. 1981. A response spectrum method for random vibration analysis of MDF systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, 419-435.
- Eurocode 8 1996. Design provisions for earthquake resistance of structures. European Committee for Standardization, ENV 1998-1-1/2/3.
- Gasparini D. e Vanmarcke E.H. 1976. Simulated earthquake motion compatible with prescribed response spectra. Department of Civil Engineering MIT.
- Gherzi A., Marino E. e Rossi P.P. 2000. Inelastic response of multistory asymmetric buildings, Atti del 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland.
- Gherzi A. e Rossi P.P. 2000a. Formulation of design eccentricity to reduce ductility demand in asymmetric buildings, *Engineering Structures*, Elsevier Science Ltd, 22, 857-871.
- Gherzi A. e Rossi P.P. 2000b. Influence of bi-directional ground motions on the inelastic response of in-plan irregular systems, *Engineering Structures*, Elsevier Science Ltd, (accettato).
- Goel, R.K. e Chopra, A.K. 1990. Inelastic seismic response of one-story, asymmetric-plan systems' Report no. UCB/EERC-90/14, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, California.
- Goel R.K., Chopra A.K. 1994. Dual-level approach for seismic design of asymmetric-plan buildings, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1, 161-179.
- Hejal R., Chopra A.K. 1987. Earthquake response of torsionally-coupled buildings. Report UCB/EERC-87/20, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
- Krawinkler H. e Popov E.P. 1982. Seismic behaviour of moment connections and joints, *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 108, no. ST2, 373-391.
- Krawinkler H. e Zohrei M. 1983. Cumulative damage in steel structures subjected to earthquake ground motions, *Computers and Structures*, vol. 16, n° 1, 531-541.
- Krawinkler H. e Nassar A.A. 1991. Seismic design based on ductility and cumulative damage demands and capacities in 'Non-linear seismic analysis and design of concrete buildings' ed. P. Fajfar and H. Krawinkler.
- Kunnath S.K., Reinhorn A.M. e Abel J.F. 1991. A computational tool for evaluation of seismic performance of reinforced concrete buildings. *Computer and Structures*, vol. 41, n° 1, 157-173.
- Kunnath S.K., Reinhorn A.M. e Lobo R.F. 1992. IDARC version 3.0: a program for the inelastic damage analysis of R.C. structures. Technical Report NCEER-92-0022, National Centre for Earthquake Engineering Research.

- thquake Engineering research, State University of New York, Buffalo NY.
- Loh C.H. e Ho R.C. 1990. Seismic damage assessment based on different hysteretic rules, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 19, 753-771
- Mahin S.A. e Bertero V.V. 1981. An evaluation of inelastic seismic design spectra, *Journal of the Structural Division*, vol. 107, n° ST9, 1777-1795
- Makarios T. e Anastassiadis K. 1998. Real and fictitious axes of multi-storey buildings: theory, *The structural design of tall buildings*, vol. 7, 33-55
- Mazzaglia A.M. 1999. Modellazione e analisi del danno in strutture asimmetriche in zona sismica, Tesi di Laurea in Ingegneria Civile, Catania
- Muller F. P. e Keintzel E. 1978. Approximate analysis of torsional effects in the new German Seismic Code DIN 4149. Atti del 6th European Conference on Earthquake Engineering, Dubrovnik
- Muller F. P. e Keintzel E. 1984. *Erdbebensicherung von Hochbauten*, cap. 6, 94-114, Ernst & Sohn, Berlin
- Park Y.J. e Ang A.H.S. 1985. Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 111, n° 4, 722-739
- Park Y.J., Ang A.H.S. e Wen Y.K. 1985. Seismic damage analysis of concrete buildings, *Journal of Structural Engineering* ASCE, vol. 111, n° 4, 740-757
- Park Y.J., Ang A.H.S. e Wen Y.K. 1987. Damage-limiting aseismic design of buildings, *Earthquake Spectra*, vol. 3, n° 1, 1-26.
- Powell G.H. e Allahabadi R. 1988. Seismic damage prediction by deterministic methods: concepts and procedures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 16, 719-734.
- Rossi P.P. 1998. Comportamento sismico di edifici planimetricamente irregolari. Tesi di dottorato, Catania
- Rossi P.P. 2000. Ductility and energy dissipation demands of asymmetric buildings, Proc. of the 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland.
- Rutenberg A., Chandler A.M., Duan X.N. e Correnza J.C. 1995. Non linear seismic response of asymmetric structures: bibliography. Report for the European Association for Earthquake Engineering Task Group TG8, National Building Research Institute, Haifa, Israel
- SIMQKE 1976. A program for artificial motion generation, User's manual and documentation, Department of Civil Engineering MIT.
- Stephens J.E. e Yao J.T.P. 1987. Damage assessment using response measurements, *Journal of Structural Engineering*, vol. 113, n° 4, 787-801
- Suidan M.T. e Eubanks R.A. 1973. Cumulative fatigue damage in seismic structures, *Journal of the Structural Division* ASCE, vol. 99, no. ST5, 923-943
- Iso W. K. e Moghadam A.S. 1998. Application of Eurocode 8 torsional provision to multi-storey buildings. Atti del 11th European Conference on Earthquake Engineering, Parigi.
- Iso, W.K. and Zhu, T.J. 1992. Design of torsionally unbalanced structural systems based on code provisions. I: ductility demand, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 21, 609-627.
- Uang C.M. 1993. An evaluation of two-level seismic design procedure, *Earthquake Spectra*, 1: 121-135