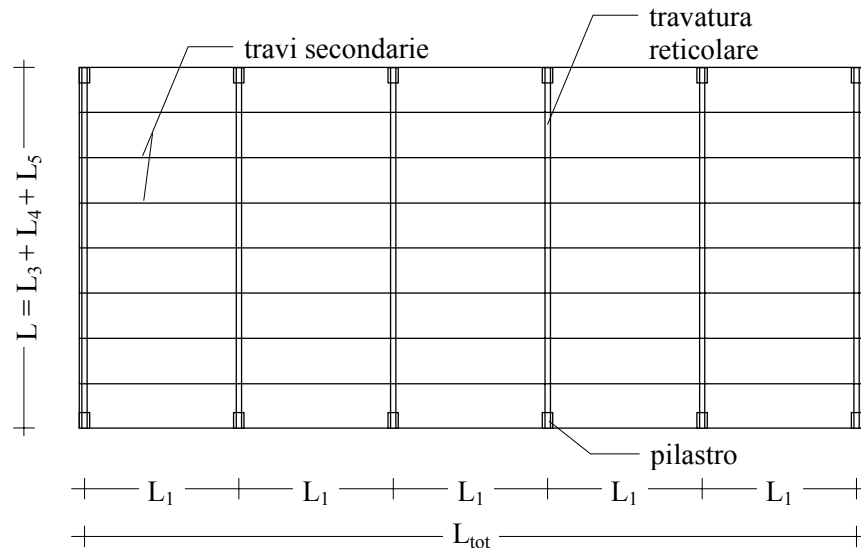


# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO



## FASI DEL PROGETTO

- Schemi di calcolo del solaio
- combinazioni di carico del solaio
- inviluppo dei diagrammi del momento flettente

Ubicazione	quota	550 m s.l.m	distanza dal mare	>30 km
Destinazione d'uso	piano terra:	sala lettura	piani interrati:	deposito libri
Tipo di trave reticolare	tipologia	1		
Carpenteria solaio	alternativa	B		
Piano da analizzare	piano interrato			
Trave da analizzare	trave 4			
Dati geometrici	$L_1 = 7.80$ m	$L_2 = 2.10$ m	$L_3 = 6.70$ m	$L_4 = 5.00$ m
	$L_5 = 6.20$ m	$L_6 = 0.00$ m	$L_{tot} = 39.00$ m	

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

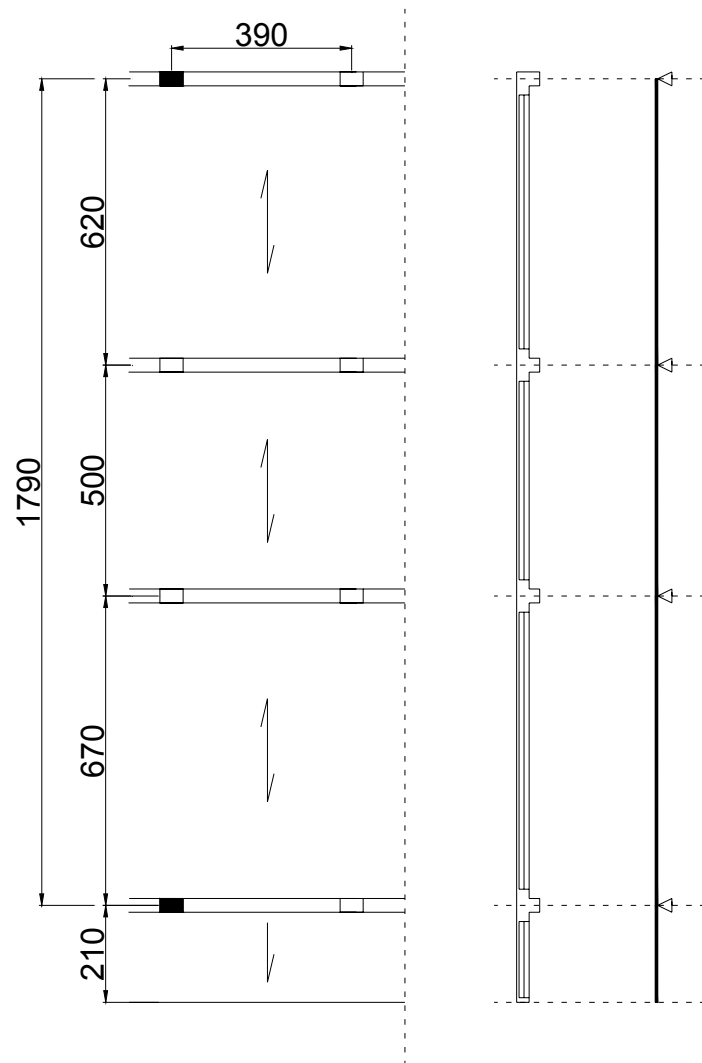
## FASI DEL PROGETTO: carichi unitari – RIEPILOGO

<b>Tipo di carico</b>	<b>Valore caratteristico [ kN m<sup>-2</sup> ]</b>	<b>Valore di calcolo [ kN m<sup>-2</sup> ]</b>
Peso proprio e sovr. permanente	<b>6.24</b>	<b>8.74</b>
Sovraccarico variabile	<b>6.00</b>	<b>9.00</b>

<b>Tipo di carico</b>	<b>Valore caratteristico [ kN m<sup>-1</sup> ]</b>	<b>Valore di calcolo [ kN m<sup>-1</sup> ]</b>
Maggior peso della trave (stima 30x50)	<b>2.68</b>	<b>3.75</b>
Peso tamponamento	<b>10.00</b>	<b>14.00</b>

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio



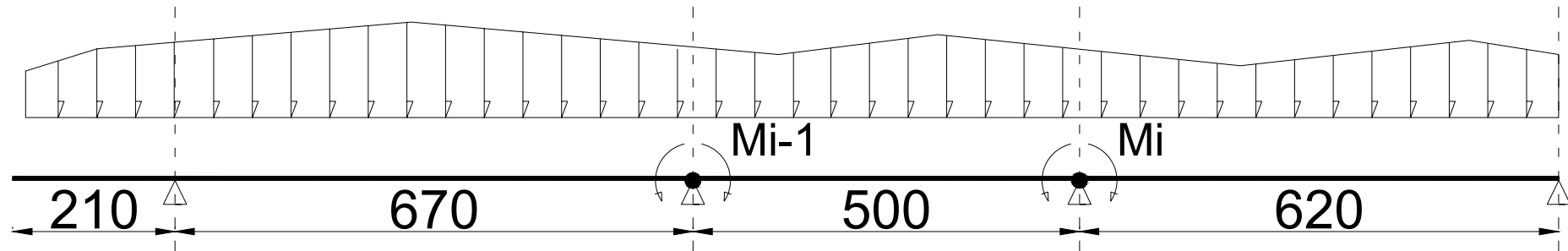
Lo schema di calcolo utilizzato per la valutazione delle caratteristiche della sollecitazione è quello di trave continua su appoggi.

Per garantire le condizioni di massima sicurezza i carichi devono essere applicati secondo varie **combinazioni** in modo da ottenere le condizioni più gravose. Inoltre si devono considerare le condizioni di vincolo esercitate dalle travi sul solaio (appoggio o incastro?) e per tale motivo si considerano degli schemi limite di trave su appoggi e di trave incastrata agli estremi.

Lo schema di trave continua è **IPERSTATICO**. La risoluzione si effettua con il **metodo delle forze** sconnettendo alla rotazione in corrispondenza di ogni appoggio e valutando l'incognita momento flettente.

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio



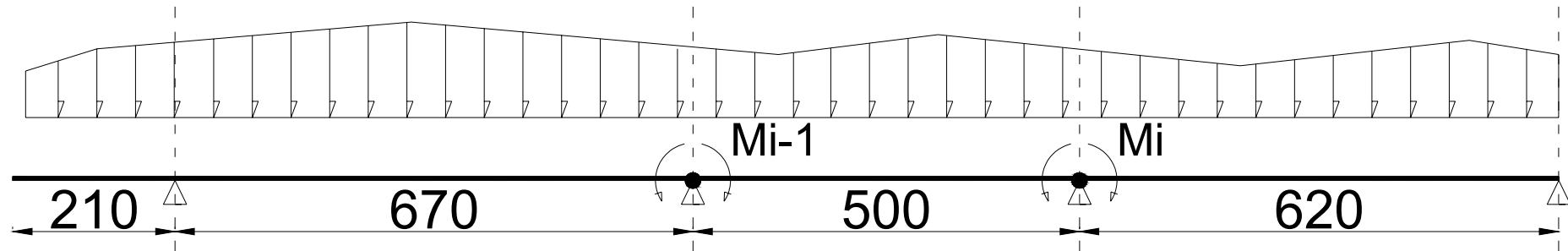
Le equazioni di congruenza con le quali si determinano le incognite iperstatiche si esprimono con le **EQUAZIONI DEI TRE MOMENTI**:

$$\beta^{i-1} M_{i-1} + (\alpha_2^{i-1} + \alpha_1^i) M_i + \beta^{i+1} M_{i+1} = \varphi_{1,q}^i - \varphi_{2,q}^{i-1}$$

- $\alpha$  è la rotazione provocata dal momento unitario sul nodo di applicazione;
- $\beta$  è la rotazione provocata dal momento unitario sul nodo opposto;
- $\varphi$  è la rotazione dovuta ai carichi;
- $M$  è il momento di incastro dovuto ai carichi.

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio



I coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  valgono:

	$L_3 = 6.70\text{m}$	$L_4 = 5.00\text{m}$	$L_5 = 6.20\text{m}$
$\alpha = L / 3 EI$	2.233/EI	1.667/EI	2.067/EI
$\beta = L / 6 EI$	1.116/EI	0.883/EI	1.033/EI

Nel caso in esame la trave è su 4 appoggi; ci sono 2 incognite iperstatiche e servono due equazioni di congruenza.

Per valutare le rotazioni dovute ai carichi bisogna risolvere gli schemi di carico.

$$1.116 M_{sb} + (2.233 + 1.667) M_4 + 0.883 M_5 = (\varphi_{4,q}^2 - \varphi_{4,q}^1) EI$$

$$0.883 M_2 + (2.067 + 1.667) M_5 = (\varphi_{5,q}^2 - \varphi_{5,q}^1) EI$$

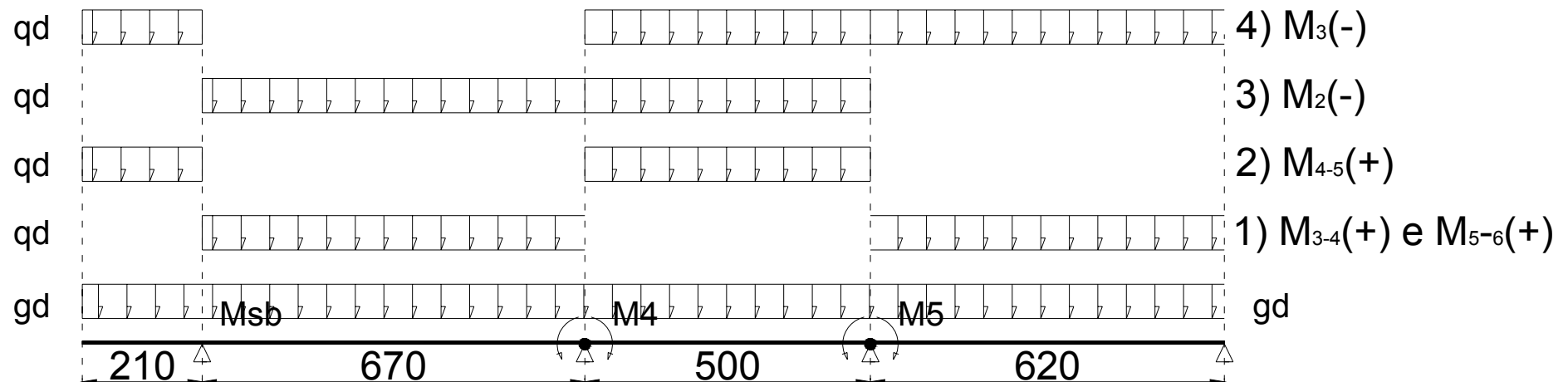


# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio

Per ottenere il massimo momento flettente **POSITIVO** si devono disporre i sovraccarichi variabili in modo alternato (a scacchiera) “caricando” la campata di cui si vuole massimizzare il momento – **COMBINAZIONI 1 e 2**

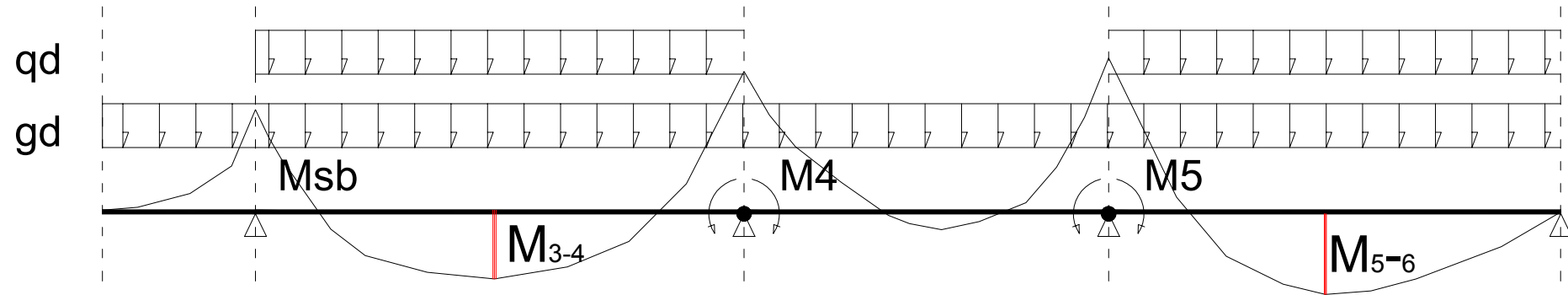
Per ottenere il massimo momento flettente **NEGATIVO** si devono disporre i sovraccarichi variabili in modo contiguo all'appoggio di cui si vuole massimizzare il momento e poi alternando le campate – **COMBINAZIONI 3 e 4**



# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio

### COMBINAZIONE 1



I termini noti sono:

$$\varphi_3^1 = -\varphi_3^2 = \frac{(g_d + q_d)l_3^3}{24EI} = \frac{(8.74 + 9.00) \times 6.70^3}{24EI} = 222.3 \text{ kN m}^2/EI$$

$$\varphi_4^1 = -\varphi_4^2 = \frac{g_d l_4^3}{24EI} = \frac{8.74 \times 5.00^3}{24EI} = 45.5 \text{ kN m}^2/EI$$

$$\varphi_5^1 = -\varphi_5^2 = \frac{(g_d + q_d)l_5^3}{24EI} = \frac{17.74 \times 6.20^3}{24EI} = 176.2 \text{ kN m}^2/EI$$

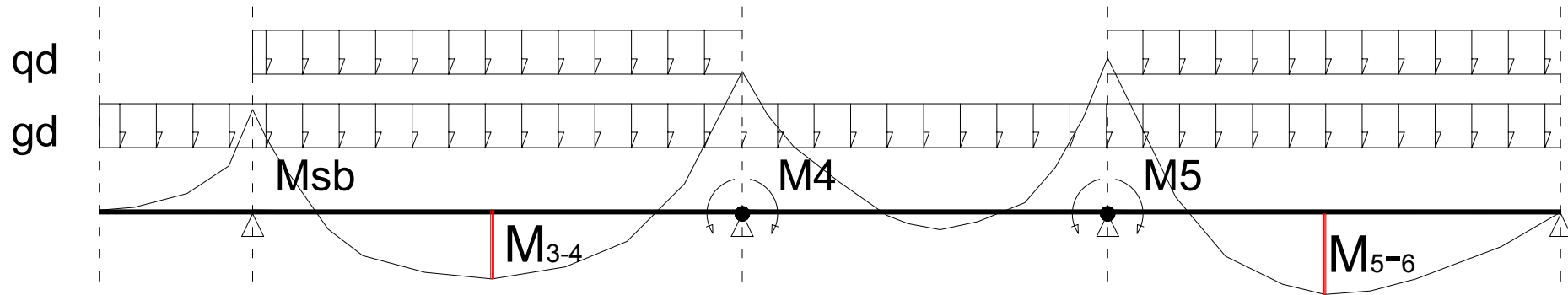
$$M_{sb} = \frac{g_d l_2^2}{2} = -\frac{8.74 \times 2.10^2}{2} = -19.3 \text{ kNm}$$



# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio

### COMBINAZIONE 1



Le equazioni diventano:

$$\beta_3 M_{sb} + (\alpha_4 + \alpha_3) M_4 + \beta_4 M_5 = (\varphi_{3,q}^2 - \varphi_{4,q}^1) EI ; \quad \beta_4 M_4 + (\alpha_5 + \alpha_4) M_5 = (\varphi_{4,q}^2 - \varphi_{5,q}^1) EI$$

ovvero:

$$-1.116 \times 19.3 + (1.667 + 2.233) M_4 + 0.883 M_5 = (-223.3 / EI - 45.5 / EI) \times EI$$

$$0.883 M_4 + (2.067 + 1.667) M_5 = (-45.5 / EI - 176.2 / EI) \times EI$$

ovvero:

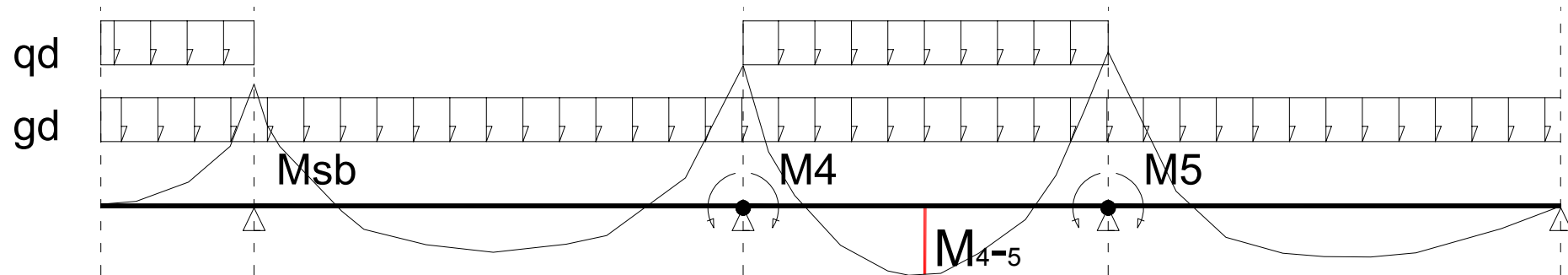
$$3.90 M_4 + 0.883 M_5 = -247.2 \text{ kNm} \rightarrow M_4 = -53.0 \text{ kNm} \rightarrow M_{3-4} = \frac{ql_3^2}{8} + \frac{M_{sb} + M_4}{2} = \mathbf{63.4 \text{ kNm}}$$

$$0.883 M_4 + 3.733 M_5 = -221.7 \text{ kNm} \rightarrow M_5 = -47.6 \text{ kNm} \rightarrow M_{5-6} = \frac{ql_5^2}{8} + \frac{M_5}{2} = \mathbf{61.4 \text{ kNm}}$$

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio

### COMBINAZIONE 2



I termini noti sono:

$$\varphi_3^1 = -\varphi_3^2 = \frac{g_d l_3^3}{24EI} = \frac{8.74 \times 6.70^3}{24EI} = 109.5 \text{ kN m}^2/EI$$

$$\varphi_4^1 = -\varphi_4^2 = \frac{(g_d + q_d) l_4^3}{24EI} = \frac{(8.74 + 9.00) \times 5.00^3}{24EI} = 92.4 \text{ kN m}^2/EI$$

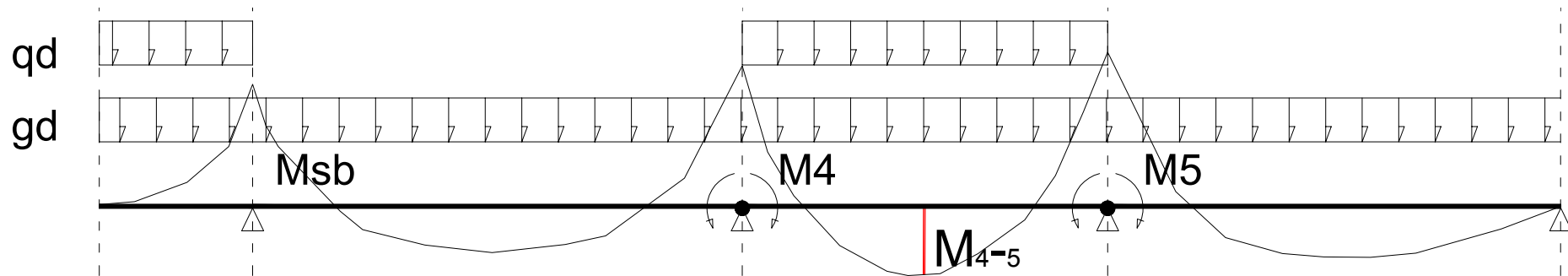
$$\varphi_5^1 = -\varphi_5^2 = \frac{g_d l_5^3}{24EI} = \frac{8.74 \times 6.20^3}{24EI} = 86.8 \text{ kN m}^2/EI$$

$$M_{sb} = \frac{(g_d + q_d) l_2^2}{2} = -\frac{17.74 \times 2.10^2}{2} = -39.1 \text{ kNm}$$

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio

### COMBINAZIONE 2



Le equazioni diventano:

$$\beta_3 M_{sb} + (\alpha_4 + \alpha_3) M_4 + \beta_4 M_5 = (\varphi_{3,q}^2 - \varphi_{4,q}^1) EI ; \quad \beta_4 M_4 + (\alpha_5 + \alpha_4) M_5 = (\varphi_{4,q}^2 - \varphi_{5,q}^1) EI$$

ovvero:

$$-1.116 \times 39.1 + (1.667 + 2.233) M_4 + 0.883 M_5 = (-109.5 / EI - 92.4 / EI) \times EI$$

$$0.883 M_4 + (2.067 + 1.667) M_5 = (-92.4 / EI - 86.8 / EI) \times EI$$

ovvero:

$$M_4 = -31.8 \text{ kNm} \rightarrow M_{3-4} = \frac{ql_3^2}{8} + \frac{M_{sb} + M_4}{2} = 13.6 \text{ kNm}$$

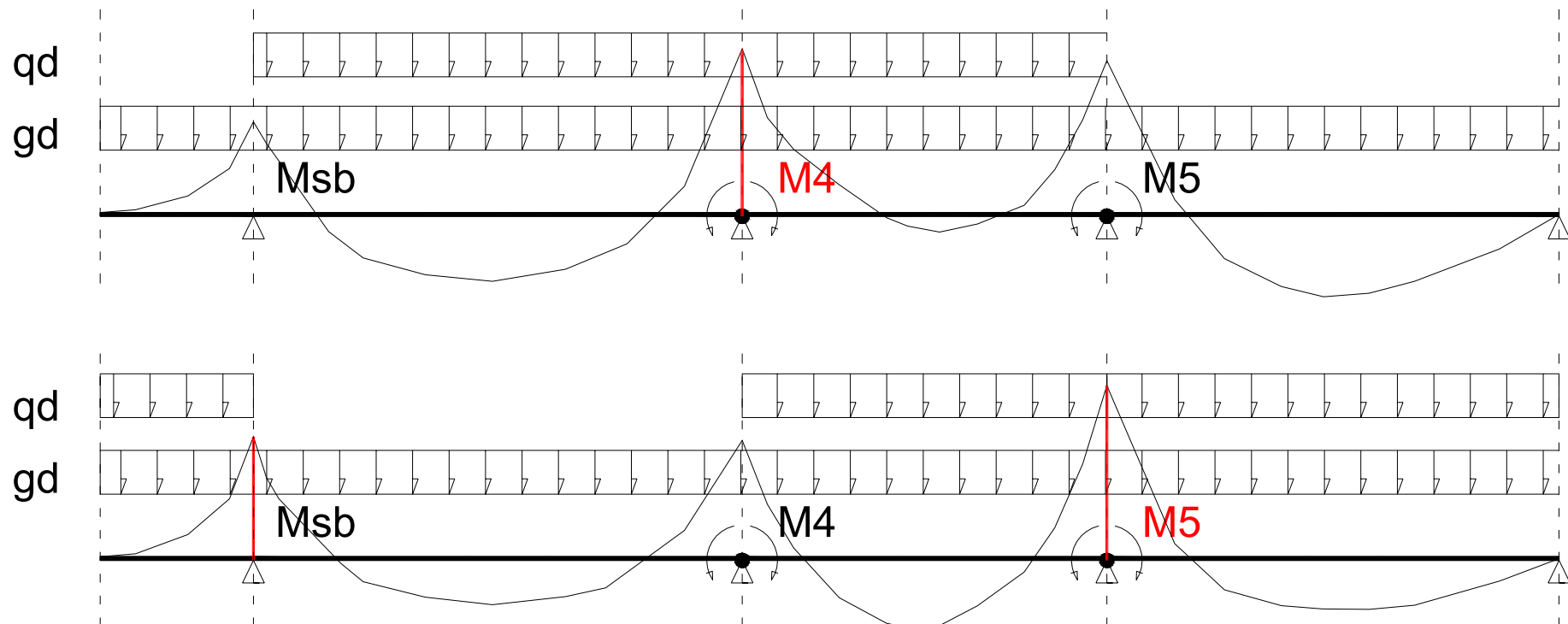
$$M_{5-6} = \frac{ql_4^2}{8} + \frac{M_4 + M_5}{2} = 19.0 \text{ kNm}$$

$$M_5 = -40.9 \text{ kNm} \rightarrow M_{5-6} = \frac{ql_5^2}{8} + \frac{M_5}{2} = 21.5 \text{ kNm}$$

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio

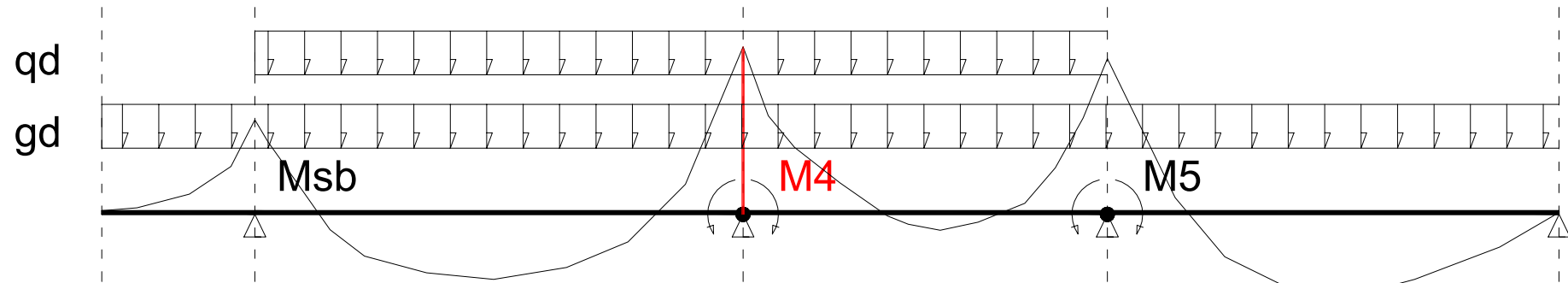
Per ottenere il massimo momento flettente **NEGATIVO** si devono disporre i sovraccarichi variabili in modo contiguo all'appoggio di cui si vuole massimizzare il momento e poi alternando le campate – **COMBINAZIONI 3 e 4**



# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio

### COMBINAZIONE 3



I termini noti sono:

$$\varphi_3^1 = -\varphi_3^2 = \frac{(g_d + q_d)l_3^3}{24EI} = \frac{17.74 \times 6.70^3}{24EI} = 222.3 \text{ kN m}^2/EI$$

$$\varphi_4^1 = -\varphi_4^2 = \frac{(g_d + q_d)l_4^3}{24EI} = \frac{(8.74 + 9.00) \times 5.00^3}{24EI} = 92.4 \text{ kN m}^2/EI$$

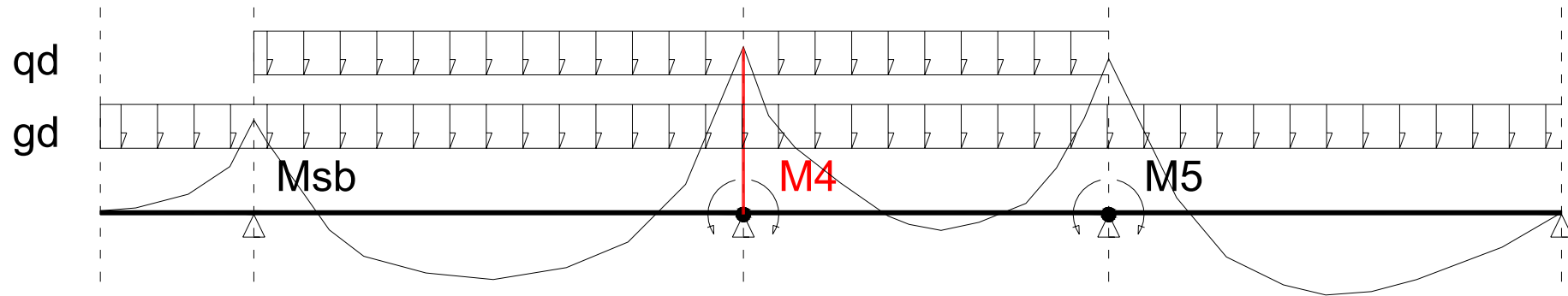
$$\varphi_5^1 = -\varphi_5^2 = \frac{g_d l_5^3}{24EI} = \frac{8.74 \times 6.20^3}{24EI} = 86.8 \text{ kN m}^2/EI$$

$$M_{sb} = \frac{g_d l_2^2}{2} = -\frac{8.74 \times 2.10^2}{2} = -19.3 \text{ kNm}$$

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio

### COMBINAZIONE 3



Le equazioni diventano:

$$\beta_3 M_{sb} + (\alpha_4 + \alpha_3) M_4 + \beta_4 M_5 = (\varphi_{3,q}^2 - \varphi_{4,q}^1) EI ; \quad \beta_4 M_4 + (\alpha_5 + \alpha_4) M_5 = (\varphi_{4,q}^2 - \varphi_{5,q}^1) EI$$

ovvero:

$$-1.116 \times 19.3 + (1.667 + 2.233) M_4 + 0.883 M_5 = (-222.3 / EI - 92.4 / EI) \times EI$$

$$0.883 M_4 + (2.067 + 1.667) M_5 = (-92.4 / EI - 86.8 / EI) \times EI$$

ovvero:

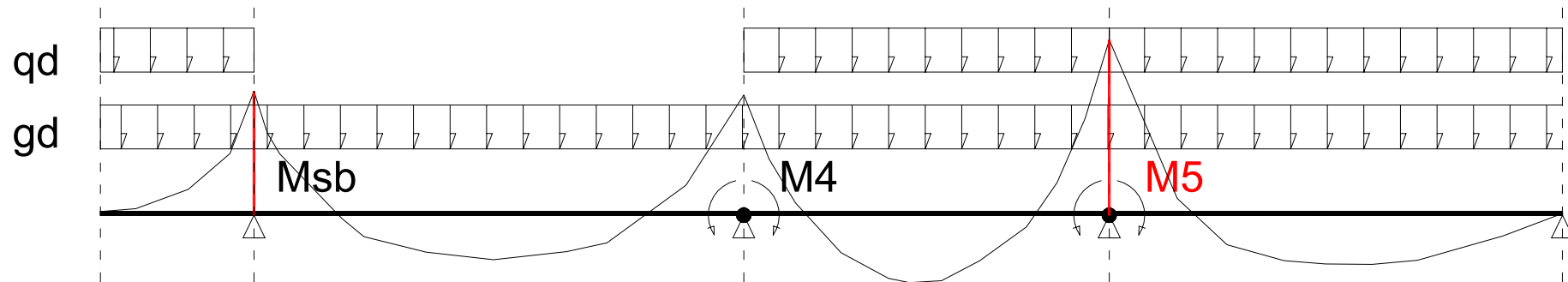
$$M_4 = -68.2 \text{ kNm}$$

$$M_5 = -32.8 \text{ kNm}$$

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio

### COMBINAZIONE 4



I termini noti sono:

$$\varphi_3^1 = -\varphi_3^2 = \frac{g_d l_3^3}{24EI} = \frac{8.74 \times 6.70^3}{24EI} = 109.5 \text{ kN m}^2/EI$$

$$\varphi_4^1 = -\varphi_4^2 = \frac{(g_d + q_d) l_4^3}{24EI} = \frac{(8.74 + 9.00) \times 5.00^3}{24EI} = 92.4 \text{ kN m}^2/EI$$

$$\varphi_5^1 = -\varphi_5^2 = \frac{(g_d + q_d) l_5^3}{24EI} = \frac{17.74 \times 6.20^3}{24EI} = 176.2 \text{ kN m}^2/EI$$

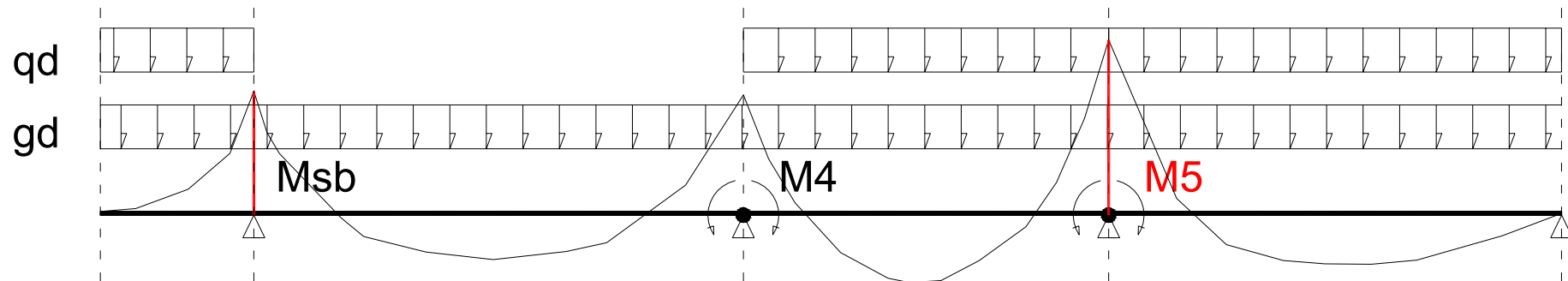
$$M_{sb} = \frac{(g_d + q_d) l_2^2}{2} = -\frac{17.74 \times 2.10^2}{2} = -39.1 \text{ kNm}$$



# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio

### COMBINAZIONE 4



Le equazioni diventano:

$$\beta_3 M_{sb} + (\alpha_4 + \alpha_3) M_4 + \beta_4 M_5 = (\varphi_{3,q}^2 - \varphi_{4,q}^1) EI ; \quad \beta_4 M_4 + (\alpha_5 + \alpha_4) M_5 = (\varphi_{4,q}^2 - \varphi_{5,q}^1) EI$$

ovvero:

$$-1.116 \times 39.1 + (1.667 + 2.233) M_4 + 0.883 M_5 = (-109.5 / EI - 92.4 / EI) \times EI$$

$$0.883 M_4 + (2.067 + 1.667) M_5 = (-92.4 / EI - 176.2 / EI) \times EI$$

ovvero:

$$M_4 = -26.5 \text{ kNm}$$

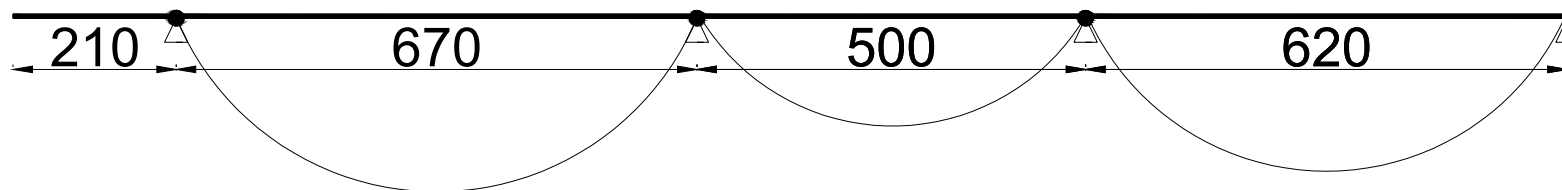
$$M_5 = -66.0 \text{ kNm}$$

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio – DIAGRAMMI LIMITE

### 1. SCHEMA DI COMPORTAMENTO DI TRAVE IN SEMPLICE APPOGGIO

Non è uno schema che ha un riscontro frequente; si può verificare in caso di errata disposizione delle armature nel solaio. Si considerano le singole campate appoggiate agli estremi soggette ad un **carico dimezzato** e si valutano i momenti positivi in campata.



$$M_{+} = \frac{q}{2} \frac{l^2}{8}$$

$$M_{3-4} = 49.8 \text{ kNm}$$

$$M_{4-5} = 27.7 \text{ kNm}$$

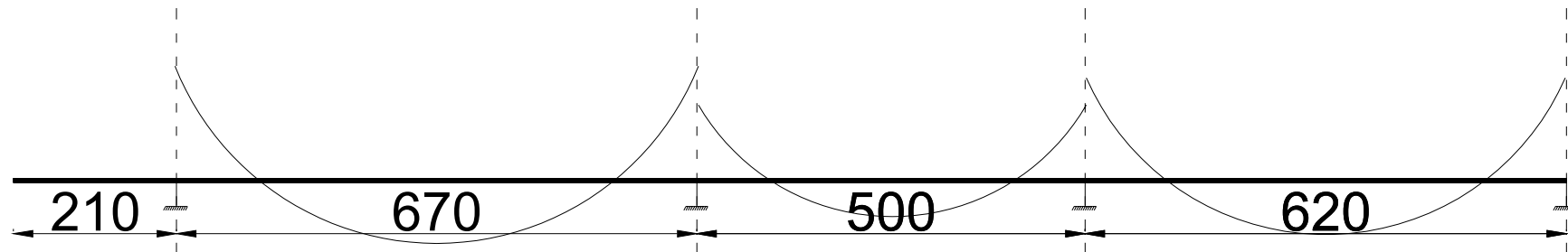
$$M_{5-6} = 42.6 \text{ kNm}$$

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio – DIAGRAMMI LIMITE

### 2. SCHEMA DI TRAVE INCASTRATA AGLI ESTREMI

Tale schema si ha quando che le travi sono torsionalmente rigide (ad esempio in prossimità dei pilastri). Si può valutare il momento agli incastri considerando la luce netta e il momento d'incastro perfetto.



$$M_- = \frac{ql_{net}^2}{12}$$

$$M_3^{sx} = -39.1 \text{ kNm} \quad M_3^{dx} = -60.6 \text{ kNm}$$

$$M_4^{sx} = -60.6 \text{ kNm} \quad M_4^{dx} = -32.6 \text{ kNm}$$

$$M_5^{sx} = -32.6 \text{ kNm} \quad M_5^{dx} = -66.0 \text{ kNm}$$

$$M_6^{sx} = -66.0 \text{ kNm}$$

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio - RIEPILOGO

Combinazione di carico	M <sub>sb</sub> [ kN m ]	M <sub>3-4</sub> [ kN m ]	M <sub>4-5</sub> [ kN m ]	M <sub>5-6</sub> [ kN m ]	M <sub>4</sub> [ kN m ]	M <sub>5</sub> [ kN m ]	M <sub>6</sub> [ kN m ]
1° combinazione	-19.3	63.4	-22.9	61.4	-53.0	-47.6	-
2° combinazione	-39.1	13.6	19.0	21.5	-31.8	-40.9	-
3° combinazione	-19.3	55.8	4.9	25.6	-68.2	-32.8	-
4° combinazione	-39.1	16.2	9.2	52.2	-26.5	-66.0	-
1° schema limite	-	49.8	27.7	42.6	-	-	-
2° schema limite	- 60.6	16.6	9.3	14.2	- 60.6	- 51.5	- 51.5

**NOTA:** nella 1° combinazione di carico nella campata 4-5 il momento si mantiene negativo;

**NOTA:** nel 2° schema limite si può sovrastimare il momento alle estremità; si può eventualmente ridurre il valore di progetto considerando uno schema di incastro cedevole con

$$M_{-} = \frac{ql^2}{16}$$

# PROGETTO DI UNA STRUTTURA IN CEMENTO ARMATO

## FASI DEL PROGETTO: schema di calcolo del solaio– INVILUPPO DEI DIAGRAMMI

