

Edoardo Michele Marino

**COMPORTAMENTO SISMICO E
CRITERI DI PROGETTAZIONE DI EDIFICI
MULTIPIANO IRREGOLARI IN PIANTA**

Tesi di dottorato
XIII Ciclo



Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture
Università degli Studi di Catania
Facoltà di Ingegneria

Dicembre 2000

Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture
Coordinatore: Prof. Ing. Giuseppe Oliveto

Tutore: Prof. Ing. Aurelio Ghersi

Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale
Sezione di Ingegneria Strutturale
Facoltà di Ingegneria
Viale Andrea Doria 6
95100 Catania

a Carmela

A conclusione del lavoro svolto intendo ringraziare tutte quelle persone che mi hanno aiutato ed incoraggiato in questi tre anni di dottorato. Al Prof. Giuseppe Oliveto vanno i miei sinceri ringraziamenti per aver stimolato, con le sue osservazioni, la mia attività di ricerca. Non posso certo dimenticare il Prof. Aurelio Ghersi, che mi trasmise la sua passione per la ricerca già dai tempi in cui svolgevo la tesi di laurea; lo ringrazio per la cordialità con cui ha messo a mia disposizione la sua esperienza sugli argomenti trattati in questo volume. Voglio ricordare tutti i colleghi ed i tesisti che mi hanno affiancato durante questi anni, tra cui l'amico Pier Paolo Rossi per la disponibilità dimostrata nei miei confronti. Infine ringrazio la mia famiglia e Carmela, a cui questa tesi è dedicata, per la pazienza ed il continuo sostegno morale.

Edoardo Marino

Indice

| | |
|---|----|
| Introduzione | 5 |
| Cap. 1 – Risposta elastica di strutture monopiano | 9 |
| 1. Risposta elastica di sistemi asimmetrici monopiano..... | 9 |
| 2. Eccentricità convenzionali per la valutazione della risposta elastica di sistemi asimmetrici mediante analisi statica | 13 |
| 3. Metodi semplificati di normativa | 15 |
| 4. Analisi statica di sistemi asimmetrici: metodologia proposta da B. Calderoni et al. ³ | 18 |
| 5. Analisi statica di sistemi asimmetrici: metodologia proposta da K. Anastassiadis et al. ¹ | 26 |
| Cap. 2 – Risposta elastica di strutture multipiano | 31 |
| 1. “Centri di riferimento” di sistemi multipiano asimmetrici..... | 31 |
| 1.1. I centri di rigidezza | 32 |
| 1.2. I centri di torsione..... | 35 |
| 1.3. I centri di taglio..... | 37 |
| 1.4. I baricentri delle rigidezze | 39 |
| 1.5. I centri di resistenza | 41 |
| 1.6. Considerazioni e confronti | 42 |
| 1.7. Edifici con elementi resistenti aventi matrici di rigidezza proporzionali..... | 46 |
| 2. Semplificazioni nell’analisi di strutture asimmetriche multipiano... | 50 |

| | |
|---|-----|
| 2.1. Estensione del concetto di strutture regolarmente asimmetriche | 50 |
| 2.2. Valutazione della risposta di strutture regolarmente asimmetriche generalizzate..... | 56 |
| 2.3. Esempio numerico | 61 |
| 3. Risposta elastica di sistemi non regolarmente asimmetrici | 67 |
| 3.1. Analisi sismica di strutture asimmetriche senza il calcolo esplicito dei centri di rigidezza | 67 |
| 3.2. L'uso dei baricentri delle rigidezze nell'analisi sismica di strutture multipiano | 72 |
| 3.3. L'asse di torsione ottimale | 77 |
| 3.3.1. Determinazione approssimata dell'asse di torsione ottimale..... | 79 |
| 3.3.2. Determinazione rigorosa dell'asse di torsione ottimale..... | 81 |
| 3.3.3. L'uso dell'asse di torsione ottimale per la valutazione della risposta elastica delle strutture asimmetriche | 84 |
| 3.4. Differenze nella risposta statica di edifici regolarmente e non regolarmente asimmetrici | 88 |
| Cap. 3 – Risposta inelastica | 95 |
| 1. Risposta inelastica di schemi semplificati asimmetrici | 95 |
| 1.1. L'influenza del numero di elementi resistenti..... | 96 |
| 1.2. Effetti dell'accoppiamento latero-torsionale in campo plastico | 99 |
| 1.3. L'influenza della distribuzione di resistenza | 100 |
| 2. Caratteristiche degli schemi asimmetrici multipiano..... | 107 |
| 2.1. La sovrarresistenza | 109 |
| 2.2. Il legame forze – spostamenti..... | 115 |
| 2.3. Parametri di output | 122 |
| Cap. 4 – Influenza del tipo di analisi sulla risposta inelastica..... | 127 |
| 1. Introduzione | 127 |
| 2. Sistemi analizzati..... | 132 |
| 3. Risposta inelastica dei sistemi monopiano | 136 |

| | |
|---|-----|
| 4. Risposta inelastica dei sistemi multipiano regolarmente asimmetrici | 141 |
| 5. Criteri per il progetto degli edifici asimmetrici | 155 |
| Cap. 5 – Risposta sismica di edifici non regolarmente asimmetrici..... | 171 |
| 1. Scopo del capitolo | 171 |
| 2. Schemi analizzati | 174 |
| 3. Classificazione degli edifici | 176 |
| 4. Risposta inelastica | 182 |
| Conclusioni | 193 |
| Bibliografia | 199 |
| Appendice A..... | 207 |
| Appendice B..... | 219 |
| Appendice C..... | 229 |

Introduzione

In occorrenza di eventi sismici le strutture planimetricamente irregolari hanno subito danni quasi sempre più consistenti di quelli riscontrati negli schemi simmetrici. Tali danni, che interessano sia gli elementi non strutturali che le membrature resistenti, si concentrano generalmente sul perimetro dell'edificio. Tutto ciò denuncia in maniera inequivocabile l'incapacità delle normative di prevedere tanto la risposta elastica che inelastica degli schemi torsionalmente accoppiati. Le lezioni impartite dai terremoti verificatisi nel passato ed i notevoli costi sostenuti, in termini di perdita di vite umane e di risorse economiche, hanno spinto ricercatori di tutto il mondo a studiare il comportamento di tali strutture e ad ideare tecniche che consentano di ricondurre le loro prestazioni sismiche a quelle dei sistemi traslanti.

Fin dall'inizio la soluzione del problema apparve numericamente complessa; pertanto si pensò di utilizzare uno schema semplice ma al tempo stesso capace di descrivere gli aspetti peculiari dei fenomeni che si andavano ad indagare: lo *schema monopiano*. Questo è costituito da un impalcato, rigido nel proprio piano, sostenuto da elementi resistenti dotati di rigidezza solo nel proprio piano. Il legame costitutivo di tali elementi è "indefinitamente elastico" o "elastico perfettamente plastico", a seconda che si voglia studiare il comportamento sismico in campo elastico o inelastico.

La semplicità del modello monopiano ha consentito di acquisire un notevole bagaglio di conoscenze sulla risposta sismica delle strutture

con irregolarità planimetrica. In particolare sono stati individuati i parametri che governano la risposta elastica di tali sistemi³², gli effetti dei fenomeni di accoppiamento latero-torsionale sui diversi parametri di risposta^{1, 3, 32}, le eccentricità di progetto che consentono di cogliere la risposta mediante analisi statica^{1, 3, 5, 13, 17}. Studiando la risposta sismica di schemi con elementi resistenti dotati di un legame elastico perfettamente plastico è stato mostrato il carattere maggiormente traslazionale della risposta inelastica (a confronto con quella elastica), nonché i meccanismi che producono tali differenze di comportamento²⁸. Modificando la ripartizione del taglio resistente tra gli elementi di un sistema asimmetrico ed osservandone gli effetti sulla risposta si è mostrato che, agendo su di essa non è possibile condizionare in maniera rilevante gli spostamenti, mentre si riesce a modificare radicalmente la distribuzione in pianta della richiesta di duttilità. Queste conoscenze sono state utilizzate per formulare metodologie di progetto^{6, 22, 58, 60}, più o meno efficaci, che cercano di cogliere un duplice obiettivo: evitare escursioni plastiche per sismi di modesta intensità ed assicurare richieste di duttilità massime non superiori a quella riscontrata in presenza di sola traslazione in occorrenza di terremoti severi.

Negli ultimi anni si è diffusa la convinzione che, poiché lo schema monopiano descrive in maniera poco realistica il comportamento degli edifici reali, sia necessario verificare i risultati conseguiti studiando la risposta sismica dei più realistici schemi multipiano^{15, 42, 48}. Di tale parere è anche lo scrivente, pertanto le ricerche sulla risposta sismica degli edifici asimmetrici, contenute nella presente tesi, sono state condotte essenzialmente utilizzando tali schemi.

Una grossa difficoltà che s'incontra nello studio degli edifici multipiano asimmetrici consiste nella mancanza di centri di riferimento validi. Mentre per un sistema monopiano esiste un unico centro di riferimento, noto col nome di *centro elastico*, la letteratura propone diversi centri di riferimento per i sistemi multipiano (i *centri di rigidezza di piano*^{6, 30}, i *centri di torsione di piano*³⁰, i *centri di taglio di piano*^{6, 30}, i *baricentri delle rigidezze di piano*²⁰ ed i *centri di resistenza di piano*³³). Dopo aver mostrato che ciascuno di tali punti possiede solo alcune delle proprietà del centro elastico, si è assunto quale riferimento dell'edificio

l'asse di torsione ottimale definito da Anastassiadis e Makarios^{38, 39}. Gli studi condotti in tale ambito hanno portato alla formulazione di relazioni analitiche che consentono la sua determinazione (gli autori, invece, proponevano un metodo approssimato). Un notevole impegno è stato dedicato agli edifici regolarmente asimmetrici; dopo aver generalizzato la definizione che di tale classe di edifici era stata data da Hejal e Chopra³², si è dimostrato analiticamente che, sotto determinate condizioni, anche edifici con matrici di rigidezza non proporzionali possiedono le buone proprietà dei sistemi regolarmente asimmetrici.

Volendo analizzare anche la risposta inelastica dei sistemi asimmetrici, si è ritenuto utile, oltretutto interessante, confrontare il comportamento inelastico di un sistema ad un grado di libertà dotato di un legame costitutivo elastico perfettamente plastico (elemento resistente del sistema monopiano) con quello di un telaio piano a sei livelli (assunto quale elemento resistente di un sistema a più piani con struttura intelaiata). Tale confronto ha messo in luce una serie di fenomeni che si presentano nei sistemi multipiano (presenza di sovrarresistenza nelle sezioni, formazione non contemporanea delle cerniere plastiche, legame taglio-spostamento curvilineo, ecc.), e che non possono essere simulati utilizzando gli schemi monopiano. Ciò avvalorava la necessità, già avvertita da diversi studiosi, di utilizzare modelli più realistici nello studio dei sistemi asimmetrici. Le riflessioni riportate in questa parte della tesi sono state utili, inoltre, per individuare un modello strutturale, sufficientemente realistico ma non eccessivamente complesso, da utilizzare nella rimanente parte del lavoro.

Una delle problematiche che ha destato un grande interesse nella comunità scientifica è la ricerca di strumenti di progettazione che consentano di conferire alle strutture asimmetriche prestazioni sismiche analoghe a quelle dei sistemi traslanti. Gli studi condotti in passato, su sistemi tra l'altro poco realistici (sistemi monopiano, sistemi multipiano con travi rigide), hanno portato generalmente alla formulazione di metodi che implicano l'uso dell'analisi statica^{6, 58, 60}. Gherzi e Rossi²², invece, propongono una metodologia che prevede la determinazione delle sollecitazioni sismiche di progetto utilizzando l'analisi modale. Nonostante le osservazioni di Duan e Chandler¹⁶, i quali ritengono l'analisi modale

poco efficace nel progetto delle strutture asimmetriche, è opinione di chi scrive che, introducendo le dovute correzioni, tale tipo di analisi consenta di ottenere prestazioni sismiche adeguate, sia in campo elastico che inelastico. Se a questo si aggiunge che attualmente essa può essere eseguita senza rilevanti difficoltà anche per strutture spaziali è logico concludere che sarebbe bene incentivarne l'uso.

Allo scopo di dimostrare la veridicità di queste affermazioni sono state confrontate le prestazioni sismiche di sistemi mono e multipiano progettati con entrambi i tipi di analisi. Questi sono stati utilizzati sia senza che con eccentricità di progetto, valutate mediante le relazioni di Duan e Chandler per l'analisi statica e quelle proposte da Ghersi e Rossi per l'analisi modale. È stata inoltre proposta una nuova metodologia che prevede la valutazione delle sollecitazioni sismiche di progetto invilupando quelle determinate mediante un'analisi modale spaziale della struttura con quelle che nascono quando è impedita la rotazione degli impalcati. Tale procedura presenta senz'altro grossi vantaggi sotto l'aspetto pratico. A differenza degli altri metodi, infatti, non richiede la conoscenza dell'eccentricità strutturale e_s e del rapporto tra le frequenze torsionali e laterali Ω_0 , parametri rigorosamente determinabili solo per sistemi regolarmente asimmetrici.

I risultati confermano la superiorità dell'analisi modale quale strumento per il progetto delle strutture asimmetriche e la validità della procedura proposta; mettono inoltre in luce fenomeni caratteristici degli edifici multipiano, non prevedibili sulla base delle conoscenze acquisite con modelli monopiano.

Capitolo 1

RISPOSTA ELASTICA DI STRUTTURE MONOPIANO

1. Risposta elastica di sistemi asimmetrici monopiano

In passato, in una cospicua quantità di lavori, la risposta elastica di edifici irregolari in pianta è stata studiata utilizzando modelli monopiano. Tali modelli semplificati sono costituiti da un impalcato rigido nel proprio piano, in cui è concentrata la massa, sostenuto da elementi resistenti inestensibili, che spesso sono dotati di rigidezza solo nel proprio piano (Figura 1.1).

Le proprietà inerziali di un tale sistema sono descritte dalla *massa totale* m , dal *raggio d'inerzia delle masse* r_m e dalla posizione del *centro di massa* C_M . La posizione del *centro elastico* C_R , le *rigidezze traslazionali* K_x e K_y , la *rigidezza torsionale* $K_{\theta R}$ rispetto C_R , da cui è possibile ricavare i raggi d'inerzia delle rigidezze $r_{kx} = \sqrt{K_{\theta}/K_y}$ ed $r_{ky} = \sqrt{K_{\theta}/K_x}$, definiscono le sue proprietà di rigidezza. Detti parametri possono essere agevolmente valutati una volta definita la posizione e la rigidezza degli elementi resistenti. Ricordiamo che per centro elastico del sistema s'intende quel punto dell'impalcato che possiede le seguenti proprietà:

1. esso coincide con il punto in cui bisogna applicare una forza per ottenere una traslazione dell'impalcato (*centro di rigidezza*);

2. inoltre esso coincide con il punto intorno al quale avviene la rotazione dell'impalcato quando ad esso è applicata una coppia torcente (*centro di torsione*);
3. in esso risulta applicato il risultante dei tagli che insorgono negli elementi resistenti quando si imprime all'impalcato una semplice traslazione (*centro di taglio*);
4. infine, visto che la rigidezza del generico elemento di un sistema monopiano è una quantità scalare il suo centro elastico coincide con il *baricentro delle rigidezze*.

Normalmente il sistema presenta simmetria rispetto all'asse X mentre l'eccentricità nella direzione ortogonale è ottenuta, o adottando distribuzioni di rigidezza non simmetriche rispetto all'asse Y passante per il baricentro geometrico, un tale sistema verrà in seguito denominato con la sigla SES (Stiffness Eccentricity Systems), oppure ipotizzando distribuzioni di massa tali che il proprio baricentro risulti distinto dal centro elastico, denominato in seguito MES (Mass Eccentricity Systems). L'azione sismica si suppone agente lungo la direzione Y e pertanto essa innescherà oltre ai moti traslazionali in direzione Y anche moti torsionali attorno all'asse Z . Ovviamente non verranno attivati i moti traslazionali in direzione X per cui, ove non espressamente specificato, i parametri di seguito utilizzati si riferiranno alla direzione Y .

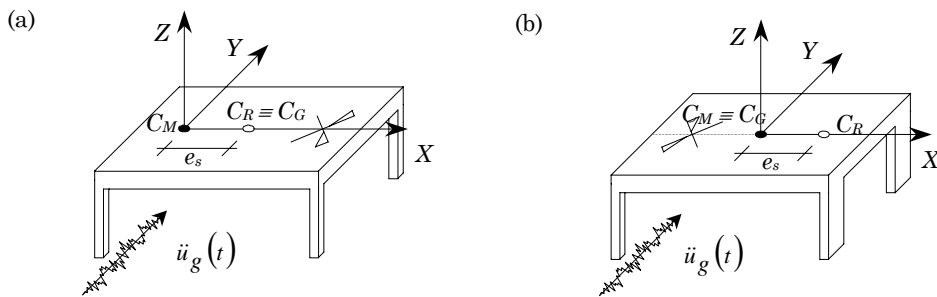


Figura 1.1. Sistemi monopiano monosimmetrici; (a) con eccentricità delle masse, (b) con eccentricità delle rigidezze.

In passato i diversi ricercatori che si sono occupati del problema hanno scelto l'origine del sistema di riferimento coincidente o con il centro geometrico dell'impalcato C_G , o con il centro elastico C_R , oppure con il cen-

tro di massa C_M . Ciò purtroppo ha portato a risultati spesso non facilmente confrontabili.

I primi studi sui sistemi monopiano asimmetrici hanno consentito di individuare quali sono i parametri che governano la loro risposta elastica, quali sono gli effetti del fenomeno dell'accoppiamento latero-torsionale sulla risposta strutturale e di valutare in che misura i suddetti parametri influenzano tale fenomeno. Una trattazione esauriente di queste problematiche si trova in un lavoro di Hejal e Chopra³² del 1987.

Qui gli autori, scrivendo le equazioni del moto di un generico sistema monopiano, mettono in evidenza che la sua risposta globale dipende esclusivamente dall'eccentricità propria del sistema e_s , definita come la distanza tra centro elastico e centro di massa, dal rapporto tra la frequenza torsionale ω_θ e quella traslazionale ω_y del corrispondente sistema disaccoppiato $\Omega_\theta = \omega_\theta / \omega_y = r_k / r_m$ (il corrispondente sistema bilanciato si ottiene da quello asimmetrico spostandone il centro di massa fino a farlo coincidere col centro elastico), dal periodo del sistema disaccoppiato $T_y = 2\pi\sqrt{m/K_y}$ e dal rapporto di smorzamento v ; essa pertanto, a parità di tali parametri, è del tutto indipendente dalle caratteristiche dei singoli elementi resistenti che hanno rilevanza solo sulle azioni interne che insorgono in essi.

Successivamente gli stessi, al fine di valutare gli effetti dell'accoppiamento latero-torsionale sulla risposta del generico sistema asimmetrico, ne studiano la risposta mediante il metodo di sovrapposizione delle risposte modali e la confrontano con quella del corrispondente sistema traslante. Particolare attenzione è stata rivolta alla scelta del criterio di combinazione dei massimi modali. Infatti, poiché nei sistemi spaziali asimmetrici sono frequenti i casi in cui le frequenze naturali sono tra loro vicine la regola della radice quadrata della somma dei quadrati (SRSS), generalmente consigliata dalle normative antisismiche, risulta inadeguata e va quindi rimpiazzata con criteri di combinazione più sofisticati come quello della combinazione quadratica completa (CQC) utilizzato dagli autori.

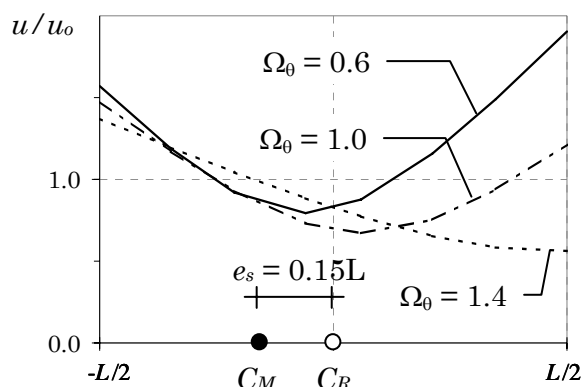


Figura 1.2. Spostamenti elastici normalizzati di sistemi monopiano asimmetrici

L'accoppiamento tra le componenti laterale e torsionale dei modi di vibrazione del sistema è modesto per sistemi torsionalmente rigidi ($\Omega_0 > 1$) e per sistemi flessibili torsionalmente se l'eccentricità è piccola; per questi sistemi ciascun modo di vibrazione è prevalentemente traslazionale o torsionale, essi pertanto se sottoposti ad un'eccitazione sismica traslazionale subiscono moti torsionali di modesta entità.

La presenza dei fenomeni di accoppiamento prima citati produce la variazione degli spostamenti massimi dell'impalcato rispetto allo spostamento u_o del corrispondente sistema traslante. Si osserva che il diagramma dei massimi spostamenti nella direzione del sisma è sempre curvilineo con il lato convesso rivolto verso il basso (Figura 1.2). L'andamento di tale diagramma è prossimo a quello lineare nei sistemi torsio-rigidi mentre in tutti gli altri casi è marcatamente curvilineo. Il massimo spostamento dell'elemento del lato flessibile è generalmente maggiore di u_o mentre quello del lato rigido è maggiore o minore di u_o a seconda che il sistema sia torsio-flessibile o torsio-rigido. Le azioni interne del generico elemento resistente sono proporzionali al corrispondente spostamento a livello dell'impalcato. Pertanto esse risulteranno superiori od inferiori rispetto a quelle che si riscontrano nel corrispondente sistema bilanciato a seconda della posizione che essi occupano e della rilevanza dei moti torsionali. In generale, così come per gli spo-

stamenti, gli effetti dell'accoppiamento latero-torsionale crescono con l'eccentricità, risultando più pronunciati nei sistemi con frequenze laterale e torsionale coincidenti ($\Omega_0 = 1.0$).

2. Eccentricità convenzionali per la valutazione della risposta elastica di sistemi asimmetrici mediante analisi statica

Benché l'analisi modale possa essere attualmente eseguita senza rilevanti difficoltà anche per strutture spaziali, quasi tutte le normative antisismiche consentono ancora l'uso dell'analisi statica nella progettazione di edifici planimetricamente irregolari, in virtù della sua semplicità applicativa e dell'esperienza maturata dagli ingegneri nel suo impiego. Ciò ha spinto molti ricercatori ad elaborare metodologie in grado di cogliere mediante analisi statica l'effetto dei moti torsionali sulla risposta dei sistemi asimmetrici. Tali metodologie sono sempre basate sull'uso di eccentricità convenzionali definite mediante criteri di equivalenza tra le risposte statica e dinamica dei sistemi in questione.

Tra queste eccentricità ricordiamo l'*eccentricità dinamica* e_d , definita da diversi autori^{28, 32} come la distanza dal centro elastico alla quale deve essere applicato il taglio $V_o = F_o = m \cdot S_{ay}$ del corrispondente sistema bilanciato per ottenere il massimo momento torcente T_R rispetto a C_R che si registra alla base del sistema durante il sisma. Questa coincide con l'eccentricità e'_f , recentemente definita in un lavoro di Anastasiadis, K., et al.¹ come l'eccentricità rispetto a C_R con cui deve essere applicata la forza $F_o = m \cdot S_{ay}$ affinché la rotazione statica da essa prodotta uguagli quella massima dinamica.

Altre eccentricità convenzionali sono state definite confrontando gli spostamenti dinamici d'impalcato del generico sistema asimmetrico con quelli prodotti da una forza statica che agisce con eccentricità assegnata e_o (Figura 1.3).

Basandosi su tale confronto De Stefano et al.¹³ propongono la valutazione approssimata degli spostamenti dinamici sottoponendo il sistema all'azione di una forza statica equivalente F^* che agisce con un'eccentricità equivalente e^* rispetto al baricentro geometrico dell'impalcato. La forza F^* e l'eccentricità e^* coincidono con quelle asso-

ciate alla deformata lineare che interpola il diagramma dei massimi spostamenti dinamici. In simboli:

$$F^* = K_y \cdot u(C_R) \quad (1a)$$

$$e^* = r_k^2 \cdot \frac{u_f - u_r}{u(C_R)} \quad (1b)$$

dove $u(C_R)$, u_f ed u_r rappresentano rispettivamente gli spostamenti massimi dinamici del centro elastico, del lato flessibile e del lato rigido del sistema in questione. La valutazione di tali spostamenti è immediata in quanto l'equazione diagramma degli spostamenti dinamici di un sistema monopiano asimmetrico è nota in forma chiusa. Purtroppo però l'ambito di applicazione della e^* , come osservano gli stessi autori, è limitato ai soli sistemi rigidi torsionalmente ed ai sistemi torsionalmente deformabili con piccola eccentricità (sostanzialmente in tutti quei casi dove l'accoppiamento latero-torsionale è modesto). Infatti solo in questi casi l'andamento del diagramma degli spostamenti dinamici è prossimo a quello lineare e quindi può essere colto mediante un'unica analisi statica con un accettabile grado di approssimazione.

I limiti dell'analisi statica appena evidenziati possono essere superati se la risposta del sistema viene valutata come involuppo di due analisi statiche associate alle due eccentricità equivalenti e_f ed e_r .^{1, 3}. I criteri di equivalenza che portano alla determinazione di queste eccentricità possono essere facilmente compresi osservando che il diagramma di spostamenti causato dall'applicazione di una forza F_o con eccentricità e_o può essere ottenuto sovrapponendo, il diagramma di spostamenti costanti $u_o = F_o / K_y$ ottenuto applicando la forza in C_R ed il diagramma di spostamenti corrispondente ad una rotazione dell'impalcato attorno a C_R pari a $\theta_o = F_o \cdot e_o / K_\theta$ (Figura 1.3a).

È chiaro che se la forza è applicata in C_R il secondo diagramma si annulla e pertanto gli spostamenti dei due lati dell'impalcato diverranno uguali ad u_o , invece, se ciò non avviene lo spostamento di ciascun lato assumerà valore maggiore o minore di u_o a seconda del segno dell'eccentricità e_o . Allora variando opportunamente e_o è possibile imporre ai lati dell'impalcato qualunque valore di spostamento. Esisterà dunque un valore dell'eccentricità e_f per cui lo spostamento statico del

lato flessibile uguaglia lo spostamento massimo dinamico dello stesso lato, ed ancora un valore e_r per cui lo spostamento statico del lato rigido uguaglia il corrispondente spostamento massimo dinamico. Si osserva inoltre che l'involuppo dei diagrammi di spostamento relativi ad e_f ed e_r risulta in ogni punto dell'impalcato non minore del corrispondente spostamento dinamico (Figura 1.3b) in quanto il massimo spostamento dinamico di C_R è sempre minore di u_o ^{1, 32}.

Infine se con e_s si indica l'eccentricità strutturale del sistema le quantità $\Delta e_f = e_s - e_f$ e $\Delta e_r = e_s - e_r$ denominate da Calderoni et al.³ *eccentricità correttive* rappresentano l'eccentricità con cui la forza F_o deve essere applicata rispetto al centro di massa C_M per ottenere l'uguaglianza tra gli spostamenti statici e dinamici rispettivamente al lato flessibile ed al lato rigido.

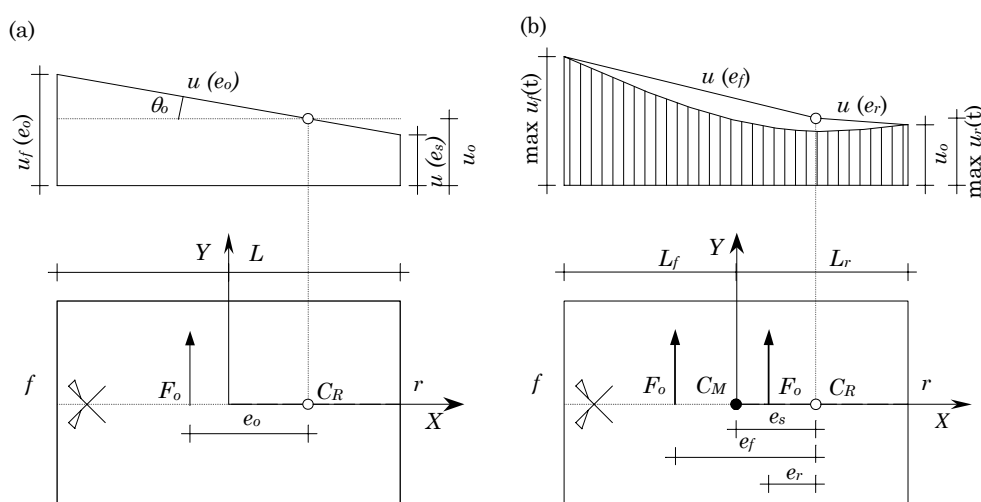


Figura 1.3. Spostamenti dell'impalcato.

3. Metodi semplificati di normativa

I codici antisismici, che sono basati prevalentemente su studi elastici di sistemi monopiano, consentono la valutazione approssimata della risposta alle azioni sismiche di sistemi irregolari in pianta utilizzando

l'analisi statica. Tale risposta si ottiene come l'involuppo dei risultati di due analisi statiche dove le forze orizzontali equivalenti al sisma vengono applicate con due eccentricità di progetto rispetto al centro elastico C_R . Le semplici relazioni che forniscono le eccentricità di progetto, di seguito denominate e_{max} ed e_{min} , per alcuni codici (N.B.C.C. 90⁴⁵, N.Z.S. 92⁴⁷), possono essere espresse nella seguente forma, dove i coefficienti α , δ e β assumono valori differenti per ciascuna normativa:

$$e_{max} = \alpha \cdot e_s + \beta \cdot L \quad (2a)$$

$$e_{min} = \delta \cdot e_s - \beta \cdot L \quad (2b)$$

Il termine $\beta \cdot L$, definito *eccentricità accidentale*, è stato introdotto per tenere conto delle incertezze sulla distribuzione dei carichi variabili e dei carichi permanenti, nonché delle differenze che vi possono essere tra i valori reali e quelli assunti per la rigidezza e la resistenza degli elementi strutturali. Sia la normativa canadese che quella neozelandese assumono tale eccentricità pari al 10% della dimensione dell'impalcato lungo la direzione ortogonale al sisma ($\beta = 0.10$). Nelle due relazioni che forniscono i valori delle eccentricità di progetto l'eccentricità accidentale appare con segni diversi, infatti il carattere aleatorio dei fenomeni che la determinano non consente di prevedere in che verso si sposteranno C_M e C_R .

Il coefficiente α viene introdotto per tener conto dell'amplificazione dinamica della risposta torsionale che, soprattutto nei sistemi con $\Omega_0 = 1.0$, produce al lato flessibile spostamenti sensibilmente maggiore di quelli che si ottengono applicando staticamente la forza sismica in corrispondenza del centro di massa. Di tale fenomeno la NBCC 90 tiene conto incrementando l'eccentricità strutturale del 50% ($\alpha = 1.5$) indipendentemente dal valore di Ω_0 che caratterizza la struttura, mentre la NZS 92 trascura l'esistenza dei fenomeni di amplificazione ponendo $\alpha = 1.0$.

Infine assegnando a δ valori inferiori ad uno è possibile prevedere i maggiori spostamenti che si registrano al lato rigido (soprattutto nei sistemi torsio-flessibili) rispetto a quelli causati dall'applicazione della forza sismica in C_M . Una tale scelta, inoltre, consente di evitare eccessive riduzioni di resistenza degli elementi del lato rigido, deleterie sul

comportamento inelastico della struttura. Tenendo conto di tali fenomeni la NBCC 90 assume δ pari 0.5 mentre la NZS 92 che non se ne preoccupa lo pone pari ad 1.0.

Sia l'UBC 97⁵³ che le norme SEAOC 96⁵² propongono eccentricità di progetto che formalmente possono essere espresse mediante le (2) assegnando $\alpha = \delta = 1.0$ e $\beta = 0.05$, tuttavia a differenza delle precedenti norme si impone un incremento di βL per i sistemi torsio-flessibili. In particolare l'eccentricità accidentale va amplificata quando, applicata la forza sismica con un'eccentricità pari ad e_s più l'eccentricità accidentale, il rapporto tra il massimo spostamento relativo tra i due estremi dell'impalcato e il suo spostamento medio risulta maggiore di 1.2. Il coefficiente amplificativo viene indicato col simbolo A_x e si calcola con le seguente formula:

$$A_x = \left(\frac{\delta_{\max}}{1.2 \cdot \delta_{\text{med}}} \right)^2 \quad (3)$$

Il rapporto $\delta_{\max} / \delta_{\text{med}}$ è sostanzialmente legato all'eccentricità del sistema ed al rapporto tra la rigidezza torsionale e la rigidezza traslazionale della struttura. Esso cresce con e_s e con il ridursi del rapporto Ω_0 . Quindi, con l'introduzione del coefficiente A_x , le norme americane incrementano gli spostamenti di progetto degli elementi di estremità soprattutto negli edifici torsio-flessibili a grande eccentricità, che sono notoriamente più sensibili ai fenomeni di accoppiamento latero-torsionale.

L'Eurocodice 8¹⁸, pur basandosi sulla stessa logica, propone relazioni diverse per il calcolo di e_{\max} ed e_{\min} :

$$e_{\max} = (e_s + e_2) + e_1 \quad (4a)$$

$$e_{\min} = e_s - e_1 \quad (4b)$$

dove e_1 rappresenta l'eccentricità accidentale, posta uguale a $0.05 L$, mentre e_2 va calcolato mediante le relazioni proposte da Muller e Keintzel³⁴ in funzione delle dimensioni dell'impalcato B ed L , dell'eccentricità strutturale e_s , del raggio d'inerzia delle masse r_m , e del raggio d'inerzia delle rigidezze r_h come il minimo tra i due seguenti valori:

$$e_2 = 0.1 \cdot (L + B) \cdot \sqrt{10 \cdot e_s / L} \leq 0.1 \cdot (L + B) \quad (5a)$$

$$e_2 = \frac{1}{2 \cdot e_s} \left[r_m^2 - e_s^2 - r_k^2 + \sqrt{(r_m^2 + e_s^2 - r_k^2)^2 + 4 \cdot e_s^2 \cdot r_k^2} \right] \quad (5b)$$

Bisogna osservare che le due eccentricità potrebbero essere espresse mediante relazioni formalmente uguali alle (2), tuttavia i coefficienti che vi figurerebbero non sarebbero costanti.

Anche in questo caso, attraverso i raggi d'inerzia delle masse e delle rigidezze, si fa dipendere l'eccentricità di progetto anche dal rapporto Ω_0 , che come è noto influenza la risposta elastica dei sistemi asimmetrici in maniera rilevante. Tuttavia mentre gli stessi autori¹⁷ delle formule puntualizzano che esse consentono di cogliere gli effetti dell'accoppiamento latero-torsionale solo sugli spostamenti del lato flessibile nei sistemi torsio-rigidi, l'Eurocodice ne consente l'uso senza alcuna limitazione e non si preoccupa di fornire un'eccentricità di progetto e_{min} che consenta di valutare correttamente gli spostamenti di progetto degli elementi del lato rigido.

Nonostante il principio che ha ispirato i vari codici sia corretto, forse la volontà di fornire ai progettisti poche e semplici relazioni ha portato a formulare eccentricità di progetto che non sempre risultano adeguate. Così esse risultano spesso eccessivamente conservative o peggio insufficienti. Tale problema è stato affrontato da diversi studiosi^{1, 3}, i quali hanno sviluppato metodologie che, seppur più macchinose di quelle proposte dalle norme, consentono sempre di valutare mediante analisi statica la risposta elastica di strutture asimmetriche con un accettabile grado di approssimazione.

4. Analisi statica di sistemi asimmetrici: metodologia proposta da B. Calderoni et al³

I limiti delle normative nell'analisi delle strutture asimmetriche sono stati ben messi in evidenza da Calderoni B. et al³, partendo dallo studio della risposta del sistema monopiano asimmetrico già descritto in precedenza (Figura 1.1) sottoposto ad azione sismica lungo la direzione ortogonale al suo asse di simmetria.

I massimi spostamenti dei due lati dell'impalcato possono essere determinati mediante l'analisi modale. Assumendo come gradi di libertà

del sistema lo spostamento u del centro di massa dell'impalcato e la sua rotazione θ , le equazioni del moto del sistema in forma adimensionalizzata assumono la seguente forma:

$$\ddot{U} + \omega_y^2 U + E_s \omega_y^2 \theta = -\ddot{U}_g \quad (6a)$$

$$R_m^2 \ddot{\theta} + E_s \omega_y^2 U + (R_k^2 + E_s^2) \omega_y^2 \theta = 0 \quad (6b)$$

dove

$$U = \frac{u}{L}, \quad E_s = \frac{e_s}{L}, \quad R_m = \frac{r_m}{L}, \quad R_k = \frac{r_k}{L}$$

Le frequenze naturali ω_j ($j=1,2$), adimensionalizzate rispetto alla frequenza del sistema traslante ω_y sono:

$$\Omega_j = \frac{\omega_j}{\omega_y} = \sqrt{\frac{R_m^2 + R_k^2 + E_s^2 \mp \sqrt{(R_m^2 + R_k^2 + E_s^2)^2 - 4 \cdot R_m^2 \cdot R_k^2}}{2 \cdot R_m^2}} \quad (7)$$

Le relazioni che legano le componenti \bar{U}_j e $\bar{\theta}_j$ dei due modi di vibrazione sono:

$$\bar{\theta}_j = \frac{\Omega_j^2 - 1}{E_s} \cdot \bar{U}_j \quad (8)$$

mentre i fattori di partecipazione modale sono:

$$G_j = \frac{\bar{U}_j}{\bar{U}_j^2 + R_m^2 \cdot \bar{\theta}_j^2} \quad (9)$$

I massimi spostamenti modali dei gradi di libertà possono essere dati in forma adimensionale mediante le seguenti relazione:

$$U_j = S_{aj} \cdot \omega_y^2 \cdot L \cdot G_j \cdot \frac{\bar{U}_j}{\Omega_j^2}, \quad \theta_j = S_{aj} \cdot \omega_y^2 \cdot L \cdot G_j \cdot R_m^2 \cdot \frac{\bar{\theta}_j}{\Omega_j^2} \quad (10)$$

Infine, si possono valutare i massimi spostamenti dei due lati dell'impalcato combinando mediante il criterio di combinazione CQC i valori relativi ai due modi di vibrazione:

$$U_{fj} = U_j - \frac{L_f}{L} \cdot \theta_j, \quad U_{rj} = U_j + \frac{L_r}{L} \cdot \theta_j \quad (11)$$

Se, adesso, si calcola la risposta statica dello stesso sistema sottoposto all'azione della forza F_o applicata nel centro di massa si determinano i seguenti spostamenti, funzione della forza normalizzata $\bar{F}_o = F_o / K_y \cdot L$:

$$U_{F_o} = \bar{F}_o \left(1 + \frac{E_s^2}{R_k^2} \right), \quad \theta_{F_o} = -\bar{F}_o \cdot \frac{E_s}{R_k^2} \quad (12)$$

Ricavando da questi gli spostamenti dei due lati dell'impalcato ci si accorge che in generale essi non coincidono con quelli reali, determinati mediante l'analisi modale:

$$U_{f,F_o} = \bar{F}_o \left(1 + \frac{E_s^2}{R_k^2} + \frac{L_f}{L} \cdot \frac{E_s}{R_k^2} \right), \quad U_{r,F_o} = \bar{F}_o \left(1 + \frac{E_s^2}{R_k^2} - \frac{L_r}{L} \cdot \frac{E_s}{R_k^2} \right) \quad (13)$$

Quindi per ottenere, ad esempio, l'uguaglianza degli spostamenti al lato flessibile bisognerebbe applicare la forza rispetto al centro di rigidezza non con l'eccentricità e_s ma con un'eccentricità $e_f = e_s - \Delta e_f$ (Figura 1.3).

Ricordiamo che lo spostamento del centro di massa e la rotazione d'impalcato prodotti da una coppia $M_o = F_o \cdot \Delta e$ sono pari a:

$$U_M = -\bar{F}_o \cdot \Delta E \cdot \frac{E_s}{R_k^2}, \quad \theta_M = \bar{F}_o \cdot \Delta E \cdot \frac{1}{R_k^2} \quad (14)$$

Gli spostamenti dei due lati dell'impalcato causati dalla coppia, nell'ipotesi che l'eccentricità normalizzata della (14) sia unitaria, sono:

$$U_{f,M_o} = \bar{F}_o \left(-\frac{E_s}{R_k^2} + \frac{L_f}{L} \cdot \frac{1}{R_k^2} \right), \quad U_{r,M_o} = \bar{F}_o \left(-\frac{E_s}{R_k^2} - \frac{L_r}{L} \cdot \frac{1}{R_k^2} \right) \quad (15)$$

Sommando lo spostamento dovuto alla coppia moltiplicato per ΔE_f con quello provocato dalla forza F_o ed imponendo l'uguaglianza con lo spostamento dinamico U_f è possibile ricavare il valore corretto di ΔE_f e quindi di e_f . Ragionando in maniera analoga sul lato rigido è possibile determinare ΔE_r ed $e_r = e_s - \Delta e_r$.

$$\Delta E_f = \frac{U_f - U_{f,F_o}}{U_{f,M_o}}, \quad \Delta E_r = \frac{U_r - U_{r,F_o}}{U_{r,M_o}} \quad (16)$$

Le operazioni compiute sin qui sono state generalizzate ed ordinate da Calderoni et al.^{3, 5} in maniera da costituire i passi successivi di una semplice procedura per il calcolo delle eccentricità correttive.

Gli autori hanno, quindi, effettuato un'ampia analisi numerica considerando cinque valori di R_m (variabile tra 0.3 e 0.7). Per ciascuno di essi R_k varia tra $R_m - 0.20$ ed $R_m + 0.20$, mentre l'eccentricità E_s varia tra 0 e 0.20. Sono stati inoltre considerati diversi spettri di risposta (costante, iperbolico, costante-iperbolico) al fine di mettere in evidenza la dipendenza delle eccentricità correttive dallo forma spettro. Per ciascuno di tali sistemi sono state valutate le eccentricità correttive normalizzate ΔE_f e ΔE_r sia mediante la procedura esposta che utilizzando le prescrizioni dell'EC8 e delle norme SEAOC.

I risultati così ottenuti, sono riportati su diagrammi a curve di livello in funzione dell'eccentricità E_s e del rapporto $\Omega_0 = R_k / R_m$. La Figura 1.4 mostra i risultati relativi allo spettro di risposta di tipo costante-iperbolico mentre sulla Figura 1.5 sono state riportate le eccentricità stabilite dalle norme prima citate.

Si può osservare che l'analisi statica, se applicata senza le dovute eccentricità correttive, sottostima fortemente lo spostamento del lato flessibile (di oltre il 40%) quando l'eccentricità propria è modesta ed Ω_0 è prossimo all'unità (Figura 1.4a). La correzione da apportare, invece, risulta più contenuta nel caso di sistemi torsio-rigidi, soprattutto se l'eccentricità è elevata. Nel caso di sistemi torsio-flessibili la correzione Δe_f è sempre modesta, anzi in genere con lo spettro considerato l'analisi statica applicata in maniera standard diventa addirittura conservativa. La situazione si inverte se si considera lo spostamento del lato rigido (Figura 1.4b). In questo caso la correzione richiesta è trascurabile per i sistemi torsio-rigidi mentre diventa rilevante per quelli torsio-flessibili soprattutto se l'eccentricità è elevata.

Il confronto tra queste eccentricità correttive e quelle imposte dalle norme mette in evidenza le forti carenze di quest'ultime. In particolare l'EC8 (Figura 1.5a) fornisce valori di Δe_f sostanzialmente corretti solo quando $R_k > R_m + 2E_s$ mentre la sovrastima fortemente nel caso di sistemi torsio-rigidi a forte eccentricità o nel caso di sistemi torsio-flessibile quando non è richiesta alcuna correzione. Differenze simili,

anche se di minore entità, si riscontrano con i valori dettati dalle norme SEAOC (Figura 1.5b).

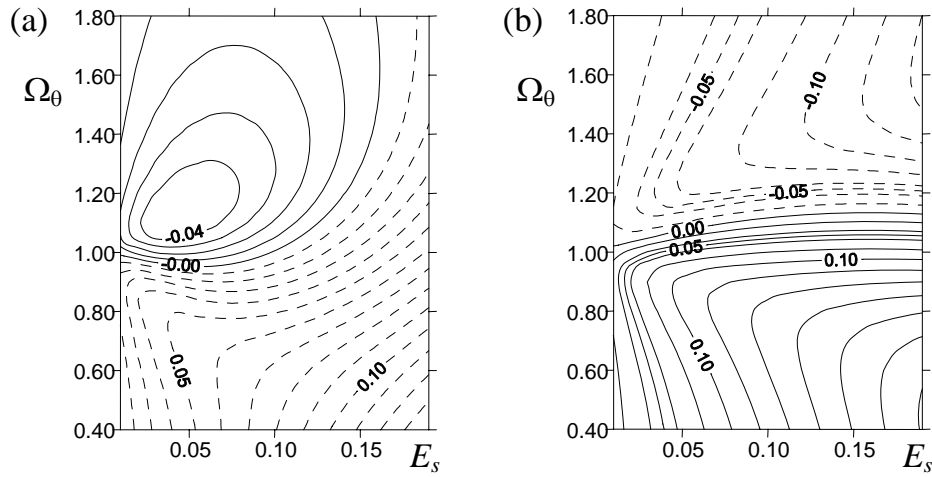


Figura 1.4. Eccentricità correttive, sistemi con $R_m=0.30$, spettro costante-iperbolico; (a) ΔE_f , correzione al lato flessibile, (b) ΔE_r , correzione al lato rigido. (Calderoni et al.⁵).

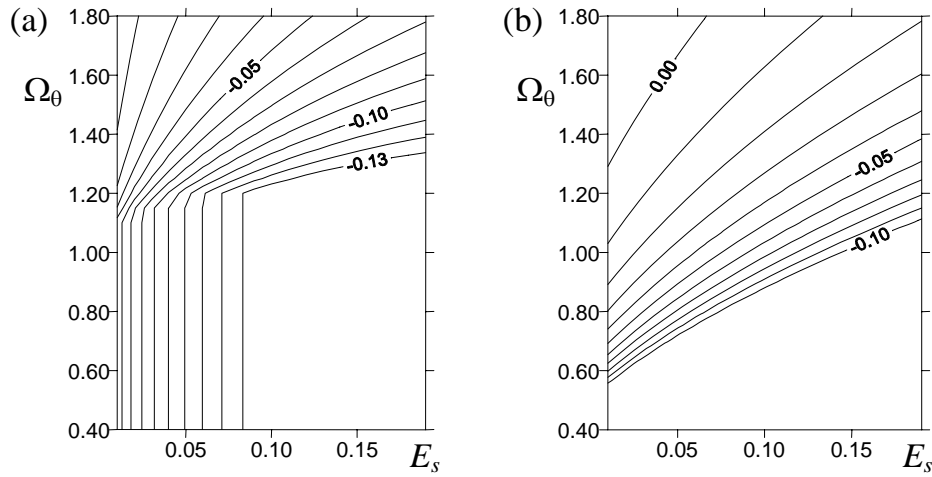


Figura 1.5. Eccentricità correttive ΔE_f ; (a) Eurocodice 8, (b) norme SEAOC. (Calderoni et al.³).

I risultati ottenuti da Calderoni et al. non sorprendono se si tiene conto dei limiti di validità delle eccentricità di progetto imposte dall'EC8 precisati da Eibl e Keintzel¹⁷ e del tutto disattesi nella norma in questione.

Essi, in un primo momento, determinano i coefficienti di amplificazione dinamica della coppia torcente relativi ai due modi di vibrazione assumendo la forza sismica costante per ciascun modo di vibrazione e pari al valore F_o corrispondente al periodo del sistema bilanciato. Ciò equivale a trascurare che i periodi dei modi di vibrazione del sistema asimmetrico sono diversi da quello del sistema bilanciato e che la massa del sistema che partecipa al generico modo di vibrazione è solo una percentuale di quella totale. Assumendo come gradi di libertà del sistema lo spostamento v di C_R nella direzione del sisma e la rotazione dell'impalcato θ il rapporto tra le due componenti di ciascun modo di vibrazione è fornito da:

$$\left(\frac{\bar{\theta}}{\bar{v}}\right)_{1,2} = -\frac{1}{2 \cdot e_s} \left[\tau^2 - 1 \pm \sqrt{(\tau^2 - 1)^2 + 4 \cdot e_s^2 \cdot \tau^2 \frac{m}{I_m}} \right] \quad (17)$$

dove $\tau = T_\theta / T_y = 1 / \Omega_\theta$ ed I_m rappresenta il momento d'inerzia delle masse rispetto a C_R . Quindi, sulla base delle precedenti ipotesi semplificative, si determinano i coefficienti di amplificazione dinamica:

$$A_{1,2} = \frac{M_{t,1,2}}{M_{to}} = \frac{\bar{\theta}_{1,2}}{\theta_0} = \frac{\bar{\theta}_{1,2}/v_o}{\theta_0/v_o} = \frac{(\bar{\theta}/\bar{v})_{1,2}}{\theta_0/v_o} \quad (18)$$

da cui segue

$$A_{1,2} = -\frac{I_m/m}{2 \cdot e_s^2 \cdot \tau^2} \left[\tau^2 - 1 \pm \sqrt{(\tau^2 - 1)^2 + 4 \cdot e_s^2 \cdot \tau^2 \frac{m}{I_m}} \right] \quad (19)$$

Successivamente gli stessi coefficienti vengono determinati tenendo conto dell'aliquota di massa $\mu_i \cdot A_i$ che effettivamente partecipa a ciascun modo di vibrazione ma conservando l'ipotesi semplificativa sul periodo. Si ricava:

$$\frac{M_{t1}}{M_{to}} = \mu_1 \cdot A_1, \quad \frac{M_{t2}}{M_{to}} = \mu_2 \cdot A_2 \quad (20)$$

e stimando la massima coppia torcente mediante il criterio SRSS si determina:

$$M_t = \sqrt{M_{t1}^2 + M_{t2}^2} = M_{to} \sqrt{\mu_1^2 A_1^2 + \mu_2^2 A_2^2} = A \cdot M_{to} \quad (21)$$

I coefficienti di amplificazione dinamica sopra definiti sono stati determinati per un sistema monopiano a pianta quadrata per diversi valori di τ (Ω_0) e di eccentricità e sono stati sintetizzati nei diagrammi in Figura 1.6.

L'analisi dei diagrammi mostra che il coefficiente A_1 approssima bene l'effettivo coefficiente A nel caso di sistemi torsio-rigidi ($\tau < 1$, $\Omega_0 > 1$). L'approssimazione è ottima soprattutto nei sistemi con eccentricità modesta ma in ogni caso si mantiene a favore di sicurezza. Quando si è in prossimità di $\tau = 1$ il coefficiente A_1 fornisce valori inaccettabili ma anche il coefficiente A sovrastima la risposta torsionale. Infatti per tali sistemi i periodi dei due modi di vibrazione sono molto vicini e pertanto il criterio SRSS, utilizzato per determinare A , esalta il contributo della componente torsionale del moto. Per questi sistemi Eibl e Keintzel mostrano che una stima sufficientemente approssimata del coefficiente di amplificazione dinamica è data da A_1 calcolato per $\tau = 0.9$. Sulla base di tali considerazioni e ponendo:

$$A \cdot e_s = e_s + e_2 \quad (22)$$

essi propongono di valutare e_2 come il minimo tra:

$$e_2 = e_s [A_1(\tau = 0.9) - 1] \quad (23a)$$

$$e_2 = e_s [A_1 - 1] \quad (23b)$$

Sostituendo l'espressione di A_1 nelle (23) e semplificando ulteriormente la (23a) nella relazione che segue, si ritrovano le relazioni proposte dall'EC8 (5):

$$e_2 = 0.1 \cdot (L + B) \cdot \sqrt{10 \cdot e_s / L} \leq 0.1 \cdot (L + B) \quad (24)$$

La (23a) fornisce valori significativi per sistemi caratterizzati da valori di τ prossimi ad 1 mentre per sistemi torsio-rigidi è la (23b) che diventa determinante. Infine nel campo dei sistemi torsio-flessibili entrambe le (23) forniscono valori privi di significato.

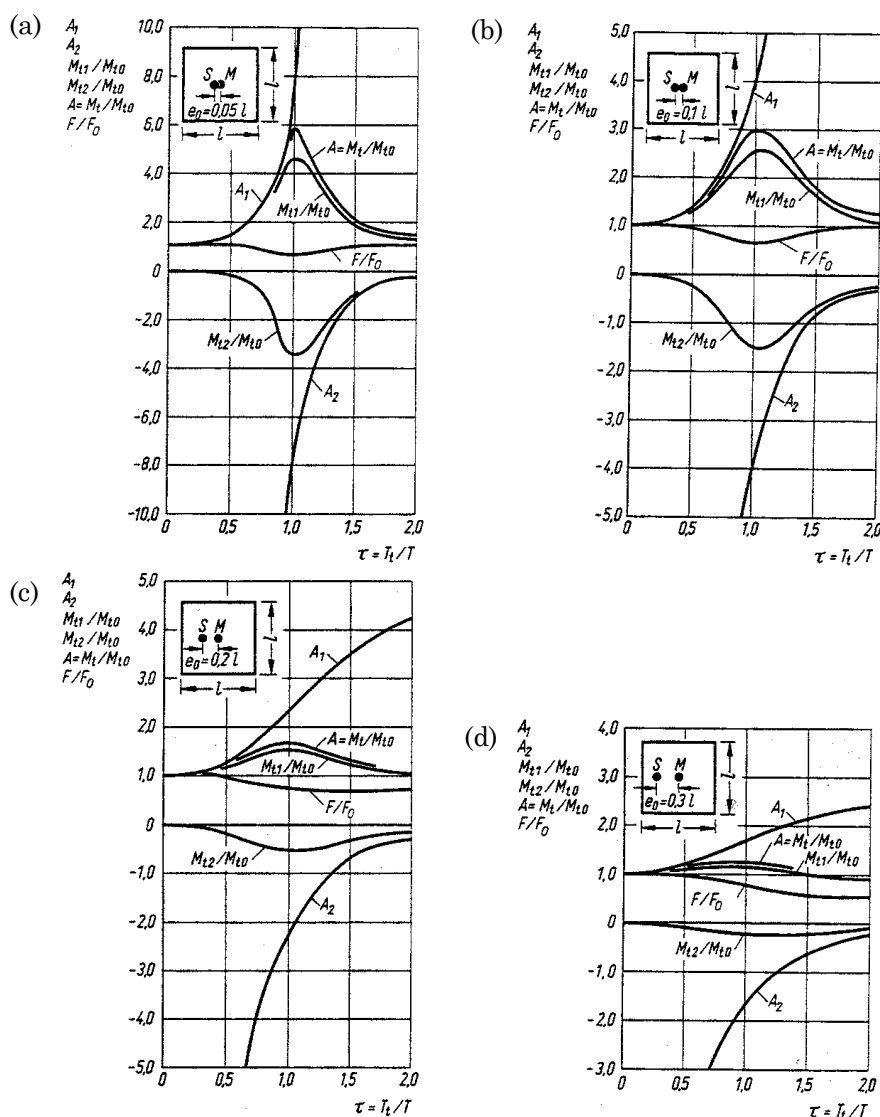


Figura 1.6. Coefficienti di amplificazione dinamica per strutture quadrate; (a) $e_s/l = 0.05$, (b) $e_s/l = 0.10$, (c) $e_s/l = 0.20$, (d) $e_s/l = 0.30$. (Eibl e Keintzel¹⁷).

Tenendo conto dei criteri di equivalenza e della trattazione che portano alla determinazione delle eccentricità di progetto dell'EC8 si possono spiegare le conclusioni a cui giungevano Calderoni et al. Infatti gli stessi autori delle (5) spiegano che il loro uso è inaccettabile per sistemi torsio-

flessibili, mentre l'analisi dei diagrammi riportati nella Figura 1.6 mostra chiaramente che esse forniscono risultati a favore di sicurezza per i sistemi torsio-rigidi nel campo delle grandi eccentricità. A tutto ciò bisogna aggiungere che le eccentricità dell'EC8 sono state formulate con l'obiettivo di stimare l'eccentricità dinamica $e_d = e'_f$ definita nel paragrafo 2. che è sempre maggiore della e_f definita nello stesso paragrafo e determinata da Calderoni et al.

5. Analisi statica di sistemi asimmetrici: metodologia proposta da K. Anastassiadis et al.¹

Un'altra interessante soluzione al problema messo in evidenza nei precedenti paragrafi è stata proposta da K. Anastassiadis et al.¹ partendo da considerazioni, del tutto analoghe a quelle esposte nel precedente paragrafo, sul diagramma dei massimi spostamenti dinamici del sistema monopiano asimmetrico sottoposto ad un moto al suolo che agisce ortogonalmente al suo asse di simmetria e sulla risposta dello stesso sistema soggetto all'azione di una forza equivalente al sisma che agisce staticamente con un'eccentricità assegnata e_o (Figura 1.3).

Gli autori, oltre alla e_f ed e_r , definiscono un'eccentricità e'_f per cui la rotazione statica prodotta dalla forza $F_o = m \cdot S_{ay}$ uguaglia quella massima dinamica. Si osserva inoltre che e'_f è sempre maggiore di e_f . Sulla base di tali osservazioni sono stati assunti quali criteri di equivalenza per il calcolo di e_f , e'_f ed e_r le seguenti relazioni:

$$u_f(e_f) = \max [u_f(t)] \quad (25a)$$

$$\theta_z(e'_f) = \max [\theta_z(t)] \quad (25b)$$

$$u_r(e_r) = \max [u_r(t)] \quad (25c)$$

L'involuppo dei diagrammi di spostamento relativi a dette eccentricità si mantiene ovunque non minore del diagramma degli spostamenti dinamici. Quindi, essendoci proporzionalità tra spostamenti e tagli, tale diagramma si presta per definire la resistenza degli elementi resistenti necessaria ad evitarne la plasticizzazione durante il sisma moderato.

Detti L_f ed L_r rispettivamente le distanze dall'origine, supposta coincidente con il centro di massa, del lato flessibile (f) e del lato rigido (r) i corrispondenti spostamenti relativi alle due eccentricità e la rotazione d'impalcato sono:

$$u_f(e_f) = \frac{F_o}{K_y} + \frac{e_f \cdot F_o}{K_\theta} (L_f + e_s) \quad (26a)$$

$$\theta_z(e'_f) = \frac{e'_f \cdot F_o}{K_\theta} \quad (26b)$$

$$u_r(e_r) = \frac{F_o}{K_y} - \frac{e_r \cdot F_o}{K_\theta} (L_r - e_s) \quad (26c)$$

I valori massimi delle corrispondenti componenti di spostamento possono essere calcolati mediante l'analisi modale e possono essere posti nella seguente forma:

$$\max [u_f(t)] = D_f \cdot S_{dy} \quad (27a)$$

$$\max [\theta_z(t)] = \frac{1}{r_m} R_f \cdot S_{dy} \quad (27b)$$

$$\max [u_r(t)] = D_r \cdot S_{dy} \quad (27c)$$

dove S_{dy} rappresenta l'ordinata spettrale, in termini di pseudo-spostamento relativo, corrispondente al periodo T_y del sistema traslante, mentre R_f , D_f e D_r sono coefficienti adimensionali che dipendono dalla forma dello spettro e dalla regione in cui cadono i periodi del sistema. Nel caso di spettro costituito da un primo tratto costante seguito da uno iperbolico gli autori hanno determinato in forma chiusa le espressioni di tali coefficienti¹.

Adesso imponendo le condizioni di equivalenza stabilite dalle (25) si ricavano le espressioni cercate delle eccentricità:

$$e_f = \frac{r_k^2}{r_m} \cdot \frac{D_f - 1}{L_r + \varepsilon_s} \geq e_s \quad (28a)$$

$$e'_f = \frac{r_k^2}{r_m} R_f \geq e_s \quad (28b)$$

$$e_r = \frac{r_k^2}{r_m} \cdot \frac{1 - D_r}{l_r - \varepsilon_s} \leq 0.5 \cdot e_s \quad (28c)$$

dove $l_r = L_r / r_m$ ed $\varepsilon_s = e_s / r_m$. Le disequaglianze sono state introdotte per assicurare al sistema anche un buon comportamento in campo inelastico. Sorvoleremo per il momento su questo aspetto che verrà affrontato nei capitoli successivi.

Gli autori del metodo ritengono, inoltre, che l'eccentricità e_f è priva di utilità pratica in quanto è sempre minore di e'_f . In effetti tale assunzione, secondo il parere di chi scrive e di altri autori, appare eccessivamente conservativa, visto che le massime sollecitazioni sono legate ai massimi spostamenti orizzontali, indipendentemente dalle rotazioni che li provocano. Le eccentricità e'_f ed e_r così ottenute sono state confrontate con quelle proposte dalla normativa canadese:

$$e_{max} = 1.5 \cdot e_s + 0.10 \cdot L \quad (29a)$$

$$e_{min} = 0.5 \cdot e_s - 0.10 \cdot L \quad (29b)$$

dove l'eccentricità accidentale è stata amplificata fino al valore di $0.10 \cdot L$ per tener conto dell'amplificazione dell'eccentricità statica nella regione delle piccole eccentricità⁵⁵. Al fine di determinare i valori da confrontare con le (28a) e (28c) riscriviamo le (29) nella seguente forma:

$$e_{max} = (1.5 \cdot e_s + 0.05 \cdot L) + 0.05 \cdot L = \bar{e}_f + 0.05 \cdot L \quad (30a)$$

$$e_{min} = (0.5 \cdot e_s - 0.05 \cdot L) - 0.05 \cdot L = \bar{e}_r - 0.05 \cdot L \quad (30b)$$

dove i simboli soprasssegnati rappresentano le quantità da confrontare con le eccentricità determinate mediante le (28). Adimensionalizzando rispetto al raggio d'inerzia delle masse r_m , i parametri da confrontare le (28) diventano:

$$\varepsilon_f = \frac{e_f}{r_m} = \Omega_\theta^2 \cdot R_f \geq \varepsilon_s \quad (31a)$$

$$\varepsilon_r = \frac{e_r}{r_m} = \Omega_\theta^2 \cdot \frac{1 - D_r}{l_r - \varepsilon_s} \leq 0.5 \cdot \varepsilon_s \quad (31b)$$

mentre le eccentricità proposte dalla normativa canadese diventano:

$$\bar{\varepsilon}_f = \frac{\bar{e}_f}{r_m} = 1.5 \cdot \varepsilon_s + 0.05 \cdot \frac{L}{r_m} \quad (32a)$$

$$\bar{\varepsilon}_r = \frac{\bar{e}_r}{r_m} = 0.5 \cdot \varepsilon_s - 0.05 \cdot \frac{L}{r_m} \quad (32b)$$

Nelle figure che seguono (da Figura 1.7 a Figura 1.9) si riporta il confronto tra le eccentricità adimensionalizzate per i sistemi caratterizzati dai tre rapporti di forma $L_x/L_y = 2, 1$ e 0.5 , dai periodi $T_y < T_c$ (sistemi rigidi) e $T_y > T_c$ (sistemi deformabili) al variare di e_s e di Ω_0 . T_c rappresenta il periodo in cui lo spettro di risposta, inizialmente costante, diventa iperbolico. Si può osservare che i valori proposti dalla normativa per l'eccentricità \bar{e}_f sono generalmente non conservativi per piccole eccentricità ed eccessivamente conservati per grandi eccentricità; invece i valori proposti per \bar{e}_r sono sempre a favore di sicurezza per i sistemi torsio-rigidi e del tutto insufficienti per i sistemi torsio-flessibili.

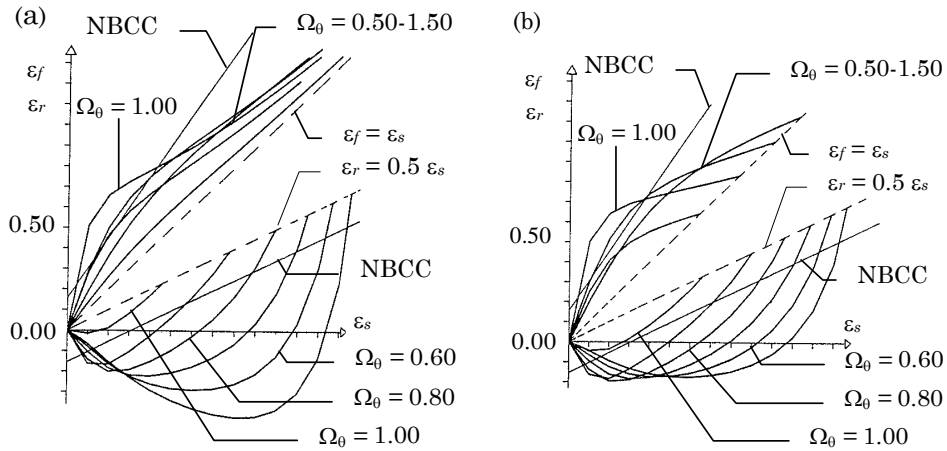


Figura 1.7. Eccentricità di progetto, sistemi con $L_x = 2L_y$; (a) $T_y < T_c$, (b) $T_y > T_c$. (Anastassiadis et al.¹⁾.

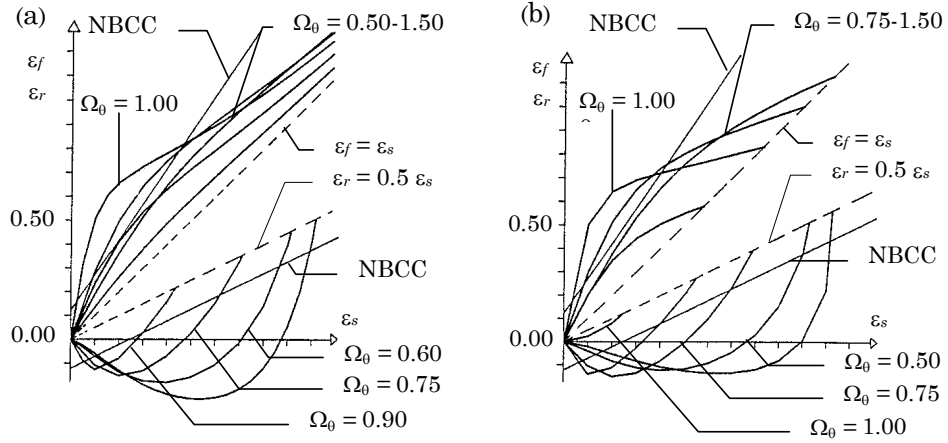


Figura 1.8. Eccentricità di progetto, sistemi con $L_x = L_y$; (a) $T_y < T_c$, (b) $T_y > T_c$. (Anastassiadis et al.¹).

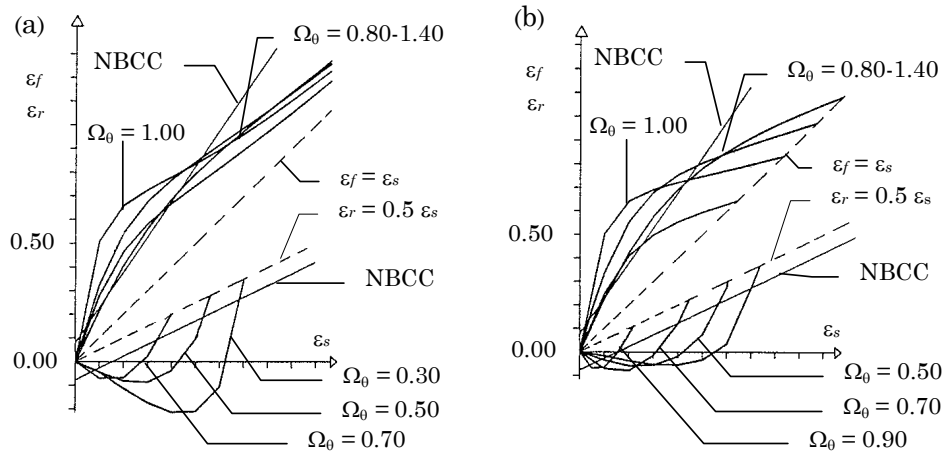


Figura 1.9. Eccentricità di progetto, sistemi con $2L_x = L_y$; (a) $T_y < T_c$, (b) $T_y > T_c$. (Anastassiadis et al.¹).

Capitolo 2

RISPOSTA ELASTICA DI STRUTTURE MULTIPIANO

1. “Centri di riferimento” di sistemi multipiano asimmetrici

Il primo ostacolo che s’incontra quando si passa allo studio di un edificio multipiano asimmetrico, costituito da più impalcati sostenuti da elementi resistenti verticali (telai, pareti, nuclei, ecc.), consiste nella mancanza di validi punti di riferimento equivalenti al centro elastico utilizzato nei sistemi monopiano. Numerosi ricercatori hanno affrontato il problema fornendo definizioni che applicate ad un sistema monopiano restituiscono il suo centro elastico. Tra queste ricordiamo:

1. i *centri di rigidezza di piano*, definiti come quei punti degli impalcati in cui comunque si applichi un set di forze statiche orizzontali si ottiene solo la traslazione degli impalcati (Hejal, H. e Chopra, A. K.³², Cheung, V.W.T. e Tso, W.K.⁷);
2. i *centri di torsione di piano*, cioè i punti intorno ai quali avviene la rotazione degli impalcati quando l’edificio è sottoposto ad una generica distribuzione di coppie torcenti lungo l’altezza (Hejal, H. e Chopra, A. K.³²);
3. i *centri di taglio di piano*, cioè i punti di applicazione della risultante dei tagli, che insorgono negli elementi resistenti di quel li-

vello, quando il sistema è sottoposto ad una generica distribuzione di forze che provoca solo la traslazione degli impalcati (Hejal, H. e Chopra, A. K.³², Tso, W.K.⁵⁷);

4. i *baricentri delle rigidezze di piano*, determinati assumendo come rigidezza di piano del generico elemento resistente il rapporto tra taglio assorbito e spostamento relativo (Gherzi A.²⁰);
5. i *centri di resistenza di piano*: al generico piano il centro in questione coincide con il punto in cui va' applicata la forza orizzontale, mentre gli altri impalcati non sono soggetti all'azione di alcuna forza, affinché quell'impalcato trasli senza ruotare (Humar, J.L.³³); in generale gli altri impalcati ruoteranno.

1.1. I centri di rigidezza

Una struttura multipiano con N impalcati rigidi è dotata di $3N$ gradi di libertà dinamici. Ciascun impalcato contribuisce con 3 gradi di libertà; in genere si scelgono due spostamenti orizzontali di un punto assegnato, che misureremo lungo due direzioni ortogonali, u_{xj} ed u_{yj} e la rotazione dell'impalcato θ_{zj} . Ordinati i gradi di libertà del sistema in un vettore \mathbf{u} è possibile costruire la matrice di rigidezza \mathbf{K} :

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_x \\ \mathbf{u}_y \\ \boldsymbol{\theta}_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{K}_{xy} & \mathbf{K}_{x\theta} \\ \mathbf{K}_{yx} & \mathbf{K}_{yy} & \mathbf{K}_{y\theta} \\ \mathbf{K}_{\theta x} & \mathbf{K}_{\theta y} & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

dove i vettori \mathbf{u}_x , \mathbf{u}_y e $\boldsymbol{\theta}_z$ contengono rispettivamente gli spostamenti degli impalcati in direzione X ed Y e loro rotazioni.

Le sottomatrici di \mathbf{K} in generale sono tutte piene, tuttavia se si scelgono opportunamente i gradi di libertà alcune di esse si annullano. Ricordando la definizione dei centri di rigidezza di piano segue immediatamente che, se si scelgono come gradi di libertà gli spostamenti di tali punti, ordinati nel vettore $\tilde{\mathbf{u}}^t = [\tilde{\mathbf{u}}_x \ \tilde{\mathbf{u}}_y \ \boldsymbol{\theta}_z]$, la matrice di rigidezza deve assumere la seguente forma:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{xx} & \tilde{\mathbf{K}}_{xy} & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{yx} & \tilde{\mathbf{K}}_{yy} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{K}}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Solo in questo caso, infatti, comunque si applichi un insieme di forze orizzontali in tali punti gli impalcati del sistema traslano senza ruotare. Il passaggio dalla matrice \mathbf{K} alla matrice $\tilde{\mathbf{K}}$ avviene attraverso un cambio di base descritto dalla matrice di passaggio \mathbf{P} :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{y}_R \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & -\mathbf{x}_R \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{P}^t \mathbf{K} \mathbf{P} \quad (3)$$

dove \mathbf{I} è la matrice identica mentre \mathbf{x}_R ed \mathbf{y}_R sono matrici diagonali di ordine N che contengono le coordinate dei centri di rigidezza. Sviluppando il prodotto si ottiene:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{K}_{xy} & \tilde{\mathbf{K}}_{x\theta} \\ \mathbf{K}_{yx} & \mathbf{K}_{yy} & \tilde{\mathbf{K}}_{y\theta} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{\theta x} & \tilde{\mathbf{K}}_{\theta y} & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (4a)$$

dove

$$\tilde{\mathbf{K}}_{x\theta} = \mathbf{K}_{xx} \mathbf{y}_R - \mathbf{K}_{xy} \mathbf{x}_R + \mathbf{K}_{x\theta} \quad (4b)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{y\theta} = \mathbf{K}_{yx} \mathbf{y}_R - \mathbf{K}_{yy} \mathbf{x}_R + \mathbf{K}_{y\theta} \quad (4c)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\theta x} = \mathbf{y}_R \mathbf{K}_{xx} - \mathbf{x}_R \mathbf{K}_{yx} + \mathbf{K}_{\theta x} \quad (4d)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\theta y} = \mathbf{y}_R \mathbf{K}_{yx} - \mathbf{x}_R \mathbf{K}_{yy} + \mathbf{K}_{\theta y} \quad (4e)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\theta\theta} = \mathbf{K}_{\theta\theta} + \mathbf{K}_{\theta x} \mathbf{y}_R - \mathbf{K}_{\theta y} \mathbf{x}_R - \mathbf{x}_R \tilde{\mathbf{K}}_{y\theta} + \mathbf{y}_R \tilde{\mathbf{K}}_{x\theta} \quad (4f)$$

Ricordando quale deve essere la forma della $\tilde{\mathbf{K}}$ seguono le seguenti condizioni:

$$\mathbf{K}_{xx} \mathbf{y}_R - \mathbf{K}_{xy} \mathbf{x}_R + \mathbf{K}_{x\theta} = 0 \quad (5a)$$

$$\mathbf{K}_{yx} \mathbf{y}_R - \mathbf{K}_{yy} \mathbf{x}_R + \mathbf{K}_{y\theta} = 0 \quad (5b)$$

e risolvendo si determinano le matrici incognite:

$$\mathbf{x}_R = (\mathbf{K}_{yy} - \mathbf{K}_{yx} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{xy})^{-1} (\mathbf{K}_{y\theta} - \mathbf{K}_{yx} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{x\theta}) \quad (6a)$$

$$\mathbf{y}_R = -(\mathbf{K}_{xx} - \mathbf{K}_{xy} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{yx})^{-1} (\mathbf{K}_{x\theta} - \mathbf{K}_{xy} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{y\theta}) \quad (6b)$$

Quando gli assi X ed Y del sistema di riferimento scelto coincidono con quelli principali del sistema le matrici \mathbf{K}_{xy} e \mathbf{K}_{yx} sono nulle e così le (6) possono essere semplificate:

$$\mathbf{x}_R = \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{y0} \quad (7a)$$

$$\mathbf{y}_R = -\mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{x0} \quad (7b)$$

Le matrici inverse che compaiono nelle (6) e nelle (7) possono sempre essere calcolate e quindi sarà sempre possibile determinare \mathbf{x}_R e \mathbf{y}_R (una trattazione più dettagliata si trova in (Hejal, H. e Chopra, A. K.³²). Tuttavia le (6) non sempre restituiscono delle matrici diagonali come era stato assunto in principio. Quando ciò non accade dovremo ammettere che i centri di rigidezza, così come sono stati definiti, non esistono.

Tuttavia è possibile determinare i centri di rigidezza se è nota a priori la distribuzione delle forze agenti sul sistema. In tal caso, i centri di rigidezza coincideranno con quei punti degli impalcati in cui applicando le forze orizzontali assegnate si ottiene solo la traslazione degli impalcati. Per determinare la posizione di tali punti, ordinate le forze orizzontali nel vettore $\mathbf{F}^t = [\mathbf{F}_x^t \ \mathbf{F}_y^t \ \mathbf{0}]$, scriviamo le equazioni di equilibrio del sistema:

$$\mathbf{F} = \tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{u}} \quad (8)$$

ricordando le (4) ed imponendo che le componenti di rotazione di $\tilde{\mathbf{u}}$ siano tutte nulle si ricavano, dopo una serie di laboriosi passaggi matematici³², le coordinate dei punti cercati:

$$\{\mathbf{x}_R\} = [\mathbf{F}_y]^{-1} (\mathbf{K}_{0y} - \mathbf{K}_{0x} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{xy}) (\mathbf{K}_{yy} - \mathbf{K}_{yx} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{xy})^{-1} \mathbf{F}_y \quad (9a)$$

$$\{\mathbf{y}_R\} = -[\mathbf{F}_x]^{-1} (\mathbf{K}_{0x} - \mathbf{K}_{0y} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{yx}) (\mathbf{K}_{xx} - \mathbf{K}_{xy} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{yx})^{-1} \mathbf{F}_x \quad (9b)$$

I simboli $\{\mathbf{x}_R\}$ ed $\{\mathbf{y}_R\}$ sono qui utilizzati per indicare i vettori che contengono le coordinate dei centri di rigidezza, mentre coi simboli $[\mathbf{F}_x]$ ed $[\mathbf{F}_y]$ si indicano le matrici diagonali che contengono le componenti delle forze applicate.

I punti così determinati dipendono dai vettori \mathbf{F}_x ed \mathbf{F}_y , pertanto essi non sono caratteristici della struttura come accade invece nel caso del sistema monopiano. È importante osservare che le (9) consentono di determinare i centri di rigidezza solo se le forze applicate ai vari piani

sono tutte non nulle, infatti se ciò non avviene le matrici diagonali delle forze non potranno essere invertite. Bisogna infine rimarcare che i valori assoluti delle singole forze sono ininfluenti, ciò che incide sono i rapporti tra le forze ovvero la distribuzione di esse in altezza.

Se i piani principali di inflessione degli elementi resistenti formano una griglia ortogonale è possibile semplificare le (9) scegliendo gli assi X ed Y paralleli a questa griglia, infatti in questo sistema di riferimento:

$$\mathbf{K}_{xy} = \mathbf{K}_{yx} = \mathbf{0} \quad (10)$$

e quindi le (9) diventano:

$$\{\mathbf{x}_R\} = [\mathbf{F}_y]^{-1} \mathbf{K}_{\theta y} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{F}_y \quad (11a)$$

$$\{\mathbf{y}_R\} = -[\mathbf{F}_x]^{-1} \mathbf{K}_{\theta x} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{F}_x \quad (11b)$$

Se invece la struttura presenta un asse di simmetria scegliendo l'asse X coincidente con tale asse:

$$\mathbf{K}_{xy} = \mathbf{K}_{yx} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{K}_{x\theta} = \mathbf{K}_{\theta x} = \mathbf{0} \quad (12)$$

e quindi le (9) diventano:

$$\{\mathbf{x}_R\} = [\mathbf{F}_y]^{-1} \mathbf{K}_{\theta y} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{F}_y \quad (13a)$$

$$\{\mathbf{y}_R\} = \mathbf{0} \quad (13b)$$

1.2. I centri di torsione

Se si scelgono come gradi di libertà gli spostamenti dei centri di torsione e le rotazioni d'impalcato, raggruppati ancora una volta nel vettore $\tilde{\mathbf{u}}^t = [\tilde{\mathbf{u}}_x \ \tilde{\mathbf{u}}_y \ \boldsymbol{\theta}_z]$, segue immediatamente dalla definizione che la matrice di rigidezza del sistema presenta ancora la forma stabilita dalle (2). Ripetendo dunque il ragionamento fatto sui centri di rigidezza è possibile determinare le matrici \mathbf{x}_T ed \mathbf{y}_T , che dovrebbero essere diagonali, con le coordinate dei centri di torsione sulla diagonale principale. Le espressioni che forniscono tali matrici in funzione delle sottomatrici \mathbf{K}_{ij} sono uguali alle (6) che restituiscono le \mathbf{x}_R ed \mathbf{y}_R . Dunque se le (6) restituiscono matrici diagonali allora potremo concludere che, oltre ai centri di rigidezza, esistono anche i centri di torsione della struttura, tali punti inoltre sono coincidenti. Se invece ciò non accade dovremo concludere che

i centri di torsione della struttura, almeno sulla base della definizione data in precedenza, non esistono.

Comunque è sempre possibile determinare i centri di torsione per un'assegnata distribuzione di momenti torcenti applicati a livello degli impalcati. Pure in questo caso possiamo partire dalle equazioni di equilibrio (8), dove però le uniche componenti non nulle sono quelle torcenti pertanto $\tilde{\mathbf{F}}^t = [\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \tilde{\mathbf{T}}_z^t]$. Imponendo che sotto l'effetto di tali forze i centri di torsione non subiscano alcuna traslazione si perviene alle seguenti espressioni:

$$\{\mathbf{x}_T\} = [\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} (\mathbf{K}_{yy} - \mathbf{K}_{yx} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{xy})^{-1} (\mathbf{K}_{y\theta} - \mathbf{K}_{yx} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{x\theta}) \boldsymbol{\theta}_z \quad (14a)$$

$$\{\mathbf{y}_T\} = -[\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} (\mathbf{K}_{xx} - \mathbf{K}_{xy} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{yx})^{-1} (\mathbf{K}_{x\theta} - \mathbf{K}_{xy} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{y\theta}) \boldsymbol{\theta}_z \quad (14b)$$

Le componenti del vettore $\boldsymbol{\theta}_z$ sono le rotazioni degli impalcati provocati dall'applicazione delle coppie torcenti, $[\boldsymbol{\theta}_z]$ rappresenta la matrice diagonale che contiene le componenti del vettore $\boldsymbol{\theta}_z$ mentre $\{\mathbf{x}_T\}$ e $\{\mathbf{y}_T\}$ sono i vettori le cui componenti coincidono con le coordinate dei punti cercati. Le (14) mostrano chiaramente che, in generale, non è possibile determinare in maniera univoca, cioè prescindendo dalle forze agenti, i centri di torsione, poiché questi dipendono dalle rotazioni $\boldsymbol{\theta}_z$ che a loro volta sono legate alle coppie \mathbf{T}_z . Però se le (6) restituiscono matrici diagonali allora i centri di torsione determinati attraverso le (14) risulteranno indipendenti dalla distribuzione di coppie considerata.

Analogamente a quanto avviene per i centri di rigidezza, se i piani principali di inflessione degli elementi resistenti formano una griglia ortogonale scegliendo gli assi X ed Y paralleli a questa griglia le (14) diventano:

$$\{\mathbf{x}_T\} = [\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{y\theta} \boldsymbol{\theta}_z \quad (15a)$$

$$\{\mathbf{y}_T\} = -[\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{x\theta} \boldsymbol{\theta}_z \quad (15b)$$

mentre se la struttura presenta un asse di simmetria scegliendo l'asse X coincidente con tale asse le (14) diventano:

$$\{\mathbf{x}_T\} = [\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{y\theta} \boldsymbol{\theta}_z \quad (16a)$$

$$\{\mathbf{y}_T\} = \mathbf{0} \quad (16b)$$

1.3. I centri di taglio

I centri di taglio di piano, in base alla definizione che ne è stata data, possono essere determinati ricercando i punti degli impalcati in cui risultano applicati i tagli di piano quando la struttura è sottoposta all'azione di una generica distribuzione di forze orizzontali che descriviamo mediante il vettore $\mathbf{F}^t = [\mathbf{F}_x^t \ \mathbf{F}_y^t \ \mathbf{0}]$ applicate nei centri di rigidezza.

Se indichiamo con β_i l'angolo che si forma tra gli assi del sistema di riferimento fissato OXY e gli assi principali dell' i -esimo elemento resistente potremo esprimere gli spostamenti dei diversi piani di tale elemento resistente lungo gli assi principali in funzione degli spostamenti d'impalcato mediante le seguenti relazioni vettoriali:

$$\mathbf{v}_{ai} = \cos \beta_i \mathbf{u}_x + \sin \beta_i \mathbf{u}_y \quad (17a)$$

$$\mathbf{v}_{bi} = -\sin \beta_i \mathbf{u}_x + \cos \beta_i \mathbf{u}_y \quad (17b)$$

noti tali spostamenti è possibile determinare i vettori delle forze di piano corrispondenti ad essi:

$$\mathbf{Q}_{ai} = \mathbf{k}_{aai} \mathbf{v}_{ai} = \mathbf{k}_{aai} (\cos \beta_i \mathbf{u}_x + \sin \beta_i \mathbf{u}_y) \quad (18a)$$

$$\mathbf{Q}_{bi} = \mathbf{k}_{bbi} \mathbf{v}_{bi} = \mathbf{k}_{bbi} (-\sin \beta_i \mathbf{u}_x + \cos \beta_i \mathbf{u}_y) \quad (18b)$$

le sottomatrici di rigidezza \mathbf{k}_{aai} e \mathbf{k}_{bbi} si ottengono dalla matrice di rigidezza globale dell'elemento resistente in questione eliminando mediante un processo di condensazione statica i gradi di libertà che non hanno rilevanza dinamica (rotazioni flessionali dei nodi). Naturalmente le sottomatrici \mathbf{k}_{abi} e \mathbf{k}_{bai} che contengono i termini misti sono nulle, in quanto espresse nel sistema di riferimento degli assi principali.

La conoscenza di tali matrici consente di risalire facilmente alla matrice di rigidezza globale del sistema (1), infatti è facile verificare che i contributi forniti ad essa dal generico elemento resistente possono essere espressi mediante le seguenti relazioni:

$$\mathbf{k}_{xxi} = \cos^2 \beta_i \mathbf{k}_{aai} + \sin^2 \beta_i \mathbf{k}_{bbi} \quad (19a)$$

$$\mathbf{k}_{yyi} = \sin^2 \beta_i \mathbf{k}_{aai} + \cos^2 \beta_i \mathbf{k}_{bbi} \quad (19b)$$

$$\mathbf{k}_{\theta\theta i} = d_{ai}^2 \mathbf{k}_{aai} + d_{bi}^2 \mathbf{k}_{bbi} + \mathbf{k}_{\theta\theta i} \quad (19c)$$

$$\mathbf{k}_{xyi} = \mathbf{k}_{yxi} = \sin \beta_i \cos \beta_i (\mathbf{k}_{aai} - \mathbf{k}_{bbi}) \quad (19d)$$

$$\mathbf{k}_{x\theta i} = \mathbf{k}_{\theta xi} = \pm d_{ai} \cos \beta_i \mathbf{k}_{aai} - (\pm) d_{bi} \sin \beta_i \mathbf{k}_{bbi} \quad (19e)$$

$$\mathbf{k}_{y\theta i} = \mathbf{k}_{\theta yi} = \pm d_{ai} \sin \beta_i \mathbf{k}_{aai} \pm d_{bi} \cos \beta_i \mathbf{k}_{bbi} \quad (19f)$$

dove d_{ai} e d_{bi} rappresentano le distanze dell' i -esimo elemento resistente dall'origine O, mentre il segno positivo o negativo dipende dalla posizione dell'elemento considerato rispetto allo stesso punto.

Adesso possiamo determinare i tagli di piano che potranno essere espressi mediante la seguente relazione vettoriale:

$$\mathbf{V}_{ai} = \mathbf{S} \mathbf{Q}_{ai} = \mathbf{S} \mathbf{k}_{aai} (\cos \beta_i \mathbf{u}_x + \sin \beta_i \mathbf{u}_y) \quad (20a)$$

$$\mathbf{V}_{bi} = \mathbf{S} \mathbf{Q}_{bi} = \mathbf{S} \mathbf{k}_{bbi} (-\sin \beta_i \mathbf{u}_x + \cos \beta_i \mathbf{u}_y) \quad (20b)$$

dove \mathbf{S} è una matrice triangolare alta con tutti i termini posti al di sopra della diagonale principale uguali ad 1.

Per i nostri scopi occorre calcolare il risultante dei tagli di piano, quindi ricaviamo per ciascun elemento resistente le componenti del taglio di piano rispetto al sistema di riferimento globale della struttura; utilizzando le(20) esso può essere posto nella seguente forma:

$$\mathbf{V}_{xi} = \mathbf{S} (\mathbf{k}_{xxi} \mathbf{u}_x + \mathbf{k}_{xyi} \mathbf{u}_y) \quad (21a)$$

$$\mathbf{V}_{yi} = \mathbf{S} (\mathbf{k}_{yxi} \mathbf{u}_x + \mathbf{k}_{yyi} \mathbf{u}_y) \quad (21b)$$

Infine imponiamo per ciascun piano l'equilibrio alla rotazione rispetto all'origine del sistema di riferimento:

$$\sum_i \pm d_{ai} \mathbf{V}_{ai} + \sum_i \pm d_{bi} \mathbf{V}_{bi} - \mathbf{x}_s \sum_i \mathbf{V}_{yi} + \mathbf{y}_s \sum_i \mathbf{V}_{xi} = 0 \quad (22)$$

il segno positivo o negativo dipende dalla posizione dell'elemento considerato rispetto al punto O e dal verso del taglio che esso trasmette. Quest'ultima relazione, sostituendo in essa le (20) e le (21) e quindi utilizzando le (8) e le(19), diventa:

$$\mathbf{S} (\mathbf{K}_{\theta x} \tilde{\mathbf{u}}_x + \mathbf{K}_{\theta y} \tilde{\mathbf{u}}_y) - \mathbf{x}_s \mathbf{S} \mathbf{F}_y + \mathbf{y}_s \mathbf{S} \mathbf{F}_x = 0 \quad (23)$$

Sfruttando il fatto che \mathbf{F}_x e \mathbf{F}_y sono due vettori tra loro indipendenti e dopo una serie di laboriosi passaggi, una trattazione approfondita dei quali si trova in Hejal H. e Chopra A.K.³², si riconduce la (23) alle due seguenti relazioni:

$$\mathbf{x}_S \mathbf{S} \mathbf{F}_y = \mathbf{S} (\mathbf{K}_{\theta y} - \mathbf{K}_{\theta x} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{xy}) (\mathbf{K}_{yy} - \mathbf{K}_{yx} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{xy})^{-1} \mathbf{F}_y \quad (24a)$$

$$\mathbf{y}_S \mathbf{S} \mathbf{F}_x = \mathbf{S} (\mathbf{K}_{\theta x} - \mathbf{K}_{\theta y} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{yx}) (\mathbf{K}_{xx} - \mathbf{K}_{xy} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{yx})^{-1} \mathbf{F}_x \quad (24b)$$

dalle quali è possibile calcolare le coordinate dei centri di taglio di piano:

$$\{\mathbf{x}_S\} = [\mathbf{F}'_y]^{-1} \mathbf{S} (\mathbf{K}_{\theta y} - \mathbf{K}_{\theta x} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{xy}) (\mathbf{K}_{yy} - \mathbf{K}_{yx} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{xy})^{-1} \mathbf{F}_y \quad (25a)$$

$$\{\mathbf{y}_S\} = [\mathbf{F}'_x]^{-1} \mathbf{S} (\mathbf{K}_{\theta x} - \mathbf{K}_{\theta y} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{yx}) (\mathbf{K}_{xx} - \mathbf{K}_{xy} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{yx})^{-1} \mathbf{F}_x \quad (25b)$$

$[\mathbf{F}'_x]$ e $[\mathbf{F}'_y]$ denotano le matrici diagonali che contengono le componenti dei vettori $\mathbf{S} \mathbf{F}_x$ e $\mathbf{S} \mathbf{F}_y$ rispettivamente.

Analogamente a quanto fatto nei precedenti paragrafi introducendo delle ipotesi semplificative, che d'altronde sono spesso verificate nella pratica tecnica, è possibile semplificare le (25); in particolare se i piani principali di inflessione degli elementi resistenti formano una griglia ortogonale, scegliendo gli assi X ed Y paralleli a questa griglia, esse diventano:

$$\{\mathbf{x}_S\} = [\mathbf{F}'_y]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{K}_{\theta y} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{F}_y \quad (26a)$$

$$\{\mathbf{y}_S\} = [\mathbf{F}'_x]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{K}_{\theta x} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{F}_x \quad (26b)$$

mentre se la struttura presenta simmetria rispetto all'asse X :

$$\{\mathbf{x}_S\} = [\mathbf{F}'_y]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{K}_{\theta y} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{F}_y \quad (27a)$$

$$\{\mathbf{y}_S\} = \mathbf{0} \quad (27b)$$

1.4. I baricentri delle rigidezze

In un edificio multipiano, a differenza di quanto accade nei sistemi monopiano, non è possibile esprimere la rigidezza a taglio del generico elemento resistente in un dato piano mediante una grandezza scalare, quindi, in linea di principio, non ha senso parlare di baricentro delle rigidezze.

Tuttavia se per il generico elemento resistente, assegnata una distribuzione di forze orizzontali agenti sulla struttura, definiamo rigidezza di piano il rapporto tra il taglio assorbito a quel piano e lo spostamento relativo d'interpiano riusciremo ad esprimerne la rigidezza ai vari piani mediante quantità scalari. Sotto tali ipotesi si possono calcolare

i baricentri delle rigidezze dell'edificio a ciascun piano che, analogamente a quanto avviene per gli altri centri di riferimento, saranno legati sia alle sue proprietà di rigidezza che alla distribuzione delle forze che agiscono su di essa.

In passato la possibilità di esprimere la rigidezza al taglio di piano mediante una quantità scalare consentiva di ripartire il taglio globale agente ai diversi ordini dell'edificio tra i vari elementi resistenti e quindi di determinare la risposta ad un insieme di forze orizzontali di edifici dotati di elementi resistenti disposti su una maglia ortogonale senza eseguire l'analisi spaziale, un tempo eccessivamente onerosa. Sotto tali ipotesi, infatti, la ripartizione del tagliante di piano tra i diversi elementi, che non è nota a priori, può essere determinata mediante una procedura iterativa:

1. si ripartisce arbitrariamente il taglio di piano agente sull'insieme spaziale determinando per ciascun elemento il taglio assorbito ai diversi piani;
2. per ogni elemento si calcolano gli spostamenti d'interpiano e le rigidezze di piano corrispondenti;
3. si ripartiscono i tagli globali in rapporto alle rigidezze innanzi determinate;
4. se i tagli così ottenuti differiscono nettamente da quelli utilizzati per il calcolo dei singoli elementi si ripete il procedimento utilizzando come nuovo sistema di tagli quello appena calcolato; in caso contrario la ripartizione è corretta e non sono necessarie ulteriori iterazioni.

La procedura iterativa descritta fornisce la risposta spaziale del sistema, ma come prodotto secondario restituisce anche la rigidezza tagliante di ciascun elemento resistente ai vari piani; questa informazione può essere utilizzata per calcolare i baricentri delle rigidezze.

Oggi, grazie ai mezzi di calcolo di cui si dispone, è possibile valutare agevolmente la risposta di un edificio alle azioni orizzontali risolvendo direttamente lo schema spaziale. Ciò consente, di evitare l'uso della procedura iterativa e di valutare ad ogni piano la rigidezza al taglio degli elementi resistenti che costituiscono la struttura tridimensionale, anche

nei casi in cui questi non sono disposti secondo una maglia ortogonale. Valutate le rigidezze si può quindi determinarne il baricentro.

1.5. I centri di resistenza

Una diversa generalizzazione ai sistemi multipiano del concetto di centro di rigidezza del sistema monopiano è dovuta a Humar J. L.³³ il quale definisce dei centri di riferimento che chiama *centri di resistenza* (tali punti non vanno confusi con i *baricentri delle resistenze* utilizzati in molti studi^{2, 28} sulla risposta inelastica dei sistemi asimmetrici). Il centro di resistenza al generico piano dell'edificio coincide con quel punto dell'impalcato che gode della seguente proprietà; quando in esso risulta applicata una forza orizzontale, mentre non agiscono forze su tutti gli altri impalcato dell'edificio, l'impalcato in questione subirà solo traslazioni. In generale gli altri impalcato subiranno sia traslazioni che rotazioni.

I centri di resistenza di un edificio con N piani possono essere determinati utilizzando la procedura proposta da Habibullah A.³⁰ che prevede l'esecuzione di $3N$ analisi statiche e dunque comporta un notevole onere computazionale. Infatti, per valutare il centro di resistenza al generico livello bisogna determinare la risposta statica dell'edificio con tre diverse condizioni di carico:

1. la prima consiste in un'unica forza orizzontale, avente modulo unitario, agente lungo l'asse X di un prefissato sistema di riferimento ed applicata in un qualunque punto dell' i -esimo impalcato (ad esempio l'origine del sistema di riferimento);
2. la seconda consiste in una forza orizzontale unitaria applicata nello stesso punto ed agente lungo la direzione Y ;
3. infine la terza condizione di carico prevede l'applicazione di una coppia torcente unitaria sull'impalcato in questione.

Fatto ciò, se indichiamo con $\theta_{zx,i}$ la rotazione dell'impalcato in questione provocata dalla forza agente in direzione X , ed analogamente con $\theta_{zy,i}$ e $\theta_{zz,i}$ quelle dovute alla forza agente in direzione Y ed alla coppia torcente, si possono immediatamente determinare le coordinate dell' i -esimo centro di resistenza rispetto al punto in cui sono state applicate le forze, nel nostro caso l'origine del sistema di riferimento:

$$x_{Hi} = -\frac{\theta_{zy,i}}{\theta_{zz,i}}, \quad y_{Hi} = \frac{\theta_{zx,i}}{\theta_{zz,i}} \quad (28)$$

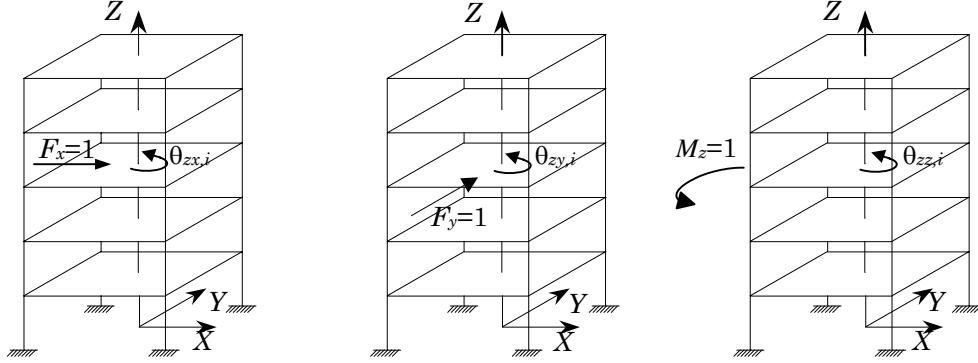


Figura 2.1. Determinazione dei centri di resistenza.

1.6. Considerazioni e confronti

Generalmente in un edificio multipiano la posizione dei centri di riferimento definiti nei paragrafi precedenti varia da piano a piano ed è influenzata, salvo nel caso dei centri di resistenza, in maniera più o meno rilevante dalla distribuzione di forze utilizzata per calcolarli. Inoltre, se in un sistema monopiano essi coincidono in un unico punto (il centro elastico), in un sistema multipiano sono distinti ad ogni piano. Per tali motivi ancora oggi non esiste una definizione universalmente accettata per i centri di riferimento degli edifici multipiano. Nonostante ciò un'analisi delle relazioni che forniscono la posizione di tali centri mostra che tra essi esistono analogie e sotto determinate condizioni almeno alcuni di essi risultano coincidenti.

Combinando la (6) con la (9) è possibile esprimere i vettori che contengono le coordinate dei centri di rigidezza C_R in funzione della distribuzione di forze stabilita e delle matrici \mathbf{x}_R ed \mathbf{y}_R :

$$\{\mathbf{x}_R\} = [\mathbf{F}_y]^{-1} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y \quad (29a)$$

$$\{\mathbf{y}_R\} = [\mathbf{F}_x]^{-1} \mathbf{y}_R^T \mathbf{F}_x \quad (29b)$$

esplicitando i prodotti contenuti nelle (29) si determinano le coordinate dell' i -esimo centro di piano:

$$x_{Ri} = x_{Rii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N x_{Rij} \frac{F_{yj}}{F_{yi}} \quad (30a)$$

$$y_{Ri} = y_{Rii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N y_{Rij} \frac{F_{xj}}{F_{xi}} \quad (30b)$$

la (30a) esprime l'ascissa x_{Ri} , ma tutto continua a valere anche per l'ordinata y_{Ri} , mediante la somma di due contributi; il primo di questi coincide con il corrispondente termine diagonale della matrice \mathbf{x}_R ed è quindi indipendente dalla distribuzione di forze, il secondo contiene i termini non diagonali della stessa matrice moltiplicati per i rapporti tra le forze F_{yj}/F_{yi} . È proprio la presenza di elementi non nulli all'esterno della diagonale principale della matrice \mathbf{x}_R a rendere i centri di rigidezza dipendenti dalla distribuzione di forze.

Per un'assegnata distribuzione di forze le coordinate dei centri C_R saranno tanto più prossimi ai valori assunti dagli elementi diagonali delle matrici \mathbf{x}_R ed \mathbf{y}_R quanto maggiore è il loro peso rispetto a quelli non diagonali. Tuttavia anche quando gli elementi x_{Rii} ed y_{Rii} prevalgono nettamente sugli altri le coordinate dei centri di rigidezza possono discostarsi sensibilmente da essi se si considera una distribuzione di forze che contiene una o più componenti molto più piccole delle altre, in tal caso infatti i corrispondenti rapporti F_{yj}/F_{yi} assumeranno valori elevati amplificando nelle (30) il contributo dipendente dalla distribuzione di forze. Ciò accade, ad esempio, con la distribuzione di forze lineare proposta da molte normative antisismiche che, soprattutto per edifici molto alti, è caratterizzata da forze ai piani bassi sensibilmente inferiori di quelle agenti ai piani alti.

Combinando la (6) con la (14) si determinano per i centri di torsione formulazioni formalmente analoghe a quelle dei centri di rigidezza:

$$\{\mathbf{x}_T\} = [\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} \mathbf{x}_R \boldsymbol{\theta}_z \quad (31a)$$

$$\{y_T\} = [\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} \mathbf{y}_R \boldsymbol{\theta}_z \quad (31b)$$

e sviluppando i prodotti:

$$x_{Ti} = x_{Rii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N x_{Rji} \frac{\theta_{zj}}{\theta_{zi}} \quad (32a)$$

$$y_{Ti} = y_{Rii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N y_{Rji} \frac{\theta_{zj}}{\theta_{zi}} \quad (32b)$$

sulla base delle (32) è possibile ripetere per i centri di torsione le considerazioni fatte sui centri di rigidezza, dunque anche in questo caso la generica coordinata di C_{Ti} è somma di un contributo che è caratteristico della struttura ed un altro che è influenzato dalle forze considerate. È interessante osservare che il contributo indipendente dalla distribuzione di forze è lo stesso sia nei centri di torsione che in quelli di rigidezza.

Le (30) possono essere utilizzate anche per determinare i centri di resistenza. Ricordando la loro definizione, concludiamo che se si vogliono calcolare le coordinate del generico C_{Hi} basterà utilizzare le (30) considerando una distribuzione di forze in cui le uniche componenti non nulle sono le forze orizzontali agenti in direzione X ed Y sull'iesimo impalcato, sostituendo si ottiene:

$$x_{Hi} = x_{Rii} \quad (33a)$$

$$y_{Hi} = y_{Rii} \quad (33b)$$

dunque le coordinate dei centri di resistenza, sono indipendenti dalla distribuzione di forze considerata e coincidono con gli elementi diagonali delle matrici \mathbf{x}_R ed \mathbf{y}_R .

In generale i centri C_{Ri} , C_{Ti} e C_{Hi} sono distinti ad ogni piano però se le matrici \mathbf{x}_R ed \mathbf{y}_R sono diagonali le loro coordinate saranno uguali al contributo indipendente dalla distribuzione di forze e pertanto i tre punti risulteranno coincidenti ad ogni piano.

Sostituendo la (6) nella (25) è possibile esprimere i vettori che contengono le coordinate dei centri di taglio C_S mediante le seguenti relazioni:

$$\{\mathbf{x}_S\} = [\mathbf{F}'_y]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y \quad (34a)$$

$$\{\mathbf{y}_S\} = [\mathbf{F}'_x]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{y}_R^T \mathbf{F}_x \quad (34b)$$

ed esplicitando i prodotti si ottengono le coordinate del generico C_{Si} :

$$x_{Si} = \frac{1}{V_{yi}} \left(F_{y1} \sum_{i=1}^N x_{S1i} + F_{y2} \sum_{i=1}^N x_{S2i} + \cdots + F_{yN} \sum_{i=1}^N x_{SNi} \right) \quad (35a)$$

$$y_{Si} = \frac{1}{V_{xi}} \left(F_{x1} \sum_{i=1}^N y_{S1i} + F_{x2} \sum_{i=1}^N y_{S2i} + \cdots + F_{xN} \sum_{i=1}^N y_{SNi} \right) \quad (35b)$$

dove V_{xi} e V_{yi} rappresentano i tagli dell'edificio valutati all' i -esimo livello.

Le (35) mostrano che i centri di taglio dipendono generalmente dalla distribuzione di forze, anche nel caso in cui le matrici \mathbf{x}_R ed \mathbf{y}_R sono diagonali; solo quando tali matrici sono proporzionali alla matrice identica, ciò significa che i centri di taglio sono allineati lungo un'asse verticale, essi risultano indipendenti dalle forze \mathbf{F}_x ed \mathbf{F}_y e, come verrà mostrato meglio nel paragrafo che segue, coincidenti con gli altri centri di riferimento.

In generale dunque i centri C_{Si} sono distinti dagli altri, essi però coincidono con i baricentri delle rigidezze C_{Ki} , oltre al caso già citato, negli edifici con elementi resistenti disposti secondo una griglia ortogonale quando questi ultimi vengono determinati applicando le forze di un'assegnata distribuzione in corrispondenza dei centri di rigidezza C_{Ri} o per edifici di forma qualsiasi quando tutti i telai sono di tipo shear-type.

Nel primo caso basta osservare che le forze \mathbf{F}_x ed \mathbf{F}_y agenti parallelamente ai lati della griglia provocano esclusivamente la traslazione degli impalcati lungo le direzioni X ed Y , ricordiamo che sono applicate in corrispondenza dei C_{Ri} , per cui il generico spostamento d'interpiano è lo stesso per tutti gli elementi resistenti. Sfruttando ciò e ricordando la definizione di rigidezza a taglio che è stata data nel paragrafo 1.4 possiamo esprimere le coordinate del baricentro delle rigidezze mediante le seguenti relazioni:

$$x_{Ki} = \frac{\sum_{j=1}^N x_j \cdot \frac{V_{yi,j}}{\Delta u_{yi}}}{\sum_{j=1}^N \frac{V_{yi,j}}{\Delta u_{yi}}} = \frac{\sum_{j=1}^N x_j \cdot V_{yi,j}}{V_{yi}} = x_{Si} \quad (36a)$$

$$y_{Ki} = \frac{\sum_{j=1}^N y_j \cdot \frac{V_{xi,j}}{\Delta u_{xi}}}{\sum_{j=1}^N \frac{V_{xi,j}}{\Delta u_{xi}}} = \frac{\sum_{j=1}^N y_j \cdot V_{xi,j}}{V_{xi}} = y_{Si} \quad (36b)$$

le (36) indicano sostanzialmente che il baricentro delle rigidezze coincide in questo con il punto di applicazione del taglio globale agente al livello considerato, ovvero con il centro di taglio.

La seconda affermazione può essere dimostrata utilizzando una nota proprietà del telaio shear-type; in un tale sistema il rapporto tra il taglio assorbito dai ritti del generico ordine ed il corrispondente spostamento d'interpiano è indipendente dalla distribuzione in altezza delle forze che agiscono su di esso e dunque la sua rigidezza di piano risulta univocamente definita. Ciò ci porta a concludere che, i baricentri delle rigidezze di un edificio dotato solo di telai shear-type sono caratteristici della struttura e possono essere determinati utilizzando una distribuzione di forze arbitrariamente scelta. In pratica, stabilita una distribuzione di forze, si possono determinare i centri di rigidezza ad essa associata, successivamente si applicano tali forze nei centri C_{Ri} e si risolve lo schema spaziale. Dai risultati di quest'analisi si determinano i baricentri delle rigidezze. Del resto, sotto l'effetto delle forze, gli impalcati trasleranno senza ruotare (poiché le forze agiscono nei centri C_{Ri}), quindi i punti determinati coincidono ad ogni ordine con il punto di applicazione del taglio di piano e dunque con i centri di taglio del sistema. Pertanto, in questo caso, anche tali punti risultano caratteristici della struttura.

1.7. Edifici con elementi resistenti aventi matrici di rigidezza proporzionali

Generalizzando le definizioni di centro di rigidezza, di torsione e di taglio ai sistemi multipiano è possibile determinare i diversi centri di riferimento mostrati nei paragrafi precedenti. Tuttavia i punti così determinati sono meno pregiati di quelli del sistema monopiano; essi infatti sono legati alla distribuzione di forze assegnata, quindi non sono dei punti caratteristici delle proprietà di rigidezza della struttura, e in genere non sono tra loro coincidenti. Però, per particolari edifici, che qui

saranno esaminati in dettaglio, tutti i predetti centri risultano tra loro coincidenti.

Cominceremo col considerare edifici dotati di due insiemi di elementi resistenti disposti secondo due assi ortogonali, tali che le matrici di rigidezza di ciascun gruppo di elementi risultano tra loro proporzionali. In questo caso, fissato opportunamente il sistema di riferimento, per ciascun elemento si potrà scrivere:

$$\mathbf{k}_{xxi} = C_{xi} \mathbf{k}_x, \quad \mathbf{k}_{yyi} = C_{yi} \mathbf{k}_y \quad (37)$$

dove C_{xi} e C_{yi} sono costanti il cui valore dipende dall'elemento considerato mentre \mathbf{k}_x e \mathbf{k}_y sono matrici di riferimento. Sommando i contributi di tutti gli elementi si ricavano i blocchi matriciali che costituiscono la matrice di rigidezza globale del sistema:

$$\mathbf{K}_{xx} = \sum_i \mathbf{k}_{xxi} = \left(\sum_i C_{xi} \right) \mathbf{k}_x = C_x \mathbf{k}_x \quad (38a)$$

$$\mathbf{K}_{yy} = \sum_i \mathbf{k}_{yyi} = \left(\sum_i C_{yi} \right) \mathbf{k}_y = C_y \mathbf{k}_y \quad (38b)$$

$$\mathbf{K}_{xy} = \mathbf{K}_{yx} = \mathbf{0} \quad (38c)$$

$$\mathbf{K}_{x\theta} = \mathbf{K}_{\theta x} = \sum_i \mathbf{k}_{\theta xi} = - \left(\sum_i C_{xi} y_i \right) \mathbf{k}_x = C_{x\theta} \mathbf{k}_x \quad (38d)$$

$$\mathbf{K}_{y\theta} = \mathbf{K}_{\theta y} = \sum_i \mathbf{k}_{\theta yi} = \left(\sum_i C_{yi} x_i \right) \mathbf{k}_y = C_{y\theta} \mathbf{k}_y \quad (38e)$$

Sostituendo le (38) nelle (6) si determinano le matrici \mathbf{x}_R ed \mathbf{y}_R che, in questo caso, sono proporzionali alla matrice identica:

$$\mathbf{x}_R = \frac{C_{y\theta}}{C_y} \mathbf{I} \quad (39a)$$

$$\mathbf{y}_R = - \frac{C_{x\theta}}{C_x} \mathbf{I} \quad (39b)$$

Utilizzando le relazioni del paragrafo 1.6 si possono quindi determinare i centri di riferimento, i quali risultano indipendenti dalla distribuzione di forze agenti, sono tra loro coincidenti ad ogni piano ed ancora sono allineati lungo un asse verticale che viene definito *asse dei centri elastici*.

$$\{\mathbf{x}_R\} = \{\mathbf{x}_T\} = \{\mathbf{x}_S\} = \{\mathbf{x}_H\} = \frac{C_{y0}}{C_y} \mathbf{1} \quad (40a)$$

$$\{\mathbf{y}_R\} = \{\mathbf{y}_T\} = \{\mathbf{y}_S\} = \{\mathbf{y}_H\} = -\frac{C_{x0}}{C_x} \mathbf{1} \quad (40b)$$

Rimane da dimostrare che anche i baricentri delle rigidezze C_{Ki} coincidono con gli altri centri di riferimento. Determiniamo prima tali centri utilizzando una distribuzione di forze \mathbf{F} applicate nei centri elastici, in tale caso sappiamo già che i centri C_{Ki} coincidono con gli altri.

D'altronde se le forze vengono applicate in corrispondenza di un asse verticale distinto da quello elastico, detta d la distanza tra i due assi, la risposta del sistema coincide con quella prodotta dalle stesse forze applicate sull'asse elastico sommata a quella delle coppie $d \cdot \mathbf{F}$. Le coppie comporteranno per il generico elemento lo stesso incremento percentuale del taglio a tutti i piani e dunque nessuna variazione di rigidezza. Di conseguenza si conclude che anche in questo caso i baricentri delle rigidezze coincidono con i centri elastici.

Sistemi dotati di elementi resistenti disposti in pianta in maniera arbitraria ma con matrici di rigidezza tra loro tutte proporzionali godono delle stesse proprietà degli edifici appena analizzati. In questo caso è possibile scrivere le matrici di rigidezza del generico elemento rispetto ai propri assi principali nella seguente forma:

$$\mathbf{k}_{ai} = C_{ai} \mathbf{k}, \quad \mathbf{k}_{bi} = C_{bi} \mathbf{k} \quad (41)$$

dove C_{ai} e C_{bi} sono costanti il cui valore dipende dall'elemento considerato mentre \mathbf{k} è una matrice di riferimento. Sostituendo tali espressioni nelle (19) si possono porre i contributi forniti dall'elemento in questione alla matrice di rigidezza globale del sistema nella seguente forma:

$$\mathbf{k}_{xxi} = (\cos^2 \beta_i C_{ai} + \sin^2 \beta_i C_{bi}) \mathbf{k} = C_{xi} \mathbf{k} \quad (42a)$$

$$\mathbf{k}_{yyi} = (\sin^2 \beta_i C_{ai} + \cos^2 \beta_i C_{bi}) \mathbf{k} = C_{yi} \mathbf{k} \quad (42b)$$

$$\mathbf{k}_{xyi} = \mathbf{k}_{yxi} = [(C_{ai} - C_{bi}) \sin \beta_i \cos \beta_i] \mathbf{k} = C_{xyi} \mathbf{k} \quad (42c)$$

$$\mathbf{k}_{x0i} = \mathbf{k}_{0xi} = [\pm C_{ai} d_{ai} \cos \beta_i - (\pm) C_{bi} d_{bi} \sin \beta_i] \mathbf{k} = C_{x0i} \mathbf{k} \quad (42d)$$

$$\mathbf{k}_{y0i} = \mathbf{k}_{0yi} = (\pm d_{ai} \sin \beta_i C_{ai} \pm d_{bi} \cos \beta_i C_{bi}) \mathbf{k} = C_{y0i} \mathbf{k} \quad (42e)$$

da cui si ricavano:

$$\mathbf{K}_{xx} = \sum_i \mathbf{k}_{xxi} = \sum_i (\cos^2 \beta_i C_{ai} + \sin^2 \beta_i C_{bi}) \mathbf{k} = C_x \mathbf{k} \quad (43a)$$

$$\mathbf{K}_{yy} = \sum_i \mathbf{k}_{yyi} = \sum_i (\sin^2 \beta_i C_{ai} + \cos^2 \beta_i C_{bi}) \mathbf{k} = C_y \mathbf{k} \quad (43b)$$

$$\mathbf{K}_{xy} = \mathbf{K}_{yx} = \sum_i \mathbf{k}_{xyi} = \sum_i [(C_{ai} - C_{bi}) \sin \beta_i \cos \beta_i] \mathbf{k} = C_{xy} \mathbf{k} \quad (43c)$$

$$\mathbf{K}_{x\theta} = \mathbf{K}_{\theta x} = \sum_i \mathbf{k}_{\theta xi} = \sum_i [\pm C_{ai} d_{ai} \cos \beta_i - (\pm) C_{bi} d_{bi} \sin \beta_i] \mathbf{k} = C_{x\theta} \mathbf{k} \quad (43d)$$

$$\mathbf{K}_{y\theta} = \mathbf{K}_{\theta y} = \sum_i \mathbf{k}_{\theta yi} = \sum_i (\pm d_{ai} \sin \beta_i C_{ai} \pm d_{bi} \cos \beta_i C_{bi}) \mathbf{k} = C_{y\theta} \mathbf{k} \quad (43e)$$

Sostituendo nelle (6) si determinano le matrici \mathbf{x}_R ed \mathbf{y}_R che anche in questo caso sono proporzionali alla matrice identica:

$$\mathbf{x}_R = \frac{C_x C_{y\theta} - C_{xy} C_{x\theta}}{C_x C_y - C_{xy}} \mathbf{I} \quad (44a)$$

$$\mathbf{y}_R = -\frac{C_y C_{x\theta} - C_{xy} C_{y\theta}}{C_x C_y - C_{xy}} \mathbf{I} \quad (44b)$$

Quindi ancora una volta ad ogni piano tutti centri i centri di riferimento coincidono con il centro elastico e sono allineati lungo l'asse dei centri elastici.

$$\{\mathbf{x}_R\} = \{\mathbf{x}_T\} = \{\mathbf{x}_S\} = \{\mathbf{x}_H\} = \{\mathbf{x}_K\} = \frac{C_x C_{y\theta} - C_{xy} C_{x\theta}}{C_x C_y - C_{xy}} \mathbf{1} \quad (45a)$$

$$\{\mathbf{y}_R\} = \{\mathbf{y}_T\} = \{\mathbf{y}_S\} = \{\mathbf{y}_H\} = \{\mathbf{y}_K\} = -\frac{C_y C_{x\theta} - C_{xy} C_{y\theta}}{C_x C_y - C_{xy}} \mathbf{1} \quad (45b)$$

È facile dimostrare che, se il sistema strutturale può essere scomposto in due sottosistemi aventi gli assi dei centri elastici coincidenti, allora anche il sistema completo ammette un asse dei centri elastici e questo coincide con quelli dei suoi sottosistemi.

2. Semplificazioni nell'analisi di strutture asimmetriche multipiano

È ormai assodato che la risposta elastica di un edificio multipiano con irregolarità in pianta può essere colta con un ottimo margine di appros-

simazione determinandone i massimi modali e combinandoli con il criterio CQC, mentre l'analisi statica conduce a risultati spesso completamente errati.

In generale quindi, modellando l'edificio come un insieme di elementi verticali elastici, collegati da impalcati rigidi nel proprio piano in cui è concentrata la massa, bisognerà studiare la risposta di un sistema dotato di $3N$ gradi di libertà. Però se l'edificio in questione soddisfa determinate ipotesi, che verranno illustrate in seguito, se ne potrà valutare la risposta combinando quelle di due sistemi più semplici ad esso associati: un *sistema torsionalmente bilanciato* ad N piani (con N gradi di libertà) ed un *sistema monopiano torsionalmente accoppiato* (con 3 gradi di libertà).

2.1. Estensione del concetto di strutture regolarmente asimmetriche

Per molto tempo si è creduto che tale scomposizione fosse utilizzabile solo per determinare la risposta sismica di *edifici regolarmente asimmetrici* che soddisfano l'ulteriore condizione di possedere elementi resistenti con matrici di rigidezza tutte tra loro proporzionali^{32, 38}, in realtà ciò è possibile per una classe di edifici ben più ampia.

Ricordiamo brevemente che un edificio, affinché possa essere classificato come regolarmente asimmetrico³², deve soddisfare le seguenti condizioni:

1. la posizione dei centri di massa ed i raggi d'inerzia delle masse devono essere uguali a tutti i piani;
2. i suoi elementi resistenti devono essere disposti in maniera tale che i loro assi principali individuino una griglia ortogonale;
3. le matrici di rigidezza di tutti gli elementi resistenti secondo ciascuna delle due predette direzioni devono essere tra loro proporzionali; dunque per l' i -esimo elemento si verifica che $\mathbf{k}_{xvi} = C_{xi}\mathbf{k}_x$ e $\mathbf{k}_{yvi} = C_{yi}\mathbf{k}_y$, con \mathbf{k}_x e \mathbf{k}_y matrici di riferimento che possono essere diverse.

Nei precedenti paragrafi è stato mostrato che, quando un edificio soddisfa le condizioni (2) e (3) esso possiede ad ogni piano un centro elastico e che questi sono allineati lungo un'asse verticale. Pertanto si può imme-

diatamente concludere che un edificio regolarmente asimmetrico è caratterizzato dalla stessa eccentricità strutturale e_s a tutti i piani, definita come la distanza tra centro di massa e centro elastico di piano. Noto l'asse dei centri elastici il sistema bilanciato associato si ottiene spostando i centri di massa in corrispondenza dei centri elastici. Supposto che il sisma agisca parallelamente ad una delle direzioni principali del sistema questo possiede N modi di vibrazione puramente traslazionali con spostamenti paralleli alla direzione del sisma ed N modi di vibrazione puramente torsionali. Ordinate per ciascun insieme di modi le relative frequenze in ordine crescente, si dimostra che il rapporto tra la generica frequenza rotazionale di tale sistema e la corrispondente frequenza traslazionale è indipendente dalla coppia di modi considerati, quindi il sistema risulta caratterizzato da un unico valore del rapporto Ω_0 tra le frequenze torsionali e laterali disaccoppiate.

Utilizzando tali proprietà si dimostrerà analiticamente che è lecito utilizzare la scomposizione prima citata ogni qualvolta l'edificio può essere suddiviso in più sottosistemi strutturali regolarmente asimmetrici caratterizzati dalla stessa eccentricità strutturale e_s e dallo stesso rapporto Ω_0 tra le frequenze torsionali e traslazionali disaccoppiate. Ciò consente di ampliare la classe degli edifici regolarmente asimmetrici includendo in essa anche sistemi strutturali dotati di elementi resistenti con matrici di rigidezza tra loro non proporzionali. In particolare nel paragrafo 2.3 si mostrerà, con un esempio numerico, che anche la risposta di un edificio dotato di telai e pareti (in passato i sistemi strutturali appartenenti a tale tipologia sono stati usati come esempio di edifici non regolarmente asimmetrici^{32, 38}) che soddisfa le ipotesi prima esposte può essere ottenuta combinando quella del sistema multipiano bilanciato e quella del sistema monopiano accoppiato ad esso associati.

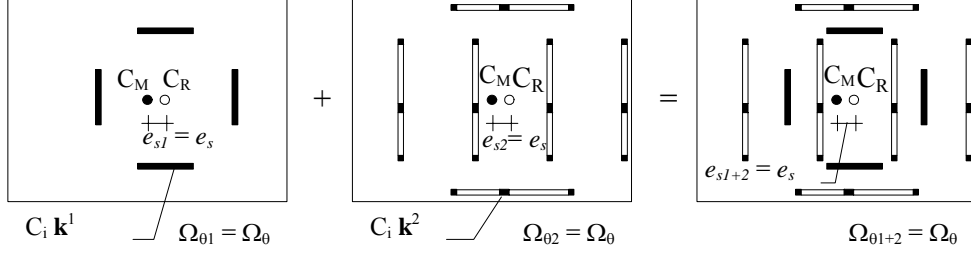


Figura 2.2. Sistema regolarmente asimmetrici generalizzato.

Senza inficiare la generalità dei risultati consideriamo un edificio la cui struttura può essere scomposta in due sottosistemi strutturali regolarmente asimmetrici (Figura 2.2). Si fissa un sistema di riferimento avente gli assi X ed Y paralleli ai lati della griglia prima definita mentre si sceglie l'asse Z coincidente con l'asse dei centri di massa. Ipotizziamo inoltre che il sisma, di cui è noto lo spettro di risposta, agisca lungo l'asse Y . Ovviamente, a causa dell'asimmetria, l'eccitazione sismica provocherà sia moti traslazionali lungo l'asse Y quanto moti torsionali attorno all'asse Z mentre non saranno attivati i moti traslazionali in direzione X .

Il problema che bisogna risolvere è a $2N$ gradi di libertà. Si assumono come gradi di libertà del sistema gli spostamenti dei centri di massa in direzione Y \mathbf{u}_y e le rotazioni degli impalcati moltiplicati per il raggio d'inerzia delle masse $r_m \boldsymbol{\theta}_z$. La matrice di rigidezza del sistema si ottiene sommando quelle dei due sottosistemi:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^1 + \mathbf{K}^2 \quad (46)$$

dove la generica matrice \mathbf{K}^i possiede in generale la seguente forma:

$$\mathbf{K}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{yy}^i & \frac{1}{r_m} \mathbf{K}_{y\theta}^i \\ \frac{1}{r_m} \mathbf{K}_{y\theta}^i & \frac{1}{r_m^2} \mathbf{K}_{\theta\theta}^i \end{bmatrix} \quad (47)$$

Sfruttando la particolare forma delle matrici di rigidezza degli elementi resistenti del nostro sistema è possibile esprimere la matrice \mathbf{K}^i me-

dianete un'espressione più appropriata, in particolare ricordando la (38e) si riesce trovare una relazione che lega le matrici $\mathbf{K}_{y\theta}^i$ e \mathbf{K}_{yy}^i , infatti:

$$\mathbf{K}_{y\theta}^i = \sum_j \mathbf{k}_{\theta yj}^i = C_{y\theta}^i \mathbf{k}^i = \frac{C_{y\theta}^i}{C_y^i} \mathbf{K}_{yy}^i = e_s \cdot \mathbf{K}_{yy}^i \quad (48)$$

dove

$$\mathbf{K}_{yy}^i = \left(\sum_j C_{yj}^i \right) \mathbf{k}^i = C_y^i \mathbf{k}^i \quad (49)$$

Osserviamo che per ciascun sottosistema, in base alla (40a), il rapporto $C_{y\theta}^i / C_y^i$ rappresenta l'ascissa del centro elastico rispetto al centro di massa dell'impalcato che è numericamente uguale all'eccentricità strutturale, ed assumerà segno positivo o negativo a seconda che il centro di rigidità si trovi a sinistra o a destra del centro di massa.

Analogamente anche la generica matrice $\mathbf{K}_{\theta\theta}^i$ potrà essere messa in relazione con la corrispondente \mathbf{K}_{yy}^i :

$$\mathbf{K}_{\theta\theta}^i = \sum_j (C_{yj}^i x_j^2 + C_{xj}^i y_j^2) \mathbf{k}^i = C_\theta^i \mathbf{k}^i = \frac{C_\theta^i}{C_y^i} \mathbf{K}_{yy}^i = \left(e_s^2 + \frac{C_{\theta R}^i}{C_y^i} \right) \mathbf{K}_{yy}^i \quad (50)$$

Possiamo quindi scrivere le equazioni del moto del sottosistema utilizzando le espressioni appena trovate per la $\mathbf{K}_{y\theta}^i$ e la $\mathbf{K}_{\theta\theta}^i$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_y \\ r_m \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{yy}^i & \frac{e_s}{r_m} \mathbf{K}_{yy}^i \\ \frac{e_s}{r_m} \mathbf{K}_{yy}^i & \left(\frac{e_s^2}{r_m^2} + \frac{C_{\theta R}^i}{r_m^2 C_y^i} \right) \mathbf{K}_{yy}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_y \\ r_m \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{m} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (51)$$

dove \mathbf{m} è una matrice diagonale di ordine N contenente le masse dei diversi piani.

Le equazioni del moto del corrispondente sistema bilanciato si ottengono dalle (51) ponendo $e_s = 0$. Come è stato già anticipato, in questo caso, i moti traslazionali e torsionali sono disaccoppiati, le frequenze naturali ed i modi di vibrazione del sistema possono essere determinati risolvendo le equazioni che seguono:

$$(\mathbf{K}_{yy}^i - \omega_y^2 \mathbf{m}) \boldsymbol{\psi} = \mathbf{0} \quad (52a)$$

$$\left(\frac{C_{\theta R}^i}{r_m^2 C_y^i} \mathbf{K}_{yy}^i - \omega_{\theta}^2 \mathbf{m} \right) \boldsymbol{\psi} = \mathbf{0} \quad (52b)$$

Risolvendo la (52a) si determinano le N frequenze traslazionali del sistema ω_{yj} ed i corrispondenti modi di vibrazione $\boldsymbol{\psi}_j$. Si osserva, inoltre, che $\boldsymbol{\psi}_j$ è anche soluzione della (52b) mentre la corrispondente frequenza torsionale $\omega_{\theta j}$ è legata a quella traslazionale ω_{yj} dalla relazione che segue:

$$\frac{\omega_{\theta j}}{\omega_{yj}} = \sqrt{\frac{C_{\theta R}^i}{r_m^2 C_y^i}} = \Omega_{\theta}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (53)$$

Adesso, nota l'espressione del rapporto Ω_{θ} , e ricordando che i due sottosistemi possiedono la stessa eccentricità strutturale e_s e lo stesso Ω_{θ} esplicitiamo i diversi termini della matrice di rigidezza \mathbf{K} dell'intero sistema e quindi le sue equazioni del moto:

$$\mathbf{K}_{yy} = \mathbf{K}_{yy}^1 + \mathbf{K}_{yy}^2 \quad (54a)$$

$$\frac{\mathbf{K}_{y\theta}}{r_m} = \frac{\mathbf{K}_{y\theta}^1}{r_m} + \frac{\mathbf{K}_{y\theta}^2}{r_m} = \frac{e_s}{r_m} \cdot (\mathbf{K}_{yy}^1 + \mathbf{K}_{yy}^2) = \frac{e_s}{r_m} \cdot \mathbf{K}_{yy} \quad (54b)$$

$$\frac{\mathbf{K}_{\theta\theta}}{r_m^2} = \frac{\mathbf{K}_{\theta\theta}^1}{r_m^2} + \frac{\mathbf{K}_{\theta\theta}^2}{r_m^2} = \left(\frac{e_s^2}{r_m^2} + \Omega_{\theta}^2 \right) (\mathbf{K}_{yy}^1 + \mathbf{K}_{yy}^2) = \left(\frac{e_s^2}{r_m^2} + \Omega_{\theta}^2 \right) \cdot \mathbf{K}_{yy} \quad (54c)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_y \\ r_m \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{yy} & \frac{e_s}{r_m} \mathbf{K}_{yy} \\ \frac{e_s}{r_m} \mathbf{K}_{yy} & \left(\frac{e_s^2}{r_m^2} + \Omega_{\theta}^2 \right) \mathbf{K}_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_y \\ r_m \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{m} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (55)$$

Si osserva che le equazioni appena ottenute sono formalmente identiche a quelle del generico sistema componente e pertanto esso gode di tutte le proprietà tipiche dei sistemi regolarmente asimmetrici. In particolare esso sarà caratterizzato da unica eccentricità strutturale e_s ai diversi piani e da un unico rapporto Ω_{θ} tra le frequenze torsionali e traslazionali disaccoppiate uguali a quelli dei sistemi componenti.

Cerchiamo adesso le frequenze naturali del sistema ed i modi di vibrazione ad esse associati. Questi sono soluzione del seguente del problema di autovalori ed autovettori:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{yy} - \omega^2 \mathbf{m} & \frac{e_s}{r_m} \mathbf{K}_{yy} \\ \frac{e_s}{r_m} \mathbf{K}_{yy} & \left(\frac{e_s^2}{r_m^2} + \frac{C_{\theta R}}{r_m^2 C_y} \right) \mathbf{K}_{yy} - \omega^2 \mathbf{m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_y \\ \phi_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (56)$$

dove i vettori ϕ_y e ϕ_θ contengono rispettivamente le componenti traslazionali e torsionali del generico modo di vibrazione. Si dimostra che tali frequenze con i corrispondenti modi di vibrazione sono legate a quelle di due sistemi più semplici; il sistema torsionalmente bilanciato ad N piani prima definito, ed un sistema monopiano torsionalmente accoppiato le cui le caratteristiche verranno specificate più avanti.

Esprimiamo i modi di vibrazione del sistema torsionalmente accoppiato in funzione di quelli del sistema bilanciato:

$$\phi = \begin{Bmatrix} \phi_y \\ \phi_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_y \psi_j \\ \alpha_\theta \psi_j \end{Bmatrix} \quad (57)$$

dove le quantità α_y e α_θ vanno determinate opportunamente; sostituendo la (57) nella (56) e premoltiplicando per $(1/\omega_{yj}^2) \psi_j$ si ottiene:

$$\begin{bmatrix} 1 - \bar{\omega}^2 & \frac{e_s}{r_m} \\ \frac{e_s}{r_m} & \frac{e_s^2}{r_m^2} + \Omega_\theta^2 - \bar{\omega}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_y \\ \alpha_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (58)$$

queste equazioni possono essere interpretate come il problema di autovalori ed autovettori associato ad un sistema monopiano avente eccentricità e_s e rapporto tra le frequenze torsionali e laterali disaccoppiate pari ad Ω_θ . Le quantità α_y e α_θ rappresentano dunque le componenti traslazionale e torsionale del suo generico modo di vibrazione, mentre $\bar{\omega}_1$ ed $\bar{\omega}_2$ sono le sue frequenze naturali normalizzate rispetto alla frequenza traslazionale del suo corrispondente sistema disaccoppiato.

Quindi è adesso chiaro quali sono le caratteristiche che deve possedere il sistema monopiano torsionalmente accoppiato a cui si era accennato in precedenza; esso deve possedere valori di e_s e di Ω_θ uguali a quelli del sistema multipiano asimmetrico.

Sulla base di quanto è stato detto sin qui le frequenze naturali ed i modi di vibrazione di un sistema multipiano regolarmente asimmetrico possono essere determinati combinando quelli del corrispondente sistema multipiano bilanciato (ω_{yj} , Ψ_j) e quelli del corrispondente sistema monopiano asimmetrico ($\bar{\omega}_n$, $[\alpha_{yn} \alpha_{\theta n}]$) mediante le seguenti relazioni:

$$\omega_{1j} = \bar{\omega}_{1j} \cdot \omega_{yj}, \quad \omega_{2j} = \bar{\omega}_{2j} \cdot \omega_{yj}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (59)$$

$$\Phi_{1j} = \begin{Bmatrix} \alpha_{y1} \Psi_j \\ \alpha_{\theta 1} \Psi_j \end{Bmatrix}, \quad \Phi_{2j} = \begin{Bmatrix} \alpha_{y2} \Psi_j \\ \alpha_{\theta 2} \Psi_j \end{Bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (60)$$

2.2. Valutazione della risposta di strutture regolarmente asimmetriche generalizzate

Valutate le frequenze ed i modi di vibrazione del nostro sistema possiamo determinarne i massimi modali. Per il generico modo, ad esempio, il vettore che contiene i valori massimi cui attingono i gradi di libertà potrà essere espresso come segue:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{ynj} \\ r_m \mathbf{u}_{\theta nj} \end{Bmatrix} = \frac{L_{nj}}{\omega_{nj}^2 \cdot M_{nj}} S_{anj} \Phi_{nj} \quad (61)$$

S_{anj} è la pseudo-accelerazione spettrale corrispondente alla frequenza ω_{nj} ; sia il coefficiente di partecipazione modale L_{nj} che la massa modale M_{nj} possono essere espressi in funzione degli analoghi parametri riferiti al sistema multipiano bilanciato, in particolare

$$L_{nj} = \Phi_{ynj}^t \mathbf{m} \mathbf{1} = \alpha_{yn} \Psi_{ynj}^t \mathbf{m} \mathbf{1} = \alpha_{yn} \cdot L_j \quad (62)$$

mentre:

$$M_{nj} = \Phi_{ynj}^t \mathbf{m} \Phi_{ynj} + \Phi_{\theta nj}^t \mathbf{m} \Phi_{\theta nj} = (\alpha_{ny}^2 + \alpha_{\theta n}^2) \Psi_j^t \mathbf{m} \Psi_j = M_j \quad (63)$$

dove il generico modo di vibrazione del sistema monopiano asimmetrico è stato normalizzato in maniera che il suo modulo risultasse unitario. Sostituendo la (62) e la (63) nella (61) si determinano i massimi spostamenti modali del centro di massa:

$$\mathbf{u}_{ynj} = \frac{\alpha_{yn}^2 L_j}{\omega_{nj}^2 M_j} S_{anj} \Psi_j = \left(\frac{\alpha_{yn}^2}{\bar{\omega}_n^2} \frac{S_{anj}}{S_{aj}} \right) \left(\frac{L_j}{\omega_{yj}^2 M_j} S_{aj} \Psi_j \right) = \bar{u}_{ynj} \mathbf{v}_j \quad (64)$$

e le massime rotazioni modali d'impalcato:

$$r_m \mathbf{u}_{\theta nj} = \frac{\alpha_{yn} \alpha_{\theta n} L_j}{\omega_{nj}^2 M_j} S_{anj} \boldsymbol{\psi}_j = \left(\frac{\alpha_{yn} \alpha_{\theta n}}{\bar{\omega}_n^2} \frac{S_{anj}}{S_{aj}} \right) \left(\frac{L_j}{\omega_{yj}^2 M_j} S_{aj} \boldsymbol{\psi}_j \right) = \bar{u}_{\theta nj} \mathbf{v}_j \quad (65)$$

Dunque, i massimi spostamenti dei centri massa del sistema multipiano asimmetrico si ottengono moltiplicando il vettore dei massimi spostamenti del corrispondente sistema multipiano bilanciato \mathbf{v}_j per lo spostamento massimo del centro di massa \bar{u}_{ynj} del corrispondente sistema monopiano asimmetrico normalizzato rispetto allo spostamento del sistema monopiano traslante di frequenza pari a ω_{yi} . Analoghe considerazioni si possono fare sulle massime rotazioni d'impalcato.

Analizzando anche gli altri parametri di risposta si osserva³² che i risultati ottenuti sugli spostamenti dei centri di massa degli impalcati e sulle rotazioni d'impalcato possono essere generalizzati. Quindi si può concludere che, per il generico modo, il massimo modale di un qualunque ente di risposta r_{nj} può essere espresso mediante il prodotto tra r_j , valore massimo assunto dallo stesso ente di risposta per il corrispondente sistema multipiano disaccoppiato nel suo j -esimo modo di vibrazione, per \bar{r}_{nj} , valore massimo dell'ente di risposta corrispondente ad r_{nj} nell' n -esimo modo di vibrazione del corrispondente sistema monopiano asimmetrico normalizzato rispetto a quello del sistema monopiano traslante con frequenza naturale paria ω_{yj} , in simboli:

$$r_{nj} = \bar{r}_{nj} \cdot r_j \quad n = 1, 2; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (66)$$

Noti i massimi modali possiamo valutare una stima della massima risposta combinandoli con la regola di combinazione quadratica completa:

$$r = \sqrt{\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^2 \sum_{m=1}^2 \gamma_{nj,mk} \bar{r}_{nj} \bar{r}_{mk} r_j r_k} \quad (67)$$

dove i coefficienti di correlazione modale $\gamma_{nj,mk}$ sono legati al rapporto $q_{nj,mk} = \omega_{nj} / \omega_{mk}$, ovvero alla distanza relativa tra le due frequenze, attraverso la relazione formulata da Der Kiureghian⁵⁴.

$$\gamma_{nj,mk} = \frac{8v^2(1 + q_{nj,mk})q_{nj,mk}^{1.5}}{(1 - q_{nj,mk}^2)^2 + 4v^2q_{nj,mk}(1 + q_{nj,mk})^2} \quad (68)$$

La (67) può essere riscritta come somma di più termini, al fine di distinguere i contributi significativi da quelli trascurabili:

$$\begin{aligned}
r^2 = & \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 r_{nj}^2 + 2 \sum_{j=1}^N \gamma_{1j,2j} r_{1j} r_{2j} + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \gamma_{2j,1k} r_{2j} r_{1k} + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \gamma_{1j,2k} r_{1j} r_{2k} + \\
& + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \gamma_{1j,1k} r_{1j} r_{1k} + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \gamma_{2j,2k} r_{2j} r_{2k}
\end{aligned} \quad (69)$$

La prima doppia sommatoria del secondo membro contiene la stima della risposta valutabile con il criterio SRSS mentre gli altri cinque termini contengono le correzioni che bisogna apportarvi per tener conto della correlazione incrociata tra le diverse coppie di modi. Tra queste le ultime tre sommatorie tengono conto della correlazione tra le coppie di modi con frequenze ω_{1j} e ω_{2k} , ω_{1j} e ω_{1k} , ω_{2j} e ω_{2k} . Queste coppie di frequenze sono sempre ben separate³², i coefficienti di correlazione ad essi associati assumono quindi valori modesti e pertanto il contributo delle corrispondenti sommatorie può essere trascurato. Si osserva inoltre che $\gamma_{1j,2j}$ è indipendente da j . Introducendo queste semplificazioni la (69) diventa:

$$r^2 = \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 r_{nj}^2 + 2\gamma_{1,2} \sum_{j=1}^N r_{1j} r_{2j} + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \gamma_{2j,1k} r_{2j} r_{1k} \quad (70)$$

La valutazione di r tramite questa relazione è sempre consentita, tuttavia è spesso possibile trascurare il contributo della terza sommatoria semplificando ulteriormente la (70). Per mettere in evidenza i casi in cui tale contributo è rilevante esaminiamo le frequenze dei primi tre modi di vibrazione (Figura 2.3) ed i fattori di partecipazione modale $\gamma_{2j,1k}$ per $j = 1$ (Figura 2.4), relativi ad un insieme di edifici a sei piani con periodo traslazionale pari ad 1 sec, dotati di telai a maglie rettangolari con altezza di interpiano costante pari a 3.2 m e campate di luce 4.0 m, 4.5 m e 4.0 m. I sistemi sono caratterizzati da diversi valori di Ω_0 (0.6, 1.0 e 1.4) e di eccentricità (piccola e grande).

Il coefficiente $\gamma_{21,1k}$ si riduce rapidamente all'aumentare di k in quanto spostandoci verso i modi superiori aumenta la distanza tra ω_{21} e ω_{1k} (Figura 2.3). Nel caso dei sistemi a piccola eccentricità (Figura 2.4a) i coefficienti $\gamma_{21,1k}$ assumono valori nettamente inferiori a quelli dei sistemi a grande eccentricità (Figura 2.4b), ciò può facilmente spiegarsi se si ricorda che l'eccentricità ha l'effetto di separare le frequenze e di allontanarle da quelle del corrispondente sistema bilanciato, questo produce contemporaneamente l'avvicinamento delle frequenze ω_{21} e ω_{1k}

(Figura 2.3). Si osserva ancora che, nell'intervallo di valori esaminati, i valori minori di $\gamma_{21,1k}$ si riscontrano quando Ω_θ è unitario. Infine, anche se non emerge dalle figure mostrate, è logico aspettarsi che il campo di valori di Ω_θ e di e_s/r_m in cui il contributo della terza sommatoria è rilevante risulta tanto più ampio quanto minore è la distanza tra le frequenze laterali del sistema bilanciato corrispondente.

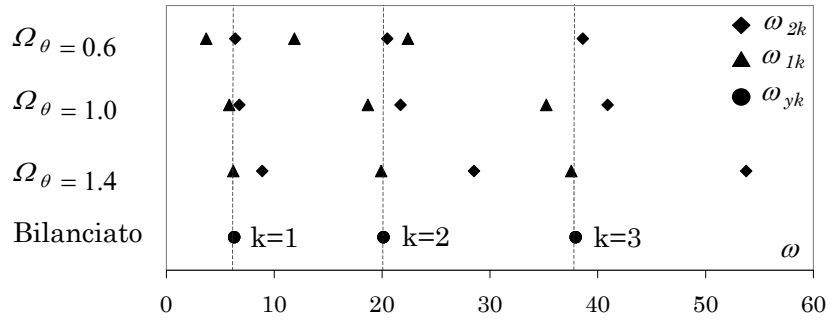


Figura 2.3. Frequenze del sistema a piccola eccentricità.

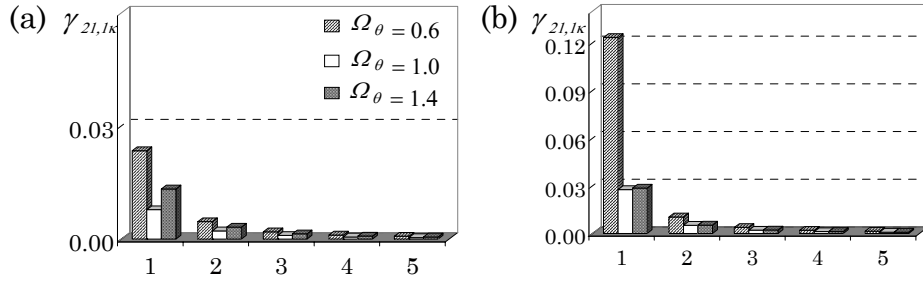


Figura 2.4. Coefficienti di correlazione modale; (a) $e_s/r_m = 0.15$, (b) $e_s/r_m = 0.60$.

Dunque quando il contributo della terza sommatoria è modesto la (70) diventa:

$$r^2 = \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^2 r_{nj}^2 + 2\gamma_{1,2} \sum_{j=1}^N r_{1j} r_{2j} \quad (71)$$

Se lo spettro di risposta varia con legge iperbolica oppure è costante nell'equazione (71) possono essere introdotte ulteriori semplificazioni. In entrambi i casi, infatti, il rapporto tra le pseudo-accelerazioni S_{anj}/S_{aj} è

uguale ad $\bar{\omega}_n$ oppure ad 1 ed è pertanto indipendente da j . Da ciò segue che la risposta normalizzata \bar{r}_{nj} del generico sistema monopiano asimmetrico associato diventa indipendente dalla sua frequenza laterale disaccoppiata ω_{yj} . Utilizzando questa constatazione e ricordando la (66) si riesce a semplificare l'equazione (71):

$$r = \sqrt{\left(\sum_{j=1}^N r_j^2\right) \left(\bar{r}_1^2 + \bar{r}_2^2 + 2\gamma_{12} \bar{r}_1 \bar{r}_2\right)} = r_o \cdot \bar{r} \quad (72)$$

Dunque il valore massimo a cui attinge il generico ente di risposta r del sistema multipiano torsionalmente accoppiato si ottiene moltiplicando r_o , valore massimo assunto dallo stesso ente di risposta nel corrispondente sistema multipiano bilanciato determinato con il criterio SRSS, per \bar{r} , valore massimo normalizzato dell'ente di risposta corrispondente ad r del sistema monopiano asimmetrico valutato mediante il criterio CQC. Generalmente, gli spettri proposti dalle normative antisismiche presentano un tratto costante (per bassi periodi) seguito da un tratto iperbolico. In questi casi la (72) fornirà risultati approssimati che saranno più realistici se i modi significativi ricadono tutti sul tratto iperbolico o costante dello spettro.

L'importanza della (72) non si esaurisce nella possibilità di valutare la risposta di un sistema multipiano asimmetrico combinando quella dei due sistemi più semplici prima definiti, con gli ovvi vantaggi in termini di onere computazionale che ne derivano. Infatti essa sancisce pure che, l'effetto dell'accoppiamento latero-torsionale in un sistema multipiano asimmetrico può essere colto "scalando" la risposta del sistema traslante attraverso la risposta normalizzata del sistema monopiano asimmetrico associato. Ciò consente, sotto le ipotesi specificate sin qui, di estendere alle reali strutture multipiano i risultati scaturiti dallo studio dei sistemi monopiano.

2.3. Esempio numerico

In questo paragrafo si analizza la risposta di un edificio multipiano monosimmetrico con telai e pareti sottoposto all'azione di un sisma che agisce ortogonalmente al suo asse di simmetria, mostrando che, nonostante la contemporanea presenza in esso di elementi resistenti con matrici di

rigidezza tra loro non proporzionali, esso gode di tutte le proprietà che caratterizzano i sistemi regolarmente asimmetrici. Le azioni sismiche sono state valutate mediante lo spettro di risposta proposto dall'Eurocodice 8 per suoli di classe A, ridotto mediante un valore costante del fattore di struttura $q=5$ e scalato attraverso un'accelerazione al suolo pari ad $a_g=0.35$ g. Per effetto della simmetria rispetto all'asse X i modi traslazionali del sistema con spostamenti paralleli a tale asse, disaccoppiati da tutti gli altri, non sono eccitati dal sisma e pertanto non sono presi in conto nella trattazione che segue.

L'edificio esaminato (Figura 2.5) è dotato di sei impalcati rigidi di forma rettangolare (29.5×15.5 m) aventi massa pari a 232.3 t ad ogni livello e raggio d'inerzia delle masse pari ad 8.85 m. Gli elementi portanti verticali, dotati di rigidezza solo nel loro piano, possono essere distinti in due gruppi. Il primo di questi consiste in 12 telai (4 telai con sette campate lungo la direzione longitudinale ed 8 telai con tre campate lungo quella trasversale), simmetricamente disposti rispetto al baricentro geometrico dell'impalcato, mentre il secondo è costituito da 4 pareti.

Per ciascun telaio sono state utilizzate solo due sezioni trasversali, una per le travi ed una per le colonne; il loro momento d'inerzia varia proporzionalmente da un telaio all'altro cosicché il sistema costituito dai soli telai è regolarmente asimmetrico. Le inerzie sono state assegnate in maniera che esso presenti simmetria rispetto all'asse X , il suo asse elastico si collochi ad una distanza pari a 2.95 m dal baricentro geometrico dell'impalcato ed il suo rapporto Ω_0 sia unitario.

Le pareti, aventi tutte la medesima sezione trasversale, sono disposte simmetricamente rispetto all'asse elastico del sottosistema costituito dai soli telai. Anche questo sottosistema è dunque regolarmente asimmetrico ed il suo asse elastico coincide con l'asse di simmetria. La distanza tra la generica parete e l'asse elastico è pari a 6.25 m, cioè $r_m / \sqrt{2}$, quindi pure il rapporto Ω_0 di tale sottosistema risulta unitario, infatti sotto tale ipotesi r_k sarà uguale ad r_m .

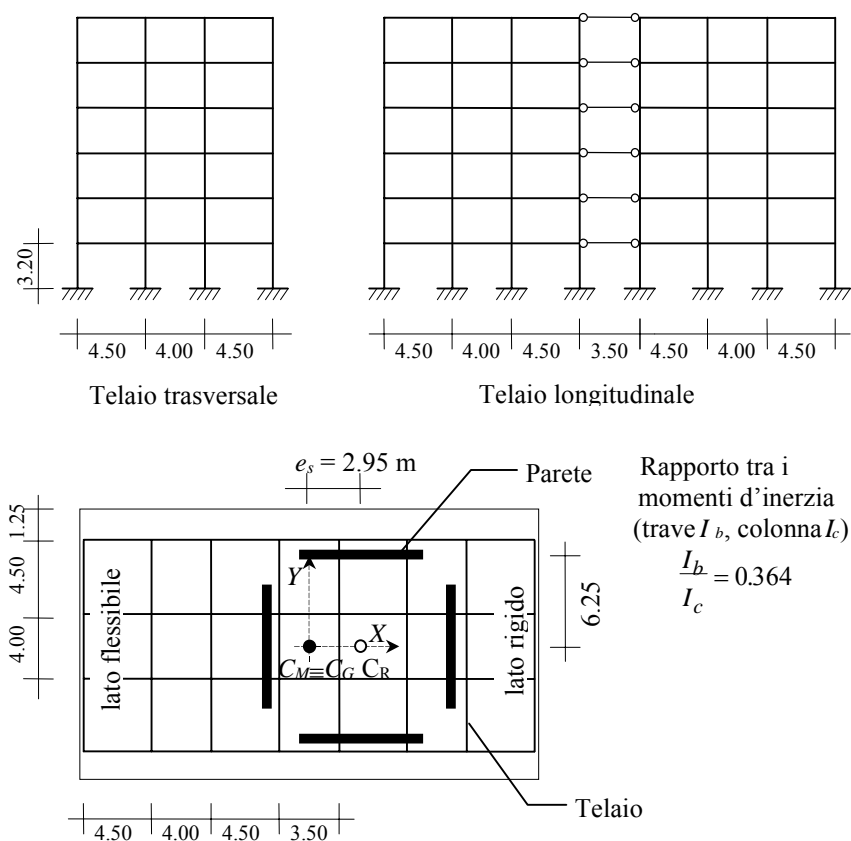


Figura 2.5. Caratteristiche geometriche dell'edificio analizzato.

Sia in direzione X che in direzione Y , il sistema traslante dei telai possiede periodo fondamentale pari ad $1/\sqrt{2}$ sec, mentre il periodo fondamentale del sistema accoppiato telai-pareti è pari ad 1 sec. Se si osserva che il periodo fondamentale del sistema intelaiato ottenuto raddoppiando le inerzie dei telai è pari ad 1 sec, se ne può concludere che i due sottosistemi forniscono contributi comparabili alla rigidezza complessiva del sistema.

Concludiamo la descrizione del sistema facendo notare che gli elementi disposti in direzione X nell'ambito di ciascun sottosistema forniscono contributi diversi alla rigidezza torsionale. Essi contribuiscono in

misura del 33.3% nel sistema dei telai e del 50% nel sistema delle pareti.

Il sistema accoppiato telai-pareti possiede un proprio asse elastico che coincide con quello dei due sistemi componenti. Spostando i centri di massa di piano sui corrispondenti centri elastici si ottiene un sistema bilanciato; i risultati dell'analisi modale di tale sistema mostrano, infatti, che tutti i suoi modi di vibrazione sono tra loro disaccoppiati; è possibile distinguere N modi puramente traslazionali con spostamenti in direzione Y ed altrettanti modi puramente torsionali. Ordinate le frequenze dei due gruppi di modi in ordine crescente si osserva che ogni modo traslazionale possiede la stessa frequenza del corrispondente modo rotazionale (nella Tabella 2.1 si riportano le frequenze delle prime tre coppie di modi), dunque, come ci si aspettava, il nostro sistema è caratterizzato da un unico rapporto Ω_0 tra le frequenze torsionali e traslazionali disaccoppiate, nel caso in questione unitario, che coincide con quello dei due sistemi componenti.

Tabella 2.1. Frequenze del sistema multipiano bilanciato.

| Coppia di modi | Frequenze (rad/sec) | |
|-------------------|---------------------|------------------|
| | Modi traslazionali | Modi rotazionali |
| 1 | 6.2832 | 6.2832 |
| 2 | 27.5096 | 27.5096 |
| 3 | 70.5184 | 70.5184 |

È possibile quindi definire un sistema monopiano eccentrico caratterizzato dalla stessa eccentricità strutturale e_s dallo stesso rapporto Ω_0 che caratterizzano il sistema multipiano accoppiato. Le sue frequenze normalizzate $\bar{\omega}_i$ ed i corrispondenti modi di vibrazione sono noti in forma chiusa³², in particolare le frequenze normalizzate valgono:

$$\bar{\omega}_1 = 0.8471, \quad \bar{\omega}_2 = 1.1805 \quad (73)$$

mentre assumendo come gradi di libertà lo spostamento del centro di massa u_y e la rotazione d'impalcato θ_z moltiplicata per r_m i suoi due modi di vibrazione sono:

$$\begin{Bmatrix} \alpha_{y1} \\ \alpha_{\theta 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.7630 \\ -0.6464 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \alpha_{y2} \\ \alpha_{\theta 2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.6464 \\ -0.7630 \end{Bmatrix} \quad (74)$$

Ricordiamo che le frequenze ed i modi di vibrazione di un edificio regolarmente asimmetrico possono essere determinate o per via diretta, risolvendo il problema di autovalori ed autovettori associato alle sue vibrazioni libere, oppure combinando quelli dei due sistemi più semplici ad esso associati che sono stati definiti prima (sistema multipiano bilanciato e sistema monopiano torsionalmente accoppiato).

In particolare le frequenze del sistema multipiano accoppiato si possono determinare combinando quelle dei due sistemi semplificati mediante le (59). Per il nostro edificio dette frequenze sono state valutate mediante entrambi gli approcci pervenendo ai medesimi risultati, salvo piccolissime differenze dovute unicamente ad errori di approssimazione. Nella Tabella 2.2 si riporta il confronto tra le frequenze relative alle prime tre coppie di modi di vibrazione del sistema multipiano torsionalmente accoppiato determinate per via diretta ed attraverso l'uso delle (59).

Si possono fare le stesse considerazioni quando si confrontano le componenti dei modi di vibrazione del nostro edificio determinate prima per via diretta e successivamente combinando i modi di vibrazioni dei sistemi semplificati tramite le (60). Nella Tabella 2.3 si riportano le componenti delle prime due coppie di modi di vibrazione del sistema torsionalmente accoppiato determinate tramite entrambi gli approcci. Anche in questo caso la corrispondenza tra i valori è eccellente.

Tabella 2.2. Frequenze del sistema multipiano asimmetrico.

| Coppia di modi | Frequenza (rad/sec) | | | |
|-------------------|------------------------------------|---------------|------------------------------------|---------------|
| | $\bar{\omega}_1 \cdot \omega_{yj}$ | ω_{1j} | $\bar{\omega}_2 \cdot \omega_{yj}$ | ω_{1j} |
| 1 | 5.3227 | 5.3229 | 7.4171 | 7.4173 |
| 2 | 23.3041 | 23.3042 | 32.4740 | 32.4780 |
| 3 | 59.7380 | 59.7361 | 83.2441 | 83.2410 |

Tabella 2.3. Modi di vibrazione dei sistemi multipiano.

| P | Prima coppia di modi |
|---|----------------------|
|---|----------------------|

| | Ψ_1 | $\begin{Bmatrix} \alpha_{y1} \cdot \Psi_1 \\ \alpha_{\theta 1} \cdot \Psi_1 \end{Bmatrix}$ | $\begin{Bmatrix} \phi_{y11} \\ \phi_{\theta 11} \end{Bmatrix}$ | $\begin{Bmatrix} \alpha_{y2} \cdot \Psi_1 \\ \alpha_{\theta 2} \cdot \Psi_1 \end{Bmatrix}$ | $\begin{Bmatrix} \phi_{y21} \\ \phi_{\theta 21} \end{Bmatrix}$ |
|------------------------|----------|--|--|--|--|
| 6 | 0.6714 | 0.5123 | 0.5124 | -0.4340 | -0.4339 |
| 5 | 0.5420 | 0.4136 | 0.4137 | -0.3504 | -0.3503 |
| 4 | 0.4052 | 0.3092 | 0.3092 | -0.2619 | -0.2618 |
| 3 | 0.2659 | 0.2029 | 0.2029 | -0.1719 | -0.1719 |
| 2 | 0.1375 | 0.1049 | 0.1049 | -0.0889 | -0.0889 |
| 1 | 0.0399 | 0.0304 | 0.0305 | -0.0258 | -0.0258 |
| 6 | | -0.4340 | -0.4339 | -0.5123 | -0.5124 |
| 5 | | -0.3504 | -0.3503 | -0.4136 | -0.4137 |
| 4 | | -0.2619 | -0.2618 | -0.3092 | -0.3091 |
| 3 | | -0.1719 | -0.1718 | -0.2029 | -0.2030 |
| 2 | | -0.0889 | -0.0889 | -0.1049 | -0.1049 |
| 1 | | -0.0258 | -0.0258 | -0.0304 | -0.0305 |
| Seconda coppia di modi | | | | | |
| Piano | Ψ_2 | $\begin{Bmatrix} \alpha_{y1} \cdot \Psi_2 \\ \alpha_{\theta 1} \cdot \Psi_2 \end{Bmatrix}$ | $\begin{Bmatrix} \phi_{y12} \\ \phi_{\theta 12} \end{Bmatrix}$ | $\begin{Bmatrix} \alpha_{y2} \cdot \Psi_2 \\ \alpha_{\theta 2} \cdot \Psi_2 \end{Bmatrix}$ | $\begin{Bmatrix} \phi_{y22} \\ \phi_{\theta 22} \end{Bmatrix}$ |
| 6 | -0.5494 | -0.4192 | -0.4194 | 0.3551 | 0.3550 |
| 5 | -0.0172 | -0.0131 | -0.0131 | 0.0111 | 0.0111 |
| 4 | 0.3979 | 0.3036 | 0.3037 | -0.2572 | -0.2571 |
| 3 | 0.5620 | 0.4288 | 0.4289 | -0.3632 | -0.3631 |
| 2 | 0.4426 | 0.3377 | 0.3378 | -0.2861 | -0.2860 |
| 1 | 0.1667 | 0.1272 | 0.1272 | -0.1078 | -0.1077 |
| 6 | | 0.3551 | 0.3550 | 0.4192 | 0.4194 |
| 5 | | 0.0111 | 0.0111 | 0.0131 | 0.0131 |
| 4 | | -0.2572 | -0.2571 | -0.3036 | -0.3038 |
| 3 | | -0.3632 | -0.3631 | -0.4288 | -0.4289 |
| 2 | | -0.2861 | -0.2859 | -0.3377 | -0.3377 |
| 1 | | -0.1078 | -0.1078 | -0.1272 | -0.1272 |

Avendo verificato che le frequenze ed i modi di vibrazione del sistema analizzato possiedono le proprietà tipiche delle strutture regolarmente asimmetriche è possibile determinare una buona approssimazione del valore massimo a cui attinge il suo generico ente di risposta r utilizzando la (72). Nel caso in esame il livello di approssimazione fornito da tale

relazione è ottimo come dimostrano i diagrammi riportati in Figura 2.6. Questi contengono l'involuppo degli spostamenti d'impalcato (assoluti e relativi) dei sistemi multipiano e monopiano torsionalmente accoppiati, determinati combinando i relativi massimi modali mediante il criterio CQC e normalizzati rispetto ai massimi spostamenti dei corrispondenti sistemi monopiano.

L'ottimo grado di approssimazione fornito dalla (72) si spiega considerando due particolarità dell'edificio in questione. Innanzitutto va osservato che tutte le frequenze relative a coppie di modi distinte sono ben separate, ciò rende irrilevanti i contributi che la (72) trascura (vedi paragrafo 2.2). Inoltre la risposta del sistema riceve contributi rilevanti solo dalla prima coppia di modi di vibrazione, le cui frequenze ricadono entrambe sul ramo iperbolico dello spettro, ciò rende la (72) estremamente precisa anche se lo spettro di risposta del sisma non è né costante né iperbolico.

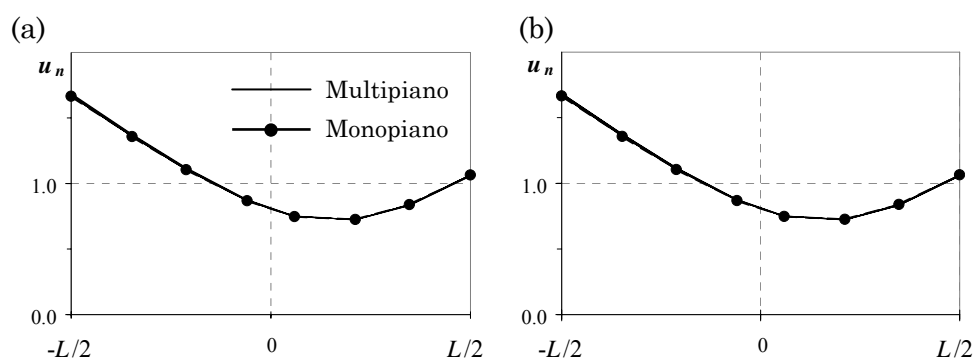


Figura 2.6. Confronto tra gli spostamenti normalizzati del sistema multipiano e di quello monopiano; (a) assoluti, (b) relativi.

3. Risposta elastica di sistemi non regolarmente asimmetrici

Nei precedenti paragrafi si è mostrato che, la risposta sismica di un sistema multipiano regolarmente asimmetrico dipende sostanzialmente dagli stessi parametri che influenzano quella di un sistema monopiano e che, l'effetto dell'accoppiamento latero-torsionale può essere colto stu-

diando il sistema monopiano asimmetrico associato. Pertanto essa potrà essere valutata, con un sufficiente margine di approssimazione, anche mediante l'analisi statica, a patto di adoperare eccentricità correttive adeguate. Nel Capitolo 1 sono state descritte alcune tecniche per valutare tali eccentricità.

Le strutture che vengono analizzate nella pratica tecnica, a rigore, difficilmente possiedono tutti i requisiti necessari per essere classificate come regolarmente asimmetriche, tuttavia molte di esse presentano irregolarità planimetriche che si mantengono approssimativamente uniformi lungo l'altezza. Le normative antisismiche, che consentono l'uso dell'analisi statica anche per strutture che a rigore non sono regolarmente asimmetriche, impongono di applicare le forze sismiche ad una distanza dai centri di riferimento di piano, che spesso chiamano genericamente centri di rigidezza, pari all'eccentricità di progetto, trascurando che: per una struttura multipiano non esiste una definizione di centro di rigidezza universalmente accettata ed inoltre, qualunque sia la definizione utilizzata, la posizione dei centri di rigidezza dipende anche dalla distribuzione in altezza delle forze.

Diversi studiosi, sottolineando la superficialità con cui tale problema è affrontato dalle prescrizioni di normativa, hanno proposto proprie metodologie per la valutazione della risposta elastica di edifici multipiano non regolarmente asimmetrici mediante analisi statica.

3.1. Analisi sismica di strutture asimmetriche senza il calcolo esplicito dei centri di rigidezza

Goel, R.K. e Chopra A.K. in un lavoro²⁹ del 1993, assunti come punti di riferimento della struttura i centri di rigidezza (come sono stati definiti nel paragrafo 1.1.), propongono una procedura che consente di valutare la sua risposta statica delle forze orizzontali applicate a livello degli impalcati senza dover valutare la posizione dei suddetti centri.

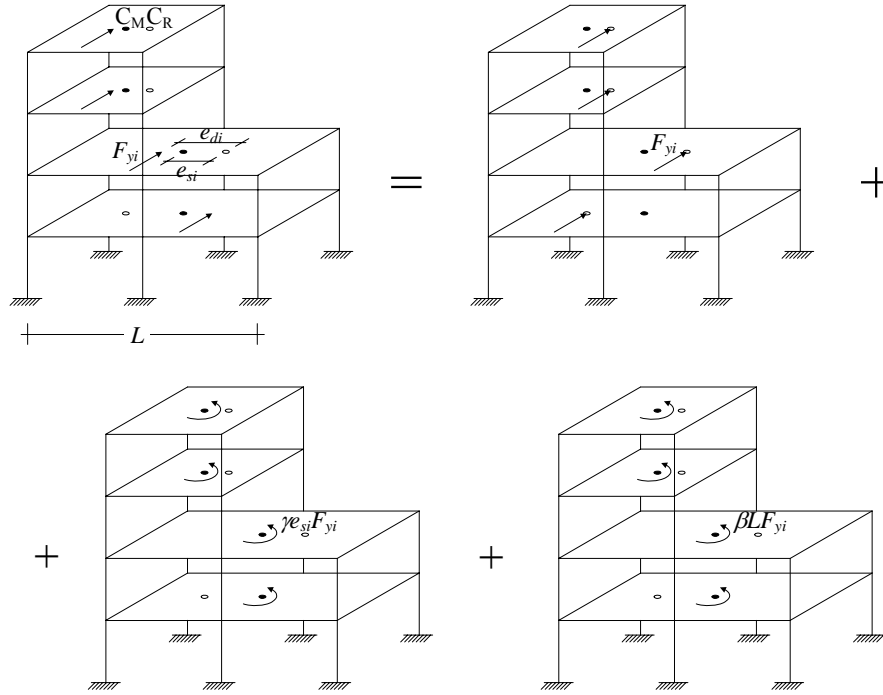


Figura 2.7. Analisi della struttura usando i centri di rigidezza.

L'approccio standard al problema prevede che si determini prima la posizione dei centri di rigidezza della struttura ai vari piani, quindi si potrà valutare la sua risposta statica alle forze orizzontali F_{yi} applicate con le eccentricità stabilite dalla normativa rispetto a tali punti:

$$e_{\max,i} = \alpha \cdot e_{s,i} + \beta \cdot L_i \quad (75a)$$

$$e_{\min,i} = \delta \cdot e_{s,i} - \beta \cdot L_i \quad (75b)$$

Se la struttura è dotata di impalcati rigidi il suo stato di deformazione e di sollecitazione può essere riprodotto sovrapponendo quelli relativi a tre condizioni di carico (Figura 2.7):

1. forze F_{yi} applicate in corrispondenza dei centri di rigidezza;
2. momenti torcenti pari a $\gamma \cdot e_{s,i} \cdot F_{yi}$ applicati sugli impalcati (γ verrà posto uguale ad α o a δ a seconda della eccentricità considerata);
3. momenti torcenti pari a $\pm \beta \cdot L_i \cdot F_{yi}$ applicati sugli impalcati.

La scomposizione del problema nei tre passi descritti non ha utilità pratica ma è interessante da un punto di vista concettuale. Così, infatti, ci è possibile separare la risposta traslazionale del sistema dagli effetti prodotti dalle coppie torcenti, i quali nascono quando le forze sono applicate in posizione eccentrica rispetto ai centri di rigidezza. Le ultime due condizioni di carico potrebbero essere riunite, tuttavia per i nostri fini è utile considerarle come due casi distinti.

Gli autori dimostrano che, in alternativa all'approccio descritto, è possibile valutare la risposta del sistema combinando i risultati di tre analisi, che non richiedono la valutazione dei centri di rigidezza, mediante una semplice regola. Il procedimento proposto può essere riassunto in cinque passi successivi:

1. ipotizzato un comportamento traslazionale della struttura, se ne determina la risposta strutturale prodotta dalle forze di normativa F_{yi} (Figura 2.8a); indicheremo con $r^{(1)}$ il valore assunto dal generico ente di risposta per tale condizione di carico;
2. successivamente si determina la risposta tridimensionale della struttura alle stesse forze applicate in corrispondenza dei centri di massa di piano $r^{(2)}$ (Figura 2.8b);
3. infine si determina la risposta della struttura $r^{(3)}$ ad un insieme di coppie torcenti pari a $\beta \cdot L_i \cdot F_{yi}$ applicate a livello degli impalcati (Figura 2.8c);
4. la risposta del sistema, ottenuta applicando le forze con ciascuna delle due eccentricità di progetto rispetto ai centri di rigidezza di piano, si deduce combinando opportunamente i risultati di queste analisi, in particolare:

$$r(e_{\max}) = (1 - \alpha)r^{(1)} + \alpha \cdot r^{(2)} + r^{(3)} \quad (76a)$$

$$r(e_{\min}) = (1 - \delta)r^{(1)} + \delta \cdot r^{(2)} - r^{(3)} \quad (76b)$$

5. infine si determina il valore di progetto come il massimo tra quelli determinati al passo 4.

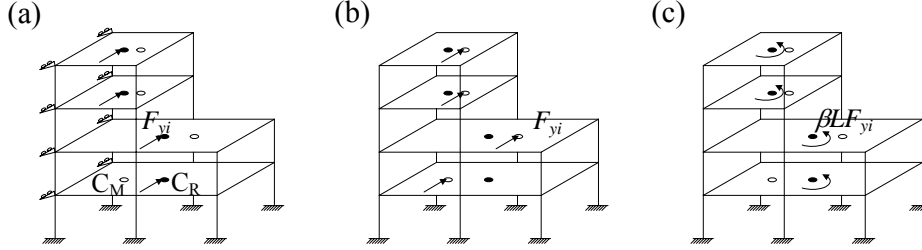


Figura 2.8. Analisi della struttura senza utilizzare i centri di rigidezza;
(a) passo 1, (b) passo 2, (c) passo 3.

L'equivalenza tra i due approcci descritti può facilmente essere dimostrata utilizzando il principio di sovrapposizione degli effetti ed esaminando singolarmente l'effetto delle forze nelle diverse condizioni di carico.

La risposta determinata al passo 1 coincide con quella determinata mediante la prima condizione di carico dell'approccio standard; infatti, in entrambi i casi, non vi sono rotazioni d'impalcato né vi sono differenze tra le matrici di rigidezza \mathbf{K}_{yy} e le forze applicate \mathbf{F}_y . Inoltre si rileva immediatamente che la terza condizione di carico è la stessa in entrambi gli approcci presi di cui si vuole dimostrare l'equivalenza.

Riguardo la seconda condizione di carico presente nell'approccio standard, la quale prevede l'applicazione delle coppie torcenti $\gamma \cdot e_{s,i} \cdot F_{yi}$ sugli impalcati, si fa osservare che la risposta del sistema non cambia quando, oltre alle coppie previste, si applica un sistema di forze a risultante nulla in corrispondenza dei suoi centri di rigidezza. Quindi essa è equivalente alla sovrapposizione di tre condizioni di carico: forze orizzontali $\gamma \cdot F_{yi}$ applicate in corrispondenza dei centri di rigidezza, coppie torcenti $\gamma \cdot e_{s,i} \cdot F_{yi}$ e forze orizzontali $-\gamma \cdot F_{yi}$ applicate in corrispondenza dei centri di rigidezza. Del resto l'insieme delle prime due condizioni di carico equivale all'applicazione delle forze $\gamma \cdot F_{yi}$ nei centri di massa degli impalcati. In conseguenza a tutto ciò la risposta determinata risolvendo la seconda condizione di carico prevista nell'approccio standard si può ottenere moltiplicando per γ la differenza tra i risultati ottenuti al passo 2 ed al passo 1 nell'approccio proposto. Esprimendo numericamente queste considerazioni si ottiene:

$$r(e_{\max}) = r^{(1)} + \alpha (r^{(2)} - r^{(1)}) + r^{(3)} \quad (77a)$$

$$r(e_{\min}) = r^{(1)} + \delta (r^{(2)} - r^{(1)}) - r^{(3)} \quad (77b)$$

dalle quali, raggruppando $r^{(1)}$, si ottengono le (76).

Quanto detto, nell'ipotesi di riferire ai centri di rigidezza le eccentricità di progetto, smentisce la convinzione che sia necessario determinare tali punti per applicare la normativa antisismica. L'approccio proposto appare estremamente vantaggioso in quanto può essere attuato utilizzando i software per l'analisi tridimensionale delle strutture già disponibili sul mercato i quali, invece, non sono in grado di determinare i centri di rigidezza della struttura.

Tuttavia è lecito chiedersi se è possibile utilizzare i centri di rigidezza come riferimento per il calcolo delle eccentricità. A questo interrogativo cercano di rispondere Harasimowicz, A.P. e Goel, R.K.³¹ i quali hanno ottenuto risultati che almeno in parte sostengono la validità del metodo proposto da Goel, R.K. e Chopra A.K. Essi hanno determinato le sollecitazioni prodotte da un set di forze orizzontali, applicate secondo quanto stabilito dalla normativa canadese (N.B.C.C. 95), su tre edifici non regolarmente asimmetrici utilizzando diversi centri di riferimento:

1. i centri di rigidezza di piano (paragrafo 1.1.), così come sono stati definiti da Cheung, V.W.T. e Tso⁷ oppure da W.K. Hejal, H. e Chopra, A. K.³²;
2. i centri di torsione di piano (paragrafo 1.2.) definiti da W.K. Hejal, H. e Chopra, A. K.³²;
3. i centri di resistenza proposti da Humar, J.L.³³ (paragrafo 1.5).

Ciascuno dei tre edifici possiede nove impalcati rigidi nel proprio piano, in cui è concentrata la massa, sostenuti da sei colonne. La disposizione delle colonne in pianta è stata variata da caso a caso così da ottenere un sistema torsio-rigido, un sistema torsio-flessibile ed un sistema con caratteristiche intermedie.

I risultati ottenuti mostrano che, nonostante le rilevanti differenze che si riscontrano tra i diversi centri di riferimento, le sollecitazioni flessionali e taglianti prodotte dalle forze \mathbf{F}_y sulle colonne sono pressoché le stesse qualunque siano i centri di riferimento scelti, dunque sembrerebbe possibile utilizzare i centri di rigidezza come riferimento. Tuttavia, secondo il parere di chi scrive, i risultati qui presentati sono rela-

tivi a pochi schemi e pertanto non possono essere generalizzati. Inoltre, essi mettono anche in evidenza che le sollecitazioni di progetto così ottenute risultano prossime a quelle reali solo per gli elementi del lato flessibile nei sistemi torsio-rigidi, mentre rilevanti differenze si riscontrano in tutti gli altri casi; in particolare esse sottovalutano le sollecitazioni del lato rigido nei sistemi torsio-flessibili, mentre sovrastimano quelle del lato rigido nei sistemi torsio-rigidi e del lato flessibile nei sistemi torsio-flessibili.

3.2. L'uso dei baricentri delle rigidezze nell'analisi sismica di strutture multipiano

Se si accetta la definizione di rigidezza laterale di piano che è stata fornita nel paragrafo 1.4, assegnata distribuzione di forze, è possibile determinare per ogni piano dell'edificio il raggio d'inerzia delle rigidezze R_{ki} , la posizione del baricentro delle rigidezze C_{Ki} e quindi l'eccentricità strutturale E_{si} . Se l'edificio è dotato di elementi resistenti con matrici di rigidezza proporzionali, tali parametri sono uguali ad ogni piano ed i baricentri delle rigidezze coincideranno con i centri elastici di piano, come è stato dimostrato nel paragrafo 1.7. Inoltre se la posizione del baricentro delle masse C_M , si mantiene uguale ad ogni piano, il sistema apparterrà alla classe degli edifici regolarmente asimmetrici. Sulla base di ciò Calderoni et al.⁵ estendono agli edifici multipiano l'applicazione della metodologia proposta nel Capitolo 1.

Utilizzando i concetti appena esposti è possibile verificare se una struttura, avente i centri di massa C_M allineati secondo un'asse verticale, è regolarmente asimmetrica utilizzando una semplice procedura. Essa consiste sostanzialmente nel valutare i parametri fondamentali R_{ki} ed E_{si} (cioè C_{Ki}) per ogni piano seguendo i seguenti passi:

1. si valutano le forze statiche F_i nel rispetto della norma antisismica;
2. quindi si determinano lo spostamento normalizzato del baricentro delle masse U_F e della rotazione d'impalcato θ_F a ciascun piano prodotti da queste forze applicate in C_M ;
3. successivamente si valutano lo spostamento normalizzato del baricentro delle masse U_M e della rotazione d'impalcato θ_M a cia-

- scun piano prodotti da momenti torsionali pari a $F_i \cdot E_1$ (essendo E_1 una eccentricità arbitraria, ad esempio quella accidentale);
4. infine si determinano R_{ki} ed E_{si} a ciascun piano, utilizzando le seguenti espressioni:

$$R_{ki} = E_1 \sqrt{\frac{U_{Fi}}{\theta_{Mi} E_1} - \left(\frac{\theta_{Fi}}{\theta_{Mi}} \right)^2} \quad (78)$$

$$E_{si} = -E_1 \frac{\theta_{Fi}}{\theta_{Mi}} \quad (79)$$

Tali relazioni, ottenute da Calderoni et al.³ per sistemi monopiano, sono valide rigorosamente anche per schemi multipiano solo se regolarmente asimmetrici. Formulazioni sostanzialmente equivalenti sono state proposte da Tso, W. K. and Moghadam, A. S.⁵⁹, in funzione degli spostamenti alle estremità dell'impalcato, ricavati per analoghe condizioni di carico (forza applicata nel baricentro delle masse e forza traslata di una eccentricità accidentale).

Se si ottengono gli stessi valori di R_{ki} ed E_{si} a ciascun livello, lo schema è regolarmente asimmetrico. È stato già osservato che l'effetto dell'accoppiamento latero-torsionale può in tal caso essere ben approssimato dal prodotto della risposta normalizzata di un sistema monopiano eccentrico e del corrispondente sistema multipiano torsionalmente bilanciato³². Pertanto tali strutture possono essere progettate anche mediante analisi statica a patto di utilizzare eccentricità correttive appropriate. Le caratteristiche della sollecitazione per il progetto degli elementi saranno le massime tra quelle relative alle tre condizioni di carico corrispondenti alle forze orizzontali applicate rispettivamente in C_M , $C_{M+\Delta E_r}$ e $C_{M+\Delta E_l}$.

Al fine di confermare la validità delle proprie eccentricità correttive, gli autori hanno analizzato i quattro edifici in c.a. di sette piani, utilizzati nel lavoro di Tso, W. K. and Moghadam, A. S.⁵⁹. Tali edifici presentano tutti pianta rettangolare (24×17 m), altezza di interpiano costante (3 m) e tre telai resistenti uguali tra loro, disposti secondo la direzione dell'azione sismica (trasversale). I telai sono a tre campate (di 6, 5 e 6 m), con travi di dimensioni 30×50 cm, e pilastri quadrati con lato di 50 cm. Un telaio è posizionato proprio al centro dell'impalcato, mentre

gli altri sono disposti simmetricamente rispetto ad esso: quindi il baricentro delle rigidezze coincide con il centro geometrico dell'impalcato. Un quarto telaio è presente lungo la direzione longitudinale, passante per il centro dell'impalcato, in modo da non fornire alcun contributo alla rigidezza torsionale dello schema. La massa a ciascun piano è pari a 400 t ed il corrispondente periodo traslazionale T_y è 1.45 s. Si suppone inoltre che le masse siano distribuite in modo tale che il loro baricentro C_M si trovi a destra di C_K , ad una distanza di 2.4 m.

Gli edifici sono quindi asimmetrici, con $E_s = -0.10$, ed essendo l'eccentricità negativa il lato flessibile è quello destro. La sola differenza tra i quattro edifici è la posizione dei telai laterali rispetto a quello centrale: la loro distanza, infatti, assume rispettivamente i valori di 3 m (edificio B3), 6 m (B6), 9 m (B9) e 12 m (B12). In funzione di tali diverse posizioni degli elementi resistenti, il comportamento torsionale dei quattro edifici è diverso, variando da torsionalmente flessibile (B3, $\Omega_0 = 0.29$) a torsionalmente rigido (B12, $\Omega_0 = 1.15$). Tutti gli edifici si considerano progettati secondo lo spettro di progetto dell'EC8 per suolo tipo A, con $\alpha = 0.25$ e $q = 5$.

Tabella 2.4. Parametri fondamentali ed eccentricità correttive per gli schemi regolarmente asimmetrici.

| | E_s | R_k | R_m | Ω_0 | ΔE_l | ΔE_r |
|-----|-------|-------|-------|------------|--------------|--------------|
| B3 | -0.10 | 0.102 | 0.354 | 0.288 | -0.182 | -0.016 |
| B6 | -0.10 | 0.204 | 0.354 | 0.577 | -0.177 | -0.038 |
| B9 | -0.10 | 0.306 | 0.354 | 0.865 | -0.177 | -0.029 |
| B12 | -0.10 | 0.408 | 0.354 | 1.153 | 0.00 | 0.02 |

Per tutti gli schemi le eccentricità correttive sono state determinate mediante la procedura proposta, tenendo conto della forma esatta dello spettro dell'EC8. I risultati ottenuti sono riportati in Tabella 2.4. Si può notare che per il sistema B12 (torsionalmente rigido) sono necessarie correzioni solo al lato flessibile (in questo caso il lato destro), mentre per gli altri, torsionalmente flessibili è richiesta una eccentricità aggiuntiva solo per il lato rigido.

Tabella 2.5. Spostamenti [mm] forniti dall'analisi modale (MA), dall'analisi statica standard (SA) e dall'analisi statica corretta (CSA).

| piano | B3 | | | | | | B6 | | | | | |
|-------|----------------------|-------|-------|--------------------|-------|-----|----------------------|-----|------|--------------------|------|-----|
| | Lato sinistro (rig.) | | | Lato destro (def.) | | | Lato sinistro (rig.) | | | Lato destro (def.) | | |
| | MA | SA | CSA | MA | SA | CSA | MA | SA | CSA | MA | SA | CSA |
| 7 | 167.4 | 136.1 | 177.6 | 167.5 | 207.7 | – | 65.6 | 7.2 | 68.5 | 58.7 | 78.7 | – |
| 6 | 157.3 | 127.5 | 166.4 | 157.6 | 194.6 | – | 61.7 | 6.7 | 64.2 | 55.2 | 73.7 | – |
| 5 | 140.1 | 113.1 | 147.7 | 140.6 | 172.7 | – | 55.0 | 6.0 | 57.0 | 49.2 | 65.4 | – |
| 4 | 115.9 | 93.3 | 121.8 | 116.7 | 142.5 | – | 45.6 | 4.9 | 47.0 | 40.9 | 54.0 | – |
| 3 | 86.2 | 69.2 | 90.3 | 87.0 | 105.6 | – | 34.0 | 3.6 | 34.8 | 30.5 | 40.0 | – |
| 2 | 52.7 | 42.3 | 55.2 | 53.3 | 64.5 | – | 21.0 | 2.2 | 21.3 | 18.8 | 24.4 | – |
| 1 | 19.5 | 15.7 | 20.4 | 19.8 | 23.9 | – | 7.7 | 0.8 | 7.9 | 7.01 | 9.1 | – |

| piano | B9 | | | | | | B12 | | | | | |
|-------|----------------------|------|------|--------------------|------|-----|----------------------|------|-----|--------------------|------|------|
| | Lato sinistro (rig.) | | | Lato destro (def.) | | | Lato sinistro (rig.) | | | Lato destro (def.) | | |
| | MA | SA | CSA | MA | SA | CSA | MA | SA | CSA | MA | SA | CSA |
| 7 | 48.2 | 16.7 | 50.3 | 46.3 | 54.8 | – | 23.6 | 25.2 | – | 47.4 | 46.9 | 49.8 |
| 6 | 45.3 | 15.6 | 47.1 | 43.5 | 51.4 | – | 22.2 | 23.7 | – | 44.5 | 43.9 | 46.7 |
| 5 | 40.3 | 13.9 | 41.8 | 38.8 | 45.6 | – | 19.8 | 21.0 | – | 39.7 | 39.0 | 41.4 |
| 4 | 33.5 | 11.4 | 34.5 | 32.2 | 37.6 | – | 16.4 | 17.3 | – | 33.0 | 32.2 | 34.2 |
| 3 | 25.1 | 8.5 | 25.6 | 24.1 | 27.9 | – | 12.3 | 12.8 | – | 24.7 | 23.8 | 25.3 |
| 2 | 15.4 | 5.2 | 15.6 | 14.8 | 17.0 | – | 7.6 | 7.8 | – | 15.2 | 14.6 | 15.5 |
| 1 | 5.7 | 1.9 | 5.8 | 5.5 | 6.3 | – | 2.8 | 2.9 | – | 5.7 | 5.4 | 5.7 |

Per ciascuno schema, sono stati valutati ad ogni piano gli spostamenti alle estremità degli impalcati, sia con l'analisi modale (MA) che con l'analisi statica standard (SA) e con l'analisi statica corretta (CSA). Gli spostamenti ottenuti con entrambe le analisi statiche sono stati poi moltiplicati per il rapporto tra i tagli alla base ottenuti con MA e SA, valutati su uno schema traslazionale. Infatti, come ben noto, per schemi multipiano l'analisi modale e quella statica forniscono tagli alla base diversi (generalmente maggiore nell'analisi statica) per cui, per un corretto confronto dei risultati, è necessario equiparare le forze agenti.

Come era logico attendersi si riscontra un buon accordo tra i risultati dell'analisi modale e di quella statica corretta riportati in

Tabella 2.5, ciò mostra l'efficacia della metodologia proposta in tutti i casi analizzati, indipendentemente dalla loro rigidità torsionale.

Successivamente la stessa procedura è stata impiegata per determinare le eccentricità correttive di un edificio a sei piani fortemente irregolare che costituisce il corpo principale della Facoltà di Ingegneria di Catania. Gli impalcati ai vari livelli presentano dimensioni differenti; le rigidità degli elementi resistenti nelle due direzioni ortogonali sono notevolmente diverse tra loro, così che la struttura risulta piuttosto rigida alla traslazione, ma flessibile torsionalmente, lungo la direzione Y , e molto deformabile alla traslazione, ma rigida torsionalmente, lungo la direzione X . Sebbene la struttura reale non sia stata concepita per sopportare le azioni sismiche, gli autori hanno fatto in ogni caso riferimento ad azioni valutate in accordo allo spettro di progetto dell'EC8 per suolo tipo A, con $\alpha = 0.25$ e $q = 3$.

Tabella 2.6. Parametri fondamentali ed eccentricità correttive per l'edificio esaminato.

| Direzione X $T_x=0.609$ s | | | | | | | |
|-----------------------------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------------|------------------|
| Piano | L [m] | L_r [m] | r_m [m] | r_k [m] | e_s [m] | Δe_l [m] | Δe_r [m] |
| 6 | 9 | 3.90 | 9.70 | 43.39 | -0.64 | 0.07 | 0.00 |
| 5 | 9 | 3.76 | 9.31 | 34.46 | -0.69 | 0.10 | 0.01 |
| 4 | 9 | 3.75 | 9.28 | 29.18 | -0.72 | 0.14 | 0.02 |
| 3 | 9 | 3.93 | 8.77 | 24.79 | -0.65 | 0.14 | 0.04 |
| 2 | 9 | 4.50 | 5.88 | 21.33 | -0.52 | 0.07 | 0.02 |
| 1 | 18 | 9.00 | 6.62 | 19.12 | -1.88 | 0.50 | 0.07 |
| Direzione Y $T_y=1.731$ s | | | | | | | |
| Piano | L [m] | L_r [m] | r_m [m] | r_k [m] | e_s [m] | Δe_l [m] | Δe_r [m] |
| 6 | 27 | 15.33 | 9.70 | 6.17 | 0.16 | 0.24 | 0.26 |
| 5 | 27 | 15.12 | 9.31 | 6.25 | 0.32 | 0.52 | 0.59 |
| 4 | 27 | 14.92 | 9.28 | 6.19 | 0.78 | 1.04 | 1.48 |
| 3 | 27 | 14.09 | 8.77 | 6.03 | 1.47 | 1.11 | 2.80 |
| 2 | 18 | 9.00 | 5.88 | 6.06 | 2.55 | -0.76 | 0.86 |
| 1 | 9 | 5.25 | 6.62 | 6.35 | 3.27 | 0.47 | -4.50 |

La Tabella 2.6 mostra che i valori di R_k e E_s risultano sensibilmente diversi ai vari livelli. L'edificio quindi, è irregolarmente asimmetrico e ad esso dovrebbe essere a rigore applicata l'analisi modale. Sono state valutate comunque le eccentricità correttive ad ogni piano, come se l'edificio fosse regolarmente asimmetrico, riferendosi ai corrispondenti valori di R_k ed E_s . Si è quindi svolta l'analisi statica per l'azione sismica agente in direzione Y , utilizzando a tutti i piani la stessa eccentricità correttiva, pari alla massima tra quelle valutate ai diversi livelli. I risultati ottenuti in termini di spostamento degli estremi dell'impalcato (corretti come per gli edifici precedenti) sono riportati in Tabella 2.7, unitamente a quelli ricavati dall'analisi modale. Si può notare come i valori ottenuti con la CSA sono anche in questo caso molto simili a quelli ottenuti con la MA, e comunque a vantaggio di sicurezza.

Tabella 2.7. Spostamento [mm] al lato destro dell'edificio forniti dall'analisi modale (MA), dall'analisi statica standard (SA) e dall'analisi statica corretta (CSA).

| Piano | MA | SA | CSA |
|-------|------|------|------|
| 6 | 28.9 | 20.4 | 31.8 |
| 5 | 25.9 | 18.0 | 28.3 |
| 4 | 21.0 | 14.4 | 22.8 |
| 3 | 15.1 | 10.0 | 16.2 |
| 2 | 8.9 | 5.8 | 9.4 |
| 1 | 3.3 | 2.2 | 3.6 |

Sembra quindi che, pur restando indubbiamente l'analisi modale il metodo più idoneo per la progettazione di strutture irregolarmente asimmetriche, si possano ottenere utili indicazioni progettuali anche per tale tipologia mediante l'utilizzo della procedura semplificata per la correzione dell'analisi statica, nonostante essa sia valida a rigore solo per gli edifici regolarmente asimmetrici.

3.3. L'asse di torsione ottimale

È stato già mostrato che una struttura multipiano, in generale, non possiede un'asse dei centri elastici, anche se è sempre possibile determi-

narne diversi centri di riferimento (i centri di rigidezza, di torsione, di taglio, ecc.). Purtroppo, però, nessuno tra questi punti possiede caratteristiche che lo rendano adatto ad essere utilizzato come riferimento per il calcolo delle eccentricità strutturali al pari dei centri elastici, ed in particolare:

1. ciascuno dei centri citati possiede solo alcune delle proprietà del centro elastico;
2. i suindicati centri di riferimento possono essere determinati solo dopo aver assegnato una distribuzione di forze lungo l'altezza, dalla quale essi sono influenzati in misura più o meno rilevante; in conseguenza a ciò nessuno di tali punti è caratteristico della struttura;
3. infine, ad oggi non esistono metodologie basate su tali centri che consentano di uguagliare la risposta statica con i valori massimi di quella dinamica.

Tali motivi hanno indotto Anastassiadis, A. e Makarios, T.³⁷ a negare fermamente la possibilità di utilizzare tali punti come centri di riferimento per la definizione delle eccentricità strutturali.

Al fine di superare l'ostacolo costituito dalla mancanza di validi punti di riferimento equivalenti ai centri elastici gli stessi autori^{38, 39} generalizzano il concetto di asse dei centri elastici definendo l'*asse di torsione ottimale*. Tale asse esiste sempre e coincide con l'asse dei centri elastici quando anche quest'ultimo esiste.

Il concetto di asse di torsione ottimale scaturisce quasi naturalmente quando si esamina la risposta di un edificio multipiano sottoposto all'azione di forze orizzontali, di cui è nota la distribuzione in altezza, agenti su un piano verticale che denomineremo piano di carico.

Gli impalcati trasleranno e ruoteranno sotto l'effetto delle forze. Se l'edificio possiede l'asse elastico sarà possibile determinare una posizione del piano di carico tale da annullare tutte le rotazioni d'impalcato; ciò accade quando esso contiene l'asse elastico. In caso contrario esisterà comunque un piano a cui corrisponde la distribuzione in altezza delle rotazioni d'impalcato più prossima a quella con rotazioni nulle. Ricordando che le rotazioni possono assumere segno diverso ai vari piani ciò avverrà quando:

$$\theta^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta_i^2 = \text{minimo} \quad (80)$$

Tale relazione costituisce l'espressione matematica del criterio di torsione ottimale il quale stabilisce che *la torsione di un edificio è ottimale quando la media della somma dei quadrati delle rotazioni degli impalcati è minima*. Per via della natura della funzione da minimizzare il minimo da noi cercato sarà sempre non minore di zero, in particolare l'uguaglianza a zero sarà soddisfatta in presenza di edifici dotati dell'asse dei centri elastici mentre sarà strettamente positivo in tutti gli altri casi.

3.3.1. Determinazione approssimata dell'asse di torsione ottimale

Gli autori, piuttosto che cercare analiticamente il minimo della funzione θ^2 , hanno preferito condurre un'analisi parametrica su edifici multipiano, dotati al tempo stesso di telai e di pareti, mostrando che quando tale funzione attinge al suo valore minimo la distribuzione in altezza delle rotazioni d'impalcato presenta un punto di nullo (Figura 2.9). Inoltre, nell'ambito delle analisi effettuate, la quota di tale punto rispetto alla base dell'edificio varia in un intervallo limitato (tra 0.75 H e 0.85 H). Queste osservazioni hanno suggerito la formulazione semplificata del criterio di torsione ottimale secondo cui *la torsione di un edificio è ottimale quando il punto di nullo delle rotazioni d'impalcato si colloca ad una quota pari a 0.80 H* (corrispondente al punto medio dell'intervallo prima determinato). Questa formulazione consente la determinazione dell'asse di torsione ottimale in maniera estremamente agevole se si tiene conto di un'importante proprietà di cui godono gli edifici multipiano.

Dati due sistemi di azioni applicate in corrispondenza degli impalcati: il primo costituito dalle forze orizzontali F_1, F_2, \dots, F_N contenute in un piano verticale, il secondo dalle coppie torcenti $M_1 = 1 \times F_1$, $M_2 = 1 \times F_2, \dots, M_N = 1 \times F_N$; allora, ad ogni piano, la rotazione d'impalcato $\theta_{i,F}$ provocata dalle forze \mathbf{F} (Figura 2.10a) è numericamente uguale allo spostamento orizzontale $u_{i,M}$, provocato dalle coppie \mathbf{M} , dei punti appartenenti, al tempo stesso, all'impalcato in questione ed al

piano di carico, misurato lungo la direzione parallela allo stesso piano (Figura 2.10b).

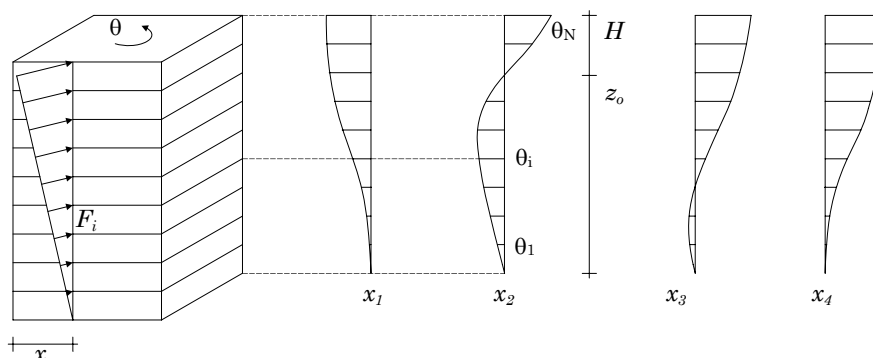


Figura 2.9. Rotazioni d'impalcato per diverse posizioni del piano di carico.

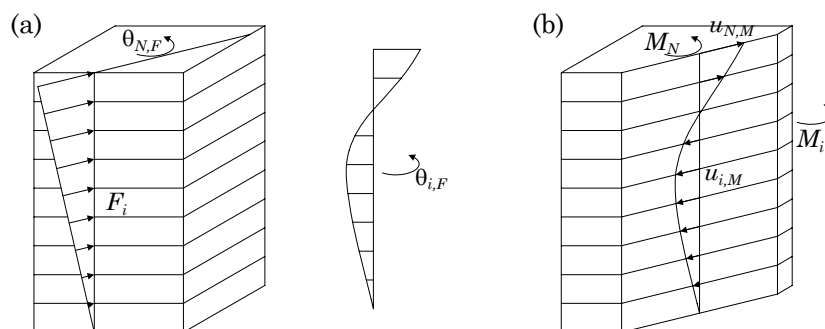


Figura 2.10. Proprietà di reciprocità; (a) spostamenti dovuti alle forze, (b) rotazioni dovute alle coppie.

Sfruttando questa proprietà, segue immediatamente dalla formulazione semplificata del criterio di torsione ottimale che l'asse di torsione ottimale coincide con l'asse verticale passante per il centro di torsione P_o dell'impalcato posto approssimativamente ad una quota z_o pari a $0.8 H$ (Figura 2.12a). Infatti, per la definizione di centro di torsione, questo punto non subirà alcuno spostamento ($u_{o,M} = 0$) quando l'edificio è sottoposto alle coppie \mathbf{M} , e quindi per la proprietà di reciprocità prima descritta quando l'edificio è sottoposto alle forze \mathbf{F} l'impalcato in questione

non subirà alcuna rotazione ($\theta_{o,F} = 0$). Facendo ruotare il piano di carico attorno a questo asse la rotazione d'impalcato a livello z_o sarà sempre nulla, mentre il valore medio di $\sum_{i=1}^N \theta_i^2$ subirà delle modeste oscillazioni attorno al suo valore minimo; ciò è dovuto alle semplificazioni del criterio utilizzato. Inoltre, utilizzando ancora una volta la proprietà di reciprocità, la somma dei quadrati degli spostamenti $u_{i,M}$ dei punti P'_i , intersezioni tra l'asse di torsione ottimale e gli impalcati dell'edificio, prodotti all'applicazione delle coppie \mathbf{M} oscillerà attorno al suo valore minimo.

3.3.2. Determinazione rigorosa dell'asse di torsione ottimale

Anche se chi ha definito l'asse di torsione ottimale propone di determinarlo utilizzando un criterio approssimato, la cui validità è sostenuta dai risultati di indagini numeriche, si dimostrerà che, almeno nel caso di edifici dotati di elementi resistenti disposti secondo una griglia ortogonale, esso può essere determinato in maniera rigorosa.

Fissato un sistema di riferimento ortogonale con gli assi X ed Y paralleli ai piani principali degli elementi resistenti, le rotazioni provocate dalle forze orizzontali che agiscono su di un piano verticale parallelo ad uno degli assi coordinati possono essere espresse, mediante relazioni relativamente semplici, in funzione delle forze agenti e della posizione del piano di carico.

Consideriamo prima il caso in cui il piano delle forze è parallelo all'asse Y ed interseca in x quello delle ascisse. Come gradi di libertà del sistema assumiamo le rotazioni θ_z degli impalcati e gli spostamenti orizzontali lungo gli assi coordinati \mathbf{u}_x ed \mathbf{u}_y degli N punti appartenenti ad essi (uno per ciascun impalcato) allineati lungo l'asse Z . L'effetto di tali forze coincide con la somma della risposta ottenuta applicando le stesse forze in corrispondenza dei gradi di libertà della struttura e quella di una distribuzione di coppie agenti sugli impalcati pari ad $x \cdot \mathbf{F}_y$ (Figura 2.11).

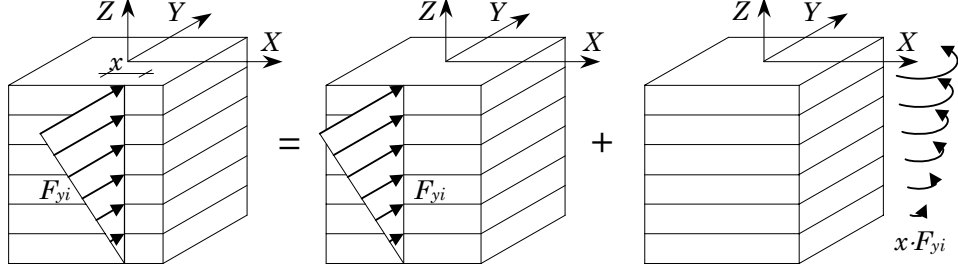


Figura 2.11. Decomposizione del sistema di forze eccentriche.

Imponendo l'equilibrio del sistema si ottiene il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{xx} \mathbf{u}_x + \mathbf{K}_{xy} \mathbf{u}_y + \mathbf{K}_{x\theta} \theta_z = 0 \\ \mathbf{K}_{yx} \mathbf{u}_x + \mathbf{K}_{yy} \mathbf{u}_y + \mathbf{K}_{y\theta} \theta_z = \mathbf{F}_y \\ \mathbf{K}_{\theta x} \mathbf{u}_x + \mathbf{K}_{\theta y} \mathbf{u}_y + \mathbf{K}_{\theta\theta} \theta_z = x \cdot \mathbf{F}_y \end{cases} \quad (81)$$

dove le matrici \mathbf{K}_{ii} rappresentano i diversi blocchi della matrice di rigidità del sistema. Osserviamo che, avendo scelto i piani coordinati paralleli ai piani principali del sistema, i blocchi matriciali \mathbf{K}_{xy} e \mathbf{K}_{yx} sono nulli. Utilizzando le prime due equazioni è possibile esprimere gli spostamenti incogniti \mathbf{u}_x ed \mathbf{u}_y in funzione di θ_z ed \mathbf{F}_y :

$$\mathbf{u}_x = -\mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{x\theta} \theta_z \quad (82a)$$

$$\mathbf{u}_y = -\mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{y\theta} \theta_z + \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{F}_y \quad (82b)$$

Utilizzando le (82) si eliminano le incognite \mathbf{u}_x ed \mathbf{u}_y dall'equazione di equilibrio alla rotazione, che diventa:

$$(\mathbf{K}_{\theta\theta} - \mathbf{K}_{x\theta} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{x\theta} - \mathbf{K}_{y\theta} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{y\theta}) \theta_z + \mathbf{K}_{y\theta} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{F}_y = x \cdot \mathbf{F}_y \quad (83)$$

Adesso è possibile ricavare il vettore delle rotazioni d'impalcato, il quale, ricordando la (7a), assume la seguente forma:

$$\theta_z = \mathbf{A}^{-1} (x \cdot \mathbf{I} - \mathbf{x}_R^T) \mathbf{F}_y \quad (84)$$

la matrice \mathbf{A} , di cui riportiamo l'espressione, è simmetrica in quanto somma di matrici simmetriche:

$$\mathbf{A} = \mathbf{K}_{\theta\theta} - \mathbf{K}_{x\theta} \mathbf{K}_{xx}^{-1} \mathbf{K}_{x\theta} - \mathbf{K}_{y\theta} \mathbf{K}_{yy}^{-1} \mathbf{K}_{y\theta} \quad (85)$$

Le rotazioni degli impalcati dipendono linearmente dalla posizione del piano di carico, in questo caso definita dall'ascissa x . La somma dei qua-

drati di tali rotazioni si determina moltiplicando scalarmente il vettore $\boldsymbol{\theta}_z$ per se stesso:

$$\theta^2(x) = \boldsymbol{\theta}_z^T \cdot \boldsymbol{\theta}_z = \mathbf{F}_y^T (x \cdot \mathbf{I} - \mathbf{x}_R) \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}^{-1} (x \cdot \mathbf{I} - \mathbf{x}_R^T) \mathbf{F}_y \quad (86)$$

Manipolando opportunamente la (86) si riesce a ricondurre la funzione $\theta^2(x)$ ad una forma più semplice. Quindi posto:

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}^{-1} \quad (87)$$

e sviluppati i prodotti presenti nella (86) si ottiene:

$$\theta^2(x) = \mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{F}_y x^2 - \mathbf{F}_y^T (\mathbf{B} \mathbf{x}_R^T + \mathbf{x}_R \mathbf{B}) \mathbf{F}_y x + \mathbf{F}_y^T \mathbf{x}_R \mathbf{B} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y \quad (88)$$

La (88) può essere ulteriormente semplificata utilizzando la simmetria della matrice \mathbf{B} e considerando che uno scalare è sempre uguale al proprio trasposto. Da ciò segue che:

$$\mathbf{F}_y^T \mathbf{x}_R \mathbf{B} \mathbf{F}_y = [\mathbf{F}_y^T \mathbf{x}_R \mathbf{B} \mathbf{F}_y]^T = \mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y \quad (89)$$

e quindi

$$\theta^2(x) = \mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{F}_y x^2 - 2 \mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y x + \mathbf{F}_y^T \mathbf{x}_R \mathbf{B} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y \quad (90)$$

La (90) mostra che somma dei quadrati delle rotazioni d'impalcato dipende da x mediante una legge parabolica. Se si osserva che la funzione $\theta^2(x)$ può assumere solo valori positivi si conclude che la parabola deve rivolgere necessariamente la concavità verso l'alto. Ma allora essa ammette un unico minimo in corrispondenza dell'ascissa del suo vertice:

$$x_o = \frac{\mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y}{\mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{F}_y} \quad (91a)$$

L'ascissa x_o individua la posizione del piano delle forze che consente di rendere minime le rotazioni degli impalcato e dunque coincide con l'ascissa dell'asse di torsione ottimale. Essa dipende dalle proprietà della struttura tramite le matrici \mathbf{B} ed \mathbf{x}_R^T e dalla distribuzione di forze agenti \mathbf{F}_y . Ripetendo il procedimento sin qui esposto con una distribuzione di forze complanari agenti lungo l'asse X si determina anche l'ordinata y_o , che individua univocamente la posizione dell'asse cercato:

$$y_o = \frac{\mathbf{F}_x^T \mathbf{B} \mathbf{y}_R^T \mathbf{F}_x}{\mathbf{F}_x^T \mathbf{B} \mathbf{F}_x} \quad (91b)$$

3.3.3. L'uso dell'asse di torsione ottimale per la valutazione della risposta elastica delle strutture asimmetriche

L'asse verticale passante per P_o può essere anche definito *asse di inflessione ottimale*, mentre i piani verticali che lo contengono sono detti *piani di inflessione ottimale*, essi costituiscono la generalizzazione dei piani di inflessione degli edifici dotati di asse elastico. L'applicazione delle forze \mathbf{F} all'interno di uno di tali piani comporta lo spostamento del punto P_o che, in generale, ammette una componente ortogonale al piano di carico. Pertanto fissato un sistema di riferimento cartesiano $OXYZ$, in modo che il suo asse Z passi per il punto P_o , ed applicate le forze \mathbf{F} , prima nel piano YZ e poi nel piano XZ , gli spostamenti di P_o prodotti dai due sistemi di forze avranno, in generale, entrambe le componenti orizzontali diverse da zero. Tuttavia è possibile ruotare il sistema di riferimento in maniera che le forze \mathbf{F} applicate all'interno dei piani coordinati del nuovo sistema di riferimento provochino spostamenti di P_o ad esse paralleli (Figura 2.12b). Tali piani, analogamente a quanto avviene negli edifici dotati di asse elastico, li diremo *piani principali di inflessione ottimale*, mentre gli assi ad essi paralleli passanti per P_o sono gli *assi principali*. Essi possono essere determinati ricordando che, ordinate le componenti degli spostamenti del punto P_o , provocati dalle forze \mathbf{F} agenti secondo gli assi dei due sistemi di riferimento, rispettivamente nelle matrici \mathbf{U} ed \mathbf{U}' , e detta \mathbf{R} la matrice di rotazione del sistema di riferimento sussisterà la seguente relazione:

$$\mathbf{U}' = \mathbf{R}^T \mathbf{U} \mathbf{R} \quad (92)$$

dove

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{o,xx} & u_{o,xy} \\ u_{o,xy} & u_{o,yy} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}' = \begin{bmatrix} u'_{o,xx} & u'_{o,xy} \\ u'_{o,xy} & u'_{o,yy} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (93)$$

imponendo, quindi, che le componenti $u'_{o,xy}$ e $u'_{o,yx}$ devono essere nulle si determina:

$$\tan(2 \cdot \alpha) = \frac{2 \cdot u_{o,xy}}{u_{o,xx} - u_{o,yy}} \quad (94)$$

dalla quale si ricava l'angolo α che indica l'orientamento degli assi principali rispetto al sistema di riferimento $OXYZ$.

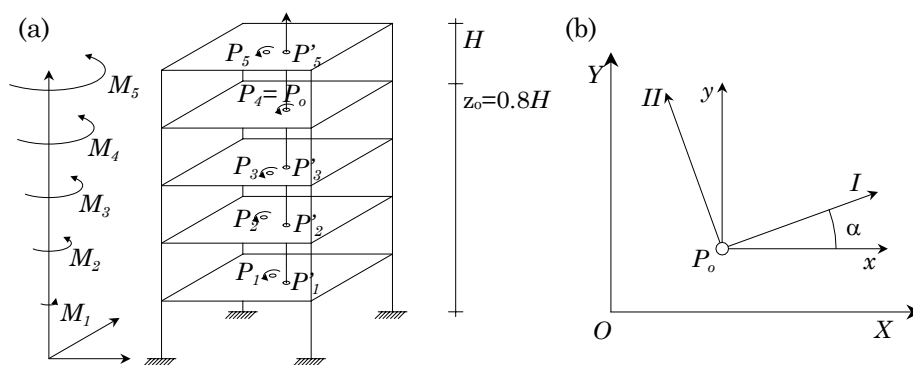


Figura 2.12. Determinazione dell'asse di torsione ottimale (a) e delle direzioni principali (b).

L'asse di torsione ottimale così come è stato definito è legato sia alla distribuzione di forze utilizzata per determinarlo, sia alla rigidezza degli elementi strutturali. In merito alla prima dipendenza le analisi parametriche condotte dagli autori, utilizzando più distribuzioni di forze (lineare e costante), mostrano che tale dipendenza è pressoché insignificante. Per quanto concerne la dipendenza dalla rigidezza degli elementi strutturali è stato mostrato che piccole alterazioni della rigidezza degli elementi comportano piccoli scostamenti dell'asse di torsione ottimale mentre fanno registrare rilevanti spostamenti dei centri di rigidezza. Tutto ciò porta gli autori a concludere che l'asse di torsione ottimale sia fisicamente più rappresentativo, allo scopo di definire le eccentricità strutturali degli edifici che non possiedono un asse dei centri elastici, che non i "centri di rigidezza", secondo le diverse definizioni che ne sono state date.

Determinato l'asse di torsione ottimale la valutazione delle eccentricità statiche dei diversi impalcati secondo le direzioni principali $e_{i,I}$ ed $e_{i,II}$ è praticamente immediata, esse infatti coincidono con le coordinate dei centri massa nel sistema di riferimento principale. Inoltre, analogamente a quanto accade nei sistemi regolarmente asimmetrici, è possibile calcolare i raggi d'inerzia delle rigidezze mediante le seguenti relazioni:

$$r_{k,I} = \sqrt{\frac{u_{o,II}}{\theta_{o,III}}}, \quad r_{k,II} = \sqrt{\frac{u_{o,I}}{\theta_{o,III}}} \quad (95)$$

L'introduzione dell'asse di torsione ottimale consente di determinare la risposta elastica di un edificio avente i centri di massa di piano allineati lungo un asse verticale utilizzando le proprietà degli edifici regolarmente asimmetrici, anche se esso non è dotato dell'asse dei centri elastici. In particolare essa potrà essere determinata tramite analisi statica, a patto di utilizzare le eccentricità di progetto appropriate.

Si riporta adesso una breve descrizione del procedimento operativo proposto, maggiori dettagli si trovano in (Anastassiadis, A. e Makarios, T.³⁹). Il primo passo consiste nella determinazione della posizione dell'asse di torsione ottimale e delle direzioni principali. Ciò richiede la valutazione della risposta statica del sistema ad un insieme di forze orizzontali F_1, F_2, \dots, F_N applicate sugli impalcati secondo due direzioni ortogonali ed alle coppie torcenti $M_1 = 1 \times F_1$, $M_2 = 1 \times F_2$, $\dots, M_N = 1 \times F_N$. La distribuzione in altezza delle forze teoricamente non è sottoposta ad alcuna restrizione ma in effetti è conveniente utilizzare quella stabilita dalla normativa, mentre la loro intensità non è rilevante in questa fase e pertanto verrà assegnata arbitrariamente.

La conoscenza della risposta alle coppie \mathbf{M} consente agevolmente di determinare il centro di torsione P_o dell'impalcato a quota $z_o = 0.8 H$, il quale coincide con quel punto dell'impalcato che rimane stazionario sotto il loro effetto. Le sue coordinate rispetto al sistema di riferimento assegnato sono:

$$x_o = -\frac{u_y(z_o)}{\theta_z(z_o)}, \quad y_o = \frac{u_x(z_o)}{\theta_z(z_o)} \quad (96)$$

Nota la posizione dell'asse di torsione bisognerà applicare le forze \mathbf{F} su due piani verticali, paralleli agli assi X ed Y del sistema di riferimento scelto, e contenenti l'asse di torsione ottimale. Quindi determinati gli spostamenti orizzontali del punto P_o si determinerà l'angolo α che indica l'orientamento degli assi principali rispetto al sistema di riferimento OXYZ mediante la (94).

Le tre analisi sin qui effettuate sono sufficienti per valutare la risposta della struttura da utilizzare per il suo proporzionamento. Infatti

determinati i periodi fondamentali traslazionali nelle due direzioni principali si determinano le corrispondenti ordinate spettrali e quindi i corrispondenti tagli alla base di progetto. Quindi indicati con i simboli E_x , E_y ed E_z gli stati di deformazione e sollecitazione della struttura prodotti rispettivamente dall'applicazione delle forze \mathbf{F} in direzione X ed Y e dalle coppie \mathbf{M} , la risposta dello stesso sistema alle forze \mathbf{F} applicate lungo gli assi principali I e II ed alle coppie \mathbf{M} può essere determinata mediante le seguenti relazioni:

$$E_I = E_x \cdot \cos\alpha + E_y \cdot \sin\alpha \quad (97a)$$

$$E_{II} = -E_x \cdot \sin\alpha + E_y \cdot \cos\alpha \quad (97b)$$

$$E_{III} = E_z \quad (97c)$$

Tali valori vanno scalati proporzionalmente fino a che il taglio alla base non eguaglia quello di progetto, (si ricordi che le tre analisi sono state effettuate un valore del taglio di progetto assegnato arbitrariamente).

Tramite le (97) si determinano gli spostamenti del punto P_0 secondo le due direzioni principali, questi ci consentono di determinare i raggi d'inerzia delle rigidezze utilizzando le (95). La valutazione delle eccentricità strutturali, nota la posizione dell'asse di torsione ottimale, è immediata.

La conoscenza di queste informazioni ci consente di determinare le eccentricità di progetto utilizzando le relazioni riportate nei paragrafi precedenti. Infine la risposta del sistema alle forze sismiche di progetto applicate con tali eccentricità rispetto all'asse di torsione ottimale potrà essere valutata mediante le seguenti relazioni:

$$E_I(e_{\max,II}) = E_I - e_{\max,II} \cdot E_{III,I} \quad (98a)$$

$$E_I(e_{\min,II}) = E_I - e_{\min,II} \cdot E_{III,I} \quad (98b)$$

$$E_{II}(e_{\max,I}) = E_{II} - e_{\max,I} \cdot E_{III,II} \quad (98c)$$

$$E_{II}(e_{\min,I}) = E_{II} - e_{\min,I} \cdot E_{III,II} \quad (98d)$$

3.4. Differenze nella risposta statica di edifici regolarmente e non regolarmente asimmetrici

Stabilire in quali casi è possibile studiare un edificio reale con irregolarità in pianta utilizzando le metodologie rigorosamente valide solo per sistemi regolarmente asimmetrici, costituisce un problema sentito dalle stesse normative antisismiche. Queste stabiliscono che la risposta di tali sistemi può essere determinata mediante analisi statica solo se i suoi “centri di rigidezza” sono approssimativamente allineati lungo un’asse verticale, ciò sottintende che in questo caso il sistema in questione può essere assimilato ad uno regolarmente asimmetrico. Bisogna specificare che con la denominazione “centri di rigidezza” non sempre le norme fanno riferimento ai centri definiti nel paragrafo 1.1, in molti casi si riferiscono ai centri di taglio.

L’approccio proposto dalle normative è di difficile applicazione per via dell’estrema sensibilità dei centri assunti come riferimento, soprattutto dei centri di rigidezza propriamente detti, alle variazioni di rigidezza degli elementi del sistema. Ciò rende spesso impossibile stabilire quale tra due edifici reali possiede il comportamento più prossimo a quello degli edifici regolarmente asimmetrici, confrontando gli scostamenti dalla verticale dei rispettivi centri di riferimento. Per tali motivi sono stati condotti diversi studi^{5, 59} allo scopo di formulare soluzioni più adeguate di quelle proposte dai codici antisismici.

In questo paragrafo si mettono in evidenza alcuni dei caratteri che contraddistinguono la risposta statica di edifici reali da quella degli edifici regolarmente asimmetrici. Tali differenze suggeriscono criteri che consentono di classificare gli edifici reali.

Nel paragrafo precedente si è mostrato che la somma dei quadrati delle rotazioni d’impalcato di un edificio sottoposto a delle forze complanari \mathbf{F}_y varia con legge parabolica con la posizione dei punti in cui sono applicate le forze. In particolare se le forze agiscono lungo la direzione Y e con x si indica la posizione del piano delle forze, l’equazione della parabola sarà:

$$\theta^2(x) = \mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{F}_y x^2 - 2 \mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y x + \mathbf{F}_y^T \mathbf{x}_R \mathbf{B} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y \quad (99)$$

Si osserva che, qualunque sia l'edificio in questione, il termine noto della funzione $\theta^2(x)$ assume sempre segno positivo, esso, infatti, rappresenta la somma dei quadrati delle rotazioni che si registrano quando le forze sono applicate in corrispondenza dell'asse Z del sistema di riferimento scelto. Aggiungiamo che anche il primo coefficiente dell'equazione della parabola è positivo in quanto essa volge sempre la concavità verso l'alto. Esiste però una differenza sostanziale tra le parabole relative rispettivamente ad un edificio regolarmente asimmetrico e ad uno che non è tale. Nel primo caso l'equazione della parabola si annulla in corrispondenza del suo vertice, in questo caso l'ordinata del vertice rappresenta la somma dei quadrati delle rotazioni provocate dalle forze agenti nei centri di rigidezza del sistema che sono tutte rigorosamente nulle, invece nel secondo caso la quantità $\theta^2(x_o)$ risulterà strettamente positiva, poiché le forze non sono applicate nei centri di rigidezza del sistema. S'intuisce immediatamente che quanto più le caratteristiche del sistema differiscono da quelle di un edificio regolarmente asimmetrico, tanto più il valore $\theta^2(x_o)$ si discosterà da zero (Figura 2.13).

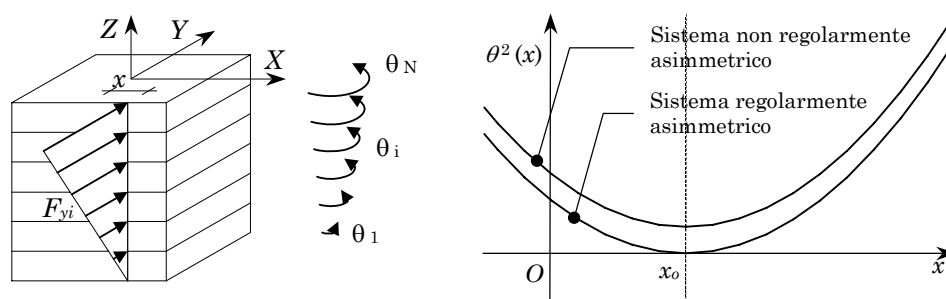


Figura 2.13. Somma dei quadrati delle rotazioni d'impalcato in funzione della posizione x del piano di carico per sistemi regolarmente e non regolarmente asimmetrici.

Al fine di confrontare sistemi con caratteristiche diverse è bene normalizzare l'equazione della parabola. Allora mettendo in evidenza il coefficiente del termine quadratico e ricordando la (91), si ottiene:

$$\theta^2(x) = \mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{F}_y \left(x^2 - 2 \cdot x_o \cdot x + \frac{\mathbf{F}_y^T \mathbf{x}_R \mathbf{B} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y}{\mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{F}_y} \right) \quad (100)$$

Questa, tramite un cambio di variabile, può essere riscritta nel seguente modo:

$$\theta^2(y) = \mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{F}_y \cdot x_o^2 (y^2 - 2 \cdot y + K_\theta) \quad (101)$$

dove

$$y = \frac{x}{x_o} \quad (102)$$

$$K_\theta = \frac{\mathbf{F}_y^T \mathbf{x}_R \mathbf{B} \mathbf{x}_R^T \mathbf{F}_y}{\mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{F}_y \cdot x_o^2} \quad (103)$$

Il cambio di variabile effettuato è accettabile solo se l'asse Z del sistema di riferimento non coincide con l'asse di torsione ottimale, ovvero se x_o è diverso da zero. Si sceglierà dunque l'origine del sistema di riferimento in modo che la sua distanza dall'asse di torsione ottimale sia pari ad un Δx arbitrariamente scelto. I valori assunti dalla funzione $\theta^2(y)$ in corrispondenza dell'origine del sistema di riferimento e del vertice valgono rispettivamente:

$$\theta^2(0) = \mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{F}_y \cdot x_o^2 \cdot K_\theta \quad (104)$$

$$\theta^2(1) = \mathbf{F}_y^T \mathbf{B} \mathbf{F}_y \cdot x_o^2 (K_\theta - 1) \quad (105)$$

ed il loro rapporto è pari a:

$$\rho_\theta = \frac{\theta^2(1)}{\theta^2(0)} = \frac{K_\theta - 1}{K_\theta} = \frac{\theta^2(x_o)}{\theta^2(x_o + \Delta x)} \quad (106)$$

Visto che la parabola di equazione $\theta^2(y)$ assume solo valori positivi il termine noto K_θ non può essere inferiore ad uno. Esso in generale dipende dalle caratteristiche della struttura, dalla distribuzione di forze agenti e dall'origine del sistema di riferimento utilizzato ma, per sistemi regolarmente asimmetrici, è sempre uguale ad uno; a questa conclusione si arriva imponendo che per un tale sistema deve essere $\theta^2(1) = 0$. Il rapporto ρ_θ , invece, assume valori compresi tra zero (solo per sistemi regolarmente simmetrici) ed uno. Allora quanto più il predetto rapporto, che in base alla (106) coincide con quello tra i quadrati delle minime rotazioni del sistema ed i quadrati delle rotazioni provocate da forze che

agiscono in corrispondenza dell'asse Z , è prossimo a zero tanto più il sistema potrà essere assimilato ad un sistema regolarmente asimmetrico. È importante osservare che se si vogliono classificare due o più edifici utilizzando il rapporto ρ_0 bisognerà fissare la stessa eccentricità Δx dai rispettivi assi di torsione ottimale. Inoltre è bene che la distanza Δx non sia elevata, infatti, basta ricordare il significato fisico del parametro di confronto per concludere che questo, in tal caso, assumerà valori prossimi a zero e distribuiti in un intervallo di ampiezza modesta, rendendo così difficile la classificazione gli edifici.

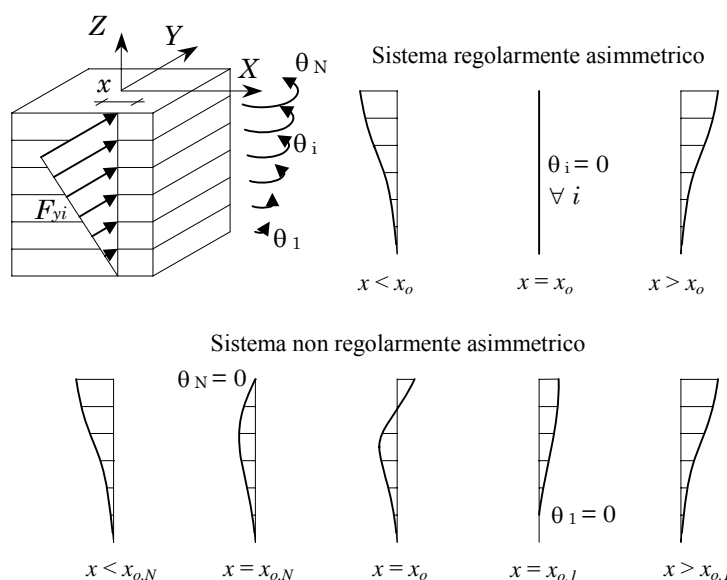


Figura 2.14. Distribuzione lungo l'altezza delle rotazioni d'impalcato.

Ulteriori differenze di comportamento, tra le due tipologie di edifici qui considerate, emergono quando si osserva come varia la distribuzione in altezza delle rotazioni d'impalcato provocate da forze orizzontali, aventi tutte lo stesso segno, al variare della posizione del piano su cui esse agiscono. In un sistema regolarmente asimmetrico gli impalcati ruoteranno tutti nel medesimo verso sotto l'effetto delle forze annullandosi solo quando il piano delle forze conterrà l'asse dei centri elastici. Per edifici che non appartengono a tale tipologia, invece, si riesce a rendere minime le rotazioni ma non è possibile annullarle tutte; inoltre fino a quan-

do la posizione del piano delle forze, nel nostro caso definita dall'ascissa x , sarà interna ad un dato intervallo che dipende dalle caratteristiche della struttura e dalla distribuzione di forze considerata, gli impalcati subiranno ai vari piani rotazioni di segno diverso. Basta ricordare le proprietà dell'asse di torsione ottimale per concludere che la sua posizione è interna all'intervallo di valori appena definito. È chiaro che, la risposta statica di un edificio multipiano è tanto più vicina a quella di un sistema regolarmente asimmetrico quanto minore è l'ampiezza di questo intervallo (Figura 2.14).

È noto che i centri di torsione C_{Ti} di una struttura non regolarmente asimmetrica non sono allineati lungo un'asse verticale, ma comunque saranno distribuiti all'interno di una zona di ampiezza limitata. Ebbene si dimostra facilmente che le rotazioni d'impalcato di un edificio, sottoposto a forze orizzontali, presentano segno diverso solamente se il piano che contiene tali forze attraversa la zona in questione, pertanto si conclude che la maggiore tra le due dimensioni di questa zona, misurate lungo X ed Y , coincide con l'ampiezza dell'intervallo cercato, in simboli,

$$\Delta d = \max((x_{T\max} - x_{T\min}), (y_{T\max} - y_{T\min})) \quad (107)$$

Al fine di dimostrare quanto è stato affermato, si supponga di determinare i centri di torsione di una struttura multipiano utilizzando le coppie $\mathbf{M}_z = 1 \cdot \mathbf{F}_y$, dove \mathbf{F}_y è un'assegnata distribuzione di forze agenti in direzione Y . Successivamente bisogna determinare il segno delle rotazioni d'impalcato quando forze \mathbf{F}_y agiscono su un piano esterno alla zona in cui sono distribuiti i centri C_{Ti} (Figura 2.15a), se con x si indica l'ascissa comune dei punti P_i in cui sono applicate le forze ciò equivale a dire $x \leq x_{T\min}$ o $x \geq x_{T\max}$. In virtù della proprietà di reciprocità di cui godono tutti i sistemi multipiano (paragrafo 3.3.1), le rotazioni provocate dalle forze \mathbf{F}_y coincidono numericamente con gli spostamenti in direzione Y dei punti P_i provocati dalle coppie $\mathbf{M}_z = 1 \cdot \mathbf{F}_y$, basta quindi dimostrare che gli spostamenti di tali punti hanno lo stesso segno. Poiché le coppie agenti hanno lo stesso segno, tutti gli impalcati ruoteranno attorno ai centri C_{Ti} nello stesso senso; allora se $x \leq x_{T\min}$ gli spostamenti dei punti P_i , che stanno tutti a sinistra del corrispondente centro di torsione, avranno lo stesso segno (Figura 2.15b). Analogamente si dimostra che gli spostamenti dei punti P_i hanno segni diversi ai vari piano quan-

do $x_{T\min} \leq x \leq x_{T\max}$, infatti in questo caso il generico P_i , a seconda del piano a cui appartiene, si troverà a sinistra o a destra del corrispondente C_{Ti} .

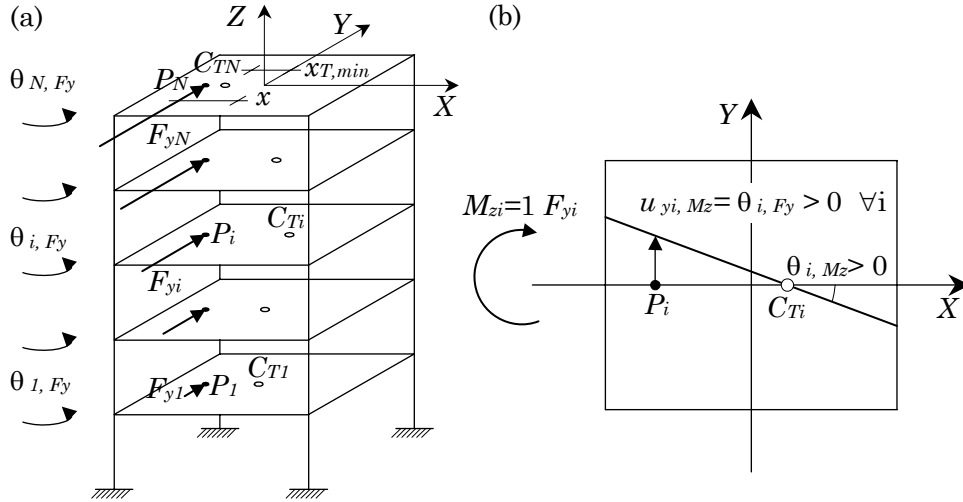


Figura 2.15. Rotazioni causate da un insieme di forze orizzontali.

Capitolo 3

RISPOSTA INELASTICA

1. Risposta inelastica di schemi semplificati asimmetrici

Tutti i codici antisismici consentono di proporzionare le strutture utilizzando sollecitazioni di progetto inferiori a quelle che esse dovrebbero sopportare per superare senza danni un terremoto severo. Ciò che consente tale riduzione è la capacità della struttura di deformarsi in campo plastico senza subire sostanziali riduzioni di resistenza e dissipando, in questo modo, parte dell'energia impartitagli dal sisma. Pertanto le conoscenze sulla risposta elastica dei sistemi asimmetrici non sono sufficienti a descrivere il comportamento delle strutture reali, le quali rimangono elastiche in occorrenza di eventi sismici di lieve entità ma subiscono forti escursioni in campo plastico quando sono sottoposte all'azione di un sisma severo. Tali motivi hanno spinto diversi ricercatori a studiare la risposta inelastica dei sistemi irregolari in pianta.

Apparve subito chiaro che l'approccio più appropriato per affrontare il problema fosse quello numerico. Così si pensò di studiare il fenomeno utilizzando i risultati di estese analisi parametriche condotte su sistemi asimmetrici diversi tra loro; questi vanno generati facendo variare quei parametri che possono ragionevolmente condizionarne la risposta. Purtroppo l'attuazione di questo tipo approccio comportò subito grosse difficoltà. Infatti, il numero di parametri che condiziona la risposta inelasti-

ca dei sistemi asimmetrici è molto elevato: a rigore questa è influenzata oltre che dai parametri che caratterizzano la risposta elastica anche dal numero, dalla posizione e dalla resistenza dei singoli elementi strutturali. Inoltre la valutazione della risposta inelastica di schemi adeguatamente rappresentativi degli edifici reali richiede un onere computazionale notevole, in pratica insostenibile con i modesti mezzi di calcolo utilizzanti negli anni in cui questi studi iniziarono a svilupparsi. Così la maggior parte dei risultati disponibili sul comportamento inelastico delle strutture irregolari in pianta sono il prodotto di studi condotti su sistemi monopiano, schemi estremamente semplici a confronto delle strutture reali. Generalmente lo schema consiste in un impalcato rigido nel proprio piano, in cui è concentrata la massa, sostenuto da due insiemi di elementi resistenti disposti lungo due direzioni ortogonali e caratterizzati da un comportamento elasto – plastico perfetto. L'uso di questo modello semplificato ha consentito, da un lato di ridurre in maniera significativa i tempi di elaborazione necessari, dall'altro, agevolati dalla possibilità di descrivere la sua risposta con pochi parametri (spostamenti d'impalcato nella direzione del sisma e richiesta di duttilità degli elementi resistenti), di estrapolare utili informazioni sul comportamento inelastico di tali sistemi e di formulare nuove linee guide per la loro progettazione.

1.1. L'influenza del numero di elementi resistenti

Se, a rigore, il numero di parametri che influenzano il comportamento inelastico dei sistemi asimmetrici è estremamente elevato è anche vero che l'influenza di alcuni di essi è così modesta da poter essere trascurata. A tal proposito, gli studi condotti da Goel e Chopra²⁸ su modelli monopiano irregolari in pianta, che differiscono per il numero di elementi resistenti N_e disposti lungo la direzione del sisma, mostrano che la loro risposta inelastica è pressoché indipendente da tale parametro. Più precisamente si osserva che i massimi valori degli spostamenti e delle rotazioni d'impalcato sono indipendenti dal parametro analizzato, mentre una modesta influenza si riscontra sugli spostamenti degli elementi di estremità, nel intervallo di periodi in cui l'accelerazione spettrale è costante. La richiesta di duttilità massima del sistema mostra invece una

sensibile dipendenza dal parametro N_e , ma solo per sistemi in cui il centro di rigidezza C_R coincide con il baricentro delle resistenze C_P .

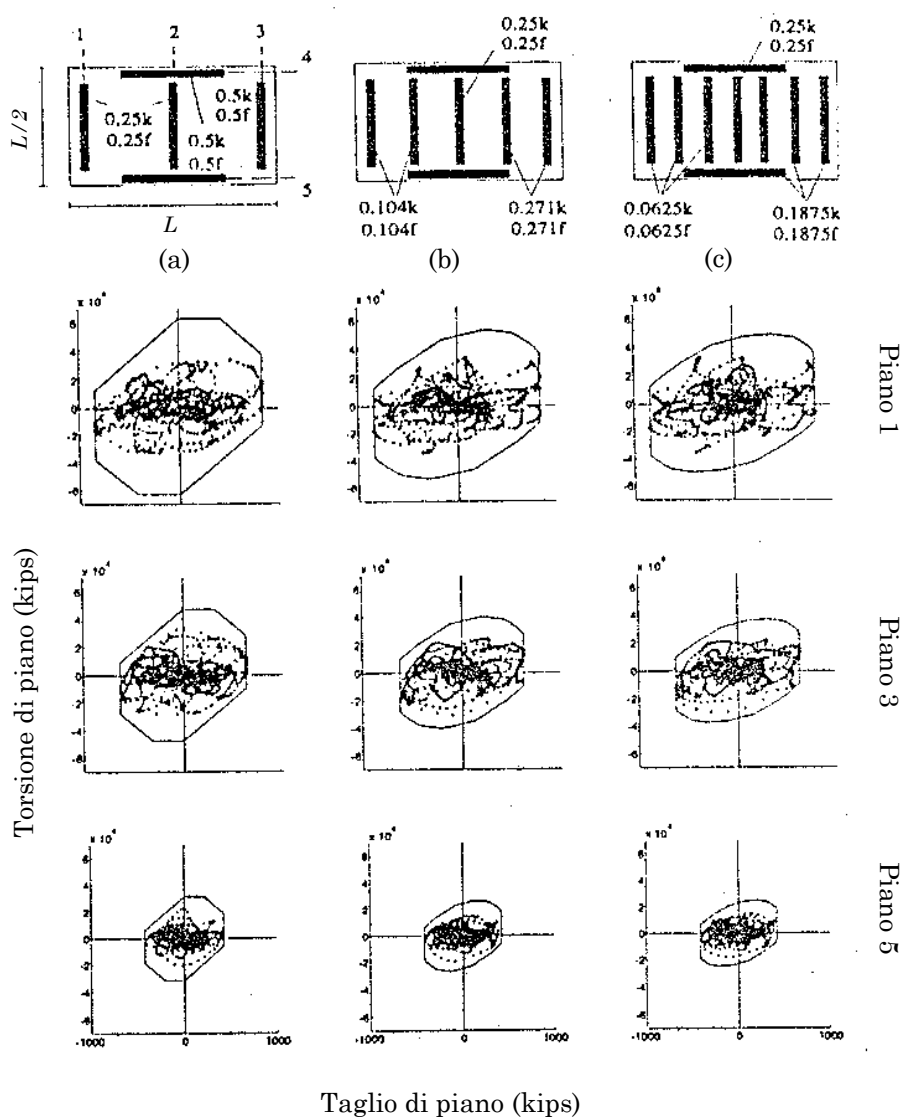


Figura 3.1. Storia nel tempo della risposta inelastica in termini di Taglio e Torsione di strutture dotate di 3, 5 e 7 elementi resistenti nella direzione del sisma.

(De la Lera e Chopra¹¹).

Questo risultato, che vale anche nel caso dei sistemi multipiano, non è scontato poiché, in linea di principio, le plasticizzazioni si evolvono in maniera differente nei diversi sistemi dando luogo a risposte diverse. Tuttavia esso diventa logico alla luce degli studi condotti da De la Lera e Chopra¹¹. Essi hanno analizzato la risposta inelastica di tre sistemi regolarmente asimmetrici a cinque piani che differiscono tra loro proprio per il numero di elementi resistenti disposti parallelamente alla direzione del sisma rispettivamente pari a 3, 5 e 7 (Figura 3.1). Tutti i sistemi sono dotati di traversi rigidi, possiedono la stessa eccentricità strutturale normalizzata e_s/L pari a 0.125, lo stesso taglio resistente pari al 15% del peso della struttura, e la stessa eccentricità di resistenza e_p/L pari a 0.125.

Ciascuna struttura è stata sottoposta all'azione di un terremoto agente in direzione Y ottenuto raddoppiando le accelerazioni della componente N – S dell'accelerogramma registrato ad El Centro. Valutata la risposta inelastica, gli autori hanno riportato la storia nel tempo del taglio di piano V_{yi} , somma dei tagli agenti sui diversi elementi resistenti disposti lungo la direzione Y , e del momento torcente di piano T_{zi} , valutato rispetto ad un punto arbitrariamente scelto, sul piano $V_y - T_z$. Sullo stesso piano hanno riprodotto pure il dominio limite Taglio – Torsione di piano, noto anche come dominio SST (Storey Shear – Torque). Questo coincide con il luogo dei punti corrispondenti a tutte le possibili combinazioni di V_{yi} e T_{zi} che, applicati staticamente, causano la piena plasticizzazione della struttura.

Si osserva che incrementando il numero di elementi il dominio taglio SST diventa più arrotondato nella zona in cui prevalgono i meccanismi torsionali (Figura 3.1). Tuttavia, poiché la risposta del sistema all'interno del dominio, che è condizionata soprattutto dall'eccentricità strutturale (uguale per i tre sistemi), non si sviluppa nella zona interessata dai cambiamenti, tutte le configurazioni considerate evidenziano risposte simili come mostrano i diagrammi riportati in Figura 3.1.

1.2. Effetti dell'accoppiamento latero-torsionale in campo plastico

In campo inelastico gli effetti dei fenomeni di accoppiamento latero-torsionale sono qualitativamente uguali a quelli che si osservano in campo elastico. Così in un sistema asimmetrico l'azione di un sisma traslazionale causa contemporaneamente moti traslatori e torsionali. A causa dei moti rotatori, le deformazioni massime degli elementi resistenti paralleli alla retta d'azione del sisma sono tra loro diseguali e si discostano da quella del corrispondente sistema bilanciato soprattutto per gli elementi posti alle estremità dell'impalcato.

Analogamente a quanto avviene nel caso elastico, il diagramma dei massimi spostamenti dell'impalcato lungo la direzione del sisma presenta un andamento curvilineo. La forma di questo diagramma e gli scostamenti che esso presenta da quello costante del corrispondente sistema bilanciato sono influenzati dall'eccentricità strutturale e_s/L e dal rapporto delle frequenze torsionale e laterale disaccoppiate Ω_0 . In particolare il suo andamento è prossimo a quello lineare per sistemi torsio-rigidi con piccoli valori di eccentricità, mentre diventa fondamentalmente curvilineo in quelli torsio-flessibili o caratterizzati da un rapporto Ω_0 prossimo ad uno soprattutto per eccentricità elevate. Il massimo spostamento del lato deformabile dell'impalcato è sempre maggiore di quello del corrispondente sistema traslante, mentre lo spostamento del lato rigido è minore di quello del bilanciato se il sistema è torsio-rigido e tende a crescere man mano che si riduce il rapporto Ω_0 fino a superarlo.

Le analogie tra la risposta elastica e quella inelastica di un sistema asimmetrico sono valide solo a livello qualitativo. Infatti, lo schema in questione, quando viene sollecitato in campo plastico, manifesta rotazioni minori di quelle riscontrate nel sistema elastico. In conseguenza di ciò, il carattere della risposta inelastica è meno rotazionale e quindi si osservano scostamenti tra gli spostamenti del sistema asimmetrico e quello dello schema bilanciato percentualmente inferiori a quelli riscontrabili nel caso elastico.

Si riescono a spiegare queste differenze di comportamento se si osserva come variano le caratteristiche dinamiche del sistema durante il sisma. Soprattutto in sistemi dotati di periodo traslazionale modesto,

l'eccitazione sismica produce abbondanti plasticizzazioni negli elementi paralleli alla direzione del moto al suolo modificando nel tempo l'eccentricità strutturale. Per effetto delle oscillazioni di e_s , che può addirittura invertirsi, le rotazioni d'impalcato risultano più contenute. Bisogna inoltre aggiungere che mentre gli elementi paralleli si plasticizzano di frequente quelli ortogonali raggiungono raramente il limite elastico e per tempi più brevi. Così avviene che, per lunghi intervalli di tempo, la rigidezza traslazionale $K_y(t)$ risulta sensibilmente ridotta rispetto al valore iniziale, mentre quella torsionale $K_{\theta R}(t)$ si mantiene prossima al livello iniziale perché il contributo ad essa degli elementi ortogonali rimane pressoché inalterato. Durante questi intervalli di tempo il sistema diventa più rigido torsionalmente di quanto non lo era inizialmente e di conseguenza meno sensibile ai fenomeni di accoppiamento latero-torsionale. È ovvio che il fenomeno descritto è tanto più rilevante quanto maggiore è il contributo degli elementi resistenti ortogonali alla rigidezza torsionale del sistema; tuttavia va tenuto in conto che nella realtà la struttura sarà esposta a due componenti orizzontali del moto al suolo e pertanto anche gli elementi trasversali subiranno rilevanti escursioni in campo plastico^{27, 49}. Sulla base di tale osservazione diversi ricercatori, nell'ambito dei loro studi sulla risposta inelastica di strutture asimmetriche soggetti ad input sismico mono-direzionale, hanno utilizzato sistemi in cui gli elementi trasversali forniscono un contributo modesto o trascurabile alla rigidezza torsionale.

1.3. L'influenza della distribuzione di resistenza

Una delle problematiche di maggior interesse è senz'altro quella di stabilire come, al variare della ripartizione in pianta del taglio resistente, si modifichi la risposta inelastica di un sistema asimmetrico. Il problema è stato affrontato da diversi autori^{14, 22, 58} esaminando la risposta sismica di schemi monopiano. Per ciascuno schema le diverse distribuzioni in pianta della resistenza si ottengono ripartendo tra i telai il taglio di progetto, pari a quello ricavato dallo spettro elastico diviso il fattore di struttura q (il valore di q generalmente si assume pari a 4 o 5 in modo che il sistema subisca forti escursioni in campo plastico sotto l'azione del sisma). Tale ripartizione avviene o in proporzione alla rigidezza la-

terale degli elementi resistenti, così come accade in un sistema traslante, oppure applicando le prescrizioni relative alle strutture asimmetriche stabilite da diversi codici antisismici (N.B.C.C., N.Z.S. e U.B.C.).

Tali norme prevedono che si valuti la risposta statica della struttura con due schemi di carico. In entrambi i casi, la forza sismica F_y va applicata eccentricamente rispetto al centro di rigidezza ma con eccentricità diverse, pari rispettivamente ad e_{max} ed e_{min} . Il taglio resistente del generico elemento coincide con il più grande tra i valori determinati nei due casi. Le due eccentricità di progetto si valutano utilizzando delle semplici relazioni che sono formalmente analoghe per tutti i codici considerati:

$$e_{max} = \alpha \cdot e_s + \beta \cdot L \quad (1a)$$

$$e_{min} = \delta \cdot e_s - \beta \cdot L \quad (1b)$$

Il significato dei diversi termini è stato già spiegato nel Capitolo 1. I valori dei coefficienti α , δ , e β , diversi da norma a norma, sono riassunti nella Tabella 3.1.

Tabella 3.1. Coefficienti per il calcolo delle eccentricità di progetto.

| Normativa | α | δ | β |
|-----------|----------|----------|---------|
| N.B.C.C. | 1.50 | 0.50 | 0.05 |
| N.Z.S. | 1.00 | 1.00 | 0.10 |
| U.B.C. | 1.00 | 1.00 | 0.05 |

Quando la forza agisce in posizione eccentrica rispetto al centro di rigidezza l'impalcato trasla e ruota al tempo stesso. Per effetto della rotazione, la distribuzione in pianta del taglio resistente è diversa da quella del corrispondente sistema traslante, dove la resistenza di ciascun elemento è proporzionale alla sua rigidezza. Infatti, detta e_d l'eccentricità di progetto, che determina per l' i -esimo elemento resistente lo stato di sollecitazione più gravoso, la resistenza di progetto dell'elemento in questione sarà:

$$V_{yi} = F_y \frac{k_{yi}}{K_y} + F_y \cdot e_d \frac{k_{yi} x_i}{K_y \cdot r_k^2} = F_y \frac{k_{yi}}{K_y} \left(1 + \frac{e_d x_i}{r_k^2} \right) = V_{yi}^o \cdot \Gamma_{i,d} \quad (2)$$

dove k_{yi} è la rigidezza laterale dell' i -esimo telaio, K_y la rigidezza complessiva del sistema nella direzione del sisma, r_k il raggio d'inerzia delle rigidezze valutato rispetto a C_R , ed infine x_i indica l'ascissa dell' i -esimo elemento rispetto a C_R . Questa relazione mostra che il taglio resistente V_{yi} si può ottenere moltiplicando il corrispondente V_{yi}^o , pari al valore che si ottiene ripartendo la resistenza complessiva in proporzione alla rigidezza degli elementi, per un fattore $\Gamma_{i,d}$ che, a seconda dei casi, può essere amplificativo o riduttivo. Ricordando l'espressione di e_d si ricavano immediatamente le relazioni per il calcolo di $\Gamma_{i,d}$:

$$\Gamma_{i,d} = \max[\Gamma_i(e_{\max}), \Gamma_i(e_{\min})] \quad (3)$$

dove:

$$\Gamma_i(e_{\max}) = 1 + \frac{\alpha x_i}{r_k^2} e_s + \frac{\beta x_i L}{r_k^2} \quad (4a)$$

$$\Gamma_i(e_{\min}) = 1 + \frac{\delta x_i}{r_k^2} e_s - \frac{\beta x_i L}{r_k^2} \quad (4b)$$

è facile verificare che, quando si applicano le prescrizioni di normativa, la resistenza degli elementi del lato flessibile è sempre maggiore di V_{yi}^o , mentre quella degli elementi del lato rigido può essere sia minore che maggiore di V_{yi}^o (Figura 3.2).

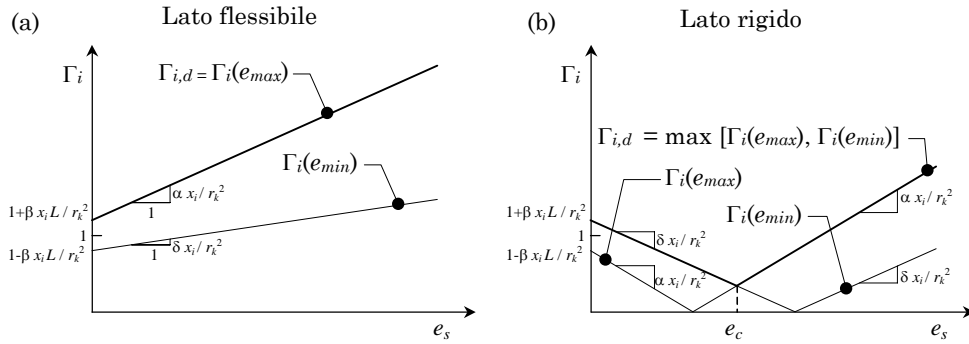


Figura 3.2. Fattore di resistenza; (a) elemento del lato flessibile, (b) elemento del lato rigido.

Inoltre è interessante osservare che, se si trascura l'eccentricità accidentale e_a , esisterà un particolare valore dell'eccentricità per cui la resistenza dell'elemento del lato rigido si annulla. Dunque l'introduzione

della e_a nelle formule delle eccentricità di progetto, non solo tiene conto dei fenomeni aleatori discussi nel Capitolo 1, ma consente anche di stabilire un minimo di resistenza al di sotto del quale non è possibile scendere (Figura 3.2). L'eccentricità e_c che corrisponde a tale minimo è denominata *eccentricità critica*.

Nei diversi studi condotti in questo ambito, i parametri esaminati sono gli spostamenti delle due estremità dell'impalcato, che forniscono informazioni sul danno subito dagli elementi non strutturali, e la richiesta di duttilità degli elementi portanti, che quantifica il danno strutturale. Per evidenziare gli effetti dell'accoppiamento latero-torsionale tali parametri sono stati normalizzati rispetto a quelli del corrispondente sistema bilanciato.

Nonostante i ricercatori che hanno studiato queste problematiche siano partiti da ipotesi diverse (sistemi differenti per il numero di elementi resistenti, valutazione della risposta inelastica del sistema in oggetto per un solo accelerogramma o per più accelerogrammi, ecc.) essi giungono alle medesime conclusioni. Pertanto, di seguito saranno mostrati solo i risultati ottenuti da Tso e Zhu⁵⁸, i quali hanno esaminato la risposta di un insieme di sistemi che coprono un ampio intervallo di configurazioni strutturali. Queste differiscono tra loro per il rapporto tra le frequenze torsionale e laterale disaccoppiate Ω_0 , così da studiare il fenomeno sia per sistemi torsio-rigidi che torsio-flessibili, e per il valore dell'eccentricità strutturale e_s , che varia da valori modesti a valori elevati.

Tutti gli schemi analizzati possiedono tre elementi resistenti disposti lungo la direzione in cui agisce l'eccitazione sismica e la stessa rigidità laterale K_y . La distribuzione in pianta della rigidità invece non è uguale per tutti i sistemi cosicché è possibile distinguere nove diverse configurazioni (Figura 3.3); ciascuna di queste è caratterizzata dall'eccentricità di C_R rispetto a C_G , che assume i valori $0.0 L$, $0.2 L$ e $0.4 L$, e dal rapporto tra le rigidità del secondo e terzo elemento, corrispondente a $k_{y3} = 10k_{y2}$, $k_{y3} = k_{y2}$ e $10k_{y3} = k_{y2}$ (i tre casi saranno di seguito indicati rispettivamente con le lettere A, B e C). I nove sistemi spaziano quindi da quelli torsio-rigidi con distribuzione simmetrica della rigidità ($0.0 L / A$) a quelli torsio-flessibili con elevata eccentricità di

rigidezza. Infine, per ciascuna configurazione strutturale si è fatta variare l'eccentricità e_s spostando il centro di massa, inizialmente coincidente con quello di rigidezza, verso destra.

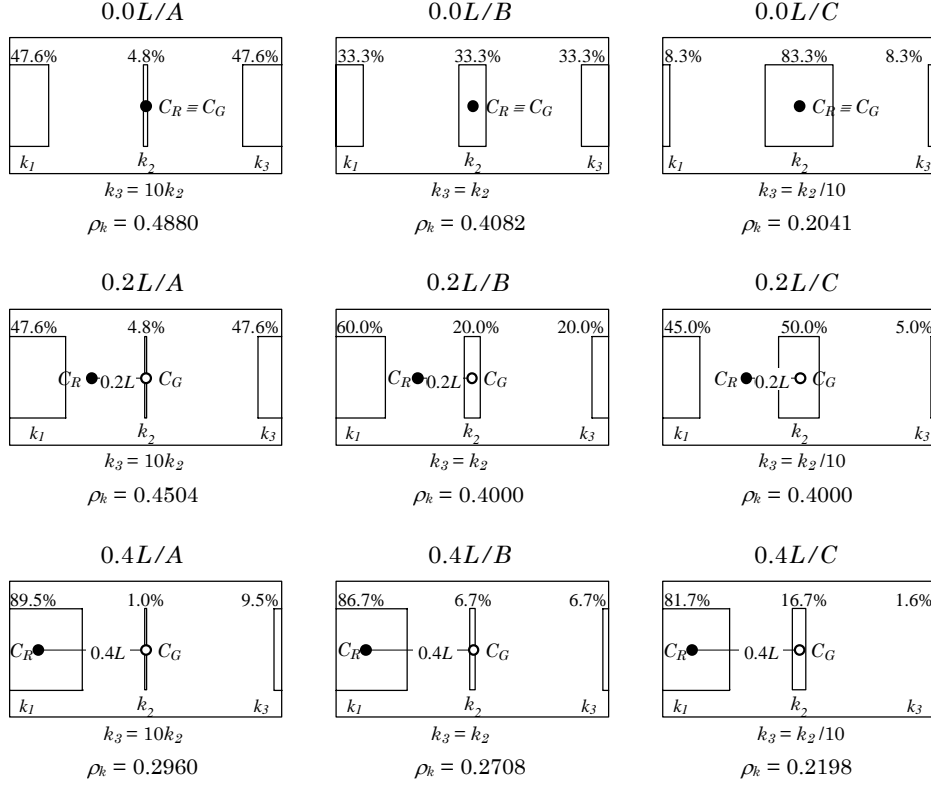


Figura 3.3. Configurazioni strutturali esaminate.

I risultati delle analisi mostrano che lo spostamento normalizzato u_n del lato flessibile è sempre superiore all'unità; esso aumenta quando cresce l'eccentricità strutturale e quando diminuisce il rapporto Ω_0 . La risposta del lato rigido è più articolata; qui per i sistemi torsio-rigidi lo spostamento del sistema asimmetrico è sempre inferiore a quello del corrispondente sistema bilanciato e si riduce all'aumentare dell'eccentricità e_s , invece per i sistemi torsio-flessibili accade esattamente il contrario con u_n che si mantiene maggiore del valore unitario e cresce con e_s . Tutto ciò è ovvio ed è perfettamente in linea con quanto era stato esposto nel paragrafo 1.2. Invece è interessante osservare che sia al lato rigido

sia al lato flessibile lo spostamento normalizzato è pressoché indipendente dalla distribuzione di resistenza adottata, questo risultato, estremamente importante, è stato confermato anche da altri studi^{28, 49}. Le uniche differenze si riscontrano per gli schemi dotati di un'eccentricità strutturale prossima a quella critica. Infatti, in questi casi, progettando con la normativa americana o con quella neozelandese si assegna all'elemento del lato rigido una resistenza prossima a zero; in conseguenza di ciò l'elemento del lato rigido si plasticizza quasi subito riducendo sensibilmente l'eccentricità strutturale e quindi la componente torsionale della risposta. Questo fenomeno non si ripete negli altri due casi per via della maggiore resistenza assegnata all'elemento rigido, il che spiega le differenze anzidette.

Se la distribuzione in pianta della resistenza non influenza gli spostamenti del sistema, certamente non si può dire lo stesso a proposito della richiesta di duttilità. I diagrammi rappresentati in Figura 3.4 mostrano che, se si assegna la resistenza in proporzione alla rigidezza degli elementi (curva contrassegnata con la sigla S.P.), la richiesta di duttilità normalizzata d dell'elemento sul lato flessibile attinge sempre a valori superiori all'unità. Il valore assunto da d è tanto più elevato quanto maggiore è l'eccentricità e minore è la rigidezza torsionale dello schema. Al contrario, se si utilizzano gli accorgimenti proposti dalle normative considerate, la richiesta di duttilità normalizzata si mantiene inferiore ad uno per qualunque valore di e_s . Ciò tuttavia non significa che le normative sono eccessivamente conservative, anzi queste, sottovalutando l'entità dei moti torsionali in campo elastico per i sistemi con $\Omega\theta \leq 1.0$ dotati di eccentricità non molto elevata (vedi Capitolo 1), non riescono ad evitare la plasticizzazione dell'elemento lato flessibile per sismi moderati.

Differenze ancora più rilevanti si riscontrano per la richiesta di duttilità normalizzata registrata sul lato rigido della struttura (Figura 3.5). Qui si osserva che d attinge al valore massimo in corrispondenza dell'eccentricità critica. Tale massimo è molto elevato quando si progetta con l'U.B.C. ed in minor misura con la N.Z.S., poiché queste consentono forti riduzioni di resistenza al lato rigido, mentre raggiunge valori al più poco superiori ad uno se si proporziona la struttura con la

N.B.C.C. che ammette riduzioni di resistenza meno rilevanti. Il fenomeno descritto è più rilevante (valori maggiori di d in corrispondenza di e_c , maggiore ampiezza dell'intervallo in cui d supera il valore unitario) soprattutto nei sistemi torsio-flessibili in cui, a dispetto della riduzione di resistenza del telaio sul lato rigido (quindi del suo spostamento al limite elastico) consentito da alcune norme antisismiche, gli spostamenti crescono rispetto a quello del sistema bilanciato.

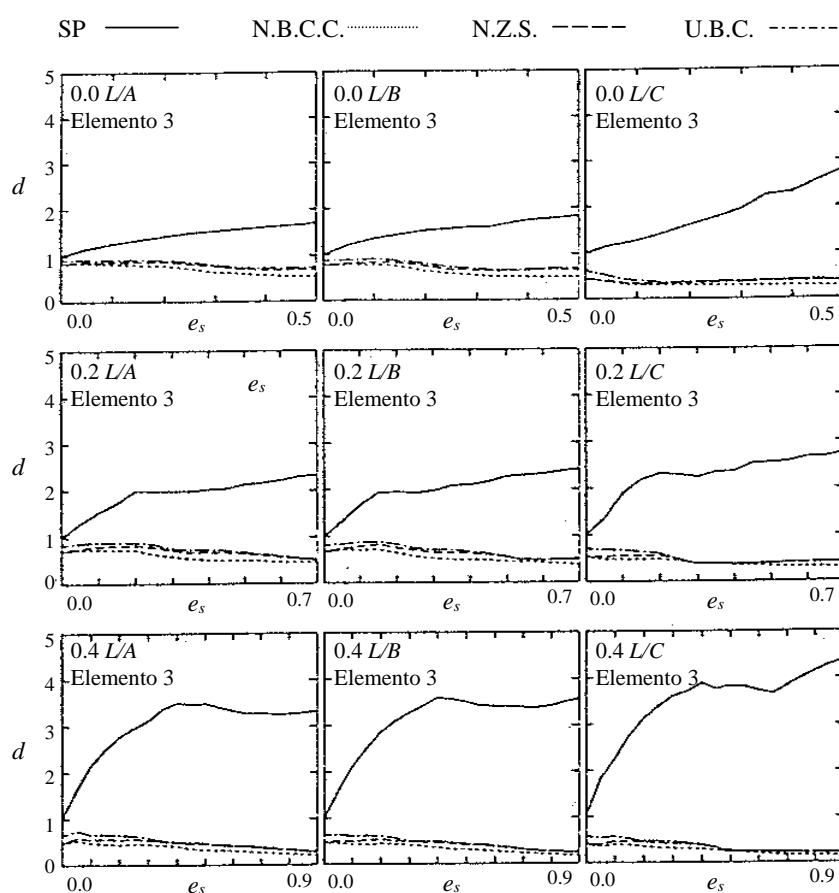


Figura 3.4. Richiesta di duttilità normalizzata dell'elemento al lato flessibile. (Tso e Zhu⁵⁸).

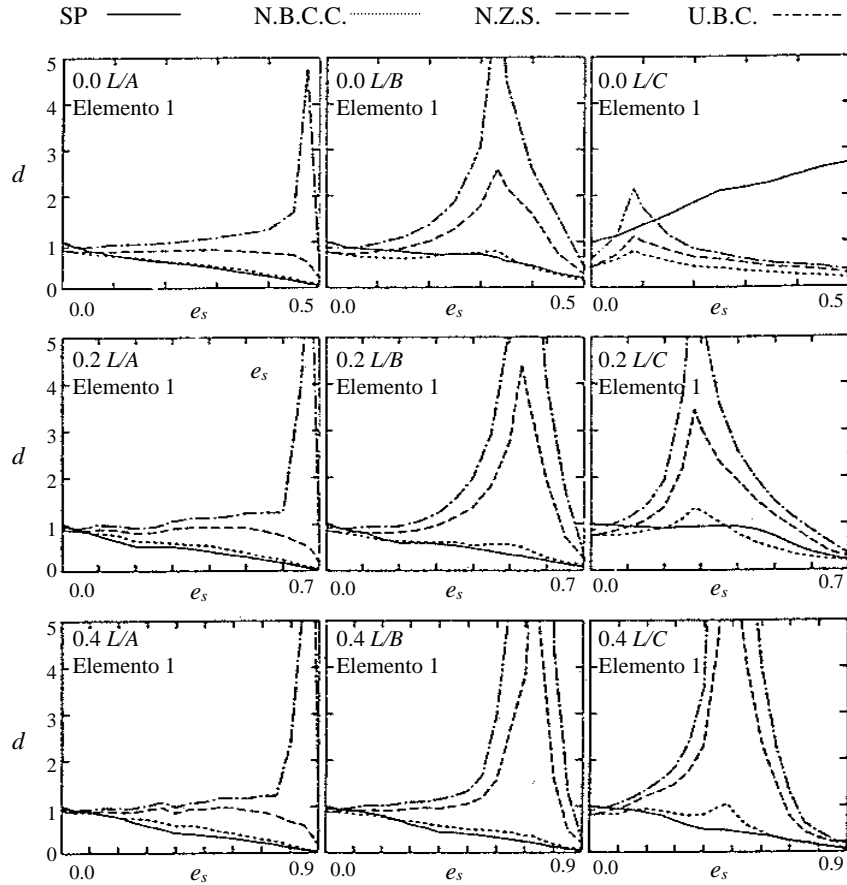


Figura 3.5. Richiesta di duttilità normalizzata dell'elemento al lato rigido.
(Tso e Zhu⁵⁸).

2. Caratteristiche degli schemi asimmetrici multipiano

Come emerge dai paragrafi precedenti il bagaglio delle conoscenze acquisite sulla risposta inelastica delle strutture con irregolarità planimetrica è frutto essenzialmente di studi condotti con sistemi monopiano. Negli ultimi anni tali schemi sono stati accusati da più parti^{15, 16, 42} di descrivere in maniera eccessivamente semplificata e quindi poco reali-

stica il comportamento degli edifici reali. Così oggi è fortemente sentita la necessità di verificare i risultati conseguiti sui sistemi monopiano studiando la risposta sismica di schemi multipiano⁵¹.

L'adozione del modello multipiano può indubbiamente fornire informazioni più complete e realistiche sul comportamento sismico delle strutture irregolari in pianta, tuttavia il suo impiego comporta non pochi problemi. Infatti, la risposta inelastica di questo schema è condizionata da un gran numero di presupposti e parametri (il criterio di progetto adottato, la sovreresistenza delle singole sezioni, ecc.), che connessi alle differenze dell'input sismico possono alterare la sequenza di formazione delle cerniere plastiche ed il meccanismo di collasso. Inoltre la complessità del modello spesso rende le analisi numeriche così onerose e lente (anche disponendo di computer potenti) da limitare lo studio a poche applicazioni, dalle quali è pericoloso trarre conclusioni generali.

Per tali motivi, la scelta del modello più appropriato rappresenta una fase determinante nell'ambito di uno studio sulla risposta inelastica di sistemi multipiano. Tale scelta è condizionata da due diverse esigenze che spingono i ricercatori verso direzioni opposte. Da una parte si avverte la necessità di semplificare, tramite opportune ipotesi restrittive, gli schemi da analizzare: ciò rende le analisi meno onerose e, soprattutto, consente di ridurre sia il numero dei parametri che condizionano la risposta inelastica sia di quelli che la descrivono. D'altronde l'introduzione di ipotesi semplificative può condurre a modelli che trascurano aspetti rilevanti del fenomeno da studiare; tale pericolo spesso induce i ricercatori ad utilizzare modelli estremamente attinenti alla realtà di cui, però, è quasi impossibile interpretare i risultati.

In passato, spinti dalla volontà di semplificare il problema, Duan e Chandler¹⁶ hanno esaminato la risposta inelastica degli edifici asimmetrici tramite schemi shear-type, cioè sistemi costituiti da impalcati rigidi nel proprio piano sostenuti da telai con travi rigide. La risposta di tali schemi è poco realistica. Infatti, nel modello in questione, le cerniere plastiche si aprono solo alle estremità delle colonne dando luogo a meccanismi di piano, mentre ciò generalmente non accade nelle strutture reali che vanno progettate in maniera da favorire la plasticizzazione delle travi ottenendo meccanismi di collasso di tipo globale. Per tale motivo

Moghadam e Tso^{42, 44} utilizzano nelle loro analisi un modello più fedele alla realtà, ma molto più complesso del precedente, in cui gli elementi resistenti sono costituiti da telai piani dotati di travi e colonne entrambe deformabili. Tutte le aste possono plasticizzarsi nelle sezioni di estremità, tuttavia, in accordo con la teoria del capacity design, la resistenza dei diversi elementi è stata assegnata in modo che le cerniere si aprano prevalentemente nelle travi ed alla base delle colonne del primo ordine.

Nei paragrafi successivi si mostrano quegli aspetti del comportamento sismico dei telai multipiano che non possono essere colti mediante telai monopiano con traversi rigidi ma che potrebbero influenzare la risposta degli edifici irregolari in pianta dotati di struttura intelaiata. Per raggiungere tale obiettivo, attraverso una serie di esempi, si mettono in evidenza le problematiche che nascono mentre si passa dal sistema monopiano ideale (costituito da elementi resistenti elastici perfettamente plastici, i quali da adesso saranno denominati sistemi monopiano shear-type) ai sistemi multipiano con struttura intelaiata, attraverso uno stadio intermedio costituito dal sistema monopiano intelaiato (un insieme tridimensionale di telai ad un piano). Tali riflessioni da un lato sottolineano la necessità di utilizzare modelli più realistici degli schemi monopiano per esaminare la risposta sismica degli edifici asimmetrici, dall'altro costituiscono un utile ausilio nella scelta di un modello multipiano che fornisca risultati coerenti con la realtà e che, al tempo stesso, possano essere descritti attraverso un numero ragionevole di parametri.

2.1. La sovrarresistenza

Il comportamento di un telaio monopiano shear-type è elastico fino a che la forza orizzontale è inferiore al valore di progetto, ma quando tale valore viene raggiunto tutte le cerniere plastiche si aprono contemporaneamente trasformando il sistema in un meccanismo. Il comportamento di un telaio multipiano differisce da quello appena descritto poiché, in questo caso, molte sezioni possiedono una sovrarresistenza, cioè una resistenza maggiore di quella strettamente richiesta dall'analisi di progetto. Le ragioni che determinano la comparsa della sovrarresistenza delle se-

zioni sono molteplici. Nel caso di telai in acciaio, ragioni tecnologiche ed economiche impongono l'uso di un limitato numero di sezioni; nelle strutture in cemento armato l'uso delle armature consente di ridurre, ma non di eliminare completamente, le differenze tra la resistenza richiesta e quella fornita. Tuttavia ancora più rilevante è la sovraresistenza che scaturisce dall'uso più condizioni di carico per il proporzionamento della struttura (secondo l'EC8 ed altre norme: carichi verticali incrementati in assenza di forze orizzontali, carichi verticali ridotti in concomitanza di forze orizzontali). Come conseguenza di ciò, sotto l'azione delle forze orizzontali di progetto le cerniere plastiche si formano solo in alcune sezioni e dunque il telaio sarà ancora in grado di assorbire ulteriori incrementi del carico prima di raggiungere il collasso.

Dopo aver definito la resistenza di tutte le sezioni, il moltiplicatore di collasso α_c di una data distribuzione di forze orizzontali ed il taglio globale limite alla base V_{lim} (somma delle forze orizzontali agenti sul telaio all'atto dell'incipiente collasso) possono essere facilmente valutati per mezzo di analisi push-over o utilizzando i teoremi dell'analisi limite. La *sovraresistenza globale* O_s del telaio può quindi essere definita come il rapporto tra il taglio limite ed il taglio di progetto alla base del telaio.

L'esempio che segue mostra come l'entità della sovraresistenza è influenzata dall'uso di più condizioni di carico e, in particolare, dal rapporto tra l'entità dei carichi verticali e delle forze orizzontali. Si consideri un edificio in acciaio a sei piani; su ciascun impalcato grava un carico verticale pari a $q = 5.1 \text{ kN m}^{-2}$ nella condizione di carico sismica (carichi permanenti più carichi verticali ridotti) che corrisponde, in assenza di forze sismiche, ad un valore di progetto di $q_d = 9.6 \text{ kN m}^{-2}$ (carichi permanenti e variabili incrementati attraverso i coefficienti di sicurezza parziali $\gamma_g = 1.4$ e $\gamma_q = 1.5$ stabiliti dall'Eurocodice). La rigidezza delle aste dei telai trasversali (Figura 3.6) è stata determinata così da ottenere il periodo del primo modo di vibrazione pari a $T_1 = 1.0 \text{ s}$; il momento d'inerzia delle travi I_b è uguale a tutti i piani, così come quello delle colonne I_c ; il loro rapporto vale $I_b / I_c = 0.364$; questi valori sono stati assegnati indipendentemente da quelli disponibili tra i profilati commerciali. Le azioni sismiche per l'analisi statica della struttura sono state valutate in accordo con lo spettro elastico proposto dall'Eurocodice 8 per

suoli di tipo A con $\alpha = 0.35$, ridotto attraverso un fattore di struttura $q = 5$, considerando una distribuzione delle forze lungo l'altezza lineare. La Figura 3.7 mostra che, nel caso in questione, la distribuzione lineare coincide sostanzialmente con quella associata al primo modo di vibrazione, le differenze percentuali tra i due sistemi di forze sono sempre inferiori al 10%, mentre differenze ancora più modeste si riscontrano tra le sollecitazioni da esse prodotte.

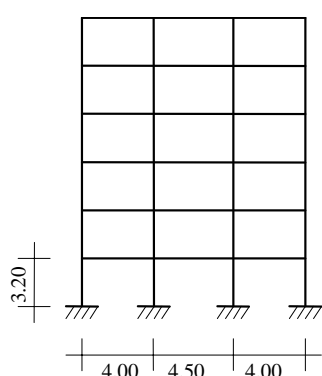


Figura 3.6. Telaio trasversale.

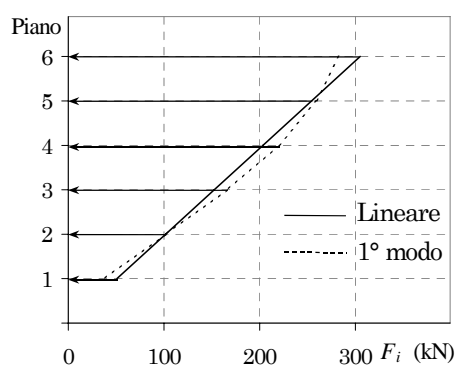


Figura 3.7. Distribuzioni di forze.

Le sollecitazioni di progetto sono state prima valutate con una sola condizione di carico (forze orizzontali) e successivamente come l'involuppo di più condizioni di carico (carichi verticali incrementati, carichi verticali ridotti più o meno le forze orizzontali); in questo caso sono stati assunti differenti valori dei carichi verticali, corrispondenti ad una uniforme distribuzione del carico degli impalcati tra i telai trasversali q_u , alla metà di questo (come se il carico si ripartisse equamente tra i telai trasversali e quelli longitudinali) ed al doppio di questo (per controllare cosa accade in presenza di carichi verticali molto forti rispetto alle azioni orizzontali). Nel primo caso ad ogni sezione è stata assegnata la resistenza strettamente necessaria, mentre nel secondo sono state considerate anche altre possibilità (uguale resistenza per entrambe le estremità di ogni trave, uguale resistenza per tutte le travi di un piano).

Uno dei principali obiettivi del progetto in zona sismica è raggiungere un meccanismo di collasso di tipo globale, con cerniere plastiche alle estremità di tutte le travi ed al piede delle colonne del primo ordine,

così da utilizzare al meglio le risorse di duttilità dello schema. D'altronde oggi esistono strumenti che ci consentono di raggiungere tale obiettivo (Lee³⁶, Mazzolani e Piluso⁴¹, Neri ed al.^{21, 40, 46}), pertanto si è calcolato il taglio limite del telaio assumendo a priori che il suo meccanismo di collasso sia di tipo globale. Fissata una distribuzione di forze orizzontali F_i , l'ipotesi introdotta sul meccanismo permette di calcolare immediatamente il moltiplicatore di collasso α_c attraverso il teorema cinematico:

$$\alpha_c = \frac{\sum_{j=1}^{n_c} M_{c,j1}^p + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_b} \sum_{s=1}^2 M_{b,ji}^s}{\sum_{i=1}^{n_s} F_i h_i} \quad (5)$$

dove N è il numero di piani, n_c il numero di colonne, n_b il numero di campate, h_i indica la quota dell' i -esimo piano rispetto alla base del telaio, mentre $M_{b,ji}^s$ e $M_{c,j1}^p$ rappresentano rispettivamente il momento resistente della generica sezione di estremità appartenente alla j -esima trave dell' i -esimo piano e quello della sezione al piede del generico pilastro del primo ordine. Valutato α_c si determina il taglio limite alla base:

$$V_{\lim} = \alpha_c \sum_{i=1}^{n_s} F_i = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} F_i}{\sum_{i=1}^{n_s} F_i h_i} \left(\sum_{j=1}^{n_c} M_{c,j1}^p + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_b} \sum_{s=1}^2 M_{b,ji}^s \right) \quad (6)$$

Per ciascuno dei casi considerati il rapporto tra il taglio limite e quello di progetto ci fornisce la sovrarresistenza del telaio. Il riepilogo dei risultati ottenuti è riportato nella Tabella 3.2. Ovviamente quando non si considera la presenza di carichi verticali e si assegna alle sezioni la resistenza strettamente necessaria il telaio riuscirà a sopportare appena le forze di progetto, cioè la sovrarresistenza globale è unitaria. L'uso di più condizioni di carico, connessa alla presenza dei carichi verticali, incrementa il valore del parametro in questione tanto di più quanto maggiore è la loro intensità. Nel caso di riferimento (carico verticale pari a q_u) l'incremento di resistenza è appena superiore al 50% mentre si attesta su valori del 25% per carichi verticali modesti e supera il 100% per carichi verticali elevati, pur avendo assegnato ad ogni sezione la resistenza

strettamente necessaria. Va rilevato che non ha importanza il valore del carico verticale in sé ma solo il suo effetto in rapporto alle forze orizzontali. Se s'incrementano con lo stesso fattore sia i carichi verticali sia quelli orizzontali, la sovrarresistenza globale rimarrà immutata.

L'effetto dell'unificazione delle sezioni nel caso in questione è scarsamente rilevante, a causa della regolarità dello schema (ma esso potrebbe divenire rilevante nel caso di luci fortemente diseguali). L'uso di sezioni commerciali, assieme alla necessità di soddisfare altre condizioni come i limiti sulla deformabilità della struttura, conduce ad un ulteriore incremento di resistenza che, in altri esempi, è stato quantificato in circa il 30%.

Altri aspetti possono condizionare la sovrarresistenza. Alcuni casi esaminati mostrano che l'influenza della distribuzione di forze adottata (costante, lineare, proporzionale al primo modo di vibrazione, ecc.) è modesta, mentre riducendo il numero di piani si ottiene un incremento della sovrarresistenza, probabilmente perché esso riduce l'effetto delle azioni orizzontali rispetto a quello dei carichi verticali.

Tabella 3.2. Sovrarresistenza globale del telaio.

| condizioni di carico | Resistenza delle sezioni | carico verticale | | |
|----------------------|-----------------------------|------------------|-------|---------|
| | | $0.5 q_u$ | q_u | $2 q_u$ |
| unica | strettamente necessaria | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| diverse | strettamente necessaria | 1.26 | 1.55 | 2.26 |
| diverse | uguale per le due estremità | 1.27 | 1.58 | 2.33 |
| diverse | uguale ad ogni piani | 1.30 | 1.61 | 2.49 |

Riscrivendo opportunamente la (6) si riesce ad esprimere il taglio limite alla base come somma di più contributi: il contributo delle sezioni al piede delle colonne del primo ordine (sezioni del livello 0), quello delle sezioni d'estremità delle travi del primo piano (sezioni del livello 1), ecc:

$$V_{\lim} = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} F_i}{\sum_{i=1}^{n_s} F_i h_i} \left(\sum_{j=1}^{n_c} M_{c,j1}^p + \sum_{j=1}^{n_b} \sum_{s=1}^2 M_{b,j1}^s + \cdots + \sum_{j=1}^{n_b} \sum_{s=1}^2 M_{b,jN}^s \right) = \sum_{i=0}^N V_{\lim,i} \quad (7)$$

Tale scomposizione non è puramente formale. Infatti, se si ricorda che il telaio progettato per resistere alle sole forze sismiche, assegnando alle sezioni critiche la resistenza appena necessaria, è privo di sovrarresistenza, il significato fisico dei termini della (7) ci suggerisce la definizione della *sovrarresistenza del telaio al generico livello*, questa coincide con il rapporto tra il contributo al taglio limite delle sezioni critiche di quel livello $V_{\text{lim},i}$ ed il corrispondente valore relativo al telaio privo di sovrarresistenza $V_{\text{lim},i}^0$, si calcola:

$$\frac{V_{\text{lim},0}}{V_{\text{lim},0}^0} = \frac{\sum_{j=1}^{n_c} M_{c,j1}^p}{\sum_{j=1}^{n_c} |M_{c,j1}^{p,F}|} \quad (8a)$$

$$\frac{V_{\text{lim},i}}{V_{\text{lim},i}^0} = \frac{\sum_{j=1}^{n_b} \sum_{s=1}^2 M_{b,ji}^s}{\sum_{j=1}^{n_b} \sum_{s=1}^2 |M_{b,ji}^{s,F}|} \quad (8b)$$

dove $M_{c,j1}^{p,F}$ e $M_{b,ji}^{s,F}$ indicano i momenti flettenti che nascono rispettivamente nelle sezioni critiche delle colonne del primo ordine ed in quelle delle travi per effetto delle forze sismiche di progetto. È interessante osservare che non è necessario valutare $V_{\text{lim},i}$ e $V_{\text{lim},i}^0$ per calcolare la sovrarresistenza del telaio all'i-esimo livello, poiché, se si conoscono i momenti resistenti delle sezioni critiche e le sollecitazioni sismiche, si può determinare $V_{\text{lim},i}/V_{\text{lim},i}^0$ utilizzando le (8). È stata valutata la sovrarresistenza ai diversi livelli del telaio progettato per resistere sia alle forze sismiche che ai carichi verticali di intensità q_u con resistenza delle sezioni strettamente necessaria. La Tabella 3.3 contiene il riepilogo dei risultati. Come era logico aspettarsi la sovrarresistenza è maggiore ai piani alti mentre si riduce quando ci si sposta verso i piani bassi, poiché qui l'effetto delle forze sismiche è più rilevante rispetto a quello dei carichi verticali. Inoltre si può osservare che la sovrarresistenza dei pilastri del primo ordine assume un valore prossimo all'unità, perché i carichi verticali provocano momenti flettenti modesti in questi elementi.

Tabella 3.3. Distribuzione in altezza della sovrarresistenza.

| Livello | $V_{\text{lim},i}$ (kN) | $V_{\text{lim},i}^0$ (kN) | $V_{\text{lim},i}/V_{\text{lim},i}^0$ |
|---------|-------------------------|---------------------------|---------------------------------------|
| 6 | 53.68 | 171.66 | 3.20 |
| 5 | 100.62 | 195.92 | 1.95 |
| 4 | 148.36 | 241.16 | 1.63 |
| 3 | 186.05 | 278.94 | 1.50 |
| 2 | 204.96 | 297.90 | 1.45 |
| 1 | 178.68 | 271.27 | 1.52 |
| 0 | 195.45 | 201.84 | 1.03 |

Questa lunga discussione sulla sovrarresistenza non è pura pedanteria ed è in stretta connessione con lo studio dei sistemi asimmetrici multi-piano. Gli elementi resistenti delle strutture reali sono sempre dotati di una resistenza alle azioni sismiche superiore a quelle strettamente richieste dall'analisi. Inoltre la sovrarresistenza del generico telaio non è uniformemente distribuita tra le sue aste. Come conseguenza di ciò se un telaio viene sollecitato dal sisma oltre il suo limite elastico, in generale, non diventa labile, perché si plasticizzeranno soltanto alcune delle sue sezioni critiche. In particolare è presumibile che le plasticizzazioni risultino più abbondanti ai livelli dotati di minore sovrarresistenza, quindi l'eccentricità strutturale subirà variazioni differenti ai vari piani durante l'evento sismico. Bisogna inoltre aggiungere che i diversi telai di un sistema spaziale possono portare carichi verticali anche molto diversi e possono assorbire aliquote delle forze sismiche diverse tra loro. Allora la sovrarresistenza può variare sensibilmente da telaio a telaio, il che modifica ulteriormente la sequenza di plasticizzazione degli elementi resistenti e quindi la risposta del sistema. Sulla base di queste considerazioni si conclude che, al fine di analizzare correttamente la risposta inelastica del sistema, è necessario possedere una conoscenza approfondita della distribuzione della sovrarresistenza nella struttura.

2.2. Il legame forze – spostamenti

Per un telaio monopiano di tipo shear-type, sottoposto all'azione di una forza orizzontale che viene incrementata fino a provocarne il collasso, la relazione che lega l'intensità della forza allo spostamento del traverso è

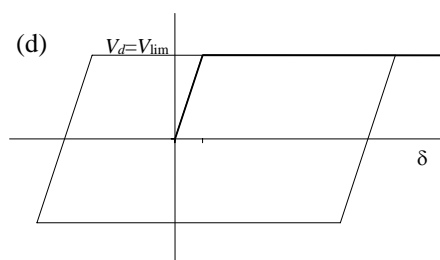
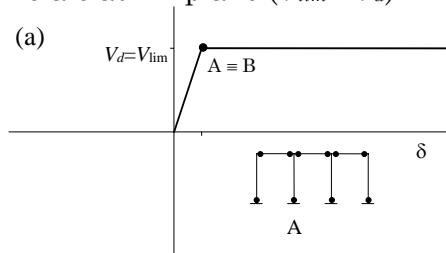
di tipo elastico perfettamente plastico. La ragione di ciò sta nell'assenza di sovrarresistenza nelle membrature di tali strutture, così il telaio diventa labile istantaneamente quando raggiunge il suo limite elastico. Generalizzando quest'osservazione si può concludere che un qualunque sistema intelaiato dovrebbe presentare questo comportamento solo se la sua sovrarresistenza è unitaria, ovvero se tutte le cerniere plastiche si aprono contemporaneamente (Figura 3.8a). Tuttavia ciò non si verifica mai in un telaio reale perché, come è stato mostrato nel paragrafo precedente, il taglio che esso è in grado di sopportare all'atto dell'incipiente collasso è sempre superiore a quello di progetto.

In un esempio si è messa a confronto la risposta di un sistema monopiano shear-type sollecitato fino al collasso da una forza orizzontale con quella di due sistemi dotati di travi deformabili: i due telai, che differiscono per il numero di piani rispettivamente pari ad uno e sei, presentano tre campate, aventi luce rispettivamente pari a 4.00, 4.50 e 4.00 m, e la stessa altezza d'interpiano pari a 3.20 m, inoltre possiedono lo stesso periodo fondamentale pari a $T = 1$ s ed in entrambi i casi i carichi verticali sono stati tarati così che la sovrarresistenza del sistema risultasse pari ad 1.5 (si osservi che il sistema a sei piani possiede le stesse caratteristiche geometriche di quello esaminato nel paragrafo precedente).

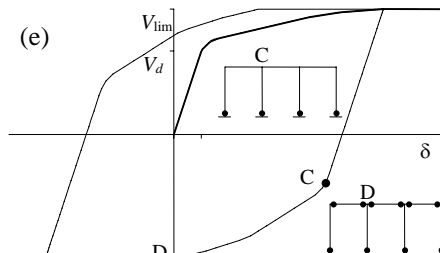
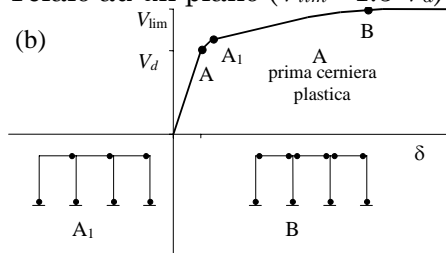
Come era logico aspettarsi, nei sistemi dotati di sovrarresistenza, quando si raggiunge il taglio di progetto V_d si aprono solo alcune delle possibili cerniere plastiche, così la rigidezza dello schema si riduce ma non si annulla. Il fenomeno può essere descritto graficamente su un diagramma cartesiano dove si riporta, in ascissa lo spostamento dell'ultimo piano durante la storia di carico e sull'asse delle ordinate il corrispondente valore del taglio misurato alla base del telaio. La pendenza della curva, che rappresenta la rigidezza del sistema, si riduce quando si formano le prime cerniere (Figura 3.8, punto A) per poi annullarsi nell'istante in cui si raggiunge il collasso (Figura 3.8, punto B). Si può notare che, nel telaio ad un piano, le cerniere plastiche al piede delle colonne ed all'estremità di destra delle travi si formano quasi contemporaneamente (Figura 3.8b, punti A – A₁), mentre le cerniere plastiche all'estremo sinistro delle travi si formano molto più tardi, dando alla

curva l'aspetto di una trilatera. Nel caso delle strutture multipiano le sezioni critiche sono più numerose e le plasticizzazioni sono più spaziate, così la pendenza della curva forze – spostamenti varia in maniera più soffice (Figura 3.8c).

Telaio ad un piano ($V_{lim} = V_d$)



Telaio ad un piano ($V_{lim} = 1.5 V_d$)



Telaio a sei piani ($V_{lim} = 1.5 V_d$)

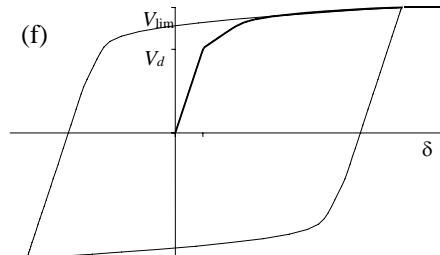
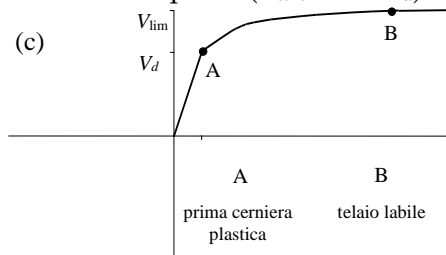


Figura 3.8. Legame forza – spostamento; (a) – (c) carico monotono, (d) – (f) carico ciclico.

Quando si effettuano dei cicli di carico e scarico si osservano altre differenze tra gli schemi shear-type e quelli intelaiati. Nel primo caso, poiché tutte le cerniere plastiche si aprono e chiudono nello stesso istante, la relazione forze – spostamenti rimane inalterata (Figura 3.8d). Al contrario, per strutture intelaiate la sequenza delle plasticizzazioni nella

prima fase di scarico differisce da quella della fase di carico iniziale dopodiché si mantiene inalterata. Ciò si verifica perché nella prima fase di carico le sollecitazioni causate dall'incremento delle azioni orizzontali si aggiungono a quelle prodotte dai carichi verticali, mentre dopo la piena plasticizzazione del telaio, quando le forze vengono invertite, solo le azioni orizzontali possono dar luogo alla formazione di cerniere plastiche.

Questo fenomeno è particolarmente evidente nel telaio ad un piano: durante la sua fase di scarico, in primo momento, si formano solo le cerniere al piede dei pilastri (Figura 3.8e, punto C) ed è necessaria una rilevante variazione delle forze prima che si raggiunga il momento limite nelle rimanenti sezioni e quindi la piena plasticizzazione del sistema (Figura 3.8e, punto D); la pendenza della curva è quindi molto più grande in questa fase, rispetto a quella riscontrata nella prima fase di carico. Nelle successive fasi di carico la curva forze – spostamenti non subisce ulteriori variazioni poiché lo stato di sollecitazione a partire dal quale si effettua il ricarico, a meno del segno, rimane inalterato. Un analogo comportamento si osserva nei sistemi multipiano (Figura 3.8f), tuttavia in questo caso il fenomeno è parzialmente nascosto per via della forma arrotondata della curva.

Nelle strutture irregolari ciascun telaio piano possiede la propria curva forze – spostamenti, caratterizzata da pendenze diverse nel tratto in cui si sono aperte le prime cerniere plastiche, anche se i telai avevano uguale rigidezza iniziale, questo può certamente condizionare il comportamento globale della struttura.

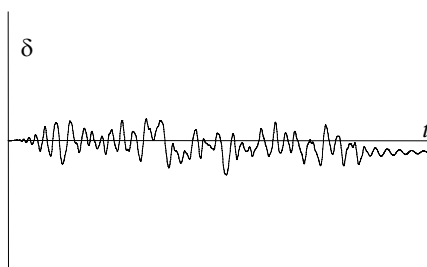
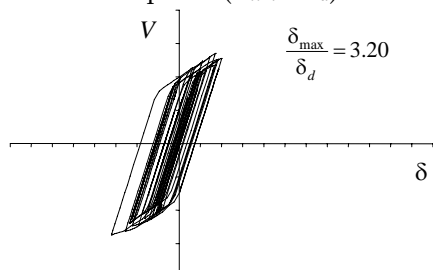
Le differenze nel modello forze – spostamenti possono determinare, sia per schemi tridimensionali che per schemi piani, differenze rilevanti nella risposta ad un input sismico e di conseguenza nella richiesta di duttilità. Allo scopo di discutere ciò, si è determinata la risposta dinamica del telaio ad un piano precedentemente esaminata (il quale è dotato di una sovrarigidità globale pari a 1.5) che è stata successivamente confrontata con quella di due differenti schemi shear-type. I due sistemi sono dotati della stessa rigidezza elastica (uguale a quella del sistema intelaiato), mentre il loro taglio resistente è pari rispettivamente a $V_{lim} = V_d$ e $V_{lim} = 1.5V_d$.

Ciascun telaio è stato sottoposto all'azione di un accelerogramma artificiale corrispondente allo spettro di progetto (Eurocodice 8, suolo tipo A) con $PGA = 0.35$ g: l'accelerogramma in questione fa parte dell'insieme di 30 accelerogrammi spettro-compatibili utilizzati nelle analisi numeriche svolte da Rossi nella sua tesi di dottorato⁴⁹, a questo lavoro si rimanda per trovare informazioni più dettagliate sulle caratteristiche dei terremoti artificiali qui utilizzati. Visto che, sotto l'azione del sisma considerato, il sistema non ha raggiunto la piena plasticizzazione, le analisi sono state ripetute con una PGA triplicata.

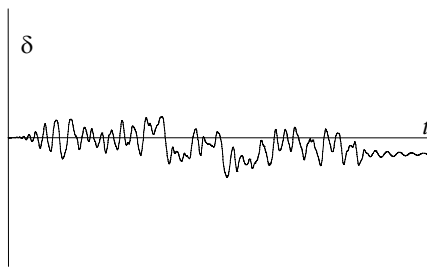
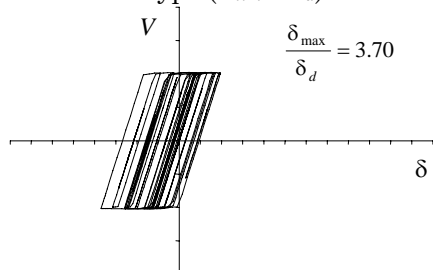
Poiché i tre schemi hanno la stessa rigidezza, le rispettive risposte temporali in termini di spostamento (Figura 3.9 e Figura 3.10) sono pressoché coincidenti per lunghi intervalli di tempo in entrambi i casi considerati ($PGA = 0.35$ g e 1.05 g). Tuttavia, quando il sistema si plasticizza, si riscontrano differenze rilevanti. Così, per $PGA = 0.35$ g gli spostamenti dello schema shear-type con $V_{lim} = 1.5V_d$ sono soprattutto positivi, mentre quelli degli altri modelli sono prevalentemente negativi. Differenze di circa il 20% si possono notare nel massimo valore di spostamento per entrambi i valori di PGA; molto più alte sono le differenze in termini di richiesta di duttilità (anche superiori al 70%), dovute al diverso valore dello spostamento di plasticizzazione (δ_d per lo schema shear-type con $V_{lim} = V_d$, $1.5 \delta_d$ per gli altri schemi, dove δ_d è lo spostamento provocato a dalle forze di progetto).

L'effetto congiunto della sovraresistenza e della diversa relazione forze – spostamenti spiega pienamente il fatto, in primo momento strano e inaspettato, che il telaio ad un piano non raggiunge la piena plasticizzazione sotto l'effetto del sisma con $PGA = 0.35$ g, anche se esso è stato progettato con forze ridotte mediante un fattore di comportamento par a $q = 5$.

Telaio ad un piano ($V_{lim} = V_d$)



Telaio shear-type ($V_{lim} = V_d$)



Telaio shear-type ($V_{lim} = 1.5V_d$)

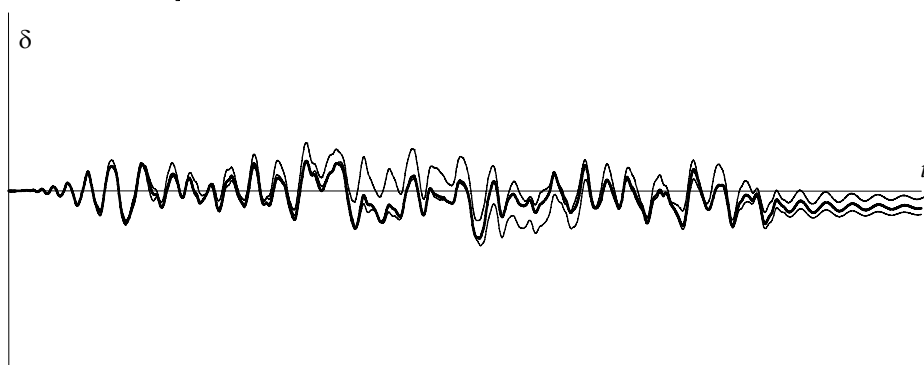
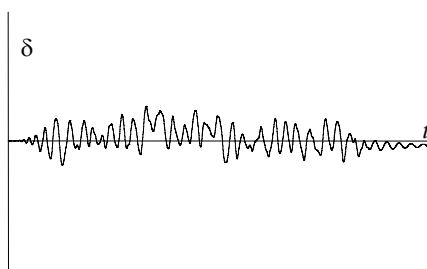
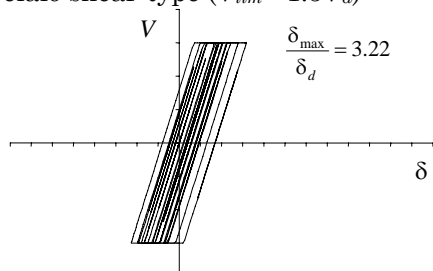
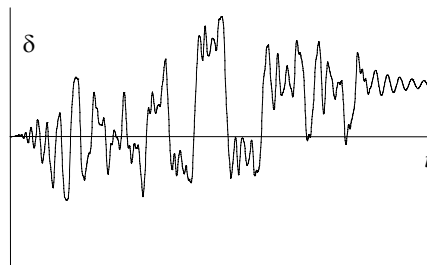
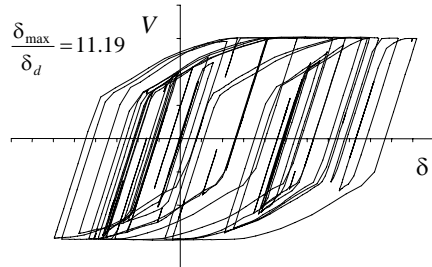
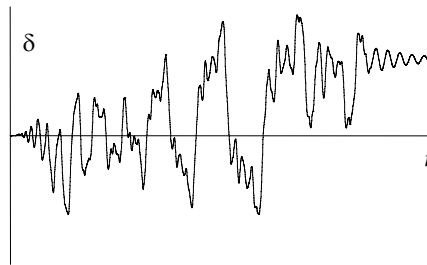
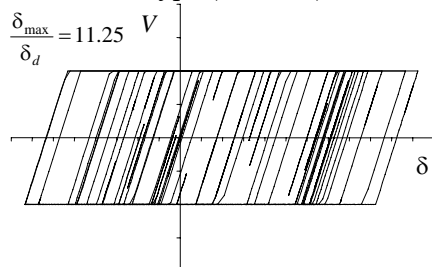


Figura 3.9. Storia nel tempo della risposta, accelerogramma con $PGA=0.35$ g.

Telaio ad un piano ($V_{lim} = V_d$)



Telaio shear-type ($V_{lim} = V_d$)



Telaio shear-type ($V_{lim} = 1.5V_d$)

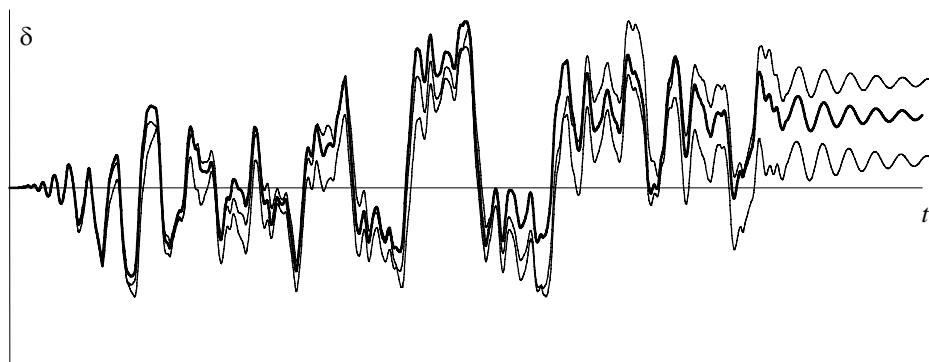
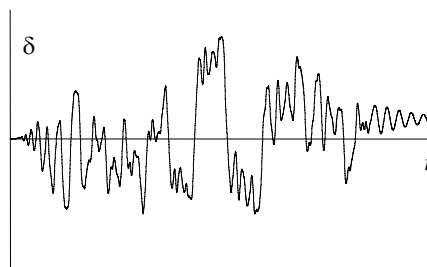
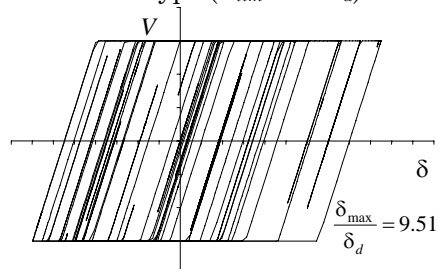


Figura 3.10. Storia nel tempo della risposta, accelerogramma con $PGA=1.05$ g.

2.3. Parametri di output

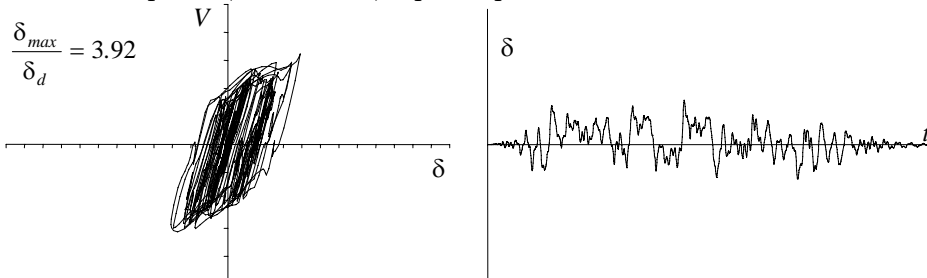
Uno dei grossi vantaggi che derivano dall'uso di telai shear-type ad un solo piano consiste nella possibilità di descrivere la loro risposta inelastica attraverso pochi parametri. Nel caso di schemi piani, si riesce a descrivere l'intera storia nel tempo della risposta strutturale utilizzando due soli diagrammi (forze-spostamenti e tempo-spostamenti). Ma spesso, da un punto di vista ingegneristico, piuttosto che l'intero sviluppo temporale è sufficiente conoscere il valore massimo della risposta, così anche un singolo valore (il massimo spostamento assoluto, o la corrispondente richiesta di duttilità) è in grado di descrivere un aspetto del fenomeno studiato. Anche negli schemi tridimensionali, costituiti da elementi elastici perfettamente plastici, è sufficiente osservare un numero relativamente modesto di parametri o grafici (come gli spostamenti massimi degli elementi resistenti) per ottenere utili informazioni sul loro comportamento inelastico.

Nel caso di telai multipiano è tutto più complesso. Già per schemi piani, bisogna distinguere uno spostamento orizzontale per ciascun travverso indipendente da tutti gli altri, ogni sezione possiede una propria storia nel tempo e la sua richiesta di duttilità. Così il numero di diagrammi e di parametri necessari per descrivere la risposta inelastica di tali sistemi aumenta drasticamente. A seguito di ciò, nell'ambito di uno studio sulla risposta inelastica di sistemi multipiano, la scelta di un numero limitato di parametri in grado di descriverne il comportamento diventa uno dei più importanti aspetti del lavoro.

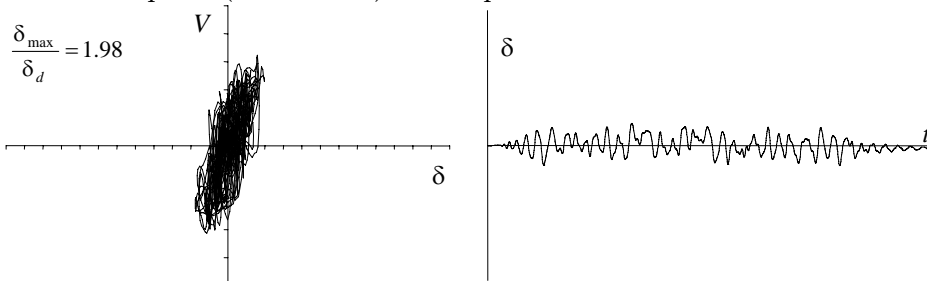
Per individuare alcune delle complicazioni che nascono quando si opera con questi sistemi, si è determinata la risposta del telaio di sei piani (con $V_{lim} = 1.5V_d$) descritto nei precedenti paragrafi e sottoposto ad un terremoto artificiale, il quale, anche in questo caso, è stato scalato con $PGA = 0.35\text{ g}$ e 1.05 g . La sua risposta è stata confrontata con quella di due sistemi shear-type monopiano sottoposti agli stessi accelerogrammi; la massa di tali sistemi coincide con la massa totale del telaio e la loro rigidezza è stata tarata così da ottenere lo stesso periodo di vibrazione pari a $T = 1\text{ s}$, mentre la loro resistenza è uguale $V_{lim} = V_d$ e $V_{lim} = 1.5V_d$ rispettivamente. Essendo questi sistemi ad un grado di libertà la loro risposta coincide con quella dei corrispondenti schemi ana-

lizzati nel precedente paragrafo, i quali si ottengono dai primi scalando-ne, con lo stesso fattore di proporzionalità, le caratteristiche geometriche e meccaniche. La Figura 3.11 e la Figura 3.12 mostrano la storia temporale della risposta dei sistemi in questione in termini di taglio globale alla base e di spostamenti; per il telaio a sei piani, sono stati riportati solo gli spostamenti del primo traverso e di quello in testa al telaio. Entrambi i parametri rappresentati sono normalizzati rispetto al corrispondente valore di progetto. L'osservatore rimarrà senz'altro sorpreso di vedere che, per un telaio multipiano, il legame taglio alla base – spostamento è sempre non lineare, anche quando la struttura è sollecitata in campo elastico. Ed ancora è significativa l'assenza di una qualche somiglianza tra questo diagramma e quello determinato sottoponendo lo stesso sistema ad un carico monotono o ciclico (Figura 3.8). Questi fenomeni, che sono più rilevanti nel diagramma taglio – spostamento dell'ultimo piano, ancora più contorto del primo, sono l'effetto del contributo dei modi di vibrazione superiori al primo alla risposta strutturale. Se le travi del telaio fossero state infinitamente rigide il diagramma relativo al primo piano sarebbe stato quello di un sistema elastoplastico perfetto, mentre per i piani superiori si sarebbero ottenute curve analoghe a quelle mostrate in Figura 3.9. Un altro aspetto importante è la forte differenza tra gli spostamenti normalizzati del primo e del sesto piano (Figura 3.11 e Figura 3.12). Ciò è chiaramente dovuto alla plasticizzazione delle sezioni al piede delle colonne del primo ordine, che accresce gli spostamenti orizzontali a tutti i piani ma in maniera più rilevante, in proporzione, al primo piano. È quindi evidente che l'uso dello spostamento normalizzato del primo piano in luogo di quello in testa nella valutazione della richiesta di duttilità globale può condurre a conclusioni sensibilmente differenti. Infine bisogna osservare che, il taglio registrato alla base di un telaio multipiano durante il sisma può superare in maniera rilevante il valore limite V_{lim} ottenuto mediante l'analisi push-over (Figura 3.12). Questo fenomeno, che non può essere simulato attraverso l'uso di schemi ad un piano, è chiaramente dovuto al contributo dei modi superiori del telaio e può incrementare in maniera rilevante la resistenza flessionale che le colonne devono possedere per superare il sisma senza subire deformazioni plastiche.

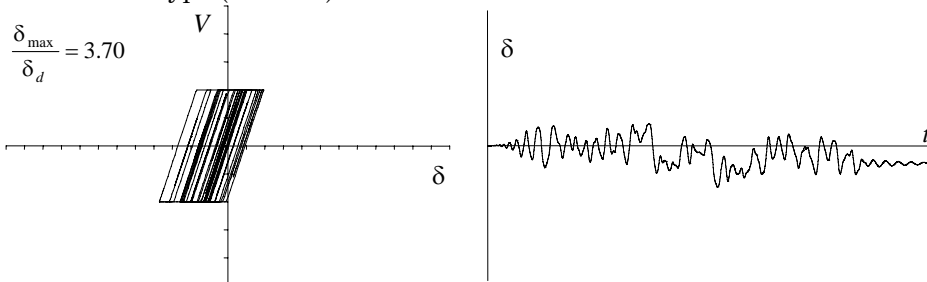
Telaio multipiano ($V_{lim} = 1.5 V_d$) – primo piano



Telaio multipiano ($V_{lim} = 1.5 V_d$) – sesto piano



Telaio shear-type ($V_{lim} = V_d$)



Telaio shear-type ($V_{lim} = 1.5 V_d$)

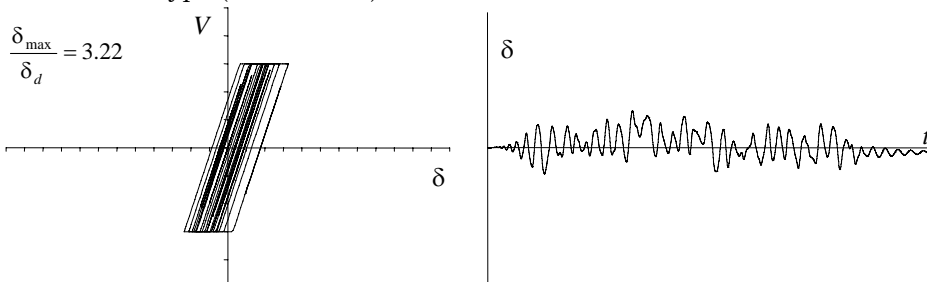
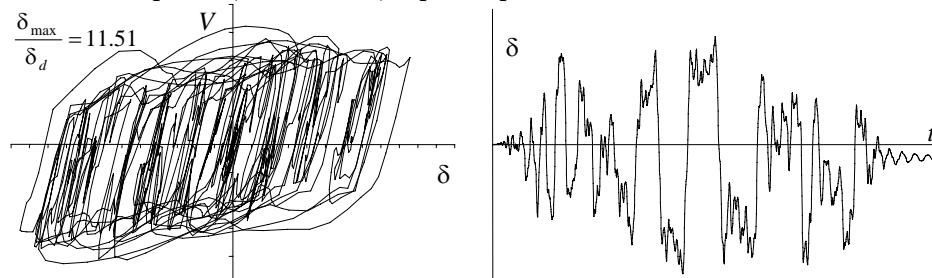
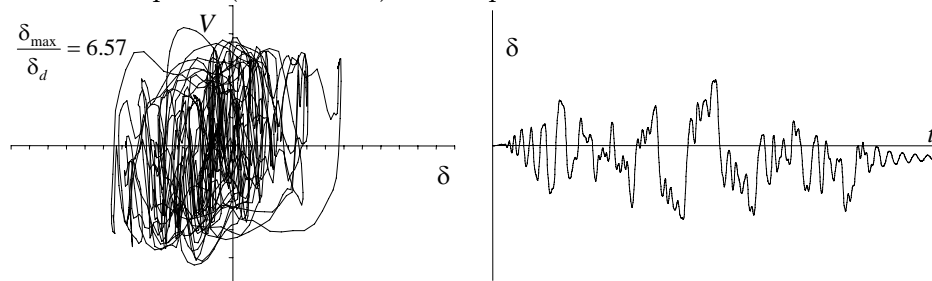


Figura 3.11. Storia nel tempo della risposta, accelerogramma con $PGA=0.35$ g.

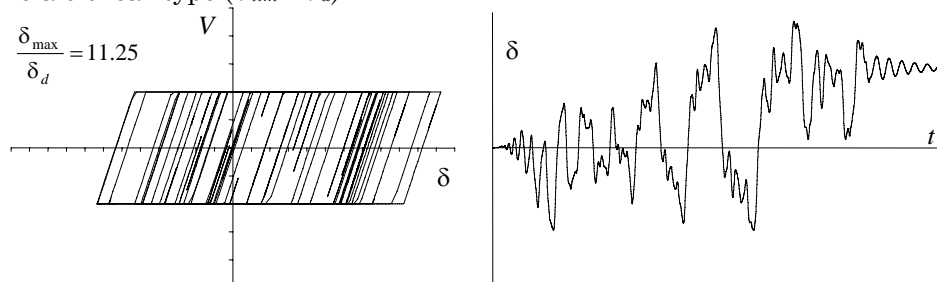
Telaio multipiano ($V_{lim} = 1.5 V_d$) – primo piano



Telaio multipiano ($V_{lim} = 1.5 V_d$) – sesto piano



Telaio shear-type ($V_{lim} = V_d$)



Telaio shear-type ($V_{lim} = 1.5 V_d$)

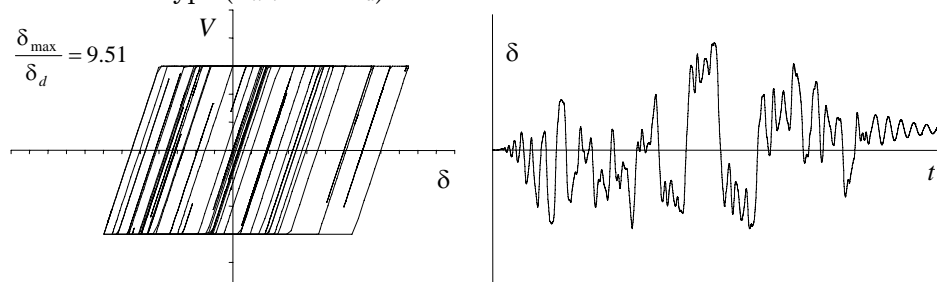


Figura 3.12. Storia nel tempo della risposta, accelerogramma con $PGA=1.05$ g.

Capitolo 4

INFLUENZA DEL TIPO DI ANALISI SULLA RISPOSTA INELASTICA

1. Considerazioni generali

Diversi codici antisismici (Eurocodice 8¹⁸, N.Z.S. 92⁴⁷, S.E.A.O.C. 96⁵² ed U.B.C. 97⁵³) ammettono che si valuti mediante analisi statica la risposta alle azioni sismiche di un edificio planimetricamente irregolare solo se i suoi centri massa e di rigidezza sono approssimativamente allineati lungo due assi verticali, mentre non pongono alcuna limitazione all'uso dell'analisi modale, che diventa inevitabile quando la struttura non possiede i predetti requisiti di regolarità in altezza.

Leggendo quanto stabilito dalle norme sembrerebbe dunque che l'analisi modale sia lo strumento più adeguato per la progettazione delle strutture asimmetriche. In realtà l'uso puro e semplice di tale tipo di analisi non consente di assegnare la resistenza agli elementi portanti del sistema in maniera ottimale, ovvero così da evitare plasticizzazioni in occorrenza di terremoti moderati ed al tempo stesso, quando la struttura subisce un sisma severo capace di portarla in campo plastico, di ottenere una richiesta di duttilità simile per tutti gli elementi resistenti del sistema e prossima a quella del corrispondente schema bilanciato.

Per convincersi di quanto è stato affermato basta utilizzare le conoscenze acquisite, attraverso lo studio di schemi monopiano, sulla rispo-

sta elastica e su quella inelastica dei sistemi asimmetrici, esposte nei capitoli precedenti. Si è visto che quando un sistema monopiano asimmetrico è sottoposto all'azione di un sisma severo, che produce in esso plasticizzazioni consistenti, le rotazioni d'impalcato sono meno rilevanti di quelle che subirebbe uno schema dotato delle stesse proprietà elastiche e di un livello di resistenza sufficiente ad evitare ogni escursione in campo plastico. D'altro canto va ricordato che per effetto delle rotazioni d'impalcato lo spostamento orizzontale del traverso, e quindi il relativo taglio alla base, diventa in alcuni telai superiore a quello che si riscontra nel corrispondente sistema bilanciato, mentre si riduce in altri. Ad esempio, se il sistema è torsio-rigido si osservano incrementi di spostamento per gli elementi del lato flessibile e decrementi per quelli del lato rigido, mentre in uno schema torsio-flessibile oppure in uno con forte eccentricità delle masse e caratterizzato da un valore del rapporto tra le frequenze laterale e torsionale disaccoppiate Ω_0 prossimo all'unità (cioè in schemi molto sensibili ai fenomeni di accoppiamento latero-torsionale) la deformazione si riduce negli elementi centrali e cresce in quelli di estremità. Come conseguenza del carattere maggiormente traslazionale della risposta inelastica dei sistemi asimmetrici, se la resistenza di ciascun elemento è assegnata utilizzando l'analisi modale, che coglie con estrema fedeltà la risposta elastica della struttura, è logico aspettarsi in occorrenza di terremoti severi un sensibile incremento della richiesta di duttilità per quegli elementi a cui è stata fornita una resistenza inferiore a quella del corrispondente sistema bilanciato.

Il fenomeno descritto trova riscontro anche in un lavoro di Duan e Chandler¹⁶. In esso gli autori confrontano la risposta inelastica di un insieme di edifici asimmetrici multipiano progettati mediante analisi modale e sottoposti ad eccitazione sismica con quella dei corrispondenti sistemi bilanciati. I sistemi considerati sono a tre, cinque ed otto piani; gli impalcati, uguali ad ogni piano, sono di forma rettangolare e la loro massa m è distribuita così che la posizione del centro di massa C_M coincide con quella del loro baricentro geometrico C_G . La struttura portante è sempre costituita da tre telai con traversi rigidi disposti simmetricamente rispetto a C_G (Figura 4.1a). I telai 2 e 3 sono identici mentre il telaio 1, posto alla destra del punto C_G , è più rigido (sistemi di tipo SES) e

la sua matrice di rigidezza è proporzionale a quella degli altri. È chiaro che i sistemi appartengono alla classe degli edifici regolarmente asimmetrici, dunque i centri di rigidezza C_R sono allineati lungo un'asse verticale, situato a sinistra di C_G . La rigidezza laterale dei telai è tarata in modo che il periodo fondamentale dei sistemi bilanciati è pari a $T_{y1} = 0.3, 0.5$ ed 1.0 s rispettivamente per gli edifici con tre, cinque ed otto piani. Nel caso dei sistemi utilizzati da Duan e Chandler il rapporto Ω_0 è sempre unitario, mentre l'eccentricità strutturale assume i valori $e_s = 0.10 L, 0.20 L$ e $0.30 L$.

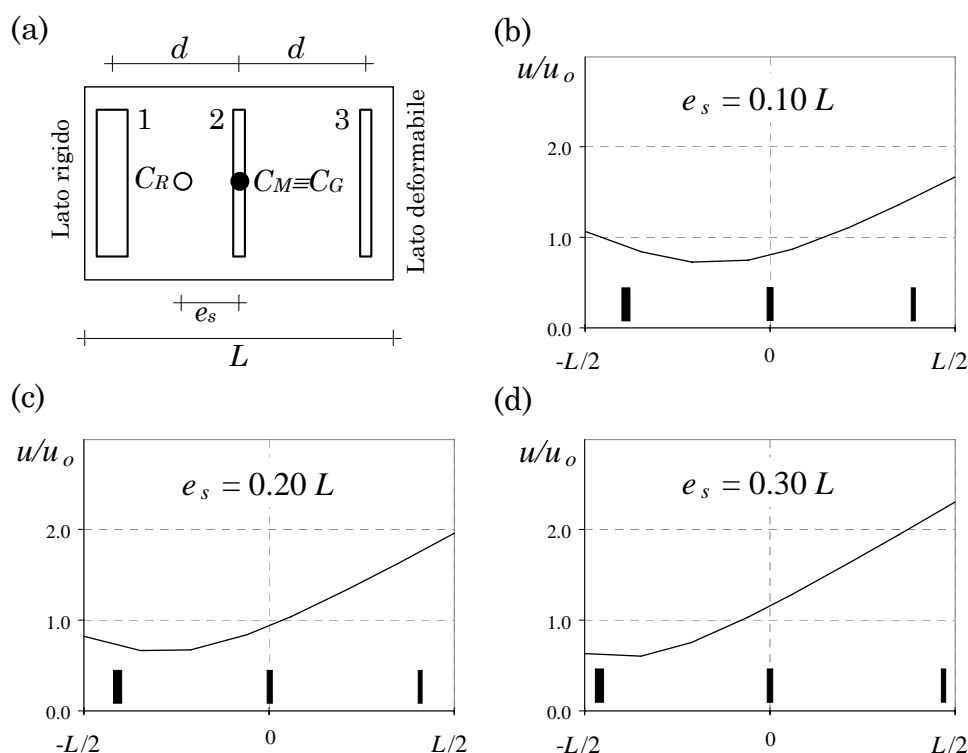


Figura 4.1. Sistemi analizzati da Duan e Chandler; (a) configurazione in pianta, (b) – (d) spostamenti normalizzati per sistemi con $e_s = 0.1 L, 0.2 L$ e $0.3 L$.

Duan e Chandler concentrano la loro attenzione sul telaio più rigido, per il quale si aspettano le condizioni più gravose. I risultati delle analisi effettuate mostrano che, in tutti i casi considerati, la richiesta di duttilità

di questo elemento è prossima a quella del sistema bilanciato solo per sistemi dotati di eccentricità non superiore ad $e_s = 0.1 L$, mentre in tutti gli altri casi si riscontrano valori nettamente superiori. Sulla base di ciò essi concludono che, l'analisi modale può essere efficacemente impiegata nel progetto di strutture asimmetriche sismoresistenti quando è atteso un comportamento elastico lineare, mentre se si prevedono rilevanti escursioni in campo plastico il suo impiego dovrebbe essere limitato ai soli casi in cui l'eccentricità è modesta. In presenza di forti asimmetrie strutturali l'analisi modale diventa non conservativa per l'elemento del lato rigido e pertanto, in tali casi, bisognerebbe vietare il suo impiego, così come stabilisce la normativa canadese. I risultati ottenuti sottolineano alcuni limiti dell'analisi modale, ma certamente non dimostrano che l'analisi statica sia lo strumento più efficace per il progetto delle strutture asimmetriche. Tuttavia, secondo gli autori le sollecitazioni sismiche di progetto di tali strutture dovrebbero essere determinate mediante procedure, basate sull'analisi statica, in grado di tenere conto dell'amplificazione dinamica della componente torsionale della risposta in campo elastico e di evitare eccessive riduzioni di resistenza; loro stessi hanno proposto una procedura che mira a raggiungere tali obiettivi.

In effetti, meditando sui risultati delle analisi condotte da Duan e Chandler si conclude che questi non sono affatto sorprendenti e potevano ragionevolmente essere previsti tenendo conto delle caratteristiche della risposta elastica dei sistemi da essi considerati. Trattandosi di schemi regolarmente asimmetrici è stato determinato per ciascun sistema il corrispondente sistema monopiano torsionalmente accoppiato, cioè quello caratterizzato dalla stessa eccentricità strutturale e dallo stesso rapporto tra le frequenze laterale e torsionale disaccoppiate Ω_0 . Assegnando il valore di e_s e del rapporto Ω_0 si determina la ripartizione in pianta della rigidezza e la distanza d tra gli elementi resistenti, mentre la massa m dell'impalcato e la rigidezza complessiva K_y sono stati fissati in modo che il periodo del sistema traslante fosse pari ad 1 s. In Figura 4.1 si riportano gli spostamenti elastici d'impalcato, normalizzati rispetto a quello del bilanciato, di ciascuno dei tre schemi ($e_s = 0.10 L$, $0.20 L$ e $0.30 L$) soggetti ad un input sismico. Tali spostamenti sono stati determinati mediante analisi modale, utilizzando lo spettro di rispo-

sta proposto dall'Eurocodice 8 per suoli di tipo B (molto simile a quello utilizzato da Duan e Chandler per il progetto dei sistemi analizzati). Ricordando che in un telaio monopiano shear-type esiste proporzionalità tra spostamento del traverso e taglio alla base, i diagrammi di Figura 4.1 consentono di leggere la resistenza che si assegna a ciascun elemento resistente (indicati in figura dai rettangoli neri) mediante l'analisi modale come frazione di quella assegnata allo stesso elemento nel corrispondente sistema bilanciato. Si osserva che, nel sistema a piccola eccentricità ($e_s = 0.10 L$) la resistenza dell'elemento del lato rigido non subisce le sostanziali riduzioni che invece si riscontrano negli altri due casi. Questa osservazione ed il carattere maggiormente traslazionale della risposta inelastica dei sistemi asimmetrici rispetto a quella elastica spiegano pienamente i forti incrementi della richiesta di duttilità rilevati nei sistemi a media e forte eccentricità nel telaio del lato rigido. Bisogna aggiungere che, anche se Duan e Chandler non ne fanno menzione nel loro lavoro, per i sistemi a piccola eccentricità, il diagramma degli spostamenti di progetto di Figura 4.1b, lascia presumere che l'elemento critico non sia il telaio più rigido bensì quello centrale, per il quale la riduzione di resistenza è più rilevante.

Secondo il parere di chi scrive le conclusioni a cui arrivano Duan e Chandler circa la possibilità di utilizzare l'analisi modale per il progetto delle strutture asimmetriche sono eccessivamente critiche. Infatti, queste non possono essere generalizzate alla totalità degli schemi regolarmente asimmetrici, ma valgono solo per i pochi sistemi analizzati. A priori non è possibile escludere che sistemi aventi caratteristiche elastiche diverse da quelli analizzati, ad esempio differenti per il valore del rapporto Ω_0 e progettati con l'analisi modale manifestino prestazioni sismiche nettamente superiori a quelle da essi riscontrate. Inoltre bisogna tenere conto che la distribuzione della resistenza negli schemi analizzati è stata dettata dall'uso puro e semplice dell'analisi modale. In queste condizioni è logico attendersi la concentrazione della richiesta di duttilità su pochi elementi della struttura a causa delle sensibili differenze che intercorrono tra risposta elastica ed inelastica degli schemi asimmetrici. Tuttavia l'introduzione di opportune limitazioni e l'impiego di più condizioni di carico, associate ad eccentricità di progetto calibrate proprio per

tenere conto delle già citate differenze, riescono certamente a rendere l'analisi modale uno strumento estremamente valido per il progetto delle strutture asimmetriche.

A seguito delle considerazioni esposte sin qui, appare interessante confrontare le prestazioni sismiche di sistemi planimetricamente irregolari progettati con l'analisi statica e con l'analisi modale, ciò allo scopo di valutare l'efficacia dei due tipi di analisi quali strumenti per la progettazione di tali strutture e di definirne i relativi ambiti di applicazione. Ad oggi, infatti, è evidente che tale aspetto non è stato sufficientemente indagato. I risultati di tale confronto, che sono esposti nei paragrafi che seguono, sono stati ottenuti utilizzando sia gli schemi monopiano che i più realistici schemi multipiano. L'estrema semplicità dei primi ha consentito di indagare il fenomeno in questione facendo variare i parametri che caratterizzano la risposta dei sistemi quasi con continuità in un intervallo molto ampio. Successivamente lo studio di un significativo insieme di sistemi regolarmente asimmetrici, rappresentativi degli edifici multipiano con struttura intelaiata, ha permesso di trarre conclusioni che tengono conto di tutti quei fenomeni, descritti nel Capitolo 3, i quali non possono essere simulati mediante schemi monopiano ma che possono ragionevolmente condizionare la risposta inelastica dei sistemi in oggetto.

2. Sistemi analizzati

Gli schemi monopiano sono stati ampiamente utilizzati in passato poiché consentono, in virtù della loro semplicità, di investigare in maniera sistematica il comportamento dei sistemi asimmetrici e l'influenza prodotta su di essi da molti parametri geometrici ed elastici nonché dai criteri di progetto. Il modello monopiano (Figura 4.2) analizzato in questo studio è lo stesso utilizzato da Rossi⁴⁹ nella sua tesi di dottorato. Questo è dotato di un asse di simmetria ed il suo impalcato rigido, di dimensioni 29.5×12.5 m, è sostenuto da tre elementi resistenti paralleli all'asse di simmetria e da otto elementi nella direzione ortogonale, lungo la quale agiscono le forze sismiche. La struttura portante è simmetrica rispetto al baricentro geometrico dell'impalcato C_G che pertanto coincide con il

centro di rigidezza del sistema C_R . Si è assunto che gli elementi resistenti possiedano rigidezza solo nel proprio piano e che il loro legame forza – spostamento sia di tipo elastico – perfettamente plastico.

Modificando la rigidezza dei telai sono stati definiti sistemi strutturali nei quali il rapporto tra le frequenze rotazionale e traslazionale disaccoppiate Ω_0 varia da 0.6 a 1.6, così da analizzare sia sistemi torsio-flessibili che torsio-rigidi; sono stati inoltre considerati due valori del periodo traslazionale disaccoppiato T_y (0.4 s e 1.0 s) per indagare l'eventuale influenza della rigidezza traslazionale dello schema. La distribuzione della massa, definita univocamente dalla posizione del suo baricentro C_M e dal suo raggio d'inerzia r_m , è stata assegnata indipendentemente dalle dimensioni e dalla forma dell'impalcato, supponendo che questa possa essere distribuita in pianta in maniera non uniforme. Sono stati considerati sistemi con eccentricità delle masse (MES) aventi eccentricità strutturale e_s compresa tra 0 e $0.20 L$, allo scopo di esaminare schemi con piccola e grande eccentricità.

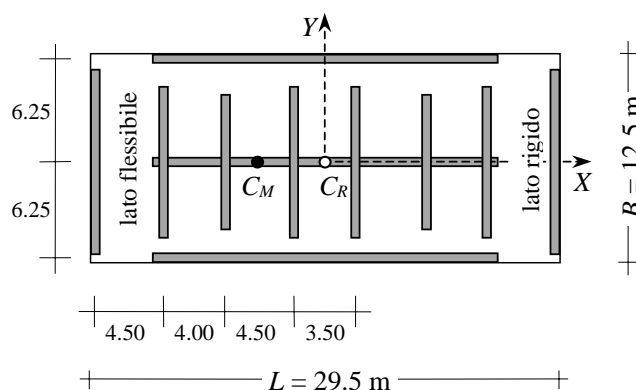


Figura 4.2. Pianta del sistema monopiano.

Il comportamento sismico dei reali edifici multipiano è molto più complesso di quello dei modelli monopiano. Certamente l'aspetto che produce le differenze più rilevanti è la possibilità che la distribuzione di massa e di rigidezza vari lungo l'altezza della struttura. A tal proposito si ricorda che è possibile distinguere due classi di edifici: edifici regolarmente asimmetrici ed edifici non regolarmente asimmetrici. In pratica, ricadono nella prima classe tutte quelle strutture che presentano i cen-

tri di rigidezza di piano ed i centri di massa allineati lungo due assi verticali (una trattazione dettagliata sulle caratteristiche geometriche ed elastiche di questi edifici si trova nel Capitolo 2); gran parte degli edifici asimmetrici reali ricadono in questa classe, perché i condizionamenti architettonici che impongono l'irregolarità tendono di solito a ripetersi in maniera identica a tutti i piani. La seconda classe comprende invece tutte quelle strutture che non appartengono alla prima.

È noto che, in campo elastico, è possibile cogliere gli effetti dell'accoppiamento latero-torsionale sulla risposta sismica di un edificio regolarmente asimmetrico attraverso lo schema monopiano ad esso associato, cioè quello caratterizzato dagli stessi valori del rapporto Ω_0 e di e_s . Tale semplificazione, però, non è più valida quando la struttura subisce delle plasticizzazioni; in questo caso, infatti, un edificio regolarmente asimmetrico non si mantiene tale per tutta la durata del sisma. L'esistenza della sovraresistenza, distribuita in maniera non uniforme tra le sezioni critiche degli elementi resistenti, fa sì che quando un telaio raggiunge il suo limite elastico le cerniere plastiche si apriranno solo in alcune delle sue sezioni critiche, modificandone la matrice di rigidezza. Per effetto delle rotazioni degli impalcati tale fenomeno si manifesta diversamente sui telai che costituiscono l'ossatura portante dell'edificio, ad esempio nel generico istante uno o più telai potrebbero essere abbondantemente plasticizzati, mentre altri potrebbero addirittura essere ancora in campo elastico. Tutto ciò lascia ragionevolmente presumere che per lunghi intervalli di tempo le matrici di rigidezza dei vari elementi resistenti, ciascuna modificata in maniera diversa dalle cerniere plastiche, non sono tra loro proporzionali; viene meno, così, una delle condizioni perché un edificio possa essere classificato come regolarmente asimmetrico. Si è ritenuto opportuno, quindi, esaminare anche la risposta sismica di alcuni schemi regolarmente asimmetrici, anch'essi progettati mediante analisi statica e modale, in modo da sottolineare l'influenza del tipo di analisi utilizzata in fase di progetto sulla loro risposta inelastica e da confrontare i risultati con quelli ottenuti per i più semplici schemi monopiano.

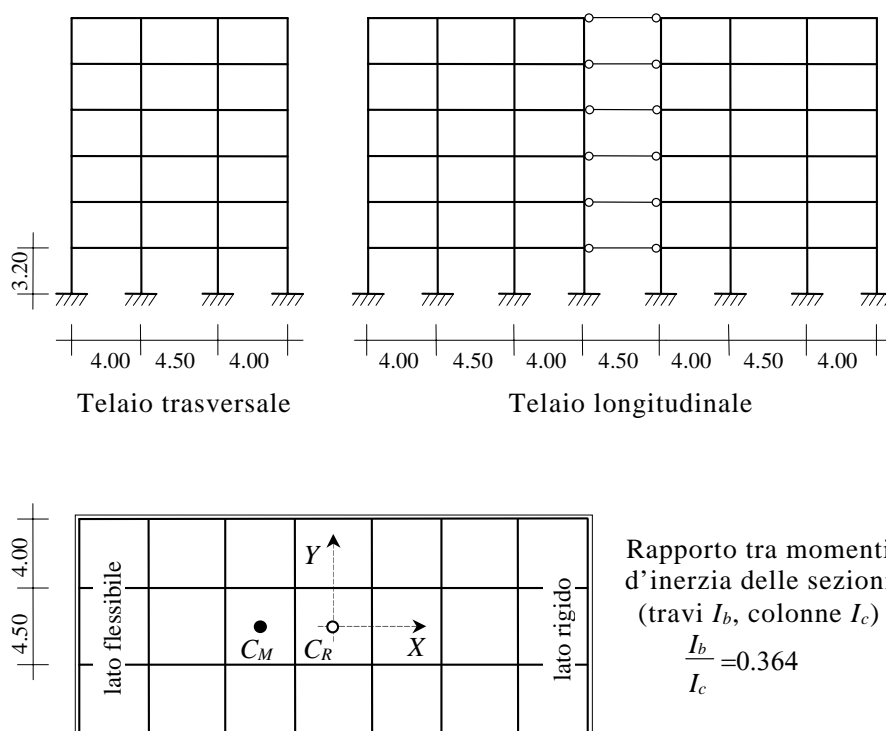


Figura 4.3. Pianta del sistema multipiano e schema dei telai.

Tutti gli edifici esaminati (Figura 4.3) sono rappresentati da schemi a sei piani dotati di impalcati rigidi di forma rettangolare (29.5×12.5 m) aventi massa pari a 187.3 t ad ogni livello (Figura 4.3). La struttura è costituita da 12 telai piani dotati di aste inestensibili (4 telai con sette campate disposti lungo la direzione longitudinale ed 8 telai con tre campate lungo quella trasversale), simmetricamente disposti rispetto al baricentro geometrico dell'impalcato; i telai che assorbono le azioni sismiche dirette lungo l'asse Y presentano lo stesso schema geometrico di quello analizzato nel Capitolo 3. Per ciascun telaio sono state utilizzate solo due sezioni trasversali, una per le travi ed una per le colonne; il loro momento d'inerzia varia proporzionalmente da un telaio all'altro, così da ottenere il valore prefissato del rapporto tra le frequenze laterale e torsionale disaccoppiate Ω_0 . È facile verificare che i centri di rigidezza della struttura sono allineati lungo l'asse verticale passante per C_G . So-

no stati considerati schemi caratterizzati da differenti valori del rapporto Ω_0 (0.6, 1.0 e 1.4), così da rappresentare sistemi torsio-flessibili e torsio-rigidi. I periodi traslazionali $T_{xI} = T_{yI}$ sono stati assunti sempre pari ad 1 s. Per ciascuno schema geometrico sono state considerate tre distribuzioni di massa, così da mantenere la simmetria rispetto all'asse X ed ottenere nella direzione ortogonale eccentricità strutturali $e_s = 0$ (sistemi torsionalmente bilanciati), $0.05 L$ (sistemi con piccola eccentricità) e $0.15 L$ (sistemi con grande eccentricità).

Si è assunto che le cerniere plastiche possano formarsi solo alle estremità delle travi e nelle sezioni al piede delle colonne del primo ordine (il legame momento – curvatura di tali sezioni è di tipo elastico – plastico perfetto ed è stata trascurata l'interazione con lo sforzo normale nelle colonne) e che tutte le rimanenti sezioni abbiano resistenza illimitata. Questa ipotesi, che consente di ottenere semplificazioni significative nel post – processing dei risultati, trova una valida giustificazione nel criterio del *capacity design*, il quale è alla base della progettazione in zona sismica.

La schematizzazione qui proposta per la struttura appare come un equilibrato compromesso tra l'esigenza di descrivere fedelmente gli aspetti rilevanti della realtà fisica e quella di contenere l'onere computazionale e la mole dei risultati ottenuti. In particolare il modello adottato è ben più realistico di quello utilizzato da Duan e Chandler^{6, 16}, il quale consiste in un insieme di telai shear-type, dove le cerniere plastiche si aprono nelle sezioni di estremità delle colonne dando luogo a meccanismi di collasso di piano, mentre è più semplice di quello utilizzato da Moghadam ed Tso^{42, 44}, costituito da un sistema di telai piani, progettati così da soddisfare il criterio di gerarchia delle resistenze, in cui però tutte le sezioni di estremità possono plasticizzarsi.

3. Risposta inelastica dei sistemi monopiano

Ciascuno schema monopiano è stato progettato due volte, assegnando la resistenza degli elementi mediante l'analisi statica e mediante quella modale, senza applicare alcuna eccentricità correttiva. Le azioni sismiche sono state valutate mediante lo spettro di risposta proposto

dell'Eurocodice 8 per suoli di classe A, ridotto mediante un valore costante del fattore di comportamento $q=5$ e scalato attraverso un'accelerazione massima al suolo pari ad $a_g=0.35$ g; nell'applicazione dell'analisi statica le forze sismiche sono state valutate considerando come periodo fondamentale della struttura quello relativo al corrispondente sistema torsionalmente bilanciato (in cui centri di massa e di rigidità coincidono).

Al fine di esaminare il comportamento sismico di questi sistemi è stata valutata la loro risposta inelastica ad un insieme di trenta accelerogrammi artificiali, gli stessi utilizzati da Rossi⁴⁹ nella sua tesi di dottorato. Questi sono compatibili con lo spettro di risposta utilizzato per il progetto, l'accelerazione di picco al suolo è sempre pari a 0.35 g e la durata di ciascuno di essi è di 30 s. Per ciascun accelerogramma l'attenzione è stata focalizzata sulla risposta massima di ogni elemento resistente, espressa in termini di richiesta di duttilità cinematica normalizzata rispetto al valore presentato nel corrispondente sistema torsionalmente bilanciato. Il maggiore dei valori normalizzati tra tutti gli elementi è stato assunto quale (massima) richiesta di duttilità normalizzata d del sistema. I risultati in tal modo ottenuti dalle risposte ai singoli accelerogrammi dell'insieme selezionato sono stati analizzati statisticamente; la media \bar{d} dei trenta valori della massima richiesta di duttilità normalizzata d è stata utilizzata per rappresentare il comportamento sismico dei sistemi asimmetrici descritti.

La media della massima richiesta di duttilità normalizzata assume valori maggiori dell'unità per tutte le strutture progettate mediante analisi statica, ad eccezione dei sistemi torsio-rigidi caratterizzati da un basso periodo di vibrazione traslazionale disaccoppiato e da valori non elevati dell'eccentricità strutturale normalizzata e_s/L (Figura 4.4). Negli schemi torsio-rigidi, l'uso dell'analisi statica come metodologia progettuale non comporta valori inaccettabili della richiesta di duttilità normalizzata, almeno fin quando l'eccentricità strutturale non diventa particolarmente elevata. La richiesta di duttilità normalizzata cresce invece quando si riduce il rapporto tra le frequenze latero-torsionali disaccoppiate Ω_0 , raggiungendo valori molto grandi in presenza di eccentricità medio-alte. Questo andamento è sostanzialmente lo stesso nelle struttu-

re caratterizzate da valori bassi o medi del periodo di vibrazione traslazionale disaccoppiato. Occorre osservare che richieste di duttilità estremamente elevate si presentano in particolare nei casi in cui il diagramma degli spostamenti di progetto fornito dall'analisi statica risulta intrecciato, cioè (in sistemi con il centro di rigidezza coincidente con il baricentro geometrico) quando:

$$\frac{e_s}{L} \geq 0.25 \left[1 - \sqrt{1 - 16 \frac{r_k^2}{L^2}} \right], \text{ con } r_k \leq 0.25 L \quad (1)$$

perché in tali casi ad alcuni degli elementi resistenti situati nel lato rigido della struttura viene assegnata una resistenza molto bassa (al limite nulla). Questa situazione non è del tutto realistica, in quanto l'adozione di più schemi di carico, legata all'uso di eccentricità correttive e_d o quantomeno della cosiddetta eccentricità accidentali e_a che tiene conto della possibile variazione nella posizione dei carichi variabili, impediscono che la resistenza scenda al di sotto di un valore minimo. È facile dimostrare che, trascurando qualsiasi amplificazione di e_s (basta porre $\alpha = \delta = 1$ così come propongono l'U.B.C. e la N.Z.S.), l'eccentricità critica $e_{c,i}$ del generico elemento resistente del lato rigido individuato dall'ascissa x_i , cioè quella per cui si assegna all'elemento in questione proprio la resistenza minima, coincide con quella associata al diagramma di spostamenti intrecciato avente il punto di nullo in corrispondenza dell'elemento in questione e vale:

$$e_{c,i} = \frac{r_k^2}{|x_i| L} \quad (2)$$

mentre la resistenza minima in presenza di una eccentricità accidentale e_a , espressa come frazione di quella assegnata in presenza di sola traslazione, è pari a:

$$\Gamma_{i,\min} = \frac{V_i^{\min}}{V_i^o} = \frac{e_a |x_i|}{r_x^2} \quad (3)$$

L'esistenza di questa soglia minima certamente riduce i picchi riscontrati nella richiesta di duttilità dei sistemi progettati con l'analisi statica.

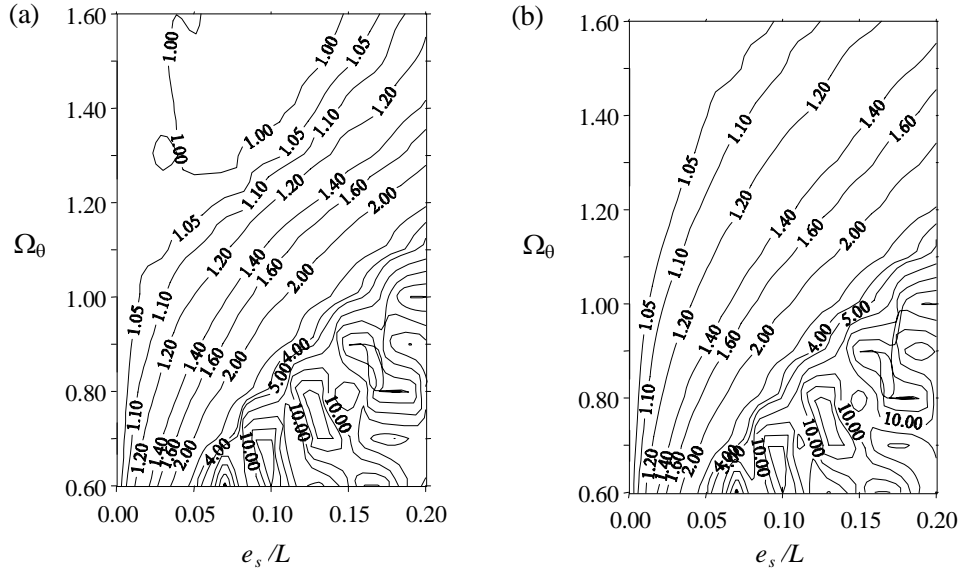


Figura 4.4. Richiesta di duttilità \bar{d} di sistemi monopiano asimmetrici progettati mediante analisi statica; $r_m = 0.312 L$, (a) $T_y = 0.4$ s, (b) $T_y = 1.0$ s.

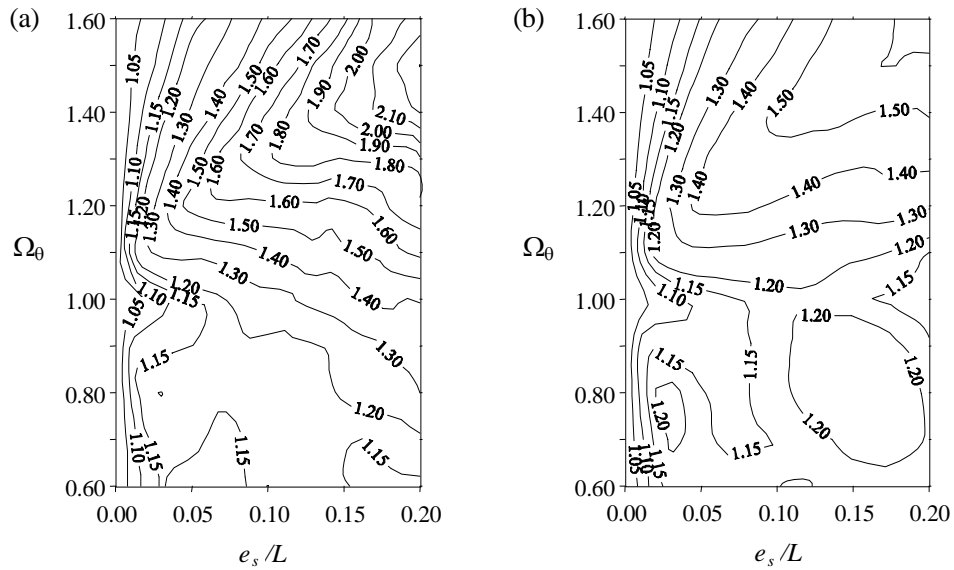


Figura 4.5. Richiesta di duttilità \bar{d} di sistemi monopiano asimmetrici progettati mediante analisi modale; $r_m = 0.312 L$, (a) $T_y = 0.4$ s, (b) $T_y = 1.0$ s.

In virtù della capacità dell'analisi modale di predire correttamente gli effetti della rotazione dell'impalcato su entrambi i lati rigido e flessibile delle strutture asimmetriche, nei sistemi torsio-flessibili non vengono mai assegnati valori molto piccoli di resistenza agli elementi del lato rigido. Ciò conduce a valori moderati della richiesta di duttilità normalizzata nelle strutture torsio-flessibili ($\bar{d} = 1.15 \div 1.20$), senza che vi siano rilevanti differenze tra le risposte di sistemi aventi bassa o alta eccentricità strutturale e differenti valori del periodo laterale disaccoppiato (Figura 4.5). Nelle strutture torsio-rigide l'uso dell'analisi modale produce invece valori più alti della richiesta di duttilità normalizzata, crescenti con l'eccentricità strutturale e con il rapporto tra le frequenze latero-torsionali disaccoppiate, principalmente in schemi aventi un basso periodo di vibrazione laterale disaccoppiato.

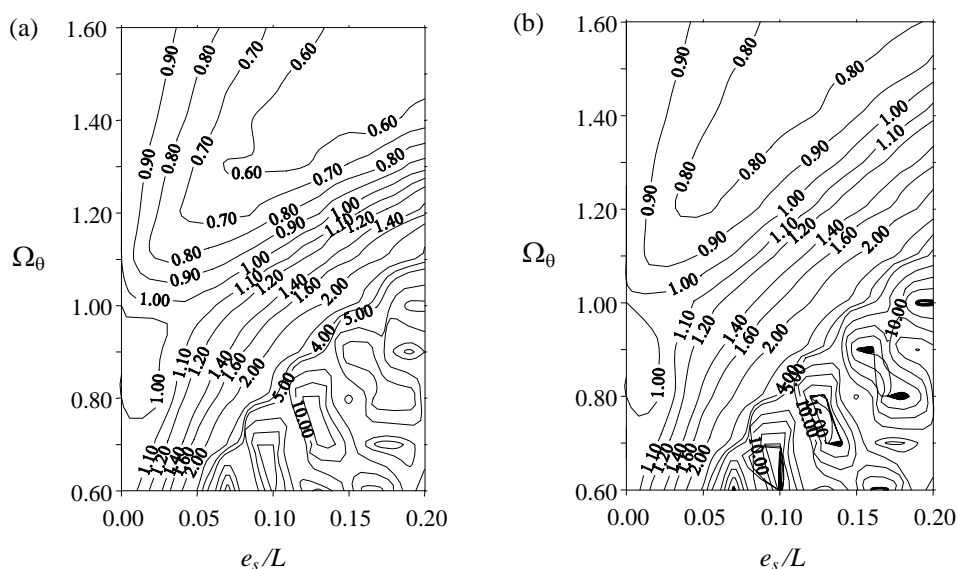


Figura 4.6. Rapporto R_d tra le richieste di duttilità di sistemi monopiano asimmetrici progettati mediante analisi statica e modale; $r_m = 0.312 L$, (a) $T_y = 0.4$ s, (b) $T_y = 1.0$ s.

L'intervallo di valori dei parametri strutturali Ω_θ ed e_s in cui l'utilizzo dell'analisi statica in fase progettuale conduce ad un comportamento sismico migliore o peggiore di quello ottenuto mediante l'uso dell'analisi

modale può essere chiaramente individuato esaminando il rapporto R_d tra la richiesta di duttilità normalizzata degli schemi progettati mediante analisi statica e modale (Figura 4.6). Si può constatare che l'insieme di valori di Ω_0 ed e_s per i quali l'applicazione dell'analisi statica è più cautelativa può essere approssimativamente separato da quelli per i quali è consigliabile l'uso dell'analisi modale con una linea retta, la cui posizione e pendenza dipendono però (anche se in maniera non troppo rilevante) dal valore del periodo traslazionale disaccoppiato.

In definitiva, dunque, nessuno dei metodi di analisi esaminati è in grado di predire sempre, con sufficiente precisione, il reale aspetto, maggiormente traslazionale, della risposta inelastica. Tuttavia, nei sistemi torsio-flessibili l'uso dell'analisi modale porta a valori sensibilmente minori della richiesta di duttilità perché, in accordo con la risposta elastica, conduce a maggiori valori di resistenza al lato rigido, dove invece gli schemi progettati con l'analisi statica subiscono le maggiori richieste di duttilità. Al contrario, nelle strutture torsio-rigide l'analisi modale incrementa la resistenza sul lato flessibile, in accordo col comportamento elastico, ma (particolarmente nel caso di basse e moderate eccentricità strutturali) la riduce al lato rigido, dove la richiesta di duttilità attinge il valore massimo. Nell'esprimere un giudizio complessivo su questi ultimi schemi, occorrerebbe considerare anche il fatto che, nei casi considerati, l'uso dell'analisi modale riduce la resistenza totale di una quantità variabile fino ad un massimo del 10%, dipendente dal valore dell'eccentricità strutturale ed in misura minore dal rapporto tra le frequenze latero-torsionali disaccoppiate. Ciò malgrado, ulteriori analisi hanno mostrato che la richiesta di duttilità normalizzata non cambia in modo rilevante se la resistenza totale del sistema viene incrementata fino al valore imposto dall'analisi statica.

4. Risposta inelastica dei sistemi multipiano

Ciascuno degli schemi multipiano, ottenuti variando Ω_0 e la posizione del centro di massa C_M , è stato progettato più volte, utilizzando sia l'analisi statica che quella modale ed ipotizzando due diverse distribuzioni dei carichi verticali, i quali sono stati ripartiti prima in proporzio-

ne alle luci delle campate e successivamente alla rigidezza dei telai. In ciascun caso la resistenza flessionale necessaria alle sezioni di estremità delle travi ed a quelle al piede delle colonne del primo piano è stata valutata scegliendo di volta in volta la più gravosa tra quelle derivanti dalle due seguenti condizioni di carico:

1. soli carichi verticali, incrementati mediante i coefficienti γ_g e γ_q proposti dall'Eurocodice, rispettivamente uguali ad 1.4 e 1.5;
2. azioni sismiche, valutate mediante lo spettro di risposta dell'Eurocodice 8 per suolo A, con $\alpha = 0.35$, scalato con un fattore di comportamento $q = 5$, e carichi verticali ridotti: si suppone che quando si verifica l'evento sismico solo il 20% dei carichi variabili gravino sulla struttura.

L'uso di più condizioni di carico conferisce ad ogni telaio una sovraresistenza che, nel caso in questione, è legata all'entità delle sollecitazioni dovute alle azioni sismiche rispetto a quelle prodotte dai carichi verticali (a parità di carico verticale, la sovraresistenza è tanto più consistente quanto più le sollecitazioni sismiche sono modeste). Per ciascun telaio si può valutare la sovraresistenza globale Os_i , definita nel Capitolo 3 come il rapporto tra il taglio resistente (valutabile mediante un'analisi push-over, con una distribuzione di forze orizzontali triangolare che approssima quella delle azioni sismiche) ed il taglio di progetto dovuto alle forze sismiche.

Nel primo caso, quando il carico verticale è stato ripartito in proporzione alle luci delle campate, i valori di sovraresistenza ottenuti nei sistemi bilanciati variano sensibilmente da telaio a telaio, in molti casi in un intervallo compreso tra 1.1 ed 2.0, raggiungendo il valore massimo, prossimo a 14.5 (non è visibile in figura), nei telai di estremità degli schemi torsio-flessibili quando si esegue la progettazione con l'analisi statica. I telai di estremità di tali sistemi, infatti, sono molto deformabili e pertanto l'effetto delle forze sismiche è modesto in rapporto a quello dei carichi verticali (Figura 4.7).

Negli schemi asimmetrici la sovraresistenza cresce rispetto ai valori riscontrati nei corrispondenti sistemi bilanciati nei telai posti sul lato rigido della struttura. Questo fenomeno è maggiormente rilevante nei sistemi torsionalmente rigidi progettati con l'analisi modale ed in quelli

torsio-flessibili quando si usa l'analisi statica. Infatti, proprio in questi casi nei telai in questione, per effetto delle rotazioni degli impalcati, si registra la riduzione più consistente delle sollecitazioni prodotte dalle forze orizzontali (Figura 4.7).

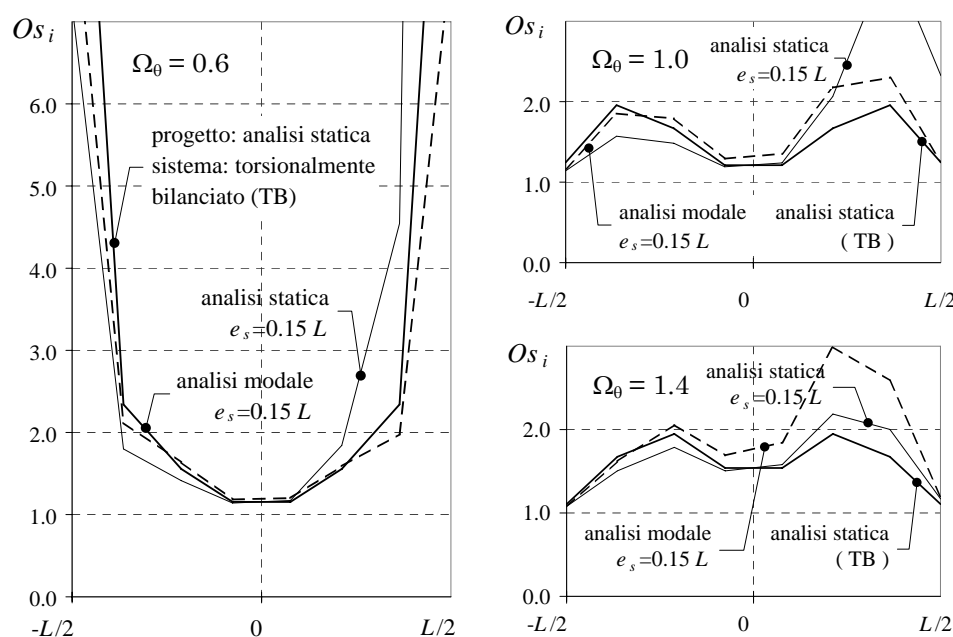


Figura 4.7. Distribuzione in pianta della sovreresistenza dei telai, carichi verticali ripartiti in proporzione alla luce delle campate.

Nel secondo caso, il carico verticale che compete ai telai è stato determinato ripartendo il carico complessivo in proporzione alla loro rigidezza, così da ottenere una sovreresistenza costante almeno nei sistemi bilanciati. Tarando opportunamente il carico complessivo si è ottenuto per il parametro in questione un valore pari ad 1.5, significativo di edifici reali. Invece, nei sistemi eccentrici Os_i varia da telaio a telaio, anche se in un intervallo meno ampio rispetto al caso precedente (Figura 4.8).

Allo scopo di comprendere meglio le differenze che si riscontrano nella risposta inelastica dei sistemi asimmetrici dimensionati con l'analisi statica o modale va' rimarcato che, come è ben noto, il taglio di

progetto è maggiore (circa il 20%) quando si utilizza l'analisi statica in luogo dell'analisi modale.

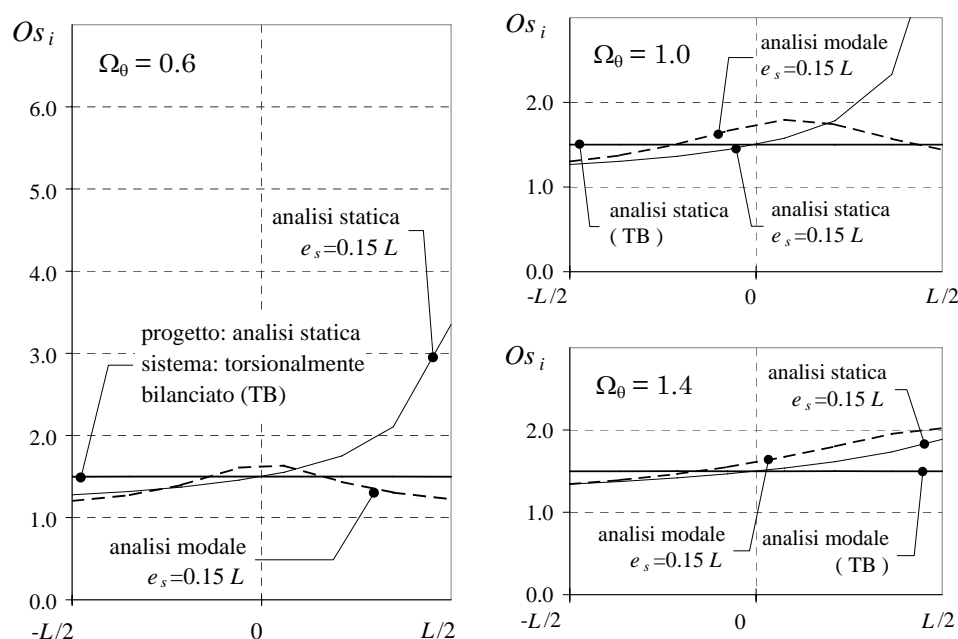


Figura 4.8. Distribuzione in pianta della sovreresistenza dei telai, carichi verticali ripartiti in proporzione alla rigidezza dei telai.

Utilizzando il programma DRAIN-BUILDING, espressamente modificato per includere elementi a comportamento elasto-plastico, è stata valutata la risposta inelastica delle strutture multipiano allo stesso insieme di accelerogrammi usato per gli schemi monopiano, anche in questo caso supposti agenti lungo la direzione Y . I valori massimi dello spostamento all'ultimo piano del telaio e delle rotazioni plastiche ottenuti da ciascuna delle trenta analisi inelastiche sono state utilizzati per calcolare, per ciascun telaio, i seguenti parametri:

1. richiesta di duttilità globale del telaio D , definita come il rapporto tra il massimo spostamento inelastico misurato all'ultimo piano ed il corrispondente spostamento al limite elastico: dai risultati delle analisi numeriche si trae il valore del numeratore mentre il denominato-

re è stato convenzionalmente assunto uguale allo spostamento di sommità del telaio quando questo è sottoposto ad un insieme di forze variabili linearmente lungo l'altezza ed aventi risultante pari al taglio resistente, nell'ipotesi di comportamento elastico;

2. richiesta di duttilità D_c delle sezioni al piede delle colonne del primo ordine di ciascun telaio piano, definita come il rapporto tra la rotazione totale di ciascuna sezione (somma della rotazione plastica e di quella al limite elastico) e la rotazione al limite elastico (intesa come il prodotto tra la curvatura prodotta dal momento di plasticizzazione e l'estensione h della cerniera plastica, assunta convenzionalmente pari a $h = 0.30$ m);

$$D_c = \frac{\theta_{pl,max} + \frac{M_c^P}{E \cdot I} h}{\frac{M_c^P}{E \cdot I} h} \quad (4)$$

3. richiesta di duttilità D_b delle sezioni di estremità delle travi, valutata allo stesso modo separatamente per ciascun piano.

Tutti i parametri sono stati normalizzati dividendo i valori valutati per gli schemi asimmetrici con quelli ottenuti per i corrispondenti sistemi torsionalmente bilanciati. I parametri normalizzati, che si indicano di seguito con i simboli d , d_c , e d_b , descrivono come le rotazioni in pianta modificano la risposta del sistema rispetto al caso di semplice traslazione. Infine, allo scopo di sintetizzare con pochi parametri statisticamente significativi l'effetto dell'intero gruppo di accelerogrammi, sono state calcolate le medie dei valori relativi alle 30 analisi eseguite:

1. media della richiesta di duttilità globale \bar{d} ;
2. media della richiesta di duttilità \bar{d}_c delle sezioni al piede delle colonne del primo ordine;
3. media della richiesta di duttilità \bar{d}_b delle sezioni di estremità delle travi.

I risultati (Figura 4.9 e Figura 4.10) mostrano che la richiesta di duttilità negli schemi asimmetrici torsio-flessibili ($\Omega_0 = 0.6$) progettati mediante analisi modale è sempre prossima a quella dei corrispondenti sistemi bilanciati. Se il carico verticale è ripartito in proporzione alla luce delle campate si osserva un piccolo incremento della richiesta di duttilità glo-

bale \bar{d} nei telai di estremità. Questo fenomeno, in contrasto con i risultati ottenuti mediante schemi monopiano, non è causato dagli incrementi di spostamento dovuti alla rotazione degli impalcati, come si potrebbe erroneamente pensare, ma dai valori estremamente modesti della richiesta di duttilità riscontrata per gli stessi elementi in presenza di sola traslazione. Quando la rigidezza torsionale del sistema è modesta e le sollecitazioni sismiche di progetto si valutano mediante analisi modale, infatti, la sovrarresistenza dei telai in questione nel sistema bilanciato è ben più grande di quella che si riscontra per gli stessi telai in sistemi che presentano asimmetrie strutturali (è circa il doppio di quella determinata quando $e_s = 0.15 L$). Ciò spiega perché i picchi nella richiesta di duttilità osservati prima sono appena visibili nelle sezioni al piede delle colonne del primo ordine (Figura 4.10), praticamente prive di sovrarresistenza, e non sono presenti nei sistemi a sovrarresistenza costante.

Al contrario le strutture progettate per mezzo dell'analisi statica denunciano grandi richieste di duttilità, sia globale che locale, al lato rigido; spesso il massimo valore non viene raggiunto esattamente nel telaio di estremità, a causa della forte sovrarresistenza dei telai posti in questa posizione e perché il diagramma degli spostamenti di progetto è intrecciato. I valori inaccettabili della richiesta di duttilità normalizzata delle colonne \bar{d}_c , osservati in alcuni telai dei sistemi torsio-flessibili, si possono spiegare ricordando l'aspetto intrecciato del diagramma degli spostamenti di progetto di tali schemi e la variazione in altezza della sovrarresistenza dei telai (vedi Capitolo 3); infatti, la resistenza delle sezioni al piede delle colonne del primo ordine, che sono dotate di una sovrarresistenza molto modesta, si riduce praticamente a zero quando le sollecitazioni dovute alle forze orizzontali sono nulle per cui è logico aspettarsi forti incrementi nella richiesta di duttilità normalizzata \bar{d}_c . Tuttavia va sottolineato che, le prestazioni sismiche di una struttura reale saranno sicuramente meno scadenti di quelle riscontrate in questo studio, poiché, così come è stato osservato per i sistemi monopiano, l'adozione di più schemi di carico connessi alla presenza dell'eccentricità accidentale e_a assicura sempre una resistenza minima a tutte le sezioni dei telai.

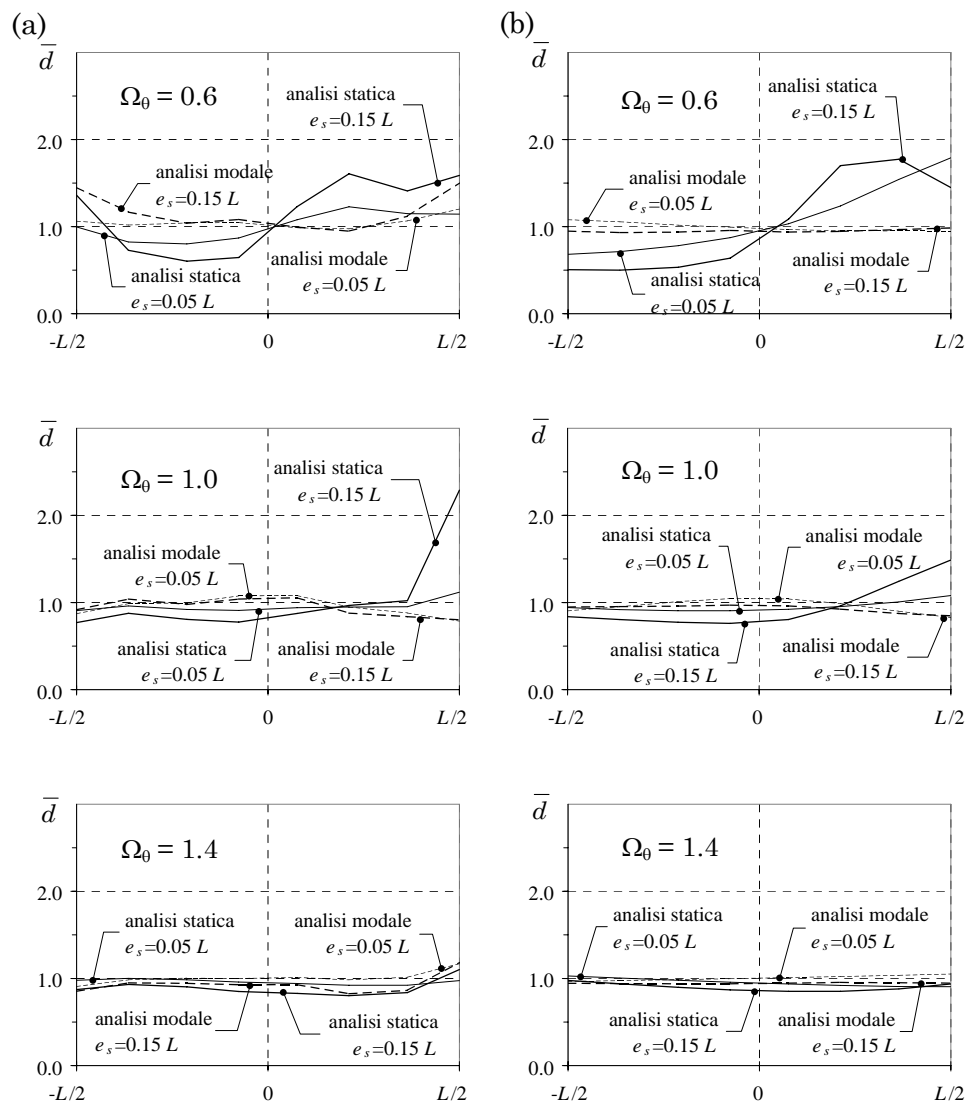


Figura 4.9. Media della richiesta di duttilità globale normalizzata dei telai; (a) carichi verticali proporzionali alla luce delle campate, (b) carichi verticali proporzionali alla rigidezza dei telai.

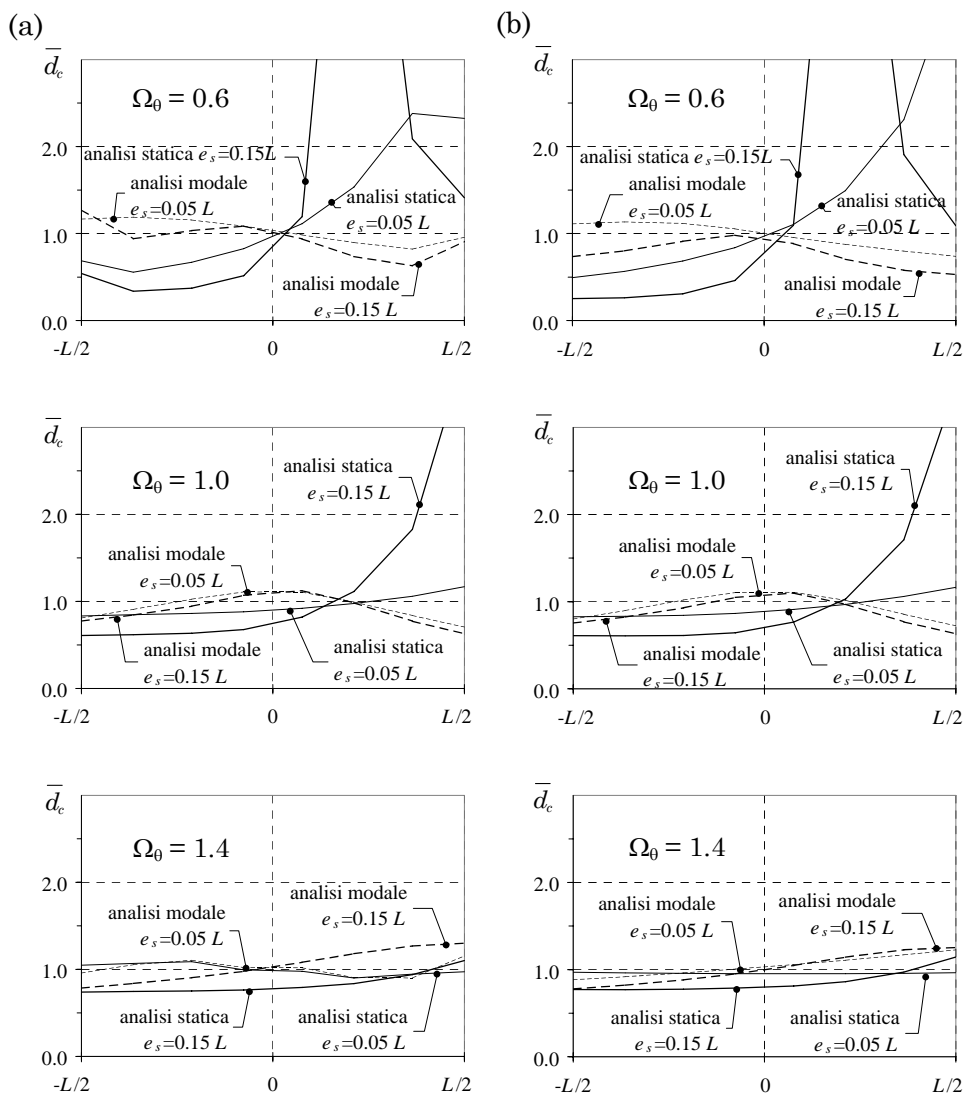


Figura 4.10. Media della richiesta di duttilità normalizzata delle sezioni al piede delle colonne del primo ordine; (a) carichi verticali proporzionali alla luce delle campate, (b) carichi verticali proporzionali alla rigidezza dei telai.

Nel caso di sistemi asimmetrici torsio-rigidi ($\Omega_0 = 1.4$), la richiesta di duttilità è influenzata in maniera modesta dal metodo di analisi ed è sempre prossima a quella del corrispondente sistema torsionalmente bilanciato. Più precisamente, il comportamento delle strutture progettate

per mezzo dell'analisi modale è leggermente peggiore di quello riscontrato nei telai progettati con analisi statica a causa delle maggiori richieste di duttilità evidenziate dai telai del lato rigido. La riduzione di resistenza di questi elementi (rispetto a quella che ad essi si fornirebbe in caso di semplice traslazione), infatti, è più consistente quando s'impiega l'analisi modale.

Considerazioni intermedie possono essere fatte per strutture aventi $\Omega_0 = 1.0$. Quando l'eccentricità strutturale è piccola entrambi i metodi di analisi conducono allo stesso valore massimo della richiesta di duttilità; questo si raggiunge nei telai centrali o in quelli del lato rigido della struttura, a seconda che sia stata usata l'analisi modale o quella statica rispettivamente. Quando l'eccentricità cresce, la richiesta di duttilità diventa eccessivamente elevata nei telai del lato rigido dei sistemi progettati con analisi statica, mentre la risposta in termini di duttilità massima rimane praticamente inalterata se la progettazione viene effettuata con l'analisi modale.

Tabella 4.1. Valori massimi della richiesta di duttilità normalizzata media di sistemi monopiano e delle sezioni al piede delle colonne del primo ordine.

| Ω_0 | e_s / L | Analisi statica | | | Analisi modale | | |
|------------|-----------|-----------------|------|------|----------------|------|------|
| | | mono | (a) | (b) | mono | (a) | (b) |
| 0.6 | 0.05 | 3.70 | 2.38 | 4.01 | 1.19 | 1.18 | 1.13 |
| | 0.15 | 11.20 | 7.61 | 7.28 | 1.18 | 1.27 | 0.98 |
| 1.0 | 0.05 | 1.27 | 1.17 | 1.16 | 1.12 | 1.11 | 1.11 |
| | 0.15 | 4.11 | 3.81 | 3.47 | 1.17 | 1.12 | 1.10 |
| 1.4 | 0.05 | 1.05 | 1.08 | 0.97 | 1.28 | 1.16 | 1.23 |
| | 0.15 | 1.35 | 1.10 | 1.15 | 1.51 | 1.30 | 1.25 |

È interessante rilevare che i risultati mostrati sin qui dimostrano la sostanziale corrispondenza, da un punto di vista qualitativo, tra la risposta inelastica dei sistemi regolarmente asimmetrici e quella dei più semplici sistemi monopiano. Gli scostamenti dal valore unitario della richiesta di duttilità globale normalizzata \bar{d} dei sistemi multipiano sono meno rilevanti di quelli che si registrano nei sistemi monopiano poi-

ché le variazioni del taglio resistente di ciascun telaio, causate dalle rotazioni degli impalcati, sono mitigate dalla presenza dei carichi verticali e dalla sovreresistenza che essi comportano. Vi è invece una buona corrispondenza, anche a livello quantitativo, con la richiesta di duttilità normalizzata delle sezioni alla base delle colonne del primo ordine \bar{d}_c (Tabella 4.1), la resistenza di tali sezioni, infatti, è pressoché trascurabile ed indipendente dalla presenza dei carichi verticali.

La Figura 4.11 mostra la distribuzione in pianta della richiesta di duttilità normalizzata \bar{d}_b delle travi per i sistemi a sovreresistenza variabile e costante. È interessante osservare che, per ciascuno dei sistemi considerati, il parametro \bar{d}_b presenta lo stesso andamento a tutti i piani, qualitativamente analogo a quello dei parametri già analizzati, tranne che all'ultimo. Nei sistemi eccentrici a sovreresistenza costante la resistenza delle travi dell'ultimo piano, che è governata fondamentalmente dai carichi verticali, si discosta in misura modesta da quella determinata per gli stessi elementi nel sistema traslante. A seguito di ciò le rotazioni degli impalcati modificano la richiesta di duttilità \bar{d}_b , che quindi all'ultimo piano presenta lo stesso andamento degli spostamenti normalizzati dell'impalcato.

Queste considerazioni continuano a valere anche quando i carichi vengono ripartiti in proporzione alla luce delle campate ad eccezione dei telai d'estremità dove \bar{d}_b è sempre prossimo all'unità per gli elementi in questione. Nei sistemi dotati di una rigidezza torsionale modesta ($\Omega_0 = 0.6$), per via della notevole sovreresistenza che compete ai telai d'estremità, ed in misura ancora maggiore nelle sezioni appartenenti alle travi dell'ultimo piano, nel caso di pura traslazione non si registrano mai escursioni in campo plastico all'ultimo piano, mentre in presenza di asimmetria strutturale si riscontrano plasticizzazioni, ma solo per pochi accelerogrammi. A seguito di ciò il parametro d_b assume valore unitario in un cospicuo numero di analisi e pertanto la sua media è prossima ad uno. Invece, per i sistemi torsio-rigidi ($\Omega_0 \geq 1.0$), l'andamento, a prima vista strano, delle curve di Figura 4.11a si comprende osservando che all'ultimo piano le sollecitazioni sismiche dei telai di estremità diventano predominanti rispetto a quelle dei carichi verticali (il carico che compete ai telai di estremità è circa la metà di quello che grava sui telai in-

termedi) è così gli scostamenti di \bar{d}_b dal valore unitario vengono contenuti dalle variazioni di resistenza, rispetto a quella del sistema bilanciato, prodotte dalle rotazioni d'impalcato: la resistenza cresce in entrambi i telai di estremità quando $\Omega_\theta = 1.0$ mentre se $\Omega_\theta = 1.4$ cresce sul lato deformabile e decresce sul lato rigido.

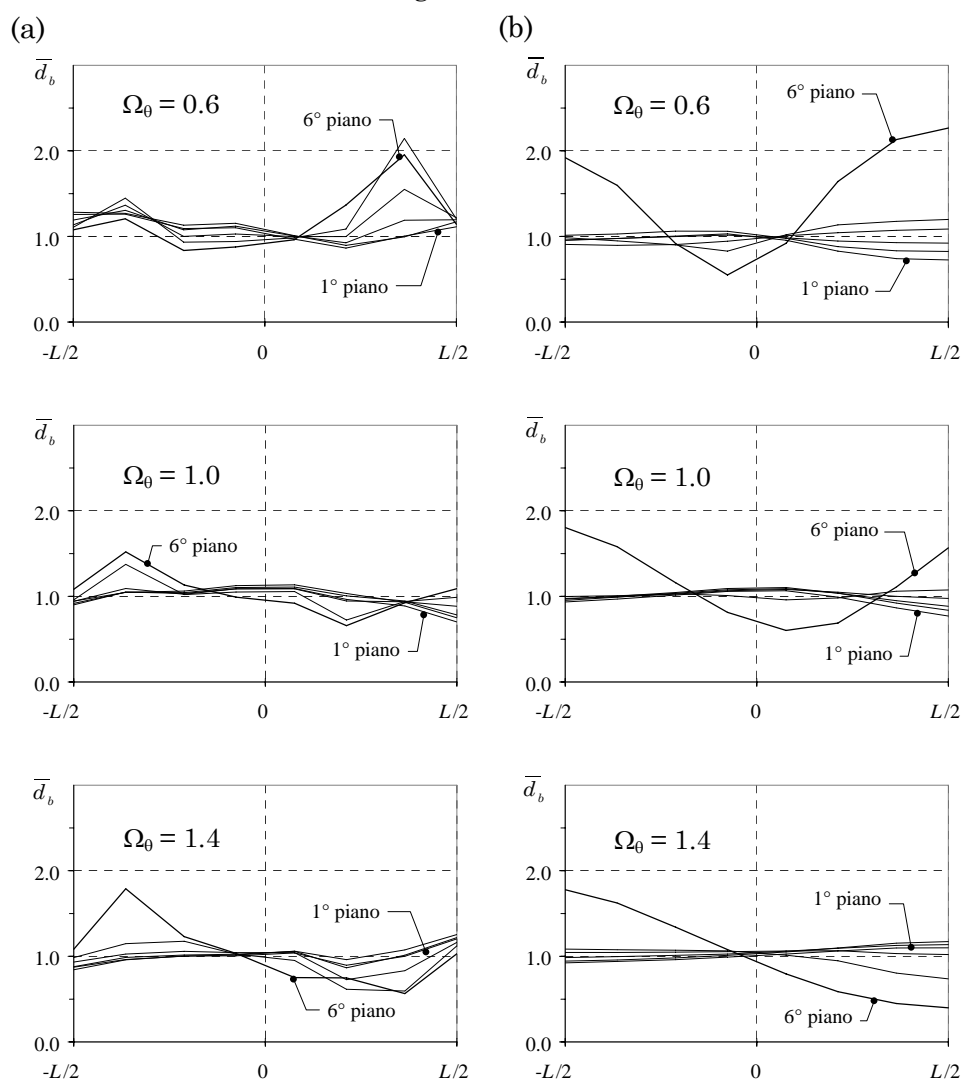


Figura 4.11. Media della richiesta di duttilità normalizzata delle travi, sistemi con $e_s = 0.15 L$ progettati con analisi modale; (a) carichi verticali proporzionali alla luce delle campate, (b) carichi verticali proporzionali alla rigidezza dei telai.

Una visione più efficace dell'influenza che il tipo di analisi strutturale ha sulla richiesta di duttilità delle travi dei sistemi irregolari in pianta si può trarre dai grafici a barre rappresentati in Figura 4.12 ed in Figura 4.13. Ognuno di questi riporta, ad ogni piano, il confronto tra i valori massimi della richiesta di duttilità media delle travi \bar{D}_b misurata nel sistema bilanciato ed in quello asimmetrico.

La distribuzione in altezza della richiesta di duttilità \bar{D}_b dei sistemi torsionalmente bilanciati presenta valori maggiori quando si usa l'analisi modale, ma possiede qualitativamente lo stesso andamento a prescindere dal tipo di analisi utilizzata per il progetto. Ciò era attendibile visto che la risposta elastica dei sistemi qui considerati è contenuta fondamentalmente nel primo modo di vibrazione e che questo è associato ad una distribuzione di forze pressoché lineare. I valori a cui attinge il parametro \bar{D}_b sono minori nei sistemi progettati con l'analisi statica perché in questo caso il taglio di progetto è maggiore.

Il criterio di ripartire i carichi verticali tra i telai influenza sia l'entità della richiesta di duttilità delle travi che il suo andamento lungo l'altezza. Quando i carichi verticali si distribuiscono in proporzione alla luce delle campate, i valori massimi di \bar{D}_b si registrano nel telaio dotato di minore sovrarresistenza che è sempre minore di 1.5 (Figura 4.7), valore che caratterizza i telai dei sistemi in cui i carichi sono ripartiti in proporzione alla rigidezza. Per tale motivo i valori massimi di \bar{D}_b sono maggiori nel primo caso. La differenza di sovrarresistenza spiega anche il diverso andamento in altezza della richiesta di duttilità; infatti, nel primo caso ($Os_i \approx 1.1$), \bar{D}_b cresce spostandosi verso i piani alti per effetto della riflessione dell'onda sismica, già osservata da Clough e Penzien⁹. Invece, nel secondo caso, gli effetti di tale fenomeno sono limitati dalla maggiore sovrarresistenza e così \bar{D}_b si mantiene pressoché costante lungo l'altezza.

Nei sistemi asimmetrici la richiesta di duttilità è sempre superiore a quella dei corrispondenti schemi bilanciati, soprattutto ai piani bassi. Nei sistemi con $\Omega_0 = 0.6$ o 1.0 , ovvero in quelli che manifestano rotazioni d'impalcato più rilevanti per effetto dell'eccitazione sismica, l'analisi modale riesce a contenere \bar{D}_b a valori prossimi a quelli degli schemi

traslanti mentre valori di \bar{D}_b nettamente superiori si riscontrano quando si usa l'analisi statica. Al contrario, nei sistemi torsio-rigidi, è l'analisi statica che consente di ottenere minori incrementi della richiesta di duttilità. Tali considerazioni valgono sia per i sistemi a sovraresistenza variabile che in quelli a sovraresistenza costante.

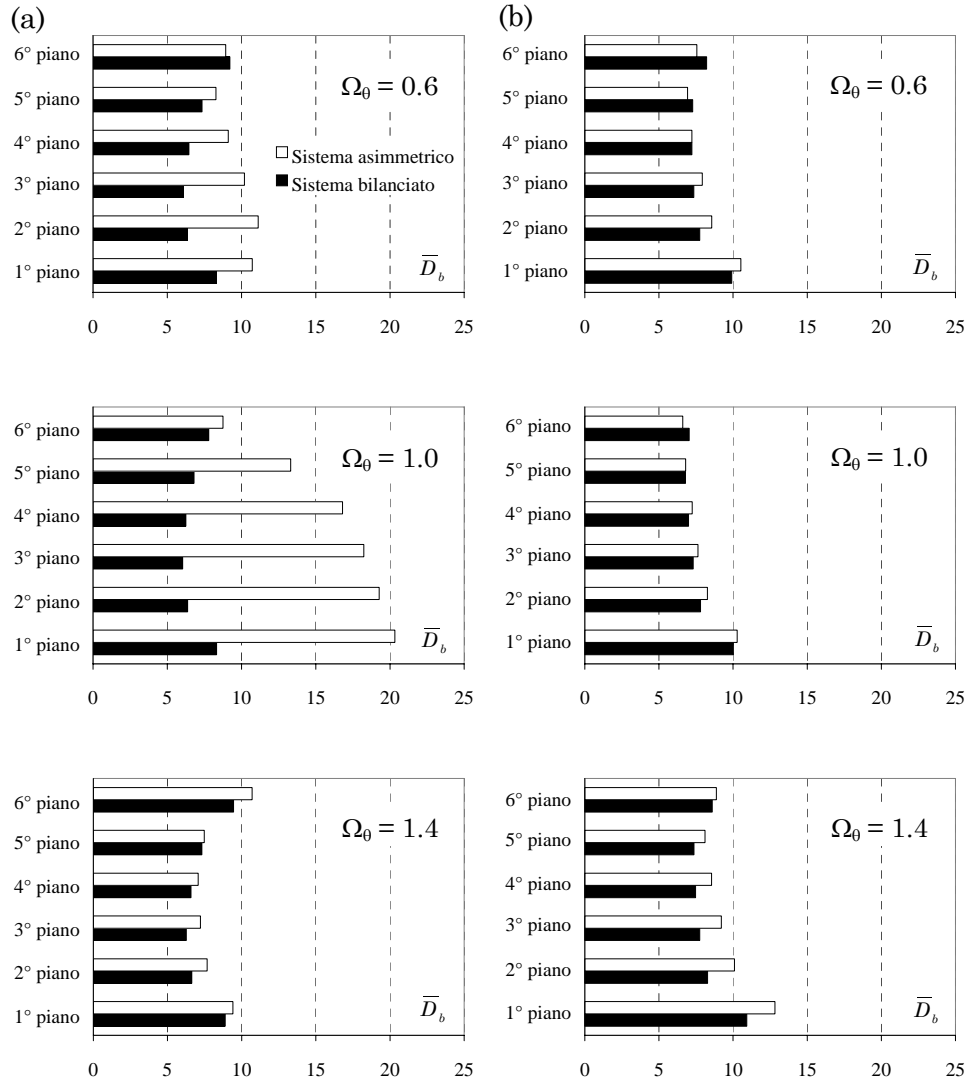


Figura 4.12. Valori massimi della richiesta di duttilità media delle travi, $e_s = 0.15 L$, sovraresistenza variabile; (a) analisi statica, (b) analisi modale.

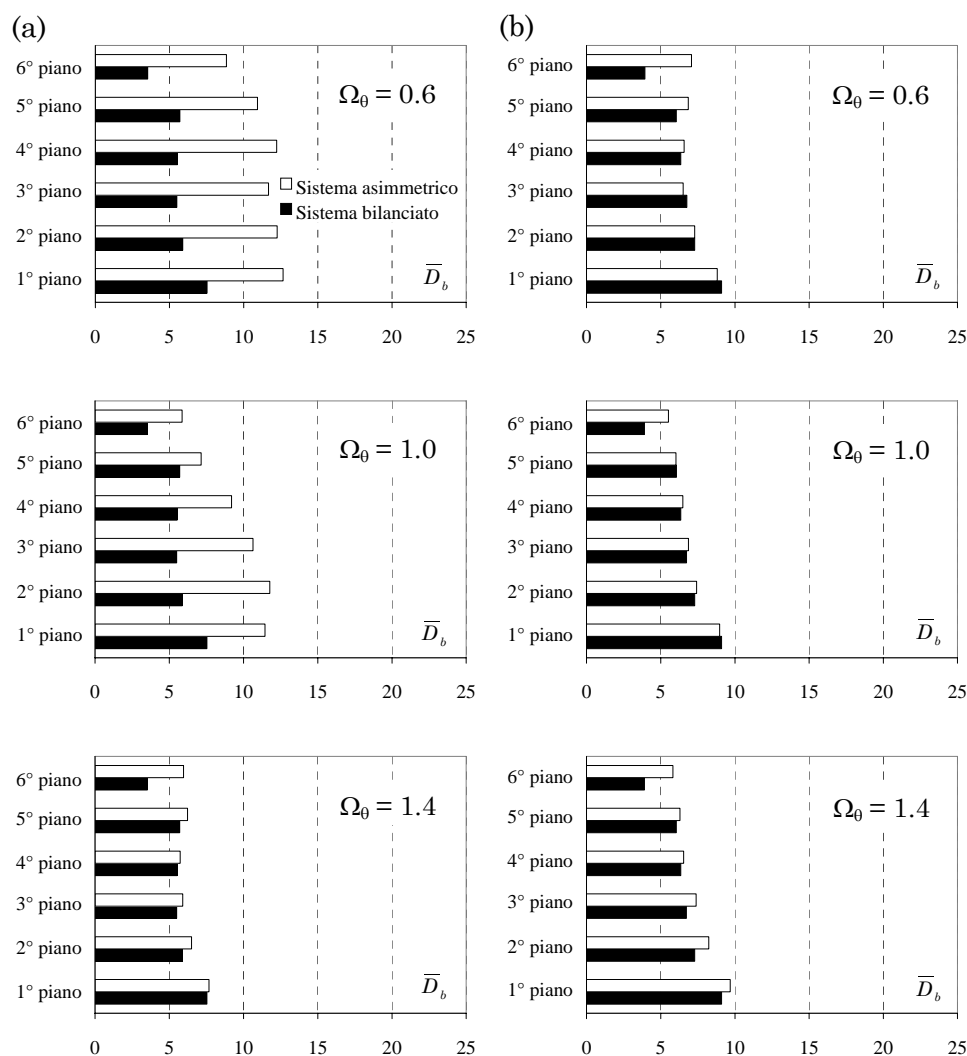


Figura 4.13. Valori massimi della richiesta di duttilità media delle travi, $e_s = 0.15 L$, sovrarresistenza variabile; (a) analisi statica, (b) analisi modale.

L'esame della distribuzione in altezza della richiesta di duttilità \bar{D}_b permette di ridimensionare le conclusioni sulle prestazioni sismiche delle travi dell'ultimo piano, estremamente sfavorevoli, a cui si era arrivati esaminando il parametro \bar{d}_b . Appare evidente che la richiesta di duttilità di questi elementi, nonostante sia, in presenza di asimmetria struttu-

rale, percentualmente ben più elevata di quella riscontrata quando il sistema può solo traslare, si attesta comunque su valori prossimi a quelli misurati agli altri piani (Figura 4.13).

5. Criteri per il progetto degli edifici asimmetrici

Come era logico aspettarsi i risultati delle analisi numeriche riportati nei paragrafi precedenti sottolineano, tra le altre cose, che in generale non è possibile assegnare la resistenza degli elementi di un sistema asimmetrico in maniera ottimale attraverso l'applicazione pura e semplice dell'analisi statica o di quella modale. Tuttavia è possibile ovviare a questi inconvenienti utilizzando questi due tipi di analisi all'interno di procedure di progetto che consentano, attraverso opportuni accorgimenti, di ottenere prestazioni sismiche paragonabili a quelle dei sistemi traslanti. Tutti gli edifici analizzati nel paragrafo precedente sono stati nuovamente progettati utilizzando tre diverse procedure per valutarne le sollecitazioni sismiche di progetto: le prime due, reperite in letteratura, prevedono rispettivamente l'uso dell'analisi statica e modale, la terza, proposta in questo studio, è basata sull'analisi modale.

Tra le diverse procedure per la progettazione degli edifici planimetricamente irregolari che prevedono l'uso dell'analisi statica in questo studio è stata impiegata quella proposta da Duan e Chandler^{6, 16}, testata dagli autori con modelli multipiano a traversi rigidi. Il metodo in questione prevede che si valuti due volte la risposta statica della struttura ad un sistema di forze orizzontali. In entrambi i casi le forze devono essere applicate eccentricamente rispetto al centro di rigidezza ma con eccentricità diverse, denominate dagli autori rispettivamente *eccentricità di progetto primaria e secondaria*. Quindi, per ogni sezione, il valore della sollecitazione sismica di progetto coincide con il più grande tra quelli determinati nei due casi.

L'eccentricità primaria di progetto e_{d1} , maggiore dell'eccentricità strutturale e_s , tiene conto dei fenomeni di amplificazione dinamica della componente torsionale della risposta e si valuta utilizzando la seguente relazione:

$$e_{d1} = A_1 e_s \quad (5)$$

dove:

$$A_1 = 2.6 - 3.6 \frac{e_s}{L} \geq 1.4 \quad (6)$$

L'eccentricità secondaria di progetto e_{d2} , minore di e_s , s'introduce per evitare quella riduzione di resistenza che comporta la concentrazione della richiesta di duttilità negli elementi del lato rigido:

$$e_{d2} = 0.5 e_s \quad (7)$$

Poiché l'eccentricità e_{d2} , da sola, non è in grado di contenere le plasticizzazioni dei telai posti sul lato rigido dell'edificio in presenza di forti asimmetrie strutturali, Duan e Chandler propongono di valutare la resistenza di questi elementi utilizzando un fattore di comportamento q' ridotto:

$$q' = q \quad 0 < e_s / L < 0.1 \quad (8a)$$

$$q' = q - (e_s / L - 0.1) / 0.1 \quad 0.1 < e_s / L < 0.2 \quad (8b)$$

$$q' = 0.8 q \quad 0.2 < e_s / L \quad (8c)$$

Il modello studiato da Duan e Chandler possiede un solo elemento sul lato rigido, mentre gli edifici utilizzati in questo studio ne possiedono quattro. Il fattore di comportamento utilizzato per valutare le sollecitazioni sismiche degli elementi del lato rigido, quindi, è stato fatto variare linearmente con la distanza da C_R dal valore q a quello ridotto q' , calcolato mediante le (8), anche se non è specificato dagli autori del metodo. Invece, non sono state considerate forze concentrate all'ultimo piano poiché queste vanno applicate solo quando l'eccentricità strutturale è superiore a $0.2 L$.

La prima delle procedure di progetto che implicano l'uso dell'analisi modale, prese in esame in questo lavoro, è stata proposta da Ghersi e Rossi²² sulla base di studi condotti con modelli asimmetrici monopiano. Anche in questo caso le sollecitazioni sismiche vanno valutate due volte combinando i massimi modali mediante il criterio CQC: nel primo caso i centri di massa C_M vanno posti nella loro posizione nominale, mentre successivamente questi devono essere traslati verso i centri di rigidezza C_R di una quantità e_d che gli autori chiamano *eccentricità correttiva di progetto*. Le sollecitazioni sismiche di progetto coincidono con l'involuppo

dei valori così ottenuti. La prima analisi modale consente di cogliere la risposta elastica del sistema, mentre la seconda, poiché qui lo schema è caratterizzato da una minore eccentricità e quindi da rotazioni degli impalcati meno rilevanti, impedisce eccessive riduzioni di resistenza. Per calcolare e_d gli autori propongono la seguente formula:

$$e_d = \max \begin{cases} k(e_s - e_r) \\ 0.6e_s \end{cases} \quad (9)$$

dove:

$$k = \max \begin{cases} 3.3 - 2.5\Omega_\theta + 0.05q \\ 1 \end{cases} \quad (10)$$

$$e_r = \max \begin{cases} 0.1(0.5\Omega_\theta - 0.4)L \\ 0.01L \end{cases} \quad (11)$$

Una semplice analisi delle differenze che intercorrono tra la risposta elastica e quella inelastica dei sistemi asimmetrici suggerisce la terza procedura di progetto. Mediante un'analisi modale spaziale della struttura in questione è possibile cogliere gli effetti dell'accoppiamento latero – torsionale in campo elastico, mentre, per tutelarsi dagli effetti del carattere maggiormente traslazionale della risposta inelastica, dovrebbe essere sufficiente ripetere l'analisi modale del sistema dopo aver impedito la rotazione degli impalcati. Dunque, se si valutano le sollecitazioni sismiche di progetto come l'involuppo di quelle determinate con queste due analisi, si dovrebbe essere in grado di impedire escursioni in campo plastico nel caso di terremoti di lieve entità e, quando la struttura è sollecitata oltre il suo limite elastico, di evitare i forti incrementi della richiesta di duttilità rispetto a quelli riscontrati nel corrispondente sistema bilanciato.

La procedura proposta, che può essere pensata come una versione semplificata di quella formulata da Gherzi e Rossi (basta porre $e_d = e_s$ nella seconda analisi modale), presenta grossi vantaggi rispetto alle altre due per quanto riguarda l'aspetto applicativo. Infatti, per il suo impiego non è richiesta la conoscenza dell'eccentricità strutturale e_s e del rapporto tra le frequenze torsionale e laterale disaccoppiate Ω_θ , parametri che, per un edificio reale (raramente nella realtà un edificio rispetta

rigorosamente tutti i requisiti per essere classificato come regolarmente asimmetrico), possono essere determinati solo con metodi approssimati e spesso macchinosi.

Le sollecitazioni sismiche valutate mediante le tre procedure prese in considerazione sono state quindi combinate con l'effetto dei carichi verticali. Procedendo come per gli edifici analizzati nel paragrafo precedente, la resistenza delle travi e quella delle sezioni al piede delle colonne del primo ordine è stata assegnata utilizzando le stesse condizioni di carico del capitolo precedente: soli carichi verticali e azioni sismiche con carichi verticali ridotti.

Al fine di mostrare come l'applicazione delle tre procedure di progetto modifica il taglio resistente dei telai rispetto a quello che ad essi sarebbe conferito in presenza di sola traslazione, in Figura 4.14 è stato rappresentato l'andamento in pianta dell'*incremento di taglio resistente normalizzato* OV_i , rapporto tra $V_{lim,i}^{asim}$ e $V_{lim,i}^{bil}$. Si osservi che il parametro in questione è proporzionale a quello degli spostamenti di progetto, poiché le strutture analizzate sono regolarmente asimmetriche a sovrarresistenza costante.

Nei sistemi torsio-flessibili l'eccentricità di progetto e_d suggerita dalla procedura proposta è leggermente minore di quella indicata da Gherzi e Rossi, che è maggiore dell'eccentricità strutturale stessa, così la seconda metodologia assegnerà una resistenza maggiore agli elementi del lato flessibile, mentre per gli elementi del lato rigido entrambi gli approcci basati sull'analisi modale conducono allo stesso livello di resistenza. Infine, solo nel caso di forti eccentricità ($e_s = 0.15 L$), il metodo di Gherzi e Rossi consente localmente modeste riduzioni di resistenza rispetto al caso traslazionale.

Per gli stessi edifici, il metodo proposto da Duan e Chandler, invece, consente sensibili riduzioni di resistenza per gli elementi del lato rigido dei sistemi con piccola eccentricità ($e_s = 0.05 L$) ed impone eccessivi incrementi delle sollecitazioni di progetto quando l'eccentricità è elevata. Prima di arrivare a conclusioni negative su tale approccio progettuale, però, bisogna sottolineare che questo è stato proposto dagli autori solo per sistemi torsio-rigidi e verificato utilizzando strutture dotate di un rapporto $\Omega_0 = 1.0$. Invece in questo studio, per ragioni di completezza, la

procedura è stata applicata anche ai sistemi torsio-flessibili. La distribuzione di resistenza inadeguata ed eventualmente le scadenti prestazioni sismiche di questi schemi, dunque, non indicano che la procedura, in generale, non è valida, ma semmai che l'analisi statica non è efficace per la progettazione di tali schemi anche quando, allo scopo di superare i suoi limiti, s'introducono opportuni accorgimenti.

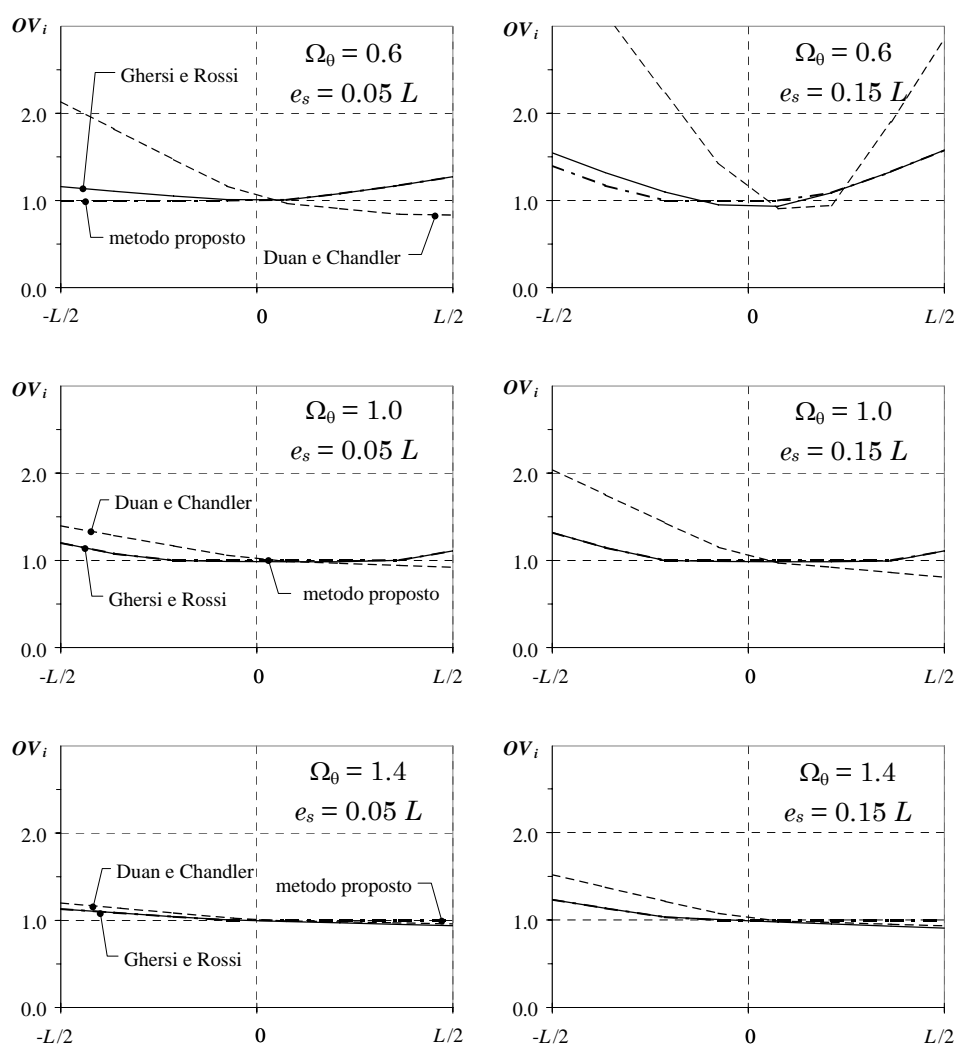


Figura 4.14. Incremento del taglio resistente normalizzato.

Nei sistemi con $\Omega_0 = 1.0$ entrambe le procedure basate sull'analisi modale evitano riduzioni di resistenza negli elementi centrali, mentre in quelli torsionalmente rigidi la procedura proposta, impedendo qualunque riduzione di resistenza, comporta una resistenza lievemente maggiore per gli elementi del lato rigido. La metodologia elaborata da Duan e Chandler conferisce ai telai del lato flessibile una resistenza che, almeno nel caso di sistemi con forte eccentricità, appare eccessivamente elevata.

Infine la Tabella 4.2 riporta l'*incremento di taglio resistente globale normalizzato*, definito come il rapporto tra la somma dei tagli resistenti dei telai disposti lungo la direzione Y del sistema asimmetrico e quella degli stessi valori determinata per il corrispondente sistema bilanciato: questo parametro fornisce indicazione sull'incremento del costo strutturale determinato, per via dell'irregolarità in pianta, dall'applicazione dei metodi di progetto esaminati. Appare evidente che i valori relativi alla metodologia proposta da Duan e Chandler sono i più elevati e divengono inaccettabili quando la struttura è dotata di una modesta rigidità torsionale e di una forte eccentricità strutturale. Al contrario i valori minori si riscontrano nei sistemi progettati mediante l'approccio proposto da Gherzi e Rossi; tuttavia è interessante osservare che l'approccio proposto in questo lavoro, nonostante l'estrema semplicità che lo caratterizza, fornisce valori solo leggermente superiori a questi ultimi.

Tabella 4.2. Incremento di taglio resistente globale normalizzato.

| Ω_0 | e_s | Duan e Chandler | Gherzi e Rossi | Metodo proposto |
|------------|----------|--------------------|-------------------|--------------------|
| 0.6 | 0.05 L | 1.12 | 1.03 | 1.02 |
| | 0.15 L | 1.40 | 1.01 | 1.04 |
| 1.0 | 0.05 L | 1.07 | 1.03 | 1.04 |
| | 0.15 L | 1.19 | 1.04 | 1.05 |
| 1.4 | 0.05 L | 1.06 | 1.02 | 1.04 |
| | 0.15 L | 1.16 | 1.04 | 1.07 |

Le analisi inelastiche descritte nel paragrafo precedente sono state ripetute per i nuovi edifici utilizzando lo stesso insieme di accelerogrammi supposti agenti lungo la direzione Y. I risultati così ottenuti sono stati utilizzati per determinare, per ciascuno dei telai orientati lungo tale direzione, i parametri medi di duttilità globale e locale, rappresentativi del comportamento sismico dei sistemi analizzati.

Analizzando i risultati, sintetizzati nelle figure che seguono (da Figura 4.15 a Figura 4.17), appare subito evidente che la richiesta di duttilità globale \bar{d} e la richiesta di duttilità alla base delle colonne del primo ordine \bar{d}_c sono caratterizzate dallo stesso andamento in tutti i casi esaminati, anche se generalmente gli scostamenti dal valore unitario sono sempre più rilevanti per il parametro \bar{d}_c per via dei motivi già esposti nel paragrafo precedente (le sezioni delle colonne sono praticamente prive di sovrarresistenza).

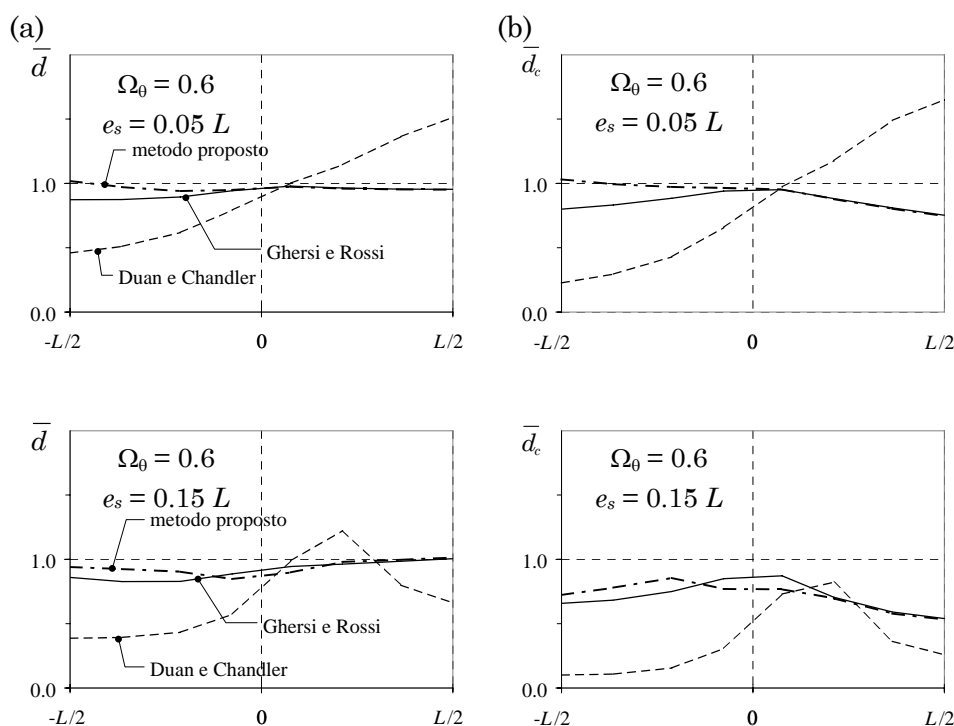


Figura 4.15. Media della richiesta di duttilità normalizzata dei sistemi con $\Omega_0 = 0.6$; (a) globale, (b) dei pilastri.

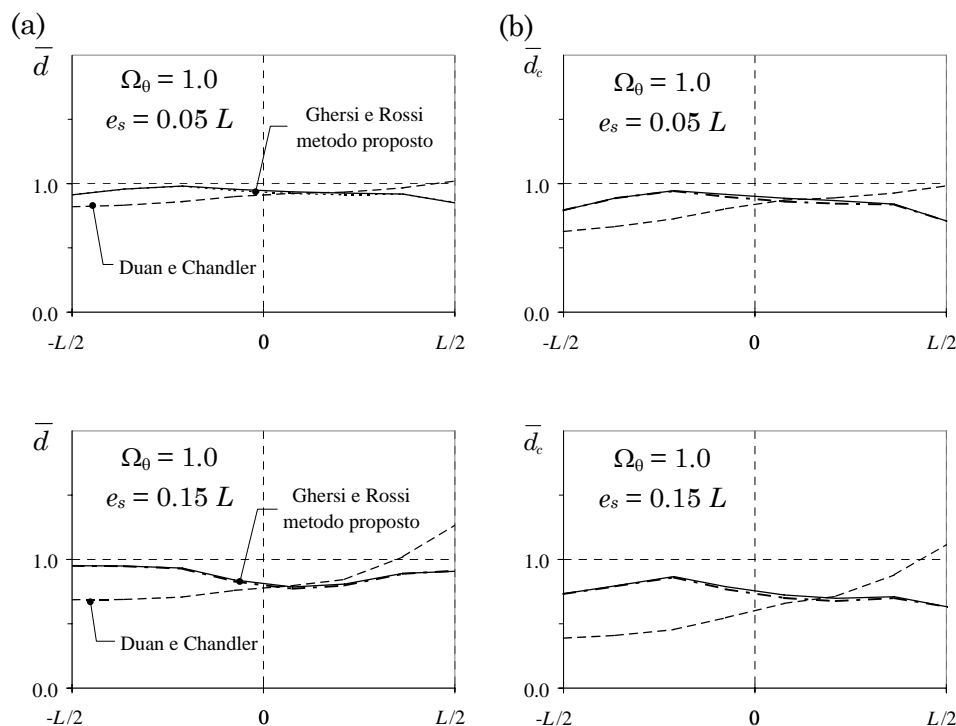


Figura 4.16. Media della richiesta di duttilità normalizzata dei sistemi con $\Omega_0 = 1.0$; (a) globale, (b) dei pilastri.

Nelle strutture torsio-flessibili ($\Omega_0 = 0.6$) entrambe le procedure basate sull'analisi modale determinano una distribuzione uniforme della richiesta di duttilità tra i telai, con valori normalizzati sempre prossimi ad uno (Figura 4.15). In sostanza entrambi i metodi, limitando le riduzioni di resistenza che occorreano negli elementi centrali dei sistemi studiati nel paragrafo precedente, quando la progettazione avveniva mediante l'applicazione pura e semplice dell'analisi modale, hanno consentito di evitare gli incrementi della richiesta di duttilità di questi elementi rispetto ai valori dei corrispondenti sistemi bilanciati (Figura 4.9 e Figura 4.10). Al contrario la distribuzione della richiesta di duttilità dei sistemi dimensionati con l'approccio statico proposto da Duan e Chandler è fortemente variabile in pianta (Figura 4.15 e Figura 4.16): in particolare, i valori elevati dell'eccentricità primaria di

progetto conducono sempre a richieste di duttilità modeste sul lato deformabile della struttura, mentre gli accorgimenti introdotti per evitare le riduzioni di resistenza al lato rigido appaiono inadeguati e così qui si registrano valori di \bar{d} e \bar{d}_c valori superiori all'unità, tranne che per il sistema con $\Omega_0 = 0.6$ ed $e_s = 0.15 L$. Questo risultato è significativo poiché dimostra che, mentre l'analisi statica, nonostante gli accorgimenti presi, è inefficace per il progetto dei sistemi torsio-flessibili, l'uso dell'analisi modale con le appropriate eccentricità correttive consente di ottenere prestazioni sismiche accettabili da questi sistemi, che secondo Duan e Chandler¹⁶, addirittura, non dovrebbero essere realizzati.

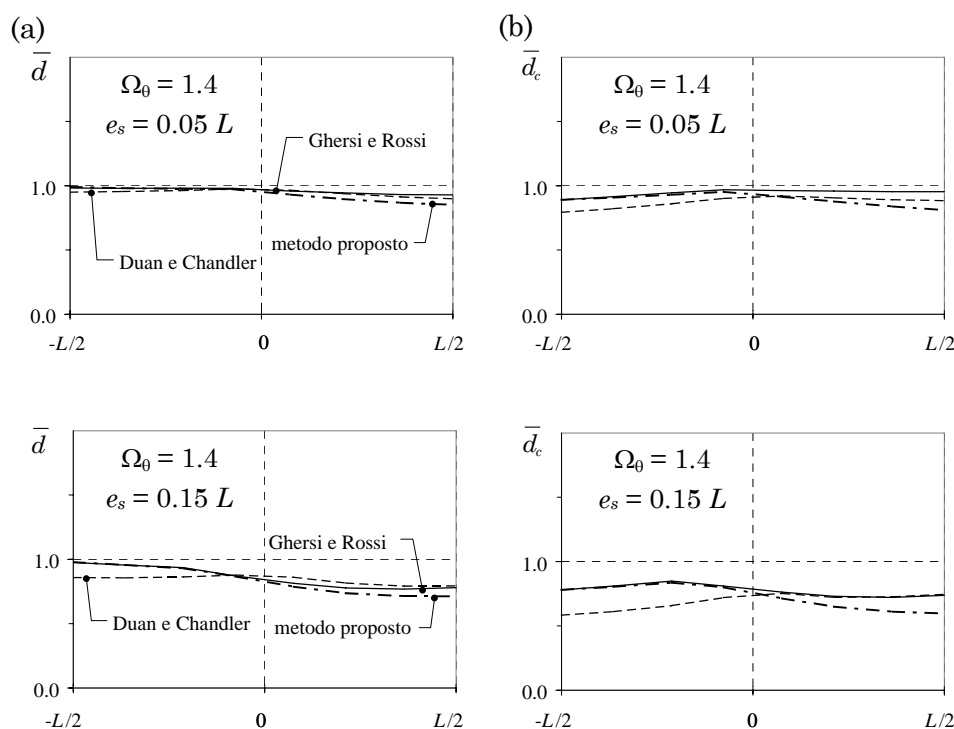


Figura 4.17. Media della richiesta di duttilità normalizzata dei sistemi con $\Omega_0 = 1.4$; (a) globale, (b) dei pilastri.

La richiesta di duttilità normalizzata delle strutture torsio-rigide ($\Omega_0 \geq 1.0$) progettate con le due procedure di progetto basate sull'analisi modale presenta, ancora una volta, un andamento pressoché uniforme

(Figura 4.17). Nei sistemi a piccola eccentricità i parametri di duttilità normalizzata si attestano su valori appena inferiori ad uno mentre valori sensibilmente inferiori si riscontrano in presenza di eccentricità elevate. Ciò è visibile soprattutto per la richiesta di duttilità delle colonne dei telai posti sul lato rigido dei sistemi progettati con il metodo proposto in questo studio. L'introduzione dei provvedimenti che limitano la riduzione di resistenza degli elementi del lato rigido (seconda analisi con eccentricità ridotta secondo Gheresi e Rossi, analisi traslazionale in accordo con il metodo proposto), ha permesso di ridurre la richiesta di duttilità di tali elementi al di sotto del valore riscontrato per il corrispondente sistema bilanciato.

Per i sistemi con piccola eccentricità il metodo proposto da Duan e Chandler è equivalente agli altri ma, quando l'eccentricità è elevata, diventa più conservativo per gli elementi del lato flessibile e comporta richieste di duttilità normalizzate superiori per quelli posti sul lato rigido della struttura (quando $\Omega_0 = 1.0$ \bar{d} e \bar{d}_c superano il valore unitario). È possibile concludere, quindi, che l'analisi modale, con le opportune correzioni, è un valido strumento di progetto anche per quelle strutture irregolari in pianta dotate di elevata rigidezza torsionale, che nel precedente paragrafo avevano mostrato un comportamento sismico migliore se progettate con l'analisi statica (Figura 4.10 e Figura 4.11).

Le considerazioni esposte sui due parametri di duttilità analizzati (\bar{d} e \bar{d}_c) non possono essere estese alla richiesta di duttilità normalizzata delle travi \bar{d}_b . In questi elementi, anche quando si assegna la resistenza utilizzando le procedure di progetto basate sull'analisi modale, si riesce a ridurre la richiesta di duttilità normalizzata \bar{d}_b ma non a riportarla fino a valori inferiori all'unità così come avviene per le colonne. Ciò emerge chiaramente dai diagrammi riportati nella Figura 4.18 che descrivono le distribuzioni in pianta di \bar{d}_b relative ai diversi piani di tre sistemi asimmetrici progettati mediante le già citate procedure: gli edifici, che possiedono la stessa eccentricità strutturale $e_s = 0.15 L$, differiscono per il valore del rapporto $\Omega_0 = 0.6, 1.0$ ed 1.4 . I diagrammi relativi agli altri sistemi analizzati sono riportati nell'appendice B.

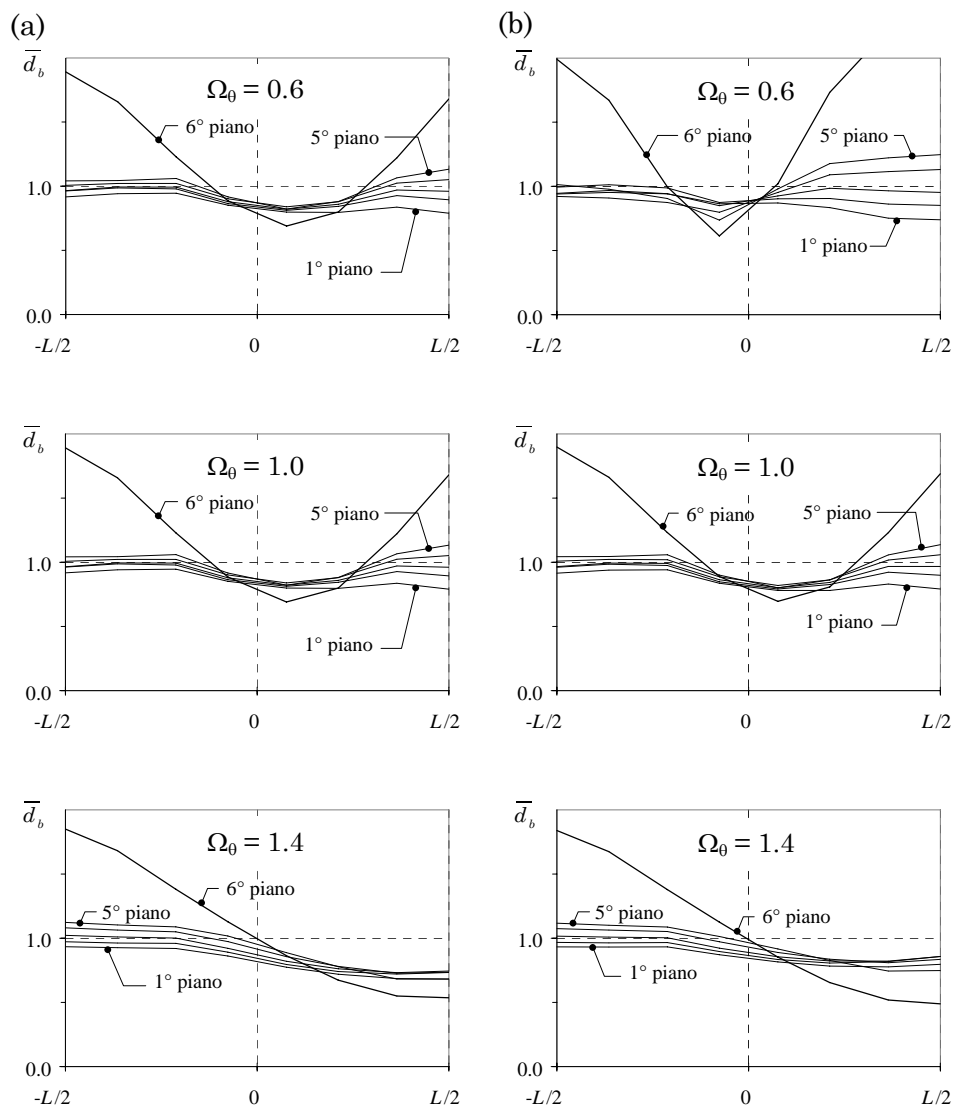


Figura 4.18. Media della richiesta di duttilità delle travi di sistemi a grande eccentricità $e_s = 0.15 L$ progettati mediante analisi modale; (a) procedura formulata da Ghersi e Rossi (b) procedura proposta.

Nelle travi all'ultimo livello dei sistemi asimmetrici la richiesta di duttilità si attesta su valori sensibilmente maggiori di quelli riscontrati nei corrispondenti sistemi bilanciati. Nei rimanenti livelli, dove si registra-

no valori massimi della richiesta di duttilità normalizzata \bar{d}_b nettamente inferiori a quelli riscontrati all'ultimo piano, il parametro in questione decresce gradualmente quando ci si sposta verso la base della struttura; questo, tuttavia, continua ad assumere valori superiori dell'unità ai piani più elevati. Nei sistemi torsio-flessibili le condizioni più gravose occorrono sul lato rigido della struttura dove la richiesta di duttilità delle travi supera anche del 25% quella riscontrata nel corrispondente sistema traslante; mentre gli incrementi, seppur di minore entità, si verificano sul lato flessibile quando il sistema è torsio-rigido.

Il raggiungimento di valori superiori ad uno del parametro \bar{d}_b in alcune zone della struttura è una diretta conseguenza della sovraresistenza presente nelle sezioni. Questa, che è consistente soprattutto ai piani più alti (vedi Capitolo 3, Tabella 3.3), limita gli incrementi di resistenza là dove le sollecitazioni sismiche di progetto crescono rispetto a quelle del corrispondente sistema bilanciato. Una chiara visione del meccanismo che riduce l'efficacia delle metodologie progettuali esaminate si ottiene osservando in dettaglio i risultati relativi ad uno qualunque dei sistemi analizzati; a titolo di esempio, si riportano quelli dell'edificio asimmetrico caratterizzato da $e_s = 0.15 L$ e dal rapporto $\Omega_0 = 0.6$.

I diagrammi a barre della Figura 4.19 indicano le diverse aliquote che concorrono a formare la resistenza flessionale di particolari sezioni della struttura, espresse come percentuale di quella misurata nel corrispondente sistema bilanciato: per ciascun telaio disposto lungo la direzione in cui agisce il sisma le sezioni esaminate sono quelle di estremità delle travi centrali al sesto ed al quinto piano e quella al piede dei pilastri centrali del primo ordine.

Nelle sezioni al piede dei pilastri, che in sostanza sono privi di sovraresistenza (qui il momento flettente prodotto dai carichi verticali è molto modesto in rapporto a quello sismico), la resistenza flessionale del sistema traslante coincide sostanzialmente col momento sismico, dunque l'incremento delle sollecitazioni sismiche di progetto dovuto alle rotazioni d'impalcato si traduce in un eguale incremento percentuale di resistenza.

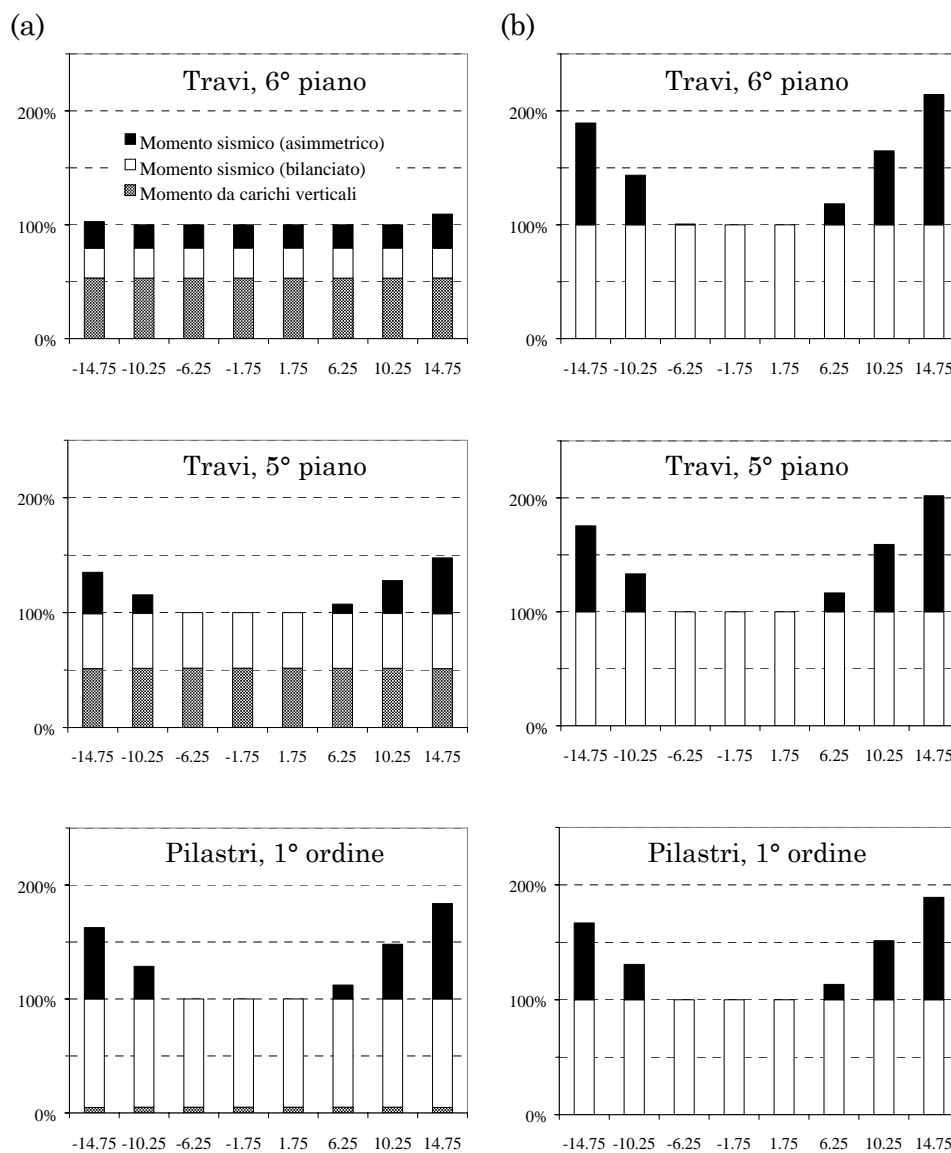


Figura 4.19. Incremento percentuale del momento resistente per il sistema con $e_s = 0.15 L$, $\Omega_0 = 0.6$, progettato con la procedura proposta; (a) in presenza di carichi verticali, (b) in assenza di carichi verticali.

Nelle travi, invece, il momento da carichi verticali costituisce un'aliquota considerevole di quello resistente, così l'incremento percen-

tuale di resistenza è ben minore di quello relativo alle sollecitazioni prodotte dal sisma. La Figura 4.19a mostra che al quinto piano del telaio di estremità del lato rigido, dove gli effetti delle rotazioni degli impalcati sono più rilevanti nel caso preso in esame, il momento sismico del sistema asimmetrico è quasi il doppio di quello misurato in presenza di sola traslazione, tuttavia l'incremento di resistenza flessionale è pari solo al 50%. Qualora sul telaio non gravassero i carichi verticali, la resistenza flessionale della stessa sezione sarebbe stata raddoppiata (Figura 4.19b).

IL fenomeno si ripropone in maniera ancor più esasperata nelle travi dell'ultimo piano. Nel caso di traslazione pura il momento sismico di questi elementi è circa la metà di quello prodotto dai carichi verticali, pertanto, la loro resistenza è sempre dettata dalla seconda condizione di carico (soli carichi verticali incrementati dai coefficienti γ_g e γ_q). Nel sistema asimmetrico l'incremento del momento sismico, quando riesce ad aumentare anche la resistenza, produce incrementi molto modesti, ben inferiori di quelli che si verificherebbero in assenza di carichi verticali: nel telaio di estremità la sovrarresistenza che questi producono limita l'incremento di resistenza delle sezioni ad appena il 10% mentre, in assenza di carichi verticali, la resistenza verrebbe più che raddoppiata.

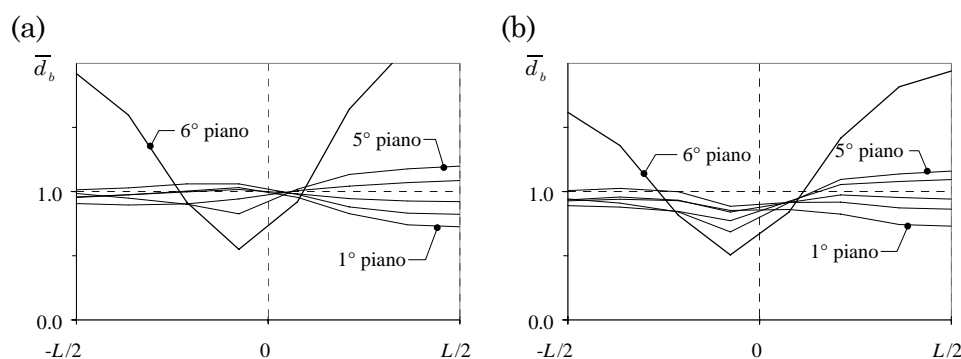


Figura 4.20. Media della richiesta di duttilità delle travi di sistemi con $\Omega_0 = 0.6$, $e_s = 0.15 L$, $O_{si} = 1.5$ progettati mediante: (a) analisi modale, (b) procedura proposta.

La conoscenza dei meccanismi che condizionano l'assegnazione della resistenza alle membrature della struttura consente di comprendere pie-

namente l'escursione della richiesta di duttilità normalizzata delle travi al di sopra del valore unitario, altrimenti del tutto inspiegabile. Nella Figura 4.20 il diagramma della richiesta di duttilità \bar{d}_b del sistema in esame ($\Omega_0 = 0.6$, $e_s = 0.15$) progettato con la procedura proposta è stato accostato a quello relativo allo stesso sistema progettato con una semplice analisi modale.

Si osserva che l'introduzione della seconda analisi traslazionale riporta \bar{d}_b a valori inferiori all'unità nei telai centrali, poiché impedisce le riduzioni di resistenza che altrimenti si verificherebbero in questi elementi. Essa, invece, non consente di ottenere alcun beneficio sulla richiesta di duttilità nelle travi dei telai di estremità dove \bar{d}_b continua a raggiungere valori superiori ad 1.0. In questi elementi, infatti, gli incrementi di resistenza ottenuti in fase di progetto sono spesso inadeguati a causa della sovraresistenza delle sezioni, consistente soprattutto ai piani alti. Un trattamento distinto va' fatta per le travi dell'ultimo livello. Queste subiscono richieste di duttilità estremamente più elevate di quelle riscontrate negli stessi elementi dei corrispondenti sistemi bilanciati ($\bar{d}_b \approx 2$) e la loro situazione non riceve alcun beneficio dall'uso delle eccentricità correttive utilizzate; la resistenza di queste sezioni, che è condizionata essenzialmente dai carichi verticali, nel sistema asimmetrico coincide praticamente con quella che si ottiene in presenza di sola traslazione, nonostante dall'analisi strutturale scaturiscono forti incrementi delle sollecitazioni sismiche (Figura 4.19). Le considerazioni sulla richiesta di duttilità assoluta \bar{D}_b di questi elementi, esposte nel precedente paragrafo ed ancora valide per i sistemi qui analizzati, permettono di affermare che le loro prestazioni sismiche non decadono fino a livelli inaccettabili.

Al fine di dimostrare che è la sovraresistenza delle sezioni a limitare l'efficacia delle procedure di progetto esaminate in questo paragrafo, l'edificio in questione è stato nuovamente progettato (mediante una semplice analisi modale e successivamente con la procedura proposta) ipotizzando che sui telai sottoposti all'azione del sisma non gravino carichi verticali. La Figura 4.21 mostra l'andamento in pianta della richiesta di duttilità normalizzata delle travi riscontrata nei due casi esaminati.

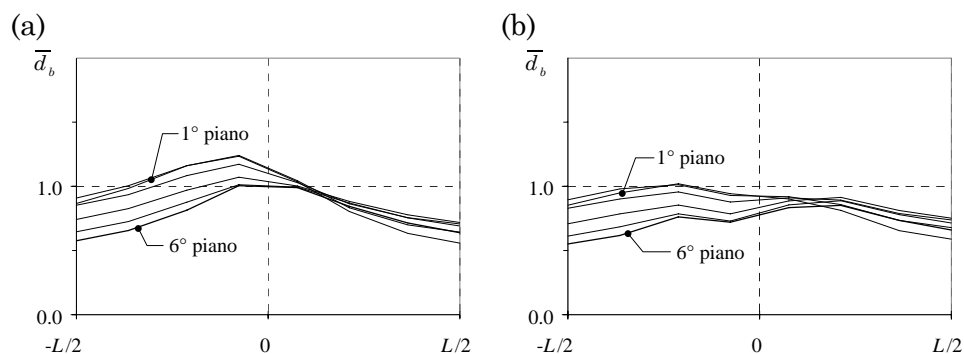


Figura 4.21. Media della richiesta di duttilità delle travi di sistemi con $\Omega_0 = 0.6$, $e_s = 0.15 L$, telai paralleli alla retta d'azione del sisma non soggetti a carichi verticali, progettati mediante: (a) analisi modale, (b) procedura proposta.

A tutti i piani l'andamento di \bar{d}_b è analogo a quello che si osserverebbe per un sistema monopiano. Le escursioni di tale parametro al di sopra del valore unitario si verificano solo in quei telai dove l'analisi modale assegna una resistenza inferiore a quella del corrispondente sistema bilanciato (Figura 4.21a). In tali condizioni, l'introduzione di un secondo schema di carico che impedisce tali riduzioni di resistenza (analisi modale traslazionale) abbatte la richiesta di duttilità normalizzata delle travi a valori ovunque inferiori all'unità (Figura 4.21b).

Capitolo 5

RISPOSTA SISMICA DI EDIFICI NON REGOLARMENTE ASIMMETRICI

1. Scopo del capitolo

Nel capitolo 2 sono stati mostrati i requisiti che un edificio deve possedere per essere classificato come regolarmente asimmetrico. Attraverso un'analisi delle tipologie strutturali correntemente utilizzate, è facile accertare che in molti degli edifici realizzati nella pratica tecnica viene meno il possesso di uno o più dei suddetti requisiti.

Una tipologia molto comune è quella degli edifici con telai e pareti (Figura 5.1a): l'ossatura portante di questi edifici è costituita da telai, a cui in genere è demandato il compito di portare i carichi verticali, e pareti o nuclei che, essendo molto più rigidi dei telai soprattutto ai piani bassi, assorbono, a questi piani, la quasi totalità delle sollecitazioni sismiche. In questo caso i due tipi di elementi resistenti (telai e pareti) che coesistono nella struttura possiedono certamente matrici di rigidezza non proporzionali e dunque, salvo i casi particolari descritti nel capitolo 2, tali sistemi non rientrano nella classe degli edifici regolarmente asimmetrici.

Anche quando tutti gli elementi resistenti che costituiscono la struttura possiedono matrici di rigidezza tra loro proporzionali, oppure

quando questa può essere suddivisa in più sottosistemi aventi gli assi dei centri elastici coincidenti e lo stesso rapporto Ω_0 tra le frequenze torsionali e traslazionali disaccoppiate, non è detto che l'edificio appartenga alla speciale classe definita da Hejal e Chopra³². Affinché ciò avvenga, infatti, i centri massa C_M degli impalcati devono essere tutti allineati lungo un'asse verticale e il raggio d'inerzia delle masse r_m deve essere uguale ai vari piani. Queste ulteriori condizioni, in generale, non sono soddisfatte quando la distribuzione della massa è differente tra un livello ed un altro (Figura 5.1b), ad esempio perché i vari ambienti dell'edificio possiedono destinazioni d'uso diverse.

Infine bisogna ricordare tutti quegli edifici che non sono dotati di un piano tipo, ad esempio quelli che presentano impalcati aventi forma e dimensioni diverse ai vari piani (Figura 5.1c). Le matrici di rigidezza dei telai che costituiscono la struttura di tali edifici sono certamente non proporzionali tra loro poiché i vari telai differiscono per il numero di piani, inoltre per via delle differenze tra gli impalcati, salvo casi molto particolari, i centri di massa non saranno allineati. In quest'ultimo caso esaminato, dunque, vengono meno tutti i requisiti necessari per classificare un edificio tra quelli regolarmente asimmetrici.

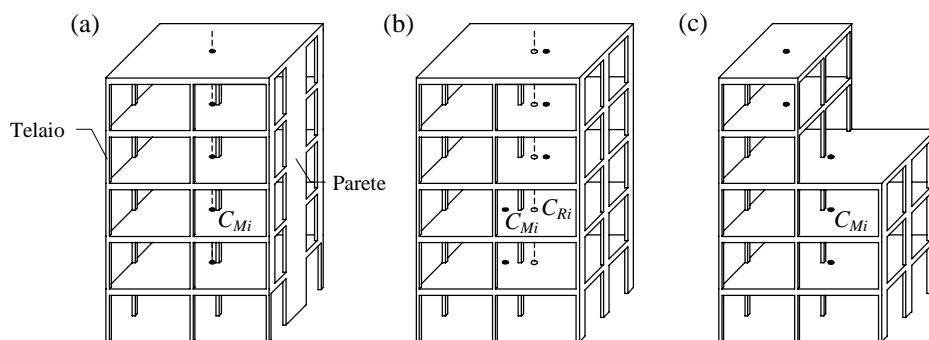


Figura 5.1. Edifici non regolarmente asimmetrici; (a) sistemi con telai e pareti, (b) centri di massa non allineati, (c) impalcati di forma e dimensioni diverse.

La risposta elastica degli edifici appena descritti non gode delle proprietà che caratterizzano quella dei sistemi regolarmente asimmetrici. In particolare, mentre la risposta elastica di un edificio torsionalmente accoppiato con regolarità in altezza può essere determinata componendo

quella di due sistemi più semplici ad esso associati (il sistema multipiano torsionalmente bilanciato e quello monopiano torsionalmente accoppiato), ciò non è possibile per un sistema non regolarmente asimmetrico; in questo caso, infatti, non è neppure possibile definire i due sistemi più semplici. Come immediata conseguenza di ciò, i metodi che presuppongono l'uso dell'analisi statica e di eccentricità di progetto opportunamente tarate, basati proprio sulla possibilità di operare tale decomposizione, non consentono di determinare la risposta sismica dei sistemi in questione che quindi va' necessariamente valutata mediante l'analisi modale. Tutto ciò non costituisce un grosso problema, poiché oggi l'analisi modale può essere eseguita senza grosse difficoltà anche su sistemi di notevoli dimensioni.

È molto più complesso, invece, ottenere valide indicazioni sulla risposta dei sistemi non regolarmente asimmetrici quando sono attese rilevanti escursioni in campo plastico. In questo caso, infatti, niente permette di affermare a priori che gli effetti delle plasticizzazioni siano gli stessi riscontrati sui modelli monopiano e sugli edifici regolarmente asimmetrici (riduzione delle rotazioni degli impalcati all'aumentare dell'impegno plastico degli elementi strutturali). Ed ancora non è per nulla scontato che le metodologie di progetto sviluppate con modelli monopiano^{6, 22, 58, 60} e verificate su sistemi multipiano regolarmente asimmetrici siano altrettanto efficaci ad evitare la concentrazione delle plasticizzazioni in pochi elementi della struttura quando l'edificio non possiede il requisito della regolarità in altezza. In questo caso, fra l'altro, alcuni di questi metodi non sono applicabili: ad esempio tutti quelli che presuppongono l'uso dell'analisi statica, che non consente di cogliere la risposta elastica dei sistemi in questione, oppure quelli che prevedono l'uso di eccentricità di progetto definite in funzione dell'eccentricità strutturale e_s e del rapporto Ω_0 , parametri che hanno significato solo per i sistemi regolarmente asimmetrici.

Nei paragrafi che seguono si caratterizza la risposta sismica di una particolare categoria di edifici non regolarmente asimmetrici: gli *edifici con telai e pareti*, sicuramente i più diffusi dopo quelli a struttura intelaiata. Attraverso lo studio di un significativo insieme di sistemi appartenenti a tale classe, che differiscono tra loro per il grado di irregolarità

in pianta, per il rapporto tra la rigidezza torsionale e quella traslazionale e per il contributo fornito dai telai alla rigidezza complessiva del sistema, si mettono in evidenza le differenze tra la risposta elastica di questi schemi e quella dei sistemi regolarmente asimmetrici. Quindi, esaminando la risposta degli stessi edifici ad un insieme di accelerogrammi capaci di generare rilevanti deformazioni in campo plastico, si descrivono gli effetti delle plasticizzazioni sulla loro risposta inelastica e l'efficacia della metodologia proposta (analisi modale spaziale + analisi modale traslazionale), già applicata nel capitolo precedente agli edifici regolarmente asimmetrici, di evitare forti concentrazioni della richiesta di duttilità in particolari elementi della struttura.

2. Schemi analizzati

Tutti gli edifici esaminati (Figura 5.2) possiedono sei impalcati rigidi di forma rettangolare (29.5×15.5 m) in cui è concentrata la massa pari a 232.3 t. La distribuzione della massa è tale che il suo baricentro C_M risulti coincidente con il baricentro geometrico dell'impalcato C_G ed il suo raggio d'inerzia sia pari ad 8.85 m. La struttura portante del generico sistema si ottiene accoppiando due sottosistemi strutturali regolarmente asimmetrici e caratterizzati dallo stesso rapporto tra le frequenze laterale e torsionale disaccoppiate Ω_0 : il primo di questi è costituito da telai mentre il secondo da pareti.

I telai piani (8 orientati lungo la direzione longitudinale e 4 lungo quella trasversale) sono disposti simmetricamente rispetto ai centri di massa dell'impalcato e pertanto i centri elastici del sistema di telai coincidono con tali punti. La loro posizione è la stessa in tutti gli edifici. Anche il sistema delle pareti (2 agenti lungo la direzione X e 2 lungo Y) è simmetrico ma, quando si passa da uno schema ad un altro, il suo asse di simmetria trasla lungo l'asse X aumentando l'eccentricità delle pareti e_w rispetto a C_M , che assume i valori 0, $0.05 L$, $0.10 L$ e $0.15 L$. All'aumentare di e_w cresce, ovviamente, l'irregolarità planimetrica dei sistemi.

Incrementando la distanza relativa tra i due sistemi, e quindi tra i rispettivi assi dei centri elastici, è logico aspettarsi che le caratteristiche

degli schemi si discostano sempre più da quelle dei sistemi regolarmente asimmetrici. È stato dimostrato nel capitolo 2 che un edificio, la cui ossatura portante può essere scomposta in due o più sottosistemi regolarmente asimmetrici caratterizzati dallo stesso rapporto Ω_0 , è anch'esso regolarmente asimmetrico solo se i rispettivi assi dei centri elastici risultano coincidenti.

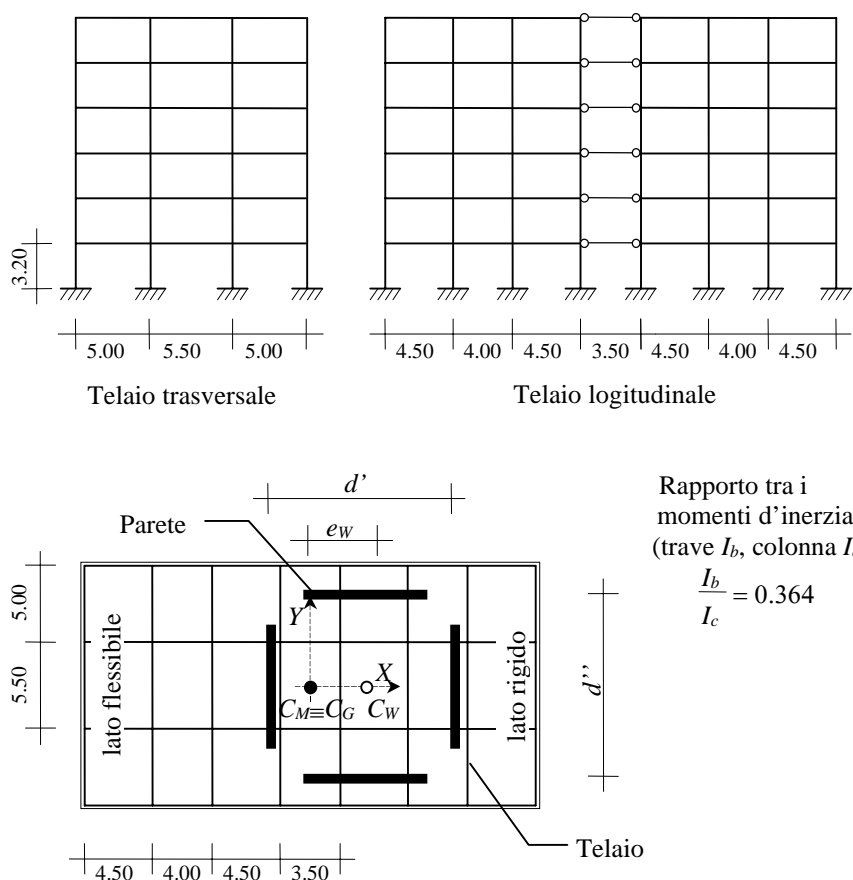


Figura 5.2. Pianta del generico edificio e schema dei telai.

I sistemi bilanciati ($e_w = e_s = 0$) possiedono tutti gli stessi periodi fondamentali, uguali per entrambe le direzioni X ed Y e pari ad 1.0 sec, ma differiscono per il contributo fornito dai telai e dalle pareti alla rigidezza della struttura. Nel generico caso considerato la rigidezza complessiva

dei telai è pari ad una frazione ρ_F di quella del sistema traslante, costituito solo da telai, avente periodo fondamentale pari ad 1 sec, mentre l'inerzia della sezione trasversale delle pareti, costante lungo tutta l'altezza, è stata tarata in modo che il periodo fondamentale del sistema accoppiato telai – pareti sia uguale a quello stabilito ($T_I = 1.0$ sec). Complessivamente si possono distinguere tre diversi tipi di edifici: con rigidità prevalentemente affidata ai telai ($\rho_F = 75\%$), con telai molto deformabili in rapporto alle pareti ($\rho_F = 25\%$) ed infine con telai e pareti che contribuiscono nella stessa misura alla rigidità complessiva della struttura ($\rho_F = 50\%$).

Sono stati considerati tre diversi valori del rapporto tra le frequenze laterale e torsionale disaccoppiate, pari a $\Omega_0 = 0.6, 1.0$ e 1.4 , al fine di indagare il comportamento sismico sia di schemi torsio-flessibili che torsio-rigidi. Dopo aver stabilito che, in ciascun sottosistema, il contributo alla rigidità torsionale degli elementi trasversali sia pari a $\gamma_x = 1/3$, il prefissato valore di Ω_0 è stato ottenuto tarando opportunamente le distanze d' e d'' tra le due coppie di pareti e variando proporzionalmente l'inerzia delle sezioni dei telai. Per ciascun telaio, costituito da aste inestensibili, sono state utilizzate solo due sezioni trasversali, una per le travi ed una per le colonne.

Si è assunto che le cerniere plastiche possano formarsi solo alle estremità delle travi, nelle sezioni al piede delle colonne del primo ordine ed in quelle alla base delle pareti e che tutte le rimanenti sezioni abbiano resistenza illimitata, così da soddisfare il criterio del *capacity design*. Il legame momento – curvatura delle sezioni che si plasticizzano è di tipo elasto – plastico perfetto ed è stata trascurata l'interazione con lo sforzo normale nelle colonne.

3. Classificazione degli edifici

Una delle caratteristiche che differenziano i diversi edifici descritti nel paragrafo precedente consiste è il grado d'irregolarità planimetrica. L'eccentricità e_w tra il baricentro delle pareti e l'asse dei centri di massa condiziona tale caratteristica ma non costituisce una buona misura di essa. È intuitivo concludere, infatti, che il grado d'irregolarità in pianta

di due edifici caratterizzati dallo stesso valore di e_W ma da differenti rapporti tra la rigidezza dei telai e quella delle pareti non è uguale: questo è certamente maggiore per l'edificio con pareti più rigide, poiché la disposizione dei telai è simmetrica.

Per ciascun edificio è stata determinata la posizione dell'asse di torsione ottimale, utilizzando le relazioni analitiche ricavate nel capitolo 2, e quindi l'eccentricità strutturale e_s , intesa come la distanza tra tale asse e quello dei centri di massa. Di seguito si mostra che il parametro appena definito costituisce una migliore misura dell'irregolarità strutturale.

I valori di e_s ottenuti, che sono indipendenti dal rapporto tra le frequenze laterale e torsionale disaccoppiate Ω_0 dei due sistemi componenti, sono riportati nella Tabella 5.1 in funzione di e_W e di ρ_F . Leggendo la tabella per colonne si nota che, a parità di ρ_F , e_s cresce linearmente con e_W . Scorrendo la tabella per righe appare evidente che, stabilita la posizione delle pareti, il grado di irregolarità in pianta della struttura cresce all'aumentare della loro rigidezza. Utilizzando l'eccentricità e_s si possono ordinare gli edifici in funzione del loro grado di irregolarità planimetrica: i sistemi meno eccentrici ($e_s = 0.01 L$) sono quelli dotati di telai rigidi $\rho_F = 75\%$ e piccola eccentricità delle pareti $e_W = 0.05 L$ mentre i valori maggiori di e_s si riscontrano per i sistemi con $e_W = 0.15 L$ e $\rho_F = 25\%$ ($e_s = 0.10 L$).

Tabella 5.1. Eccentricità tra i centri di massa e l'asse di torsione ottimale.

| e_W | $\rho_F = 75\%$ | | $\rho_F = 50\%$ | | $\rho_F = 25\%$ | |
|----------|-----------------|-----------|-----------------|-----------|-----------------|-----------|
| 0.05 L | 0.295 m | 0.010 L | 0.569 m | 0.019 L | 0.970 m | 0.033 L |
| 0.10 L | 0.581 m | 0.020 L | 1.139 m | 0.038 L | 1.944 m | 0.066 L |
| 0.15 L | 0.854 m | 0.030 L | 1.712 m | 0.057 L | 2.924 m | 0.099 L |

Nel capitolo 2 si è mostrato che quando un edificio è regolarmente asimmetrico, poiché la sua risposta può essere ottenuta componendo quella del corrispondente sistema multipiano bilanciato e di quello monopiano accoppiato caratterizzato dagli stessi valori di Ω_0 e di e_s , l'involuppo degli spostamenti assoluti normalizzati $u_n = u^{\text{asim}}/u^{\text{bil}}$ è uguale a tutti i piani e coincide con quello del sistema monopiano asimmetri-

co. Ciò indica che, in questi sistemi, gli effetti dell'accoppiamento latero-torsionale si ripetono identici a tutti i piani. Ammettendo che un edificio può essere classificato come regolarmente asimmetrico se si riesce ad ottenere la sua risposta mediante la predetta composizione, è possibile quantificare il grado di non regolarità in altezza di un sistema strutturale osservando l'ampiezza della fascia in cui si distribuiscono le curve degli spostamenti normalizzati u_n relative ai diversi piani.

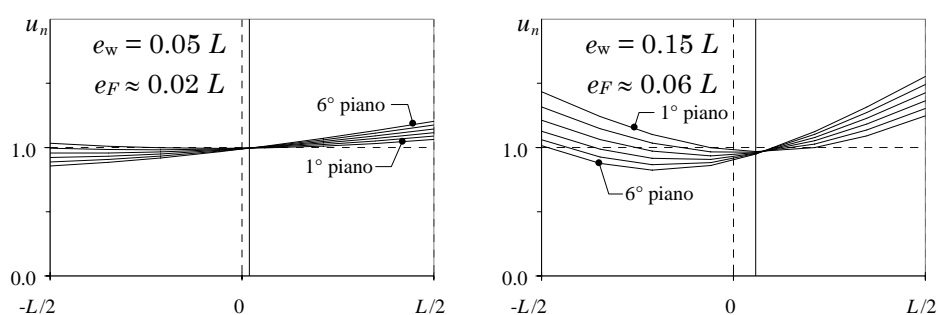


Figura 5.3. Spostamenti assoluti normalizzati di sistemi con $\rho_F = 50\%$ ed $\Omega_0 = 0.6$.

La Figura 5.3 mostra il confronto tra gli spostamenti normalizzati di due sistemi, entrambi caratterizzati dai parametri $\Omega_0 = 0.6$ e $\rho_F = 50\%$, i quali differiscono per l'eccentricità delle pareti e_w pari rispettivamente a $0.05 L$ e $0.15 L$.

Si osserva che le curve in esame non sono mai coincidenti, s'intersecano tutte in corrispondenza di un punto prossimo all'asse di torsione ottimale e sono molto più sparse nel sistema con eccentricità elevata. In questo sistema gli spostamenti del lato flessibile crescono sensibilmente rispetto a quelli del sistema traslante (fino al 50%) ai piani bassi mentre rimangono praticamente invariati agli ultimi piani. Sul lato rigido, invece, gli spostamenti sono sempre maggiori che nel bilanciato ma con incrementi più sensibili ai piani alti. Infine, in un'ampia zona dell'impalcato, lo spostamento normalizzato assume valori superiori o inferiori all'unità a seconda del piano. Generalizzando quanto si è osservato si conclude che, a parità di altri parametri, il gra-

do di non regolarità in altezza degli edifici studiati è tanto più elevato quanto maggiore è e_W .

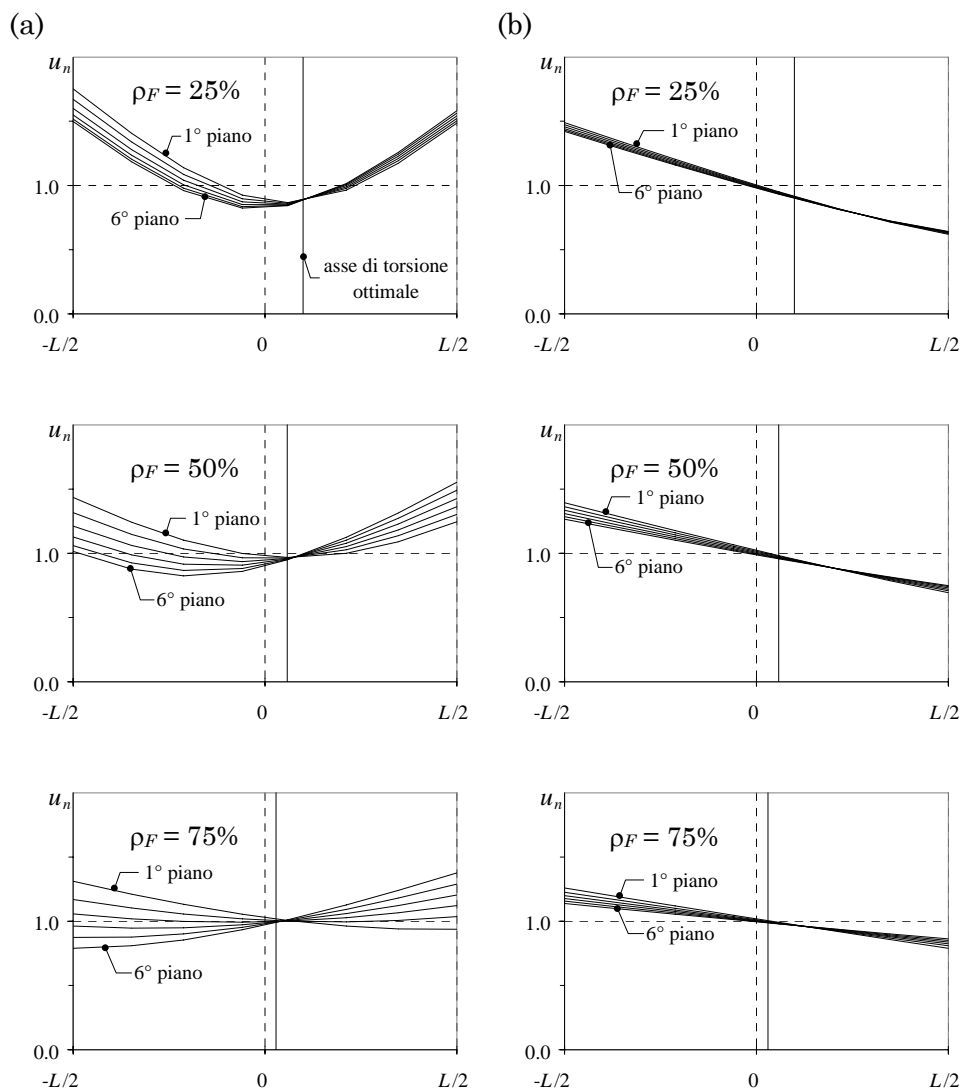


Figura 5.4. Spostamenti assoluti normalizzati di sistemi con $e_W = 0.15L$; (a) $\Omega_0 = 0.6$, (b) $\Omega_0 = 1.4$.

La Figura 5.4 mostra gli spostamenti normalizzati di sistemi con forte eccentricità delle pareti ($e_W = 0.15L$) che differiscono per il rapporto tra

la rigidezza torsionale e quella traslazionale ($\Omega_\theta = 0.6$ e 1.4) e per il contributo fornito alla rigidezza traslazionale dell'edificio dai telai ($\rho_F = 25\%$, 50% e 75%).

Stabilito il valore di Ω_θ , le curve relative ai diversi piani si concentrano in una fascia di minore ampiezza quando la rigidezza dei telai è modesta in rapporto a quella delle pareti ($\rho_F = 25\%$). Negli altri casi considerati, invece, l'amplificazione degli spostamenti prodotta dall'accoppiamento latero-torsionale differisce sensibilmente tra un piano ed un altro. Ciò è molto evidente nel sistema torsio-flessibile con $\rho_F = 75\%$, dove gli impalcati ruotano prevalentemente in senso orario ai piani bassi ed antiorario a quelli alti. Che la risposta sismica di un sistema con telai molto deformabili ($\rho_F = 25\%$) fosse prossima a quella di un sistema regolarmente asimmetrico era prevedibile; al limite si ottiene un edificio regolarmente asimmetrico quando i telai sono talmente esili da poter trascurare il loro contributo alla rigidezza complessiva della struttura. È interessante evidenziare, invece, che il livello di non regolarità in altezza degli edifici con pareti deformabili ($\rho_F = 75\%$) sia elevato e paragonabile a quello dei sistemi dove telai e pareti contribuiscono in eguale misura alla rigidezza traslazionale complessiva ($\rho_F = 50\%$).

Confrontando i diagrammi dei sistemi torsio-flessibili (Figura 5.4a) con quelli dei sistemi torsio-rigidi (Figura 5.4b) sembra che la risposta dei secondi sia molto più vicina, rispetto ai primi, a quella dei sistemi regolarmente asimmetrici, poiché le curve degli spostamenti normalizzati si concentrano in una zona più ristretta quando $\Omega_\theta = 1.4$. Tale conclusione, in realtà, non è corretta in quanto i risultati relativi ai due tipi di sistemi non sono direttamente confrontabili.

Le curve di spostamento del generico diagramma di Figura 5.4 hanno la medesima forma, molto simile a quella del sistema monopiano caratterizzato dagli stessi valori di e_s ed Ω_θ , e sono ruotate rigidamente l'una rispetto all'altra attorno all'asse di torsione ottimale. Il ventaglio descritto dalle curve è delimitato da quelle relative al primo ed all'ultimo piano. L'angolo θ che si forma tra le tangenti a queste due curve nel punto in cui s'intersecano (Figura 5.5) misura l'ampiezza di tale ventaglio, tuttavia, secondo il parere di chi scrive non può essere assunto come misura del grado di non regolarità in altezza dell'edificio.

Tale parametro, infatti, non tiene conto della rigidezza torsionale del sistema.

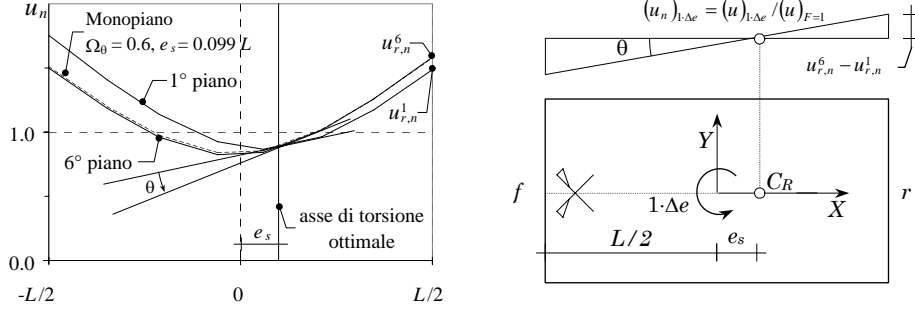


Figura 5.5. Valutazione del grado di non regolarità in altezza; sistema multipiano con $\rho_F = 25\%$, $\Omega_0 = 0.6$, $e_w = 0.15 L$ ($e_s = 0.099 L$).

Allo scopo di ottenere informazioni più realistiche sul fenomeno in questione si considera un sistema monopiano avente il centro di rigidezza nella stessa posizione dell'asse di torsione ottimale e caratterizzato dallo stesso rapporto Ω_0 del sistema multipiano. Quindi si determina la coppia $1 \cdot \Delta e$ che, applicata sull'impalcato di tale sistema, produce uno spostamento normalizzato del lato rigido pari allo scarto tra gli spostamenti normalizzati $u_{r,n}^1$ e $u_{r,n}^6$.

Volendo determinare l'eccentricità aggiuntiva Δe si riportano gli spostamenti normalizzati del lato rigido provocati da una forza unitaria (la sua intensità non è rilevante) applicata in C_R e dalla coppia $1 \cdot \Delta e$:

$$(u)_{F=1} = \frac{1}{K_y} \quad (1a)$$

$$(u)_{1 \cdot \Delta e} = \frac{1 \cdot \Delta e}{K_{\theta R}} (L/2 - e_s) \quad (1b)$$

dalle quali si ricava lo spostamento normalizzato del lato rigido:

$$(u_{r,n})_{1 \cdot \Delta e} = \frac{K_y}{K_{\theta R}} \cdot \Delta e \cdot (L/2 - e_s) = \frac{\Delta e \cdot (L/2 - e_s)}{\Omega_0^2 \cdot r_m^2} \quad (2)$$

infine, imponendo l'uguaglianza tra tale spostamento ed $u_{r,n}^6 - u_{r,n}^1$, si determina:

$$\Delta e = \frac{(u_{r,n}^6 - u_{r,n}^1) \cdot \Omega_\theta^2 \cdot r_m^2}{L/2 - e_s} = \theta \cdot \Omega_\theta^2 \cdot r_m^2 \quad (3)$$

L'eccentricità Δe è proporzionale all'angolo θ e tiene conto della rigidità torsionale del sistema, quindi può essere assunta come misura del grado di non regolarità in altezza dell'edificio. Nella Tabella 5.2 sono ri-epilogati i valori di Δe per edifici con forte eccentricità delle pareti che differiscono per il valore di ρ_F ed Ω_θ . È evidente che il parametro Ω_θ condiziona il grado di non regolarità in altezza dell'edificio in misura minore di quanto appare osservando i diagrammi di Figura 5.4.

Tabella 5.2. Eccentricità aggiuntiva Δe .

| Ω_θ | $\rho_F = 75\%$ | $\rho_F = 50\%$ | $\rho_F = 25\%$ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 0.6 | 0.889 m | 0.664 m | 0.230 m |
| 1.0 | 0.726 m | 0.591 m | 0.281 m |
| 1.4 | 0.808 m | 0.647 m | 0.283 m |

4. Risposta inelastica

Tutti gli schemi non regolarmente asimmetrici sono stati progettati combinando l'effetto dei carichi verticali con le sollecitazioni sismiche, analogamente a quanto fatto con i sistemi regolarmente asimmetrici nel capitolo precedente. I carichi verticali sono stati assegnati in modo da conferire a ciascun telaio una sovrarresistenza globale O_{si} uguale ad 1.5 (O_{si} è stata calcolata utilizzando le forze associate al primo modo di vibrazione). Le sollecitazioni sismiche di progetto sono state determinate mediante la metodologia proposta. Successivamente si è valutata la risposta inelastica di ciascun edificio a 30 accelerogrammi artificiali agenti lungo la direzione Y. I risultati di tali analisi sono stati utilizzati per determinare i parametri medi di duttilità \bar{d} , \bar{d}_c e \bar{d}_b che descrivono il comportamento sismico delle strutture.

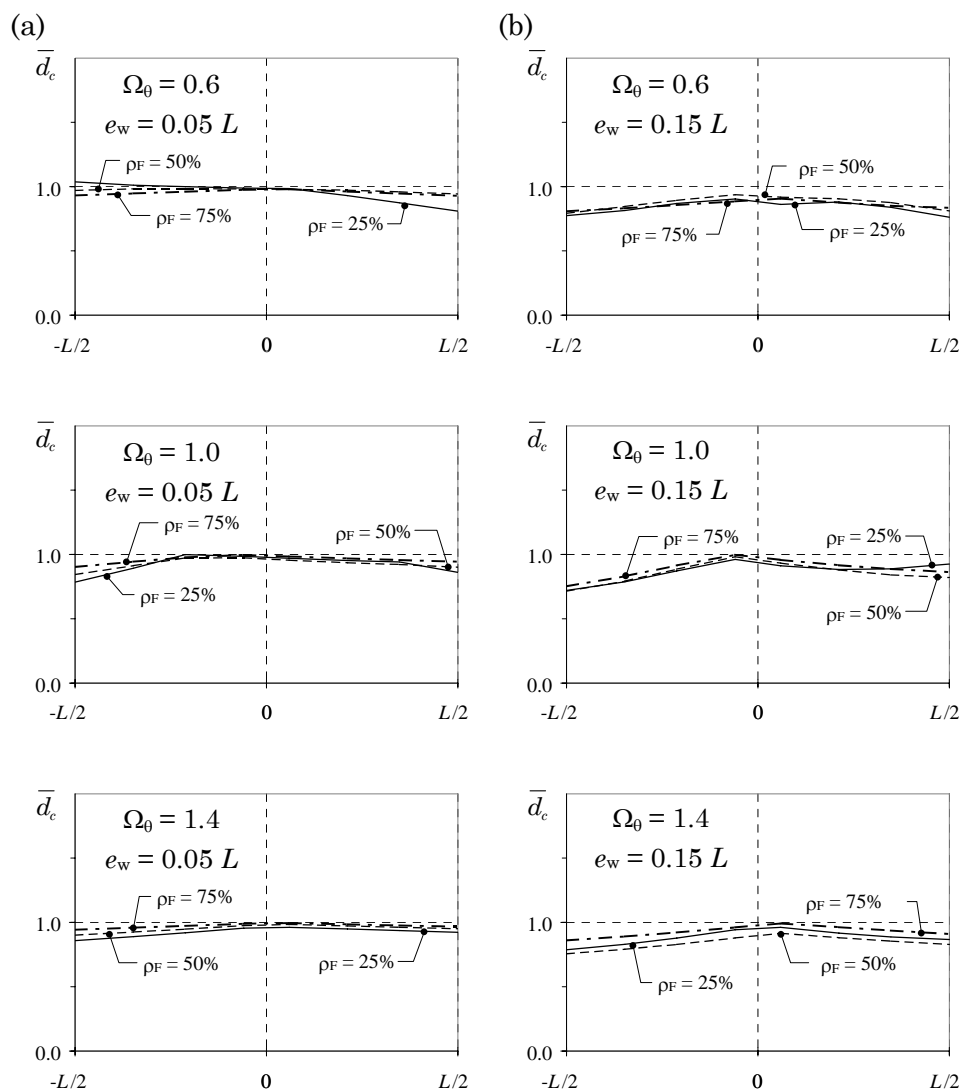


Figura 5.6. Richiesta di duttilità normalizzata dei pilastri di sistemi progettati con la procedura proposta; (a) piccola eccentricità delle pareti ($e_w = 0.05L$), (b) forte eccentricità delle pareti ($e_w = 0.15L$).

La Figura 5.6 mostra la distribuzione in pianta della richiesta di duttilità normalizzata delle sezioni alla base dei pilastri del primo ordine di sistemi non regolarmente asimmetrici. Ciascun diagramma contiene le

curve relative a sistemi caratterizzati dagli stessi valori del rapporto Ω_0 e dell'eccentricità delle pareti ma differenti per il contributo percentuale ρ_F fornito dai telai alla rigidezza complessiva del sistema.

È evidente che l'andamento della richiesta di duttilità delle colonne \bar{d}_c è in sostanza indipendente dal parametro ρ_F ; ciò a dispetto del diverso grado d'irregolarità in pianta che caratterizza edifici aventi un diverso rapporto tra la rigidezza dei telai e delle pareti. Più sensibile, invece, è l'influenza dell'eccentricità delle pareti e_w e del rapporto Ω_0 . In tutti i casi esaminati, il criterio utilizzato per assegnare la resistenza riesce a limitare la richiesta di duttilità delle colonne a valori non superiori a quelli riscontrati nei corrispondenti sistemi traslanti; questa, inoltre, si distribuisce in maniera pressoché uniforme tra i telai disposti lungo la retta d'azione del sisma. È interessante osservare la somiglianza tra questi diagrammi e quelli che si riferiscono agli schemi regolarmente asimmetrici del capitolo precedente. Infatti, la resistenza normalizzata delle sezioni alla base dei pilastri, simile agli spostamenti assoluti del primo impalcato, tranne che in qualche raro caso presenta lo stesso andamento che in uno schema regolarmente asimmetrico.

L'unico sistema in cui la richiesta di duttilità \bar{d}_c supera appena il valore unitario è quello torsio-flessibile con piccola eccentricità e $\rho_F = 25\%$. Ciò accade nei telai del lato flessibile dove, così come in un edificio regolarmente asimmetrico caratterizzato dagli stessi valori di Ω_0 ed e_s , le rotazioni d'impalcato riducono la resistenza e l'introduzione del secondo schema di carico (analisi modale traslazionale) sottostima la risposta inelastica. Tale fenomeno non si verifica per gli altri valori di ρ_F e così \bar{d}_c si attesta ovunque su valori inferiori ad uno.

I tutti gli altri casi \bar{d}_c si mantiene al di sotto dell'unità raggiungendo i valori minori nei telai di estremità. I bassi valori di \bar{d}_c riscontrati in questi telai si spiegano negli edifici torsio-flessibili a forte eccentricità ed in quelli con $\Omega_0 = 1.0$ ammettendo che, anche nei sistemi non regolarmente asimmetrici, l'escursione del sistema in campo plastico riduce il contributo della componente torsionale della risposta; per questa ragione la resistenza necessaria per garantire alle colonne poste alla base dei telai di estremità un comportamento elastico in presenza di eventi sismici di lieve entità è superiore a quella che occorrerebbe per ottenere,

negli stessi elementi, una richiesta di duttilità normalizzata unitaria. Il fenomeno descritto spiega anche i bassi valori di \bar{d}_c riscontrati sul lato flessibile negli schemi torsio-rigidi; invece sul lato rigido \bar{d}_c assume valori inferiori all'unità poiché l'analisi modale traslazionale sovrastima leggermente la risposta inelastica di questi elementi.

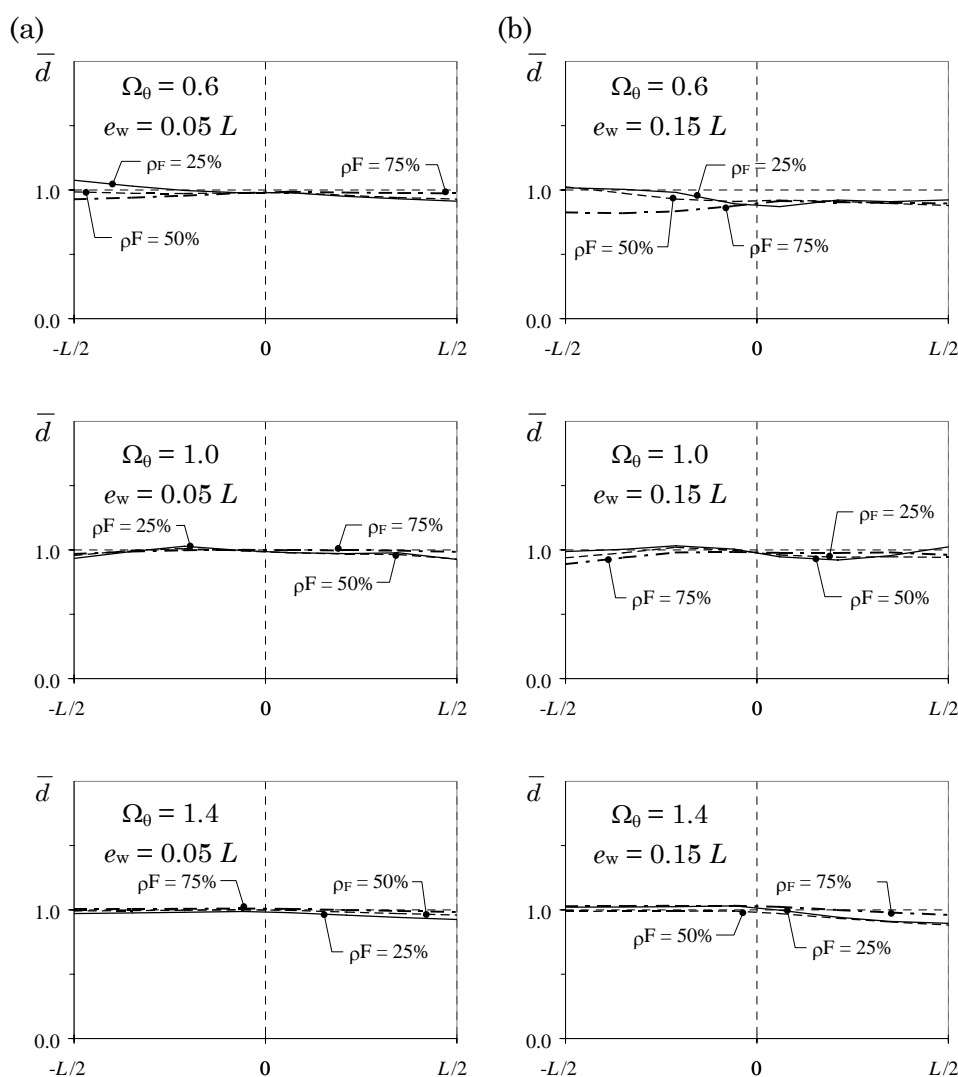


Figura 5.7. Richiesta di duttilità globale normalizzata di sistemi progettati con la procedura proposta; (a) piccola eccentricità delle pareti ($e_w = 0.05L$), (b) forte eccentricità delle pareti ($e_w = 0.15L$).

La richiesta di duttilità globale \bar{d} (Figura 5.7), che appare influenzata sia dal comportamento delle colonne sia da quello delle travi, assume valori sempre prossimi ad uno e solo localmente supera tale valore. Le escursioni al di sopra del valore unitario, che si verificano sempre nei telai del lato flessibile, sono comunque molto modeste (mai superiori al 5%).

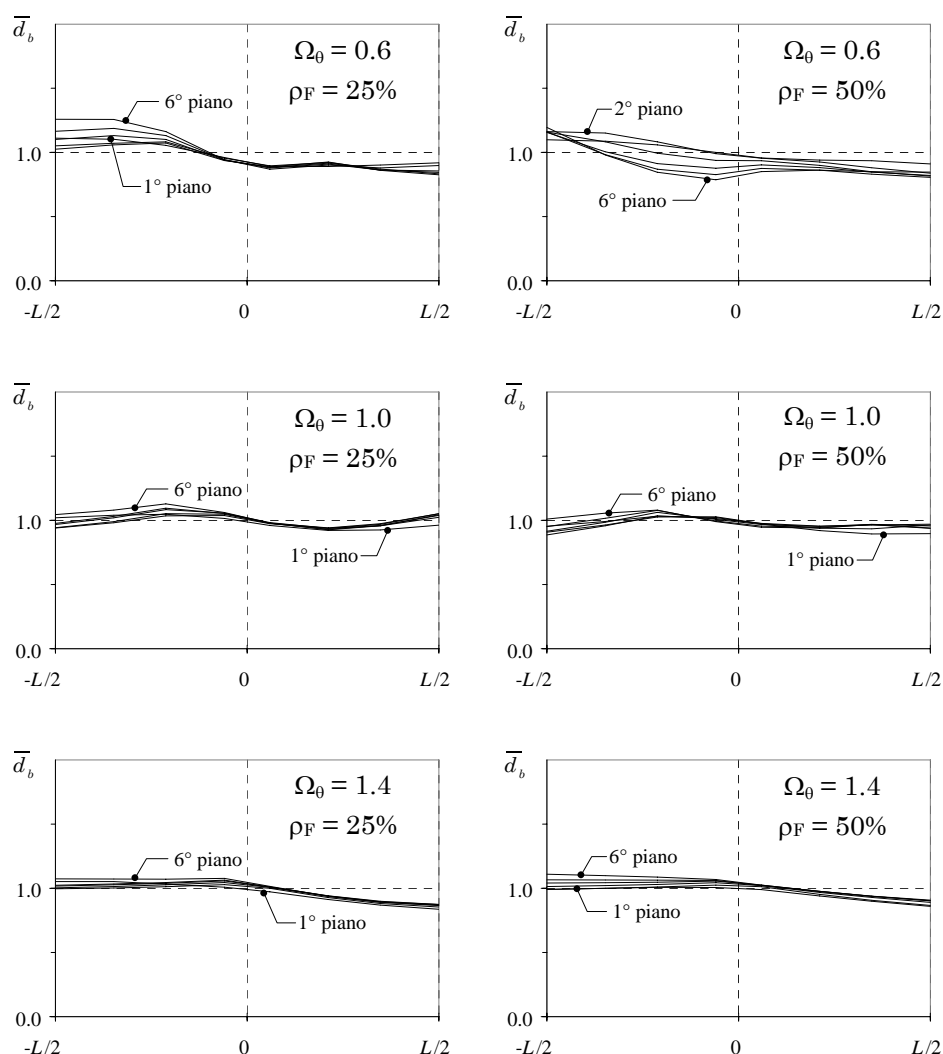


Figura 5.8. Richiesta di duttilità normalizzata delle travi di sistemi con forte eccentricità delle pareti ($e_w = 0.15L$) progettati con la procedura proposta.

Le prestazioni sismiche delle travi dei sistemi irregolari progettati con la metodologia proposta sono indubbiamente meno soddisfacenti di quelle dei pilastri. Infatti, la resistenza assegnata a questi elementi non è sufficiente a limitarne la richiesta di duttilità ai valori riscontrati nei corrispondenti sistemi traslanti. La Figura 5.8 mostra la distribuzione in pianta di \bar{d}_b per i diversi piani di edifici con forte eccentricità delle pareti caratterizzati dai valori di Ω_0 esaminati (0.6, 1.0 ed 1.4) e da $\rho_F = 25\%$ e 50% . I diagrammi relativi agli altri edifici analizzati nel presente studio sono riportati solo nell'appendice C poiché le conclusioni che da essi si possono trarre sono analoghe a quelle illustrate di seguito.

La richiesta di duttilità normalizzata \bar{d}_b si mantiene sempre al di sotto del valore unitario, pressoché uguale a tutti i piani, nelle travi dei telai posti sul lato rigido dell'edificio; una modesta escursione al di sopra di tale valore si riscontra solo nel sistema con $\Omega_0 = 1.0$ e $\rho_F = 25\%$. Nelle travi del lato flessibile, dove le rotazioni degli impalcati comportano incrementi di resistenza, si riscontrano richieste di duttilità maggiori di quelle del corrispondente sistema traslante in tutti gli edifici analizzati. Ciò è dovuto, anche in questo caso, alla presenza della sovrarresistenza nelle sezioni che limita gli incrementi di resistenza (vedi capitolo 4). Le escursioni di \bar{d}_b al di sopra del valore unitario arrivano a punte del 25% nei sistemi torsio-flessibili mentre nei rimanenti casi sono meno rilevanti (non superiori al 10%).

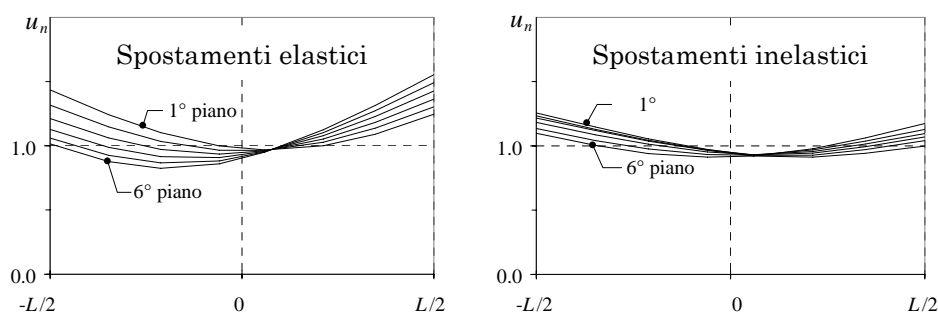


Figura 5.9. Spostamenti elastici ed inelastici del sistema con $e_w = 0.15L$, $\rho_F = 50\%$ e $\Omega_0 = 1.0$.

L'aumento di richiesta di duttilità nelle travi non è causato esclusivamente dalla sovrarresistenza ma, almeno nei sistemi torsio-flessibili, anche dalla non regolarità in altezza dell'edificio. Osservando le curve di \bar{d}_b relative al sistema con $e_w = 0.15L$, $\Omega_0 = 0.6$ e $\rho_F = 25\%$ (Figura 5.8) si nota che nelle travi dei piani bassi, dove la resistenza flessionale delle travi cresce al pari degli spostamenti elastici (Figura 5.9), la richiesta di duttilità assume valori superiori all'unità per via della presenza della sovrarresistenza. Nei livelli superiori \bar{d}_b si mantiene su valori inferiori ad uno tranne che per i telai più estremi: in questi elementi, infatti, il livello di resistenza determinato dall'analisi modale traslazionale non è sufficiente poiché gli spostamenti inelastici, e quindi anche le rotazioni plastiche, crescono rispetto al caso di semplice traslazione (Figura 5.9).

Nonostante i limiti evidenziati la procedura proposta consente sempre di ottenere prestazioni sismiche significativamente superiori a quelle di sistemi progettati mediante l'applicazione pura e semplice dell'analisi statica (eseguita, secondo le prescrizioni dell'EC8, applicando forze orizzontali proporzionali al primo modo di vibrazione del sistema traslazionale) o dell'analisi modale. Ciò emerge chiaramente dalle figure che seguono dove si riporta il confronto tra le richieste di duttilità di due sistemi con $\rho_F = 50\%$, $e_w = 0.15L$ e dotati rispettivamente di bassa e forte rigidezza torsionale.

Nel sistema torsio-flessibile progettato con l'analisi statica la richiesta di duttilità delle sezioni al piede delle colonne del primo ordine (Figura 5.10) raggiunge valori estremamente elevati nei telai del lato rigido (fino a 6 volte il valore del bilanciato), mentre è eccessivamente piccola in quelli del lato flessibile. Al contrario, l'analisi modale consente di ottenere richieste di duttilità \bar{d}_c ovunque prossime ad uno, senza introdurre specifiche correzioni. A prescindere che la resistenza si assegni utilizzando l'analisi statica o modale, l'edificio torsionalmente rigido subisce richieste di duttilità dei pilastri sensibilmente superiori a quelle del corrispondente sistema traslante nei telai posti sul lato rigido. Il massimo incremento è circa del 35% e si verifica nel telaio di estremità del sistema progettato con l'analisi modale. L'introduzione della seconda analisi modale traslazionale migliora le prestazioni sismiche di entram-

bi gli edifici, determinando una distribuzione in pianta della richiesta di duttilità uniforme ed ovunque non superiore a quella del bilanciato.

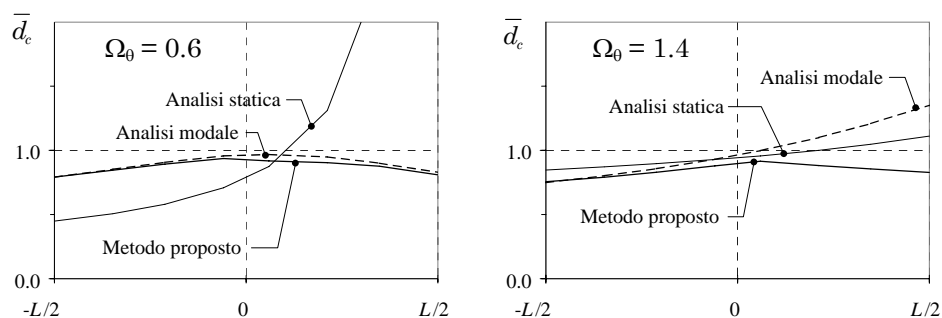


Figura 5.10. Confronto tra metodi di progetto; richiesta di duttilità dei pilastri di sistemi con $\rho_F = 50\%$ ed $e_w = 0.15 L$ ($e_s = 0.06 L$).

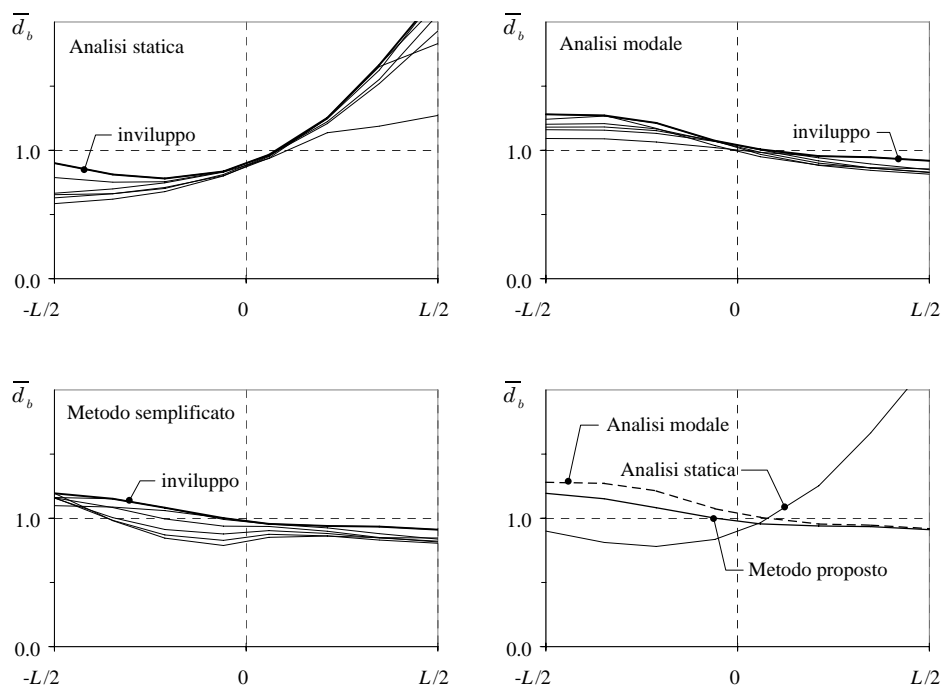


Figura 5.11. Confronto tra metodi di progetto; involuppo della richiesta di duttilità delle travi del sistema con $\Omega_0 = 0.6$, $\rho_F = 50\%$ ed $e_w = 0.15 L$.

Le curve della richiesta di duttilità normalizzata delle travi relative a ciascun edificio sono state involuppate (curve di spessore maggiore in Figura 5.11 ed in Figura 5.12). Quindi le curve così ottenute sono state accostate su di un unico diagramma. Ciò rende più agevole il confronto tra le prestazioni sismiche dei sistemi progettate con le tre metodologie progettuali in termini di richiesta di duttilità delle travi.

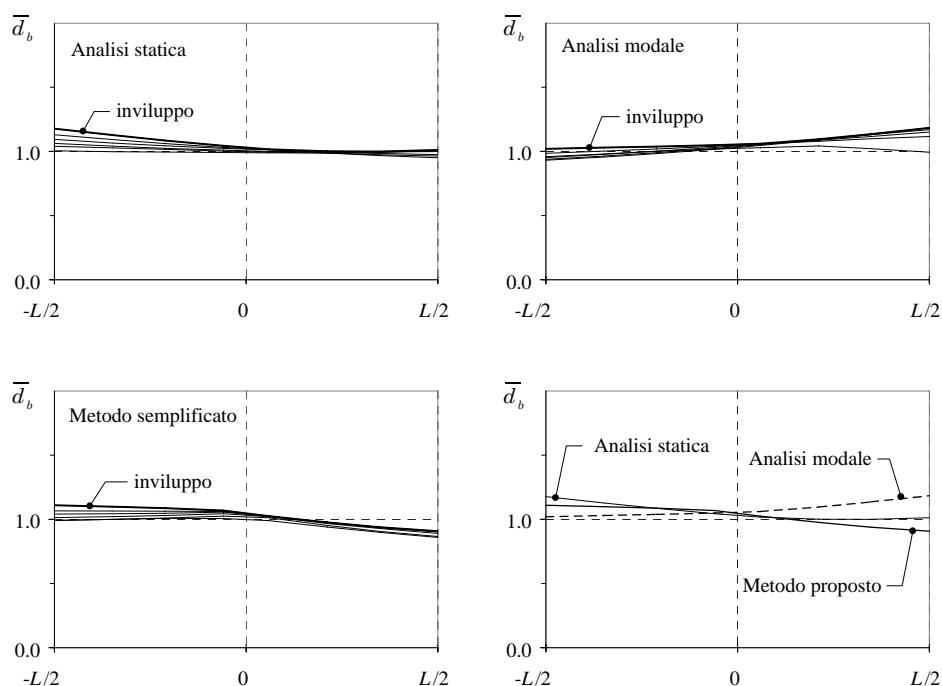


Figura 5.12. Confronto tra metodi di progetto; involucro della richiesta di duttilità delle travi del sistema con $\Omega_0 = 1.4$, $\rho_F = 50\%$ ed $e_w = 0.15 L$.

Il massimo valore della richiesta di duttilità normalizzata del sistema torsionalmente flessibile si raggiunge o sul lato flessibile o su quello rigido a seconda che la resistenza sia assegnata con l'analisi modale o statica (Figura 5.11). In entrambi i casi tale valore è superiore all'unità: l'incremento rispetto al corrispondente sistema traslante è del 30% con l'analisi modale e superiore al 100% con l'analisi statica. L'introduzione dell'analisi modale traslazionale non riesce ad eliminare gli incrementi della richiesta di duttilità ma li riduce al 20%. Ad analoghe conclusioni

si arriva esaminando i diagrammi relativi al sistema torsio-rigido (Figura 5.12); anche tale edificio, infatti, trae beneficio dall'applicazione della procedura proposta che riduce \bar{d}_b dal valore 1.2 (progettazione mediante analisi modale o statica) al valore 1.1.

Conclusioni

È stato dimostrato analiticamente che è lecito valutare la risposta di un edificio mediante la scomposizione descritta da Hejal e Chopra ogni qualvolta l'edificio può essere suddiviso in più sottosistemi strutturali regolarmente asimmetrici caratterizzati dalla stessa eccentricità strutturale e_s e dallo stesso rapporto Ω_θ tra le frequenze torsionali e traslazionali disaccoppiate. Tale dimostrazione ha consentito di ampliare la classe degli edifici regolarmente asimmetrici includendo in essa anche sistemi strutturali in cui coesistono elementi resistenti con matrici di rigidezza tra loro non proporzionali (ad esempio sistemi con telai e pareti che soddisfano le anzidette condizioni), da sempre considerati non regolarmente asimmetrici.

Le considerazioni sulle proprietà dei diversi tipi di centri di riferimento reperibili in letteratura hanno consentito di individuare nell'asse di torsione ottimale un utile riferimento per la determinazione dell'eccentricità strutturale equivalente e quindi del grado di irregolarità planimetrica degli edifici multipiano. L'analisi della risposta elastica degli edifici con pareti descritti nel Capitolo 5, tra i quali almeno alcuni presentano una forte non regolarità in altezza, mostra che tale riferimento appare valido anche per questi sistemi.

Affrontando per via analitica il problema della determinazione dell'asse di torsione ottimale sono state ricavate le relazioni analitiche che individuano la sua posizione. Makarios ed Anastassiadis, che ne hanno dato la definizione, proponevano invece di determinarlo mediante un

metodo approssimato basato sui risultati delle indagini parametriche da essi condotte. La trattazione teorica del problema, inoltre, ha suggerito di classificare gli edifici in funzione del loro grado di regolarità in altezza attraverso il rapporto ρ_0 tra la somma dei quadrati delle rotazioni d'impalcato che si registrano quando le forze sono applicate in corrispondenza dell'asse di torsione ottimale (valore minimo) e quelle che si registrano quando le stesse forze agiscono con un'eccentricità opportunamente scelta Δe rispetto ad esso. Quanto più tale rapporto, che può assumere solo valori compresi tra zero ed uno, è prossimo a zero tanto più il sistema potrà essere assimilato ad uno regolarmente asimmetrico. Tale criterio appare di semplice applicazione e più efficace di quello, suggerito da molte normative, di verificare che i centri di rigidezza siano approssimativamente allineati lungo un'asse verticale. Infatti, anche quando la risposta del sistema è analoga a quella di un sistema regolarmente asimmetrico i suoi centri di rigidezza possono essere distribuiti in maniera molto irregolare.

Il confronto tra le sollecitazioni di progetto e la resistenza effettivamente conferita alle membrature di un telaio piano, progettato secondo le indicazioni dell'Eurocodice 8 (carichi verticali incrementati in assenza di forze orizzontali, carichi verticali ridotti in concomitanza di forze orizzontali), evidenzia la presenza di sovraresistenza nelle sezioni. Le ragioni che in un caso reale determinano tale fenomeno sono molteplici, tuttavia l'aliquota di sovraresistenza più rilevante è quella che scaturisce dall'uso più condizioni di carico per il dimensionamento della struttura. È importante osservare, inoltre, che la sovraresistenza non si distribuisce uniformemente all'interno del telaio: nell'esempio analizzato questa è praticamente assente nelle sezioni dei pilastri mentre è molto rilevante in quelle delle travi all'ultimo piano. Definita la *sovraresistenza globale* O_s del telaio come il rapporto tra il taglio limite ed il taglio di progetto alla base del telaio, si è mostrato che, in uno schema tridimensionale costituito da telai piani dotati di rigidezza diversa, ciascun telaio possiede una differente sovraresistenza. Infatti, l'entità di O_s dipende dal rapporto tra i carichi verticali che gravano sul telaio e l'aliquota di forze sismiche da esso assorbite, generalmente diverso da telaio a telaio. La conoscenza della sovraresistenza delle sezioni e della sua variabilità

in pianta ed in altezza è indispensabile, poiché queste condizionano in maniera significativa la risposta inelastica dei sistemi multipiano planimetricamente irregolari e determinano fenomeni, non riscontrati negli studi con schemi monopiano, che altrimenti non potrebbero essere spiegati.

I risultati delle analisi numeriche svolte su sistemi progettati con analisi modale o statica, in assenza di eccentricità di progetto, mostrano che la richiesta di duttilità dei pilastri negli schemi asimmetrici torsio-flessibili ($\Omega_0 = 0.6$) progettati mediante analisi modale è abbastanza prossima a quella riscontrata dei corrispondenti sistemi traslanti. Al contrario le strutture progettate per mezzo dell'analisi statica denunciano forti richieste di duttilità nei telai del lato rigido. Spesso il massimo valore non si raggiunge nei pilastri del telaio di estremità: in questo caso, infatti, il diagramma degli spostamenti di progetto è intrecciato, pertanto la resistenza delle sezioni di un telaio prossimo al punto di nullo è veramente piccola perché le sollecitazioni di progetto dovute alle forze orizzontali sono minime.

Nel caso di sistemi asimmetrici torsio-rigidi ($\Omega_0 = 1.4$), la richiesta di duttilità è influenzata in maniera modesta dal metodo di analisi ed è sempre prossima a quella del corrispondente sistema torsionalmente bilanciato. Bisogna precisare, però, che il comportamento delle strutture progettate per mezzo dell'analisi modale è leggermente peggiore di quello dei sistemi progettati con analisi statica a causa delle maggiori richieste di duttilità evidenziate dai telai del lato rigido.

Considerazioni intermedie possono essere fatte per strutture aventi $\Omega_0 = 1.0$. Quando l'eccentricità strutturale è piccola entrambi i metodi di analisi comportano lo stesso valore massimo della richiesta di duttilità (tale valore si raggiunge nei telai centrali o in quelli del lato rigido della struttura, a seconda che sia stata usata l'analisi modale o quella statica). Quando l'eccentricità cresce la risposta in termini di duttilità massima rimane praticamente inalterata se si effettua la progettazione con l'analisi modale, mentre diventa eccessivamente elevata nei telai del lato rigido dei sistemi progettati con analisi statica.

In tutti gli schemi esaminati, l'uso dell'analisi modale, con le appropriate correzioni (seconda analisi modale con l'eccentricità correttiva di

progetto indicata da Gherzi e Rossi o analisi modale traslazionale secondo la procedura proposta), consente di ridurre la richiesta di duttilità dei pilastri a valori non superiori a quelli delle corrispondenti strutture torsionalmente bilanciate. È interessante osservare che il metodo proposto, nonostante la sua semplicità di applicazione, consente di ottenere prestazioni sismiche analoghe a quelle dei sistemi progettati con la procedura di Gherzi e Rossi, efficace ma di più difficile applicazione. I risultati ottenuti, inoltre, appaiono significativi in quanto dimostrano che l'analisi modale consente di ottenere un comportamento sismico adeguato anche con sistemi torsio-flessibili, da molti ritenuti particolarmente vulnerabili alle azioni sismiche. Tale convinzione derivava dagli studi condotti su sistemi progettati mediante metodologie basate sull'analisi statica, strumento che appare inadeguato per il progetto dei sistemi torsionalmente flessibili, almeno quando viene utilizzato con le eccentricità di progetto fornite dai metodi di normativa o presenti in letteratura. La determinazione di eccentricità di progetto adeguate appare teoricamente possibile ma al tempo stesso difficoltosa. A conferma di ciò le analisi effettuate mostrano che l'approccio statico proposto da Duan e Chandler comporta forti richieste di duttilità sul lato rigido del sistema torsio-flessibile con $e_s = 0.05 L$, mentre è eccessivamente conservativo quando $e_s = 0.15 L$. Per i sistemi con $\Omega_0 \geq 1.0$, invece, tale metodo è equivalente a quelli basati sull'analisi modale se l'eccentricità è piccola, mentre appare più conservativo per gli elementi del lato flessibile in presenza di eccentricità elevate.

Le considerazioni esposte sulla richiesta di duttilità delle colonne non possono essere estese a quella delle travi \bar{d}_b . In questi elementi, anche quando si assegna la resistenza utilizzando le procedure di progetto basate sull'analisi modale, si riesce a ridurre la richiesta di duttilità normalizzata \bar{d}_b ma non a riportarla fino a valori inferiori all'unità. Il raggiungimento di valori superiori ad uno del parametro \bar{d}_b in alcune zone della struttura è una diretta conseguenza della sovraresistenza presente nelle sezioni. Questa, che è consistente soprattutto nelle travi dei piani più alti, limita gli incrementi di resistenza là dove le sollecitazioni sismiche di progetto crescono rispetto a quelle del corrispondente

sistema bilanciato, riducendo l'efficacia di tutte le metodologie analizzate.

La procedura proposta, infine, è stata applicata anche ad edifici non regolarmente asimmetrici ottenuti inserendo, all'interno di una struttura intelaiata simmetrica, delle pareti in posizione eccentrica. In tutti i sistemi esaminati, il criterio utilizzato per assegnare la resistenza riesce a limitare la richiesta di duttilità delle colonne a valori non superiori a quelli riscontrati nei corrispondenti sistemi traslanti; questa, inoltre, si distribuisce in maniera pressoché uniforme tra i telai disposti lungo la retta d'azione del sisma. La richiesta di duttilità delle travi, anche in questi sistemi, raggiunge localmente valori superiori a quelli riscontrati nei corrispondenti sistemi traslanti. Tale fenomeno va' imputato in parte alla sovreresistenza ma, almeno nei sistemi torsio-flessibili, anche alla non regolarità in altezza dell'edificio. Tuttavia va' sottolineato che, nonostante tali limiti, la procedura proposta consente sempre di ottenere prestazioni sismiche significativamente superiori a quelle di sistemi progettati mediante l'applicazione pura e semplice dell'analisi statica o dell'analisi modale.

Bibliografia

1. Anastassiadis, K., Athanatopoulos, A. e Makarios, T. (1998): "Equivalent static eccentricities in the simplified methods of seismic analysis of buildings". *Earthquake Spectra* 14(1): pp. 1-34.
2. Brameld, G.H., Bugeja, M.N. e Thambiratnam M.N. (1999): "The influence of stiffness and strength eccentricities on the inelastic earthquake response of asymmetric structures". *Engineering Structures*, Vol. 21, pp. 856-863.
3. Calderoni, B., Gherzi, A. e Mazzolani, F.M. (1994): "A new approach to the problem of in-plan regularity in seismic design of buildings". *Proceedings of 10th European Conference on Earthquake Engineering*, Vienna, Vol. 2, pp. 843-848.
4. Calderoni, B., Gherzi, A. e Mazzolani, F.M. (1996): "Critical analysis of EC8 approach to face the problem of structural regularity". *European Workshop on the Seismic Behaviour of Asymmetric and Set-back Structures*, Capri, Italia.
5. Calderoni, B., Gherzi, A. e Rinaldi Z. (1999): "Efficacia delle eccentricità correttive nel progetto degli edifici multipiano planimetricamente irregolari: metodologia ed applicazione ad un caso reale". *Atti del IX Convegno Nazionale "L'Ingegneria sismica in Italia"*, Torino, Italia.

6. Chandler A.M. e Duan X.N. (1992): "A modified static procedure for the design of torsionally unbalanced multistorey frame buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp. 447-462.
7. Cheung, V. W.T. e Tso, W. K. (1986): "Eccentricity in irregular multistory buildings". *Canadian J. Civil Engng*, 10, pp. 46-52.
8. Chopra, A.K. (1995): "Dynamics of structures". Prentice Hall.
9. Clough, R.W. e Penzien, J. (1993): "Dynamics of structures". McGraw – Hill.
10. Correnza, J. C., Hutchinson, G.L. e Chandler, A. M. (1994): "Effect of transverse load-resisting elements on inelastic earthquake response of eccentric-plan buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 23, pp. 75-89.
11. De la Lera, J.C. e Chopra A.K. (1996): "Inelastic behavior of asymmetric multistory buildings". *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, No. 6, pp. 597-606.
12. Dempsey, K. M. e Tso, W. K. (1980): "Seismic torsional provisions for dynamic eccentricity". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 8, No. 3, pp. 275-289.
13. De Stefano, M., Faella, G. e Ramasco, R. (1987): "Eccentricità delle azioni sismiche orizzontali negli edifici non simmetrici". *Ingegneria sismica*, IV, Vol. 1, pp. 26-39.
14. De Stefano, M., Faella, G. e Ramasco, R. (1993): "Inelastic response and design criteria of plan-wise asymmetric systems". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp. 245-259.
15. De Stefano, M. e Rutenberg, A. (1998): "Predicting the dynamic response of asymmetric multistorey wall-frame structures by push-over analysis: Two case studies". *11th European Conference on Earthquake Engineering*, Rotterdam.
16. Duan X.N. e Chandler A.M. (1992): "Inelastic seismic response of code-designed multistorey frame buildings with regular asymme-

- try". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp. 431-445.
17. Eibl, J. e Keintzel, E. (1996): "The Approximate Analysis of Torsional Effects in Eurocode 8. Assumption, Comparative Calculations and Proposals for Improvements". *European Workshop on the Seismic Behaviour of Asymmetric and Set-back Structures*, Capri, Italia.
 18. Eurocode 8 (1993): "Design provisions for earthquake resistance of structures". *European Committee for Standardisation*, ENV 1998-1-1/2/3.
 19. Faella, G. e Kilar, V. (1998): "Asymmetric multistorey R/C frame structures: push-over versus nonlinear dynamic analysis". *11th European Conference on Earthquake Engineering*, Rotterdam.
 20. Gherzi, A. (1999): "Edifici antisismici con struttura intelaiata in cemento armato". CUEN, Napoli.
 21. Gherzi, A., Marino, E. e Neri, F. (1999): "A simple procedure to design steel frames to fail in global mode". *Stability and Ductility of Steel Structures*. Timisoara, Romania.
 22. Gherzi, A. e Rossi, P.P. (1999): "Formulation of design eccentricity to reduce ductility demand in asymmetric buildings". *Engineering Structures*, Vol. 22, pp. 857-871.
 23. Gherzi, A., Marino, E. e Rossi, P.P. (1999): "Un confronto tra analisi statica e modale quali strumenti di progetto di edifici multipiano planimetricamente asimmetrici soggetti ad azioni sismiche". *Conferenza nazionale "L'ingegneria sismica in Italia"*, Torino, Italia.
 24. Gherzi, A., Marino, E. e Rossi, P.P. (1999): "From one-storey to multi-storey asymmetric systems: conceptual differences and problems". *2th European Workshop on the seismic behaviour of asymmetric and set-back structures*, Istanbul, Turchia.
 25. Gherzi, A., Marino, E. e Rossi, P.P. (1999): "Influence of design criteria on inelastic response of regularly asymmetric multy-storey buildings". *2th European Workshop on the seismic behaviour of asymmetric and set-back structures*, Istanbul, Turchia.

26. Ghersi, A., Marino, E. e Rossi, P.P. (1999): "Inelastic response of multi-storey asymmetric buildings". *12th World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland, Nuova Zelanda.
27. Ghersi, A. e Rossi, P.P. (2000): "Influence of bi-directional ground motion on the inelastic response of one-storey in-plan irregular systems". *Engineering Structures*, in fase di stampa.
28. Goel, R.K. e Chopra, A.K. (1990): "Inelastic seismic response of one-story, asymmetric-plan systems" Earthquake Engineering Research Center, Report n° UBC/EERC-90/14, University of California at Berkeley.
29. Goel, R.K. e Chopra, A.K. (1993): "Seismic code analysis of buildings without locating centres of rigidity". *Journal of Structural Engineering*, Vol. 119, No. 10, pp. 3039-3055.
30. Habibullah A. (1998): "Center of rigidity – a redefinition". *Computers and Structures, Inc.* Vol. 3, No. 1.
31. Harasimowicz, A.P. e Goel, R.K. (1998): "Seismic code analysis of multi-storey buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 27, pp. 173-185.
32. Hejal, H. e Chopra, A.K. (1987): "Earthquake response of torsionally-coupled buildings". Earthquake Engineering Research Center, Report n° UBC/EERC-87/20, College of Engineering, University of California at Berkeley.
33. Humar, J.L. (1984): "Design for seismic torsional forces". *Canadian J. Civil Engng*, 12, pp. 150-163.
34. Keintzel, E. e Muller, F.P. (1978): "Approximate Analysis of Torsional Effects in the New German Seismic Code DIN 4149". *6th European Conference on Earthquake Engineering*, Dubrovnic, Vol. 2, pp. 101-108.
35. Kilar, V. e Fajfar, P. (1997): "Simple push-over analysis of asymmetric buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, pp. 233-249.

36. Lee, H.S. (1996): "Revised rule for concept of strong-column and weak-girder design". *J. Struct. Engng*, 122, pp. 350-364.
37. Makarios, T. e Anastassiadis, A. (1995): Discussion in the paper: "Seismic code analysis of buildings without locating centres of rigidity". *J. Struct. Engng*, 121, pp. 791-792.
38. Makarios, T. e Anastassiadis, A. (1998): "Real and fictitious elastic axes of multy-storey buildings: theory". *Struct. Design Tall Build.* 7, pp. 33-55.
39. Makarios, T. e Anastassiadis, A. (1998): "Real and fictitious elastic axes of multy-storey buildings: applications". *Struct. Design Tall Build.* 7, pp. 57-71.
40. Marino, E., Neri, F. e Rossi, P.P. (1999): "A design procedure for steel frames with rigid connections". *2nd European Conference on Steel Structures*, Praga, CVUT.
41. Mazzolani, F.M. e Piluso, V. (1996): "Theory and design of seismic resistant steel frames". E & FN SPON, Londra.
42. Moghadam A.S. e Tso W.K. (1996): "Seismic response of regular asymmetrical RC ductile frame buildings". *European Workshop on the Seismic Behaviour of Asymmetric and Set-back Structures*, Capri, Italia.
43. Moghadam A.S. e Tso W.K. (1996): "Damage assessment of eccentric multistorey buildings using 3-D pushover analysis". *11th World Conference on Earthquake Engineering*, Acapulco, Messico.
44. Moghadam A.S. e Tso W.K. (2000): "Extension of eurocode 8 torsional provisions to multy-storey buildings". *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 4, pp. 25-41.
45. National Building Code of Canada, NBCC, (1990). *Associate Committee on the National Building Code, National Research Council of Canada*.

46. Neri, F. (1999): "Comportamento sismico di telai in acciaio a nodi rigidi". *Tesi di dottorato*, Facoltà di Ingegneria, Università di Catania, Italia.
47. New Zealand Standard, NZS 4203, (1992). *Standards Association of New Zealand*.
48. Pekau, O.A. e Rutemberg, A. (1987): "Seismic code provisions for asymmetric structures: a re-evaluation". *Engineering Structures*, Vol. 9, pp. 255-264.
49. Rossi, P.P. (1998): "Comportamento sismico di edifici planimetricamente irregolari". *Tesi di dottorato*, Facoltà di Ingegneria, Università di Catania, Italia.
50. Rutemberg, A., Hsu, T.I., e Tso, W.K. (1978): "Response spectrum techniques for asymmetric structures". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics Structures*, Vol. 6, pp. 427-435.
51. Rutemberg, A. (1992): Nonlinear response of asymmetric building structures and seismic codes: a state of the art review". *European earthquake engineering*, No.2.
52. SEAOC Blue Book, Recommended Lateral Force Requirements and Commentary, (1996). *Structural Engineers Association of California's*.
53. Uniform Building Code, UBC, (1997). *International Conference of Building Officials*.
54. Wilson, E.L., Der Kiureghian, A. e Baio, E. (1981): "A replacement for the SRSS method in seismic analysis". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 9, pp. 187-192.
55. Tso, W.K. (1983): "A proposal to improve the static torsional provisions for the National Building Code of Canada". *Canadian J. Civ. Eng.*, 10, pp. 561-565.
56. Tso, W.K. e Cheung, V.W.T. (1986): "Decoupling of equation of equilibrium in lateral load analysis of multistorey buildings". *Computers & Structures*, Vol. 23, No. 5, pp. 679-684.

57. Tso, W.K. (1990): "Static eccentricity concept for torsional moment estimation". *J. Struct. Engng., ASCE*, 116, pp. 1199-1212.
58. Tso, W.K. e Zhu, T.J. (1992): "Design of torsionally unbalanced structural systems based on code provisions I: ductility demand". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 21, pp. 609-627.
59. Tso, W.K. e Moghadam, A. S. (1998): "Application of Eurocode 8 torsional provisions to multi-storey buildings". *Proceedings of 11th European Conference on Earthquake Engineering*, Parigi, Francia.
60. Zhu, T.J. e Tso, W.K. (1992): "Design of torsionally unbalanced structural systems based on code provisions II: strength distribution". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 21, pp. 629-644.

Appendice A

EDIFICI REGOLARMENTE ASIMMETRICI PROGETTATI CON ANALISI STATICA O MODALE

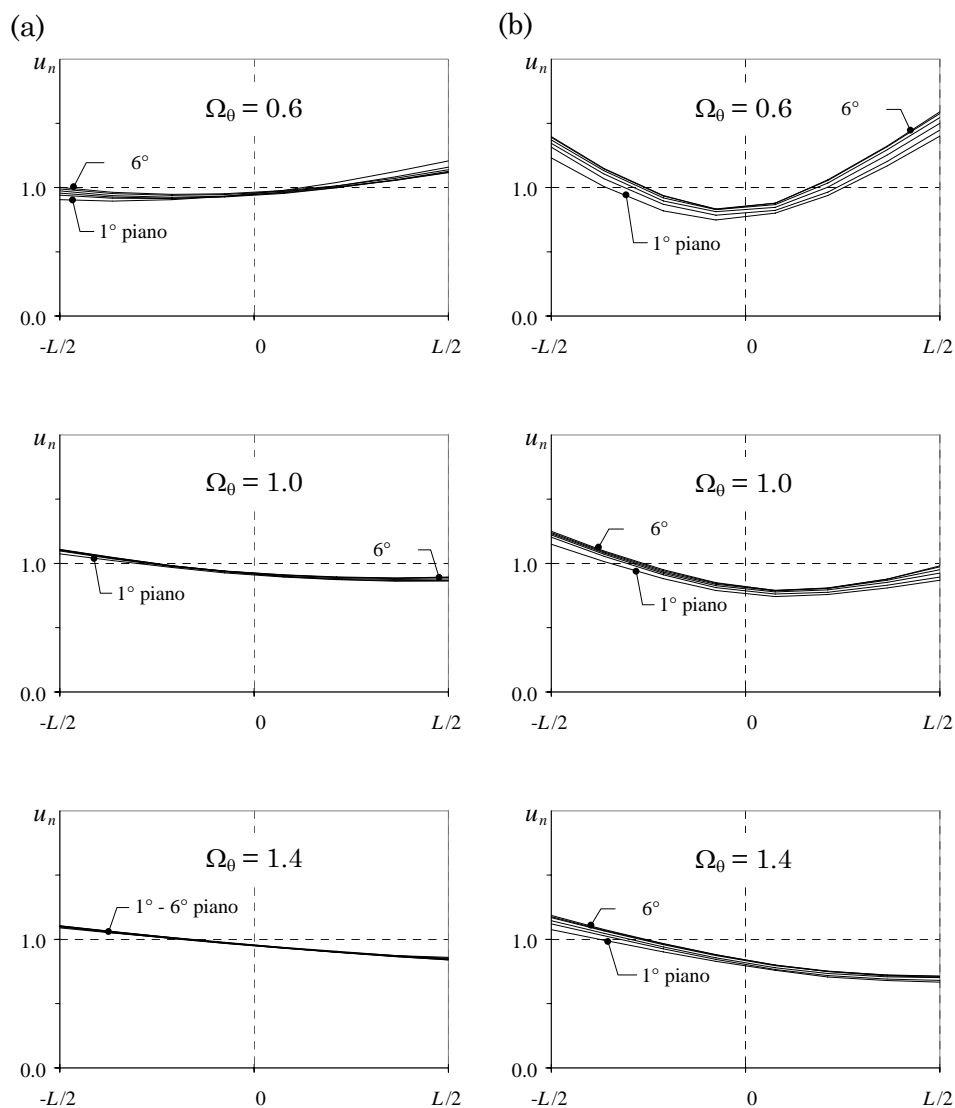


Figura A.1. Spostamenti inelastici normalizzati dei sistemi progettati con analisi statica, carichi verticali proporzionali alla luce delle campate;
(a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

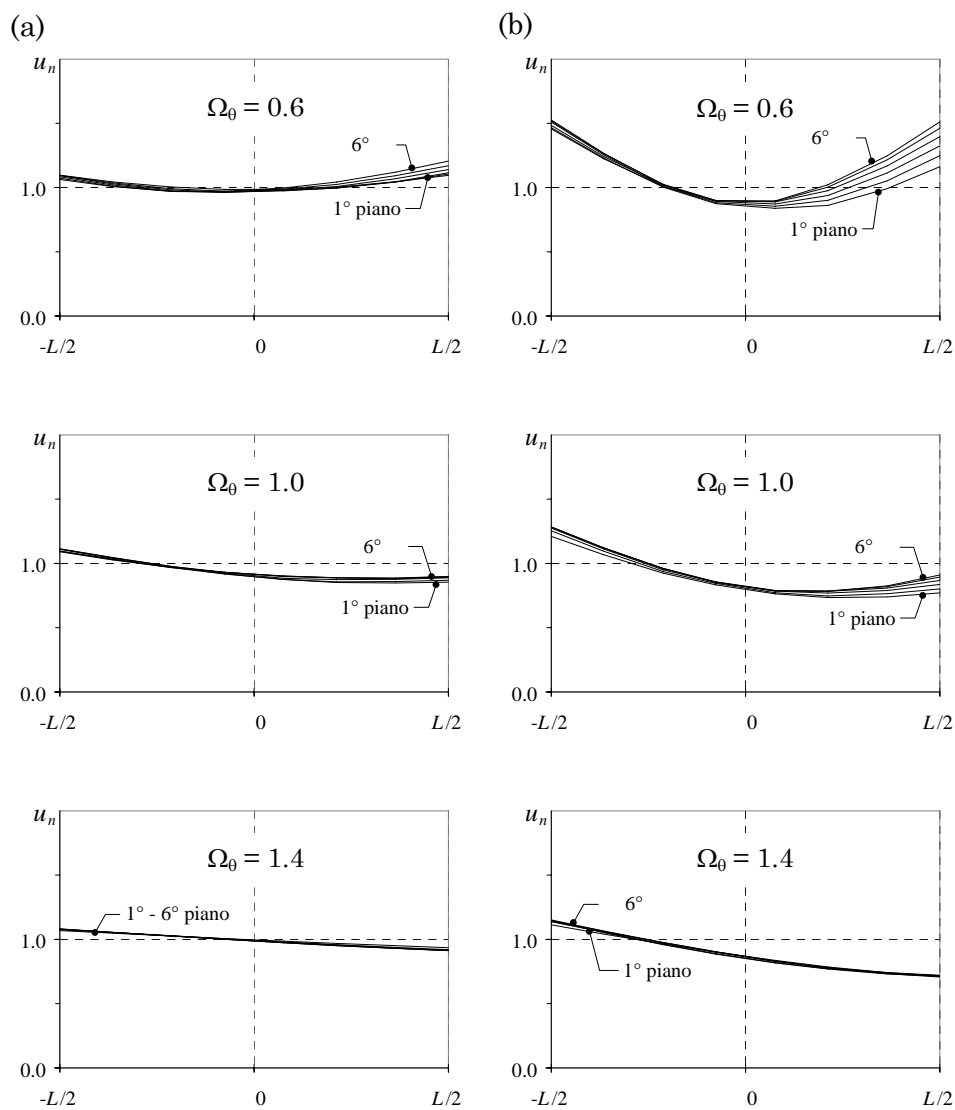


Figura A.2. Spostamenti inelastici normalizzati dei sistemi progettati con analisi modale, carichi verticali proporzionali alla luce delle campate;
(a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

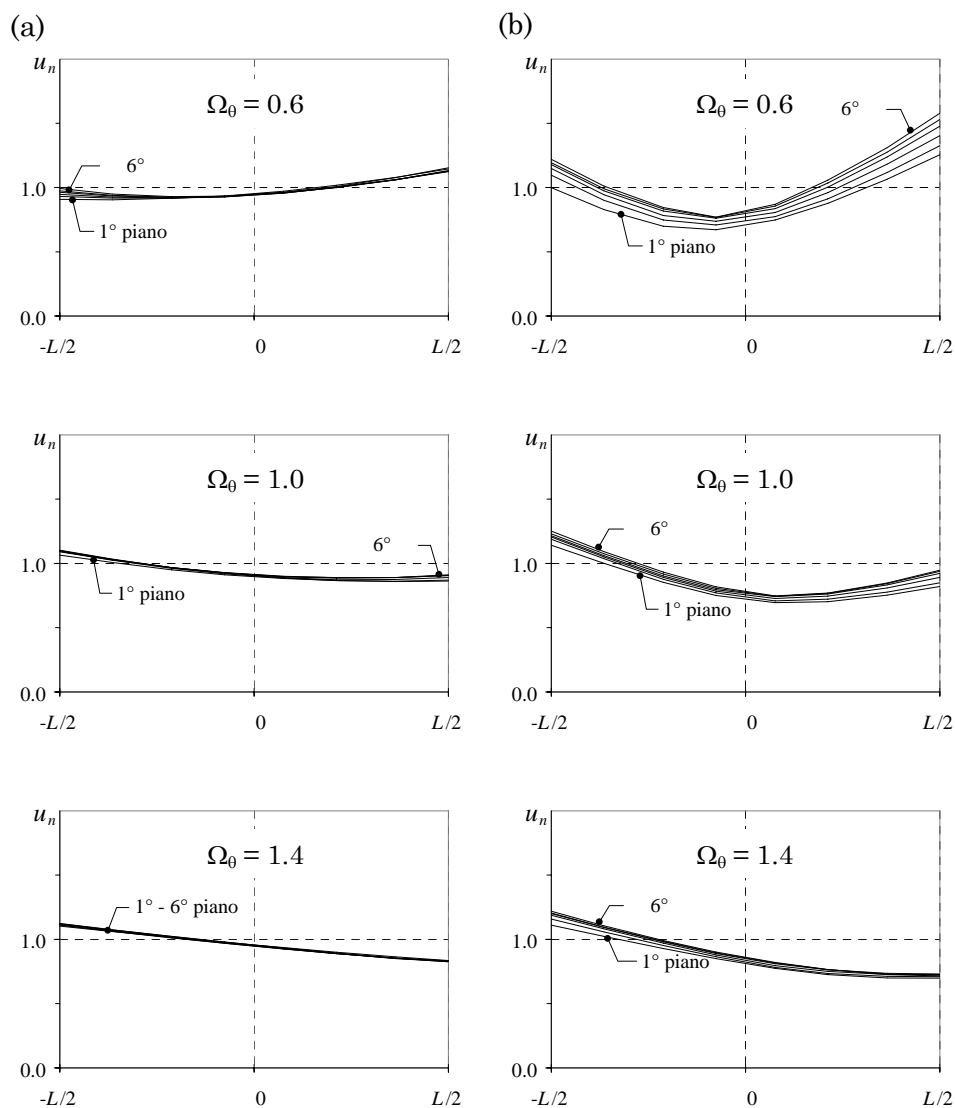


Figura A.3. Spostamenti inelastici normalizzati dei sistemi progettati con analisi statica, carichi verticali proporzionali alla rigidezza dei telai;

(a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

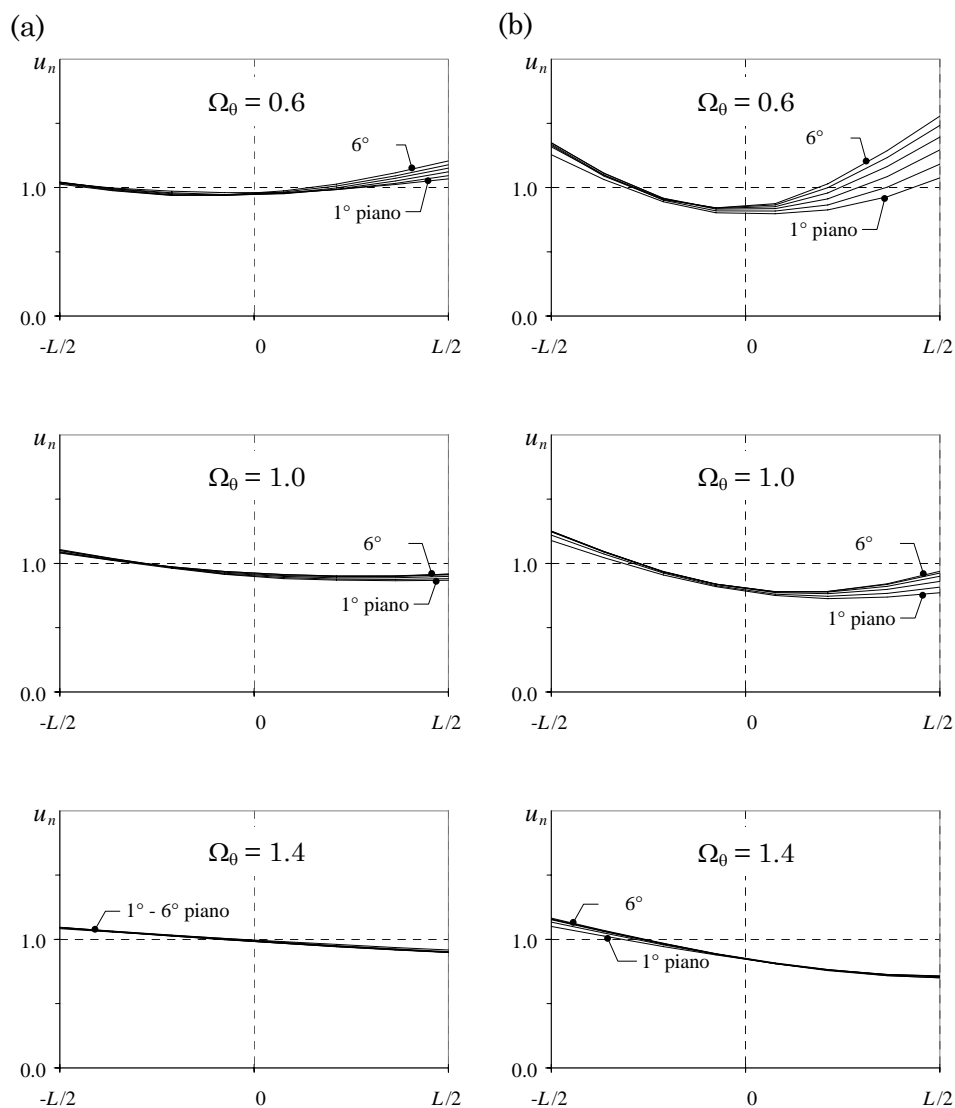


Figura A.4. Spostamenti inelastici normalizzati dei sistemi progettati con analisi modale, carichi verticali proporzionali alla rigidezza dei telai;
(a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

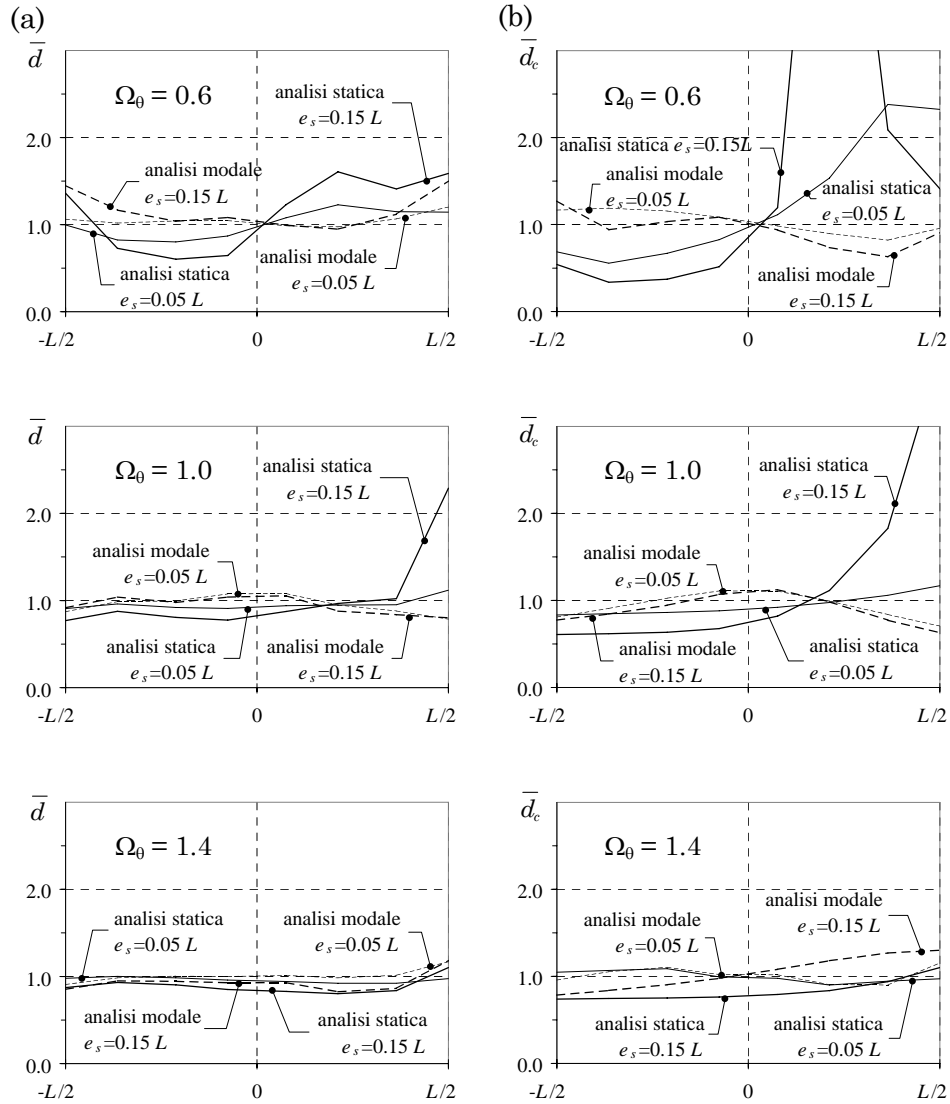


Figura A.5. Richiesta di duttilità normalizzata, carichi verticali proporzionali alla luce delle campate; (a) globale, (b) nei pilastri del primo ordine.

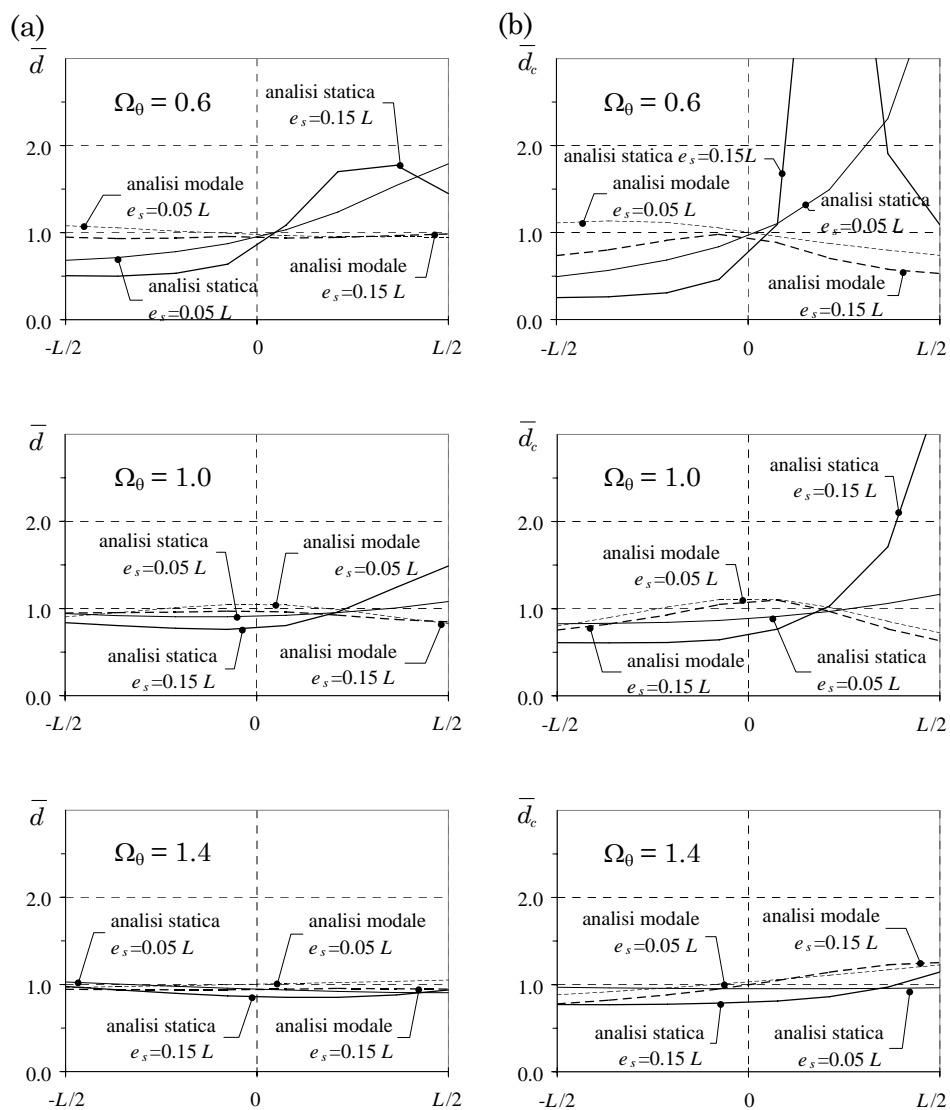


Figura A.6. Richiesta di duttilità normalizzata, carichi verticali proporzionali alla luce delle campate; (a) globale, (b) nei pilastri del primo ordine.

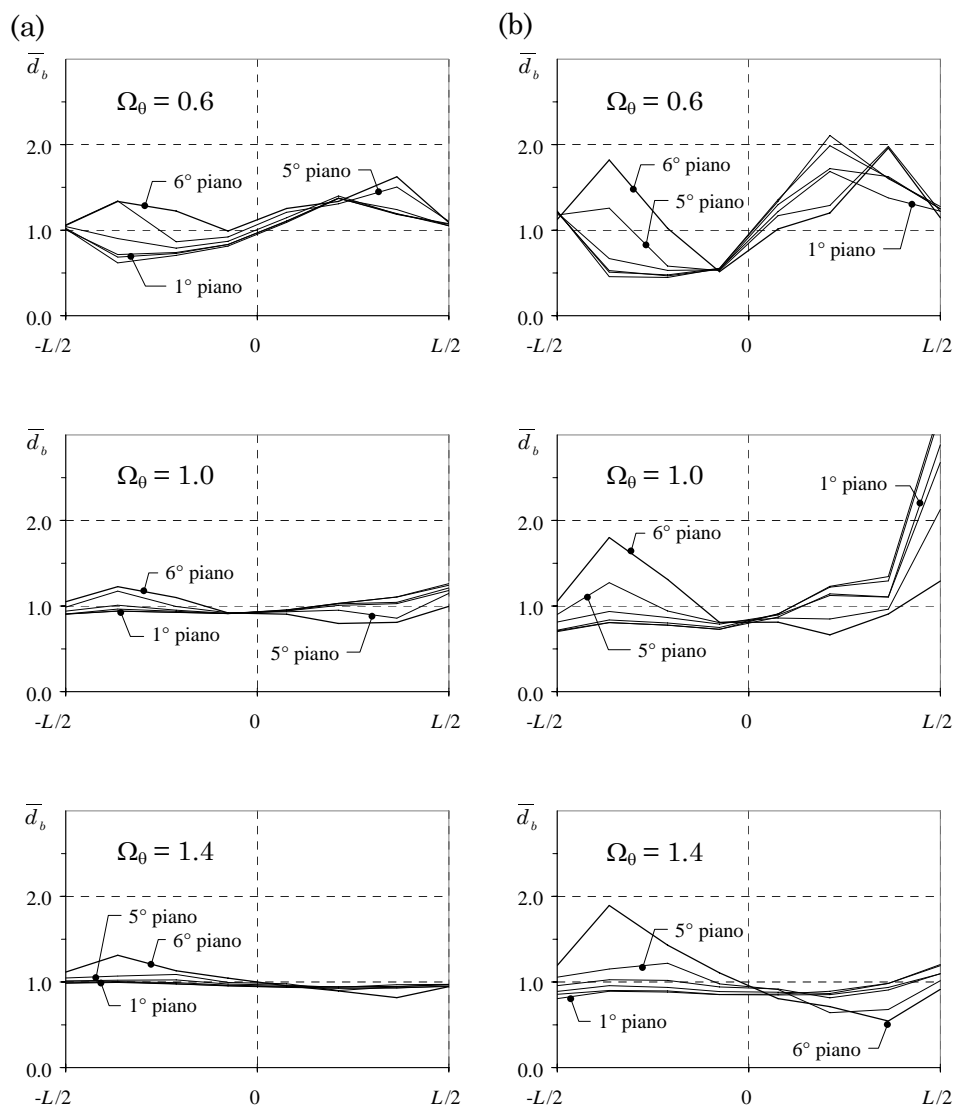


Figura A.7. Richiesta di duttilità normalizzata nelle travi di sistemi progettati con analisi statica, carichi verticali proporzionali alla luce delle campate;
(a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

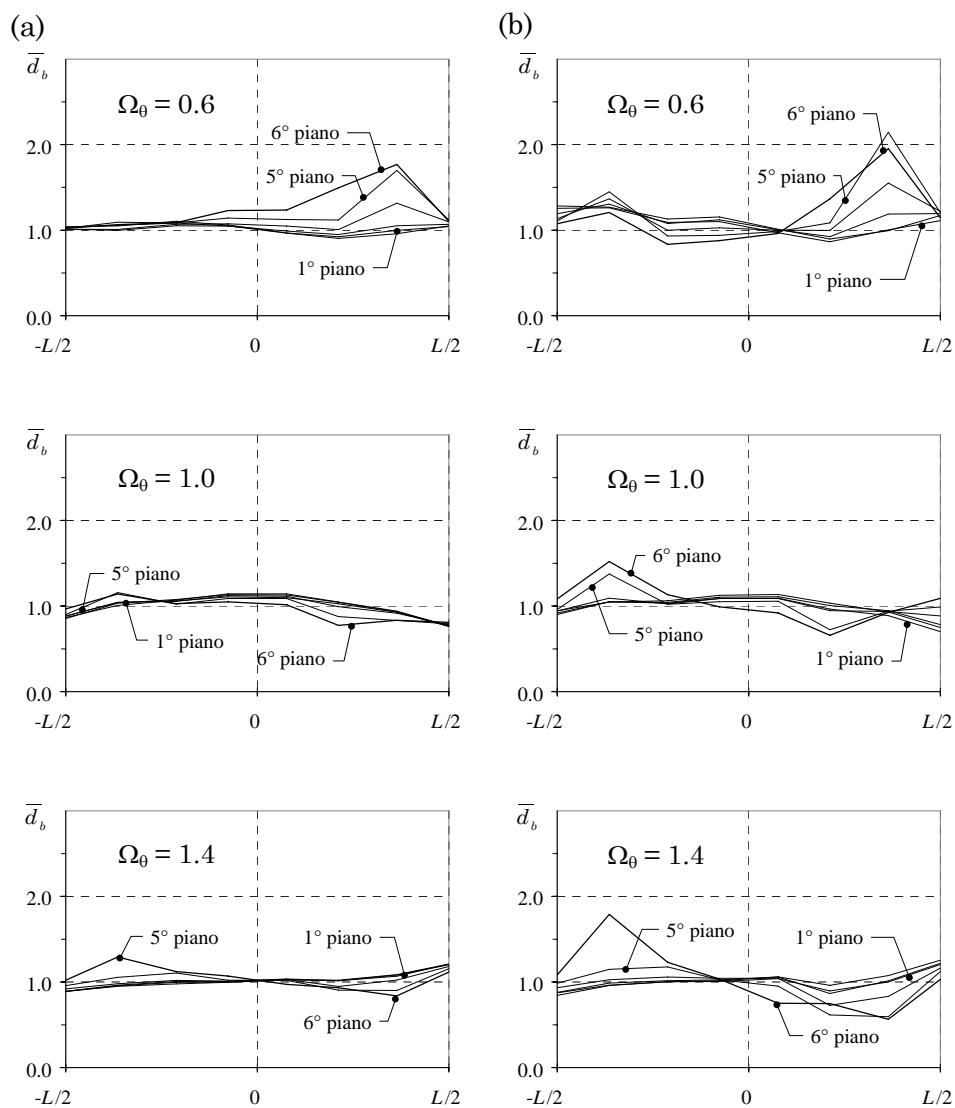


Figura A.8. Richiesta di duttilità normalizzata nelle travi di sistemi progettati con analisi modale, carichi verticali proporzionali alla luce delle campate;
(a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

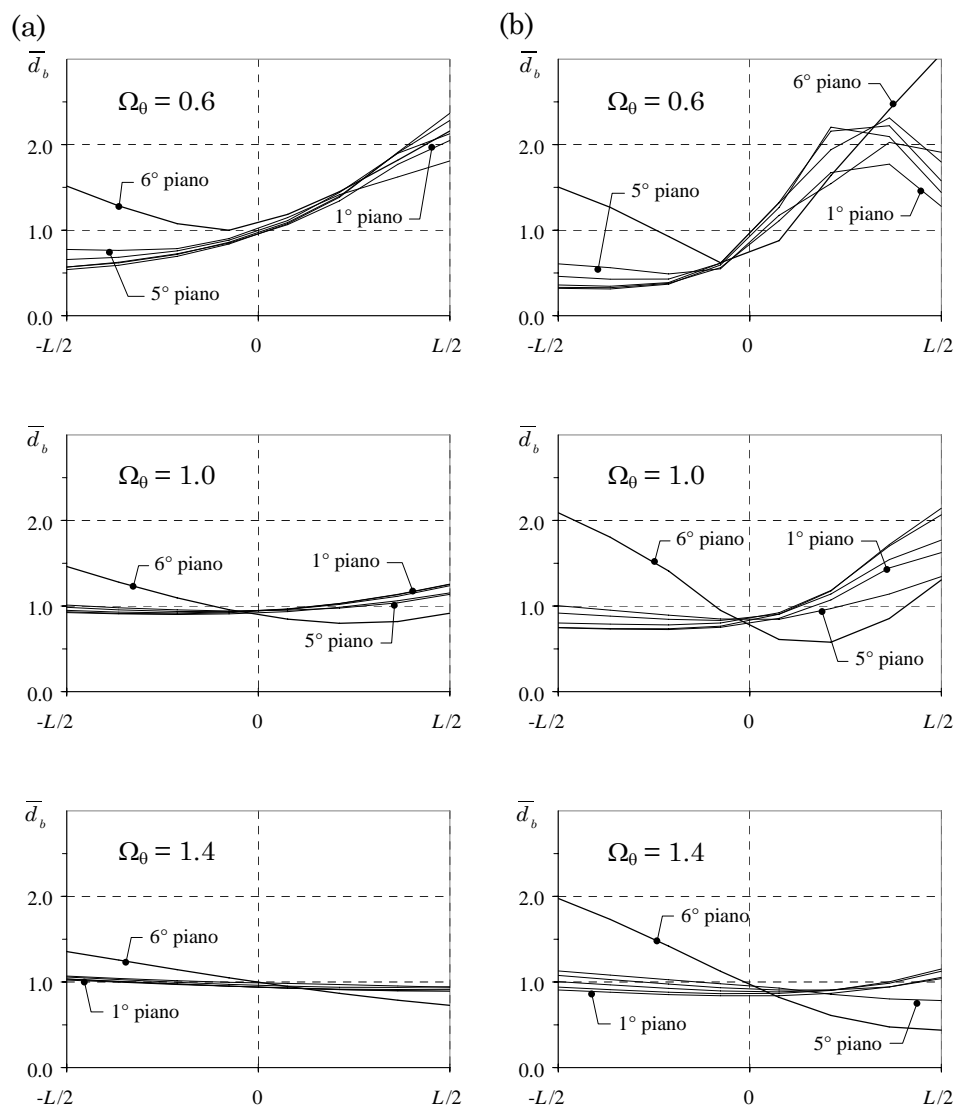


Figura A.9. Richiesta di duttilità normalizzata nelle travi di sistemi progettati con analisi statica, carichi verticali proporzionali alla rigidezza dei telai;
(a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

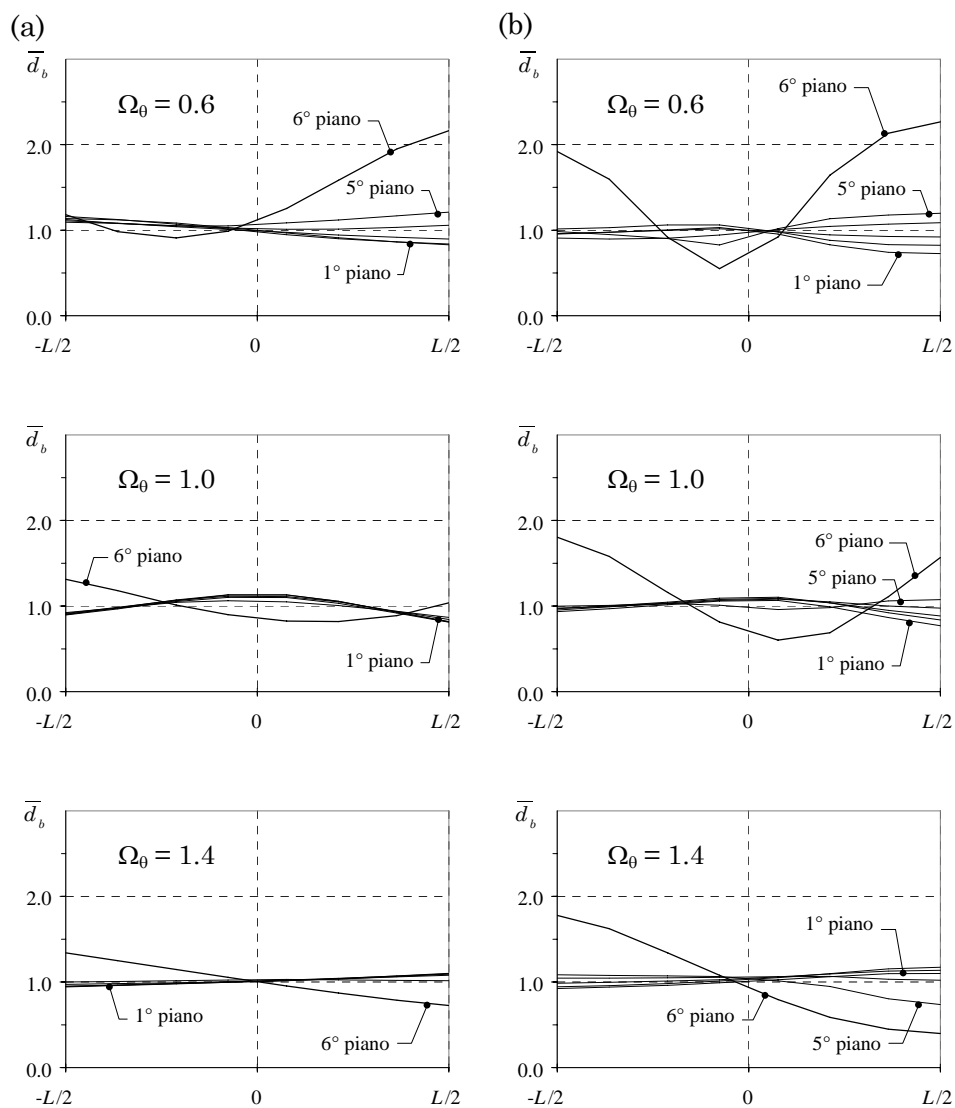


Figura A.10. Richiesta di duttilità normalizzata nelle travi di sistemi progettati con analisi modale, carichi verticali proporzionali alla rigidezza dei telai;
(a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

Appendice B

EDIFICI REGOLARMENTE ASIMMETRICI PROGETTATI CON ECCENTRICITÀ DI PROGETTO

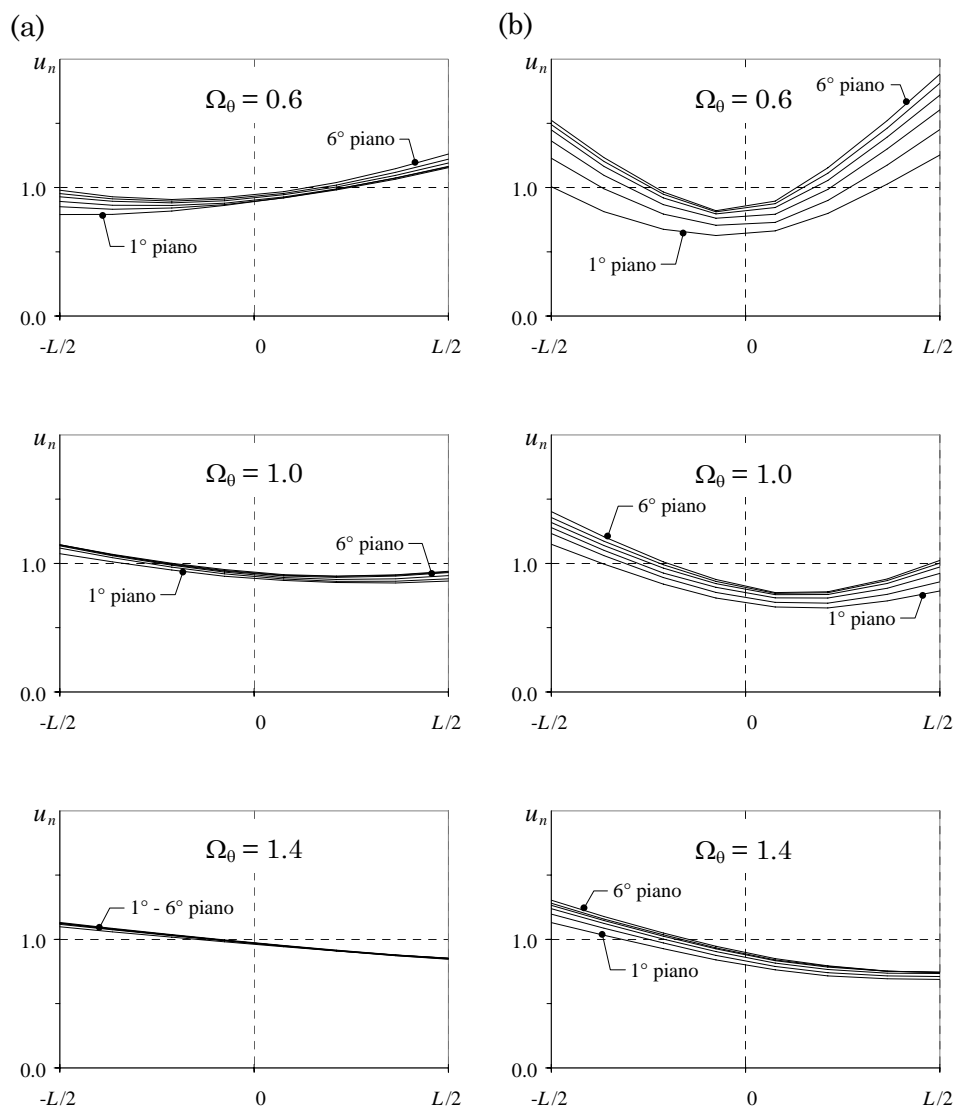


Figura B.1. Spostamenti inelastici normalizzati dei sistemi progettati con la procedura proposta da Chandler e Duan; (a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

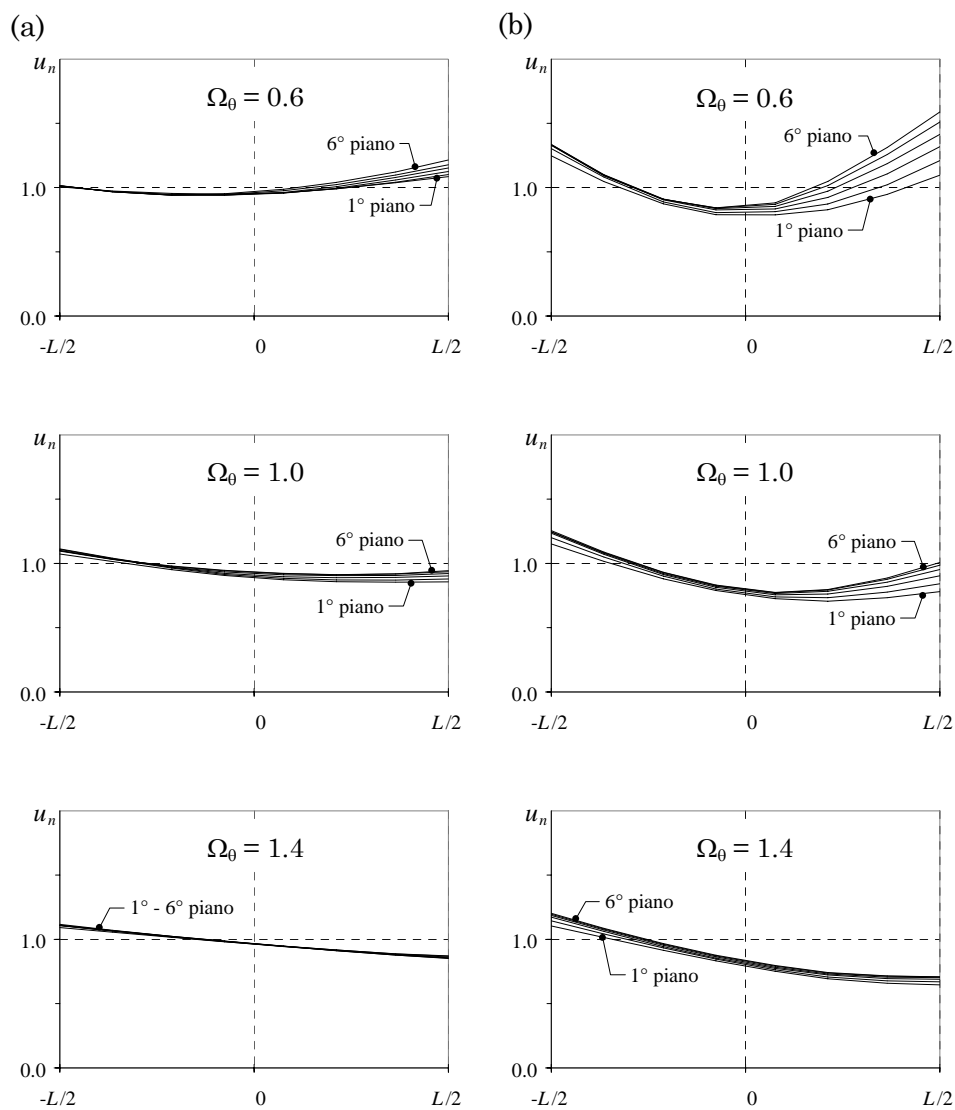


Figura B.2. Spostamenti inelastici normalizzati dei sistemi progettati con la procedura proposta da Ghersi e Rossi; (a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

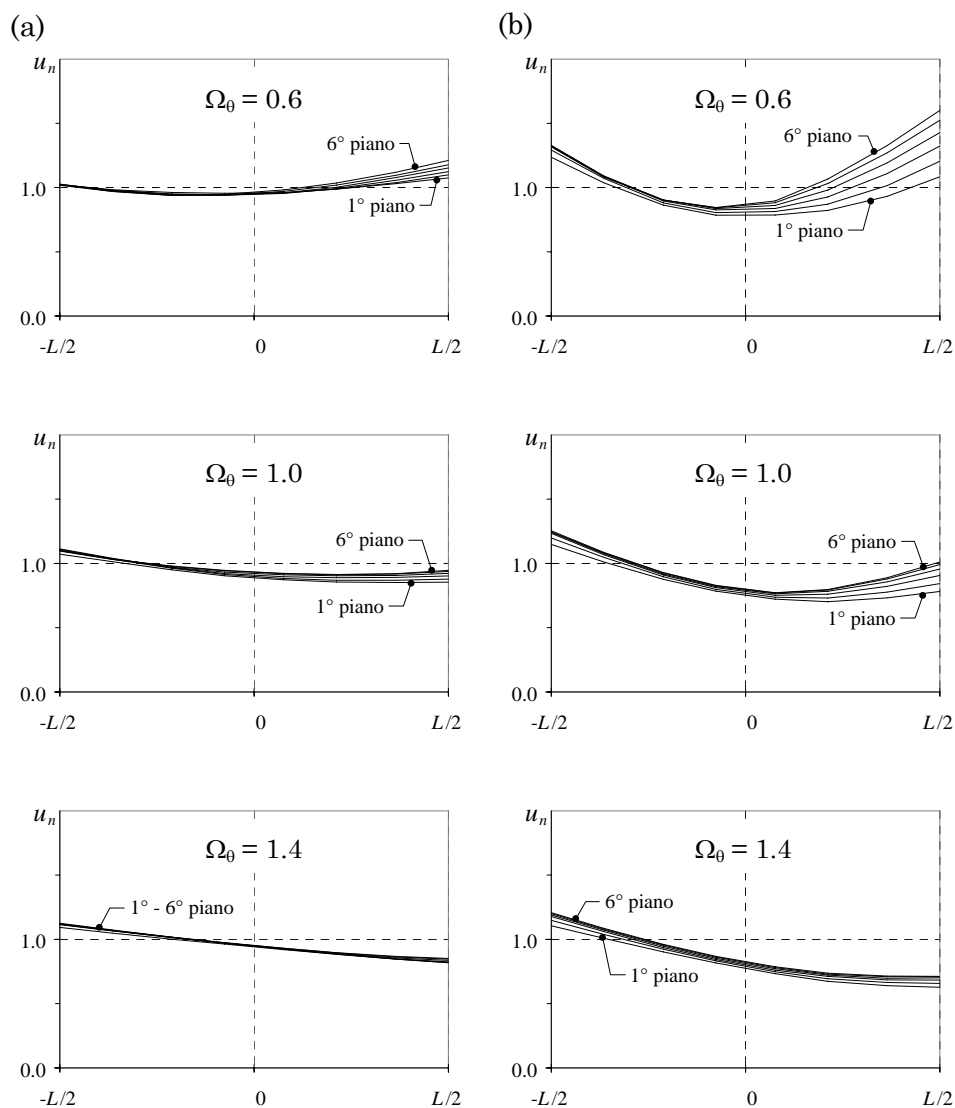


Figura B.3. Spostamenti inelastici normalizzati dei sistemi progettati con la procedura proposta; (a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

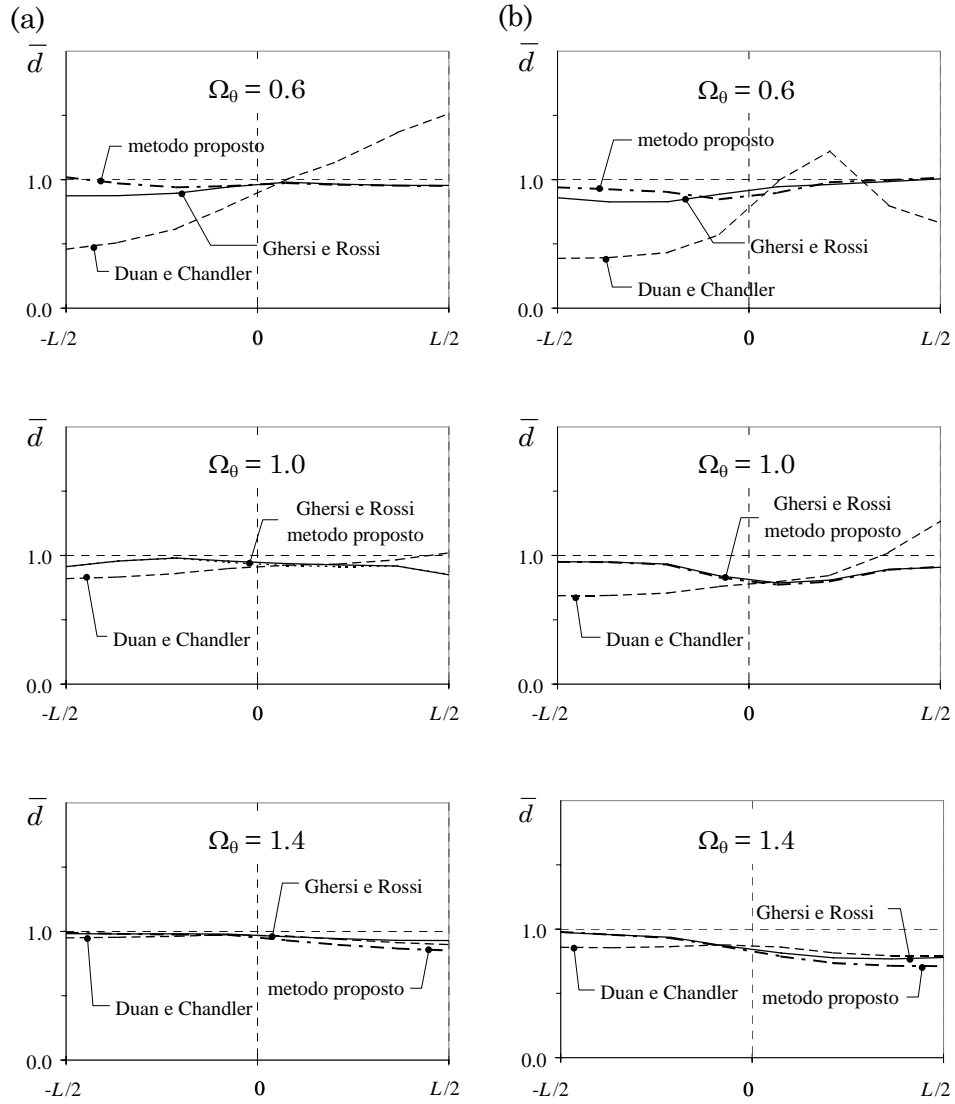


Figura B.4. Richiesta di duttilità globale normalizzata;
(a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

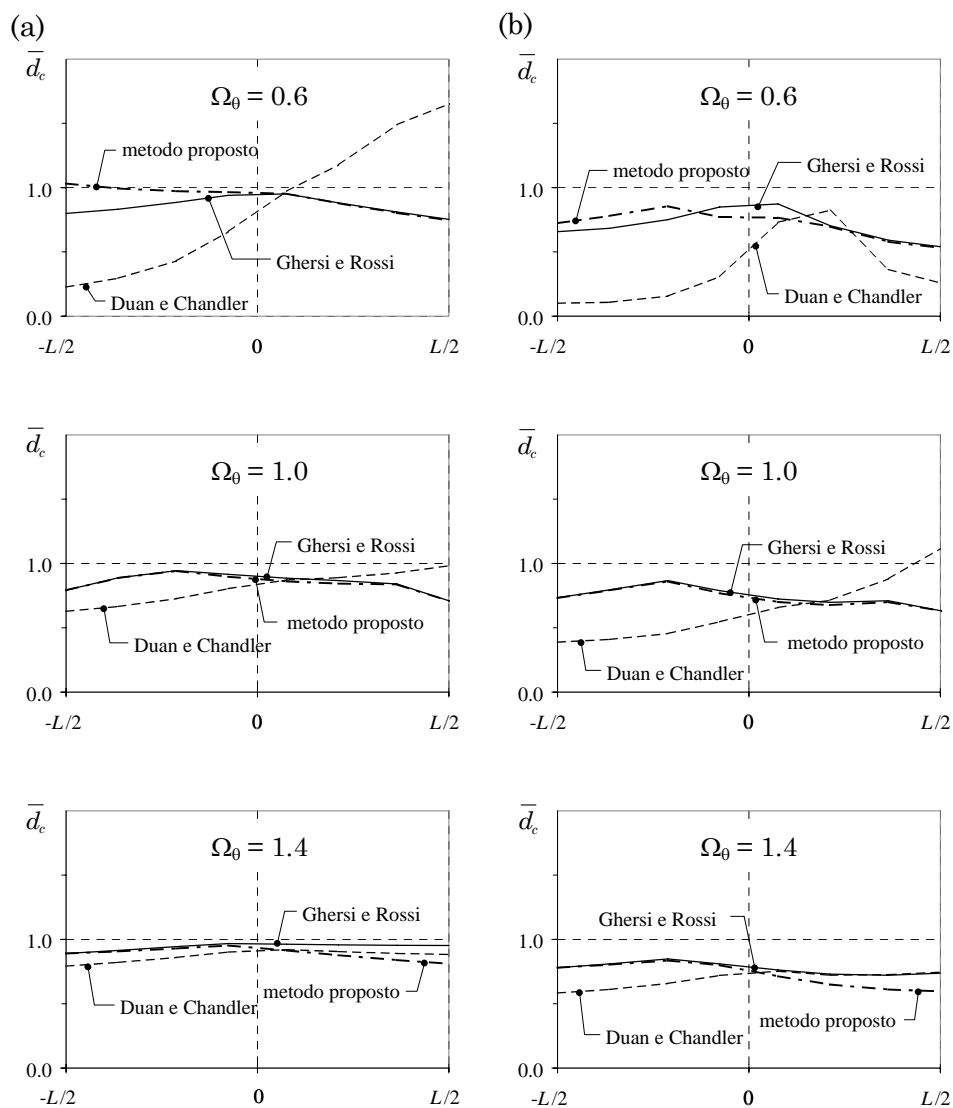


Figura B.5. Richiesta di duttilità normalizzata nei pilastri del primo ordine;
(a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

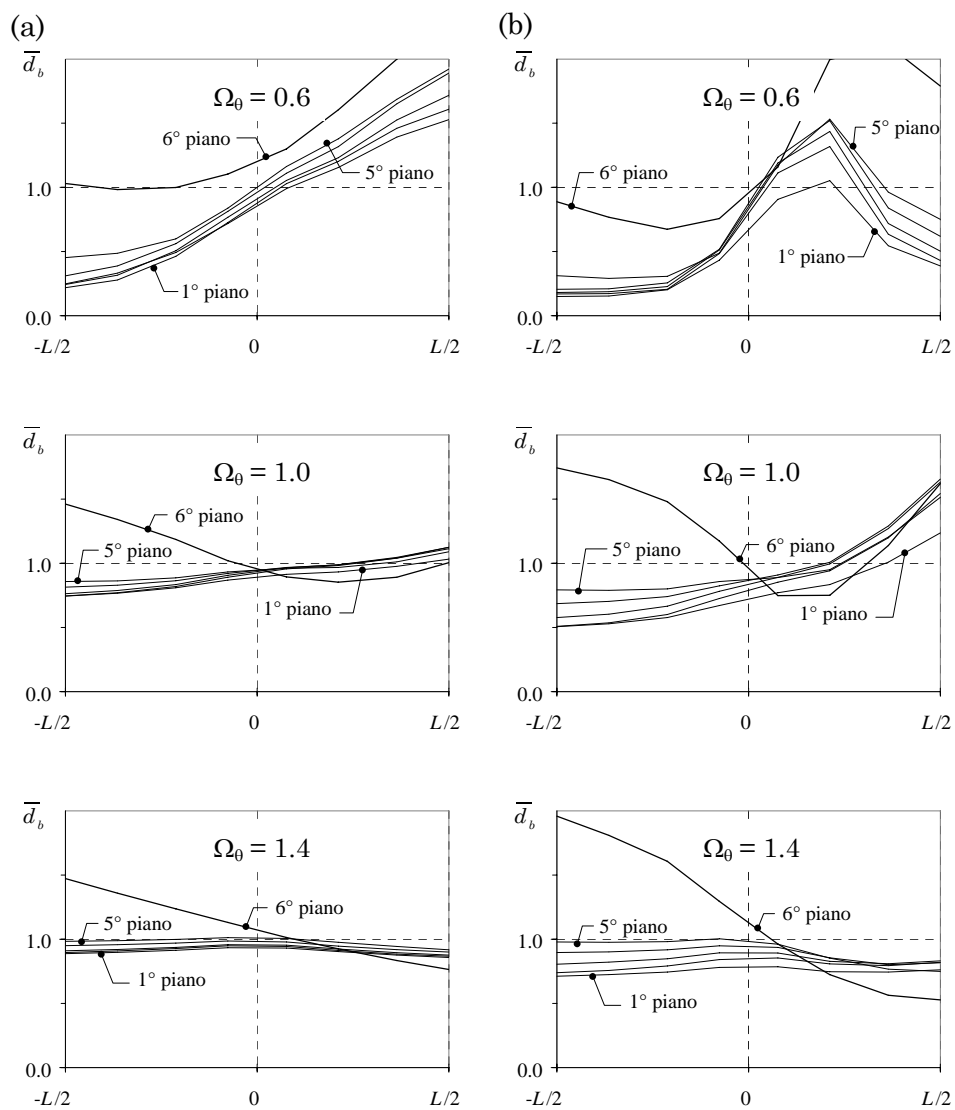


Figura B.6. Richiesta di duttilità normalizzata nelle travi dei sistemi progettati con la procedura proposta da Chandler e Duan; (a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

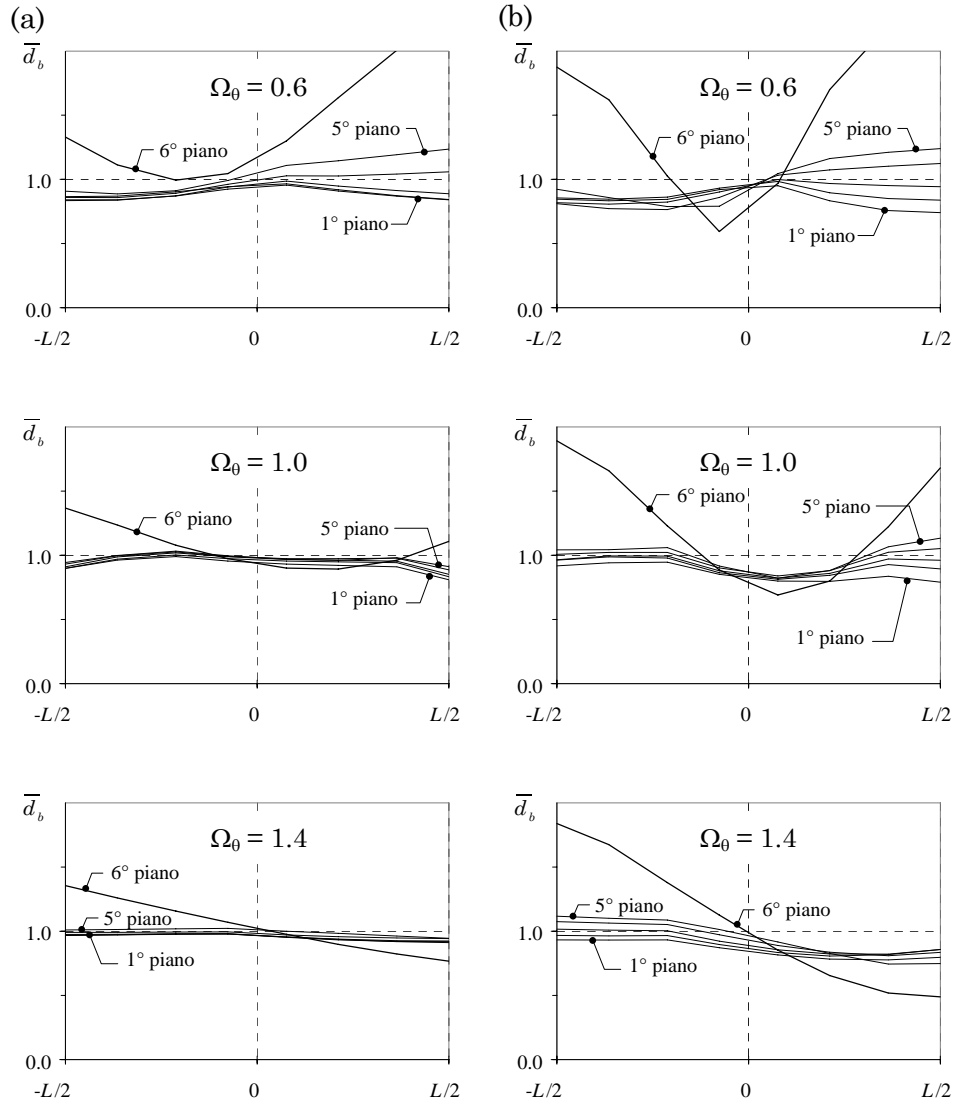


Figura B.7. Richiesta di duttilità normalizzata nelle travi dei sistemi progettati con la procedura proposta da Ghersi e Rossi; (a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

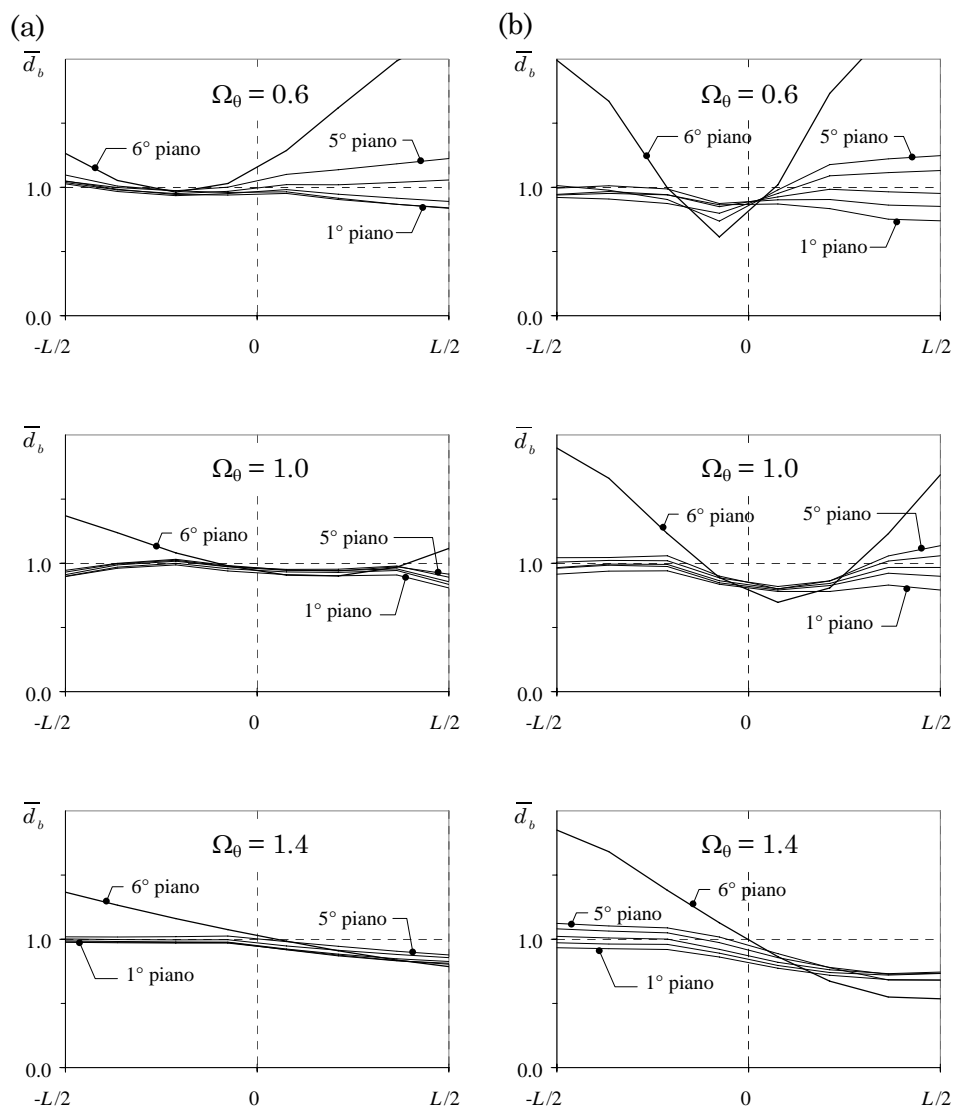


Figura B.8. Richiesta di duttilità normalizzata nelle travi dei sistemi progettati con la procedura proposta; (a) $e_s = 0.05 L$, (b) $e_s = 0.15 L$.

Appendice C

EDIFICI NON REGOLARMENTE ASIMMETRICI PROGETTATI CON LA PROCEDURA PROPOSTA

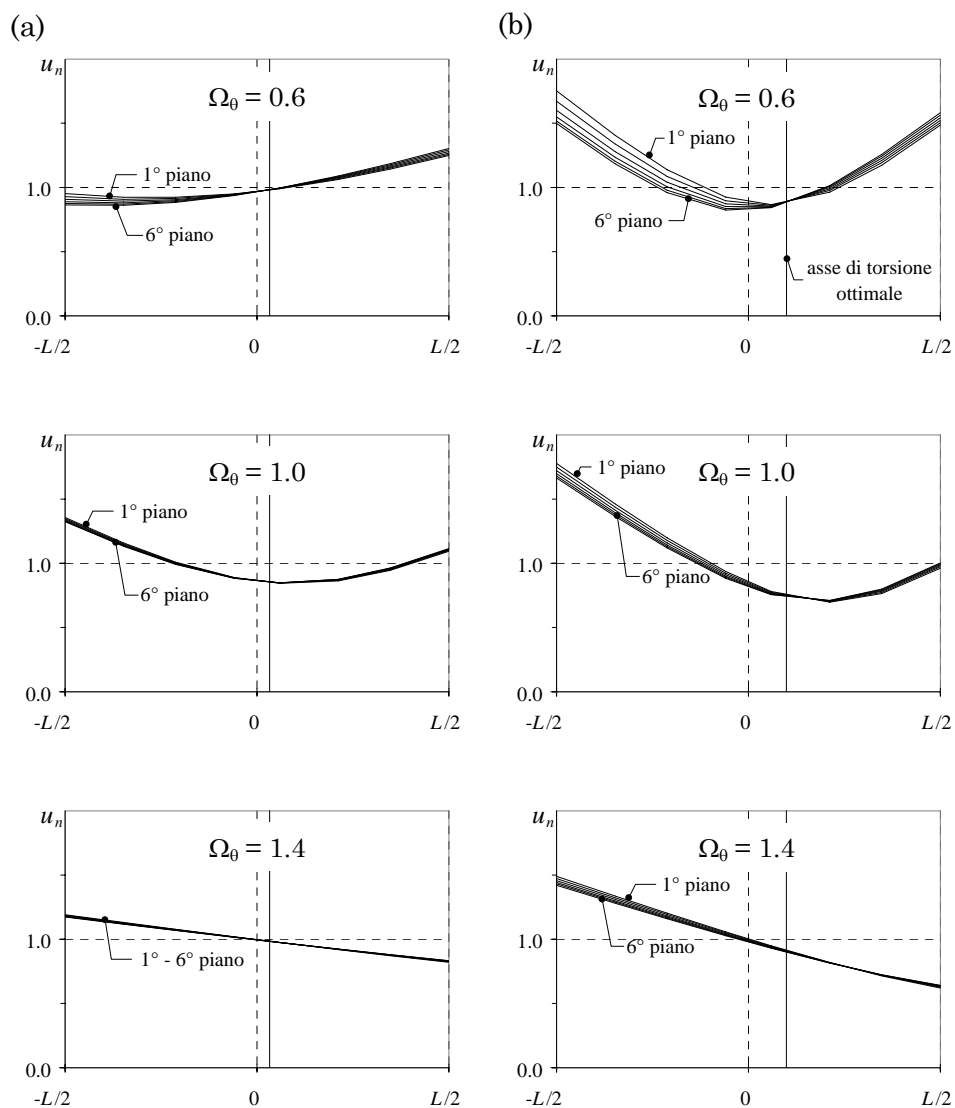


Figura C.1. Spostamenti elastici normalizzati di sistemi con telai e pareti, rigidità dell'edificio prevalentemente affidata alle pareti ($\rho_F = 25\%$);

(a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

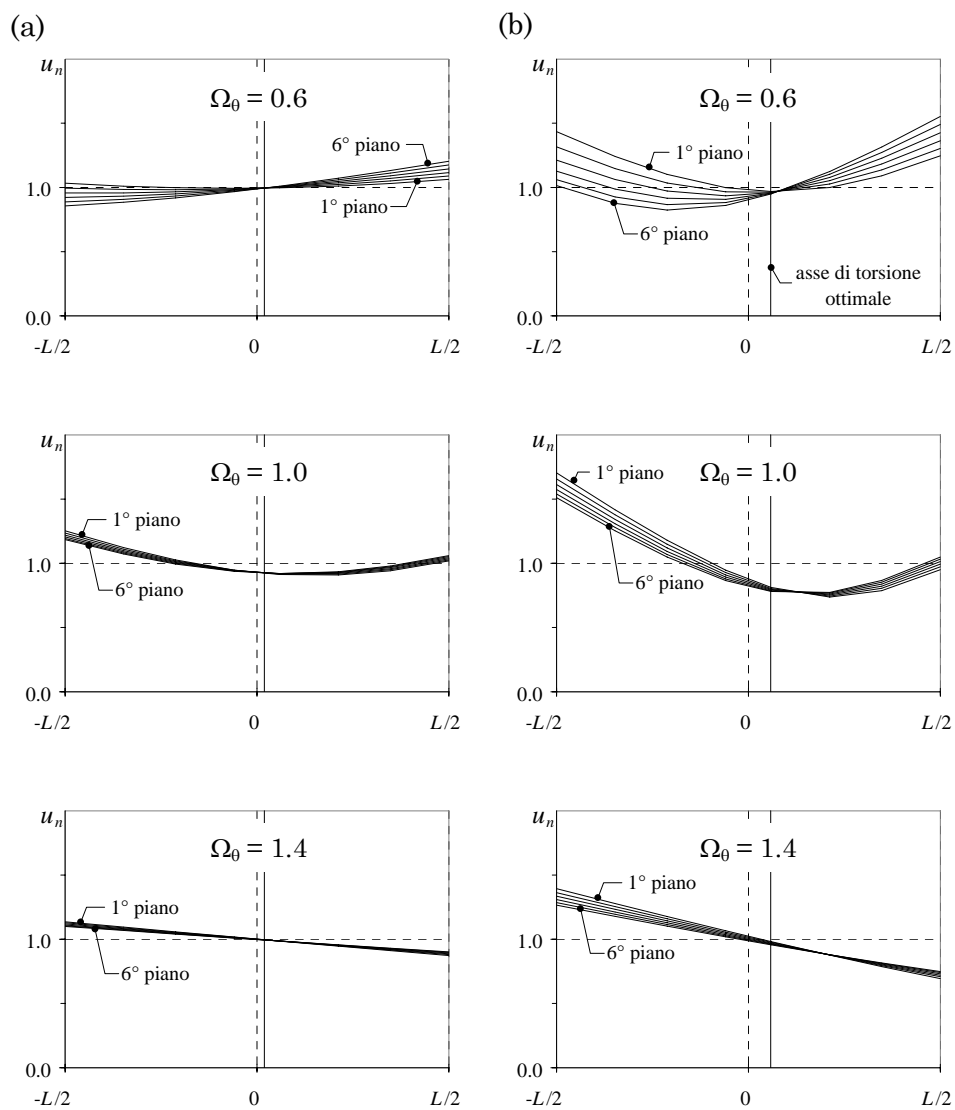


Figura C.2. Spostamenti elastici normalizzati di sistemi con telai e pareti, uguale contributo di telai e pareti alla rigidezza dell'edificio ($\rho_F = 50\%$);

(a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

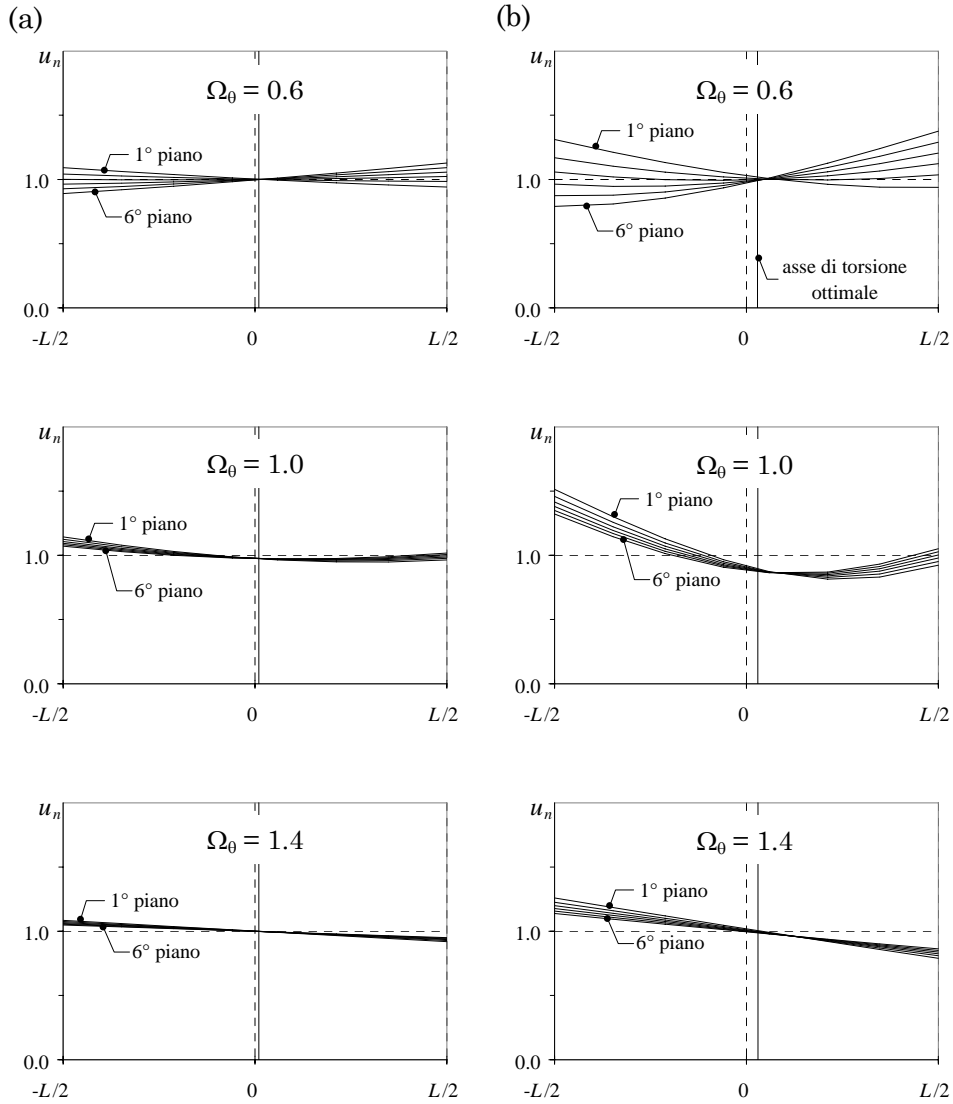


Figura C.3. Spostamenti elastici normalizzati di sistemi con telai e pareti, rigidità dell'edificio prevalentemente affidata ai telai ($\rho_F = 75\%$);

(a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

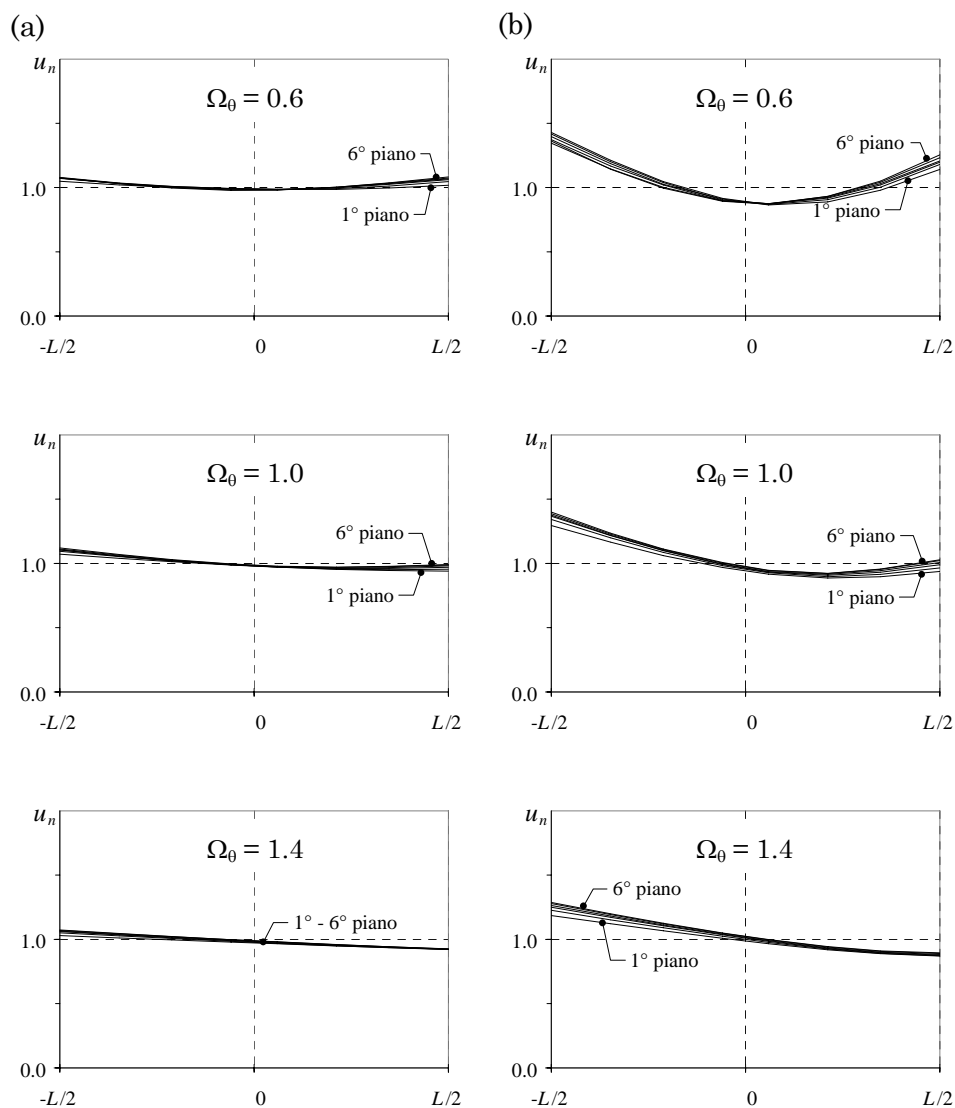


Figura C.4. Spostamenti inelastici normalizzati di sistemi con telai e pareti progettati con il metodo proposto, rigidezza dell'edificio prevalentemente affidata alle pareti ($\rho_F = 25\%$); (a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

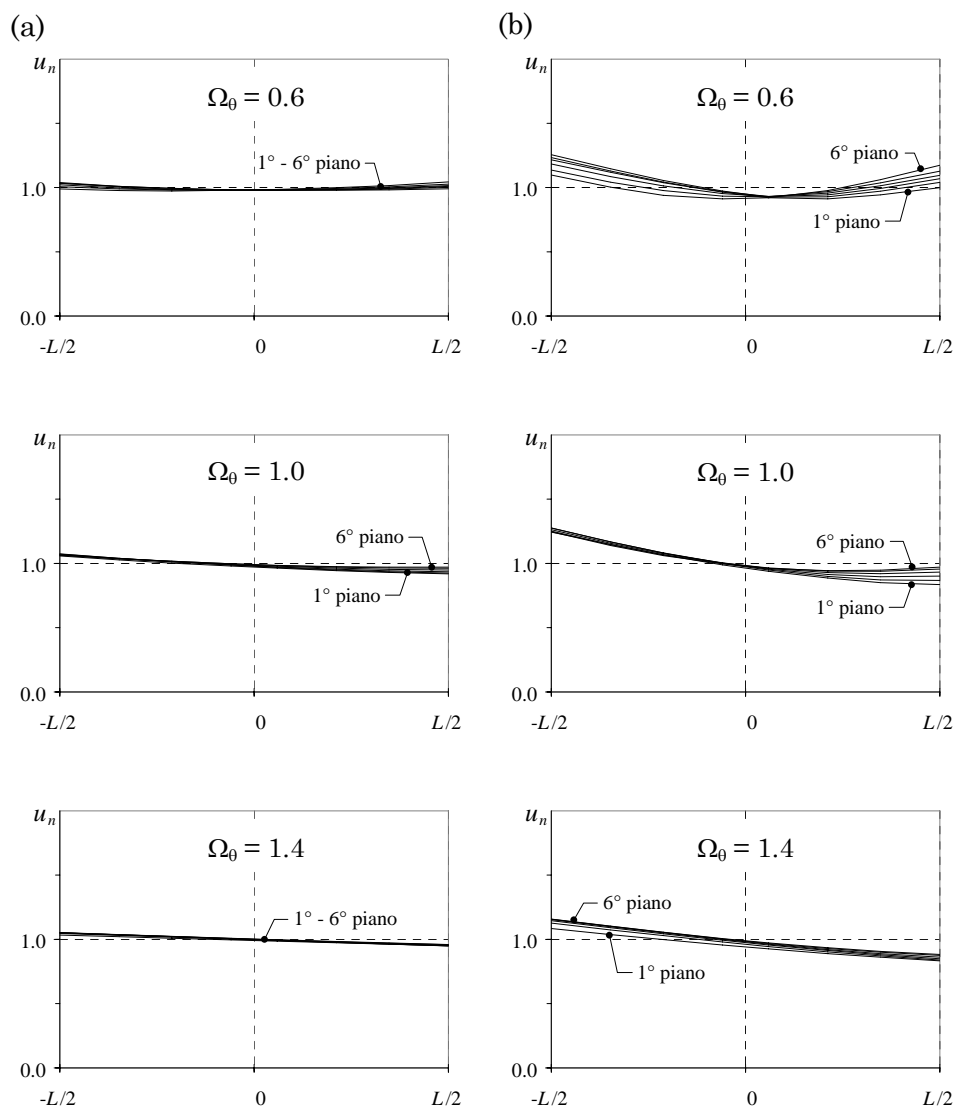


Figura C.5. Spostamenti inelastici normalizzati di sistemi con telai e pareti progettati con il metodo proposto, uguale contributo di telai e pareti alla rigidità dell'edificio; (a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

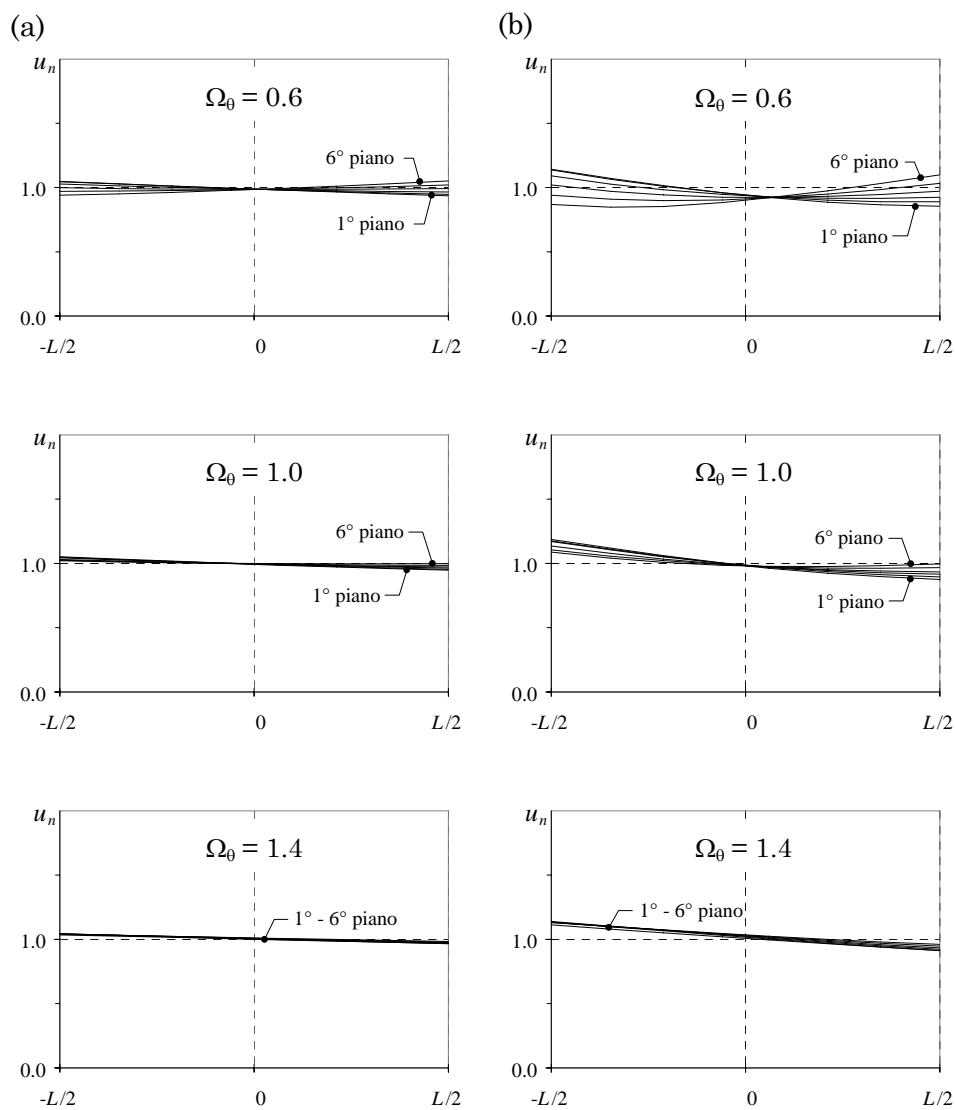


Figura C.6. Spostamenti inelastici normalizzati di sistemi con telai e pareti progettati con il metodo proposto, rigidezza dell'edificio prevalentemente affidata ai telai ($\rho_F = 75\%$); (a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

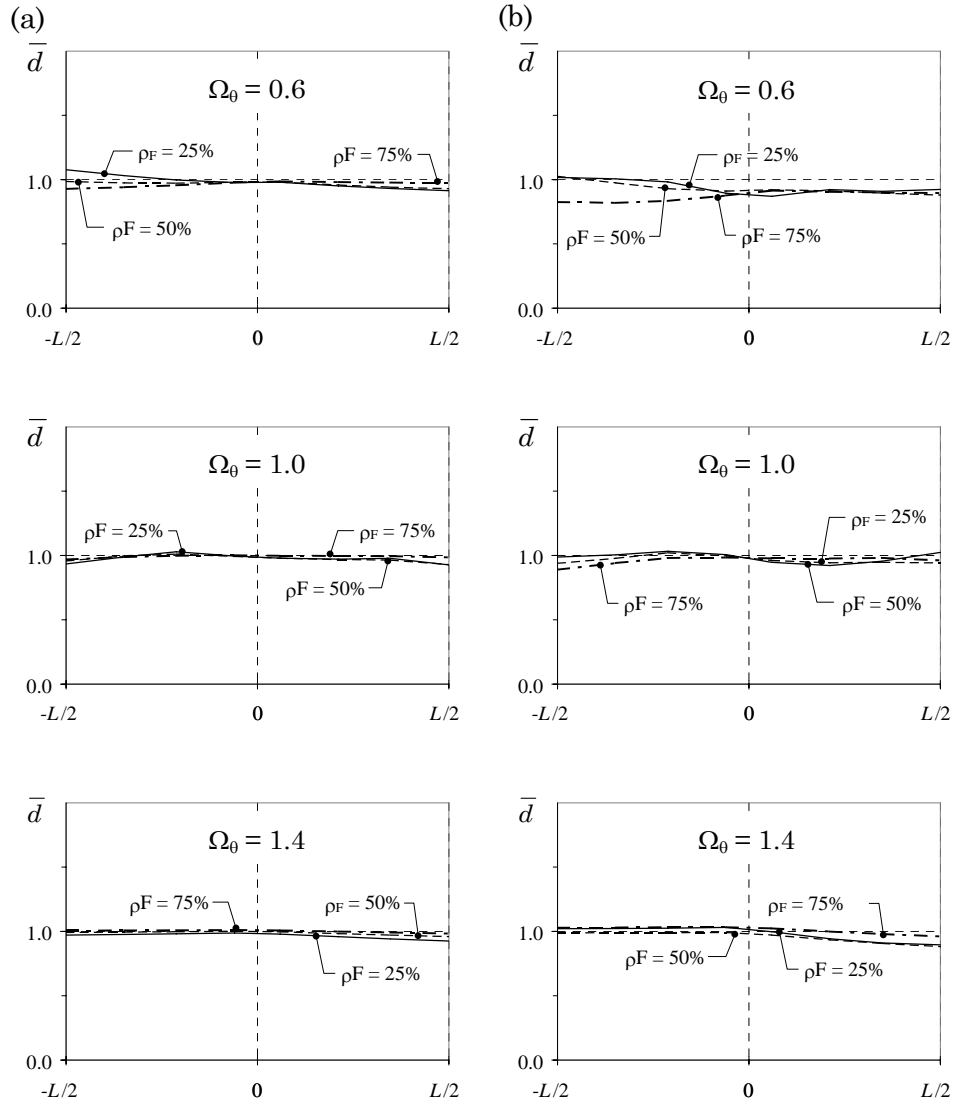


Figura C.7. Richiesta di duttilità globale normalizzata di sistemi con telai e pareti progettati con il metodo proposto; (a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

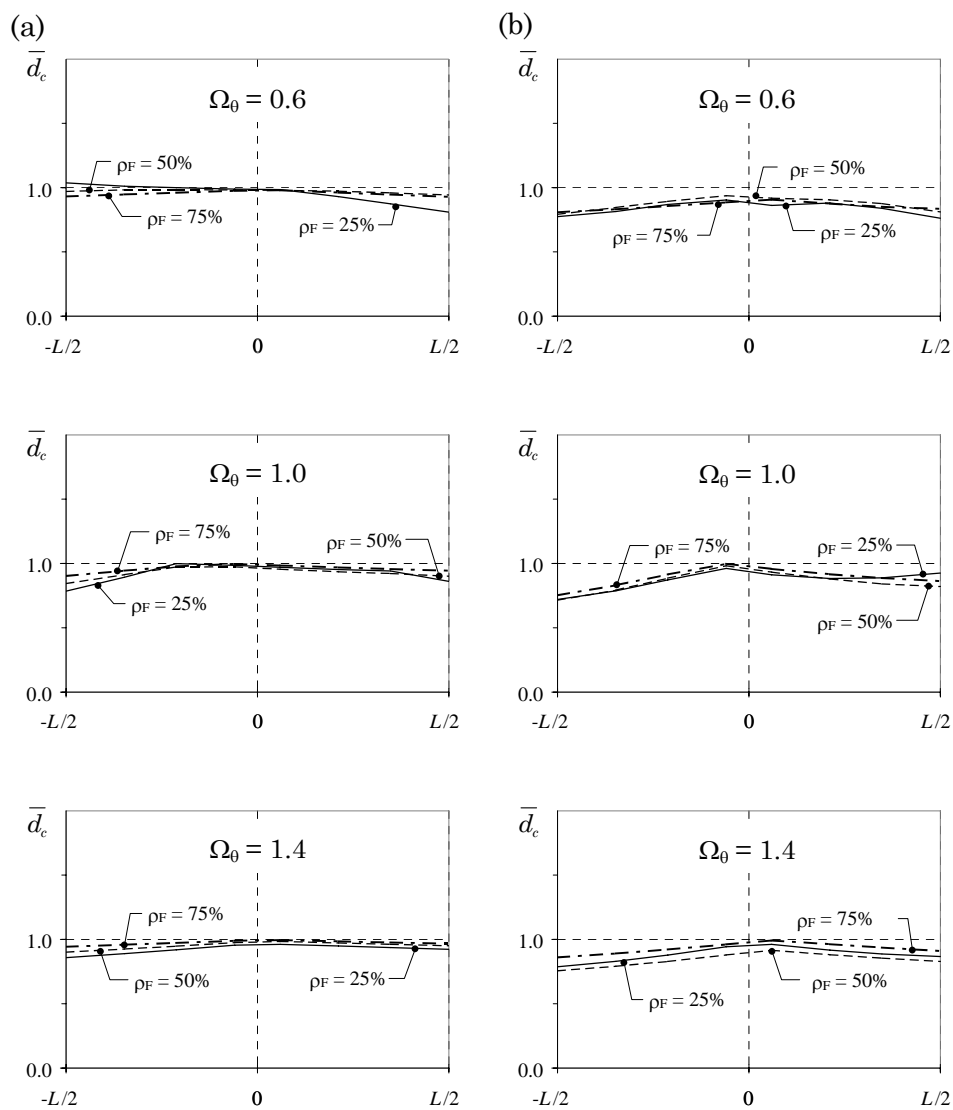


Figura C.8. Richiesta di duttilità normalizzata nei pilastri del primo ordine di sistemi con telai e pareti progettati con il metodo proposto;
(a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

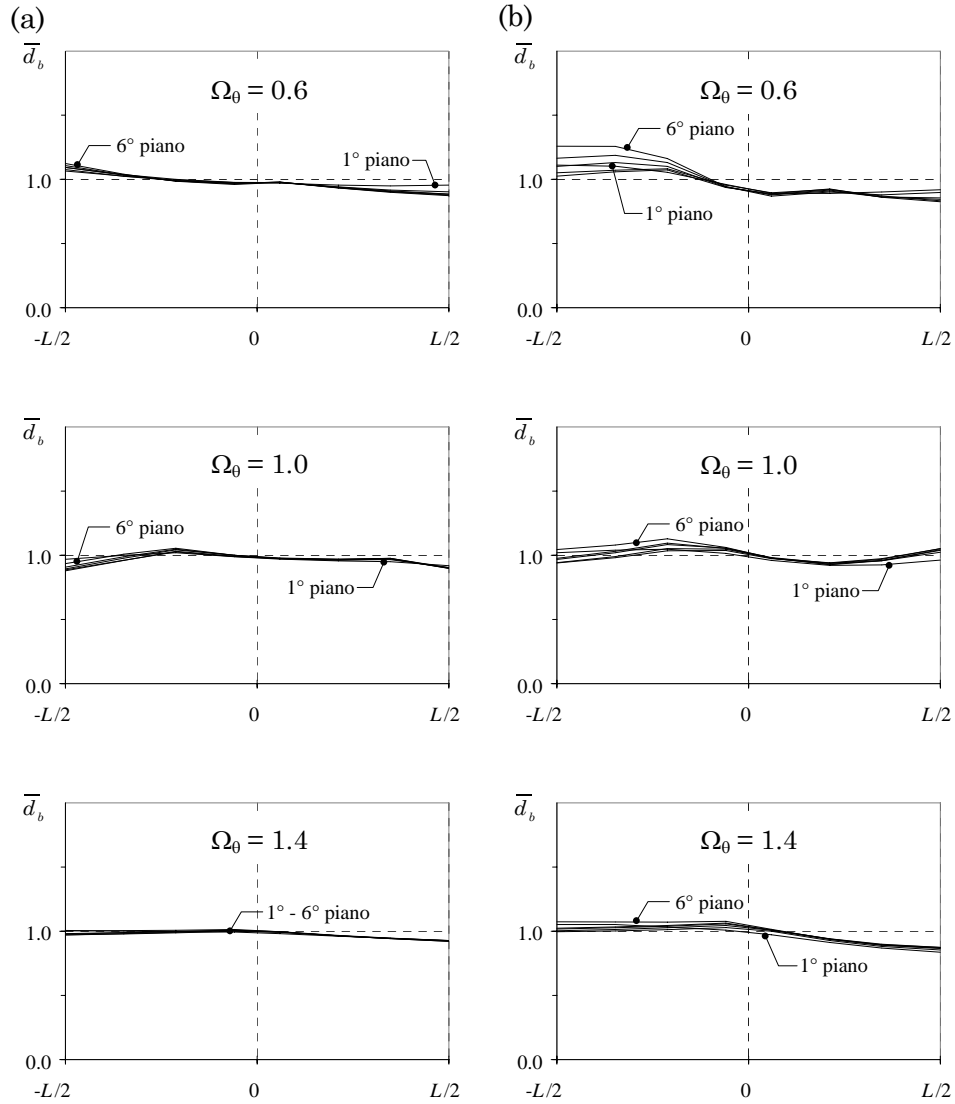


Figura C.9. Richiesta di duttilità normalizzata nelle travi di sistemi con telai e pareti progettati con il metodo proposto, rigidezza dell'edificio prevalentemente affidata alle pareti ($\rho_F = 25\%$); (a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

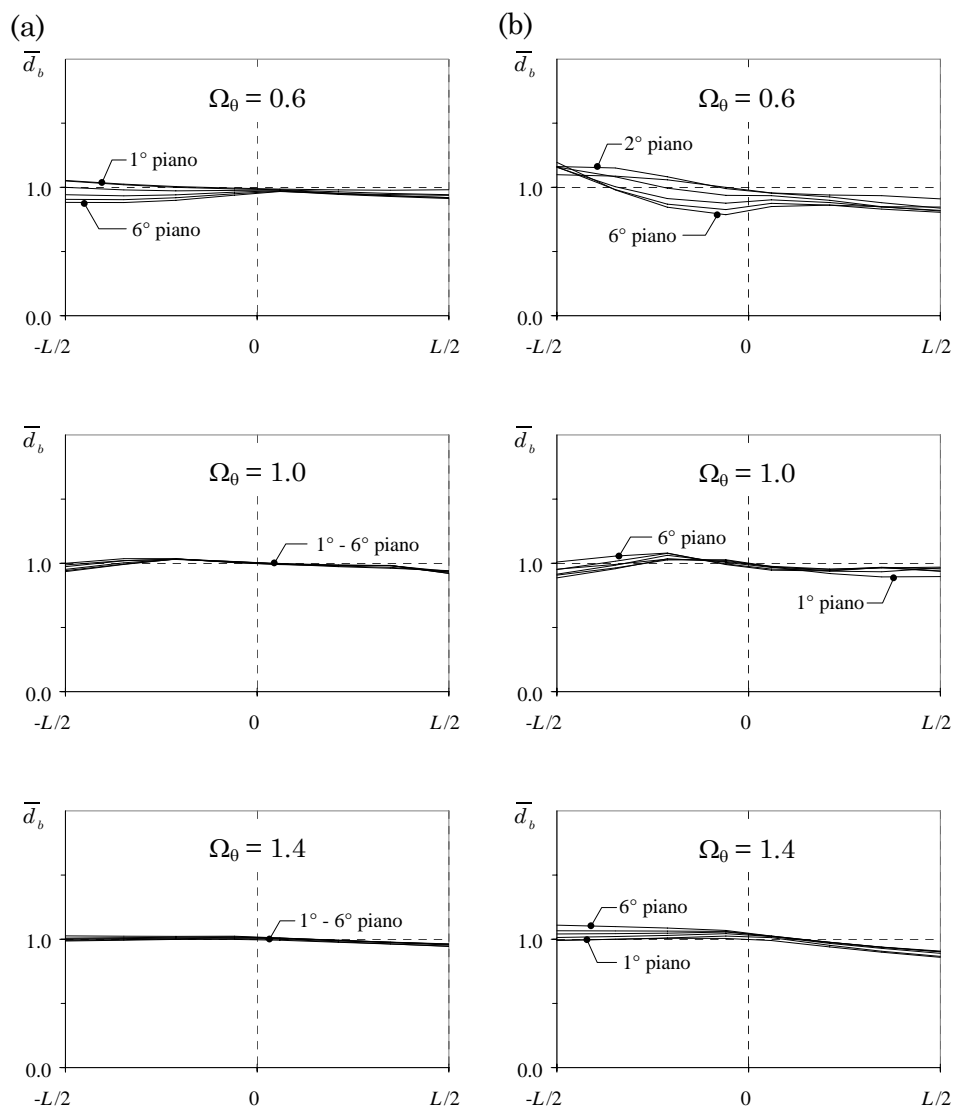


Figura C.10. Richiesta di duttilità normalizzata nelle travi di sistemi con telai e pareti progettati con il metodo proposto, uguale contributo di telai e pareti alla rigidezza dell'edificio ($\rho_F = 50\%$); (a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

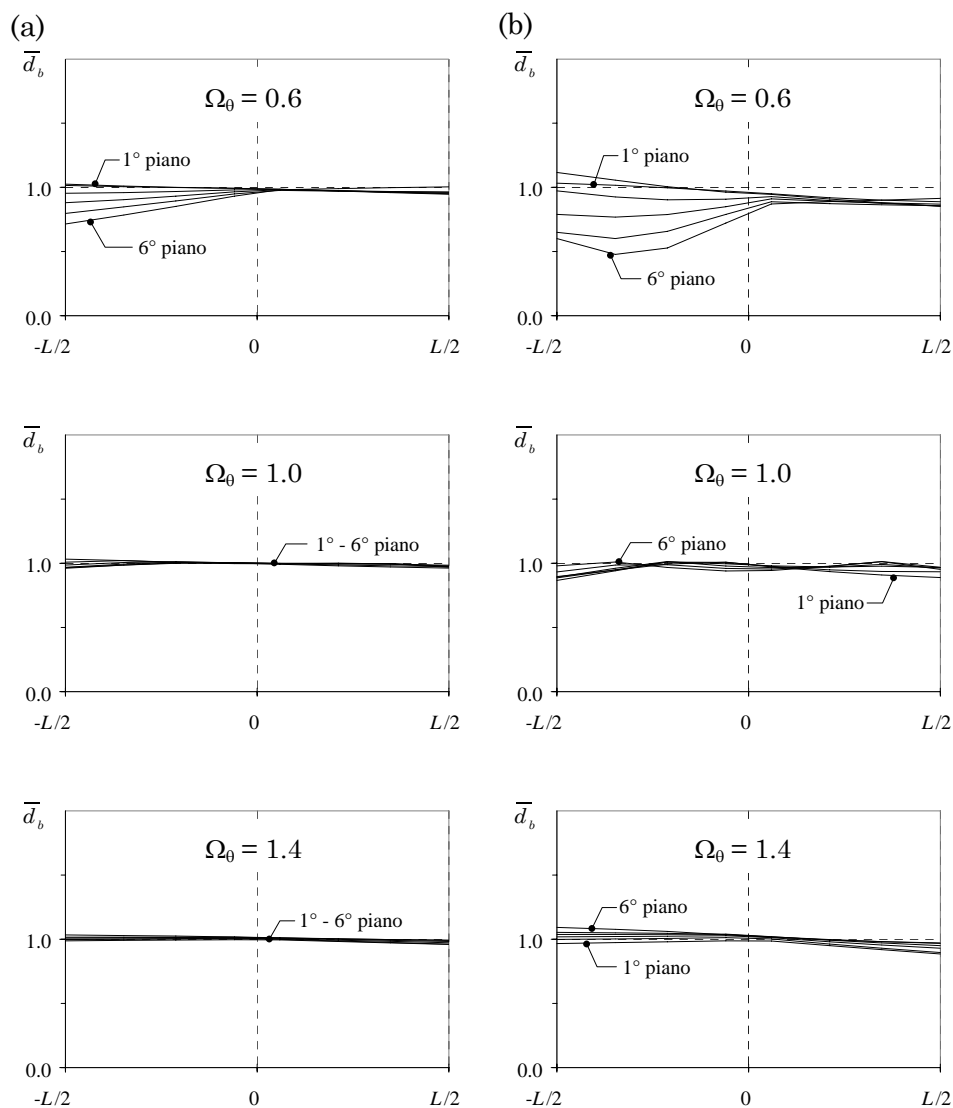


Figura C.11. Richiesta di duttilità normalizzata nelle travi di sistemi con telai e pareti progettati con il metodo proposto, rigidezza dell'edificio prevalentemente affidata ai telai ($\rho_F = 75\%$); (a) $e_W = 0.05 L$, (b) $e_W = 0.15 L$.

