

Strutture 7

Collana diretta da Michele Pagano

Aurelio Gherzi, Pietro Lenza

Teoria degli edifici

Telai spaziali per edifici regolari a piani rigidi

Volume terzo, tomo terzo

Liguori editore



A. Ghersi, P. Lenza
TEORIA DEGLI
EDIFICI volume
terzo, tomo terzo
LIGUORI ED. NA

000529

Pubblicato da Liguori Editore
Via Mezzocannone 19, 80134 Napoli

© Liguori Editore, S.r.l., 1988

I diritti di traduzione, riproduzione e adattamento
totale o parziale sono riservati per tutti i Paesi.
Nessuna parte di questo volume può essere riprodotta
registrata o trasmessa con qualsiasi mezzo:
elettronico, elettrostatico, meccanico, fotografico, magnetico
(compresi microfilm, microfiches e copie fotostatiche).

Prima edizione italiana, Settembre 1988

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
1990 1989 1988

*Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno
dell'ultima ristampa*

Printed in Italy, Liguori Editore Napoli

PREFAZIONE

La maggiore attenzione degli ingegneri ai problemi sismici, imposta peraltro dai recenti avvenimenti del Friuli e dell'Irpinia, unitamente alla concreta possibilità offerta dagli elaboratori elettronici di superare i limiti del calcolo manuale, hanno reso di grande attualità l'analisi spaziale degli edifici.

Il modello teorico di telaio spaziale, con impalcati planimetricamente inestensibili ed aste deformabili solo flessionalmente, può interpretare correttamente il comportamento di edifici regolari a struttura intelaiata vincolati ad un rigido sistema fondale. La regolarità della struttura è normalmente adottata dai progettisti poiché consente sia una razionale progettazione architettonica che una migliore risposta della struttura alle sollecitazioni esterne.

Il modello di telaio spaziale innanzi descritto soddisfa quindi correttamente una larga parte degli impegni di verifica strutturale cui sono chiamati gli ingegneri nell'attività professionale quotidiana.

Il libro è dedicato all'approfondimento di questo indispensabile modello teorico di base e ne descrive l'impiego sia in campo statico che dinamico.

Esso si collega ai precedenti tomi 1 e 2 nei quali si presentano modalità di analisi, tra cui in particolare quella delle «rigidità globali», che, nell'ambito del più generale «metodo degli spostamenti», risolvono il telaio piano iterativamente mediante successive operazioni di rilassamento. Questi metodi di calcolo nascono dall'intuizione dell'ingegnere per risolvere, anche manualmente, problemi a numerose iperstatiche mediante operazioni fisiche (rotazioni dei nodi e traslazioni dei piani) che conducono alla soluzione del sistema di equazione di equilibrio. Tali metodi possono consentire una ottimizzazione della sequenza risolutiva e si sono arricchiti inoltre di nuove operazioni (di traverso e di mensola) finalizzate ad accelerare la convergenza del procedimento per telai aventi determinate caratteristiche geometriche.

Nel passare dal caso piano a quello tridimensionale si superano ovviamente i limiti fisiologici del calcolo manuale. Adottare questa impostazione anche nel campo spaziale non è quindi una scelta obbligata, potendosi in alternativa impostare la scrittura e la risoluzione del sistema di equazioni di equilibrio privilegiando l'aspetto matematico rispetto a quello fisico del procedimento (calcolo matriciale).

La scelta di estendere l'operatività dei modelli di rilassamento anche al campo spaziale è motivata dalle seguenti considerazioni:

a) tali modelli sono profondamente radicati nella cultura dell'ingegnere che per propria formazione attribuisce un significato fisico ad ogni operazione matematica; la loro estensione al campo spaziale agevola pertanto la comprensione degli algoritmi di calcolo e quindi anche dei limiti del loro campo di applicazione;

b) l'utilizzazione pluriennale ha arricchito tali metodi e ne ha incrementato le potenzialità in relazione sia alla rapidità di convergenza che alla risoluzione di problemi specifici quali ad esempio la collaborazione dei pannelli murari inseriti nelle maglie dei telai;

c) la possibilità di ridurre i tempi di calcolo mediante operazioni speciali o con l'ottimizzazione della sequenza, unitamente alla possibilità di limitare la quantità di informazioni da immagazzinare nella memoria

centrale del computer rende tali metodi competitivi con quelli matriciali anche nel campo dell'automazione del calcolo.

Il testo è suddiviso in sei capitoli, organizzati con adeguati richiami ai concetti fondamentali relativi al modello teorico in maniera tale da consentirne una certa autonomia di lettura. Ciascun capitolo è completato da una appendice contenente una sintetica documentazione ed i listati relativi a programmi per personal computer che consentono l'immediata applicazione delle acquisizioni teoriche.

Il primo capitolo presenta l'estensione del metodo delle rigidità globali alla risoluzione del telaio spaziale mediante operazioni di rotazione dei nodi e di traslazione e rotazione dei piani.

Nel secondo capitolo è esaminato il caso particolare di aste con tratti rigidi alle estremità, schematizzazione spesso adottata per rappresentare le zone di trave e pilastro interne al nodo, nonché l'effetto della deformazione dovuta al taglio.

Nel terzo capitolo si prende in esame il problema della rapidità di convergenza del procedimento iterativo e si propone una operazione, detta di traverso spaziale, che diminuisce sensibilmente i tempi di risoluzione di schemi intelaiati con pilastri rigidi senza aumentare l'ingombro di memoria necessario nell'applicazione mediante il computer.

Il quarto capitolo affronta il problema della valutazione degli effetti non lineari provocati dai carichi verticali. Il progressivo miglioramento dei materiali e la conseguente tendenza ad utilizzare sezioni minori e realizzare quindi strutture meno rigide può rendere necessario tale calcolo per fabbricati particolarmente alti o deformabili (ad esempio edifici a struttura metallica).

Nel quinto capitolo si utilizza il progressivo bilanciamento tra forze di inerzia e reazioni elastiche per determinare le forme modali che il telaio spaziale assume nelle libere oscillazioni. La loro conoscenza è indispensabile per assumere nelle verifiche sismiche forze convenzionali orizzontali più attendibili di quelle ottenibili mediante l'analisi statica. Ciò può risultare in particolare vantaggioso per fabbricati alti, per i quali queste prime sono sensibilmente diverse, e in genere più modeste delle seconde.

Nel sesto capitolo, infine, si effettua l'analisi dinamica step by step del telaio spaziale sollecitato da un fenomeno ondulatorio del suolo. Tale procedura è indispensabile per verificare la struttura nei riguardi di un particolare « terremoto di progetto » ovvero quando occorre determinare la causa dei crolli o dissesti a seguito di eventi sismici di cui siano stati registrati i dati accelerometrici.

Michele Pagano

CAPITOLO PRIMO.

RISOLUZIONE DI UN TELAIO SPAZIALE.

Aurelio Gherzi

Sommario.

Si esamina l'impostazione di base per la risoluzione iterativa di telai spaziali per edifici. Lo schema geometrico considerato prevede un doppio ordine di telai a maglie rettangolari, ortogonali tra loro, mutuamente collegati da impalcati indeformabili nel loro piano. Il procedimento risolutivo, basato sul metodo delle deformazioni, assume come incognite le rotazioni dei nodi e le componenti di movimento relativo tra gli impalcati. Vengono formulate le equazioni che impongono l'equilibrio dei nodi e dei piani, la cui risoluzione iterativa consente la determinazione del valore delle incognite.

Summary.

The basis for iterative analysis of tridimensional building frames is here presented. The geometrical scheme consists of two sets of vertical plane frames, acting in orthogonal directions, connected by rigid floor diaphragms. The solution technique, based on the displacement method, assumes as unknown the joint rotations and the floor relative displacements. The equations imposing equilibrium of joints and floors are formulated. Their iterative solution supplies the unknown values.

1.1. Schematizzazione.

Ciascun edificio è un insieme di elementi strutturali (solai, travi, pilastri, fondazioni) e non strutturali (tompagni, tramezzi) che interagiscono tra loro e con il terreno che ne costituisce il piano di posa.

Per quantizzare tali interazioni e valutare lo stato tensionale che insorge per effetto di un assegnato insieme di carichi è necessario descrivere la geometria dell'edificio mediante un modello matematico (schema) che, per quanto complesso, implica necessariamente un insieme di semplificazioni. È compito del progettista strutturale la scelta del modello di calcolo ed il controllo della validità delle ipotesi su cui esso si basa.

Schematizzazioni che tengono conto unitariamente dell'interazione tra terreno, fondazione e struttura in elevazione richiedono elaborazioni di elevata complessità, che appaiono giustificabili solo in presenza di fondazioni notevolmente deformabili. È però frequente nella pratica professionale l'adozione di elementi di fondazione di rigidità tale da consentire l'ipotesi che la struttura in elevazione abbia alla base vincoli fissi (incastri perfetti).

Gli elementi che costituiscono l'elevazione possono essere raggruppati in due distinte tipologie: elementi con una dimensione prevalente rispetto alle altre due (travi, pilastri) o con due dimensioni predominanti rispetto alla terza (solai, sbalzi, rampe di scala, nonché tompagni e tramezzi). È pertanto possibile il ricorso ad un modello generale quale quello agli elementi finiti che schematizza i primi come aste monodimensionali ed i secondi come lastre/piastre bidimensionali, riducendo a collegamenti in singoli punti (nodi) quelli che in realtà sono contatti estesi. L'uso di un tale tipo di analisi, reso possibile dalla continua crescita

degli elaboratori elettronici, non è però ancora in grado di soddisfare le esigenze di semplicità e rapidità di calcolo della pratica professionale.

Una semplificazione frequentemente adottata consiste nell'ipotizzare che ciascun impalcato sia indeformabile nel suo piano e costituisca quindi un vincolo mutuo tra i nodi da esso collegati. Si ottiene così il modello di telaio tridimensionale, o telaio spaziale, cioè un insieme di travi e pilastri collegati da impalcati inestensibili, con l'eventuale aggiunta di elementi bidimensionali o pendolari che schematizzano pannelli murari [7] [11]. L'ipotesi anzidetta si presenta ben aderente alla realtà nel caso di impalcati realizzati con solette piene, ma anche nel caso, più frequente in Italia, di solai alleggeriti con laterizi, purché dotati di soletta di spessore ed armatura adeguati. Essa però può cadere in difetto in presenza di planimetrie irregolari e grossi fori per scale o ascensori (fig. 1.1) che creano sezioni di particolare debolezza, o di irrigi-

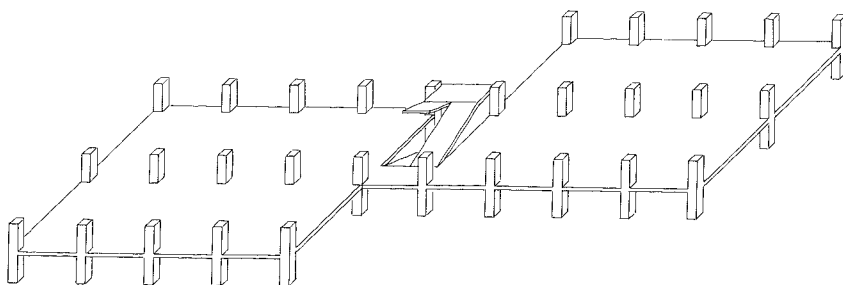


Figura 1.1

dimenti antisismici concentrati (fig. 1.2) che rendono più elevato lo stato tensionale nella lastra di impalcato.

Il modello di telaio spaziale è, nella sua generalità, applicabile alla quasi totalità degli edifici in c.a. e degli edifici in acciaio a nodi rigidi non

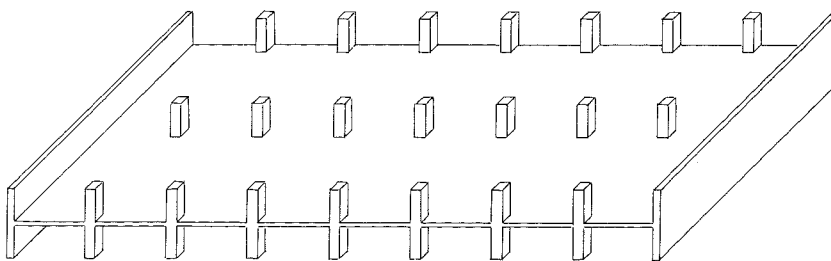
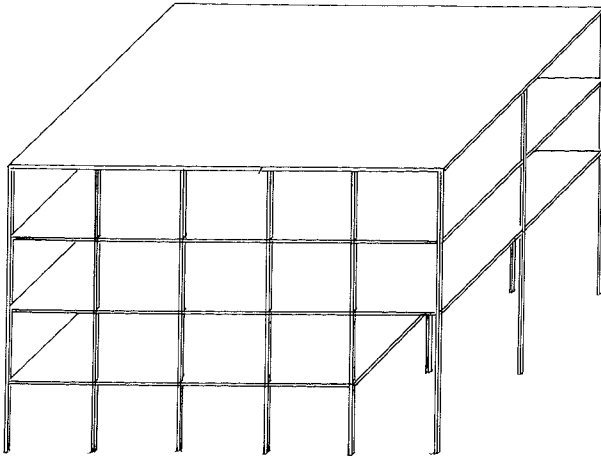
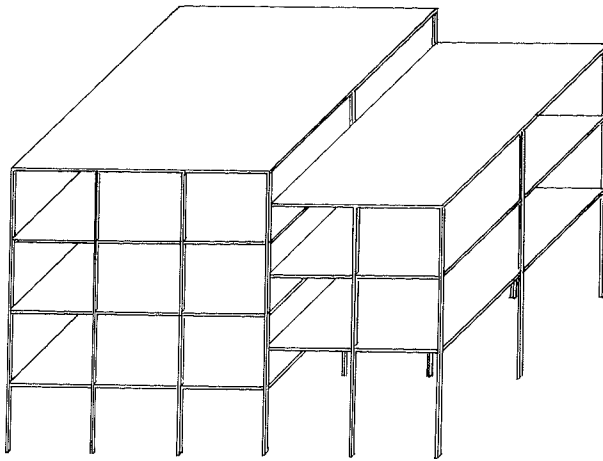
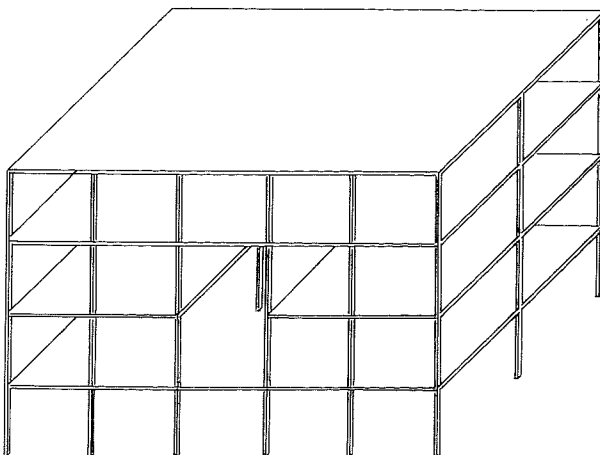


Figura 1.2

controventati. Per numerose applicazioni è tuttavia possibile una ulteriore semplificazione. Si può ipotizzare innanzitutto che l'impalcato sia continuo, cioè colleghi tutti i pilastri. Tale ipotesi esclude solo tipologie particolari quali gli edifici a portici comuni in numerose città settentrionali (fig. 1.3), quelli a piani sfalsati (fig. 1.4) o con impalcati divisi in zone distinte (fig. 1.5). In secondo luogo, si può ipotizzare che i pilastri siano verticali e disposti in pianta secondo un reticolo regolare, in modo da individuare nella struttura un doppio ordine di telai piani ortogonali tra loro. Una tale regolarità è normalmente adottata dai progettisti perché opportuna sia per una razionale ed economica progettazione

*Figura 1.3**Figura 1.4**Figura 1.5*

architettonica che per ottenere una migliore risposta dell'organismo strutturale alle sollecitazioni esterne, in particolare a quelle sismiche. Essa è inoltre incentivata dal sempre maggior sviluppo della prefabbricazione e dal crescente interesse per una industrializzazione dell'edilizia. Restano escluse solo le tipologie particolari quali quella illustrata in figura 1.6. Si può infine ipotizzare che le travi siano tutte orizzontali e

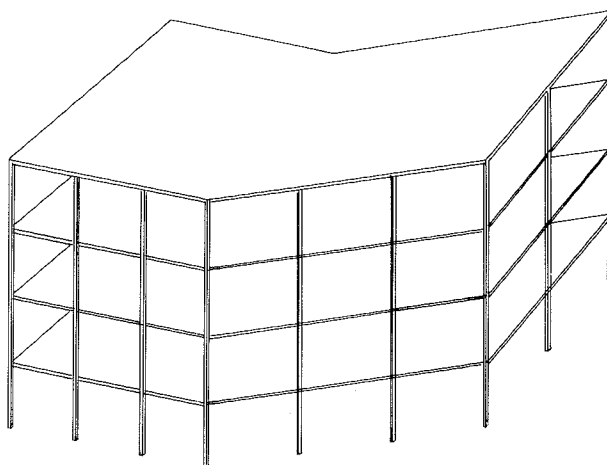


Figura 1.6

disposte a livello degli impalcati. Quest'ultima ipotesi è frequentemente disattesa, dato il comune ricorso a travi a ginocchio per le scale (fig. 1.7). I picchi locali di sollecitazione che insorgono in corrispondenza di esse rendono però sempre più frequente l'adozione di soluzioni alternative per la scala [12] [14], che non alterino l'orizzontalità delle travi.

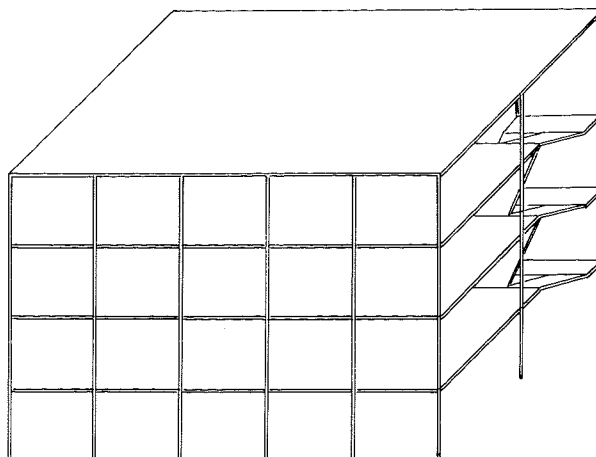


Figura 1.7

Il modello di telaio spaziale a maglie rettangolari così ottenuto (fig. 1.8) può essere analizzato con maggior facilità se si considera nulla la deformabilità estensionale dei pilastri e la rigidità torsionale delle travi e dei pilastri. La prima è sempre molto minore rispetto alla deformabilità

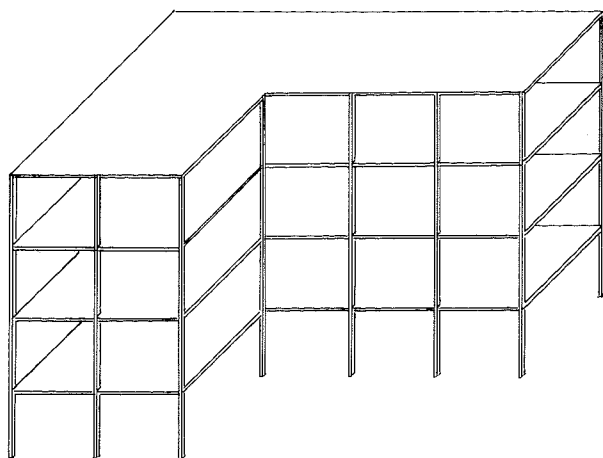


Figura 1.8

flessionale e produce effetti rilevanti solo nel caso di edifici molto alti o in presenza di travi di luce molto ridotta [3] [4] [13]. La seconda è anch'essa modesta rispetto a quella flessionale. Con queste ipotesi, le azioni mutue tra i singoli telai piani componenti la struttura sono esclusivamente quelle trasmesse attraverso gli impalcati che li collegano.

Nell'esaminare il comportamento del telaio spaziale si assume nel seguito che esso sia soggetto a un generico schema di carichi verticali uniformi sulle travi e di azioni orizzontali concentrate in corrispondenza degli impalcati. Questa riduzione è inserita solo per semplicità espositiva e può quindi essere rimossa senza eccessiva difficoltà. Si trascura inoltre in questa fase l'effetto instabilizzante dei carichi verticali e la variazione di rigidità dovuta alla compressione dei pilastri, che verranno presi in considerazione in seguito. Si ipotizza infine che gli spostamenti dei nodi dell'edificio, provocati dai carichi su esso agenti, siano piccoli rispetto alle sue dimensioni.

Il modello di telaio spaziale regolare innanzi definito può essere descritto e analizzato con riferimento ad un sistema di assi cartesiani ortogonali x, y, z , avente gli assi x ed y paralleli ai due ordini di telai e l'asse z verticale ed orientato verso l'alto. L'ubicazione dell'origine può essere scelta arbitrariamente, e solo esemplificativamente è mostrata coincidente con un vertice della pianta di base (fig. 1.9).

Nel seguito, per individuare il generico telaio piano, o una grandezza ad esso relativa, si userà il simbolo j . Si useranno inoltre le lettere i e k per indicare nodi appartenenti ad un telaio piano ed r per il generico impalcato o interpiano. Ciascuna asta sarà individuata mediante i nodi di estremità, cioè in generale col simbolo ik . Per indicare grandezze relative all'estremo i (o k) di essa si userà l'indice ik (o ki); per enti che assumono uguale valore ai suoi due estremi, o relativi all'intera asta, l'indice sarà invece racchiuso tra parentesi (ik).

Per definire compiutamente la geometria del telaio spaziale occorre indicarne il numero di interpiani n e le relative altezze h_r , il numero di telai paralleli all'asse x ed y , s e t , e la distanza di ciascuno di essi dall'asse cui è parallelo (rispettivamente y_j e x_i). Bisogna inoltre indicare

il numero di campate di ogni telaio m_j e la loro luce $l_{(ik)}$. Le aste sono per ora ipotizzate a sezione costante, definita mediante il momento d'inerzia $I_{(ik)}$. Le caratteristiche del materiale costituente la struttura sono rappresentate dal modulo di elasticità normale E .

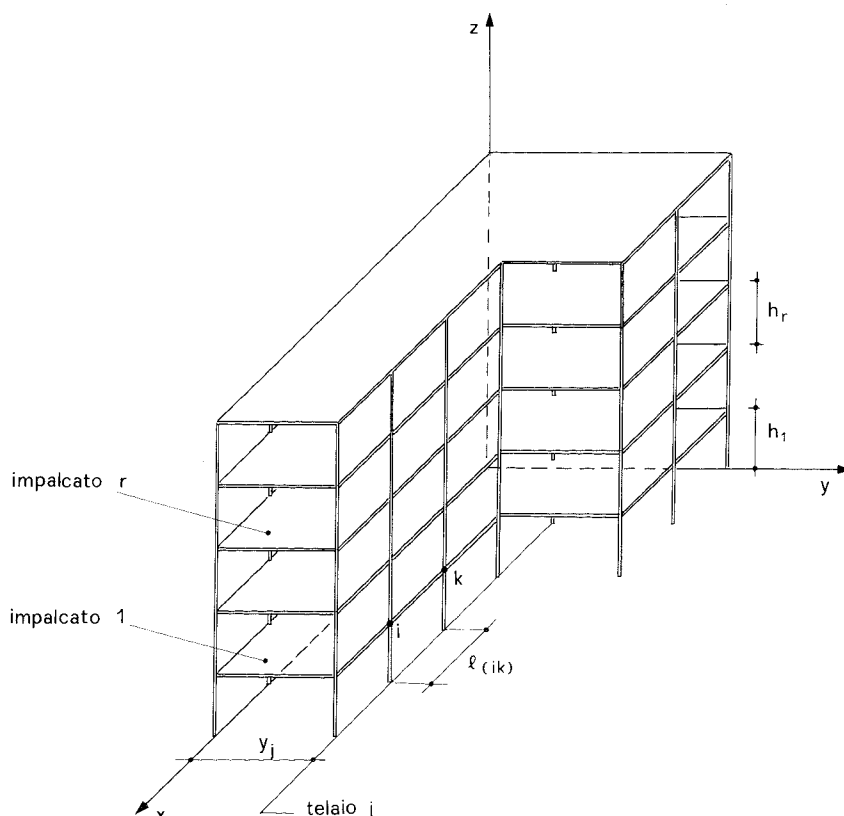


Figura 1.9

1.2. Il procedimento risolutivo.

La risoluzione di una struttura iperstatica può in generale essere effettuata mediante due procedimenti, analoghi e duali rispetto alle grandezze in considerazione [1].

Il primo, metodo delle forze (detto anche metodo delle reazioni), prende in esame uno schema principale ottenuto effettuando sulla struttura delle sconnessioni ed assume come incognite le azioni trasmesse attraverso di esse; opera quindi su un sistema equilibrato. Il valore delle incognite è determinato mediante la risoluzione del sistema di equazioni di congruenza che impone il rispetto delle connessioni eliminate; si individua in tal modo tra le infinite soluzioni equilibrate l'unica che sia anche congruente. Lo stato tensionale e deformativo delle singole aste è ottenuto come somma di quanto determinato sullo schema principale dai carichi e dalle azioni determinate in corrispondenza delle sconnessioni.

Il secondo, metodo degli spostamenti (detto anche metodo delle deformazioni o dei cedimenti), prende in esame uno schema principale ottenuto aggiungendo dei vincoli che impediscono spostamenti e rotazioni dei nodi ed assume come incognite le componenti di movimento

impedite; opera quindi su un sistema congruente. Il valore delle incognite è determinato mediante la risoluzione del sistema di equazioni che impone l'equilibrio in assenza dei vincoli aggiunti; si individua in tal modo tra le infinite soluzioni congruenti l'unica che sia anche equilibrata. Lo stato tensionale e deformativo delle singole aste è ottenuto come somma di quanto determinato nello schema principale dai carichi e dagli spostamenti determinati.

Il metodo delle forze, un tempo molto diffuso, presenta il problema della scelta delle sconnessioni da operare (e quindi delle incognite), che può condizionare sia la semplicità di scrittura delle equazioni di congruenza che l'accuratezza della soluzione.

Il metodo degli spostamenti, che qui si utilizza, consente invece una individuazione automatica delle incognite ed è pertanto molto più idoneo alla realizzazione di programmi per elaboratori elettronici.

La deformazione di un generico telaio piano a maglie rettangolari con aste inestensibili è definita in maniera univoca mediante la rotazione φ_i dei nodi e lo spostamento relativo δ_{jr} dei suoi traversi (fig. 1.10). In maniera analoga, la deformazione del telaio spaziale regolare descritto nel para-

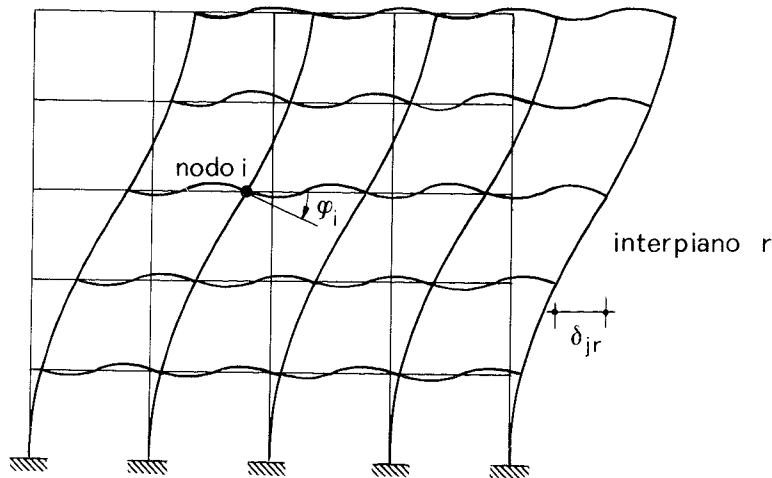


Figura 1.10. Componenti di movimento di un telaio piano

grafo precedente è individuata mediante la rotazione dei nodi dei telai piani che lo compongono e le tre componenti di movimento relativo di ciascun impalcato. Queste sono in generale costituite dallo spostamento di un arbitrario punto G_r rispetto all'impalcato sottostante (avente componenti δ_{Grx} e δ_{Gry} nella direzione degli assi x ed y) e dalla rotazione relativa tra gli impalcati Φ_r (fig. 1.11). Si assume come verso positivo per la rotazione dei nodi quella che porta il semiasse positivo z sul semiasse positivo x o y (rispettivamente per i telai appartenenti a piani paralleli a xz o yz). Per lo spostamento relativo di un traverso di un telaio piano e per le componenti di spostamento del punto G_r dell'impalcato spaziale si assume positivo il verso concorde con gli assi x ed y . La rotazione relativa degli impalcati è infine considerata positiva se concorde col verso che porta il semiasse positivo y su x .

Lo spostamento relativo tra due traversi consecutivi di un telaio piano può essere determinato in funzione delle tre componenti di movimento relativo degli impalcati cui essi appartengono. Indicando con d_{jr} la distanza tra il telaio j ed il punto G_r , cambiata di segno se il telaio è parallelo all'asse y , e con x_{Gr} e y_{Gr} le coordinate di G_r , si ottengono le seguenti relazioni, il cui significato geometrico è illustrato dalla figura 1.12:

per i telai paralleli all'asse x :

$$\delta_{jr} = y_j - y_{Gr} \quad \delta_{jr} = \delta_{Grx} + \Phi_r d_{jr}$$

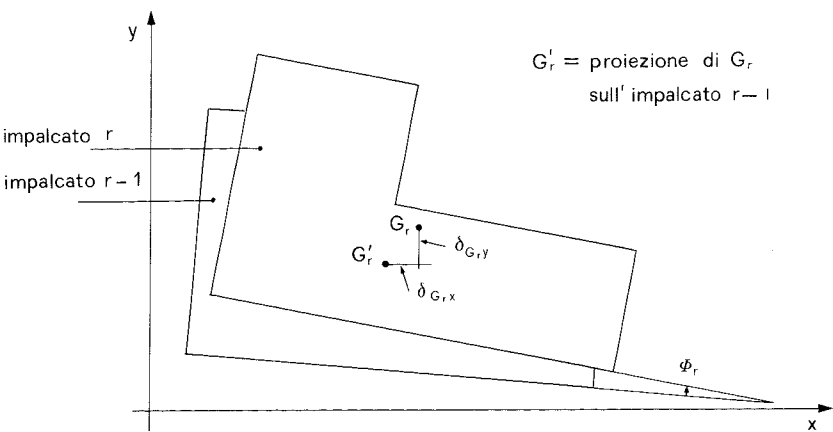


Figura 1.11. Componenti di movimento di un impalcato

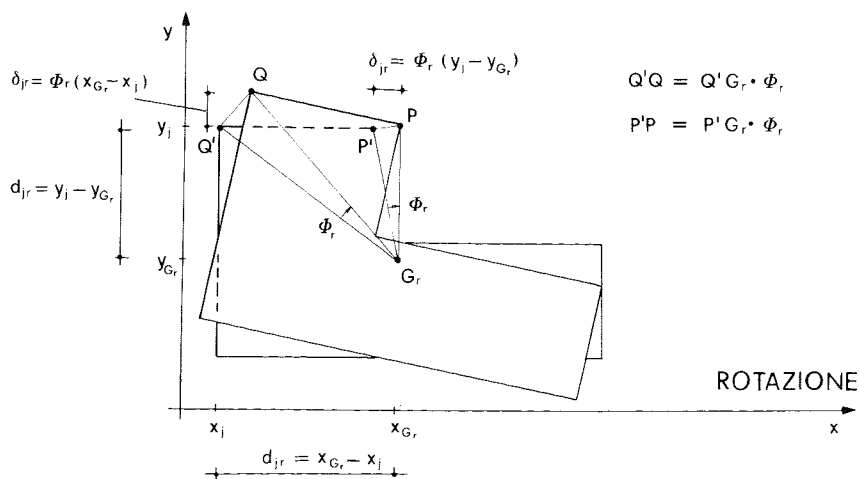
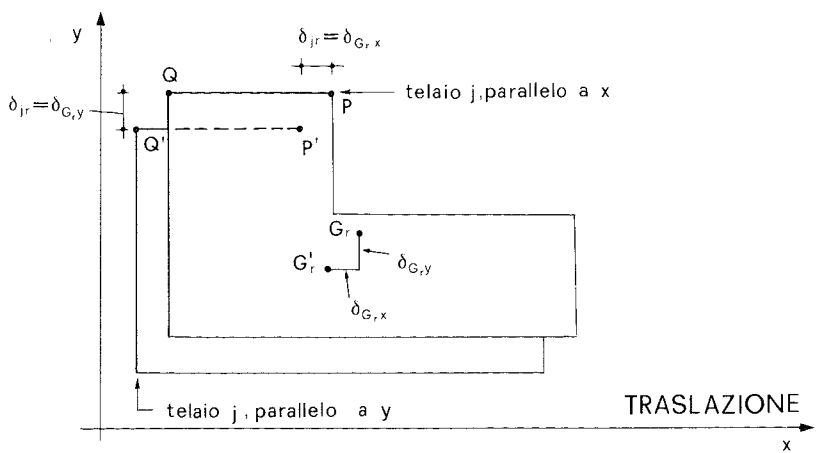


Figura 1.12 Relazione tra componenti di movimento dell'impalcato e spostamenti dei telai piani.

per i telai paralleli all'asse y :

$$d_{jr} = -(x_j - x_{Gr}) \quad \delta_{jr} = \delta_{Gr} + \Phi_r d_{jr}$$

Nel seguito la relazione tra spostamenti dei traversi e degli impalcati verrà espressa sinteticamente, sottointendendo l'indice x o y relativo alla direzione cui il telaio è parallelo, con:

$$\delta_{jr} = \delta_{Gr} + \Phi_r d_{jr} \quad (1)$$

Nell'applicare il metodo degli spostamenti si possono seguire due impostazioni, sostanzialmente equivalenti ma formalmente distinte.

La prima richiede la scrittura delle equazioni *in forma esplicita* e quindi una analisi teorica preliminare valida solo per il particolare schema geometrico in esame. Essa può quindi risultare vantaggiosa per schemi semplici e di uso comune, come quello di telaio spaziale regolare, mentre può diventare estremamente laborioso tentarne l'applicazione a schemi più complessi. La soluzione del sistema è in genere effettuata in maniera *iterativa*, col metodo di Gauss-Siedel [5]. Questo procedimento ha un preciso significato fisico, perché equivale ad eliminare di volta in volta il singolo vincolo aggiuntivo determinando le deformazioni che insorgono per assicurare l'equilibrio.

La seconda, analisi matriciale [6] [8], partendo dalle relazioni tra azioni e componenti di movimento degli estremi di un'asta (esprese mediante la *matrice di rigidezza dell'asta*), determina automaticamente, in funzione delle connessioni mutue tra le aste, il sistema di equazioni di equilibrio (espresso mediante la *matrice di rigidezza della struttura*). La soluzione del sistema è in genere effettuata con procedimenti *diretti*, cioè con metodi che richiedono un numero predefinito di operazioni. L'uso della notazione matriciale consente una notevole sintesi espressiva e rende semplice l'approccio a schemi anche notevolmente complessi.

Nessuna delle due impostazioni è esente da problemi applicativi. Nella prima, la convergenza del procedimento iterativo è fortemente influenzata dai rapporti di rigidezza degli elementi strutturali. Nella seconda, gli errori di arrotondamento possono esaltarsi in casi particolari (matrici mal condizionate) inficiando la correttezza dei risultati. È da notare che questi problemi spesso insorgono per entrambi i metodi in corrispondenza ad una stessa tipologia (telai con pilastri molto più rigidi delle travi).

I procedimenti iterativi hanno avuto nel passato un forte sviluppo, per la necessità pratica di risolvere manualmente schemi di telai piani regolari. Nel passare a schemi piani più complessi o a schemi tridimensionali si superano ovviamente i limiti fisiologici del calcolo manuale ed aumenta parallelamente la tendenza a ricorrere all'impostazione matriciale. I modelli iterativi sono però profondamente radicati nella cultura dell'ingegnere, che per propria formazione attribuisce un significato fisico ad ogni operazione matematica. Si è quindi ritenuta utile la loro estensione al campo spaziale, al fine di agevolare la comprensione degli algoritmi di calcolo e dei limiti del loro campo di applicazione.

1.3. Azioni agli estremi delle aste.

In maniera perfettamente analoga a quanto avviene nei telai piani, le azioni flettenti e taglianti agli estremi della generica asta ik sono esprese dalle ben note relazioni:

$$\begin{aligned} M_{ik} &= \bar{M}_{ik} + 4 w'_{(ik)} \varphi_i + 2 w'_{(ik)} \varphi_k - 6 w'_{(ik)} \psi_{(ik)} \\ M_{ki} &= \bar{M}_{ki} + 4 w'_{(ik)} \varphi_k + 2 w'_{(ik)} \varphi_i - 6 w'_{(ik)} \psi_{(ik)} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} T_{ik} &= T_{ik}^* + (M_{ik} + M_{ki})/l_{(ik)} \\ T_{ki} &= T_{ki}^* + (M_{ik} + M_{ki})/l_{(ik)} \end{aligned} \quad (3)$$

essendo:

M_{ik}, M_{ki}	i momenti flettenti all'estremo i e k dell'asta generica ik, considerati come azione del nodo sull'asta;
$\overline{M}_{ik}, \overline{M}_{ki}$	i momenti flettenti che agirebbero all'estremità dell'asta ik per effetto dei carichi esterni ad essa applicati se la rotazione e lo spostamento dei nodi fossero impediti;
$w'_{(ik)} = \left(\frac{EI}{I} \right)_{(ik)}$	l'indice di rigidezza dell'asta ik;
φ_i, φ_k	le rotazioni dei nodi i e k;
$\psi_{(ik)}$	la rotazione dell'asta ik; essa è nulla per le travi, mentre per i ritti è pari al rapporto δ_{jr}/h_r ;
T_{ik}, T_{ki}	i tagli all'estremo i e k dell'asta ik;
T_{ik}^*, T_{ki}^*	i tagli che insorgerebbero all'estremità dell'asta ik per effetto dei carichi esterni ad essa applicata nell'ipotesi di cerniere in detti estremi.

Nelle relazioni innanzi riportate le rotazioni e le azioni flettenti esercitate dal nodo sull'asta sono considerate positive se orarie; le azioni taglienti sono positive se il verso della coppia elementare formata dalle forze applicate alle due facce della sezione è oraria.

Analogamente a quanto assunto nel metodo delle rigidità globali per telai piani, si possono utilizzare, nel definire il momento M_{ik} , i seguenti simboli:

$$M_{ik}^{\circ} = 4 w'_{(ik)} \varphi_i \quad (4)$$

$$M_{(ik)}^{\bullet} = -6 w'_{(ik)} \psi_{(ik)} \quad (5)$$

essendo

M_{ik}° il momento che insorge all'estremo i dell'asta ik in conseguenza di una rotazione φ_i dello stesso estremo (con $\varphi_k = \psi_{(ik)} = 0$);

$M_{(ik)}^{\bullet}$ il momento che insorge agli estremi del ritto ik per effetto di uno spostamento relativo δ_{jr} dei due estremi (con $\varphi_i = \varphi_k = 0$).

Poiché lo spostamento δ_{jr} può essere considerato somma di due aliquote, dovute rispettivamente alla traslazione ed alla rotazione relativa dei due impalcati che racchiudono l'interpiano r, si può scrivere:

$$M_{(ik)}^{\bullet} = M_{(ik)}^{\delta} + M_{(ik)}^{\phi}$$

avendo posto:

$$M_{(ik)}^{\delta} = -6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{Gr}}{h_r} \quad (6)$$

$$M_{(ik)}^{\phi} = -6 w'_{(ik)} \frac{\phi_r d_{jr}}{h_r} \quad (7)$$

ed essendo:

$M_{(ik)}^{\delta}$ il momento conseguente all'aliquota di spostamento dovuta alla traslazione;

$M_{(ik)}^{\phi}$ il momento conseguente all'aliquota di spostamento dovuta alla rotazione.

Il momento M_{ik} è quindi esprimibile sinteticamente con:

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + M_{ik}^{\circ} + \frac{1}{2} M_{ki}^{\circ} + M_{(ik)}^{\delta} + M_{(ik)}^{\phi} \quad (8)$$

Questa espressione differisce da quella utilizzata nel caso dei telai piani esclusivamente per la scissione del momento $M_{(ik)}^{\bullet}$ nelle due aliquote $M_{(ik)}^{\delta}$ e $M_{(ik)}^{\phi}$.

1.4. Equazioni di equilibrio.

1.4.1 Generalità.

Nel formulare le condizioni di equilibrio dei nodi e dei piani di un telaio spaziale si possono seguire due differenti impostazioni.

Una prima possibilità consiste nell'utilizzare la relazione tra il momento flettente e i momenti di nodo e di piano, M_{ik}° , $M_{(ik)}^{\delta}$ e $M_{(ik)}^{\phi}$, definita nel paragrafo precedente, ed esprimere quindi le condizioni di equilibrio in funzione di tali grandezze. Si ottiene così una diretta estensione del metodo delle rigidità globali, proposto per i telai piani, al caso del telaio tridimensionale.

Questa impostazione è sicuramente utile perché mostra, a chi abbia familiarità con tale metodo, lo stretto legame tra caso piano e caso spaziale, annullando i timori che possono talora cogliere chi affronta per la prima volta la più complessa problematica delle strutture tridimensionali. Si noterà infatti, da quanto esposto nel presente paragrafo, che il modo di procedere per determinare le equazioni di equilibrio ed il loro stesso aspetto formale non differiscono da quelli già noti per i telai piani, ma sono di essi solo una semplice generalizzazione.

La seconda possibilità consiste nell'utilizzare la relazione tra il momento flettente e le componenti di movimento incognite ed esprimere le condizioni di equilibrio direttamente in funzione di queste ultime.

Questa via, che verrà illustrata in un paragrafo successivo, è senza dubbio preferibile nelle applicazioni mediante elaboratori elettronici. In tal caso, infatti, il ricorso ai momenti di nodo e di piano diventa non solo superfluo, ma addirittura negativo perché richiederebbe una inutile moltiplicazione delle grandezze da memorizzare (ad esempio quattro valori di M_{ik}° per nodo, anziché un unico valore della rotazione φ_i).

1.4.2 Equilibrio del nodo.

La condizione di equilibrio alla rotazione del generico nodo i è espressa da:

$$\sum_k M_{ik} = 0$$

dove la sommatoria è estesa a tutte le aste che convergono nel nodo.

Sostituendo in essa l'espressione (8) del momento M_{ik} , riportata nel paragrafo precedente, e risolvendo rispetto a $\sum_k M_{ik}^{\circ}$, si ottiene:

$$\sum_k M_{ik}^{\circ} = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \frac{1}{2} \sum_k M_{ki}^{\circ} + \sum_k M_{(ik)}^{\delta} + \sum_k M_{(ik)}^{\phi} \right]$$

Utilizzando la definizione (4) di M_{ik}° e sfruttando la condizione di congruenza che impone che la rotazione degli estremi delle aste che conver-

gono nel nodo sia uguale a quella del nodo stesso si può scrivere:

$$\sum_k M_{ik}^{\circ} = \sum_k 4 w'_{(ik)} \varphi_i = \varphi_i \sum_k 4 w'_{(ik)}$$

quindi:

$$\varphi_i = \frac{\sum_k M_{ik}^{\circ}}{\sum_k 4 w'_{(ik)}}$$

Si ottiene così:

$$M_{ik}^{\circ} = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \frac{1}{2} \sum_k M_{ki}^{\circ} + \sum_k M_{(ik)}^{\delta} + \sum_k M_{(ik)}^{\phi} \right] \frac{4 w'_{(ik)}}{\sum_k 4 w'_{(ik)}} \quad (9)$$

1.4.3. Equilibrio del piano alla traslazione.

Le condizioni di equilibrio alla traslazione nelle direzioni x ed y della parte di telaio sovrastante l'interpiano r sono espresse da:

$$Q_{rx} + \sum_{ik} T_{ik} = 0 ; \quad Q_{ry} + \sum_{ik} T_{ik} = 0 ;$$

dove con Q_{rx} e Q_{ry} si è indicata la somma delle componenti in direzione x ed y delle forze agenti al di sopra dell'interpiano r, mentre le sommatorie sono estese a tutti i ritti dei telai paralleli all'uno o all'altro asse, nell'interpiano considerato.

Le due condizioni possono essere rappresentate sinteticamente, sottintendendo l'indice x o y, con:

$$Q_r + \sum_{ik} T_{ik} = 0$$

Avendo ipotizzato che i carichi agiscano solo in corrispondenza delle travi o degli impalcati, per i ritti si ha:

$$T_{ik}^* = \bar{M}_{ik} = \bar{M}_{ki} = 0$$

e quindi:

$$T_{ik} = \frac{M_{ik} + M_{ki}}{h_r} = \frac{3/2 (M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}) + 2 M_{(ik)}^{\delta} + 2 M_{(ik)}^{\phi}}{h_r}$$

Sostituendo tale valore nella condizione di equilibrio e risolvendo rispetto a $\sum_r M_{(ik)}^{\delta}$ si ottiene:

$$\sum_r M_{(ik)}^{\delta} = - \frac{1}{2} \left[Q_r h_r + \frac{3}{2} \sum_r (M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}) + 2 \sum_r M_{(ik)}^{\phi} \right]$$

Utilizzando la definizione (6) di $M_{(ik)}^{\delta}$ e sfruttando la condizione di congruenza che impone che, in assenza di rotazione, lo spostamento sia uguale per tutti i telai si può scrivere:

$$\sum_r M_{(ik)}^{\delta} = \sum_r - 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{Gr}}{h_r} = \frac{\delta_{Gr}}{h_r} \sum_r - 6 w'_{(ik)}$$

e quindi:

$$\frac{\delta_{Gr}}{h_r} = \frac{\sum_r M_{(ik)}^\delta}{\sum_r -6 w'_{(ik)}} .$$

Si ottiene così:

$$M_{(ik)}^\delta = -\frac{1}{2} \left[Q_r h_r + \frac{3}{2} \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) + 2 \sum_r M_{(ik)}^\phi \right] \frac{-6 w'_{(ik)}}{\sum_r -6 w'_{(ik)}} .$$

In base alla definizione (7) di $M_{(ik)}^\phi$ si ha:

$$\sum_r M_{(ik)}^\phi = -6 \frac{\Phi_r}{h_r} \sum_r w'_{(ik)} d_{jr} .$$

In tale espressione, $\sum_r w'_{(ik)} d_{jr}$ rappresenta il momento statico degli indici di rigidezza dei ritti rispetto al punto G_r . Questo punto può essere fissato arbitrariamente, ma se lo si sceglie coincidente col baricentro degli indici di rigidezza dei ritti del piano r la sommatoria anzidetta risulterà nulla. L'espressione del momento di piano $M_{(ik)}^\delta$ diventa quindi:

$$M_{(ik)}^\delta = -\frac{1}{2} \left[Q_r h_r + \frac{3}{2} \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) \right] \frac{-6 w'_{(ik)}}{\sum_r -6 w'_{(ik)}}$$

ovvero:

$$M_{(ik)}^\delta = - \left[\frac{2}{3} Q_r h_r + \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) \right] \frac{-6 w'_{(ik)}}{\frac{4}{3} \sum_r -6 w'_{(ik)}} \quad (10)$$

1.4.4. Equilibrio del piano alla rotazione.

La condizione di equilibrio alla rotazione della parte di telaio sovrastante l'interpiano r può essere scritta con riferimento ad un punto qualsiasi. Imponendo l'equilibrio alla rotazione intorno a G_r si ha:

$$M_r + \sum_r T_{ik} d_{jr} = 0$$

dove con M_r si è indicato il momento rispetto a G_r di tutte le forze agenti al di sopra dell'interpiano r .

Esprimendo in tale relazione il taglio in funzione dei momenti di nodo e di piano e risolvendo rispetto a $\sum_r M_{(ik)}^\phi d_{jr}$, si ottiene:

$$\sum_r M_{(ik)}^\phi d_{jr} = -\frac{1}{2} \left[M_r h_r + \frac{3}{2} (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) d_{jr} + 2 \sum_r M_{(ik)}^\delta d_{jr} \right]$$

Utilizzando la definizione (7) di $M_{(ik)}^\phi$ e sfruttando la condizione di congruenza, implicita in essa perché Φ_r è unico per tutti i telai, si può scrivere:

$$\sum_r M_{(ik)}^\phi d_{jr} = \sum_r -6 w'_{(ik)} \frac{\Phi_r}{h_r} d_{jr}^2 = \frac{\Phi_r}{h_r} \sum_r -6 w'_{(ik)} d_{jr}^2$$

e quindi:

$$\frac{\Phi_r}{h_r} = \frac{\sum_r M_{(ik)}^\phi d_{jr}}{\sum_r -6 w'_{(ik)} d_{jr}^2}.$$

Si ottiene così:

$$M_{(ik)}^\phi = -\frac{1}{2} \left[M_r h_r + \frac{3}{2} \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) d_{jr} + 2 \sum_r M_{(ik)}^\delta d_{jr} \right] \frac{-6 w'_{(ik)} d_{jr}}{\sum_r -6 w'_{(ik)} d_{jr}^2}$$

In base alla definizione (6) di $M_{(ik)}^\delta$ si ha:

$$\sum_r M_{(ik)}^\delta d_{jr} = -6 \frac{\delta_{Gr}}{h_r} \sum_r w'_{(ik)} d_{jr}.$$

In tale espressione compare nuovamente il momento statico degli indici di rigidezza dei ritti rispetto al punto G_r , che è nullo se il punto è scelto coincidente col loro baricentro. In tal caso l'espressione del momento di piano $M_{(ik)}^\phi$ diventa:

$$M_{(ik)}^\phi = -\frac{1}{2} \left[M_r h_r + \frac{3}{2} \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) d_{jr} \right] \frac{-6 w'_{(ik)} d_{jr}}{\sum_r -6 w'_{(ik)} d_{jr}^2}$$

ovvero:

$$M_{(ik)}^\phi = -\left[\frac{2}{3} M_r h_r + \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) d_{jr} \right] \frac{-6 w'_{(ik)} d_{jr}}{\frac{4}{3} \sum_r -6 w'_{(ik)} d_{jr}^2} \quad (11)$$

1.5. Risoluzione manuale dello schema.

1.5.1. Procedimento operativo.

La risoluzione del sistema di equazioni definito nel paragrafo precedente può essere effettuata in maniera iterativa, operando di volta in volta sulla singola equazione per determinare i valori degli M_{ik}° relativi alle aste convergenti nel nodo (o degli $M_{(ik)}^\delta$ e $M_{(ik)}^\phi$ dei ritti dell'interpiano) in funzione dei valori correnti degli altri momenti. Si fa riferimento a queste operazioni col termine «operazione di equilibramento del nodo», o semplicemente «operazione di nodo» (ovvero «operazioni di equilibramento del piano alla traslazione e alla rotazione»). Esse equivalgono fisicamente a lasciar libero di deformarsi il singolo nodo (o interpiano) mantenendo tutti gli altri nella configurazione precedentemente raggiunta e determinare i momenti che insorgono al raggiungimento dell'equilibrio dell'elemento rilasciato.

Analizzare in questo modo una struttura spaziale equivale sostanzialmente al risolvere contemporaneamente tutti i telai piani da cui essa è composta. Per schemi contenenti un numero di elementi non molto elevato è possibile affrontare la risoluzione anche in maniera manuale. L'organizzazione dei dati può in tal caso procedere attraverso le seguenti fasi:

- a) determinazione degli indici di rigidezza delle aste;
- b) determinazione dei valori da utilizzare nelle operazioni di nodo: somma delle rigidezze delle aste confluenti nei nodi, momenti di incastro perfetto delle travi e loro somma;

c) determinazione ad ogni piano dei baricentri degli indici di rigidezza dei ritti e delle distanze dei telai da tali baricentri;

d) determinazione dei valori da utilizzare nelle operazioni di piano: somma delle rigidezze dei ritti e loro momento rispetto al baricentro;

e) preparazione degli schemi operativi, uno per ogni singolo telaio piano, da utilizzare nel procedimento iterativo di risoluzione; in tali schemi si riporteranno:

- al centro di ogni asta il relativo indice di rigidezza;
- al centro di ogni nodo la somma dei momenti di incastro perfetto e degli indici di rigidezza delle aste che concorrono nel nodo;
- in corrispondenza ad ogni piano la distanza del telaio dal baricentro degli indici di rigidezza dei ritti del piano stesso;

in uno schema a parte si riporteranno quei valori che si riferiscono alla struttura nella sua globalità, già indicati al punto d.

Come già detto, il procedimento risolutivo consisterà in una sequenza di operazioni di nodo e di piano, i cui risultati verranno via via riportati sugli schemi. Le operazioni di nodo saranno effettuate separatamente su ogni singolo telaio piano e pertanto non presenteranno differenze operative rispetto al metodo delle rigidità globali per telai piani, se non per la presenza per ogni ritto di due termini di piano ($M_{(ik)}^{\delta}$ e $M_{(ik)}^{\phi}$) anziché uno solo ($M_{(ik)}^{\bullet}$). Le operazioni di piano verranno effettuate invece sulla struttura nella sua globalità, cioè lavorando su tutti gli schemi operativi. Si noti che i valori $M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}$ dei ritti intervengono sia nell'equilibramento dei piani alla traslazione che in quello alla rotazione (moltiplicati, in questo secondo caso, per la distanza del telaio dal baricentro degli indici di rigidezza); è quindi conveniente riportarne sugli schemi la somma, calcolata per ogni telaio ed ogni piano.

Le operazioni di equilibramento verranno ripetute fino a quando tutti i valori ottenuti non risulteranno stabilizzati, cioè sufficientemente prossimi a quelli forniti dall'iterazione precedente. Giunto così a convergenza il procedimento, si procederà al calcolo dei momenti flettenti nelle singole aste, in maniera analoga al caso dei telai piani.

1.5.2. Esempio numerico.

Per illustrare il procedimento qui esposto, se ne riporta l'applicazione numerica alla struttura illustrata dalle figure 1.13 e 1.14, che ne forniscono le caratteristiche geometriche e lo schema dei carichi agenti, costituiti per semplicità da sole forze orizzontali.

Nell'organizzazione dei dati si sono seguite le fasi elencate in precedenza. In figura 1.14 è riportata la posizione del baricentro degli indici di rigidezza dei ritti a ciascun piano e la distanza di ogni telaio da esso. La figura 1.15 mostra l'organizzazione complessiva degli schemi operativi. Le figure da 1.16 a 1.21 mostrano in dettaglio gli schemi dei telai piani che compongono la struttura; in essi sono riportati gli indici di rigidezza delle aste, espressi in Kgm a meno di un fattore costante pari a 10^5 , la loro somma nei nodi e le distanze dei telai dal baricentro elastico di ogni piano, col segno che loro compete. In figura 1.22 sono infine riportati tutti quei valori che si riferiscono all'intero complesso spaziale.

Si è quindi proceduto alla risoluzione iterativa delle equazioni di nodo e di piano. Per meglio comprendere l'applicazione delle operazioni suddette è utile seguire le prime fasi del procedimento.

Si è iniziato con una serie completa di operazioni di piano, notevolmente semplificata per l'assenza degli M° , inizialmente nulli. Si è poi effettuata una sequenza di operazioni di nodo, iniziando dal primo telaio in direzione x. Esse hanno fornito, ad esempio, per il nodo 1 i

valori $M_{1,2}^{\circ} = 1057 \text{ kgm}$ e $M_{1,3}^{\circ} = 631 \text{ kgm}$, che sono stati riportati sullo schema di figura 1.16, in corrispondenza dell'estremo 1 delle aste 1-2 e 1-3 rispettivamente. Si è quindi calcolata ad ogni piano la somma $M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}$ per i ritzi, scrivendo i valori ottenuti in corrispondenza del piano stesso, sulla destra dello schema operativo; per il piano terra del telaio 1 x si è ad esempio ottenuto per tale somma il valore di 4183 Kgm.

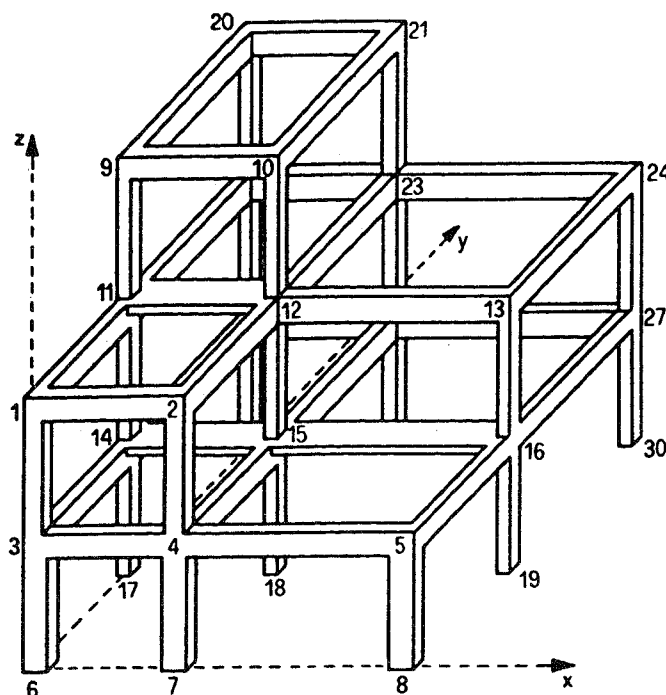


Figura 1.13. Edificio a tre piani. Struttura spaziale composta da travi e pilastri; nella figura non sono riportati i solai, che intervengono però nel calcolo come vincolo mutuo per i nodi di ogni impalcato.

Si è quindi effettuata una seconda serie di operazioni di piano. Nell'equilibrio alla traslazione in direzione x (o y) del piano r intervengono il valore $\frac{2}{3} Q_r h_r$, riportato in corrispondenza del piano nella prima (o seconda) colonna dello schema di figura 1.22, e le somme degli $M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}$ relativi ai ritzi, riportate negli schemi relativi ai tre telai paralleli alla direzione in esame. Per esempio, per la traslazione in direzione x del piano terra si utilizzano i valori 21000 kgm (dalla fig. 1.22), 4183 kgm (per il primo telaio, fig. 1.16), 1838 kgm (secondo telaio, fig. 1.17), 1245 kgm (terzo telaio, fig. 1.18). L'operazione di piano fornisce così, per il primo telaio, i valori $M_{(3,6)}^{\circ} = M_{(4,7)}^{\circ} = M_{(5,8)}^{\circ} = -4934 \text{ kgm}$.

Nell'equilibrio alla rotazione del piano, intervengono invece il valore $\frac{2}{3} M_r h_r$, riportato in corrispondenza del piano nella terza colonna di figura 1.22, ed i prodotti delle somme degli $M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}$ dei ritzi per le distanze d_{jr} ; sia le somme che le distanze vanno lette, per ogni telaio, sulla destra del relativo schema operativo, in corrispondenza del piano r.

Il procedimento è stato arrestato dopo altre due serie di operazioni di nodo e di piano. Gli ultimi valori ottenuti per i momenti di nodo e piano sono stati utilizzati per la valutazione del momento flettente, il cui diagramma è riportato in figura 1.23.

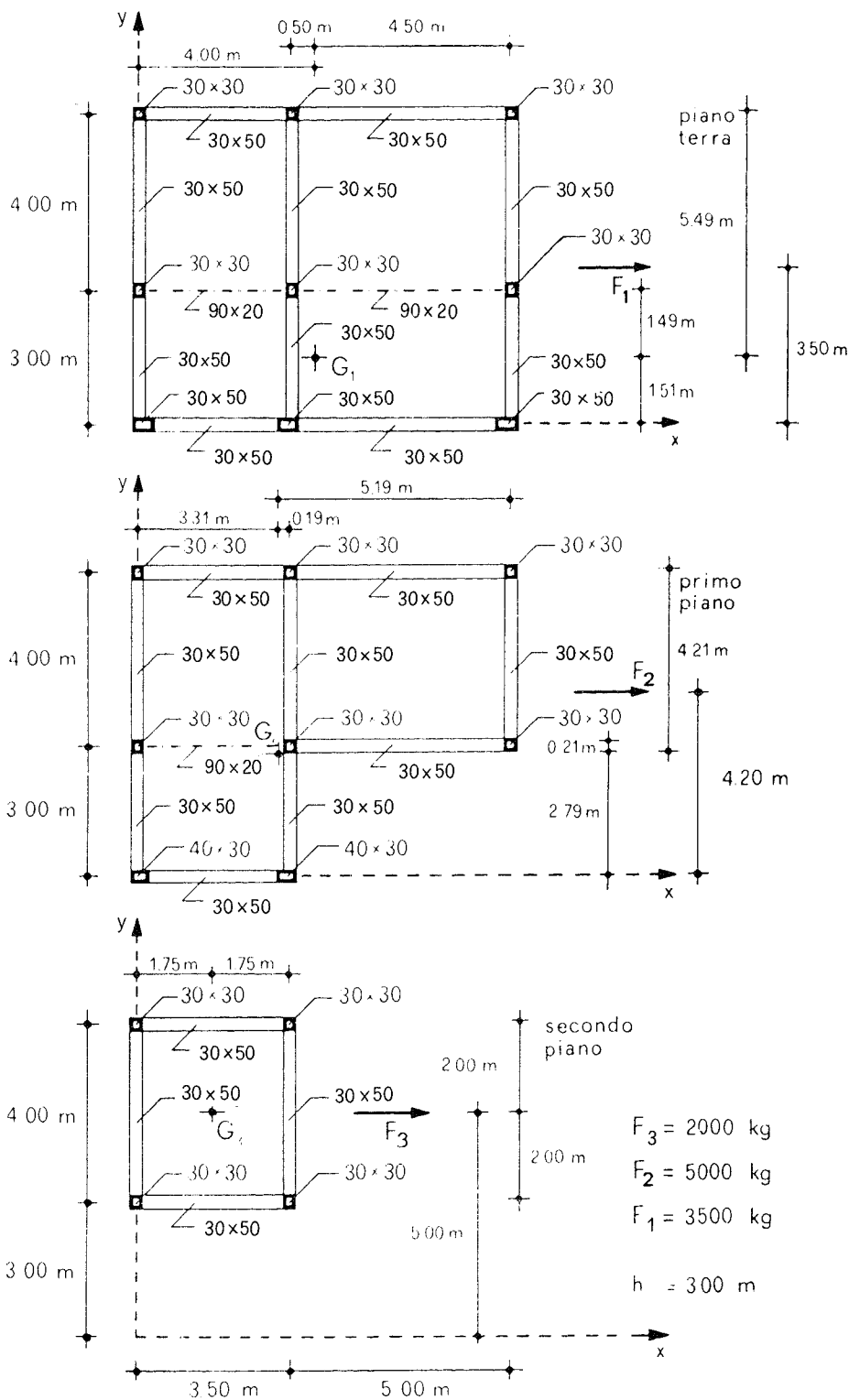


Figura 1.14. Edificio a tre piani. Pianta dei 3 piani e posizione dei baricentri degli indici di rigidezza dei ritzi di ogni piano; le dimensioni di pilastri e travi sono espresse in cm.

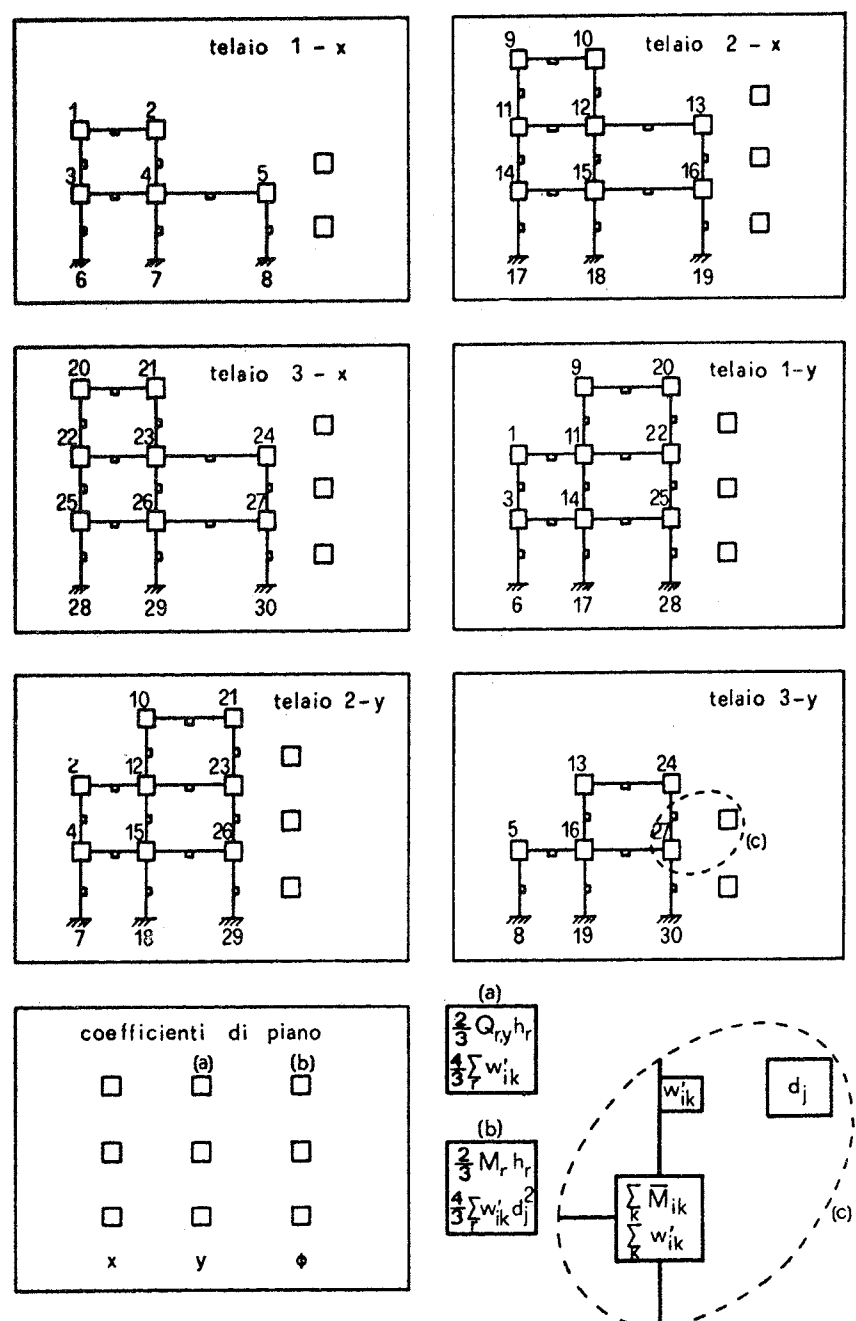


Figura 1.15. Schemi operativi per la risoluzione di un telaio spaziale

Risoluzione di un telaio spaziale

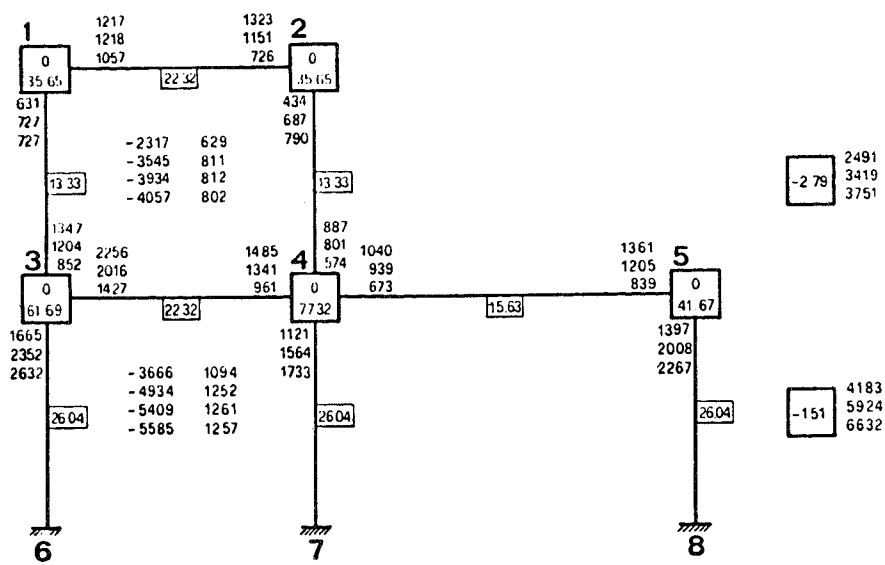


Figura 1.16. Telaio 1 x

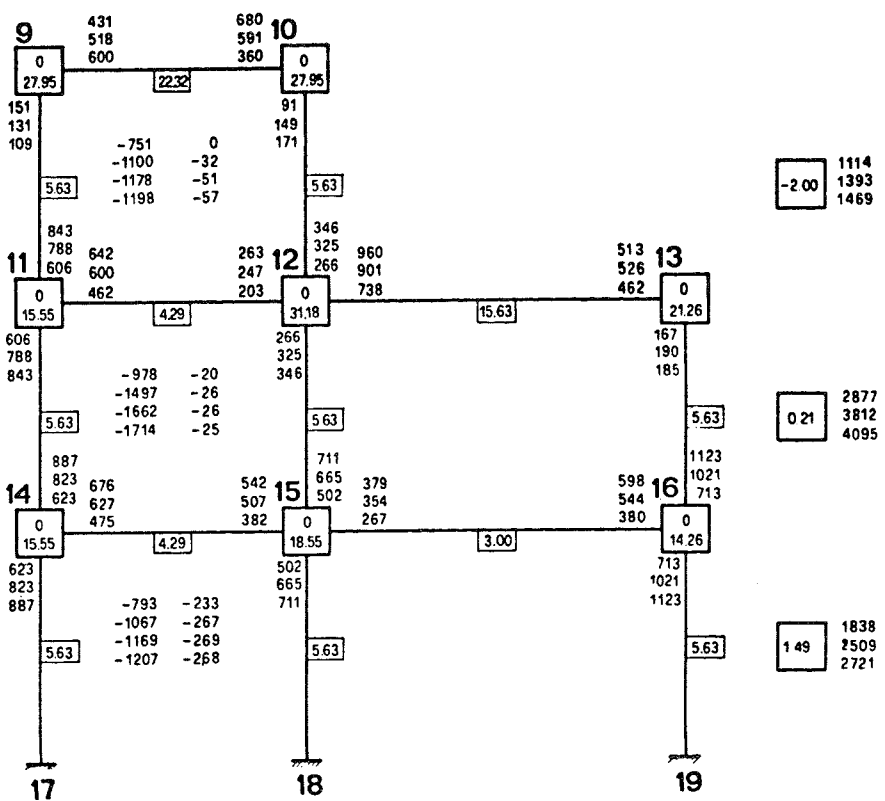
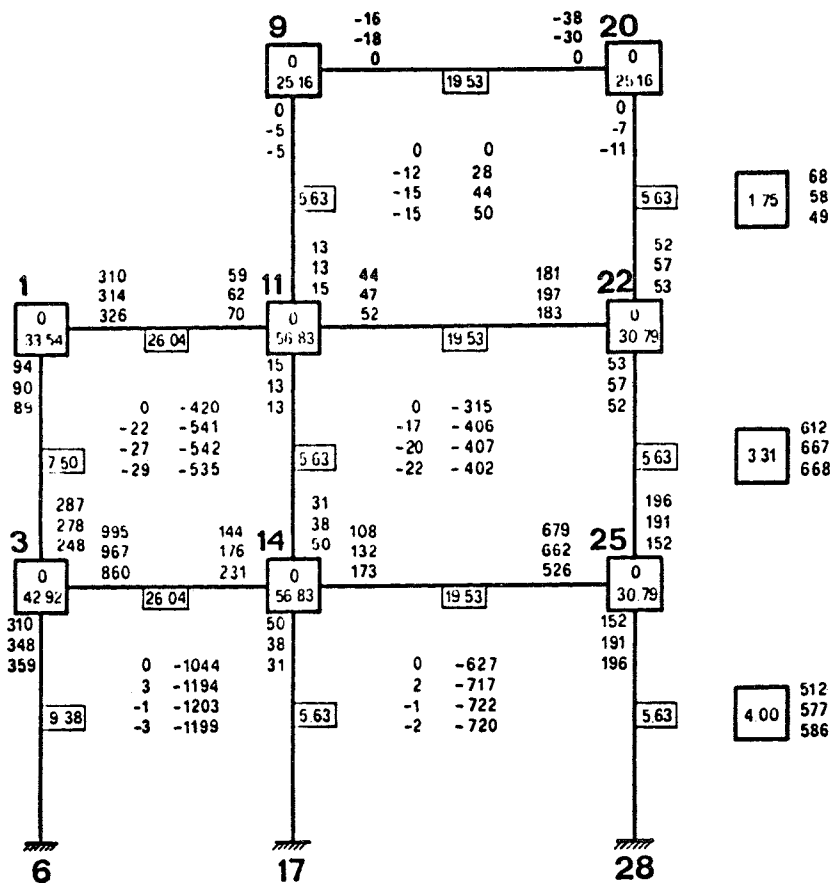
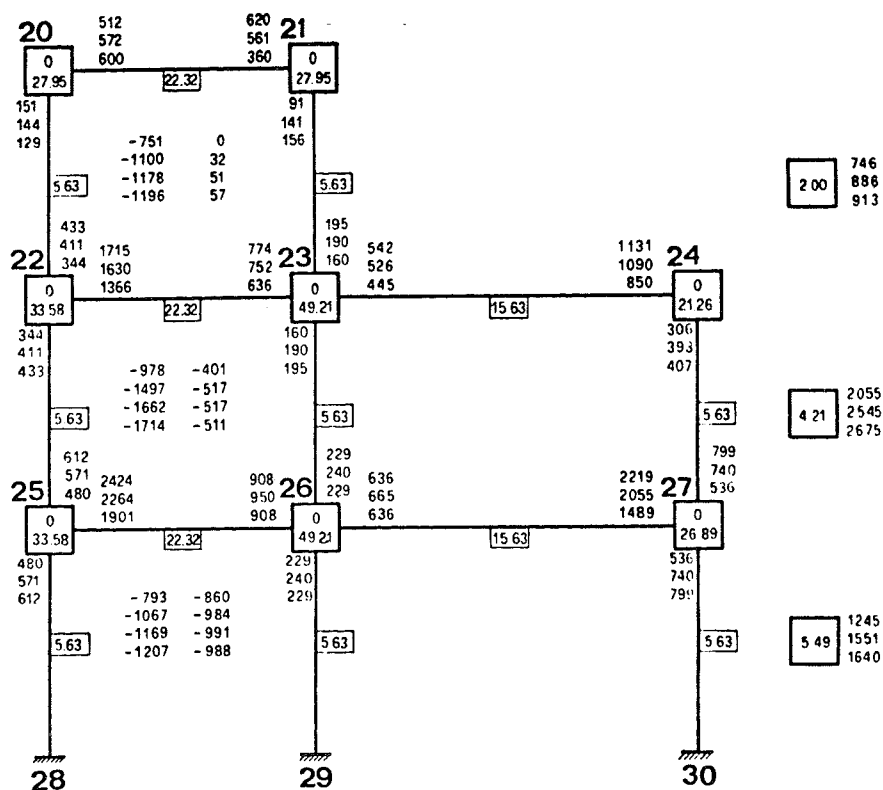


Figura 1.17. Telaio 2 x



Risoluzione di un telaio spaziale

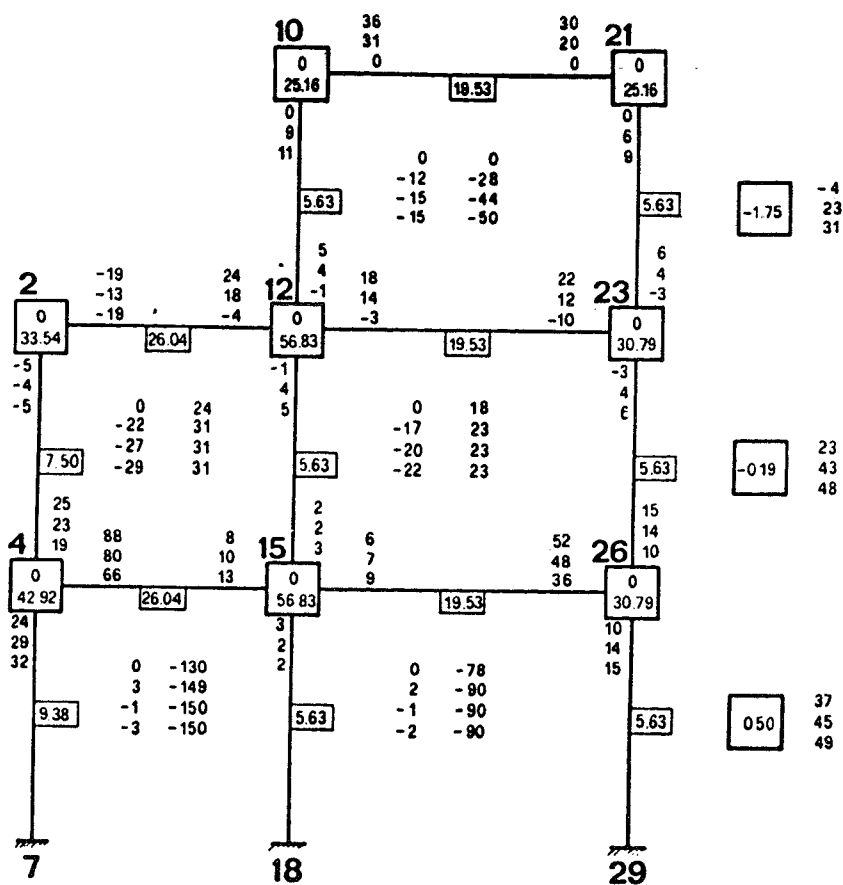


Figura 1.20 Telaio 2 y

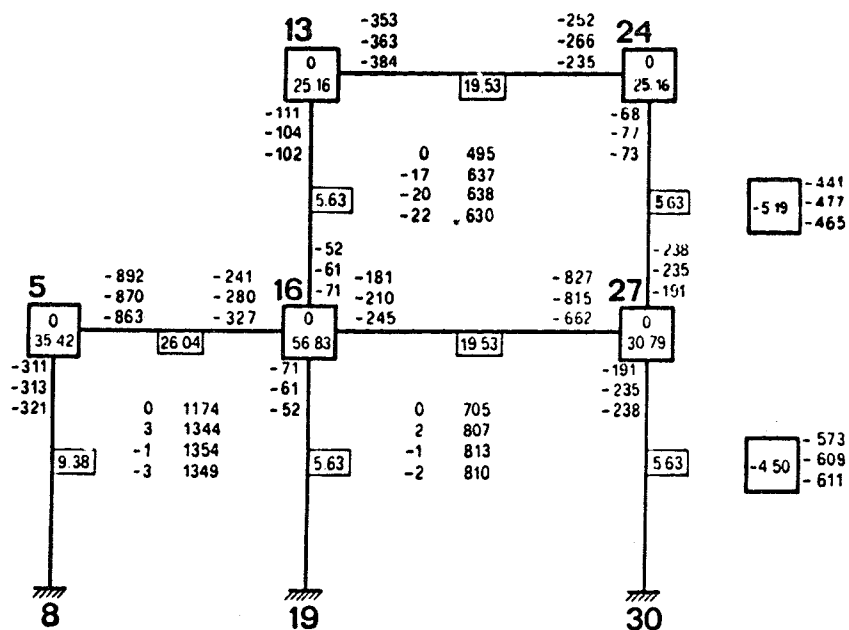


Figura 1.21. Telaio 3 y

TRASLAZIONE		ROTAZIONE
X	Y	
<div>4000 30 00</div>	<div>0 30 00</div>	<div>0 211 88</div>
<div>14000 80 56</div>	<div>0 65 00</div>	<div>22940 1355 40</div>
<div>21000 149 17</div>	<div>0 82 50</div>	<div>54790 1969 36</div>

Figura 1.22. Valori da utilizzare per l'operazione di piano

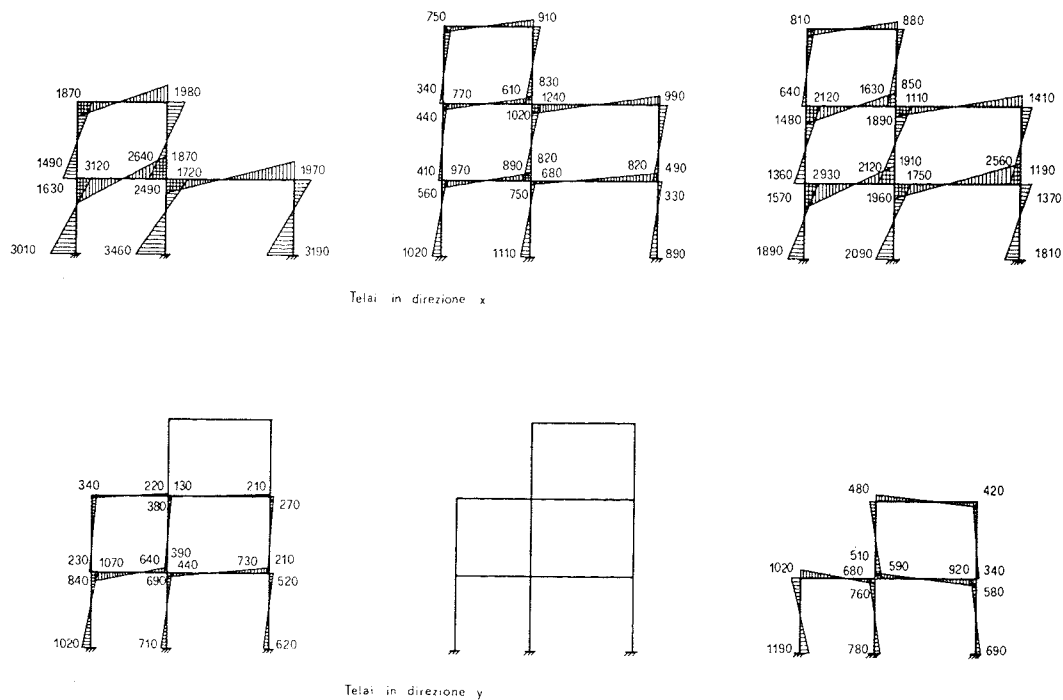


Figura 1.23. Diagramma del momento flettente nei singoli telai piani

1.6. Equazioni di equilibrio in funzione di rotazioni e spostamenti.

1.6.1 Equilibrio del nodo.

Sostituendo nella condizione di equilibrio alla rotazione del generico nodo l'espressione (2) del momento flettente M_{ik} in funzione delle componenti di movimento dei nodi e dei piani, si ottiene:

$$\sum_k \bar{M}_{ik} + \sum_k 4 w'_{(ik)} \varphi_i + \sum_k 2 w'_{(ik)} \varphi_k - \sum_k 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r} = 0$$

in cui l'ultima sommatoria è estesa ai soli ritti.

Risolvendo in funzione di φ_i che per la congruenza è indipendente dall'asta e può quindi essere messo in evidenza nella sommatoria, si ha:

$$\varphi_i = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \sum_k 2 w'_{(ik)} \varphi_k - \sum_k 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r} \right] \frac{1}{\sum_k 4 w'_{(ik)}} \quad (12)$$

In questa equazione occorrerebbe sostituire a δ_{jr} il suo valore in funzione delle incognite di piano δ_{Gr} e Φ_r . Si ritiene però preferibile, per una maggiore semplicità operativa, non effettuare esplicitamente questa sostituzione, ma piuttosto calcolare per ogni telaio lo spostamento relativo dei traversi in funzione dei valori correnti delle componenti di movimento degli impalcati.

1.6.2 Equilibrio del piano alla traslazione.

Esprimendo il taglio nel generico ritto ik in funzione delle componenti di movimento si ha:

$$T_{ik} = 6 w'_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} \quad (13)$$

Sostituendo tale espressione nella condizione di equilibrio alla traslazione della parte del telaio sovrastante l'interpiano r , si ottiene:

$$Q_r + \sum_r 6 w'_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - \sum_r 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} = 0$$

Esprimendo δ_{jr} in funzione di δ_{Gr} e Φ_r e risolvendo in funzione di δ_{Gr} , si ha:

$$\delta_{Gr} = \left[Q_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) - \Phi_r \sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2}} \quad (14)$$

Se il punto di riferimento G_r è scelto coincidente col baricentro degli indici di rigidezza dei ritti dell'interpiano r , la relazione si semplifica, analogamente a quanto mostrato nel paragrafo 1.4.3, fornendo:

$$\delta_{Gr} = \left[Q_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2}} \quad (15)$$

1.6.3. *Equilibrio alla rotazione del piano.*

Sostituendo nella condizione di equilibrio alla rotazione della parte di telaio sovrastante l'interpiano r l'espressione (13) di T_{ik} in funzione delle componenti di movimento, si ottiene:

$$M_r + \sum_r 6 w'_{(ik)} (\varphi_i + \varphi_k) \frac{d_{jr}}{h_r} - \sum_r 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} d_{jr} = 0$$

Esprimendo δ_{jr} in funzione di δ_{Gr} e Φ_r , e risolvendo in funzione di Φ_r , si ha:

$$\Phi_r = \left[M_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) d_{jr} - \delta_{Gr} \sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr}^2} \quad (16)$$

Anche in questo caso, se G_r coincide col baricentro degli indici di rigidezza dei ritti dell'interpiano r , la relazione si semplifica divenendo:

$$\Phi_r = \left[M_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr}^2} \quad (17)$$

1.7. **Risoluzione mediante elaboratore elettronico.**

L'uso delle equazioni di equilibrio in funzione di rotazioni e spostamenti risulta particolarmente adatto alla risoluzione mediante elaboratori elettronici. L'organizzazione del programma può procedere secondo le seguenti fasi:

a) lettura dei dati geometrici ed elastici (posizione dei telai, altezza dei piani, luci delle campate, sezione delle aste, modulo di elasticità del materiale);

b) stampa dei dati geometrici ed elastici;

c) determinazione di tutte le quantità legate ai dati geometrici, che intervengono nelle equazioni di equilibrio: indici di rigidezza, loro somma relativa alle aste che convergono in un nodo, coordinate dei baricentri degli indici di rigidezza dei ritti di un interpiano, loro somma e momento di inerzia baricentrico;

d) lettura dei dati relativi ai carichi (carichi distribuiti sulle travi, forze orizzontali applicate agli impalcati);

e) stampa dei dati relativi ai carichi;

f) determinazione di tutte le quantità legate ai carichi, che intervengono nelle equazioni di equilibrio: momenti di incastro perfetto, loro somma relativa alle travi che convergono in un nodo, somma delle forze sovrastanti un interpiano e loro momento rispetto al baricentro degli indici di rigidezza;

g) risoluzione iterativa del sistema di equazioni, alternando ciclicamente operazioni di nodo e di piano fino al raggiungimento della convergenza, cioè finché i valori determinati in un ciclo non siano sufficientemente prossimi a quelli ottenuti nel ciclo precedente;

h) calcolo delle caratteristiche di sollecitazione agli estremi delle aste, in funzione dei valori delle rotazioni dei nodi e degli spostamenti relativi dei traversi;

i) stampa dei risultati.

1. O. Belluzzi, *Scienza delle costruzioni*, vol. II, Zanichelli, 1941.
2. R. W. Clough, E. L. Wilson, I. P. King, *Large capacity multistory frame analysis programs*, Journal of structural division, 1963.
3. R. W. Clough, I. P. King, E. L. Wilson, *Structural analysis of multistory buildings*, Journal of structural division, 1964.
4. W. Weaver, M. F. Nelson, *Three-dimensional analysis of tier buildings*, Journal of structural division, 1966.
5. M. Cugiani, *Metodi dell'analisi numerica*, UTET, 1967.
6. J. S. Przemieniecki, *Theory of matrix structural analysis*, McGraw Hill, 1968.
7. M. Pagano, *L'irrigidimento dei telai sottoposti a forze orizzontali*, Qualità e costi degli edifici in relazione ai materiali e ai sistemi di costruzione, 1969.
8. J. L. Meek, *Matrix structural analysis*, McGraw Hill, 1971.
9. A. Gherzi, *Strutture intelaiate spaziali per edifici*, Giornale del Genio Civile, 1977.
10. A. Gherzi, *Impostazione manuale del calcolo dei telai spaziali*, Ingegneri, 1979.
11. A. Parducci, A. Checchi, *Interazione dei pannelli di muratura con i telai di cemento armato: comportamento del sistema strutturale per azioni complanari*, Industria italiana del cemento, 1982.
12. A. Giliberti, *Progettare scale in zona sismica*, L'Ingegnere italiano, 1983.
13. M. De Matteo, *Sul calcolo delle strutture piane a maglie di forma qualsiasi*, CUEN, 1986.
14. A. Giliberti, *Una più razionale struttura della scala per edifici in zona sismica*, CUEN, 1987.

APPENDICE AL CAPITOLO PRIMO PROGRAMMA PER LA RISOLUZIONE DI UN TELAIO SPAZIALE

Aurelio Gherzi

a. Introduzione.

La risoluzione manuale dello schema di telaio spaziale per edifici di consuete dimensioni si presenta indubbiamente molto onerosa. Nella pratica professionale è quindi necessario il ricorso ad elaboratori elettronici. Per tale motivo si è ritenuto necessario affiancare alla trattazione teorica la presentazione di un programma per personal computer. L'obiettivo che ci si propone non è certo il fornire all'utente un programma professionalmente esauriente, perché in tal caso occorrerebbe affrontare il problema delle diverse condizioni di carico, della verifica delle sezioni e del calcolo delle armature. Si vuole piuttosto mostrare una possibile via per concretizzare le indicazioni teoriche e contemporaneamente evidenziare l'impostazione logica, di programmazione strutturata, che si ritiene fondamentale nello sviluppo di procedure per elaboratori. Si è utilizzato il linguaggio BASIC, che è oggi il linguaggio più frequentemente utilizzato da chi lavora con personal computer. In particolare, si è fatto riferimento alla sua versione per il sistema operativo MS-DOS, ma le istruzioni adoperate potranno con facilità essere adattate alla quasi totalità dei computer.

Il programma consente la risoluzione di uno schema di telaio spaziale, composto da un massimo di 20 telai, con un totale di 80 pilastri e 7 piani, soggetto a più schemi di carico. Con tali dimensioni l'ingombro complessivo di memoria non supera i 64 Kbytes.

I paragrafi successivi forniscono una esauriente documentazione del programma. Il paragrafo b contiene la descrizione delle variabili utilizzate. In esso sono anche riportate precise indicazioni sull'ingombro di memoria, che consentono di variare i limiti anzidetti, in funzione della capacità di memoria del proprio calcolatore e delle possibilità del BASIC utilizzato. Nel paragrafo c sono presi in esame i blocchi di istruzione che costituiscono il programma stesso. Il relativo listato è riportato nel successivo paragrafo d. Il paragrafo e contiene le indicazioni necessarie per utilizzare il programma. Il paragrafo f contiene infine un esempio, costituito dalla stesso schema la cui risoluzione manuale è stata descritta nel paragrafo 1.5.2. Per esso sono riportati i dati necessari per l'elaborazione ed i risultati conseguentemente ottenuti.

b. Elenco delle variabili.

Tra le grandezze che è necessario memorizzare per la risoluzione dello schema di telaio spaziale, quelle che maggiormente impegnano la memoria del calcolatore sono tutte quelle connesse ai nodi, o alle aste, dei telai piani che lo compongono.

Per individuare un singolo nodo, e le informazioni ad esso collegate, si potrebbe far ricorso a tre indici, che mostrino:

- il numero d'ordine del telaio cui esso appartiene;
- la sua posizione nel telaio, ovvero il numero d'ordine della verticale (o, come si denominerà in seguito, della pilastrata) cui esso appartiene;
- l'impalcato di cui fa parte.

I corrispondenti array andrebbero dimensionati definendo un numero massimo di nodi per telaio (numero unico, uguale per tutti i telai). Nella pratica, però, i telai di un edificio hanno spesso un numero di nodi fortemente variabile; si pensi, per esempio, ad un edificio a pianta rettangolare allungata, che ha telai longitudinali con molte campate e telai trasversali con poche. L'uso di tre indici può comportare quindi un sensibile spreco di memoria, non accettabile per un personal computer. Inoltre non tutte le versioni del linguaggio BASIC attualmente presenti sul mercato consentono l'uso di tre indici (lo standard ANSI ne prevede solo due). Si può però pensare di disporre i telai piani che compongono lo schema spaziale in sequenza e individuare ciascuna pilastrata mediante la sua posizione in questo insieme. In tal modo i primi due indici possono essere sostituiti da uno solo. Occorreranno ovviamente delle informazioni aggiuntive, che chiariscano qual'è il pilastro iniziale e quello finale di ciascun telaio nell'insieme.

Un ulteriore problema da affrontare, legato alla limitatezza della memoria disponibile, è quello della scelta di quali valori memorizzare in variabili e quali calcolare di volta in volta. Per non rallentare eccessivamente l'esecuzione si sono conservati tutti quei valori che compaiono ripetutamente nel ciclo iterativo di risoluzione (come, ad esempio, la somma dei momenti di incastro perfetto delle aste concorrenti in un nodo); non si sono invece memorizzati quei valori che non richiedono un calcolo complesso e vengono utilizzati un numero limitato di volte (ad esempio il momento d'incastro perfetto, utilizzato solo all'inizio per calcolare la somma anzidetta e alla fine per determinare il valore del momento flettente).

Indici e grandezze per la definizione generale dello schema

teoria	programma	descrizione
j	J	telaio generico; i telai sono numerati in sequenza considerando prima quelli paralleli all'asse x e poi quelli paralleli all'asse y
	(J)	grandezza relativa al telaio J
	JX	numero di telai paralleli all'asse x
	JY	numero di telai paralleli all'asse y
	JZ	numero totale di telai; $JZ = JX + JY$
	MJ	massimo valore ammissibile per JZ
	M	numero d'ordine della pilastrata nell'ambito del telaio piano cui essa appartiene; le pilastrate sono numerate in sequenza, nel verso positivo dell'asse cui il telaio è parallelo
		insieme di travi su una stessa verticale, aventi come estremo sinistro la pilastrata M
	MR (J)	numero di pilastrate del telaio J
	I	numero d'ordine della pilastrata generica nell'ambito dell'insieme di telai che costituiscono lo schema spaziale; le pilastrate sono numerate in sequenza, considerando prima i telai paralleli all'asse x e poi quelli paralleli all'asse y, rispettando nell'ambito del singolo telaio l'ordine già definito per esse

teoria	programma	descrizione	37
		insieme di travi su una stessa verticale, aventi come estremo sinistro la pilastrata I	Risoluzione di un telaio spaziale
	(I)	grandezza relativa alla pilastrata o campata I	
	IZ	numero totale di pilastrate	
	MI	massimo valore ammissibile per IZ	
	IR (J)	numero di pilastrate dei telai che precedono il telaio J	
r	K	generico impalcato o interpiano; impalcati e interpiani sono numerati dal basso verso l'alto	
	(K)	grandezza relativa all'impalcato o interpiano K	
	KZ	numero totale di impalcati o interpiani	
	MK	massimo valore ammissibile per KZ	
i		nodo generico di un telaio piano che fa parte dello schema spaziale	
		grandezza relativa al nodo i	
k		altro nodo (secondo estremo dell'asta generica)	
	I, K	nodo generico, appartenente alla pilastrata I ed all'impalcato K	
(ik)	(I, K)	grandezza relativa al nodo I, K	
		asta generica che collega i nodi i e k	
		grandezza relativa all'asta (ik) considerata nella sua globalità	
ik		grandezza relativa all'estremo i dell'asta (ik)	
	I, K	trave avente come estremo sinistro il nodo I, K	
		pilastro avente come estremo superiore il nodo I, K	
	(I, K)	grandezza relativa alla trave o al pilastro I, K	
	(J, K)	grandezza relativa all'impalcato o interpiano K del telaio J	
	L	generico tipo di sezione	
	(L)	grandezza relativa al tipo di sezione L	
	LZ	numero di tipi di sezione	
	ML	massimo valore ammissibile per LZ	

Caratteristiche geometriche ed elastiche

teoria	programma	descrizione
$l_{(ik)}$		lunghezza dell'asta (ik)
$h_{(ik)}$		altezza del ritto (ik)
h_r		altezza dei ritti dell'interpiano r, se uguale per tutti
	DL (I)	luce della campata I (m)
	H (K)	altezza dell'interpiano K, costante per tutti i ritti (m)

teoria	programma	descrizione
	NP (I)	numerazione in carpenteria della pilastata I
y_j		distanza dall'asse x del telaio j (parallelo ad x)
x_j		distanza dall'asse y del telaio j (parallelo ad y)
	DT (J)	distanza del telaio J dall'asse cui è parallelo (m)
	NT (I, K)	numero di tipo di sezione per la trave I, K
	NR (I, K)	numero di tipo di sezione per il ritto I, K
	ZB (L)	base del tipo di sezione rettangolare L (m)
	ZH (L)	altezza del tipo di sezione rettangolare L (m)
	ZI (L)	momento d'inerzia del tipo di sezione L (m^4)
	EL	modulo di elasticità del materiale ($kg\ cm^{-2}$)
E	E	modulo di elasticità del materiale ($t\ m^{-2}$); $E = EL \times 10$
$w'_{(ik)} = (EI/l)_{(ik)}$		indice di rigidezza dell'asta (ik)
	WT (I, K)	indice di rigidezza della trave I, K (tm)
	WR (I, K)	indice di rigidezza del ritto I, K (tm)
G_r		baricentro degli indici di rigidezza $w'_{(ik)}$ dei ritti dell'interpiano r
x_{Gr}	XG (K)	ascissa del baricentro dei $w'_{(ik)}$ (m)
y_{Gr}	YG (K)	ordinata del baricentro dei $w'_{(ik)}$ (m)
$d_{j,r}$	DG (J, K)	distanza del telaio j (J) dal baricentro dei w' relativo al piano r (K), cambiata di segno se il telaio è parallelo all'asse y (m)
$\sum_k w'_{(ik)}$	WN (I, K)	somma degli indici di rigidezza delle aste che convergono nel nodo i (I, K) (tm)
$\sum_{rx} \left(\frac{w'}{h^2} \right)_{(ik)}$	WX (K)	somma dei w'/h^2 dei ritti appartenenti a telai paralleli all'asse x, nell'interpiano r (K) (t/m)
$\sum_{ry} \left(\frac{w'}{h^2} \right)_{(ik)}$	WY (K)	somma dei w'/h^2 dei ritti appartenenti a telai paralleli all'asse y, nell'interpiano r (K) (t/m)
$\sum_r \left(\frac{w'}{h^2} \right) d_{jr}^2$	WF (K)	momento d'inerzia rispetto al loro baricentro dei w'/h^2 dei ritti dell'interpiano r (K) (tm)

Spostamenti e rotazioni

teoria	programma	descrizione
φ_i	FI (I, K)	rotazione del nodo i (I, K) nel piano del telaio cui esso appartiene
φ_k		rotazione del nodo k
$\delta_{G_{I,x}}$	DX (K)	componente in direzione x dello spostamento relativo tra il punto G_r e la sua proiezione sull'impalcato sottostante (m)

teoria	programma	descrizione	39
$\delta_{G_r y}$	DY (K)	componente in direzione y dello spostamento relativo tra il punto G_r e la sua proiezione sull'impalcato sottostante (m)	Risoluzione di un telaio spaziale
Φ_r	DF (K)	rotazione relativa tra l'impalcato r (K) e l'impalcato sottostante	
δ_{jr}	D (J, K)	componente dello spostamento relativo tra gli estremi dei ritti del telaio j (J) nell'interpiano r (K) valutata rispetto alla direzione del telaio stesso (m)	
	D (J, K)	una volta effettuata la risoluzione iterativa del sistema: componente dello spostamento assoluto del traverso del telaio J all'impalcato K rispetto alla base del telaio, valutata nella direzione del telaio stesso (m)	

Carichi esterni e caratteristiche di sollecitazione

teoria	programma	descrizione
	IV	indice di esistenza di carichi verticali sulle travi (0 = non esistono)
	IM	indice di esistenza di carichi concentrati nei nodi (0 = non esistono)
	IO	indice di esistenza di carichi orizzontali agli impalcati (0 = non esistono)
$q_{(ik)}$	Q (I, K)	carico verticale uniformemente distribuito sulla trave (ik) (I, K) (t/m)
\overline{M}_{ik}		momento d'incastro perfetto all'estremo i della trave (ik)
M_i	MN (I, K)	momento concentrato nel nodo i (I, K) (tm)
$\sum_k \overline{M}_{ik}$	SM (I, K)	somma dei momenti d'incastro perfetto delle aste che confluiscono nel nodo i momento concentrato nel nodo I, K meno la somma dei momenti d'incastro perfetto delle travi
x_{Fr}	XF (K)	ascissa del punto di applicazione del carico orizzontale all'impalcato r (K) (m)
y_{Fr}	YF (K)	ordinata del punto di applicazione del carico orizzontale all'impalcato r (K) (m)
F_{xr}	FX (K)	componente in direzione x del carico orizzontale applicato all'impalcato r (K) (t)
F_{yr}	FY (K)	componente in direzione y del carico orizzontale applicato all'impalcato r (K) (t)
F_{Mr}	FM (K)	momento esterno applicato all'impalcato r (K) (tm)
Q_{xr}	QX (K)	componente in direzione x del taglio globale all'interpiano r (K) (somma delle componenti F_x delle forze applicate all'impalcato r (K) e agli impalcati sovrastanti) (t)
Q_{yr}	QY (K)	componente in direzione y del taglio globale all'interpiano r (K) (somma delle

teoria	programma	descrizione
		componenti F_y delle forze applicate all'impalcato r (K) e agli impalcati sovrastanti) (t)
M_r	QM (K)	momento globale dei tagli all'interpiano r (K) rispetto al baricentro dei w' (momento rispetto a tale punto delle forze F_x ed F_y applicate all'impalcato r (K) ed agli impalcati sottostanti) (tm)
M_{ik}°		momento che si ha all'estremo i dell'asta (ik) in conseguenza di una rotazione φ_i dello stesso estremo
$M_{(ik)}^{\bullet}$		momento che si ha agli estremi del ritto (ik) del telaio j all'interpiano r in conseguenza di uno spostamento relativo δ_{ji} dei due estremi
$M_{(ik)}^{\delta}$		momento che si ha agli estremi del ritto (ik) del telaio j all'interpiano r in conseguenza della aliquota di spostamento relativo dei due estremi dovuta alla traslazione relativa degli impalcati
$M_{(ik)}^{\phi}$		momento che si ha agli estremi del ritto (ik) del telaio j all'interpiano r in conseguenza della aliquota di spostamento relativo dei due estremi dovuta alla rotazione relativa degli impalcati
M_{ik}		momento all'estremo i dell'asta (ik)
T_{ik}		taglio all'estremo i dell'asta (ik)
	MS (I, K)	momento all'estremo sinistro della trave I, K (tm)
	MD (I, K)	momento all'estremo destro della trave I, K (tm)
	MT (I, K)	momento in testa al ritto I, K (tm)
	MP (I, K)	momento al piede del ritto I, K (tm)
	TS (I, K)	taglio all'estremo sinistro della trave I, K (t)
	TD (I, K)	taglio all'estremo destro della trave I, K (t)
	TR (I, K)	taglio nel ritto I, K (t)
	SN (I, K)	sforzo normale nel ritto I, K (t)

Altre variabili

teoria	programma	descrizione
	ER	indica errori nei dati
	H2	altezza dell'interpiano elevata al quadrato
	J1	primo estremo di un ciclo in J
	J2	secondo estremo di un ciclo in J
	K1	$K + 1$
	N	valore letto della numerazione dei pilastri in carpenteria

teoria	programma	descrizione	41
	S	registro ausiliario per somma	Risoluzione di un telaio spaziale
	S1	registro ausiliario per somma	
	S2	registro ausiliario per somma	
	SQ	indica squilibrio nel procedimento iterativo di soluzione	
	V	variabile ausiliaria di uso generico	
	V\$	stringa per la stampa; contiene «X» o «Y»	

Convenzione dei segni

Rotazione del nodo:

positiva nel verso che porta l'asse z sull'asse x (o y).

Rotazione relativa tra gli impalcati:

positiva nel verso che porta l'asse y sull'asse x.

Spostamento relativo di un punto di un impalcato rispetto alla sua proiezione sull'impalcato sottostante; spostamento assoluto rispetto alla base del telaio:

ciascuna componente dello spostamento è positiva se di verso concorde con quello dell'asse rispetto al quale è valutata.

Carico verticale sulle travi:

positivo se diretto verso il basso (cioè in verso opposto a quello positivo dell'asse z).

Momento concentrato nel nodo:

positivo se nel verso che porta l'asse z sull'asse x (o y).

Forza o taglio globale di piano:

ciascuna componente è positiva se di verso concorde con quello dell'asse rispetto al quale è valutata.

Momento esterno di piano; momento globale dei tagli:

positivo se nel verso che porta l'asse y sull'asse x.

Caratteristiche di sollecitazione - teoria:

momento flettente all'estremo di un'asta: positivo se, inteso come azione del nodo sull'asta, ha il verso definito positivo per la rotazione dei nodi;

taglio positivo se la coppia elementare formata dalle forze applicate alle due facce della sezione generica ha il verso definito positivo per la rotazione dei nodi.

Caratteristiche di sollecitazione - programma:

vale la convenzione della Scienza delle Costruzioni, considerando ciascuna asta orientata nel verso positivo dell'asse cui essa è parallela.

Ingombro complessivo di memoria

L'ingombro della versione in GWBASIC del programma è di circa 18 Kbytes. L'ingombro delle variabili può essere calcolato in funzione dei valori massimi di MI, MJ, MK, ML utilizzati nel loro dimensionamento.

Si sono utilizzate 44 variabili con indice e 31 variabili semplici, per un numero totale di valori pari a:

$$17 \times MI \times MK + 2 \times MJ \times MK + 2 \times MI + 3 \times MJ + 10 \times MK + 3 \times ML + 30.$$

Se si pone $MI = 80$, $MK = 7$, $MJ = 20$, $ML = 50$, il numero totale di variabili è pari a 10270. Poiché in GWBASIC ogni variabile reale a semplice precisione richiede 4 byte, l'ingombro di memoria dei dati è in tal caso pari a circa 41 Kbytes, valore che, sommato a quello del programma, si mantiene inferiore al limite di 64 Kbytes, caratteristico del GWBASIC.

Lo stesso ingombro complessivo può essere ottenuto variando i limiti del dimensionamento l'uno a scapito degli altri. Si può così, per esempio, portare il numero dei piani MK a 12 purché si riduca il numero di pilastri MI a 46, e così via.

c. Descrizione del programma

Nel listato, riportato nel paragrafo seguente, si possono individuare i seguenti blocchi di istruzioni:

A) Dimensionamento delle variabili con indice (linee 100-180).

La linea 100 contiene l'assegnazione dei valori limite degli indici, che possono essere eventualmente variati sulla base di quanto esposto nel paragrafo precedente. Nelle linee successive vengono dimensionate, in base a tali valori, tutte le variabili con indice.

B) Programma principale (linee 500-620).

Contiene il richiamo a tutti i sottoprogrammi, cioè ai blocchi logici nei quali la procedura di soluzione è stata scomposta. Si evidenzia in particolare una prima fase (lettura, stampa ed elaborazione iniziale dei dati geometrici) ed una seconda fase (lettura e stampa dei carichi, elaborazione iniziale dei carichi, risoluzione del sistema, calcolo e stampa dei risultati). Quest'ultima è ripetuta ciclicamente (mediante la struttura logica WHILE ... DO ... [4]), per consentire la risoluzione di più schemi di carico.

C) Input dei dati geometrici ed elastici (istruzioni 1000-1975).

Il sottoprogramma vero e proprio è costituito dalle linee 1000-1080, che contengono il richiamo ad una ulteriore serie di sottoprogrammi, ciascuno dei quali consente la lettura di un insieme omogeneo di informazioni. In essi sono inseriti controlli per evitare che il numero di telai, di piani, di tipi di sezioni o di pilastri sia maggiore di quanto previsto nel dimensionare le variabili con indice, o che il tipo di sezione assegnato ad un'asta non rientri tra quelli definiti.

D) Stampa dei dati geometrici ed elastici (istruzioni 2000-2810).

Anche in questo caso le linee iniziali (2000-2050) contengono il richiamo ai successivi sottoprogrammi che effettuano la stampa dei singoli blocchi di dati.

E) Elaborazione iniziale dei dati geometrici (istruzioni 3000-3930).

Vengono calcolate tutte quelle grandezze, derivate dai dati geometrici ed elastici, che intervengono ripetutamente nel processo di soluzione. Sono evidenziati i tre gruppi di informazioni determinate: indici di rigidezza $w_{(ik)}$ delle aste, somma degli indici di rigidezza delle aste che confluiscono in un nodo, coordinate del baricentro degli indici di rigidezza dei ritti di un interpiano e loro somma e momento di inerzia baricentrico.

F) Input dei carichi verticali, nodali ed orizzontali (istruzioni 4000-4640).

Sono evidenziati i sottoprogrammi che leggono ciascun gruppo di carichi o, se un gruppo non è presente, provvedono ad azzerarne automaticamente i valori.

G) Stampa dei dati relativi ai carichi (istruzioni 5000-5560).

Le linee iniziali (5000-5050) mostrano il richiamo ai sottoprogrammi che effettuano la stampa del singolo gruppo di carichi, condizionata all'esistenza di tali carichi nel caso in esame.

H) Elaborazione iniziale dei dati relativi ai carichi (istruzioni 6000-6230).

Vengono calcolate tutte quelle grandezze, derivate dai dati di carico, che intervengono ripetutamente nel processo di soluzione. Sono evidenziati due blocchi di informazioni: valori relativi al nodo (somma dei momenti di incastro perfetto delle aste che vi concorrono e del momento esterno ivi applicato) e valori relativi all'interpiano (somma delle forze orizzontali sovrastanti e loro momento rispetto al baricentro degli indici di rigidezza dei ritti).

I) Risoluzione iterativa del sistema (istruzioni 7000-7910).

Le istruzioni 7000-7130 mostrano sinteticamente il procedimento seguito: azzeramento iniziale delle incognite, ciclo di operazioni di equilibrio di nodo e di piano, controllo della convergenza mediante l'esame della variabile SQ (azzerata all'inizio di ogni iterazione e posta successivamente pari ad 1 se un nodo o un piano sono squilibrati). In particolare, il sottoprogramma 7400-7490 determina il valore della rotazione del generico nodo I,K necessaria per il suo equilibrio; se tutte le aste che convergono nel nodo hanno sezione di inerzia nulla l'operazione non viene effettuata. Il sottoprogramma 7600-7910 determina il valore delle componenti di movimento relativo tra gli impalcati che racchiudono l'interpiano K, necessarie per l'equilibrio alla traslazione in direzione x e y e alla rotazione. Lo stesso sottoprogramma determina anche gli spostamenti relativi tra i traversi dei telai piani, conseguenti alle componenti di movimento trovate.

L) Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione agli estremi delle aste e degli spostamenti assoluti dei traversi (istruzioni 8000-8750).

Queste grandezze vengono calcolate in funzione dei valori determinati per le rotazioni dei nodi e gli spostamenti relativi dei traversi. Il segno delle caratteristiche di sollecitazione è adeguato alle convenzioni usualmente adottate dalla Scienza delle Costruzioni (considerando positivo per ciascuna asta il verso concorde con quello positivo dell'asse cui essa è parallela).

M) Stampa dei risultati (istruzioni 9000-9660).

Si evidenziano tre blocchi di valori, ciascuno dei quali è stampato mediante un distinto sottoprogramma: spostamenti dei traversi, caratteristiche di sollecitazione nelle travi, caratteristiche di sollecitazione nei pilastri.

d. Codifica del programma.

```

10  ' TELAIO SPAZIALE REGOLARE - programma base
20  '
90  ' ----- dimensiona gli array
100 MI=80 : MK=7 : ML=50 : MJ=20 'valori limite per gli indici degli array
110 OPTION BASE 1 '          estremo inferiore dell'indice degli array
120 DIM MR(MJ), IR(MJ), DL(MI-1), H(MK), NP(MI), DT(MJ)
130 DIM NT(MI-1, MK), NR(MI, MK), ZB(ML), ZH(ML), ZI(ML)
140 DIM WT(MI-1, MK), WR(MI, MK), WN(MI, MK), XG(MK), YG(MK), DG(MJ, MK), WX(MK),
    WY(MK), WF(MK)
150 DIM Q(MI-1, MK), MN(MI, MK), XF(MK), YF(MK), FX(MK), FY(MK), FM(MK)
160 DIM SM(MI, MK), QX(MK), QY(MK), QM(MK)
170 DIM FI(MI, MK), DX(MK), DY(MK), DF(MK), D(MJ, MK)
180 DIM MS(MI-1, MK), MD(MI-1, MK), MT(MI, MK), MP(MI, MK), TS(MI-1, MK),
    TD(MI-1, MK), TR(MI, MK), SN(MI, MK)
480 '
490 ' ----- programma principale
500 GOSUB 1000 '          legge dati geometrici
510 GOSUB 2000 '          stampa dati geometrici
520 GOSUB 3000 '          calcola indici di rigidezza e loro somma
530 READ IV, IM, IO
540 IF IV=0 AND IM=0 AND IO=0 THEN END
550   GOSUB 4000 '          legge i carichi
560   GOSUB 5000 '          stampa i carichi
570   GOSUB 6000 '          calcola somma mom.inc. e somma forze
580   GOSUB 7000 '          effettua la risoluzione iterativa del sistema
590   GOSUB 8000 '          calcola caratterist. di sollec. e spostamento
600   GOSUB 9000 '          stampa i risultati
610   READ IV, IM, IO
620 GOTO 540
980 '
990 ' ----- effettua l'input dei dati geometrici ed elastici
1000 GOSUB 1200 '          legge indicazioni generali
1010 GOSUB 1300 '          legge altezza dei piani
1020 GOSUB 1400 '          legge posizione dei telai
1030 GOSUB 1500 '          legge numerazione dei pilastri
1040 GOSUB 1600 '          legge luce delle campate
1050 GOSUB 1700 '          legge modulo di elasticita'
1060 GOSUB 1800 '          legge dimensioni sezioni tipo
1070 GOSUB 1900 '          legge tipi di sezione delle aste
1080 RETURN
1180 '
1190 ' --- legge indicazioni generali
1200 READ JX, JY, KZ, LZ : JZ=JX+JY
1210 IF JZ>MJ THEN PRINT "NUMERO ECCESSIVO DI TELAI" : STOP
1220 IF KZ>MK THEN PRINT "NUMERO ECCESSIVO DI PIANI" : STOP
1230 IF LZ>ML THEN PRINT "NUMERO ECCESSIVO DI TIPI DI SEZIONE" : STOP
1240 RETURN
1280 '
1290 ' --- legge altezza dei piani
1300 FOR K=1 TO KZ
1310   READ H(K)
1320 NEXT K
1330 RETURN
1380 '
1390 ' --- legge posizione dei telai
1400 FOR J=1 TO JZ
1410   READ DT(J)
1420 NEXT J
1430 RETURN
1470 '
1480 ' --- legge numerazione dei pilastri in carpenteria
1490 '          individua il numero di pilastri per ciascun telaio
1500 I=0

```

```

1505 FOR J=1 TO JZ
1510   IR(J)=1
1515   READ N
1520   IF N=0 THEN 1550
1525   IF I=MI THEN PRINT "NUMERO ECCESSIVO DI PILASTRI":STOP
1530   I=I+1
1535   NP(I)=N
1540   READ N
1545   GOTO 1520
1550   MR(J)=I-IR(J)
1555 NEXT J
1560 IZ=I
1565 RETURN
1580 '
1590 ' --- legge luce delle campate
1600 FOR J=1 TO JZ
1610   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
1620     READ DL(I)
1630   NEXT I
1640 NEXT J
1650 RETURN
1670 '
1680 ' --- legge modulo di elasticita'
1690 '   lo adatta alle unita' di misura interne
1700 READ EL
1710 E=EL*10
1720 RETURN
1780 '
1790 ' --- legge dimensioni delle sezioni tipo e calcola momento d'inerzia
1800 FOR L=1 TO LZ
1810   READ ZB(L),ZH(L)
1820   ZI(L)=ZB(L)*ZH(L)^3/12
1830 NEXT L
1840 RETURN
1880 '
1890 ' --- legge tipi di sezione delle aste
1900 ER=0
1910 '
1920 FOR K=1 TO KZ
1922   FOR J=1 TO JZ
1924     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
1926       READ NT(I,K)
1928       IF NT(I,K)<1 OR NT(I,K)>LZ THEN PRINT "TIPO DI SEZIONE INACCE
TTABILE PER LA TRAVE";I;K : ER=1
1930     NEXT I
1932   NEXT J
1934 NEXT K
1940 '
1950 FOR K=1 TO KZ
1952   FOR I=1 TO IZ
1954     READ NR(I,K)
1956     IF NR(I,K)<1 OR NR(I,K)>LZ THEN PRINT "TIPO DI SEZIONE INACCETTA
BILE PER IL RITTO";I;K : ER=1
1958   NEXT I
1960 NEXT K
1965 '
1970 IF ER=1 THEN STOP
1975 RETURN
1980 '
1990 ' ----- stampa i dati geometrici ed elastici
2000 GOSUB 2100 '           stampa altezza dei piani
2010 GOSUB 2200 '           stampa posizione dei telai
2020 GOSUB 2400 '           stampa luci e sezioni delle travi
2030 GOSUB 2600 '           stampa sezioni dei pilastri
2040 GOSUB 2800 '           stampa modulo di elasticita'
2050 RETURN
2080 '
2090 ' --- stampa altezza dei piani

```

```

2100 PRINT "    ALTEZZA DEI PIANI"
2110 PRINT : PRINT "    PIANO    ALTEZZA (M)" : PRINT
2120 FOR K=1 TO KZ
2130   PRINT USING "    ###    #####.##"; K,H(K)
2140 NEXT K
2150 PRINT : PRINT : PRINT
2160 RETURN
2180 '
2190 ' --- stampa posizione dei telai
2200 PRINT "    POSIZIONE DEI TELAI" : PRINT
2210 V=0 : V$="X"
2220 PRINT "    TELAIO          DISTANZA DALL'ASSE (M)" : PRINT
2230 FOR J=1 TO JZ
2240   IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y" : PRINT
2250   PRINT USING "    ### !          #####.##"; J-V,V$,DT(J)
2260 NEXT J
2270 PRINT : PRINT : PRINT
2280 RETURN
2380 '
2390 ' --- stampa luci e sezioni delle travi
2400 PRINT "    LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI"
2410 PRINT : PRINT "    TELAIO  CAMPATA  PIANO    LUCE          B
      H          INERZIA"
2420 PRINT "                                (M)          (M)          (M)
      (M^4)"
2430 V=0 : V$="X"
2440 FOR J=1 TO JZ
2450   IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
2460   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
2470     PRINT
2480     FOR K=1 TO KZ
2490       L=NT(I,K)
2500       PRINT USING "    ### !    ### -###    ##    #####.##"; J-V,V$,
      NF(I),NP(I+1),K,DL(I);
2510       PRINT USING "    ###.##    ###.##    #####.#####"; ZB(L),
      ZH(L),ZI(L)
2520     NEXT K
2530   NEXT I
2540 NEXT J
2550 PRINT : PRINT : PRINT
2560 RETURN
2580 '
2590 ' --- stampa sezioni dei pilastri
2600 PRINT "    SEZIONI DEI PILASTRI"
2610 PRINT : PRINT "    TELAIO  PILASTRO  PIANO          B
      H          INERZIA"
2620 PRINT "                                (M)          (M)
      (M^4)"
2630 V=0 : V$="X"
2640 FOR J=1 TO JZ
2650   IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
2660   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
2670     PRINT
2680     FOR K=1 TO KZ
2690       L=NR(I,K)
2700       PRINT USING "    ### !    ###    ##          "; J-V,V$,
      NP(I),K;
2710       PRINT USING "    ###.##    ###.##    #####.#####"; ZB(L),
      ZH(L),ZI(L)
2720     NEXT K
2730   NEXT I
2740 NEXT J
2750 PRINT : PRINT : PRINT
2760 RETURN
2780 '
2790 ' --- stampa modulo di elasticita'
2800 PRINT "    MODULO DI ELASTICITA' = ";EL;" KG/CM2"
2810 RETURN

```



```

2970 '
2980 ' ----- calcola l'indice di rigidezza delle aste
2990 '          effettua la loro somma nei nodi e nel piano
3000 GOSUB 3100 '          indici di rigidezza di travi e pilastri
3010 GOSUB 3400 '          somma degli indici di rigidezza nei nodi
3020 GOSUB 3600 '          baricentro dei w' e somma nel piano
3030 RETURN
3080 '
3090 ' --- calcola gli indici di rigidezza di travi e pilastri
3100 FOR K=1 TO KZ
3110   FOR J=1 TO JZ
3120     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
3130       L=NT(I,K)
3140       WT(I,K)=E*ZI(L)/DL(I)
3150     NEXT I
3160   NEXT J
3170   FOR I=1 TO IZ
3180     L=NR(I,K)
3190     WR(I,K)=E*ZI(L)/H(K)
3200   NEXT I
3210 NEXT K
3220 RETURN
3380 '
3390 ' --- calcola la somma degli indici di rigidezza dell'e aste nei nodi
3400 FOR K=1 TO KZ
3410   I=0
3420   FOR J=1 TO JZ
3430     FOR M=1 TO MR(J)
3440       I=I+1
3450       S=WR(I,K)
3460       IF M>1 THEN S=S+WT(I-1,K)
3470       IF M<MR(J) THEN S=S+WT(I,K)
3480       IF K<KZ THEN S=S+WR(I,K+1)
3490       WN(I,K)=S
3500     NEXT M
3510   NEXT J
3520 NEXT K
3530 RETURN
3580 '
3590 ' calcola baricentro dei w' e loro somma nel piano
3600 FOR K=1 TO KZ
3610   J1=1 : J2=JX
3620   GOSUB 3800 '          calcola baricentro delle rigidezze
3630   WX(K)=S : WF(K)=S2
3640   YG(K)=S1
3650   FOR J=J1 TO J2
3660     DG(J,K)=DT(J)-YG(K)
3670   NEXT J
3680   J1=JX+1 : J2=JZ
3690   GOSUB 3800 '          calcola baricentro delle rigidezze
3700   WY(K)=S : WF(K)=WF(K)+S2
3710   XG(K)=S1
3720   FOR J=J1 TO J2
3730     DG(J,K)=XG(K)-DT(J)
3740   NEXT J
3750 NEXT K
3760 RETURN
3780 '
3790 ' calcola baricentro delle rigidezze
3800 S=0 : S1=0 : S2=0
3810 H2=1/H(K)^2
3820 FOR J=J1 TO J2
3830   V=0
3840   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
3850     V=V+WR(I,K)*H2
3860   NEXT I
3870   S=S+V
3880   S1=S1+V*DT(J)

```

```

3890      S2=S2+V*DT(J)^2
3900 NEXT J
3910 IF S<>0 THEN S1=S1/S '          S=0 se non esistono telai in una direzione
3920 S2=S2-S*S1^2
3930 RETURN
3970 '
3980 ' ----- effettua l'input dei carichi verticali, nodali ed orizzontali
3990 '          azzera i carichi che non legge
4000 IF IV=0 THEN GOSUB 4200 ELSE GOSUB 4100
4010 IF IM=0 THEN GOSUB 4400 ELSE GOSUB 4300
4020 IF IO=0 THEN GOSUB 4600 ELSE GOSUB 4500
4030 RETURN
4080 '
4090 ' --- legge carichi verticali
4100 FOR K=1 TO KZ
4110     FOR J=1 TO JZ
4120         FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
4130             READ Q(I,K)
4140         NEXT I
4150     NEXT J
4160 NEXT K
4170 RETURN
4180 '
4190 ' --- azzera carichi verticali
4200 FOR K=1 TO KZ
4210     FOR I=1 TO IZ
4220         Q(I,K)=0
4230     NEXT I
4240 NEXT K
4250 RETURN
4280 '
4290 ' --- legge momenti nodali
4300 FOR K=1 TO KZ
4310     FOR I=1 TO IZ
4320         READ MN(I,K)
4330     NEXT I
4340 NEXT K
4350 RETURN
4380 '
4390 ' --- azzera momenti nodali
4400 FOR K=1 TO KZ
4410     FOR I=1 TO IZ
4420         MN(I,K)=0
4430     NEXT I
4440 NEXT K
4450 RETURN
4480 '
4490 ' --- legge carichi orizzontali
4500 FOR K=1 TO KZ
4510     READ XF(K),YF(K),FX(K),FY(K),FM(K)
4520 NEXT K
4530 RETURN
4580 '
4590 ' --- azzera carichi orizzontali
4600 FOR K=1 TO KZ
4610     XF(K)=0 : YF(K)=0
4620     FX(K)=0 : FY(K)=0 : FM(K)=0
4630 NEXT K
4640 RETURN
4980 '
4990 ' ----- stampa i valori del carico verticale, nodale, orizzontale
5000 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT
5010 PRINT "      CARICHI"
5020 IF IV<>0 THEN GOSUB 5100 '          stampa i carichi verticali
5030 IF IM<>0 THEN GOSUB 5300 '          stampa i momenti nodali
5040 IF IO<>0 THEN GOSUB 5500 '          stampa i carichi orizzontali
5050 RETURN
5080 '

```

```

5090 ' --- stampa i valori del carico verticale
5100 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "    CARICHI VERTICALI"
5110 PRINT : PRINT "    TELAIO        CAMPATA    - PIANO    CARICO"
5120 PRINT "                                (T/M)"
5130 V=0 : V$="X"
5140 FOR J=1 TO JZ
5150     IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
5160     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
5170         PRINT
5180         FOR K=1 TO KZ
5190             PRINT USING "    ### !    ## -###    ##    ####.##" ;
                J-V,V$,NP(I),NP(I+1),K,Q(I,K)
5200         NEXT K
5210     NEXT I
5220 NEXT J
5230 RETURN
5280 '
5290 ' --- stampa i valori dei momenti nodali
5300 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "    MOMENTI NEI NODI"
5310 PRINT : PRINT "    TELAIO PILASTRO PIANO    MOMENTO"
5320 PRINT "                                (TM)"
5330 V=0 : V$="X"
5340 FOR J=1 TO JZ
5350     IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
5360     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
5370         PRINT
5380         FOR K=1 TO KZ
5390             PRINT USING "    ### !    ##    ##    ####.##" ;
                J-V,V$,NP(I),K,MN(I,K)
5400         NEXT K
5410     NEXT I
5420 NEXT J
5430 RETURN
5480 '
5490 ' --- stampa i valori dei carichi orizzontali
5500 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "    FORZE ORIZZONTALI"
5510 PRINT : PRINT "    PIANO        X        Y        FX        FY"
5520 PRINT "                                (M)        (M)        (T)        (T)        ("
5530 FOR K=1 TO KZ
5540     PRINT USING "    ##";K : PRINT USING "    ####.##"; XF(K),YF(K),
        FX(K),FY(K),FM(K)
5550 NEXT K
5560 RETURN
5970 '
5980 ' ----- calcola somma momenti d'incastro perfetto e momenti nei nodi
5990 '          calcola somma forze e momenti di piano
6000 GOSUB 6100 '          somma momenti d'incastro e nodali
6010 GOSUB 6300 '          somma forze e momenti di piano
6020 RETURN
6080 '
6090 ' --- calcola somma momenti d'incastro perfetto e momenti nei nodi
6100 FOR K=1 TO KZ
6110     I=0
6120     FOR J=1 TO JZ
6130         SM(I+1,K)=MN(I+1,K)
6140         FOR M=1 TO MR(J)-1
6150             I=I+1
6160             V=Q(I,K)*DL(I)^2/12
6170             SM(I,K)=SM(I,K)+V
6180             SM(I+1,K)=MN(I+1,K)-V
6190         NEXT M
6200     I=I+1
6210 NEXT J
6220 NEXT K
6230 RETURN
6280 '

```

```

6290 ' --- calcola somma forze e momenti di piano
6300 FOR K=1 TO KZ
6310   QX(K)=FX(K) : QY(K)=FY(K)
6320   QM(K)=FM(K)+FX(K)*(YF(K)-YG(K))-FY(K)*(XF(K)-XG(K))
6330 NEXT K
6340 FOR K=KZ-1 TO 1 STEP-1
6350   K1=K+1
6360   QX(K)=QX(K)+QX(K1)
6370   QY(K)=QY(K)+QY(K1)
6380   QM(K)=QM(K)+QM(K1)+QX(K1)*(YG(K1)-YG(K))-QY(K1)*(XG(K1)-XG(K))
6390 NEXT K
6400 RETURN
6980 '
6990 ' ----- effettua la risoluzione iterativa del sistema
7000 GOSUB 7200 '          azzerata rotazioni e spostamenti
7010 SQ=0
7020 FOR K=1 TO KZ
7030   I=0
7040   FOR J=1 TO JZ
7050     FOR M=1 TO MR(J)
7060       I=I+1
7070       GOSUB 7400 '      operazione di nodo
7080     NEXT M
7090   NEXT J
7100   GOSUB 7600 '      operazione di piano
7110 NEXT K
7120 IF SQ<>0 THEN 7010
7130 RETURN
7180 '
7190 ' --- azzerata rotazioni e spostamenti
7200 FOR K=1 TO KZ
7210   FOR I=1 TO IZ
7220     FI(I,K)=0
7230   NEXT I
7240   FOR J=1 TO JZ
7250     D(J,K)=0
7260   NEXT J
7270   DX(K)=0 : DY(K)=0 : DF(K)=0
7280 NEXT K
7290 RETURN
7380 '
7390 ' --- operazione di nodo per il nodo I,K
7400 IF WN(I,K)=0 THEN RETURN
7410 S=SM(I,K)+6*WR(I,K)*D(J,K)/H(K)
7420 IF K>1 THEN S=S-2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
7430 IF K<KZ THEN S=S+6*WR(I,K+1)*D(J,K+1)/H(K+1)-2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
7440 IF M>1 THEN S=S-2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
7450 IF M<MR(J) THEN S=S-2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
7460 IF ABS (S-4*WN(I,K)*FI(I,K))<.0005 THEN RETURN
7470 FI(I,K)=S/4/WN(I,K)
7480 SQ=1
7490 RETURN
7580 '
7590 ' --- operazione di piano per il piano K
7600 S2=0
7610 J1=1 : J2=JX : GOSUB 7800 '      somma
7620 S1=QX(K)+6*S1/H(K)
7630 IF ABS (S1-12*WX(K)*DX(K))>.0005 THEN DX(K)=S1/12/WX(K) : SQ=1
7640 J1=JX+1 : J2=JZ : GOSUB 7800 '      somma
7650 S1=QY(K)+6*S1/H(K)
7660 IF ABS (S1-12*WY(K)*DY(K))>.0005 THEN DY(K)=S1/12/WY(K) : SQ=1
7670 S2=QM(K)+6*S2/H(K)
7680 IF ABS (S2-12*WF(K)*DF(K))>.0005 THEN DF(K)=S2/12/WF(K) : SQ=1
7690 FOR J=1 TO JX
7700   D(J,K)=DX(K)+DG(J,K)*DF(K)
7710 NEXT J
7720 FOR J=JX+1 TO JZ
7730   D(J,K)=DY(K)+DG(J,K)*DF(K)

```

```

7740 NEXT J
7750 RETURN
7780 '
7790 ' - somma
7800 S1=0
7810 FOR J=J1 TO J2
7820   S=0
7830   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
7840     V=FI(I,K)
7850     IF K>1 THEN V=V+FI(I,K-1)
7860     S=S+V*WR(I,K)
7870   NEXT I
7880   S1=S1+S
7890   S2=S2+S*DG(J,K)
7900 NEXT J
7910 RETURN
7970 '
7980 ' ----- calcola momento flettente, taglio, sforzo normale, spostamenti
7990 '         utilizza le convenz. di segno della Scienza delle Costruzioni
8000 GOSUB 8100 '           calcola momento flettente
8010 GOSUB 8300 '           calcola taglio
8020 GOSUB 8500 '           calcola sforzo normale
8030 GOSUB 8700 '           calcola spostamenti assoluti
8040 RETURN
8080 '
8090 ' --- calcola momento flettente
8100 FOR K=1 TO KZ
8110   FOR J=1 TO JZ
8120     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
8130       V=Q(I,K)*DL(I)^2/12
8140       MS(I,K)=(4*FI(I,K)+2*FI(I+1,K))*WT(I,K)-V
8150       MD(I,K)=-((2*FI(I,K)+4*FI(I+1,K))*WT(I,K)+V)
8160     NEXT I
8170     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
8180       IF K>1 THEN V=FI(I,K-1) ELSE V=0
8190       MT(I,K)=-((4*FI(I,K)+2*V-6*D(J,K)/H(K))*WR(I,K))
8200       MP(I,K)=(2*FI(I,K)+4*V-6*D(J,K)/H(K))*WR(I,K)
8210     NEXT I
8220   NEXT J
8230 NEXT K
8240 RETURN
8280 '
8290 ' --- calcola taglio
8300 FOR K=1 TO KZ
8310   FOR J=1 TO JZ
8320     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
8330       V=Q(I,K)*DL(I)/2
8340       TS(I,K)=V+(MD(I,K)-MS(I,K))/DL(I)
8350       TD(I,K)=-V+(MD(I,K)-MS(I,K))/DL(I)
8360     NEXT I
8370     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
8380       TR(I,K)=(MT(I,K)-MP(I,K))/H(K)
8390     NEXT I
8400   NEXT J
8410 NEXT K
8420 RETURN
8480 '
8490 ' --- calcola sforzo normale
8500 FOR K=KZ TO 1 STEP -1
8510   I=0
8520   FOR J=1 TO JZ
8530     FOR M=1 TO MR(J)
8540       I=I+1
8550       V=0
8560       IF M>1 THEN V=V+TD(I-1,K)
8570       IF M<MR(J) THEN V=V-TS(I,K)
8580       IF K<KZ THEN V=V+SN(I,K+1)
8590       SN(I,K)=V

```

```

8600     NEXT M
8610     NEXT J
8620 NEXT K
8630 RETURN
8680 '
8690 ' --- calcola spostamenti assoluti
8700 FOR K=2 TO KZ
8710     FOR J=1 TO JZ
8720         D(J,K)=D(J,K)+D(J,K-1)
8730     NEXT J
8740 NEXT K
8750 RETURN
8980 '
8990 ' ----- stampa i risultati
9000 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT : PRINT
9010 PRINT "    RISULTATI"
9020 GOSUB 9100 '                stampa spostamenti
9030 GOSUB 9300 '                stampa car. soll. travi
9040 GOSUB 9500 '                stampa car. soll. pilastri
9050 RETURN
9080 '
9090 ' --- stampa gli spostamenti
9100 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "    SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI"
9110 PRINT : PRINT "    TELAIO    IMPALCATO    SPOSTAMENTO"
9120 PRINT "                                (MM)"
9130 V=0 : V$="X"
9140 FOR J=1 TO JZ
9150     IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
9160     PRINT
9170     FOR K=1 TO KZ
9180         PRINT USING "    ## !          ##          #####.###"; J-V,V$,K,
            D(J,K)*1000
9190     NEXT K
9200 NEXT J
9210 RETURN
9280 '
9290 ' --- stampa le caratteristiche di sollecitazione nelle travi
9300 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "    CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE N
ELLE TRAVI"
9310 PRINT : PRINT "    TELAIO CAMPATA PIANO    MOMENTO A    MOMENTO A    TA
GLIO A    TAGLIO A"
9320 PRINT "                                SINISTRA (TM) DESTRA (TM) SINISTRA (T
) DESTRA (T)"
9330 V=0 : V$="X"
9340 FOR J=1 TO JZ
9350     IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
9360     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
9370         PRINT
9380         FOR K=1 TO KZ
9390             PRINT USING "    ### ! ### -### ##"; J-V,V$,NP(I),NP(I+1),K;
9400             PRINT USING "    #####.## " ; MS(I,K),MD(I,K),TS(I,K),TD(I,K)
9410         NEXT K
9420     NEXT I
9430 NEXT J
9440 RETURN
9480 '
9490 ' --- stampa le caratteristiche di sollecitazione nei pilastri
9500 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "    CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE N
EI PILASTRI"
9510 PRINT : PRINT "    TELAIO PILASTRO PIANO    MOMENTO    MOMENTO
TAGLIO    SFORZO"
9520 PRINT "                                SUP. (TM)    INF. (TM)    (T)
NORMALE (T)"
9530 V=0 : V$="X"
9540 FOR J=1 TO JZ
9550     IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
9560     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
9570         PRINT

```

```

9580      FOR K=1 TO KZ
9590          PRINT USING "    ### !    ###    ##"; J-V,V$,NP(I),K;
9600          PRINT USING "    #####.## "; MT(I,K),MP(I,K),TR(I,K),SN(I,K)
9610      NEXT K
9620  NEXT I
9630 NEXT J
9640 PRINT : PRINT "    L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro s
    i ottiene sommando"
9650 PRINT "    il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gl
    i eventuali" : PRINT "    carichi concentrati."
9660 RETURN
9970 '
9980 '    A.G. 28-3-87
9990 '

```

e. Modalità di utilizzazione.

Come è noto, il BASIC consente l'assegnazione di valori alle variabili di ingresso, cioè ai dati del problema, mediante l'istruzione INPUT oppure l'istruzione READ. La prima si presta ad un input conversazionale, nel quale i singoli dati possono essere espressamente richiesti dall'utente. Non è però facilmente possibile la correzione di eventuali errori o la riutilizzazione degli stessi dati a distanza di tempo [4]. Per problemi che richiedono una notevole mole di informazioni in ingresso, come quello in esame, si preferisce quindi utilizzare l'istruzione READ, richiedendo all'utente la memorizzazione dei dati in sequenza mediante l'istruzione DATA.

Nel descrivere la geometria della struttura, si è ritenuto conveniente aggiungere, tra i dati di ingresso, anche la numerazione dei pilastri in carpenteria. Ciò consente infatti di rendere l'output molto più chiaramente leggibile. Inoltre, poiché in genere travi e pilastri di un edificio hanno sezioni fortemente ripetitive, si è preferito consentire l'assegnazione di una tabella di tipi di sezione ed indicare quindi per ogni asta il tipo cui far riferimento. Per semplicità si è ipotizzato che tutte le sezioni siano rettangolari, e quindi definibili mediante le due dimensioni (base ed altezza). In presenza di forme diverse, ad esempio pilastri circolari o travi a T, occorrerà individuare sezioni rettangolari fittizie aventi momento d'inerzia uguale a quello delle sezioni effettive.

Nel descrivere i carichi, si è creata una distinzione tra tre tipologie: carichi verticali uniformemente distribuiti sulle travi, momenti concentrati nei nodi (utili soprattutto per rappresentare la presenza di sbalzi), carichi orizzontali (forze o momenti di piano) applicati a livello degli impalcati. Si consente così all'utente di indicare, mediante tre indici, quali tipi di carichi agiscono ed assegnare solo ad essi il valore.

L'output dei dati e dei risultati viene effettuato mediante l'istruzione PRINT, cioè visualizzato sullo schermo. Per ottenere una stampa su carta è necessario sostituire ad essa l'istruzione LPRINT, oppure sfruttare la possibilità di ridirezione dell'output, consentita dal sistema operativo MS-DOS.

Il programma è stato organizzato in maniera tale da consentire la risoluzione di uno schema geometrico soggetto a più condizioni di carico. I dati vanno pertanto disposti col seguente ordine:

- Gruppo di dati che descrivono la geometria dello schema.
- Gruppo di dati che descrivono la prima condizione di carico.
- Gruppo di dati che descrivono la seconda condizione di carico.
-
- Gruppo di dati che descrivono l'ultima condizione di carico.
- 0, 0, 0 (valori che indicano al calcolatore che non vi sono altre condizioni di carico).

Il gruppo di dati che descrive la geometria dello schema deve rispettare l'ordine di seguito riportato. I valori forniti devono essere conformi alle unità di misura indicate tra parentesi.

- Numero di telai paralleli all'asse x
- Numero di telai paralleli all'asse y.
- Numero di piani.
- Numero di tipi di sezione.
- Altezza dei piani, dal basso verso l'alto (m).
- Numerazione dei pilastri in carpenteria; dopo l'ultimo pilastro di ciascun telaio occorre aggiungere uno 0, che indica al calcolatore la fine dell'insieme di pilastri di quel telaio.
- Luce delle campate (m).
- Modulo di elasticità del materiale (kg cm^{-2}).
- Tipi di sezione delle aste; per ogni tipo occorre indicare prima la base e poi l'altezza (m).
- Per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: travi dell'impalcato – tipo di sezione di ciascuna campata.
- Per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: pilastri dell'interpiano – tipo di sezione di ciascun ritto.

Il gruppo di dati che descrive la singola condizione di carico deve rispettare l'ordine e le unità di misura di seguito indicati.

- Indice di esistenza dei carichi verticali sulle travi (0 = no, 1 = sì).
- Indice di esistenza dei momenti concentrati nei nodi (0 = no, 1 = sì).
- Indice di esistenza dei carichi orizzontali (0 = no, 1 = sì).
- Se il primo indice è 1 – per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: carico verticale su ciascuna campata (t/m).
- Se il secondo indice è 1 – per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: momento concentrato in ciascun nodo (tm).
- Se il terzo indice è 1 – per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: ascissa e ordinata del punto di applicazione della forza di piano (m); componenti in direzione x e y della forza di piano (t); momento esterno di piano (tm).

f. Esempio.

Il programma è stato utilizzato per la risoluzione dello schema intelaiato a tre piani, già analizzato nel paragrafo 1.5.2. Si riportano di seguito le linee di programma contenenti i dati e, nelle pagine successive, i risultati ottenuti.

```

10000 ' ---- spazio per i dati
10010 DATA 3,3,3,8
10020 DATA 3,3,3
10030 DATA 0,3,7,0,3.5,8.5
10040 DATA 1,2,3,0,4,5,6,0,7,8,9,0,1,4,7,0,2,5,8,0,3,6,9,0
10050 DATA 3.5,5,3.5,5,3.5,5,3,4,3,4,3,4
10060 DATA 250000
10070 DATA 0,0,.9,.2,.3,.5,.3,.3,.3,.5,.5,.3,.3,.4,.4,.3
10080 DATA 3,3,2,2,3,3,3,3,3,3,3,3
10090 DATA 3,1,2,3,3,3,3,3,3,3,1,3
10100 DATA 1,1,3,1,3,1,1,3,1,3,1,1
10110 DATA 5,5,5,4,4,4,4,4,4,6,4,4,6,4,4,6,4,4
10120 DATA 7,7,1,4,4,4,4,4,4,8,4,4,8,4,4,1,4,4
10130 DATA 1,1,1,4,4,1,4,4,1,1,4,4,1,4,4,1,1,1
10140 DATA 0,0,1
10150 DATA 4.25,3.5,3.5,0,0,3.8,4.2,5,0,0,1.75,5,2,0,0
10160 DATA 0,0,0

```


ALTEZZA DEI PIANI

PIANO	ALTEZZA (M)
1	3.00
2	3.00
3	3.00

POSIZIONE DEI TELAI

TELAIO	DISTANZA DALL'ASSE (M)
1 X	0.00
2 X	3.00
3 X	7.00
1 Y	0.00
2 Y	3.50
3 Y	8.50

LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	LUCE (M)	TR. (M)	RIGIDO (M)	B (M)	H (M)	INERZIA (M^4)
1 X	1 - 2	1	3.50	0.35	0.35	0.30	0.50	0.003125
1 X	1 - 2	2	3.50	0.25	0.25	0.30	0.50	0.003125
1 X	1 - 2	3	3.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	2 - 3	1	5.00	0.15	0.35	0.30	0.50	0.003125
1 X	2 - 3	2	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	2 - 3	3	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
2 X	4 - 5	1	3.50	0.15	0.15	0.90	0.20	0.000600
2 X	4 - 5	2	3.50	0.15	0.15	0.90	0.20	0.000600
2 X	4 - 5	3	3.50	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
2 X	5 - 6	1	5.00	0.15	0.15	0.90	0.20	0.000600
2 X	5 - 6	2	5.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
2 X	5 - 6	3	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 X	7 - 8	1	3.50	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 X	7 - 8	2	3.50	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 X	7 - 8	3	3.50	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 X	8 - 9	1	5.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 X	8 - 9	2	5.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 X	8 - 9	3	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 Y	1 - 4	1	3.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
1 Y	1 - 4	2	3.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
1 Y	1 - 4	3	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 Y	4 - 7	1	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
1 Y	4 - 7	2	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
1 Y	4 - 7	3	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125

Table with 10 columns: Y-axis, X-axis, Z-axis, L, TR, RIGIDO, B, H, INERZIA. It contains three groups of data for Y-axis values 2, 3, and 6, each with three X-axis values (1, 2, 3) and three Z-axis values (1, 2, 3).

SEZIONI DEI PILASTRI

Table with 6 columns: TELAIO, PILASTRO, PIANO, TR, RIGIDO, B, H, INERZIA. It lists structural sections for various beam-column joints (1X, 2X, 3X) and floor levels (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

1 Y	1	1	0.50	0.30	0.001125
1 Y	1	2	0.40	0.30	0.000900
1 Y	1	3	0.00	0.00	0.000000
1 Y	4	1	0.30	0.30	0.000675
1 Y	4	2	0.30	0.30	0.000675
1 Y	4	3	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	1	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	2	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	3	0.30	0.30	0.000675
2 Y	2	1	0.50	0.30	0.001125
2 Y	2	2	0.40	0.30	0.000900
2 Y	2	3	0.00	0.00	0.000000
2 Y	5	1	0.30	0.30	0.000675
2 Y	5	2	0.30	0.30	0.000675
2 Y	5	3	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	1	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	2	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	3	0.30	0.30	0.000675
3 Y	3	1	0.50	0.30	0.001125
3 Y	3	2	0.00	0.00	0.000000
3 Y	3	3	0.00	0.00	0.000000
3 Y	6	1	0.30	0.30	0.000675
3 Y	6	2	0.30	0.30	0.000675
3 Y	6	3	0.00	0.00	0.000000
3 Y	9	1	0.30	0.30	0.000675
3 Y	9	2	0.30	0.30	0.000675
3 Y	9	3	0.00	0.00	0.000000

MODULO DI ELASTICITA' = 250000 KG/CM2

CARICHI

FORZE ORIZZONTALI

PIANO	X (M)	Y (M)	FX (T)	FY (T)	M (TM)
1	4.25	3.50	3.50	0.00	0.00
2	3.80	4.20	5.00	0.00	0.00
3	1.75	5.00	2.00	0.00	0.00

RISULTATI

SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI

TELAIO	IMPALCATO	SPOSTAMENTO (MM)
1 X	1	0.851
1 X	2	2.098
1 X	3	3.301
2 X	1	1.329
2 X	2	2.895
2 X	3	4.018
3 X	1	1.966
3 X	2	3.958
3 X	3	4.973
1 Y	1	0.639
1 Y	2	1.010
1 Y	3	0.977
2 Y	1	0.081
2 Y	2	0.080
2 Y	3	0.140
3 Y	1	-0.715
3 Y	2	-1.248
3 Y	3	-1.054

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO		MOMENTO A SINISTRA (TM)	MOMENTO A DESTRA (TM)	TAGLIO A SINISTRA (T)	TAGLIO A DESTRA (T)
1 X	1 -	2	1	3.18	-2.76	-1.70	-1.70
1 X	1 -	2	2	1.90	-2.01	-1.12	-1.12
1 X	1 -	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2 -	3	1	1.82	-2.00	-0.76	-0.76
1 X	2 -	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2 -	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	4 -	5	1	0.98	-0.91	-0.54	-0.54
2 X	4 -	5	2	0.79	-0.60	-0.40	-0.40
2 X	4 -	5	3	0.74	-0.90	-0.47	-0.47
2 X	5 -	6	1	0.70	-0.82	-0.30	-0.30
2 X	5 -	6	2	1.25	-1.00	-0.45	-0.45
2 X	5 -	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 X	7 -	8	1	2.96	-2.14	-1.46	-1.46
3 X	7 -	8	2	2.13	-1.66	-1.08	-1.08
3 X	7 -	8	3	0.80	-0.88	-0.48	-0.48

Risoluzione di un telaio
spaziale

3 X	8 -	9	1	1.76	-2.60	-0.87	-0.87
3 X	8 -	9	2	1.13	-1.42	-0.51	-0.51
3 X	8 -	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	1 -	4	1	1.07	-0.63	-0.57	-0.57
1 Y	1 -	4	2	0.33	-0.21	-0.18	-0.18
1 Y	1 -	4	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	4 -	7	1	0.44	-0.72	-0.29	-0.29
1 Y	4 -	7	2	0.13	-0.19	-0.08	-0.08
1 Y	4 -	7	3	-0.04	0.05	0.02	0.02
2 Y	2 -	5	1	0.09	-0.05	-0.05	-0.05
2 Y	2 -	5	2	-0.01	-0.02	-0.00	-0.00
2 Y	2 -	5	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 Y	5 -	8	1	0.03	-0.06	-0.02	-0.02
2 Y	5 -	8	2	0.03	-0.04	-0.02	-0.02
2 Y	5 -	8	3	0.05	-0.05	-0.03	-0.03
3 Y	3 -	6	1	-1.02	0.68	0.56	0.56
3 Y	3 -	6	2	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	3 -	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	6 -	9	1	-0.58	0.90	0.37	0.37
3 Y	6 -	9	2	-0.47	0.41	0.22	0.22
3 Y	6 -	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

TELAIO PILASTRO PIANO			MOMENTO SUP. (TM)	MOMENTO INF. (TM)	TAGLIO (T)	SFORZO NORMALE (T)
1 X	1	1	1.64	-3.03	1.56	2.81
1 X	1	2	1.90	-1.54	1.15	1.12
1 X	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2	1	2.61	-3.52	2.04	-2.05
1 X	2	2	2.01	-1.97	1.33	-1.12
1 X	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	3	1	2.00	-3.22	1.74	-0.76
1 X	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	4	1	0.57	-1.03	0.54	1.41
2 X	4	2	0.44	-0.41	0.28	0.87
2 X	4	3	0.74	-0.35	0.36	0.47
2 X	5	1	0.76	-1.13	0.63	-0.65
2 X	5	2	1.04	-0.85	0.63	-0.42
2 X	5	3	0.90	-0.81	0.57	-0.47
2 X	6	1	0.32	-0.91	0.41	-0.75
2 X	6	2	1.00	-0.50	0.50	-0.45
2 X	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00

3 X	7	1	1.58	-1.89	1.16	3.02
3 X	7	2	1.49	-1.39	0.96	1.57
3 X	7	3	0.80	-0.65	0.48	0.48
3 X	8	1	1.99	-2.10	1.36	-1.64
3 X	8	2	1.93	-1.92	1.28	-1.06
3 X	8	3	0.88	-0.86	0.58	-0.48
3 X	9	1	1.39	-1.80	1.06	-1.38
3 X	9	2	1.42	-1.21	0.88	-0.51
3 X	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	1	1	0.84	-1.02	0.62	0.75
1 Y	1	2	0.33	-0.23	0.18	0.18
1 Y	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	4	1	0.69	-0.70	0.46	-0.40
1 Y	4	2	0.39	-0.38	0.26	-0.12
1 Y	4	3	-0.04	0.05	-0.03	-0.02
1 Y	7	1	0.52	-0.62	0.38	-0.35
1 Y	7	2	0.27	-0.20	0.16	-0.06
1 Y	7	3	-0.05	0.08	-0.04	0.02
2 Y	2	1	0.12	-0.14	0.08	0.05
2 Y	2	2	-0.01	0.02	-0.01	0.00
2 Y	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 Y	5	1	0.09	-0.09	0.06	0.02
2 Y	5	2	-0.01	0.01	-0.00	0.04
2 Y	5	3	0.05	-0.06	0.04	0.03
2 Y	8	1	0.08	-0.08	0.05	-0.07
2 Y	8	2	-0.02	0.02	-0.01	-0.04
2 Y	8	3	0.05	-0.05	0.04	-0.03
3 Y	3	1	-1.02	1.18	-0.73	-0.56
3 Y	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	6	1	-0.76	0.78	-0.51	-0.03
3 Y	6	2	-0.47	0.50	-0.32	-0.22
3 Y	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	9	1	-0.57	0.69	-0.42	0.59
3 Y	9	2	-0.41	0.33	-0.25	0.22
3 Y	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00

L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro si ottiene sommando il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gli eventuali carichi concentrati.

1. M. Capurso, *Introduzione al calcolo automatico delle strutture*, cap. 1, Cremonese, 1977.
2. W. Ettling, G. Solberg, *Il GWBASIC per Personal Computer Olivetti*, McGraw-Hill, 1986.
3. A. Gherzi, *Edifici antisismici con struttura intelaiata in c.a.*, CUEN, 1986.
4. A. Gherzi, *Il personal computer nel calcolo di edifici. Introduzione alla programmazione*, CUEN, 1987.

CAPITOLO SECONDO.

INFLUENZA DI TRATTI RIGIDI E DEFORMABILITÀ A TAGLIO NEL CALCOLO DEI TELAI SPAZIALI.

Aurelio Ghersi

Sommario.

Si generalizza il procedimento proposto per la risoluzione iterativa di telai spaziali per edifici. Lo schema geometrico considerato prevede ancora un doppio ordine di telai a maglie rettangolari, ortogonali tra loro, mutuamente collegati da impalcati indeformabili nel loro piano. La presenza di aste aventi dimensioni della sezione non trascurabili rispetto alla lunghezza viene presa in considerazione schematizzando con tratti infinitamente rigidi le zone di asta interne al nodo, non più puntiforme. Si tiene inoltre conto della deformazione dovuta al taglio.

Summary.

The solution technique for iterative analysis of tridimensional building frames is here generalized. The geometrical scheme still consists of two sets of vertical plane frames, acting in orthogonal directions, connected by rigid floor diaphragms. Beams and columns having greater depths are handled as members with rigid zones at ends. Shear deformation is also taken into account.

2.1. Introduzione.

Per poter analizzare il comportamento di un edificio e determinare lo stato tensionale in esso provocato da un assegnato insieme di carichi è necessario descriverne la struttura mediante un modello matematico (schema), che necessariamente introduce numerose semplificazioni rispetto alla realtà.

Un modello frequentemente adottato è quello di telaio spaziale regolare, che considera la struttura composta da un doppio ordine di telai piani a maglie rettangolari, mutuamente collegati da impalcati indeformabili nel loro piano. Esso può essere risolto col metodo degli spostamenti, assumendo come incognite le rotazioni dei nodi (φ_i) e le tre componenti di movimento relativo degli impalcati (δ_{Grx} , δ_{Gry} , Φ_i).

Lo schema di telaio, piano o spaziale, prevede aste monodimensionali (cioè la cui sezione abbia dimensioni nettamente inferiori rispetto alla lunghezza) convergenti nei punti nodali (fig. 2.1). In realtà, la presenza di riseghe dei pilastri e la non uniformità di sezione delle travi fa sì che spesso gli assi delle aste non convergono in un unico punto (fig. 2.2). Inoltre, le dimensioni stesse della sezione delle aste, per quanto modeste, non sono mai trascurabili, e a volte possono rendere la luce netta sensibilmente differente dalla distanza tra i nodi (fig. 2.3).

Questi problemi, in genere non troppo rilevanti per le strutture intelaiate, diventano oltremodo importanti quando in esse sono inserite aste la cui sezione abbia dimensioni elevate, come nel caso di telai-pareti (*walled frames*) o di pareti di taglio (*shear walls*), molto comuni per edifici di maggior altezza.

In presenza di tali situazioni la ricerca di uno schema rigorosamente valido si presenta alquanto complessa, poiché il modello di trave alla De Saint Venant non è più valido nelle zone nodali non puntiformi. È fisicamente evidente che il tratto di asta interno ad esse abbia una rigidezza

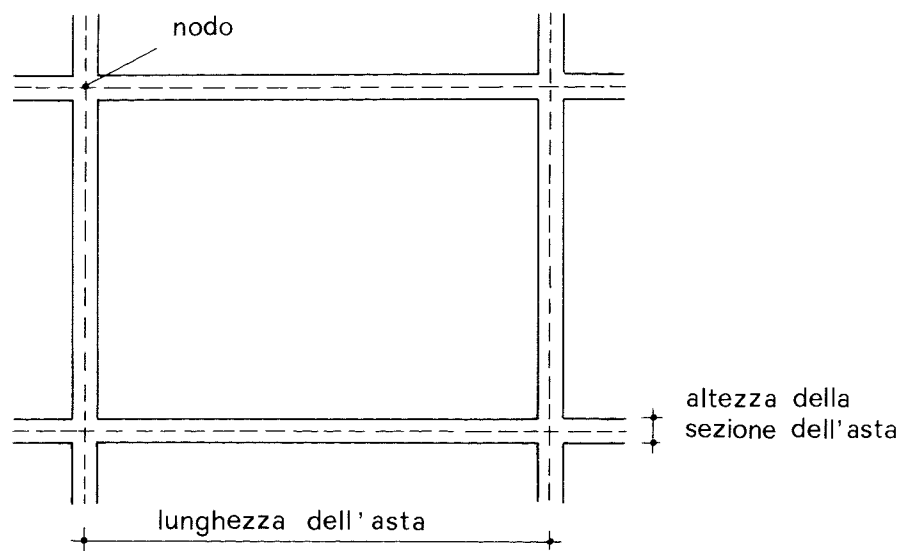


Figura 2.1. Telaio: aste con dimensioni della sezione piccole rispetto alla luce.

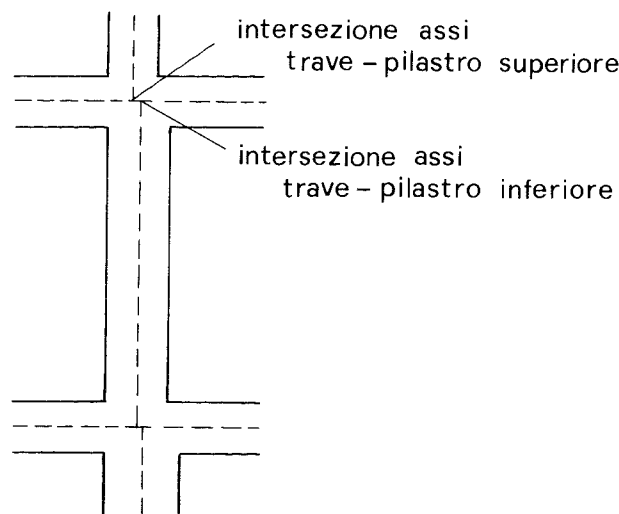


Figura 2.2. Pilastro con risea non simmetrica.

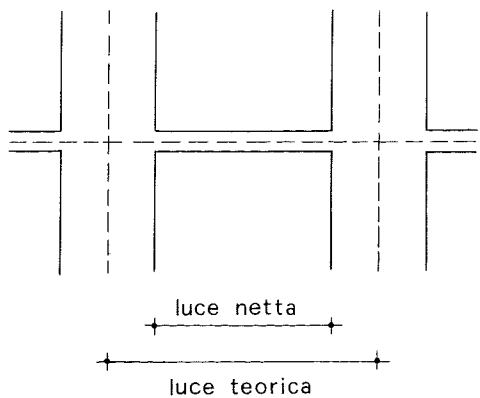


Figura 2.3. Pilastri con sezione di dimensioni non trascurabili rispetto alla luce.

superiore a quella dei tratti esterni. Nell'impossibilità pratica di quantizzare tale differenza, si ricorre frequentemente ad uno schema limite che considera tale tratto infinitamente rigido (fig. 2.4), come mostrato più in dettaglio nel paragrafo seguente. Per analizzare questo modello occorre quindi rimuovere l'ipotesi, usualmente adottata, di aste a sezione costante.

L'esistenza di aste con sezione di notevole altezza richiede una ulteriore generalizzazione del procedimento. In presenza di azioni flettenti e taglianti le aste di un telaio subiscono deformazioni, che possono essere distinte in due aliquote, una dovuta al momento flettente ed una dovuta al taglio. Nelle relazioni in genere utilizzate si tiene conto esclusivamente della prima, cioè di un incurvamento dell'asse nel rispetto della planarità della sezione trasversale (fig. 2.5). Sotto l'azione del taglio, invece, le fibre longitudinali della trave subiscono degli scorrimenti γ , correlati mediante la legge di Hook alle corrispondenti tensioni tangenziali τ e quindi variabili lungo l'altezza della sezione trasversale, che di conseguenza si ingobbisce (fig. 2.6). L'asse geometrico dell'asta viene deviato rispetto alla posizione primitiva di un angolo γ_m , legato al taglio ed alle caratteristiche geometriche ed elastiche della sezione mediante la relazione:

$$\gamma_m = \frac{\chi T}{GA} \quad (1)$$

in cui G è il modulo di elasticità tangenziale, T/A il valore medio delle tensioni tangenziali e χ , detto *fattore di taglio*, un coefficiente che tiene conto del discostarsi delle τ dal valore medio.

2.2. Schematizzazione.

2.2.1. Telai-parete (*walled frames*).

Con tale denominazione si indicano telai con travi alte (ad esempio che comprendono il parapetto sottostante una finestra) e pilastri larghi (che includono buona parte della parete). Questa tipologia (fig. 2.7), in realtà non molto diffusa in Italia, presenta un grande incremento di rigidità e resistenza rispetto ai normali telai, che la rende notevolmente economica e razionale per l'assorbimento delle azioni sismiche. Le esigenze architettoniche ne condizionano però fortemente la adottabilità, spesso limitata alle sole pareti perimetrali.

La notevole altezza della sezione di travi e pilastri rende necessario il ricorso allo schema di aste con tratti rigidi agli estremi (fig. 2.8). La valutazione delle dimensioni da assegnare a tali tratti non è ovviamente semplice, non essendo più valido nella zona di intersezione il principio del De Saint Venant. Studi sperimentali svolti da K. Muto [3], compendiate nelle *norme per il calcolo di strutture in cemento armato* dell'Istituto di Architettura del Giappone, consigliano di porre il limite del tratto rigido ad una distanza dal filo di travi o pilastri pari a un quarto dell'altezza della sezione dell'asta (fig. 2.9). Nella risoluzione dello schema così definito non è, inoltre, più possibile trascurare l'aliquota di deformazione dovuta al taglio.

Ulteriori studi sperimentali hanno mostrato che la schematizzazione innanzi descritta mantiene una buona aderenza al reale comportamento strutturale finché l'area dell'apertura è superiore al 20% della superficie delimitata dagli assi delle aste. Nel caso di aperture minori è invece più corretto considerare l'elemento strutturale come una parete forata.

2.2.2. Pareti di taglio (*shear walls*).

Pareti piene di cemento armato sono frequentemente utilizzate nel caso di edifici di notevole altezza. Una parete isolata (fig. 2.10) può

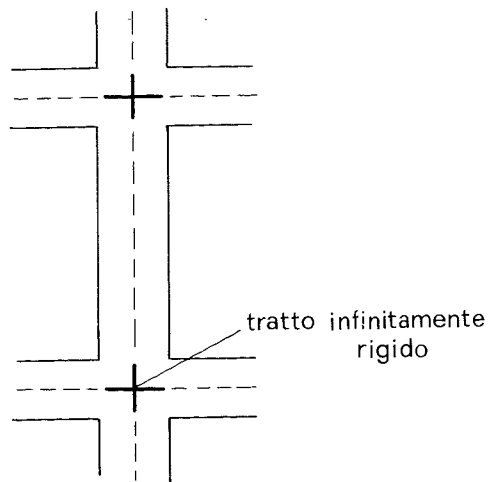


Figura 2.4. Tratti infinitamente rigidi all'estremità delle aste.

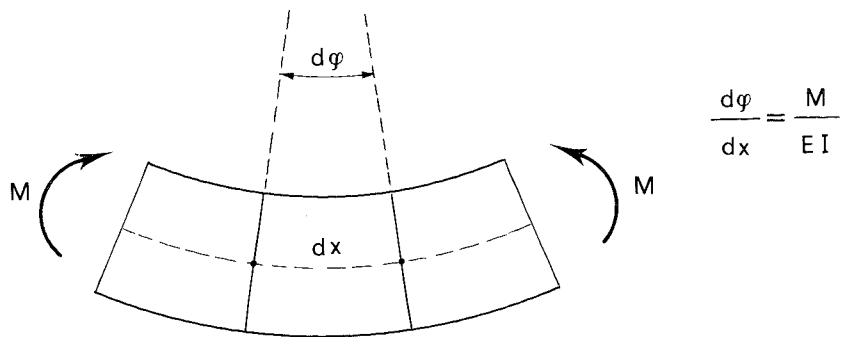


Figura 2.5. Deformazione da flessione.

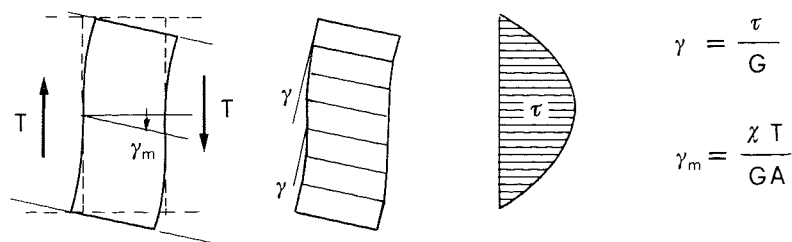


Figura 2.6. Deformazione da taglio.

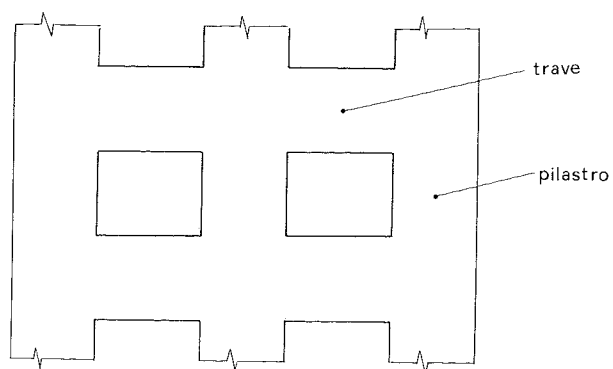


Figura 2.7. Telaio-parete.

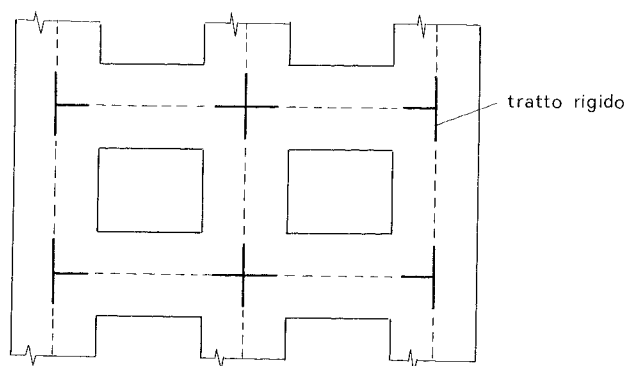


Figura 2.8. Schematizzazione di un telaio-parete.

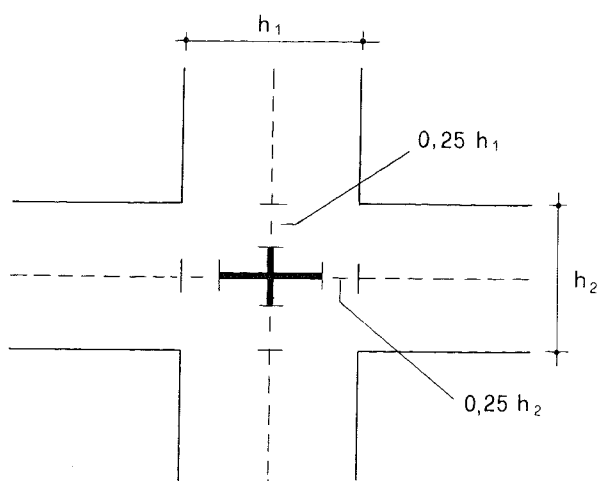


Figura 2.9. Dimensioni dei tratti rigidi.

essere schematizzata come una mensola, vincolata dall'impalcato a spostarsi in maniera congruente con i restanti telai dell'edificio. Il vincolo alla base può essere considerato un incastro solo se la fondazione è effettivamente in grado di impedirne la rotazione alla base. In caso contrario

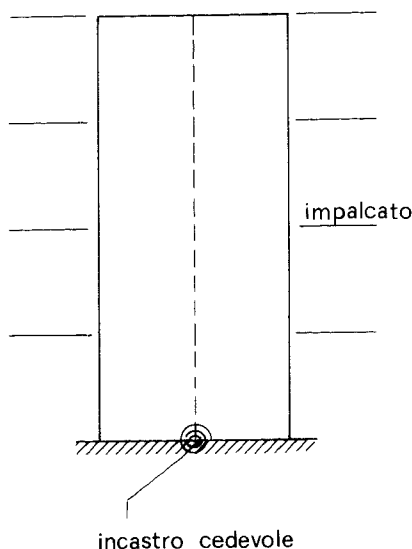


Figura 2.10. Parete di taglio isolata.

è indispensabile tener conto della cedevolezza del vincolo per non sopravvalutare la rigidità dell'elemento. In ogni caso è sempre necessario prendere in considerazione la deformabilità a taglio, che in questo caso è sicuramente predominante rispetto a quella flessionale.

Nel caso di pareti accoppiate tra loro (fig. 2.11) o collegate ad altri pilastri (fig. 2.12) è più corretto ricorrere allo schema di telaio, tenendo conto della deformabilità a taglio e considerando presenti tratti infinitamente rigidi all'estremità delle travi.

Infine, in presenza di pareti forate si può ricorrere alla schematizzazione già descritta per i telai-parete quando le dimensioni della aperture non sono modeste. In caso contrario, è stato sperimentalmente mostrato come sia più corretto considerare la parete integra, valutandone il momento di inerzia al netto del foro e riducendone la rigidità tagliente di un fattore k pari a:

$$k = 1 - 1.25 \sqrt{\frac{A_f}{A_p}}$$

avendo indicato con A_f l'area del foro e A_p la superficie di parete racchiusa tra le linee d'asse di travi e pilastri ideali (fig. 2.13).

2.3. Azioni agli estremi delle aste.

L'analisi del modello di telaio spaziale richiede preliminarmente la definizione dei legami elastici tra componenti di movimenti ed azioni agli estremi delle aste e la valutazione dei momenti di incastro perfetto corrispondenti ai carichi distribuiti. Ciò viene fatto in linea generale nel presente paragrafo, per essere applicato in seguito ai casi particolari di aste con tratto rigido e con deformabilità a taglio.

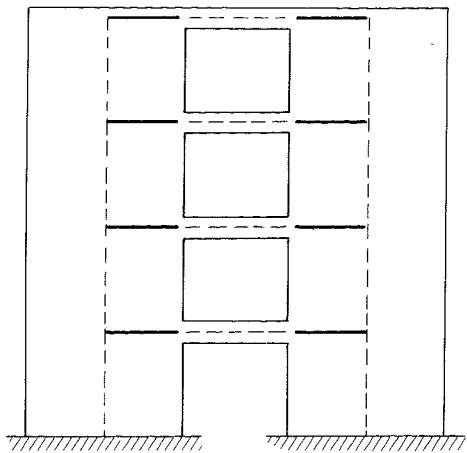


Figura 2.11. Pareti di taglio accoppiate.

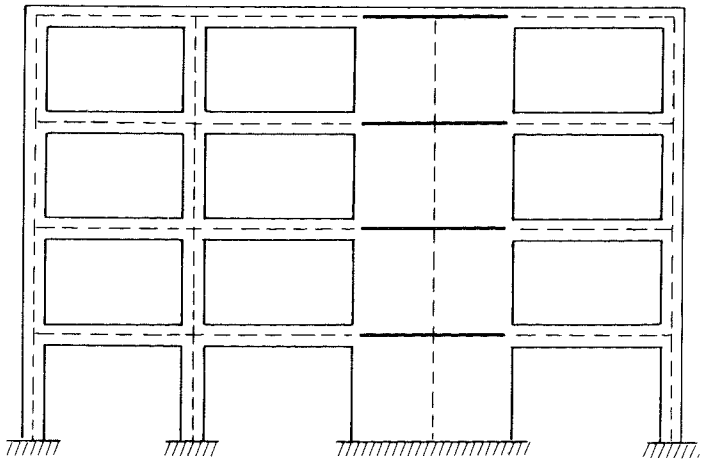


Figura 2.12. Parete di taglio inserita in un telaio.

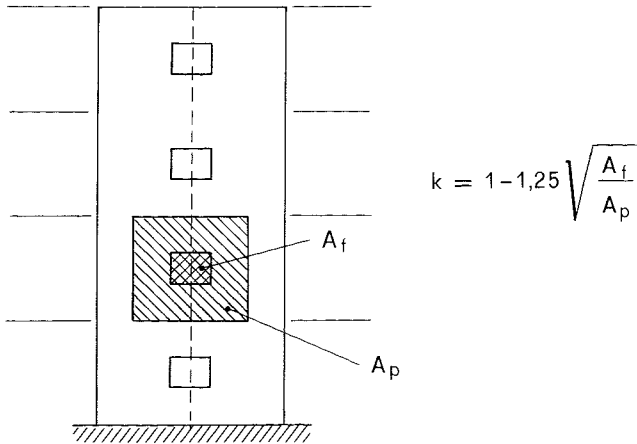


Figura 2.13. Parete di taglio forata.

2.3.1 Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi.

Il primo passo per la determinazione del legame tra azioni flettenti e rotazioni è sempre l'esame di uno schema isostatico. Con riferimento ad una trave semplicemente appoggiata di luce l , occorre determinare le rotazioni φ_i e φ_k provocate in tale schema da una coppia flettente M_i applicata ad un suo estremo (fig. 2.14). Nel caso di trave a sezione

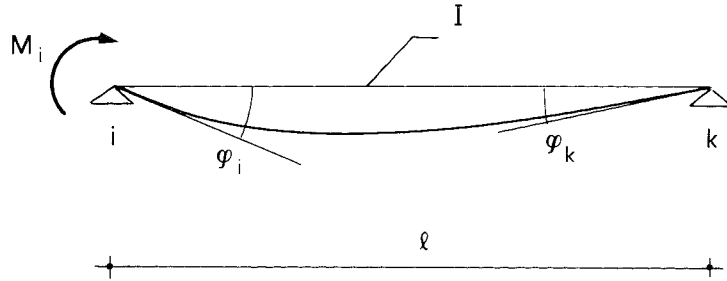


Figura 2.14

costante con un momento d'inerzia I , costituita da materiale di modulo elastico E , trascurando l'effetto della deformazione tagliante le rotazioni sono fornite dalle note espressioni:

$$\varphi_i = \frac{M_i l}{3 E I} ; \quad \varphi_k = - \frac{M_i l}{6 E I} .$$

Tali relazioni considerano positive le rotazioni e le coppie flettenti orarie. Il segno negativo nella seconda corrisponde appunto alla circostanza che ad un momento M_i positivo (orario) corrisponde una rotazione φ_k negativa (antioraria).

In un caso più generale, è sempre possibile esprimere le rotazioni in funzione dei valori innanzi indicati, mediante opportuni coefficienti correttivi U_{ik} e $V_{(ik)}$ che rappresentano il rapporto tra la rotazione che si ottiene nel caso esaminato e quella che si avrebbe per lo schema di base:

$$\varphi_i = \frac{M_i l}{3 E I} U_{ik} ; \quad \varphi_k = - \frac{M_i l}{6 E I} V_{(ik)} . \quad (2')$$

Allo stesso modo, se si applica la coppia M_k al secondo estremo si può scrivere:

$$\varphi_i = - \frac{M_k l}{6 E I} V_{(ik)} ; \quad \varphi_k = \frac{M_k l}{3 E I} U_{ki} . \quad (2'')$$

2.3.2. Determinazione delle rigidezze di nodo e di piano.

Una volta noto il legame tra azioni flettenti e rotazioni nello schema isostatico, si può analizzare lo schema iperstatico di asta con rotazione ad un estremo (che fornisce la rigidezza alla rotazione, o rigidezza di nodo), o con spostamento relativo degli estremi (che fornisce la rigidezza alla traslazione, che può essere detta rigidezza di piano perché solo i ritti di un interpiano possono presentare tale deformazione).

Si prenda innanzitutto in esame lo schema di trave appoggiata ed incastrata, per determinare l'entità della coppia M_i che occorre applicare

per ottenere una rotazione φ_i (fig. 2.15). Per far ciò si può sostituire il vincolo di incastro con un appoggio aggiungendo una coppia M_k tale da

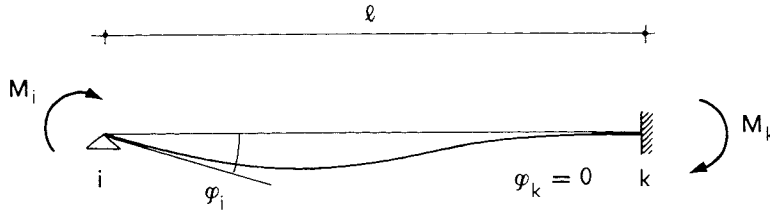


Figura 2.15

annullare la rotazione dell'estremo k. Imponendo questa condizione di congruenza e sfruttando le espressioni determinate in precedenza si ottiene:

$$M_k = \frac{M_i}{2} \frac{V_{(ik)}}{U_{ki}}$$

Si può quindi ricavare la rotazione φ_i come somma dell'effetto di M_i e M_k ed esprimere quindi tali momenti flettenti in funzione di essa:

$$M_i = 4 \frac{EI}{l} \frac{3 U_{ki}}{4 U_{ik} U_{ki} - V_{(ik)}^2} \varphi_i \quad (3)$$

$$M_k = 2 \frac{EI}{l} \frac{3 V_{(ik)}}{4 U_{ik} U_{ki} - V_{(ik)}^2} \varphi_i$$

Si passi poi all'esame dello schema di trave con nodi impediti di ruotare, soggetti ad uno spostamento relativo δ , positivo se la rotazione dell'asta ad esso conseguente è oraria (fig. 2.16). È possibile sostituire i

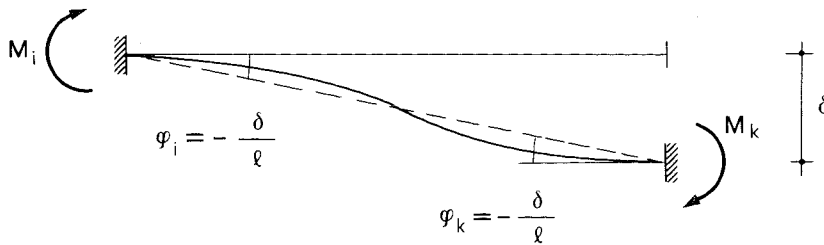


Figura 2.16

vincoli di incastro con appoggi, aggiungendo in corrispondenza di essi le coppie flettenti M_i e M_k tali da rendere nulla la rotazione. Esse devono quindi provocare ad entrambi gli estremi rotazioni, valutate rispetto alla congiungente i nodi, pari $-\delta/l$. Esprimendo questa condizione di congruenza si ottiene un sistema di due equazioni in due incognite la cui risoluzione fornisce i valori:

$$M_i = -6 \frac{EI}{l} \frac{V_{(ik)} + 2 U_{ki}}{4 U_{ik} U_{ki} - V_{(ik)}^2} \frac{\delta}{l} \quad (4)$$

$$M_k = -6 \frac{EI}{l} \frac{V_{(ik)} + 2 U_{ik}}{4 U_{ik} U_{ki} - V_{(ik)}^2} \frac{\delta}{l}$$

2.3.3. Momento flettente e taglio agli estremi di un'asta.

Utilizzando le espressioni innanzi trovate, si può esprimere il momento flettente M_{ik} all'estremo i dell'asta ik in funzione del momento di incastro perfetto \bar{M}_{ik} , della rotazione dei nodi (φ_i, φ_k) e dell'asta $(\psi_{(ik)} = \delta_{jr}/l_{(ik)})$, dell'indice di rigidezza $w'_{(ik)} = (EI/l)_{(ik)}$. La relazione può essere scritta:

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + w''_{(ik)} (4 A_{ik} \varphi_i + 2 B_{(ik)} \varphi_k - 6 C_{ik} \psi_{(ik)}) \quad (5)$$

avendo posto:

$$\begin{aligned} A_{ik} &= \frac{3 U_{ki}}{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}} \\ B_{(ik)} &= \frac{3 V_{(ik)}}{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}} \\ C_{ik} &= \frac{2 U_{ki} + V_{(ik)}}{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}} \\ w''_{(ik)} &= \frac{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}}{4 U_{ik} U_{ki} - V_{(ik)}^2} w'_{(ik)} \end{aligned} \quad (6)$$

Se si indica con T_{ik}^* il taglio che insorgerebbe all'estremo i dell'asta ik per effetto dei carichi ad essa applicati, qualora essa fosse incernierata agli estremi, il taglio effettivo è espresso in generale da:

$$T_{ik} = T_{ik}^* + \frac{M_{ik} + M_{ki}}{l_{(ik)}}$$

Per i rititi, per i quali $T_{ik}^* = \bar{M}_{ik} = \bar{M}_{ki} = 0$, l'espressione diventa:

$$T_{ik} = \frac{(4 A_{ik} + 2 B_{(ik)}) \varphi_i + (4 A_{ki} + 2 B_{(ik)}) \varphi_k - 6 (C_{ik} + C_{ki}) \psi_{(ik)}}{h_t} w''_{(ik)}$$

In base alla definizione innanzi fatta di A_{ik} , $B_{(ik)}$ e C_{ik} si ha però:

$$4 A_{ik} + 2 B_{(ik)} = 6 C_{ik}$$

$$C_{ik} + C_{ki} = 2$$

e quindi:

$$T_{ik} = \frac{6 (C_{ik} \varphi_i + C_{ki} \varphi_k) - 12 \psi_{(ik)}}{h_t} w''_{(ik)} \quad (7)$$

2.3.4. Momento di incastro perfetto.

Nell'espressione del momento flettente innanzi riportata compare il momento d'incastro perfetto corrispondente al carico agente sulla trave. Supponendolo per semplicità uniformemente distribuito, nel caso di asta a sezione costante si ha:

$$\bar{M}_{ik} = -\frac{q l^2}{12}; \quad \bar{M}_{ki} = \frac{q l^2}{12}.$$

Il segno di questi momenti è riportato in base alla convenzione assunta per le azioni flettenti agli estremi delle aste, considerate positive se orarie.

Più in generale, si potrà esprimere il momento d'incastro in funzione di tali valori con opportuni coefficienti correttivi Z_{ik} e Z_{ki} , mediante le espressioni:

$$\bar{M}_{ik} = -\frac{q l^2}{12} Z_{ik}; \quad \bar{M}_{ki} = \frac{q l^2}{12} Z_{ki} \quad (8)$$

2.4. Equazioni di equilibrio.

2.4.1. Equilibrio del nodo.

Sostituendo nella condizione di equilibrio alla rotazione del generico nodo i l'espressione (5) del momento flettente M_{ik} in funzione delle componenti di movimento dei nodi e dei piani, si ottiene:

$$\sum_k \bar{M}_{ik} + \sum_k 4 A_{ik} w''_{(ik)} \varphi_i + \sum_k 2 B_{(ik)} w''_{(ik)} \varphi_k - \sum_k 6 C_{ik} w''_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r} = 0$$

in cui l'ultima sommatoria è estesa ai soli ritti.

Risolvendo in funzione di φ_i , che per la congruenza è indipendente dall'asta e può quindi essere messo in evidenza nella sommatoria, si ha:

$$\varphi_i = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \sum_k 2 B_{(ik)} w''_{(ik)} \varphi_k - \sum_k 6 C_{ik} w''_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r} \right] \frac{1}{\sum_k 4 A_{ik} w''_{(ik)}} \quad (9)$$

2.4.2. Equilibrio del piano alla traslazione.

Sostituendo nella condizione di equilibrio alla traslazione della parte di telaio sovrastante l'interpiano r l'espressione (7) del taglio T_{ik} , si ottiene:

$$Q_r + \sum_r 6 w''_{(ik)} \frac{C_{ik} \varphi_i + C_{ki} \varphi_k}{h_r} - \sum_r 12 w''_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} = 0$$

Esprimendo lo spostamento relativo dei traversi δ_{jr} in funzione dello spostamento relativo δ_{Gr} del punto G_r (baricentro degli indici di rigidezza $w''_{(ik)}$ dei ritti dell'interpiano r) e della rotazione relativa tra gli impalcati Φ_r , e risolvendo in funzione di δ_{Gr} , si ha:

$$\delta_{Gr} = \left[Q_r + \sum_r 6 \frac{w''_{(ik)}}{h_r} (C_{ik} \varphi_i + C_{ki} \varphi_k) \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w''_{(ik)}}{h_r^2}} \quad (10)$$

2.4.3. Equilibrio del piano alla rotazione.

Sostituendo nella condizione di equilibrio alla rotazione della parte di telaio sovrastante l'interpiano r l'espressione (7) di T_{ik} in funzione delle componenti di movimento, si ottiene:

$$M_r + \sum_r 6 w''_{(ik)} \frac{C_{ik} \varphi_i + C_{ki} \varphi_k}{h_r} d_{jr} - \sum_r 12 w''_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} d_{jr} = 0$$

Esprimendo δ_{jr} in funzione δ_{Gr} e Φ_r , e risolvendo in funzione di Φ_r , si ha:

$$\Phi_r = \left[M_r + \sum_r 6 \frac{w''_{(ik)}}{h_r} (C_{ik} \varphi_i + C_{ki} \varphi_k) d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w''_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr}^2} \tag{11}$$

2.5. Tratto rigido all'estremità delle aste.

2.5.1. Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi.

Si prenda in esame lo schema isostatico di trave semplicemente appoggiata di luce l , avente agli estremi tratti infinitamente rigidi di lunghezza $s l$ e $t l$ ed una zona centrale la cui sezione ha momento d'inerzia I (fig. 2.17).

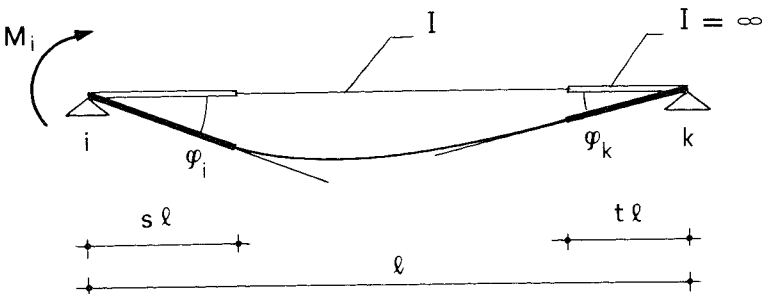


Figura 2.17 Asta con tratti rigidi.

Occorre determinare le rotazioni φ_i e φ_k provocate in tale schema da una coppia flettente M_i applicata ad un suo estremo. Una via molto semplice consiste nell'utilizzare i corollari di Mohr, che mettono in relazione le rotazioni cercate con le reazioni fornite da uno schema equivalente (in questo caso proprio coincidente) caricato con un carico distribuito proporzionale al momento flettente nello schema base attraverso il coefficiente divisivo $E I$. Nel caso in esame il carico è nullo in corrispondenza dei tratti infinitamente rigidi (per i quali $I = \infty$) ed ha un andamento trapezoidale nella zona centrale (fig. 2.18). Imponendo le condizioni di equilibrio si ottiene:

$$\varphi_i = \frac{M_i l}{3 E I} U_{ik};$$

$\frac{M_i}{E I}$

$\frac{M_i}{E I} (1 - s)$

$\frac{M_i}{E I} t$

$$\varphi_k = - \frac{M_i l}{6 E I} V_{(ik)};$$

The diagram shows the Mohr's diagram for the beam. It is a trapezoidal area representing the bending moment distribution, divided by the flexural rigidity $E I$. The left height is $\frac{M_i}{E I}$, the middle height is $\frac{M_i}{E I} (1 - s)$, and the right height is $\frac{M_i}{E I} t$. The diagram is plotted over the beam's length l , with rigid segments of length $s l$ and $t l$ at the ends. At the left support i , the reaction is $R_i = \varphi_i$ (upward). At the right support k , the reaction is $R_k = \varphi_k$ (upward). The right end of the beam is labeled $I = \infty$.

Figura 2.18. Determinazione delle rotazioni mediante i corollari di Mohr.

avendo posto:

$$\begin{aligned} U_{ik} &= (1-s)^3 - t^3; \\ V_{(ik)} &= 1 - 3(s^2 + t^2) + 2(s^3 + t^3) \end{aligned} \quad (12')$$

Allo stesso modo, applicando la coppia M_k al secondo estremo si ottiene:

$$\varphi_i = -\frac{M_k l}{6 E I} V_{(ik)}; \quad \varphi_k = \frac{M_k l}{3 E I} U_{ki};$$

con:

$$U_{ki} = (1-t)^3 - s^3 \quad (12'')$$

Si noti che come caso limite per $s = t = 0$ si ha $U_{ik} = U_{ki} = V_{(ik)} = 1$ e si riottengono quindi le relazioni già note per la trave a sezione costante.

2.5.2. Momenti di incastro perfetto.

Un'altra informazione necessaria per l'analisi del modello di telaio con aste dotate di tratti rigidi è la conoscenza dei momenti di incastro perfetto corrispondenti ad un carico uniformemente distribuito (fig. 2.19). Essi possono in generale essere determinati sostituendo i vincoli di incastro con appoggi ed aggiungendo alle estremità le coppie flettenti cercate, che devono essere tali da annullare la rotazione. Nel caso in esame lo stesso risultato può essere ottenuto, con minori complicazioni analitiche, considerando che il tratto centrale, deformabile, dell'asta è in effetti anch'esso una trave incastrata agli estremi, di luce $(1-s-t)l$.

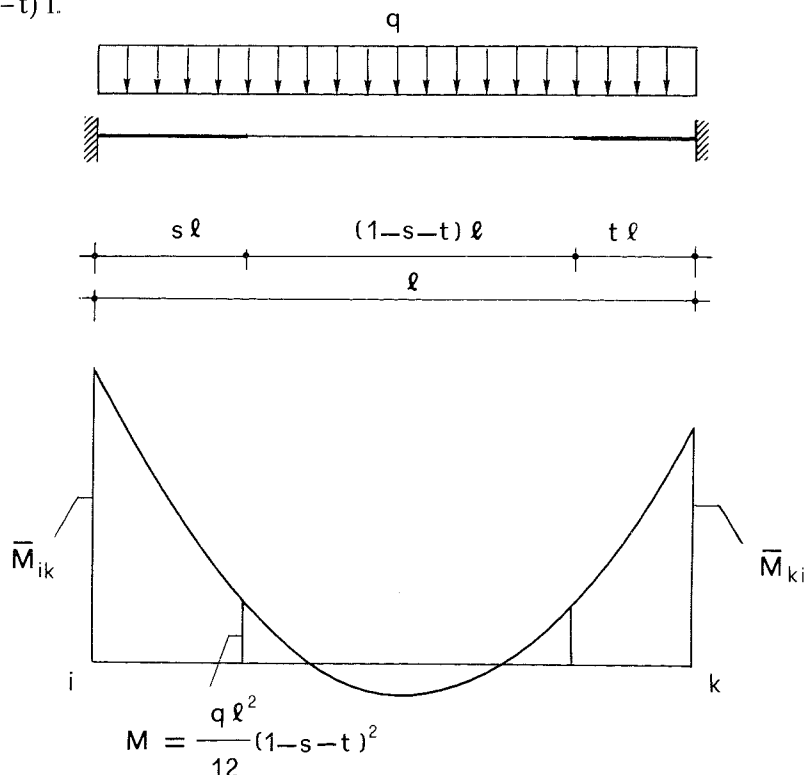


Figura 2.19. Momento flettente provocato da un carico uniforme in un'asta con tratti rigidi all'estremità

Nella sezione di contatto tra tratto rigido e deformabile il momento e il taglio valgono quindi:

$$M = \frac{q l^2}{12} (1-s-t)^2 \quad T = \frac{q l}{2} (1-s-t).$$

Il momento di incastro agli estremi dell'asta può pertanto essere ricavato direttamente imponendo l'equilibrio alla rotazione intorno a tali punti. Si ottiene:

$$\bar{M}_{ik} = -\frac{q l^2}{12} Z_{ik} \quad \bar{M}_{ki} = \frac{q l^2}{12} Z_{ki}$$

avendo posto:

$$\begin{aligned} Z_{ik} &= (1-s-t)^2 + 6s(1-s-t) + 6s^2 \\ Z_{ki} &= (1-s-t)^2 + 6t(1-s-t) + 6t^2 \end{aligned} \quad (13)$$

Si noti che come caso limite per $s = t = 0$ si ha $Z_{ik} = Z_{ki} = 1$ e si riottengono quindi le relazioni già note per la trave a sezione costante.

2.5.3. Considerazioni sui coefficienti correttivi.

Tutti i coefficienti introdotti nel presente paragrafo hanno la funzione di adattare valori usati per le aste a sezione costante al caso in cui siano presenti in esse tratti infinitamente rigidi. Prima ancora di applicare la procedura necessaria per tenerne conto nel calcolo, utili indicazioni si possono ricavare da un loro sommario esame.

Si consideri per semplicità il caso in cui il tratto rigido abbia uguale estensione ad entrambi gli estremi, cioè in cui sia $s = t$. Le espressioni in precedenza riportate si semplificano divenendo:

$$\begin{aligned} A_{ik} &= 1 - s + s^2 \\ B_{(ik)} &= 1 + 2s - 2s^2 \\ C_{ik} &= 1 \\ \frac{w''_{(ik)}}{w'_{(ik)}} &= \frac{1}{(1-2s)^3} \\ Z_{ik} &= 1 + 2s - 2s^2. \end{aligned}$$

I valori dei suddetti parametri sono diagrammati in figura 2.20. Si nota che i coefficienti A_{ik} , $B_{(ik)}$, C_{ik} e Z_{ik} si discostano poco dall'unità, mentre il rapporto w''/w' cresce rapidamente con legge cubica. Appare pertanto possibile, almeno in prima approssimazione e per bassi valori di s , sostituire all'asta dotata di tratti rigidi un'asta della stessa lunghezza, la cui sezione abbia un momento di inerzia maggiorato col cubo del rapporto tra luce lorda e luce netta. Meno corretta risulta invece una schematizzazione a volte utilizzata, che consiste nel considerare in sostituzione un'asta della stessa sezione e di lunghezza pari alla luce netta; in tal caso, infatti, la rigidezza viene incrementata solo della quantità $1/(1-2s)$; il momento d'incastro conseguente a carichi distribuiti risul-

terebbe inoltre ridotto, mentre l'andamento del coefficiente Z_{ik} mostra come esso sia invece leggermente crescente con s .

Il rapido crescere del rapporto w''/w' potrebbe far sorgere qualche perplessità sulla correttezza delle usuali schematizzazioni che trascurano

Influenza di tratti rigidi e deformabilità a taglio nel calcolo dei telai spaziali

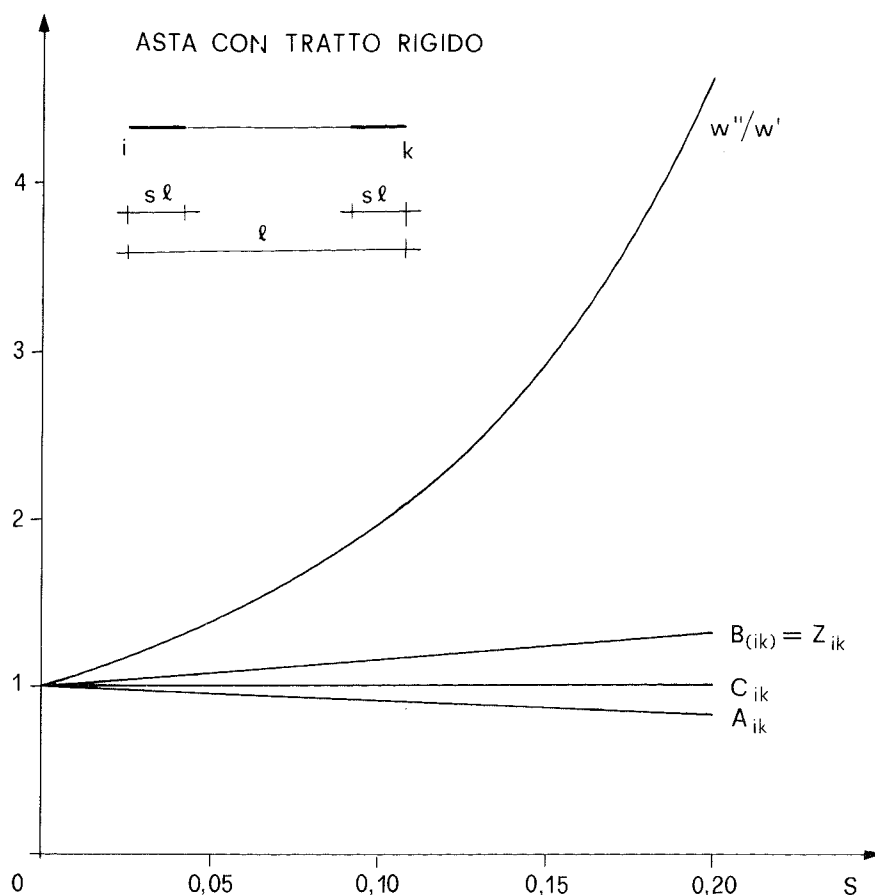


Figura 2.20 Coefficienti correttivi per asta con tratti rigidi all'estremità.

l'incremento di rigidezza dovuto alle dimensioni non puntiformi dei nodi. Raramente la sezione e la lunghezza delle aste sono tali da rendere l'ingombro del nodo inferiore al 5% della luce, e ad $s = 0,05$ corrisponde $w''/w' = 1,37$, cioè un incremento di rigidezza di quasi il 40%. È però da notare che l'irrigidimento avviene contemporaneamente per tutte le aste, anche se non in identica misura, ed è quindi scarsamente rilevante ai fini della distribuzione delle sollecitazioni tra i singoli elementi.

2.5.4. Esempio numerico.

Il procedimento operativo per la risoluzione di uno schema di telaio regolare con tratti rigidi agli estremi delle aste è sostanzialmente coincidente con l'impostazione generale illustrata per il telaio con aste a sezione costante. Differisce infatti da essa solo per la necessità di calcolare preliminarmente i coefficienti correttivi qui definiti e di tener conto di essi nella risoluzione iterativa delle equazioni di equilibrio e nel calcolo dei momenti finali.

A titolo esemplificativo si è presa in esame la struttura già descritta e analizzata nel capitolo 1 ed in precedenti lavori [5], mo-

strata nella figura 2.21. La zona di intersezione delle aste non è in realtà molto ampia. Per massimizzare l'effetto descritto nel paragrafo si è pertanto assunto per i tratti rigidi una dimensione tale da conglobare l'intero nodo, senza le riduzioni consigliate dalla norme giapponesi.

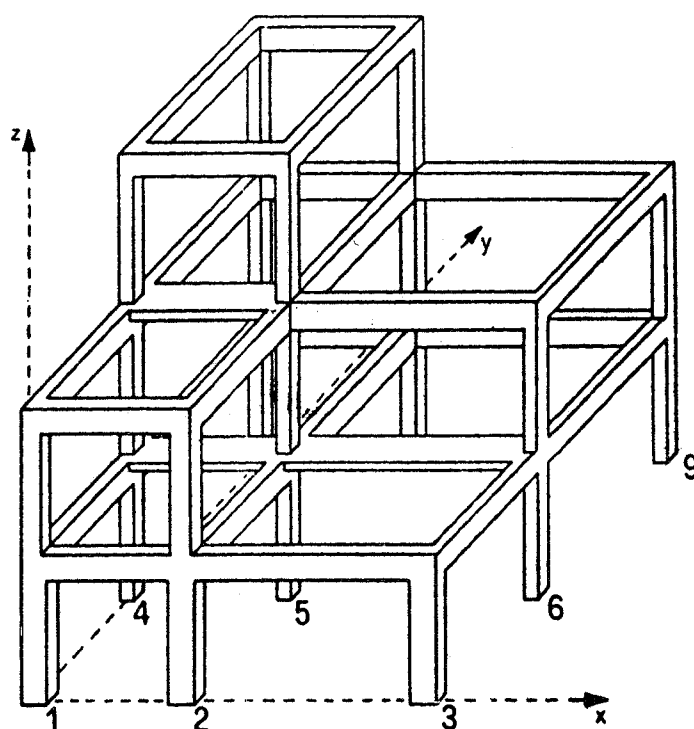


Figura 2.21. Edificio a 3 piani: struttura spaziale composta da travi e pilastri; nella figura non sono riportati i solai, che intervengono però nel calcolo come vincolo mutuo per i nodi di ogni impalcato.

L'asse dei pilastri che presentano riseghe eccentriche è stato assunto coincidente con quello dell'ultimo ordine. Il tratto rigido all'estremo delle travi varia pertanto da un minimo di 15 cm, in corrispondenza dei pilastri di sezione 30×30 , fino ad un massimo di 30 cm in corrispondenza dei pilastri 1, 2 e 3 al primo impalcato. Data la contemporanea presenza di travi emergenti e a spessore, l'asse delle travi è stato schematicamente posto a livello del piano medio dell'impalcato. Il tratto rigido superiore dei pilastri ha quindi una lunghezza di 40 cm in corrispondenza alle travi 30×50 , mentre quello inferiore misura 10 cm al secondo e terzo ordine ed è nullo alla base del telaio (fig. 2.22).

La figura 2.23 mostra i risultati relativi al telaio 1-2-3, parallelo all'asse x, confrontati con quelli già ottenuti in assenza di tratto rigido. La variazione del momento flettente, in genere non molto elevata, raggiunge in alcune sezioni punte rilevanti. Se però si trascura, in coerenza con il modello strutturale, l'effetto flettente nei tratti infinitamente rigidi, il momento non supera mai i valori determinati con la prima schematizzazione. Molto più sensibile è invece l'irrigidimento complessivo, e quindi la differenza degli spostamenti, che risultano ridotti di circa un terzo.

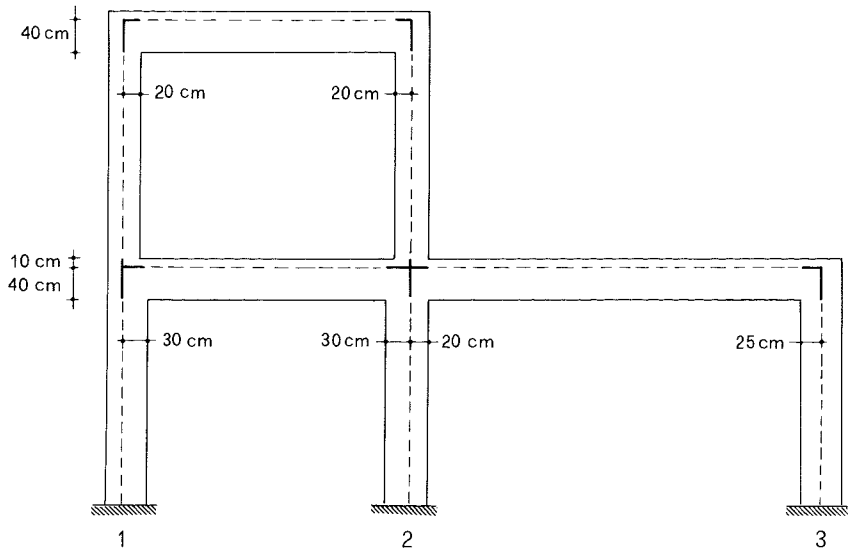


Figura 2.22. Schematizzazione di un telaio piano della struttura spaziale

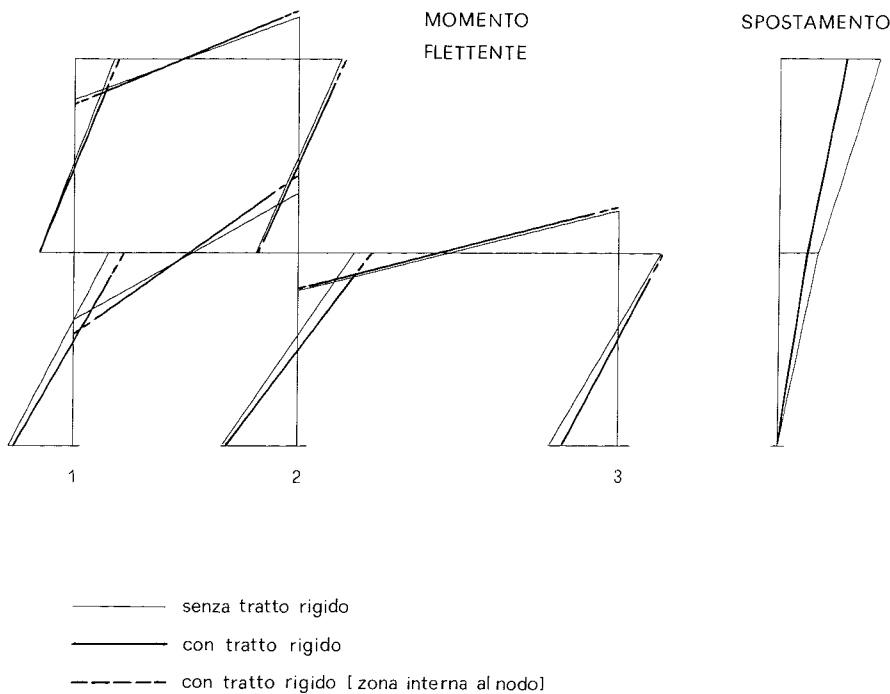


Figura 2.23. Confronto dei risultati ottenuti, con e senza tratti rigidi, per un telaio piano della struttura spaziale.

2.6. Effetto della deformazione dovuta al taglio.

2.6.1. Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi.

Si prenda in esame lo schema di trave semplicemente appoggiata, di luce l , caricata da una coppia flettente M_i applicata ad un suo estremo (fig. 2.24). In essa il taglio T è costante e pari al rapporto M_i/l . In figura 2.25 sono rappresentate (in scala molto amplificata e trascurando l'ingobbimento della sezione) le deformazioni conseguenti alla flessione e al taglio e le rotazioni che insorgono alle estremità dell'asta. Dalla sovrapposizione dei due effetti si ha:

$$\varphi_i = \frac{M_i l}{3 E I} + \frac{\chi T}{G A} \qquad \varphi_k = -\frac{M_i l}{6 E I} + \frac{\chi T}{G A}$$

e quindi:

$$\varphi_i = \frac{M_i l}{3 E I} U_{ik}; \qquad \varphi_k = -\frac{M_i l}{6 E I} V_{(ik)};$$

avendo posto:

$$U_{ik} = 1 + \varepsilon; \qquad V_{(ik)} = 1 - 2 \varepsilon; \qquad (14)$$

$$\varepsilon = \frac{3 E I \chi}{G A l^2}.$$

Analogo risultato si ottiene applicando una coppia M_k all'altro estremo; si noti che il coefficiente U_{ki} che viene in tal modo determinato è in questo caso coincidente con U_{ik} .

2.6.2. Momenti di incastro perfetto.

Per valutare quali siano le variazioni dei momenti di incastro perfetto causate dalle deformazioni taglianti si prenda in esame lo schema isostatico di trave semplicemente appoggiata, gravata da un carico uniforme (fig. 2.26). Il taglio ha un andamento bitriangolare, ed analoga variazione presenta quindi lo scorrimento. Esso provoca nella trave abbassamenti, ma non la rotazione delle sezioni. Ciò è facilmente intuibile se si pensa che nella deformazione da taglio le sezioni devono mantenersi tra loro parallele (a meno dell'ingobbimento) e che per la simmetria dello schema la sezione di mezzzeria può abbassarsi ma deve rimanere verticale. La rotazione delle facce di estremità dell'asta è quindi dovuta esclusivamente alla flessione.

Per rendere lo schema innanzi riportato equivalente a quello di trave incastrata occorre aggiungere due coppie di entità tale da annullare le

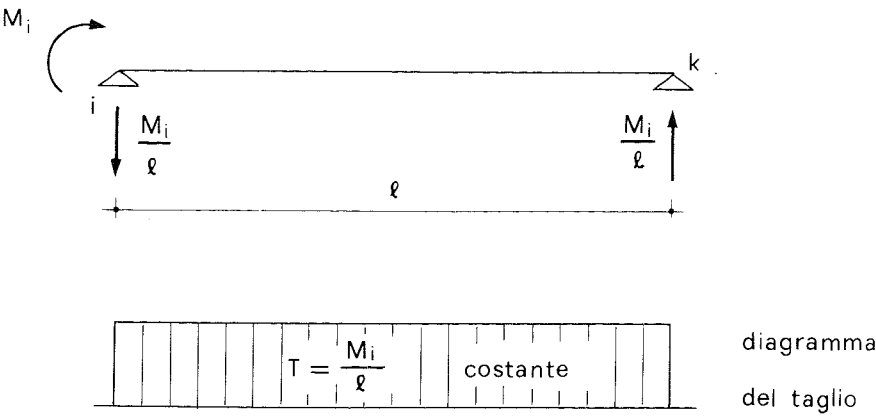


Figura 2.24

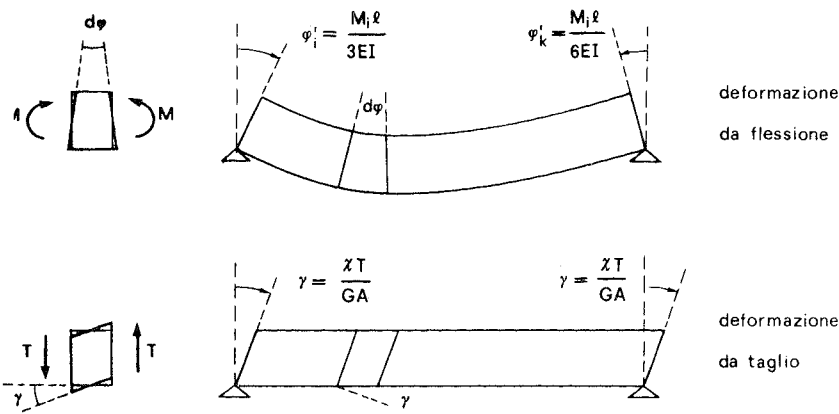


Figura 2.25. Deformazioni da flessione e da taglio per effetto di una coppia M_i applicata ad un estremo.

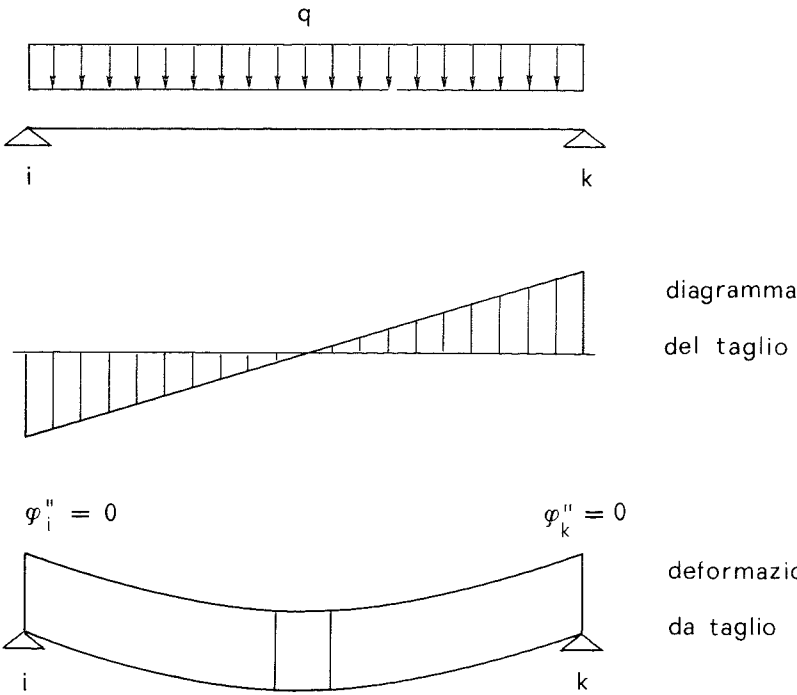


Figura 2.26. Deformazioni da taglio per effetto di un carico uniformemente distribuito.

suddette rotazioni (fig. 2.27). Ancora una volta dalla simmetria dello schema si deduce che le coppie devono essere uguali ed opposte, e quindi

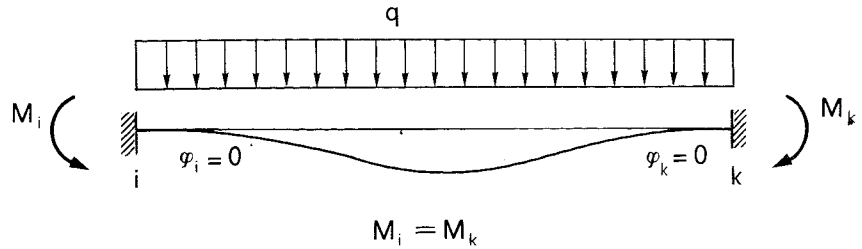


Figura 2.27

non provocare taglio. Il loro valore sarà quindi coincidente con quello determinato in assenza della deformazione tagliante. Si può utilizzare ancora la notazione generale del paragrafo precedente:

$$\overline{M}_{ik} = -\frac{q l^2}{12} Z_{ik} \qquad \overline{M}_{ki} = \frac{q l^2}{12} Z_{ki}$$

essendo però in questo caso $Z_{ik} = Z_{ki} = 1$.

2.6.3. Considerazioni sui coefficienti correttivi.

I coefficienti A_{ik} , $B_{(ik)}$, C_{ik} ed il rapporto w''/w' , utilizzati nell'espressione del momento flettente e delle equazioni di equilibrio, possono essere scritti direttamente in funzione del già definito coefficiente ε :

$$A_{ik} = A_{ki} = 1 + \varepsilon$$

$$B_{(ik)} = 1 - 2\varepsilon$$

$$C_{ik} = C_{ki} = 1$$

$$w''/w' = \frac{1}{1 + 4\varepsilon}.$$

Per telai in cemento armato, con aste a sezione rettangolare, di base b ed altezza h , si ha:

$$I = \frac{b h^3}{12}; \quad A = b h; \quad \chi = 1.2; \quad \frac{G}{E} = 0.45.$$

Il parametro ε è in tal caso funzione esclusivamente del rapporto tra altezza della sezione e lunghezza dell'asta:

$$\varepsilon = 0.3 \frac{E}{G} \frac{h^2}{l^2} = \frac{2}{3} \frac{h^2}{l^2} \quad (15)$$

In figura 2.28 sono diagrammati i valori conseguentemente assunti dai coefficienti caratteristici del problema. Si nota che in questo caso la variazione di A_{ik} e $B_{(ik)}$ è dello stesso ordine di grandezza di quella del rapporto w''/w' . Appaiono quindi poco corrette schematizzazioni semplificate che cerchino di tener conto della minore rigidità provo-

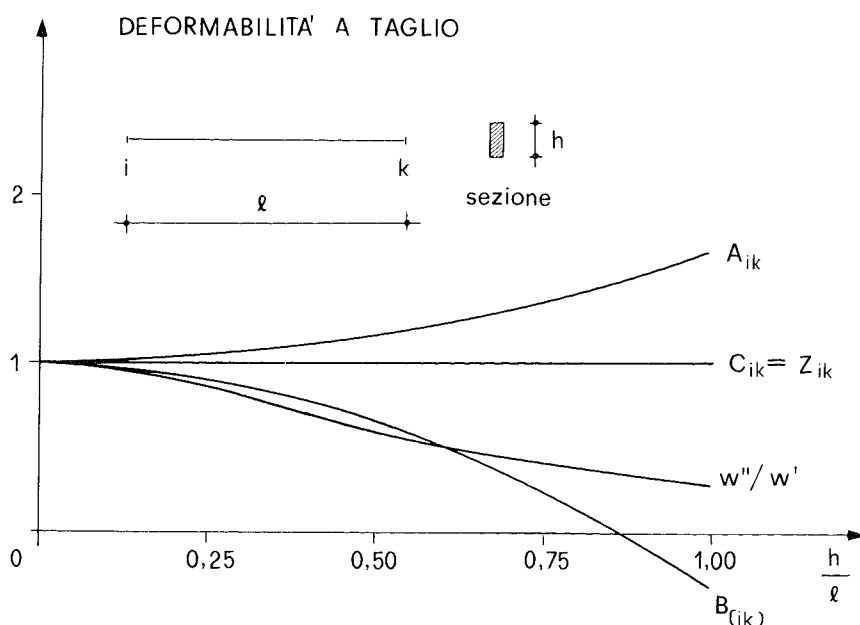


Figura 2.28. Coefficienti correttivi per tener conto della deformabilità da taglio.

cata dal taglio esclusivamente con una riduzione del momento d'inerzia delle aste. Risulta invece confermata la trascurabilità dell'effetto del taglio per le più comuni strutture intelaiate, nelle quali raramente il rapporto h/l supera il valore 0,2. In tal caso, infatti, i coefficienti correttivi non subiscono variazioni maggiori del 10%; la diminuzione di rigidità si risente inoltre su tutte le aste, rendendo praticamente nulle le variazioni delle caratteristiche di sollecitazione. L'effetto diventa sensibile solo per rapporti h/l superiori a 0,5; è però opportuno ricordare che per valori del rapporto prossimi o superiori all'unità, cioè per aste la cui sezione abbia dimensioni comparabili con la lunghezza, la teoria del De Saint Venant, assunta alla base dello schema di trave, non è in realtà più applicabile ed i risultati forniti dallo schema di telaio sono quindi necessariamente approssimati.

2.6.4. Esempio numerico.

A titolo esemplificativo si è presa in esame la struttura già descritta ed analizzata nei paragrafi precedenti. Come facilmente prevedibile, le differenze riscontrate nelle caratteristiche di sollecitazione sono appena percepibili, essendo sempre inferiori al 3%. Leggermente maggiori sono le differenze degli spostamenti, che raggiungono quasi il 5%.

2.7. Effetto contemporaneo di tratto rigido e deformazione da taglio.

2.7.1. Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi.

Si prenda in esame lo schema di trave semplicemente appoggiata, di luce l , avente agli estremi tratti infinitamente rigidi di lunghezza $s l$ e $t l$ ed una zona centrale la cui sezione ha momento di inerzia I (fig. 2.29).

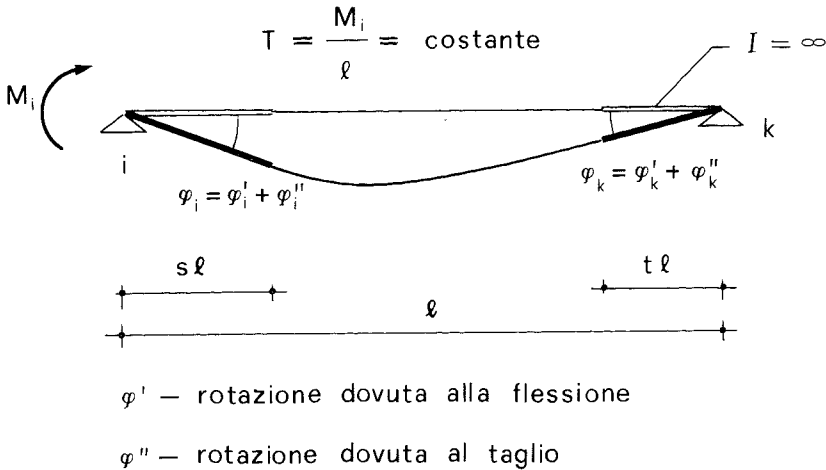


Figura 2.29. Effetto contemporaneo di tratti rigidi e deformabilità a taglio.

Le rotazioni φ_i e φ_k provocate da una coppia M_i possono essere calcolate come somma di una aliquota φ' dovuta alla deformazione flessionale dell'asta, già valutata nel paragrafo 2.5.1, ed una φ'' dovuta alla deformazione da taglio. Nel caso in esame il taglio è costante e pari a M_i/l . Alla deformazione del tratto centrale $\gamma = \chi T/GA$ corrisponderanno rotazioni degli estremi uguali tra loro e determinabili per la congruenza, come mostrato dalla figura 2.30:

$$\varphi'' (1-t) l + \varphi'' t l = \gamma (1-s-t) l$$

e quindi:

$$\varphi'' = \gamma (1-s-t) .$$

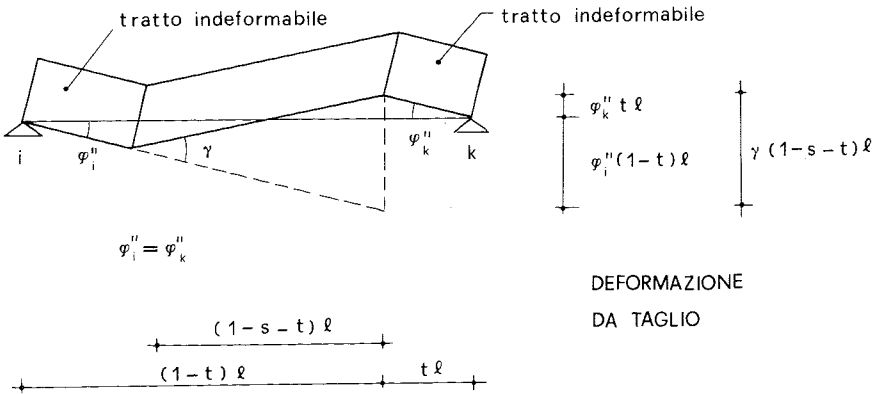


Figura 2.30. Deformazione da taglio in presenza di tratti rigidi.

Le rotazioni complessive sono pertanto:

$$\varphi_i = \frac{M_i l}{3 E I} [(1-s)^3 - t^3] + \frac{\chi M_i}{G A l} (1-s-t)$$

$$\varphi_k = -\frac{M_i l}{6 E I} [1 - 3 (s^2 + t^2) + 2 (s^3 + t^3)] + \frac{\chi M_i}{G A l} (1-s-t)$$

e quindi:

$$\varphi_i = \frac{M_i l}{3 E I} U_{ik}; \quad \varphi_k = -\frac{M_i l}{6 E I} V_{(ik)};$$

avendo posto:

$$U_{ik} = (1-s)^3 - t^3 + \varepsilon (1-s-t);$$

$$V_{(ik)} = 1 - 3 (s^2 + t^2) + 2 (s^3 + t^3) - 2 \varepsilon (1-s-t);$$

$$\varepsilon = \frac{3 E I \chi}{G A l^2}.$$

(16)

Si noti, che ponendo come caso limite $\varepsilon = 0$ (cioè trascurando la deformabilità a taglio) si ricade nelle espressioni del paragrafo 2.5.1, mentre ponendo $s = t = 0$ (assenza di tratto rigido) si ricade in quelle del paragrafo 2.6.1.

2.7.2. Momenti di incastro perfetto.

L'influenza della deformabilità tagliante nella determinazione dei momenti di incastro perfetto in una trave con tratti rigidi all'estremità può essere valutata con facilità se si osserva che il tratto centrale, deformabile, dell'asta si comporta a sua volta come una trave incastrata agli estremi, di luce $(1-s-t) l$. Valgono pertanto per esso le considerazioni già esposte nel paragrafo 2.6.2., in base alle quali si è concluso che, per la simmetria geometrica e di carico, le reazioni di incastro perfetto non vengono influenzate dalla deformabilità a taglio. Il momento d'incastro perfetto è quindi individuato mediante i coefficienti correttivi Z_{ik} forniti dalle espressioni (13).

Bibliografia.

1. J. L. Meek, *Matrix structural analysis*, McGraw-Hill, 1971.
2. S. P. Timoshenko, J. M. Gere, *Mechanics of materials*, Van Nostrand Reinhold Company, 1972.
3. K. Muto, *Aseismic design analysis of buildings*, Maruzen, 1974. Edizione italiana: *Analisi della progettazione antisismica degli edifici*, Flaccovio, 1983.
4. A. Gherzi, *Strutture intelaiate spaziali per edifici*, Giornale del Genio Civile, 1977.
5. A. Gherzi, *Impostazione manuale del calcolo dei telai spaziali*, Ingegneri, 1979.
6. G. Toniolo, *Analisi strutturale con l'elaboratore elettronico*, Masson, 1982.
7. A. Gherzi, S. Saglimbeni, *Prove pilota per una indagine sul comportamento non lineare dei telai spaziali*, Atti del X congresso C.T.A., 1985.

APPENDICE AL CAPITOLO SECONDO
**PROGRAMMA PER LA RISOLUZIONE
DI UN TELAIO SPAZIALE TENENDO CONTO DI TRATTI RIGIDI
E DEFORMABILITÀ A TAGLIO.**

Aurelio Gherzi

a. Introduzione.

Il programma che qui si presenta è una estensione di quello illustrato in appendice al capitolo 1, e consente di tener conto della presenza di tratti rigidi all'estremità delle aste e della deformabilità a taglio. La maggior complessità del problema rende necessario un più elevato numero di variabili. Per tale motivo il dimensionamento, fatto nell'intento di non superare un ingombro di memoria di 64 Kbytes, limita il programma alla risoluzione di schemi composti da un massimo di 20 telai, con un totale di 40 pilastri e 7 piani.

I paragrafi successivi contengono la documentazione del programma, vista come integrazione di quella già fornita per la versione base. Il paragrafo b contiene la descrizione delle variabili aggiunte o che hanno cambiato significato rispetto alla versione precedente. In esso sono anche riportate precise indicazioni sull'ingombro di memoria, che consentono di variare i limiti anzidetti in funzione della capacità di memoria del proprio calcolatore e delle possibilità del BASIC utilizzato. Nel paragrafo c sono descritti i blocchi di istruzioni aggiunti o modificati. Il relativo listato è riportato nel successivo paragrafo d. Il paragrafo e contiene le indicazioni necessarie per utilizzare il programma. I paragrafi f e g contengono infine due esempi che mostrano rispettivamente l'effetto di tratti rigidi e della deformabilità a taglio. Per essi sono riportati i dati necessari per l'elaborazione ed i risultati conseguentemente ottenuti.

b. Elenco delle variabili.

La maggior generalità della impostazione assunta comporta innanzitutto un incremento delle informazioni di ingresso. Occorre infatti definire il modulo di elasticità tangenziale G e l'ampiezza dei tratti rigidi di estremità. Per consentire di trascurare la deformabilità a taglio, si è assunto di indicare convenzionalmente tale situazione assegnando valore nullo a G . L'assenza di tratti rigidi può invece essere indicata semplicemente ponendo pari a 0 la loro ampiezza.

Nell'ambito del programma occorre poi valutare i coefficienti correttivi A , B , C , Z e l'indice di rigidezza modificato w'' . I valori di quest'ultimo possono direttamente essere conservati nelle variabili $WT()$ e $WR()$, al posto dei valori di w' . I coefficienti correttivi potrebbero essere calcolati di volta in volta, ma ciò comporterebbe un sensibile rallentamento del procedimento risolutivo. Si è pertanto preferito determinarne una volta per tutte i valori e memorizzarli in appositi array, anche se ciò ha causato una sensibile diminuzione delle dimensioni del massimo telaio risolubile.

Si riporta di seguito l'elenco delle variabili che sono state aggiunte, o che hanno cambiato significato rispetto alla versione base illustrata in appendice al capitolo 1. Si analizza infine il nuovo ingombro complessivo di memoria, in modo da consentire con facilità variazioni dei limiti di dimensionamento.

teoria	programma	descrizione
s l	RS (I, K)	ampiezza del tratto rigido all'estremo sinistro della trave I, K (m)
t l	RD (I, K)	ampiezza del tratto rigido all'estremo destro della trave I, K (m)
s l	RP (I, K)	ampiezza del tratto rigido all'estremo sinistro (cioè al piede) del ritto I, K (m)
t l	RT (I, K)	ampiezza del tratto rigido all'estremo destro (cioè in testa) del ritto I, K (m)
	GG	modulo di elasticità tangenziale del materiale (kg cm^{-2})
G	G	modulo di elasticità tangenziale (t m^{-2}); $G = GG \times 10$
w''	WT (I, K)	indice di rigidezza modificato della trave I, K (tm)
w''	WR (I, K)	indice di rigidezza modificato del ritto I, K (tm)
A _{ik}	AS (I, K)	coefficiente A per l'estremo sinistro della trave I, K
A _{ki}	AD (I, K)	coefficiente A per l'estremo destro della trave I, K
A _{ik}	AP (I, K)	coefficiente A per l'estremo al piede del ritto I, K
A _{ki}	AT (I, K)	coefficiente A per l'estremo in testa del ritto I, K
B _(ik)	BT (I, K)	coefficiente B per la trave I, K
B _(ik)	BR (I, K)	coefficiente B per il ritto I, K
C _{ik}	CS (I, K)	coefficiente C per l'estremo sinistro della trave I, K
C _{ki}	CD (I, K)	coefficiente C per l'estremo destro della trave I, K
C _{ik}	CP (I, K)	coefficiente C per l'estremo al piede del ritto I, K
C _{ki}	CT (I, K)	coefficiente C per l'estremo in testa del ritto I, K
Z _{ik}	ZS (I, K)	coefficiente Z per l'estremo sinistro della trave I, K
Z _{ki}	ZD (I, K)	coefficiente Z per l'estremo destro della trave I, K
s	S	tratto rigido all'estremo sinistro di un'asta
t	T	tratto rigido all'estremo destro di un'asta
ε	EP	coefficiente ε per un'asta generica
U _{ik}	U1	coefficiente U per l'estremo sinistro di un'asta
U _{ki}	U2	coefficiente U per l'estremo destro di un'asta
V _(ik)	V	coefficiente V per un'asta generica
	V0	$U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}$
A _{ik}	A1	valore per un'asta generica
A _{ki}	A2	valore per un'asta generica
B _(ik)	B	valore per un'asta generica
C _{ik}	C1	valore per un'asta generica
C _{ki}	C2	valore per un'asta generica
Z _{ik}	Z1	valore per un'asta generica
Z _{ki}	Z2	valore per un'asta generica
w''/w'	WW	valore per un'asta generica
1-s-t	Z0	valore per un'asta generica

Ingombro complessivo di memoria.

L'ingombro della versione in GWBASIC del programma è di circa 20 Kbytes. L'ingombro delle variabili può essere calcolato in funzione dei valori massimi di MI, MJ, MK, ML utilizzati nel loro dimensionamento. Si sono utilizzate 60 variabili con indice e 47 variabili semplici, per un numero totale di valori pari a:

$$33 \times MI \times MK + 2 \times MJ \times MK + 2 \times MI + 3 \times MJ + MK + 3 \times ML + 46.$$

Se si pone $MI = 40$, $MK = 7$, $MJ = 20$, $ML = 50$, il numero totale di variabili è pari a 9863, corrispondente a un ingombro di memoria pari a quasi 40 Kbytes, valore che, sommato a quello del programma, si mantiene inferiore al limite di 64 Kbytes, caratteristico del GWBASIC.

Lo stesso ingombro complessivo può essere ottenuto variando i limiti del dimensionamento l'uno a scapito degli altri. Si può così, per esempio, portare il numero massimo dei piani MK a 10 riducendo il numero dei pilastri MI a 28, oppure abbassarlo a 3 aumentando MI a 90.

c. Descrizione del programma.

Nel listato, riportato nel paragrafo seguente, sono riportati esclusivamente quei blocchi di istruzioni che hanno subito aggiunte o modifiche rispetto alla versione base. Denominando i blocchi principali con le stesse lettere utilizzate nel paragrafo 1.c, si ha:

A) Dimensionamento delle variabili con indice.

Nella linea 100 è stato ridotto il valore limite per il numero di pilastri. Sono state aggiunte le linee 190-220, contenenti il dimensionamento delle nuove variabili.

B) Programma principale.

Inalterato.

C) Input dei dati geometrici ed elastici.

La parte principale del sottoprogramma è rimasta inalterata. Sono invece stati modificati i sottoprogrammi 1700 e 1900. Nel primo (modulo di elasticità) è stata aggiunta l'istruzione per l'input del modulo G. Nel secondo (tipi di sezione delle aste) è stata aggiunta la lettura delle dimensioni dei tratti rigidi.

D) Stampa dei dati geometrici ed elastici.

Sono stati modificati i sottoprogrammi 2400 (luci e sezioni delle travi), 2600 (sezioni dei pilastri) e 2800 (modulo di elasticità tangenziale).

E) Elaborazione iniziale dei dati geometrici.

È stato cambiato il sottoprogramma 3100 (indici di rigidezza delle aste), che ora determina anche i coefficienti correttivi A, B, C, Z ed il rapporto w''/w' , utilizzando il sottoprogramma 3300, prima inesistente. È stato modificato anche il sottoprogramma 3400 (somma degli indici di rigidezza delle aste nei nodi).

F) Input dei carichi verticali, nodali ed orizzontali.

Inalterato.

G) Stampa dei dati relativi ai carichi.

Inalterato.

H) Elaborazione iniziale dei dati relativi ai carichi.

È stato variato il sottoprogramma 6100 (somma dei momenti di incastro perfetto) per tener conto dei coefficienti correttivi Z.

I) Risoluzione iterativa del sistema.

Sono stati modificati i sottoprogrammi 7400 (operazione di nodo) e 7800 (somma dei valori per l'operazione di piano), nei quali ora compaiono i coefficienti B e C.

L) Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione agli estremi delle aste e degli spostamenti assoluti dei traversi.

È cambiato solo il sottoprogramma 8100, relativo al calcolo del momento flettente agli estremi delle aste.

M) Stampa dei risultati.

Inalterato.

d. Codifica del programma.

Si riportano di seguito solo i blocchi variati rispetto alla impostazione di base, individuati mediante le lettere già utilizzate nel paragrafo 1.c.

A) Dimensionamento delle variabili.

```

100 MI=40 : MK=7 : ML=50 : MJ=20 'valori limite per gli indici degli array
110 OPTION BASE 1 ' estremo inferiore dell'indice degli array
120 DIM MR(MJ),IR(MJ),DL(MI-1),H(MK),NP(MI),DT(MJ)
130 DIM NT(MI-1,MK),NR(MI,MK),ZB(ML),ZH(ML),ZI(ML)
140 DIM WT(MI-1,MK),WR(MI,MK),WN(MI,MK),XG(MK),YG(MK),DG(MJ,MK),WX(MK),
    WY(MK),WF(MK)
150 DIM Q(MI-1,MK),MN(MI,MK),XF(MK),YF(MK),FX(MK),FY(MK),FM(MK)
160 DIM SM(MI,MK),QX(MK),QY(MK),QM(MK)
170 DIM FI(MI,MK),DX(MK),DY(MK),DF(MK),D(MJ,MK)
180 DIM MS(MI-1,MK),MD(MI-1,MK),MT(MI,MK),MP(MI,MK),TS(MI-1,MK),
    TD(MI-1,MK),TR(MI,MK),SN(MI,MK)
190 DIM RS(MI-1,MK),RD(MI-1,MK),RT(MI,MK),RP(MI,MK)
200 DIM AS(MI-1,MK),AD(MI-1,MK),AT(MI,MK),AP(MI,MK)
210 DIM BT(MI-1,MK),BR(MI,MK),CS(MI-1,MK),CD(MI-1,MK),CT(MI,MK),CP(MI,MK)
220 DIM ZS(MI-1,MK),ZD(MI-1,MK)

```

C) Lettura dei dati geometrici ed elastici.

```

1670 '
1680 ' --- legge modulo di elasticita'
1690 ' lo adatta alle unita' di misura interne
1700 READ EL,GG
1710 E=EL*10
1720 G=GG*10
1730 RETURN

1880 '
1890 ' --- legge tipi di sezione delle aste e lunghezza tratti rigidi
1900 ER=0
1910 '
1920 FOR K=1 TO KZ
1922   FOR J=1 TO JZ
1924     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
1926       READ NT(I,K),RS(I,K),RD(I,K)
1928       IF NT(I,K)<1 OR NT(I,K)>LZ THEN PRINT "TIPO DI SEZIONE INACCE
          TTABILE PER LA TRAVE";I;K : ER=1
1930     NEXT I
1932   NEXT J
1934 NEXT K
1940 '
1950 FOR K=1 TO KZ
1952   FOR I=1 TO IZ
1954     READ NR(I,K),RP(I,K),RT(I,K)
1956     IF NR(I,K)<1 OR NR(I,K)>LZ THEN PRINT "TIPO DI SEZIONE INACCETTA
          BILE PER IL RITTO";I;K : ER=1
1958   NEXT I
1960 NEXT K
1965 '
1970 IF ER=1 THEN STOP
1975 RETURN

```

D) Stampa dei dati geometrici ed elastici.

91

Influenza di tratti rigidi e deformabilità a taglio nel calcolo dei telai spaziali

```

2380 '
2390 ' --- stampa luci e sezioni delle travi
2400 PRINT "      LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI"
2410 PRINT : PRINT "      TELAIO CAMPATA PIANO      LUCE      TR. RIGIDO      B
      H      INERZIA"
2420 PRINT "      (M)      (M)      (M)      (M)      (M)
      (M^4)"
2430 V=0 : V$="X"
2440 FOR J=1 TO JZ
2450     IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
2460     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
2470         PRINT
2480         FOR K=1 TO KZ
2490             L=NT(I,K)
2500             PRINT USING "      ### !      ### -###      ##      ####.###"; J-V,V$,
      NP(I),NP(I+1),K,DL(I);
2510             PRINT USING "      ##.##      ##.##"; RS(I,K),RD(I,K);
2520             PRINT USING "      ##.##      ##.##      ###.#####"; ZB(L),ZH(L),ZI(L)
2530         NEXT K
2540     NEXT I
2550 NEXT J
2560 PRINT : PRINT : PRINT
2570 RETURN
2580 '
2590 ' --- stampa sezioni dei pilastri
2600 PRINT "      SEZIONI DEI PILASTRI"
2610 PRINT : PRINT "      TELAIO PILASTRO PIANO      TR. RIGIDO      B
      H      INERZIA"
2620 PRINT "      (M)      (M)      (M)      (M)
      (M^4)"
2630 V=0 : V$="X"
2640 FOR J=1 TO JZ
2650     IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
2660     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
2670         PRINT
2680         FOR K=1 TO KZ
2690             L=NR(I,K)
2700             PRINT USING "      ### !      ###      ##      "; J-V,V$,
      NP(I),K;
2710             PRINT USING "      ##.##      ##.##"; RP(I,K),RT(I,K);
2720             PRINT USING "      ##.##      ##.##      ###.#####"; ZB(L),ZH(L),ZI(L)
2730         NEXT K
2740     NEXT I
2750 NEXT J
2760 PRINT : PRINT : PRINT
2770 RETURN
2780 '
2790 ' --- stampa modulo di elasticita'
2800 PRINT "      MODULO DI ELASTICITA' = ";EL;" KG/CM2"
2810 IF GG<>0 THEN PRINT "      MODULO DI ELASTICITA' TANGENZIALE = ";GG;
      " KG/CM2"
2820 RETURN

```

E) Elaborazione iniziale dei dati geometrici.

```

3080 '
3090 ' --- calcola gli indici di rigidezza di travi e pilastri
3100 FOR K=1 TO KZ
3105     FOR J=1 TO JZ
3110         FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
3115             L=NT(I,K)
3120             WT(I,K)=E*ZI(L)/DL(I)
3125             S=RS(I,K)/DL(I)
3130             T=RD(I,K)/DL(I)
3135             IF G=0 THEN EP=0 ELSE EP=.3*E/G*(ZH(L)/DL(I))^2

```

```

3140      GOSUB 3300 '                determina A,B,C,w'/w",Z
3145      AS(I,K)=A1
3150      AD(I,K)=A2
3155      BT(I,K)=B
3160      CS(I,K)=C1
3165      CD(I,K)=C2
3170      WT(I,K)=WW*WT(I,K)
3175      ZS(I,K)=Z1
3180      ZD(I,K)=Z2
3185      NEXT I
3190      NEXT J
3195      FOR I=1 TO IZ
3200          L=NR(I,K)
3205          WR(I,K)=E*ZI(L)/H(K)
3210          S=RP(I,K)/H(K)
3215          T=RT(I,K)/H(K)
3220          IF G=0 THEN EP=0 ELSE EP=.3*E/G*(ZH(L)/DL(I))^2
3225          GOSUB 3300 '                determina A,B,C,w'/w",Z
3230          AP(I,K)=A1
3235          AT(I,K)=A2
3240          BR(I,K)=B
3245          CP(I,K)=C1
3250          CT(I,K)=C2
3255          WR(I,K)=WW*WR(I,K)
3260      NEXT I
3265      NEXT K
3270      RETURN
3280 '
3290 ' --- determina coefficienti U, V, A, B, C, w'/w", Z
3300 U1=(1-S)^3-T^3+EP*(1-S-T)
3305 U2=(1-T)^3-S^3+EP*(1-S-T)
3310 V=1-3*(S^2+T^2)+2*(S^3+T^3)-2*EP*(1-S-T)
3315 V0=U1+U2+V
3320 A1=3*U2/V0
3325 A2=3*U1/V0
3330 B=3*V/V0
3335 C1=(2*U2+V)/V0
3340 C2=(2*U1+V)/V0
3345 WW=V0/(4*U1*U2-V^2)
3350 Z0=1-S-T
3355 Z1=Z0^2+6*S*Z0+6*S^2
3360 Z2=Z0^2+6*T*Z0+6*T^2
3365 RETURN
3380 '
3390 ' --- calcola la somma degli indici di rigidezza delle aste nei nodi
3400 FOR K=1 TO KZ
3410     I=0
3420     FOR J=1 TO JZ
3430         FOR M=1 TO MR(J)
3440             I=I+1
3450             S=AT(I,K)*WR(I,K)
3460             IF M>1 THEN S=S+AD(I-1,K)*WT(I-1,K)
3470             IF M<MR(J) THEN S=S+AS(I,K)*WT(I,K)
3480             IF K<KZ THEN S=S+AP(I,K+1)*WR(I,K+1)
3490             WN(I,K)=S
3500         NEXT M
3510     NEXT J
3520 NEXT K
3530 RETURN

```

H) Elaborazione iniziale dei dati relativi ai carichi.

```

6080 '
6090 ' --- calcola somma momenti d'incastro perfetto e momenti nei nodi
6100 FOR K=1 TO KZ
6110     I=0
6120     FOR J=1 TO JZ

```

```

6130     SM(I+1,K)=MN(I+1,K)
6140     FOR M=1 TO MR(J)-1
6150         I=I+1
6160         V=Q(I,K)*DL(I)^2/12
6170         SM(I,K)=SM(I,K)+V*ZS(I,K)
6180         SM(I+1,K)=MN(I+1,K)-V*ZD(I,K)
6190     NEXT M
6200     I=I+1
6210 NEXT J
6220 NEXT K
6230 RETURN

```

I) Risoluzione iterativa del sistema.

```

7380 '
7390 ' --- operazione di nodo per il nodo I,K
7400 IF WN(I,K)=0 THEN RETURN
7410 S=SM(I,K)+6*CT(I,K)*WR(I,K)*D(J,K)/H(K)
7420 IF K>1 THEN S=S-2*BR(I,K)*WR(I,K)*FI(I,K-1)
7430 IF K<KZ THEN S=S+6*CP(I,K+1)*WR(I,K+1)*D(J,K+1)/H(K+1)-2*BR(I,K+1)*
    WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
7440 IF M>1 THEN S=S-2*BT(I-1,K)*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
7450 IF M<MR(J) THEN S=S-2*BT(I,K)*WT(I,K)*FI(I+1,K)
7460 IF ABS (S-4*WN(I,K)*FI(I,K))<.0005 THEN RETURN
7470 FI(I,K)=S/4/WN(I,K)
7480 SQ=1
7490 RETURN

7780 '
7790 ' -- somma
7800 S1=0
7810 FOR J=J1 TO J2
7820     S=0
7830     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
7840         V=CT(I,K)*FI(I,K)
7850         IF K>1 THEN V=V+CP(I,K)*FI(I,K-1)
7860         S=S+V*WR(I,K)
7870     NEXT I
7880     S1=S1+S
7890     S2=S2+S*DG(J,K)
7900 NEXT J
7910 RETURN

```

L) Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione.

```

8080 '
8090 ' --- calcola momento flettente
8100 FOR K=1 TO KZ
8110     FOR J=1 TO JZ
8120         FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
8130             V=Q(I,K)*DL(I)^2/12
8140             MS(I,K)=(4*AS(I,K)*FI(I,K)+2*BT(I,K)*FI(I+1,K))*WT(I,K)-V
8150             MD(I,K)=-((2*BT(I,K)*FI(I,K)+4*AD(I,K)*FI(I+1,K))*WT(I,K)+V)
8160         NEXT I
8170         FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
8180             IF K>1 THEN V=FI(I,K-1) ELSE V=0
8190             MT(I,K)=-((4*AT(I,K)*FI(I,K)+2*BR(I,K)*V-6*CT(I,K)*D(J,K)/
                H(K))*WR(I,K))
8200             MP(I,K)=(2*BR(I,K)*FI(I,K)+4*AP(I,K)*V-6*CP(I,K)*D(J,K)/
                H(K))*WR(I,K)
8210         NEXT I
8220     NEXT J
8230 NEXT K
8240 RETURN

```

e. Modalità di utilizzazione.

Il programma descritto nel presente capitolo è una estensione della versione base illustrata in appendice al capitolo 1. Le scelte generali, relative al tipo di istruzioni di lettura dati (READ e DATA), ai valori da fornire, all'istruzione di output (PRINT), sono già state discusse nel paragrafo 1.e. Le uniche aggiunte a quanto ivi indicato sono costituite dai valori legati alle generalizzazioni introdotte: ampiezza dei tratti rigidi e modulo di elasticità tangenziale. Si riporta comunque, per maggior chiarezza, l'elenco completo dei valori da assegnare.

Il programma è stato organizzato in maniera tale da consentire la risoluzione di uno schema geometrico soggetto a più condizioni di carico. I dati vanno pertanto disposti col seguente ordine:

- Gruppo di dati che descrivono la geometria dello schema.
- Gruppo di dati che descrivono la prima condizione di carico.
- Gruppo di dati che descrivono la seconda condizione di carico.

.....

- Gruppo di dati che descrivono l'ultima condizione di carico.
- 0,0,0 (valori che indicano al calcolatore che non vi sono altre condizioni di carico).

Il gruppo di dati che descrive la geometria dello schema deve rispettare l'ordine di seguito riportato. I valori forniti devono essere conformi alle unità di misura indicate tra parentesi.

- Numero di telai paralleli all'asse x.
- Numero di telai paralleli all'asse y.
- Numero di piani.
- Numero di tipi di sezione.
- Altezza dei piani, dal basso verso l'alto (m).
- Distanza dei telai dall'asse cui sono paralleli (m).
- Numerazione dei pilastri in carpenteria; dopo l'ultimo pilastro di ciascun telaio occorre aggiungere uno 0, che indica al calcolatore la fine dell'insieme di pilastri di quel telaio.
- Luce delle campate (m).
- Modulo di elasticità normale E del materiale (kg cm^{-2}).
- Modulo di elasticità tangenziale G del materiale (kg cm^{-2}); se non si vuole tener conto della deformabilità a taglio delle aste, occorre assegnare a G il valore 0.
- Tipi di sezione delle aste; per ogni tipo occorre indicare prima la base e poi l'altezza (m).
- Per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: travi dell'impalcato - tipo di sezione, ampiezza del tratto rigido all'estremo sinistro e all'estremo destro di ciascuna campata.
- Per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: pilastri dell'interpiano - tipo di sezione, ampiezza del tratto rigido al piede e in testa di ciascun ritto.

Il gruppo di dati che descrive la singola condizione di carico deve rispettare l'ordine e le unità di misura di seguito indicati.

- Indice di esistenza dei carichi verticali sulle travi (0 = no, 1 = sì).
- Indice di esistenza dei momenti concentrati nei nodi (0 = no, 1 = sì).
- Indice di esistenza dei carichi orizzontali (0 = no, 1 = sì).
- Se il primo indice è 1 - per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: carico verticale su ciascuna campata (t/m).
- Se il secondo indice è 1 - per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: momento concentrato in ciascun nodo (tm).
- Se il terzo indice è 1 - per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: ascissa e ordinata del punto di applicazione della forza di piano (m); componenti in direzione x e y della forza di piano (t); momento esterno di piano (tm).

f. Primo esempio - aste con tratti rigidi all'estremità.

Il programma è stato utilizzato per la risoluzione dello schema intelaiato a tre piani, già analizzato nel paragrafo 2.5.4. Si riportano di seguito le linee di programma contenenti i dati e, nelle pagine successive, i risultati ottenuti.

```

10000 ' ----- spazio per i dati
10010 DATA 3,3,3,8
10020 DATA 3,3,3
10030 DATA 0,3,7,0,3.5,8.5
10040 DATA 1,2,3,0,4,5,6,0,7,8,9,0,1,4,7,0,2,5,8,0,3,6,9,0
10050 DATA 3.5,5,3.5,5,3.5,5,3,4,3,4,3,4
10060 DATA 250000,0
10070 DATA 0,0,.9,.2,.3,.5,.3,.3,.3,.5,.5,.3,.3,.4,.4,.3
10080 DATA 3,.35,.35,3,.15,.35,2,.15,.15,2,.15,.15,3,.15,.15,3,.15,.15,
3,.15,.15,3,.15,.15,3,.15,.15,3,.15,.15,3,.15,.15
10090 DATA 3,.25,.25,1,0,0,2,.15,.15,3,.15,.15,3,.15,.15,3,.15,.15,
3,.15,.15,3,.15,.15,3,.15,.15,3,.15,1,0,0,3,.15,.15
10100 DATA 1,0,0,1,0,0,3,.15,.15,1,0,0,3,.15,.15,1,0,0,1,0,0,3,.15,.15,
1,0,0,3,.15,.15,1,0,0,1,0,0
10110 DATA 5,0,.40,5,0,.40,5,0,.40,4,0,.10,4,0,.10,4,0,.10,4,0,.40,
4,0,.40,4,0,.40
10115 DATA 6,0,.40,4,0,.40,4,0,.40,6,0,.40,4,0,.40,4,0,.40,6,0,.40,
4,0,.40,4,0,.40
10120 DATA 7,.10,.40,7,.10,.40,1,0,0,4,.10,.10,4,.10,.40,4,.10,.40,
4,.10,.40,4,.10,.40,4,.10,.40
10125 DATA 8,.10,.40,4,.10,.40,4,.10,.40,8,.10,.40,4,.10,.40,4,.10,.40,
1,0,0,4,.10,.40,4,.10,.40
10130 DATA 1,0,0,1,0,0,1,0,0,4,.10,.40,4,.10,.40,1,0,0,4,.10,.40,4,.10,.40,
1,0,0
10135 DATA 1,0,0,4,.10,.40,4,.10,.40,1,0,0,4,.10,.40,4,.10,.40,1,0,0,1,0,0,
1,0,0
10140 DATA 0,0,1
10150 DATA 4.25,3.5,3.5,0,0,3.8,4.2,5,0,0,1.75,5,2,0,0
10160 DATA 0,0,0

```

ALTEZZA DEI PIANI

Table with 2 columns: PIANO, ALTEZZA (M). Rows: 1 (3.00), 2 (3.00), 3 (3.00).

POSIZIONE DEI TELAI

Table with 2 columns: TELAIO, DISTANZA DALL'ASSE (M). Rows for X (1: 0.00, 2: 3.00, 3: 7.00) and Y (1: 0.00, 2: 3.50, 3: 8.50).

LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI

Table with 9 columns: TELAIO, CAMPATA, PIANO, LUCE (M), TR. RIGIDO (M), B (M), H (M), INERZIA (M^4). Rows detailing beam sections and properties for various configurations.

Influenza di tratti rigidi e deformabilità a taglio nel calcolo dei telai spaziali

2 Y	2 - 5	1	3.00	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
2 Y	2 - 5	2	3.00	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
2 Y	2 - 5	3	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
2 Y	5 - 8	1	4.00	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
2 Y	5 - 8	2	4.00	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
2 Y	5 - 8	3	4.00	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
3 Y	3 - 6	1	3.00	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
3 Y	3 - 6	2	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	3 - 6	3	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	6 - 9	1	4.00	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
3 Y	6 - 9	2	4.00	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
3 Y	6 - 9	3	4.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000

SEZIONI DEI PILASTRI

TELAIO	PILASTRO PIANO		TR. RIGIDO (M)		B (M)	H (M)	INERZIA (M^4)
1 X	1	1	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
1 X	1	2	0.00	0.00	0.30	0.40	0.001600
1 X	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	2	1	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
1 X	2	2	0.00	0.00	0.30	0.40	0.001600
1 X	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	3	1	0.00	0.00	0.30	0.50	0.003125
1 X	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
2 X	4	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 X	4	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 X	4	3	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 X	5	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 X	5	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 X	5	3	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 X	6	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 X	6	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 X	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 X	7	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 X	7	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 X	7	3	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 X	8	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 X	8	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 X	8	3	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 X	9	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 X	9	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 X	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000

1 Y	1	1	0.00	0.40	0.50	0.30	0.001125
1 Y	1	2	0.10	0.40	0.40	0.30	0.000900
1 Y	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 Y	4	1	0.00	0.40	0.30	0.30	0.000675
1 Y	4	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
1 Y	4	3	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	1	0.00	0.40	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	3	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
2 Y	2	1	0.00	0.40	0.50	0.30	0.001125
2 Y	2	2	0.10	0.40	0.40	0.30	0.000900
2 Y	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
2 Y	5	1	0.00	0.40	0.30	0.30	0.000675
2 Y	5	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
2 Y	5	3	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	1	0.00	0.40	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	3	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 Y	3	1	0.00	0.40	0.50	0.30	0.001125
3 Y	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	6	1	0.00	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 Y	6	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 Y	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	9	1	0.00	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 Y	9	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 Y	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000

MODULO DI ELASTICITA' = 250000 KG/CM2

CARICHI

FORZE ORIZZONTALI

PIANO	X (M)	Y (M)	FX (T)	FY (T)	M (TM)
1	4.25	3.50	3.50	0.00	0.00
2	3.80	4.20	5.00	0.00	0.00
3	1.75	5.00	2.00	0.00	0.00

RISULTATI

SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI

TELAIO	IMPALCATO	SPOSTAMENTO (MM)
1 X	1	0.616
1 X	2	1.397
1 X	3	2.140
2 X	1	0.957
2 X	2	1.956
2 X	3	2.658
3 X	1	1.412
3 X	2	2.701
3 X	3	3.350
1 Y	1	0.456
1 Y	2	0.709
1 Y	3	0.696
2 Y	1	0.057
2 Y	2	0.057
2 Y	3	0.091
3 Y	1	-0.511
3 Y	2	-0.874
3 Y	3	-0.774

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

TELAIO CAMPATA PIANO				MOMENTO A SINISTRA (TM)	MOMENTO A DESTRA (TM)	TAGLIO A SINISTRA (T)	TAGLIO A DESTRA (T)
1 X	1 - 2	1		3.91	-3.58	-2.14	-2.14
1 X	1 - 2	2		2.13	-2.24	-1.25	-1.25
1 X	1 - 2	3		0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2 - 3	1		1.74	-2.15	-0.78	-0.78
1 X	2 - 3	2		0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2 - 3	3		0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	4 - 5	1		0.85	-0.81	-0.47	-0.47
2 X	4 - 5	2		0.70	-0.58	-0.37	-0.37
2 X	4 - 5	3		0.80	-0.95	-0.50	-0.50
2 X	5 - 6	1		0.61	-0.70	-0.26	-0.26
2 X	5 - 6	2		1.21	-1.01	-0.44	-0.44
2 X	5 - 6	3		0.00	0.00	0.00	0.00
3 X	7 - 8	1		3.09	-2.41	-1.57	-1.57
3 X	7 - 8	2		2.19	-1.83	-1.15	-1.15
3 X	7 - 8	3		0.87	-0.96	-0.52	-0.52

3 X	8 -	9	1	1.84	-2.56	-0.88	-0.88
3 X	8 -	9	2	1.18	-1.44	-0.52	-0.52
3 X	8 -	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	1 -	4	1	1.16	-0.76	-0.64	-0.64
1 Y	1 -	4	2	0.36	-0.28	-0.21	-0.21
1 Y	1 -	4	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	4 -	7	1	0.49	-0.77	-0.31	-0.31
1 Y	4 -	7	2	0.17	-0.22	-0.10	-0.10
1 Y	4 -	7	3	-0.04	0.05	0.02	0.02
2 Y	2 -	5	1	0.11	-0.07	-0.06	-0.06
2 Y	2 -	5	2	-0.01	-0.01	0.00	0.00
2 Y	2 -	5	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 Y	5 -	8	1	0.04	-0.06	-0.03	-0.03
2 Y	5 -	8	2	0.03	-0.02	-0.01	-0.01
2 Y	5 -	8	3	0.05	-0.05	-0.03	-0.03
3 Y	3 -	6	1	-1.16	0.81	0.66	0.66
3 Y	3 -	6	2	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	3 -	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	6 -	9	1	-0.62	0.94	0.39	0.39
3 Y	6 -	9	2	-0.55	0.47	0.26	0.26
3 Y	6 -	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

TELAIO PILASTRO PIANO			MOMENTO SUP. (TM)	MOMENTO INF. (TM)	TAGLIO (T)	SFORZO NORMALE (T)
1 X	1	1	2.40	-2.75	1.72	3.39
1 X	1	2	2.13	-1.51	1.22	1.25
1 X	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2	1	3.49	-3.27	2.25	-2.61
1 X	2	2	2.24	-1.83	1.36	-1.25
1 X	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	3	1	2.15	-2.63	1.59	-0.78
1 X	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	4	1	0.55	-0.81	0.45	1.34
2 X	4	2	0.31	-0.30	0.20	0.86
2 X	4	3	0.80	-0.38	0.39	0.50
2 X	5	1	0.65	-0.86	0.50	-0.63
2 X	5	2	1.10	-0.77	0.62	-0.42
2 X	5	3	0.95	-0.70	0.55	-0.50
2 X	6	1	0.26	-0.67	0.31	-0.71
2 X	6	2	1.01	-0.45	0.49	-0.44
2 X	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00

Influenza di tratti rigidi e deformabilità a taglio nel calcolo dei telai spaziali

3 X	7	1	1.86	-1.68	1.18	3.24
3 X	7	2	1.61	-1.23	0.95	1.67
3 X	7	3	0.87	-0.58	0.48	0.52
3 X	8	1	2.42	-1.95	1.46	-1.84
3 X	8	2	2.24	-1.82	1.35	-1.15
3 X	8	3	0.96	-0.77	0.58	-0.52
3 X	9	1	1.56	-1.54	1.03	-1.40
3 X	9	2	1.44	-0.99	0.81	-0.52
3 X	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	1	1	0.96	-0.89	0.61	0.85
1 Y	1	2	0.36	-0.20	0.19	0.21
1 Y	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	4	1	0.85	-0.66	0.51	-0.46
1 Y	4	2	0.49	-0.40	0.30	-0.14
1 Y	4	3	-0.04	0.04	-0.03	-0.02
1 Y	7	1	0.59	-0.54	0.38	-0.39
1 Y	7	2	0.29	-0.17	0.16	-0.08
1 Y	7	3	-0.05	0.07	-0.04	0.02
2 Y	2	1	0.14	-0.12	0.08	0.06
2 Y	2	2	-0.01	0.03	-0.01	-0.00
2 Y	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 Y	5	1	0.11	-0.09	0.07	0.01
2 Y	5	2	-0.01	0.01	-0.01	0.04
2 Y	5	3	0.05	-0.05	0.03	0.03
2 Y	8	1	0.09	-0.07	0.05	-0.06
2 Y	8	2	-0.02	0.02	-0.01	-0.04
2 Y	8	3	0.05	-0.05	0.03	-0.03
3 Y	3	1	-1.16	1.03	-0.73	-0.66
3 Y	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	6	1	-0.94	0.74	-0.56	0.01
3 Y	6	2	-0.55	0.49	-0.35	-0.26
3 Y	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	9	1	-0.64	0.59	-0.41	0.65
3 Y	9	2	-0.47	0.30	-0.26	0.26
3 Y	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00

L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro si ottiene sommando il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gli eventuali carichi concentrati.

Il programma è stato utilizzato per la risoluzione dello schema intelaiato a tre piani, già analizzato nel paragrafo 2.6.4. Si riportano di seguito le linee di programma contenenti i dati e, nelle pagine successive, i risultati ottenuti.

[illegible]

ALTEZZA DEI PIANI

PIANO	ALTEZZA (M)
1	3.00
2	3.00
3	3.00

POSIZIONE DEI TELAI

TELAIO	DISTANZA DALL'ASSE (M)
1 X	0.00
2 X	3.00
3 X	7.00
1 Y	0.00
2 Y	3.50
3 Y	8.50

LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	LUCE (M)	B (M)	H (M)	INERZIA (M ⁴)
1 X	1 - 2	1	3.50	0.30	0.50	0.003125
1 X	1 - 2	2	3.50	0.30	0.50	0.003125
1 X	1 - 2	3	3.50	0.00	0.00	0.000000
1 X	2 - 3	1	5.00	0.30	0.50	0.003125
1 X	2 - 3	2	5.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	2 - 3	3	5.00	0.00	0.00	0.000000
2 X	4 - 5	1	3.50	0.90	0.20	0.000600
2 X	4 - 5	2	3.50	0.90	0.20	0.000600
2 X	4 - 5	3	3.50	0.30	0.50	0.003125
2 X	5 - 6	1	5.00	0.90	0.20	0.000600
2 X	5 - 6	2	5.00	0.30	0.50	0.003125
2 X	5 - 6	3	5.00	0.00	0.00	0.000000
3 X	7 - 8	1	3.50	0.30	0.50	0.003125
3 X	7 - 8	2	3.50	0.30	0.50	0.003125
3 X	7 - 8	3	3.50	0.30	0.50	0.003125
3 X	8 - 9	1	5.00	0.30	0.50	0.003125
3 X	8 - 9	2	5.00	0.30	0.50	0.003125
3 X	8 - 9	3	5.00	0.00	0.00	0.000000
1 Y	1 - 4	1	3.00	0.30	0.50	0.003125
1 Y	1 - 4	2	3.00	0.30	0.50	0.003125
1 Y	1 - 4	3	3.00	0.00	0.00	0.000000
1 Y	4 - 7	1	4.00	0.30	0.50	0.003125
1 Y	4 - 7	2	4.00	0.30	0.50	0.003125
1 Y	4 - 7	3	4.00	0.30	0.50	0.003125

2 Y	2 - 5	1	3.00	0.30	0.50	0.003125
2 Y	2 - 5	2	3.00	0.30	0.50	0.003125
2 Y	2 - 5	3	3.00	0.00	0.00	0.000000
2 Y	5 - 8	1	4.00	0.30	0.50	0.003125
2 Y	5 - 8	2	4.00	0.30	0.50	0.003125
2 Y	5 - 8	3	4.00	0.30	0.50	0.003125
3 Y	3 - 6	1	3.00	0.30	0.50	0.003125
3 Y	3 - 6	2	3.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	3 - 6	3	3.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	6 - 9	1	4.00	0.30	0.50	0.003125
3 Y	6 - 9	2	4.00	0.30	0.50	0.003125
3 Y	6 - 9	3	4.00	0.00	0.00	0.000000

SEZIONI DEI PILASTRI

TELAIO	PILASTRO	PIANO	B (M)	H (M)	INERZIA (M^4)
1 X	1	1	0.30	0.50	0.003125
1 X	1	2	0.30	0.40	0.001600
1 X	1	3	0.00	0.00	0.000000
1 X	2	1	0.30	0.50	0.003125
1 X	2	2	0.30	0.40	0.001600
1 X	2	3	0.00	0.00	0.000000
1 X	3	1	0.30	0.50	0.003125
1 X	3	2	0.00	0.00	0.000000
1 X	3	3	0.00	0.00	0.000000
2 X	4	1	0.30	0.30	0.000675
2 X	4	2	0.30	0.30	0.000675
2 X	4	3	0.30	0.30	0.000675
2 X	5	1	0.30	0.30	0.000675
2 X	5	2	0.30	0.30	0.000675
2 X	5	3	0.30	0.30	0.000675
2 X	6	1	0.30	0.30	0.000675
2 X	6	2	0.30	0.30	0.000675
2 X	6	3	0.00	0.00	0.000000
3 X	7	1	0.30	0.30	0.000675
3 X	7	2	0.30	0.30	0.000675
3 X	7	3	0.30	0.30	0.000675
3 X	8	1	0.30	0.30	0.000675
3 X	8	2	0.30	0.30	0.000675
3 X	8	3	0.30	0.30	0.000675
3 X	9	1	0.30	0.30	0.000675
3 X	9	2	0.30	0.30	0.000675
3 X	9	3	0.00	0.00	0.000000

Influenza di tratti rigidi e deformabilità a taglio nel calcolo dei telai spaziali

1 Y	1	1	0.00	0.00	0.50	0.30	0.001125
1 Y	1	2	0.00	0.00	0.40	0.30	0.000900
1 Y	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 Y	4	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
1 Y	4	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
1 Y	4	3	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	3	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 Y	2	1	0.00	0.00	0.50	0.30	0.001125
2 Y	2	2	0.00	0.00	0.40	0.30	0.000900
2 Y	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
2 Y	5	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 Y	5	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 Y	5	3	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	3	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 Y	3	1	0.00	0.00	0.50	0.30	0.001125
3 Y	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	6	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 Y	6	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 Y	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	9	1	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 Y	9	2	0.00	0.00	0.30	0.30	0.000675
3 Y	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000

MODULO DI ELASTICITA' = 250000 KG/CM2
MODULO DI ELASTICITA' TANGENZIALE = 112500 KG/CM2

CARICHI

FORZE ORIZZONTALI

PIANO	X (M)	Y (M)	FX (T)	FY (T)	M (TM)
1	4.25	3.50	3.50	0.00	0.00
2	3.80	4.20	5.00	0.00	0.00
3	1.75	5.00	2.00	0.00	0.00

RISULTATI

SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI

TELAIO	IMPALCATO	SPOSTAMENTO (MM)
1 X	1	0.893
1 X	2	2.186
1 X	3	3.421
2 X	1	1.379
2 X	2	2.997
2 X	3	4.152
3 X	1	2.026
3 X	2	4.077
3 X	3	5.126
1 Y	1	0.649
1 Y	2	1.027
1 Y	3	0.995
2 Y	1	0.082
2 Y	2	0.082
2 Y	3	0.142
3 Y	1	-0.727
3 Y	2	-1.269
3 Y	3	-1.076

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

TELAIO CAMPATÀ PIANO				MOMENTO A SINISTRA (TM)	MOMENTO A DESTRA (TM)	TAGLIO A SINISTRA (T)	TAGLIO A DESTRA (T)
1 X	1 - 2	1		3.12	-2.69	-1.66	-1.66
1 X	1 - 2	2		1.88	-1.99	-1.11	-1.11
1 X	1 - 2	3		0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2 - 3	1		1.82	-1.99	-0.76	-0.76
1 X	2 - 3	2		0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2 - 3	3		0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	4 - 5	1		1.00	-0.92	-0.55	-0.55
2 X	4 - 5	2		0.81	-0.61	-0.40	-0.40
2 X	4 - 5	3		0.74	-0.91	-0.47	-0.47
2 X	5 - 6	1		0.72	-0.84	-0.31	-0.31
2 X	5 - 6	2		1.26	-1.01	-0.45	-0.45
2 X	5 - 6	3		0.00	0.00	0.00	0.00
3 X	7 - 8	1		2.95	-2.12	-1.45	-1.45
3 X	7 - 8	2		2.12	-1.64	-1.08	-1.08
3 X	7 - 8	3		0.80	-0.88	-0.48	-0.48

Influenza di tratti rigidi e deformabilità a taglio nel calcolo dei telai spaziali

3 X	8 - 9	1	1.78	-2.61	-0.88	-0.88
3 X	8 - 9	2	1.14	-1.43	-0.51	-0.51
3 X	8 - 9	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	1 - 4	1	1.04	-0.61	-0.55	-0.55
1 Y	1 - 4	2	0.32	-0.20	-0.18	-0.18
1 Y	1 - 4	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	4 - 7	1	0.44	-0.72	-0.29	-0.29
1 Y	4 - 7	2	0.13	-0.19	-0.08	-0.08
1 Y	4 - 7	3	-0.04	0.05	0.02	0.02
2 Y	2 - 5	1	0.09	-0.05	-0.05	-0.05
2 Y	2 - 5	2	-0.01	-0.02	-0.00	-0.00
2 Y	2 - 5	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 Y	5 - 8	1	0.03	-0.06	-0.02	-0.02
2 Y	5 - 8	2	0.03	-0.04	-0.02	-0.02
2 Y	5 - 8	3	0.05	-0.05	-0.03	-0.03
3 Y	3 - 6	1	-1.00	0.66	0.55	0.55
3 Y	3 - 6	2	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	3 - 6	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	6 - 9	1	-0.57	0.89	0.37	0.37
3 Y	6 - 9	2	-0.47	0.41	0.22	0.22
3 Y	6 - 9	3	0.00	0.00	0.00	0.00

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

TELAIO PILASTRO PIANO			MOMENTO SUP. (TM)	MOMENTO INF. (TM)	TAGLIO (T)	SFORZO NORMALE (T)
1 X	1	1	1.60	-3.04	1.55	2.77
1 X	1	2	1.88	-1.52	1.13	1.11
1 X	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2	1	2.55	-3.49	2.01	-2.00
1 X	2	2	1.99	-1.95	1.32	-1.11
1 X	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	3	1	1.99	-3.22	1.74	-0.76
1 X	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	4	1	0.58	-1.05	0.55	1.42
2 X	4	2	0.45	-0.42	0.29	0.87
2 X	4	3	0.74	-0.35	0.36	0.47
2 X	5	1	0.78	-1.15	0.64	-0.66
2 X	5	2	1.05	-0.86	0.64	-0.42
2 X	5	3	0.91	-0.81	0.57	-0.47
2 X	6	1	0.33	-0.93	0.42	-0.76
2 X	6	2	1.01	-0.50	0.50	-0.45
2 X	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00

3 X	7	1	1.57	-1.90	1.16	3.01
3 X	7	2	1.48	-1.38	0.96	1.56
3 X	7	3	0.80	-0.64	0.48	0.48
3 X	8	1	1.99	-2.11	1.36	-1.62
3 X	8	2	1.92	-1.91	1.28	-1.04
3 X	8	3	0.88	-0.86	0.58	-0.48
3 X	9	1	1.39	-1.82	1.07	-1.39
3 X	9	2	1.43	-1.22	0.88	-0.51
3 X	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	1	1	0.82	-1.01	0.61	0.73
1 Y	1	2	0.32	-0.22	0.18	0.18
1 Y	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	4	1	0.68	-0.69	0.46	-0.38
1 Y	4	2	0.38	-0.37	0.25	-0.12
1 Y	4	3	-0.04	0.05	-0.03	-0.02
1 Y	7	1	0.52	-0.62	0.38	-0.35
1 Y	7	2	0.27	-0.20	0.16	-0.06
1 Y	7	3	-0.05	0.08	-0.04	0.02
2 Y	2	1	0.12	-0.13	0.08	0.05
2 Y	2	2	-0.01	0.02	-0.01	0.00
2 Y	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 Y	5	1	0.09	-0.09	0.06	0.01
2 Y	5	2	-0.01	0.01	-0.00	0.04
2 Y	5	3	0.05	-0.06	0.04	0.03
2 Y	8	1	0.07	-0.08	0.05	-0.07
2 Y	8	2	-0.02	0.02	-0.01	-0.04
2 Y	8	3	0.05	-0.05	0.04	-0.03
3 Y	3	1	-1.00	1.17	-0.72	-0.55
3 Y	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	6	1	-0.74	0.77	-0.50	-0.03
3 Y	6	2	-0.47	0.49	-0.32	-0.22
3 Y	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	9	1	-0.56	0.68	-0.42	0.58
3 Y	9	2	-0.41	0.33	-0.25	0.22
3 Y	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00

L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro si ottiene sommando il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gli eventuali carichi concentrati.

CAPITOLO TERZO. RAPIDITÀ DI CONVERGENZA DEL PROCEDIMENTO DI RISOLUZIONE DEI TELAI SPAZIALI.

Aurelio Ghersi

Sommario.

Al fine di ridurre il tempo occorrente per la risoluzione iterativa di telai spaziali per edifici col metodo delle deformazioni, si propone un procedimento che, senza alterare l'ordine del sistema di equazioni, consente la determinazione contemporanea del valore di un blocco di incognite. Si analizza quindi il legame tra rigidità delle aste e rapidità di convergenza del procedimento, per quantizzare l'effetto dell'impostazione proposta.

Summary.

A solution technique for quicker iterative analysis of tridimensional building frames is here presented. This technique does not affect the order of the system of equations, while allows the contemporary evaluation of a group of unknowns. The relations between member stiffnesses and solution time are then analysed, so as to display the effect of the proposed technique.

3.1. Introduzione.

Un modello frequentemente adottato per determinare lo stato tensionale che insorge in un edificio in conseguenza ad un assegnato insieme di carichi è quello di telaio spaziale regolare. Esso considera la struttura composta da un doppio ordine di telai piani a maglie rettangolari, mutuamente collegati da impalcati indeformabili nel loro piano. Si è in precedenza mostrato come tale schema può essere risolto col metodo delle deformazioni, assumendo come incognite le rotazioni dei nodi (φ_i) e le tre componenti di movimento relativo degli impalcati (δ_{Gix} , δ_{Giy} , Φ_i). Il procedimento proposto richiede la scrittura diretta del sistema di equazioni che impongono l'equilibrio dei nodi alla rotazione e degli impalcati alla traslazione e rotazione.

La soluzione del sistema può essere conseguita in maniera iterativa col metodo di Gauss-Siedel, che consiste nel ricavare ciclicamente il valore di una incognita in funzione del corrente valore delle altre. Questo modo di operare ha un preciso riscontro fisico. Esso equivale a tenere bloccati nodi e traversi del telaio, impedendone rotazioni e spostamenti con vincoli che assorbono momenti flettenti e tagli squilibrati. Determinare la rotazione di un nodo corrisponde al lasciar libero quell'unico nodo, consentendogli di raggiungere la rotazione necessaria ad annullare lo squilibrio tra i momenti all'estremità delle aste ivi concorrenti (operazione di nodo). Determinare le tre componenti di movimento di un impalcato corrisponde a lasciarlo libero di traslare e ruotare, per raggiungere la posizione necessaria ad annullare lo squilibrio dei tagli dei ritti ad esso sottostanti (operazione di piano).

Sul piano operativo, in caso di approccio manuale è indispensabile che il procedimento iterativo di soluzione del sistema sia dotato di una elevata velocità di convergenza. L'uso di elaboratori elettronici ha reso meno essenziale questa caratteristica, che risulta comunque sempre ben accetta, anche per la contemporanea tendenza ad affrontare schemi

sempre più complessi e che richiedono quindi, già di per se, tempi maggiori. Perché ciò si verifichi occorre che la matrice dei coefficienti delle incognite sia diagonalizzata, cioè che gli elementi appartenenti alla sua diagonale principale siano prevalenti rispetto agli altri coefficienti. Nel caso di telai, piani o spaziali, la matrice presenta addensamenti di termini non nulli in una banda diagonale, che contiene valori proporzionali alle rigidezze delle aste che convergono nei nodi, e in due fasce laterali, corrispondenti agli spostamenti degli impalcati, che contengono le rigidezze dei ritti.

Nei telai soggetti esclusivamente a carichi verticali, gli spostamenti orizzontali sono modesti, quasi irrilevanti. Trascurando i termini ad essi corrispondenti, gli elementi della diagonale principale della matrice dei coefficienti delle incognite risultano sempre prevalenti, ed è quindi assicurata una buona rapidità di convergenza del procedimento iterativo.

Nei telai soggetti anche ad azioni orizzontali, cui conseguono spostamenti rilevanti, possono invece verificarsi più situazioni differenti. Un caso limite è quello di edifici con travi notevolmente più rigide dei pilastri. Per essi gli elementi che costituiscono le bande laterali sono piccoli rispetto a quelli della diagonale principale. La velocità di convergenza è quindi ancora elevata. Il caso opposto è costituito da edifici in cui siano adottati pilastri molto rigidi, situazione che si verifica di frequente in zona sismica. Gli elementi delle bande laterali sono in tal caso grandi rispetto a quelli della diagonale principale, e la convergenza è lenta.

Alle considerazioni puramente numeriche fin qui fatte possono essere affiancate osservazioni legate al significato fisico del procedimento. Nei telai soggetti a soli carichi verticali la configurazione deformata deve presentare rotazioni dei nodi rilevanti e spostamenti degli impalcati modesti. L'operazione di nodo corrisponde perfettamente a questo comportamento; essa è quindi predominante e consente di raggiungere con facilità il risultato finale. Il contrario (rotazioni modeste e spostamenti rilevanti) avviene nei telai con travi più rigide dei ritti, soggetti ad azioni orizzontali. In tal caso è l'operazione di piano a rispecchiare il reale comportamento della struttura e consentire una rapida convergenza. I telai con ritti rigidi tendono invece ad una configurazione che presenta contemporaneamente rotazioni e spostamenti. Sia l'operazione di nodo che quella di piano rappresentano un comportamento molto differente da quello reale, che può pertanto essere raggiunto solo dopo un numero elevato di iterazioni.

Per lo schema di telaio piano sono stati proposti in passato numerosi procedimenti atti ad accelerare la convergenza del procedimento risolutivo [1, 2, 3, 4, 5]. Tra tutti, si richiama in particolare l'operazione di traverso per il metodo delle «rigidità globali», proposta dal prof. M. Pagano [8]. Essa equivale fisicamente a consentire contemporaneamente rotazioni dei nodi di un traverso e spostamenti relativi dei due interpiani che lo racchiudono, tali da annullare globalmente lo squilibrio dei nodi senza alterare l'equilibrio dei piani alla traslazione. Rotazioni e spostamenti effettivi sono quindi scissi in due aliquote, ottenibili rispettivamente mediante operazioni di nodo e piano e operazioni di traverso. Dal punto di vista matematico, lo sdoppiamento delle incognite aumenta solo in apparenza l'ordine del sistema, in quanto le nuove equazioni sono combinazioni lineari delle precedenti. Questa impostazione è quindi utilizzabile solo perché si è adottato un procedimento iterativo come metodo di risoluzione del sistema.

La via seguita nel caso piano viene qui estesa al telaio tridimensionale, proponendo per la sua risoluzione l'adozione di una operazione, detta di traverso spaziale ovvero di impalcato, che consente sia rotazioni dei nodi che spostamenti e rotazioni degli impalcati. Si ritiene però preferibile una differente modalità operativa. Anziché considerare per tutta la durata del procedimento risolutivo distinte aliquote di rotazioni e sposta-

menti, si utilizza l'operazione di impalcato per determinare valori « correttivi » delle componenti di movimento, cioè quantità che vanno immediatamente aggiunte a quelle fornite dalle operazioni di nodo e piano. In tal modo quest'ultime non subiscono alcuna modifica formale, ed anche l'espressione dell'operazione di traverso spaziale risulta analiticamente meno complessa. Dal punto di vista numerico, ciò equivale a mantenere inalterato il numero di incognite, ed inserire nel procedimento risolutivo fasi nelle quali viene ricalcolato contemporaneamente il valore di un intero blocco di esse.

3.2. Componenti di movimento attivate nell'operazione di impalcato.

L'applicazione dell'operazione di traverso al generico traverso s di un telaio piano comporta contemporaneamente la rotazione dei nodi ad esso appartenenti e lo spostamento relativo degli interpiani s e t che lo racchiudono, mentre sono impedito tutte le altre componenti di movimento (fig. 3.1). Queste grandezze sono in seguito contrassegnate con due punti (φ'' , δ'') per distinguerle dai valori forniti da operazioni di nodo e piano.

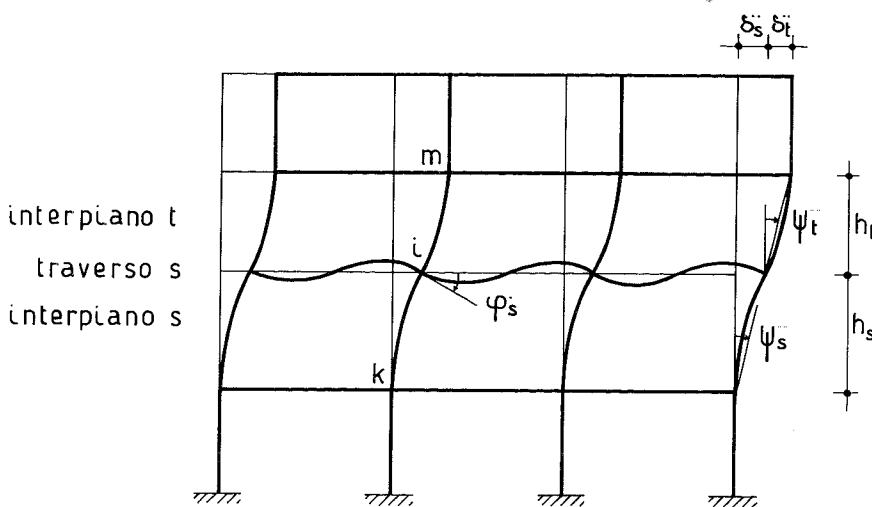


Figura 3.1

Se si vuole che non insorga taglio nei pilastri, rotazioni e spostamenti non possono essere tra loro indipendenti. Si prenda infatti in esame il generico ritto ik dell'interpiano s . Si può facilmente verificare (fig. 3.2) che la rotazione del nodo i , appartenente al traverso s , deve essere pari al doppio della rotazione dell'asta, cioè del rapporto δ_s''/h_s . Da ciò si ricavano due conseguenze. Innanzitutto, per la congruenza lo spostamento δ_s'' è lo stesso per tutti i nodi del traverso e quindi anche la loro rotazione sarà uguale (si usa così un unico simbolo, φ_s''). In secondo luogo, perché anche nel generico ritto im dell'interpiano t il taglio sia nullo occorre che la rotazione dell'interpiano t coincida con quella dell'interpiano s ($\delta_s''/h_s = \delta_t''/h_t$).

In maniera analoga, l'applicazione dell'operazione di traverso spaziale all'impalcato s comporta la rotazione dei nodi ad esso appartenenti e lo spostamento relativo degli interpiani s e t . Quest'ultimo può essere individuato mediante tre parametri per ciascun impalcato, costituiti in

generale dalle componenti $\delta_{G_{sx}}^{\bullet\bullet}$ e $\delta_{G_{sy}}^{\bullet\bullet}$ dello spostamento di un arbitrario punto $G_s^{\bullet\bullet}$ rispetto all'impalcato sottostante e dalla rotazione relativa $\Phi_s^{\bullet\bullet}$. Indicando con $d_{js}^{\bullet\bullet}$ la distanza tra il telaio j e il punto $G_s^{\bullet\bullet}$, cambiata di

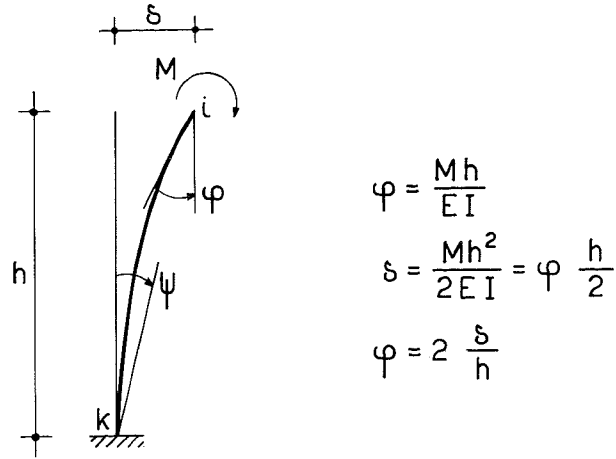


Figura 3.2

segno se il telaio è parallelo all'asse y , lo spostamento relativo tra due traversi consecutivi di un telaio piano può essere determinato, in funzione delle componenti di movimento anzidette, mediante la relazione:

$$\delta_{js}^{\bullet\bullet} = \delta_{Gs}^{\bullet\bullet} + \Phi_s^{\bullet\bullet} d_{js}^{\bullet\bullet} \quad (1)$$

Per le stesse considerazioni già fatte con riferimento ai telai piani, nell'applicare l'operazione di traverso spaziale all'impalcato s la rotazione dei nodi appartenenti a uno stesso traverso di un telaio piano dovrà essere unica e pari al doppio della rotazione dei ritti sottostanti:

$$\varphi_{js}^{\bullet\bullet} = 2 \frac{\delta_{js}^{\bullet\bullet}}{h_s} \quad (2)$$

Inoltre, la rotazione di ritti corrispondenti, appartenenti ai due impalcati adiacenti, dovrà essere uguale ($\delta_{js}^{\bullet\bullet}/h_s = \delta_{jt}^{\bullet\bullet}/h_t$). Dovrà quindi essere anche:

$$\begin{aligned} \delta_{G_{sx}}^{\bullet\bullet}/h_s &= \delta_{G_{tx}}^{\bullet\bullet}/h_t \\ \delta_{G_{sy}}^{\bullet\bullet}/h_s &= \delta_{G_{ty}}^{\bullet\bullet}/h_t \\ \Phi_s^{\bullet\bullet}/h_s &= \Phi_t^{\bullet\bullet}/h_t \end{aligned} \quad (3)$$

Questi tre rapporti possono essere pertanto considerati come parametri caratteristici dell'operazione di impalcato, la cui conoscenza è necessaria e sufficiente per definire la deformazione della struttura in questa fase.

3.3. Azioni agli estremi delle aste.

L'azione flettente che insorge agli estremi delle aste in conseguenza all'operazione di traverso può essere determinata facilmente utilizzando

la relazione generale tra azioni e componenti di movimento, analizzata nel primo capitolo:

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + 4 w'_{(ik)} \varphi_i + 2 w'_{(ik)} \varphi_k - 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{(ik)}}{l_{(ik)}} \quad (4)$$

La generica trave ik del telaio j (fig. 3.3) presenta rotazioni uguali dei nodi di estremità ($\varphi_i = \varphi_k = \varphi_{js}^{\bullet\bullet}$) e spostamento relativo nullo ($\delta_{(ik)} = 0$). Si ha pertanto:

$$M_{ik}^{\bullet\bullet} = M_{ki}^{\bullet\bullet} = 4 w'_{(ik)} \varphi_{js}^{\bullet\bullet} + 2 w'_{(ik)} \varphi_{js}^{\bullet\bullet}$$

e quindi:

$$M_{ik}^{\bullet\bullet} = M_{ki}^{\bullet\bullet} = 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{js}^{\bullet\bullet}}{h_s} \quad (5)$$

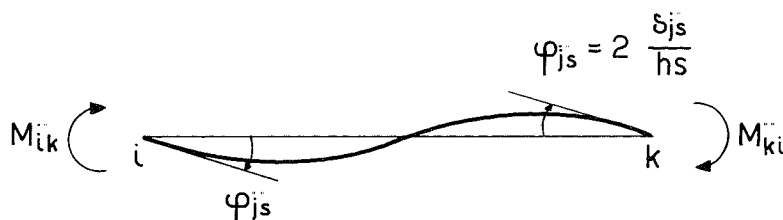


Figura 3.3

Nella risoluzione iterativa dello schema, questo valore rappresenta la variazione del momento flettente, rispetto a quanto determinato in precedenza, conseguente alla variazione di deformazione connessa con l'operazione di traverso. Indicando con M'_{ik} il momento calcolato con le precedenti operazioni, il valore complessivo che si ottiene dopo l'operazione di traverso è quindi:

$$M_{ik} = M'_{ik} + M_{ik}^{\bullet\bullet} = M'_{ik} + 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{js}^{\bullet\bullet}}{h_s} \quad (6)$$

Il generico pilastro ik , col nodo i appartenente all'impalcato s (fig. 3.4), presenta rotazione nulla al secondo estremo ($\varphi_k = 0$) e diversa da zero al primo ($\varphi_i = \varphi_{js}^{\bullet\bullet}$) e spostamento relativo tra gli estremi pari a $\delta_{js}^{\bullet\bullet}$. Si ha pertanto:

$$M_{ik}^{\bullet\bullet} = 4 w'_{(ik)} \varphi_{js}^{\bullet\bullet} - 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{js}^{\bullet\bullet}}{h_s}$$

e quindi:

$$M_{ik}^{\bullet\bullet} = 2 w'_{(ik)} \frac{\delta_{js}^{\bullet\bullet}}{h_s} \quad (7)$$

Il valore complessivo del momento flettente che si ottiene dopo l'operazione di traverso è così:

$$M_{ik} = M'_{ik} + M_{ik}^{\bullet\bullet} = M'_{ik} + 2 w'_{(ik)} \frac{\delta_{js}^{\bullet\bullet}}{h_s} \quad (8)$$

Rapidità di convergenza
del procedimento di risoluzione
dei telai spaziali

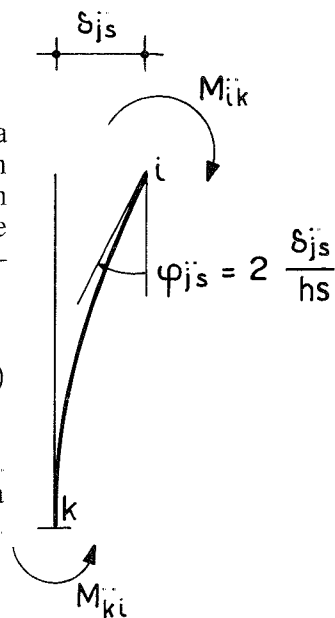


Figura 3.4

3.4. Equazioni di equilibrio nell'operazione di impalcato.

Nel caso dei telai piani, l'operazione di traverso impone l'equilibrio complessivo alla rotazione di tutti i nodi appartenenti al traverso stesso. Nell'estendere questa condizione allo schema tridimensionale, occorre tener presente che i momenti agenti sui nodi di un impalcato costituiscono un insieme di vettori distribuiti in un piano. Richiederne l'equilibrio equivale ad annullare la somma delle loro componenti rispetto ad x e y ed il loro momento statico rispetto a un punto qualsiasi, cioè in particolare alle tre condizioni:

$$\begin{aligned}\sum_{jx} (\sum_s M_{ik}) &= 0 \\ \sum_{jy} (\sum_s M_{ik}) &= 0 \\ \sum_j (\sum_s M_{ik}) d_{js}^{\bullet\bullet} &= 0\end{aligned}$$

La prima e la seconda espressione rappresentano la somma, estesa a tutti i telai paralleli rispettivamente all'asse x e y , dei momenti all'estremità delle aste convergenti nei nodi del traverso s . La terza, estesa ai telai di entrambe le direzioni, impone l'annullarsi del momento statico dei momenti flettenti rispetto al punto $G_s^{\bullet\bullet}$, cioè del loro valore moltiplicato per la distanza $d_{js}^{\bullet\bullet}$.

Sostituendo in essa le espressioni (6) e (8) del momento flettente, e tenendo presente che nella sommatoria compaiono per ciascuna trave sia $M_{ik}^{\bullet\bullet}$ che $M_{ki}^{\bullet\bullet}$, uguali tra loro, la prima condizione diventa:

$$\sum_{jx} \left[\sum_s M'_{ik} + (\sum_{s, \text{travi}} 2 \times 12 w'_{(ik)} + \sum_{s, \text{ritti}} 2 w'_{(ik)}) \frac{\delta_{js}^{\bullet\bullet}}{h_s} \right] = 0$$

ovvero:

$$\sum_{jx} (\sum_s M'_{ik}) + \sum_{jx} w_{js}^{\bullet\bullet} \frac{\delta_{js}^{\bullet\bullet}}{h_s} = 0$$

in funzione della rigidezza di traverso $w_{js}^{\bullet\bullet}$, definita da:

$$w_{js}^{\bullet\bullet} = \sum_{s, \text{travi}} 24 w'_{(ik)} + \sum_{s, \text{ritti}} 2 w'_{(ik)}$$

Esprimendo lo spostamento relativo all'interpiano s in funzione delle componenti di movimento dell'impalcato, si ottiene quindi:

$$\sum_{jx} (\sum_s M'_{ik}) + \sum_{jx} w_{js}^{\bullet\bullet} \frac{\delta_{Gsx}^{\bullet\bullet}}{h_s} + \sum_{jx} w_{js}^{\bullet\bullet} \frac{\Phi_s^{\bullet\bullet}}{h_s} d_{js}^{\bullet\bullet} = 0$$

Poiché i rapporti $\delta_{Gsx}^{\bullet\bullet}/h_s$ e $\Phi_s^{\bullet\bullet}/h_s$ sono quantità valide per tutti i telai, è possibile estrarli dalla sommatoria:

$$\sum_{jx} (\sum_s M'_{ik}) + \frac{\delta_{Gsx}^{\bullet\bullet}}{h_s} \sum_{jx} w_{js}^{\bullet\bullet} + \frac{\Phi_s^{\bullet\bullet}}{h_s} \sum_{jx} w_{js}^{\bullet\bullet} d_{js}^{\bullet\bullet} = 0$$

Se il punto di riferimento $G_s^{\bullet\bullet}$ viene scelto coincidente col baricentro delle rigidezze di traverso dei telai, l'ultima sommatoria, che ne rappresenta il momento statico, è nulla. Si ottiene così:

$$\frac{\delta_{Gsx}^{\bullet\bullet}}{h_s} = - \left[\sum_{jx} (\sum_s M'_{ik}) \right] \frac{1}{\sum_{jx} w_{js}^{\bullet\bullet}} \quad (9)$$

Analogamente, dalla seconda condizione si ottiene:

$$\frac{\delta_{Gsy}^{\bullet\bullet}}{h_s} = - \left[\sum_{jy} \left(\sum_s M'_{ik} \right) \right] \frac{1}{\sum_{jy} w_{js}^{\bullet\bullet}} \quad (10)$$

**Rapidità di convergenza
del procedimento di risoluzione
dei telai spaziali**

Lo stesso procedimento può essere seguito anche per la terza condizione. Si ha pertanto:

$$\sum_j \left(\sum_s M'_{ik} \right) d_{js}^{\bullet\bullet} + \sum_j w_{js}^{\bullet\bullet} \frac{\delta_{js}^{\bullet\bullet}}{h_s} d_{js}^{\bullet\bullet} = 0$$

Esprimendo lo spostamento relativo dell'interpiano s in funzione delle componenti di movimento dell'impalcato, ed estraendo queste ultime dalla sommatoria, si ottiene:

$$\sum_j \left(\sum_s M'_{ik} \right) d_{js}^{\bullet\bullet} + \frac{\delta_{Gsx}^{\bullet\bullet}}{h_s} \sum_j w_{js}^{\bullet\bullet} d_{js}^{\bullet\bullet} + \frac{\Phi_s^{\bullet\bullet}}{h_s} \sum_j w_{js}^{\bullet\bullet} d_{js}^{\bullet\bullet 2} = 0$$

Per la scelta effettuata del punto di riferimento $G_s^{\bullet\bullet}$, la seconda sommatoria è nulla. Si ha così:

$$\frac{\Phi_s^{\bullet\bullet}}{h_s} = - \left[\sum_j \left(\sum_s M'_{ik} \right) d_{js}^{\bullet\bullet} \right] \frac{1}{\sum_j w_{js}^{\bullet\bullet} d_{js}^{\bullet\bullet 2}} \quad (11)$$

Nelle tre equazioni ottenute, si è indicato con $\sum_s M'_{ik}$ la somma dei momenti flettenti conseguenti alle operazioni precedentemente effettuate, estesa a tutti gli estremi delle aste che convergono nei nodi del traverso s del telaio piano j (cioè lo squilibrio globale dei nodi di tale traverso). Questa somma può essere espressa direttamente in funzione dei correnti valori delle rotazioni dei nodi e delle componenti di movimento degli impalcato, mediante la relazione (4). Se si osserva che per ogni trave compaiono i due termini, M'_{ik} e M'_{ki} , perché entrambi i nodi di estremità appartengono al traverso, essa può essere esplicitata come:

$$\begin{aligned} \sum_s M'_{ik} = & \sum_s \bar{M}_{ik} + \sum_{s, \text{travi}} 6 w'_{(ik)} \varphi_i + \sum_{s, \text{ritti}} 4 w'_{(ik)} \varphi_i + \\ & + \sum_{s, \text{ritti}} 2 w'_{(ik)} \varphi_k - \sum_{s, \text{ritti}} 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{js}}{h_s} \end{aligned}$$

ovvero:

$$\sum_s M'_{ik} = \sum_s \bar{M}_{ik} + \sum_i w_i^{\bullet\bullet} \varphi_i + \sum_k 2 w'_{(ik)} \varphi_k - 6 w'_{js} \frac{\delta_{js}}{h_s} - 6 w'_{jt} \frac{\delta_{jt}}{h_t} \quad (12)$$

avendo posto:

i	nodo appartenente all'impalcato s ;
k	nodo appartenente all'impalcato r o t , adiacenti all'impalcato s ;
$w_i^{\bullet\bullet} = \sum_{i, \text{travi}} 6 w'_{(ik)} + \sum_{i, \text{ritti}} 4 w'_{(ik)}$	somma degli indici di rigidezza delle travi e dei ritti che convergono nel nodo i , moltiplicati rispettivamente per 6 e per 4;
$w'_{js} = \sum_{js} w'_{(ik)}$	somma degli indici di rigidezza dei ritti dell'interpiano s o t , adiacenti all'impalcato
$w'_{jt} = \sum_{jt} w'_{(ik)}$	s , appartenenti al telaio piano j .

3.5. Procedimento operativo.

Come già si è evidenziato nel primo paragrafo, l'operazione di traverso spaziale ha senso quando si utilizza per la risoluzione del telaio una impostazione iterativa. Sia che si operi manualmente o che si utilizzi un elaboratore elettronico, è necessario un lavoro preparatorio che può procedere attraverso le seguenti fasi:

- a) determinazione degli indici di rigidezza delle aste;
- b) determinazione dei valori da utilizzare nelle operazioni di nodo: somma delle rigidezze delle aste confluenti nei nodi, momenti di incastro perfetto delle travi e loro somma;
- c) determinazione ad ogni piano dei baricentri degli indici di rigidezza dei ritti e delle distanze dei telai da tali baricentri;
- d) determinazione dei valori da utilizzare nelle operazioni di piano: somma delle rigidezze dei ritti e loro momento rispetto al baricentro;
- e) determinazione delle rigidezze di traverso dei telai e delle grandezze occorrenti per la valutazione dello squilibrio globale dei nodi: somma dei momenti di incastro perfetto, degli indici di rigidezza delle aste confluenti nei nodi, degli indici di rigidezza dei ritti di ciascun telaio;
- f) determinazione ad ogni piano dei baricentri delle rigidezze di traverso dei telai e delle distanze dei telai da tali baricentri; somma delle rigidezze di traverso e loro momento rispetto al baricentro.

Nel caso di impostazione manuale, questi valori verranno riportati in schemi operativi, in modo da avere sotto mano tutte le informazioni necessarie per la risoluzione. Se si procede col calcolatore, esse saranno invece conservate nella memoria centrale del computer.

Per determinare le componenti di movimento incognite si effettueranno quindi, ciclicamente, operazioni di nodo, di piano e di impalcato. Le prime due forniscono valori, via via più approssimati, di rotazioni e spostamenti, in maniera operativamente identica a quanto si avrebbe in assenza dell'operazione di traverso spaziale. L'applicazione di quest'ultima al generico impalcato s fornisce i tre parametri che ne caratterizzano la deformazione in questa fase ($\delta_{Gsx}^{\bullet\bullet}/h_s$, $\delta_{Gsy}^{\bullet\bullet}/h_s$, $\Phi_s^{\bullet\bullet}/h_s$). Da essi è possibile ricavare i valori della rotazione dei nodi e dello spostamento relativo degli impalcati, che andranno aggiunti a quelli correnti.

Per il nodo i appartenente al telaio j , sottointendendo l'indice x o y che rappresenta l'asse cui il telaio è parallelo in pianta e indicando con un apice il valore calcolato con le operazioni precedenti, dalle relazioni (1) e (2) si ottiene:

$$\varphi_i = \varphi_i' + 2 \frac{\delta_{Gs}^{\bullet\bullet}}{h_s} + 2 \frac{\Phi_s^{\bullet\bullet}}{h_s} d_{js}^{\bullet\bullet} \quad (13)$$

In maniera analoga occorre sommare le aliquote di spostamento e rotazione relativa per l'impalcato s . Bisogna però tener presente che lo spostamento di piano è riferito al punto G_s mentre quello di impalcato a $G_s^{\bullet\bullet}$. Quest'ultimo deve quindi essere riportato al precedente, mediante una relazione analoga alla (1). Indicando con x_{Gs} , y_{Gs} , $x_{Gs}^{\bullet\bullet}$, $y_{Gs}^{\bullet\bullet}$ le ascisse e ordinate dei punti anzidetti, si ha quindi:

$$\begin{aligned} \delta_{Gsx} &= \delta_{Gsx}' + \frac{\delta_{Gsx}^{\bullet\bullet}}{h_s} h_s + \frac{\Phi_s^{\bullet\bullet}}{h_s} h_s (y_{Gs} - y_{Gs}^{\bullet\bullet}) \\ \delta_{Gsy} &= \delta_{Gsy}' + \frac{\delta_{Gsy}^{\bullet\bullet}}{h_s} h_s - \frac{\Phi_s^{\bullet\bullet}}{h_s} h_s (x_{Gs} - x_{Gs}^{\bullet\bullet}) \\ \Phi_s &= \Phi_s' + \frac{\Phi_s^{\bullet\bullet}}{h_s} h_s \end{aligned} \quad (14)$$

Infine, la corrispondente somma sarà effettuata per l'impalcato t, che subisce anch'esso un movimento relativo rispetto al sottostante impalcato s. Tenendo presente la relazione (3) si ha:

Rapidità di convergenza
del procedimento di risoluzione
dei telai spaziali

$$\begin{aligned} \delta_{G_{tx}} &= \delta'_{G_{tx}} + \frac{\delta_{G_{sx}}^{**}}{h_s} h_t + \frac{\Phi_s^{**}}{h_s} h_t (y_{G_t} - y_{G_s}) \\ \delta_{G_{ty}} &= \delta'_{G_{ty}} + \frac{\delta_{G_{sy}}^{**}}{h_s} h_t - \frac{\Phi_s^{**}}{h_s} h_t (x_{G_t} - x_{G_s}) \\ \Phi_t &= \Phi'_t + \frac{\Phi_s^{**}}{h_s} h_t \end{aligned} \tag{15}$$

3.6. Esempio numerico.

Per illustrare le caratteristiche principali del procedimento proposto si è preso in esame uno schema strutturale a quattro impalcati (fig. 3.5 e 3.6), i

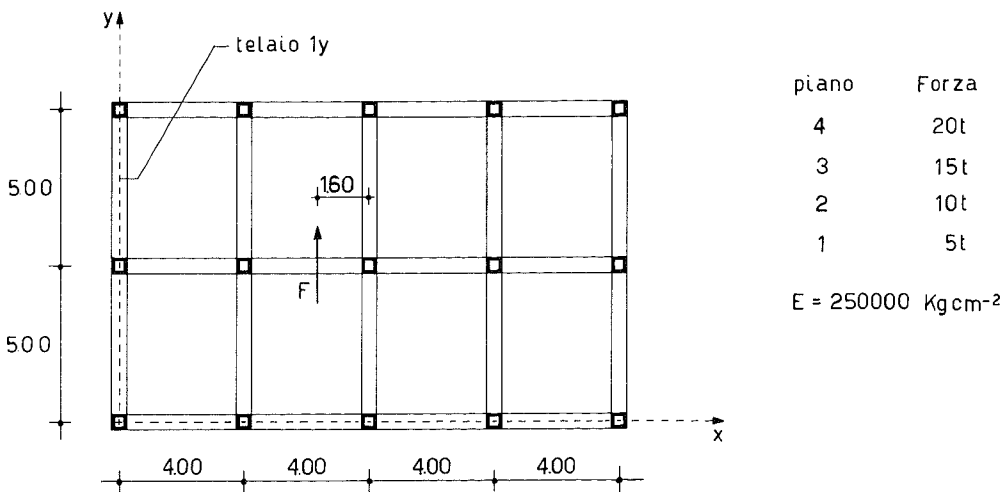


Figura 3.5

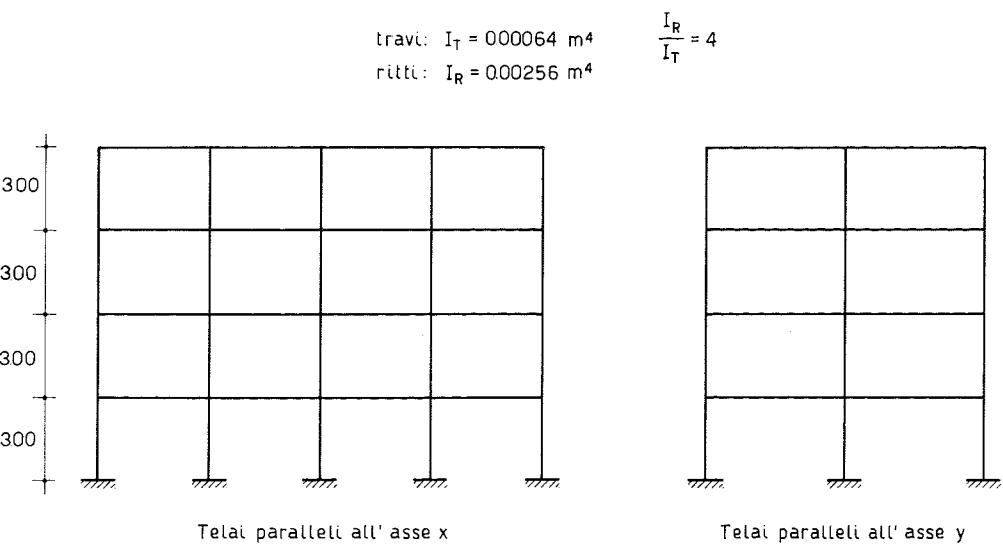
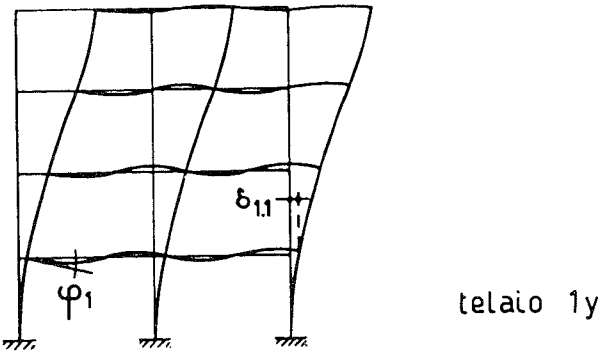


Figura 3.6

cui pilastri sono tutti di sezione quadrata, con momento d'inerzia pari al quadruplo di quello delle travi. La doppia simmetria dello schema, che potrebbe portare a un comportamento non spaziale, è compensata dal carico, costituito da forze orizzontali parallele all'asse y disposte con una eccentricità tale da provocare sensibili rotazioni planimetriche.

La risoluzione dello schema mediante elaboratore elettronico con sole operazioni di nodo e piano ha richiesto 74 iterazioni. In figura 3.7a sono riportati i valori via via ottenuti per la rotazione del primo nodo del telaio $1y$ e per lo spostamento del primo traverso dello stesso telaio.

La risoluzione effettuata alternando operazioni di nodo, piano e impalcato ha richiesto 21 iterazioni. In figura 3.7b sono riportati i valori della rotazione e dello spostamento anzidetti. Per ciascuna iterazione è indicato prima il valore fornito dalle operazioni di nodo e piano, poi il valore « corretto » mediante l'operazione di traverso spaziale. Così, ad esempio, nella prima interazione l'operazione di nodo fornisce il valore 0 (perché i momenti d'incastro perfetto sono nulli per l'assenza di carichi verticali, mentre le altre componenti di movimento sono nulle perché non si sono effettuate precedenti operazioni). L'operazione di equilibra-



a) SENZA OPERAZIONE DI IMPALCATO			b) CON OPERAZIONE DI IMPALCATO		
iteraz.	φ_1	$\delta_{1,1}$	iteraz.	φ_1	$\delta_{1,1}$
1	0.000 E+0	1.480 E-3	1	0.000 E+0 9.134 E-4	1.480 E-3 2.850 E-3
2	6.540 E-4	2.415 E-3	2	1.376 E-3 1.730 E-3	3.464 E-3 3.996 E-3
3	1.111 E-3	3.081 E-3	3	1.988 E-3 2.198 E-3	4.361 E-3 4.676 E-3
4	1.449 E-3	3.574 E-3	4	2.346 E-3 2.466 E-3	4.885 E-3 5.066 E-3
5	1.705 E-3	3.949 E-3	5	2.548 E-3 2.615 E-3	5.182 E-3 5.283 E-3
6	1.904 E-3	4.240 E-3	6	2.660 E-3 2.696 E-3	5.346 E-3 5.401 E-3
..
74	2.788 E-3	5.533 E-3	21	2.788 E-3	5.533 E-3

Figura 3.7

mento del primo interpiano fornisce $\delta_{G1x} = 0$, $\delta_{G1y} = 1.172 \times 10^{-3}$, $\phi_1 = 3.853 \times 10^{-5}$, da cui si ricava per il telaio 1y uno spostamento:

$$\delta_{1,1} = 1.172 \times 10^{-3} + 3.853 \times 10^{-5} \times 8 = 1.480 \times 10^{-3}.$$

I tre parametri che caratterizzano l'operazione di impalcato valgono rispettivamente 0 , 3.662×10^{-4} , 1.131×10^{-5} . La conseguente aliquota di spostamento per il primo traverso del telaio 1y, calcolata in base alla (1), è:

$$\delta_{1,1}^{\bullet\bullet} = (3.662 \times 10^{-4} + 1.131 \times 10^{-5} \times 8) \times 3 = 1.370 \times 10^{-3},$$

che sommata al precedente fornisce un valore complessivo dello spostamento pari a 2.850×10^{-3} . Corrispondentemente, l'aliquota di rotazione per tutti i nodi di quel traverso, fornita dalla (2), è:

$$\phi_i^{\bullet\bullet} = 2 \times 1.370 \times 10^{-3} / 3 = 0.913 \times 10^{-3},$$

che va aggiunto al valore, attualmente nullo, della rotazione.

I valori determinati in assenza e in presenza di operazione di impalcato sono riportati graficamente nella figura 3.8. Il diagramma relativo al secondo caso ha un aspetto seghettato perché si sono rappresentati con due punti distinti i valori calcolati, nell'ambito di una stessa iterazione, prima e dopo l'applicazione dell'operazione di traverso spaziale. La figura mostra con chiarezza che l'andamento del processo di convergenza è sostanzialmente lo stesso sia per le rotazioni che per gli spostamenti. È inoltre evidente l'effetto benefico dell'operazione di impalcato, che nel caso in esame consente di ottenere già dopo poche iterazioni valori notevolmente vicini a quelli finali.

3.7. La convergenza.

3.7.1. Rapporto globale di rigidezza.

Il procedimento iterativo utilizzato per la soluzione del telaio spaziale è sempre convergente. Nei telai con pilastri rigidi rispetto alle travi la convergenza è però lenta, in alcuni casi limite tanto lenta da rendere problematico l'ottenimento di valori in tempi ragionevoli. Per analizzare il fenomeno è quindi opportuno metterlo in relazione al rapporto tra le rigidezze dei pilastri e delle travi del telaio. Pure non essendo irrilevante la loro distribuzione locale, il parametro maggiormente significativo può essere il *rapporto globale di rigidezza pilastri/travi*, K , cioè il rapporto tra la somma degli indici di rigidezza di tutti i pilastri del telaio e quella di tutte le travi:

$$K = \frac{\sum_{\text{pilastri}} w'_{(ik)}}{\sum_{\text{travi}} w'_{(ik)}} \quad (16)$$

Nel caso di un telaio spaziale è opportuno estendere queste sommatorie a tutti i telai piani costituenti la struttura solo quando il suo comportamento è realmente tridimensionale, cioè tale da chiamare in causa tutti i suoi componenti. Se invece il carico provoca sollecitazioni sensibili solo in un insieme di telai, come nel caso di forze orizzontali agenti in una direzione e applicate in punti tali da non causare sensibili rotazioni planimetriche degli impalcati, è più significativo estendere le sommatorie solo ai telai in questione.

A titolo esemplificativo si può valutare il rapporto globale di rigidità per lo schema esaminato nel paragrafo precedente. In esso gli indici di rigidità delle aste valgono:

- $21.33 \times 10^5 \text{ kgm}$ per i pilastri
- $4.00 \times 10^5 \text{ kgm}$ per le travi dei telai paralleli all'asse x
- $3.20 \times 10^5 \text{ kgm}$ per le travi dei telai paralleli all'asse y .

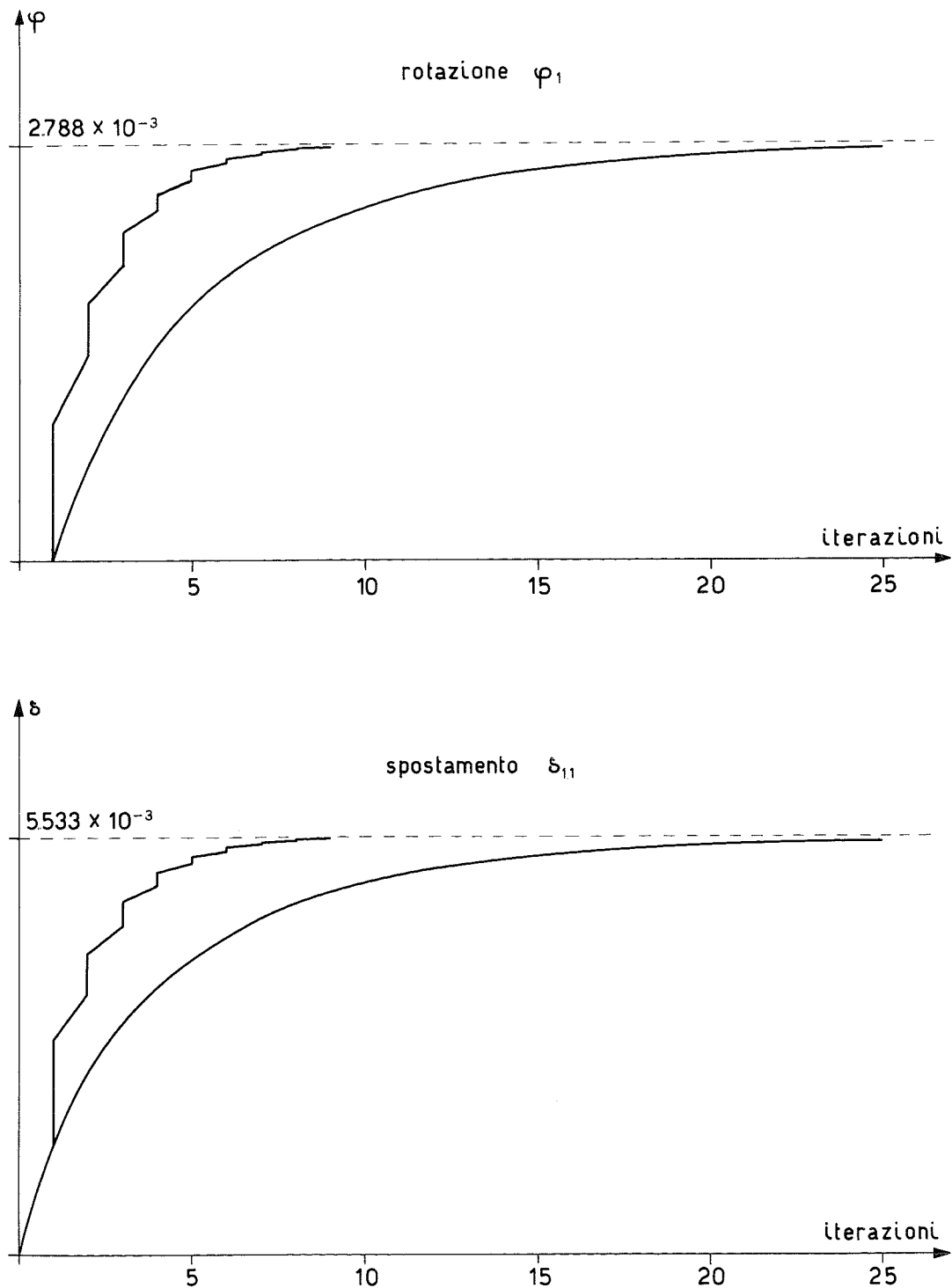


Figura 3.8

Nel caso di carico costituito da forze agenti in direzione y , se si prendono in considerazione solo i telai paralleli a tale direzione si ha:

$$K = \frac{60 \times 21.33 \times 10^5}{40 \times 3.20 \times 10^5} = 10.$$

Rapidità di convergenza del procedimento di risoluzione dei telai spaziali

3.7.2. Errore e scarto relativo.

Nel processo iterativo di soluzione, ciascuna grandezza incognita assume valori via via più vicini al valore effettivo. Si indichi con v tale valore e con $v_1, v_2, v_3 \dots v_i$ i valori approssimati ottenuti dopo $n_1, n_2, n_3 \dots n_i$ iterazioni. Per una valutazione della rapidità di convergenza del procedimento si può mettere in relazione in numero di iterazioni n_i con il corrispondente *errore relativo*, e_i , definito da:

$$e_i = \left| \frac{v - v_i}{v} \right| \quad (17)$$

I diagrammi in scala semilogaritmica riportati nella figura 3.9, riferiti alla rotazione del primo nodo del telaio 1y dello schema geometrico descritto nel paragrafo 3.6., rappresentano tale relazione per differenti valori della rigidezza globale (1, 10, 100), nonché in presenza ed assenza dell'operazione di impalcato. Si può notare come per tutti i casi l'andamento possa, almeno in prima approssimazione essere considerato rettilineo. Ciò equivale ad ipotizzare una relazione lineare tra il loga-

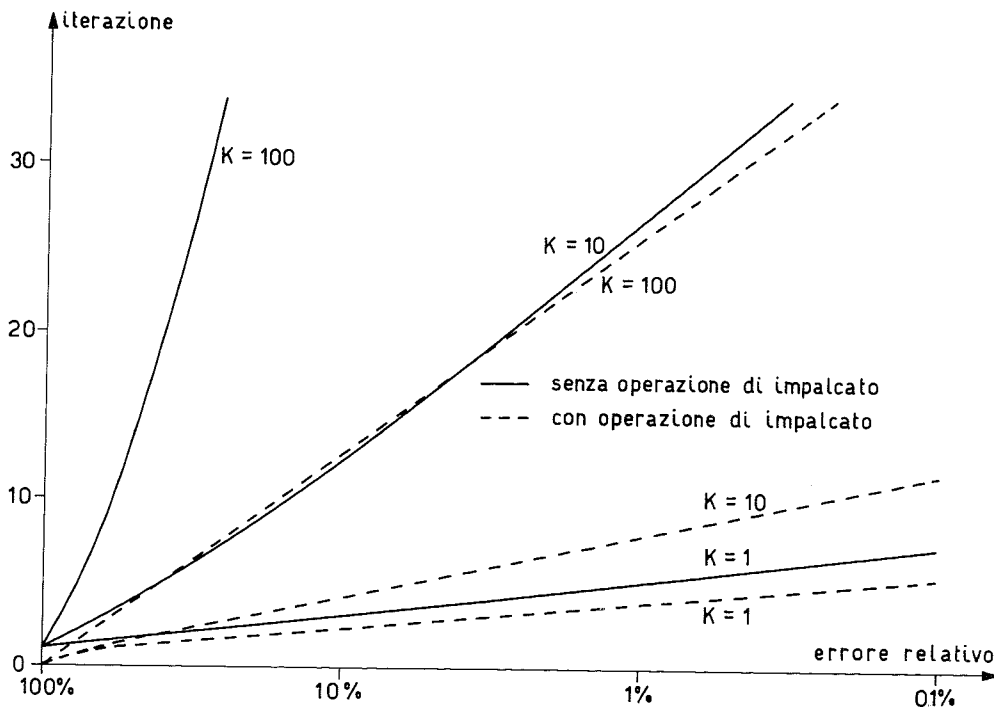


Figura 3.9

ritmo dell'errore relativo e il numero di iterazioni:

$$-c \log e_i = n_i$$

cioè:

$$e_i = 10^{-n_i/c} \tag{18}$$

In tale relazione il parametro c , sempre positivo, rappresenta il numero di iterazioni necessario per ridurre l'errore relativo di un fattore 10.

Ipotizzando, per semplicità, che la successione di valori v_i sia crescente, dalla (18) si ottiene inoltre:

$$v_i = v (1 - 10^{-n_i/c}) \tag{19}$$

Considerando due iterazioni successive, n_{i-1} ed n_i , si può definire lo *scarto relativo tra valori consecutivi*, s_i :

$$s_i = \left| \frac{v_i - v_{i-1}}{v} \right| \tag{20}$$

Utilizzando la (19), ed essendo $n_{i-1} = n_i - 1$, esso può essere messo in relazione con l'errore relativo:

$$s_i = 1 - 10^{-n_i/c} - (1 - 10^{-n_{i-1}/c}) = 10^{-n_i/c} (10^{1/c} - 1)$$

Si ottiene quindi:

$$e_i = p s_i \tag{21}$$

con:

$$p = \frac{1}{10^{1/c} - 1} \tag{22}$$

Nella tabella di figura 3.10 sono riportati i valori dei coefficienti c e p per i casi innanzi definiti. Si può notare come in assenza dell'operazione

Rapporto globale di rigidezza	SENZA OPERAZIONE DI IMPALCATO		CON OPERAZIONE DI IMPALCATO	
	c	p	c	p
1	2.1	0.50	1.5	0.28
10	14.1	5.64	3.8	1.20
100	72.8	31.12	12.9	5.12

Figura 3.10

di impalcato il numero di iterazioni necessario per ridurre di 10 volte l'errore sia rapidamente crescente all'aumentare del rapporto globale di rigidezza (ad esempio, bastano 2 iterazioni quando $K = 1$, mentre ne occorrono ben 72 quando $K = 100$). Corrispondentemente cresce anche il coefficiente moltiplicativo p . Per $K = 100$ l'errore relativo è oltre 30 volte maggiore dello scarto relativo tra valori consecutivi. Ciò significa che, in tal

caso, se due valori consecutivamente determinati differiscono tra loro ad esempio dell'1% essi possono differire dal valore finale del 30%. È quindi evidente che il raffronto tra i valori di successive iterazioni può non essere sufficientemente indicativo ai fini della valutazione del raggiungimento della convergenza.

L'esame della tabella anzidetta consente inoltre di rilevare l'effetto positivo dell'operazione di traverso spaziale. La sua applicazione comporta infatti un miglioramento della convergenza tanto più sensibile quanto più elevato è il rapporto globale di rigidezza pilastri/travi del telaio.

3.7.3. Estrapolazione dei valori.

Le relazioni innanzi determinate possono consentire di estrapolare i valori ottenuti con le prime iterazioni per ottenere il valore finale, o quanto meno un valore che ad esso meglio si approssimi. Infatti, se si considerano tre iterazioni consecutive, n_1 , n_2 , n_3 , dalla (18) si può ottenere:

$$e_2/e_1 = 10^{-1/c}$$

$$e_3/e_2 = 10^{-1/c}$$

e quindi:

$$e_2/e_1 = e_3/e_2$$

ovvero:

$$\frac{v - v_2}{v - v_1} = \frac{v - v_3}{v - v_2}$$

Si può quindi ricavare il valore finale:

$$v = \frac{v_2^2 - v_1 v_3}{2 v_2 - (v_1 + v_3)} \quad (23)$$

Applicando questa espressione ai valori della rotazione contenuti in fig. 3.7a, relativi alla quarta, quinta e sesta iterazione (1.449×10^{-3} , 1.705×10^{-3} , 1.904×10^{-3}), si ottiene il valore 2.599×10^{-3} . Esso non è ancora quello effettivo, perché l'andamento errore/iterazioni non è in realtà rigorosamente lineare. L'errore relativo si è però ridotto dal 31.7% al 6.8%.

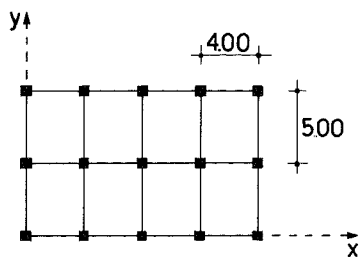
La (23) può essere vantaggiosamente utilizzata nella risoluzione manuale di uno schema intelaiato, piano o spaziale, per determinare saltuariamente valori maggiormente approssimati e ridurre quindi il numero di iterazioni necessario. La possibilità di irregolarità dell'andamento della convergenza, che comporterebbero per alcune grandezze un sensibile discostarsi dall'andamento lineare ipotizzato, richiede però un uso «ragionato» della formula. Essa appare pertanto poco adatta alla risoluzione automatica mediante elaboratore elettronico.

3.8. Effetto dell'operazione di impalcato.

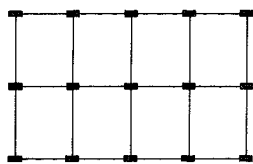
Come già evidenziato nei paragrafi precedenti, la velocità di convergenza del procedimento iterativo di risoluzione di uno schema intelaiato spaziale dipende dal rapporto tra la rigidezza delle travi e quella dei pilastri. L'introduzione dell'operazione di impalcato migliora in genere la

convergenza del procedimento, consentendo un risparmio di tempo tanto maggiore quanto più elevato è il suddetto rapporto. Quando esso è invece basso, l'operazione di impalcato può risultare non solo superflua, ma addirittura dannosa, perché non riduce il numero di iterazioni necessarie mentre incrementa il tempo occorrente per ciascuna di esse.

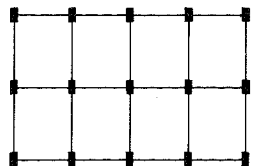
ORGANIZZAZIONE PLANIMETRICA



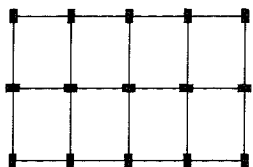
A – Pilastri quadrati
 $K_x = 1667 \eta$
 $K_y = 2500 \eta$



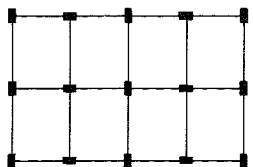
B – Pilastri allungati in direzione x
($I_{Rmax}/I_{Rmin} = 5$)
 $K_x = 1667 \eta$
 $K_y = 0.500 \eta$



C – Pilastri allungati in direzione y
 $K_x = 0.333 \eta$
 $K_y = 2500 \eta$



D – Pilastri alternati
 $K_x = 0.778 \eta$
 $K_y = 1833 \eta$



E – Pilastri alternati
 $K_x = 0.867 \eta$
 $K_y = 1.700 \eta$

$$\eta = \frac{I_{Rmax}}{I_T} \qquad K_x = \frac{\sum_x \frac{I_{Rmax}}{h_R}}{\sum_x \frac{I_T}{l_T}} \qquad K_y = \frac{\sum_y \frac{I_{Rmax}}{h_R}}{\sum_y \frac{I_T}{l_T}}$$

Figura 3.11

Per le applicazioni pratiche è opportuna una precisa quantizzazione delle considerazioni, puramente qualitative, innanzi esposte. Si è pertanto effettuata un'ampia indagine numerica, i cui risultati sono riportati e discussi nel seguito.

Tutte le elaborazioni sono state svolte utilizzando un programma che consente la risoluzione di telai spaziali con e senza operazione di impalcato. Esso è stato compilato mediante il Quick Basic Compiler e fatto girare su un personal computer con microprocessore Intel 8088 e sistema operativo MS-DOS. I tempi di soluzione sono ovviamente legati alle caratteristiche dell'elaboratore e del linguaggio adoperato. Nel valu-

ORGANIZZAZIONE VERTICALE

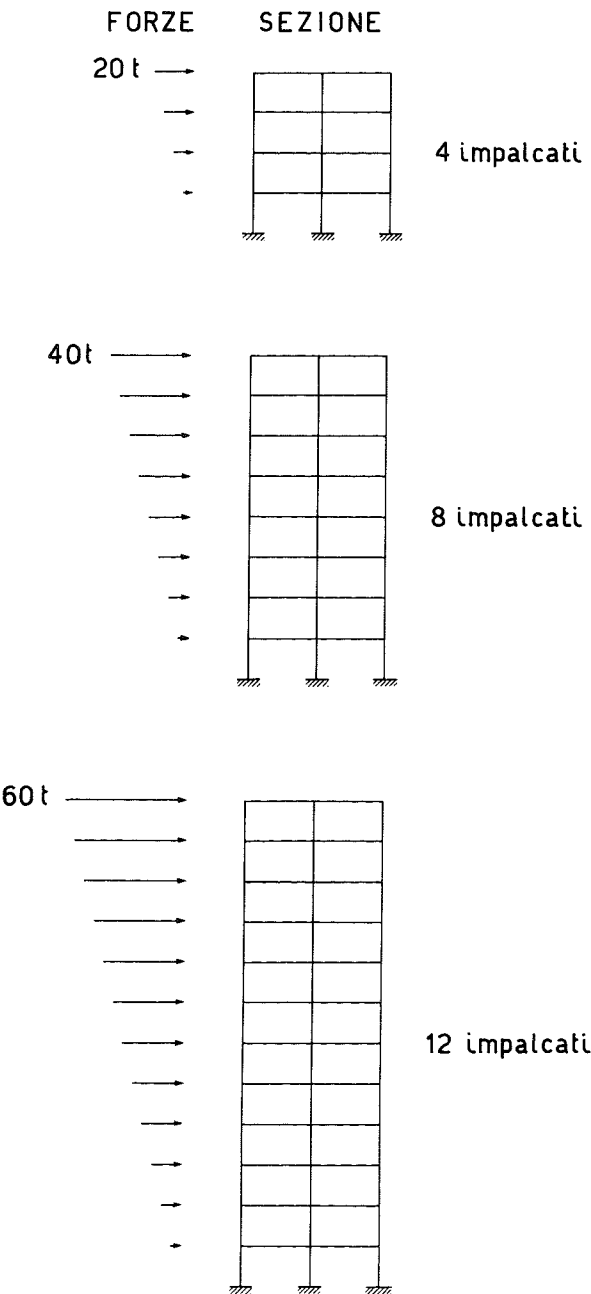


Figura 3.12

tare la convenienza dell'operazione di traverso spaziale interviene però solo il rapporto dei tempi impiegati per i singoli casi, rapporto che dipende in misura molto minore dal tipo di calcolatore. I risultati conseguiti possono pertanto con buona approssimazione essere considerati di validità generale.

Per constatare il raggiungimento della convergenza il programma effettua un controllo sul valore assoluto dello squilibrio (del momento flettente nel caso dei nodi, del taglio per gli impalcati). In tal modo il numero di iterazioni effettuate viene a dipendere solo dal rapporto delle rigidezze delle aste e non dal loro valore. Esso è invece dipendente dall'entità delle forze, che è quindi stata considerata invariante per ciascun schema.

Per valutare l'effetto della distribuzione delle rigidezze, oltre a quello del rapporto globale di rigidezza travi/pilastri, si sono presi in considerazione cinque schemi planimetrici, riportati in figura 3.11. Lo schema A prevede pilastri quadrati, mentre per gli altri schemi i pilastri sono rettangolari, con rapporto 1:5 tra inerzia minima e massima. Negli schemi B e C tutti i pilastri presentano lo stesso orientamento (allungati rispettivamente in direzione x e y); negli schemi D e E essi sono disposti in maniera alternata.

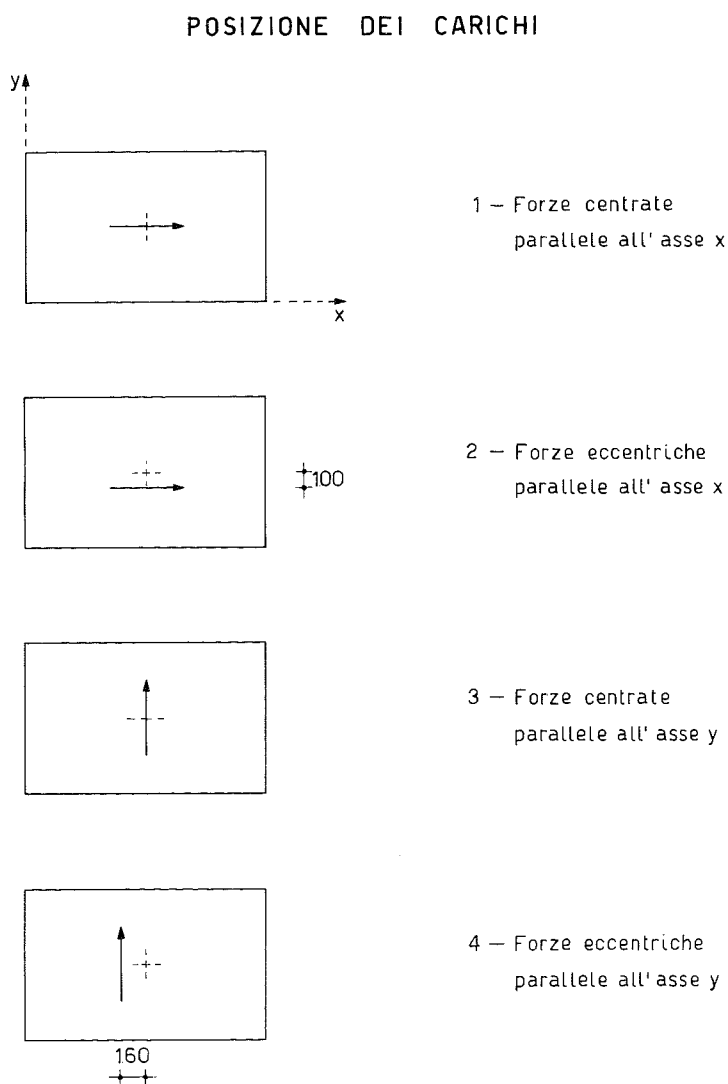


Figura 3.13

Per valutare l'influenza del numero di piani si sono analizzati schemi a 4, 8 e 12 impalcati, caricati con un insieme di forze ad andamento triangolare (fig. 3.12). Si sono inoltre considerati quattro schemi di carico, prevedendo forze agenti in direzione x o y , applicate nel baricentro geometrico oppure disposte con una eccentricità pari a un decimo della dimensione dell'edificio in pianta (fig. 3.13).

Nella tabella di figura 3.14 sono riportati i risultati ottenuti per lo schema a quattro piani con pilastri quadrati, al variare del rapporto globale di rigidezza e dello schema di carico. Si può osservare come la posizione e l'orientamento delle forze abbiano poca influenza sui tempi di risoluzione, che risultano solo leggermente superiori nel caso di forze eccentriche.

Nella tabella di figura 3.15 sono riportati i valori relativi allo stesso schema planimetrico con numero di piani pari a 8 e 12. Dal confronto con la precedente tabella si può notare come, a parità di rapporto globale di rigidezza, il numero di iterazioni necessario per la soluzione aumenta col numero dei piani solo nel caso di schemi con pilastri molto rigidi. Il tempo necessario per ciascuna iterazione cresce invece in maniera sostanzialmente lineare col numero di piani (circa 0.8 e 1.3 secondi a piano, rispettivamente in assenza e presenza dell'operazione di impalcato).

Nella tabella di figura 3.16 sono invece riportati i valori ottenuti al variare dello schema planimetrico e del numero di piani, avendo prefissato la posizione del carico e il rapporto di rigidezza (calcolato con riferimento ai soli telai paralleli alle forze). Si riscontra che lo scarto massimo tra i tempi di esecuzione richiesti dai diversi schemi è inferiore al 20%, con esclusione del solo schema B che richiede tempi sensibilmente superiori. Questo caso presenta però la particolarità di avere tutti i pilastri molto più rigidi nella direzione ortogonale alle forze applicate; se si fosse tenuto conto di ciò nella valutazione del rapporto globale di rigidezza, il valore per esso ottenuto sarebbe stato maggiore, coerentemente col maggior tempo di soluzione riscontrato.

Tutti i risultati ottenuti sono rappresentati graficamente nel diagramma in scala logaritmica di figura 3.17, unitamente a curve che mediano tali valori. In figura 3.18 è infine rappresentato il rapporto tra i tempi di soluzione necessari in presenza ed assenza dell'operazione di impalcato. Si può notare che questo rapporto r è in sostanza dipendente solo dal rapporto globale di rigidezza K e può essere con buona approssimazione espresso mediante la relazione:

$$r = \frac{40 + 5 K}{24 + 19 K} \quad (24)$$

Dall'esame dei diagrammi si può quindi concludere che l'operazione di impalcato comincia a diventare utile quando la rigidezza dei ritti supera quella delle travi. Il risparmio di tempo è già del 50% quando il rapporto globale di rigidezza è pari a 6 e tende a un limite superiore di circa il 75% all'ulteriore crescere della rigidezza dei ritti.

schema	piani	carico	K	SENZA OP. IMPALCATO		CON OP. IMPALCATO		rapp.
				n.iteraz.	tempo	n.iteraz.	tempo	
A	4	1	0.01	9	26"	9	44"	1.69
		2		9	28"	9	45"	1.61
		3		8	24"	8	39"	1.63
		4		9	28"	8	40"	1.43
A	4	1	0.03	9	27"	9	44"	1.63
		2		9	28"	10	49"	1.75
		3		8	24"	8	39"	1.63
		4		8	25"	8	39"	1.56
A	4	1	0.1	8	24"	8	37"	1.54
		2		9	28"	9	44"	1.57
		3		8	24"	8	39"	1.63
		4		8	26"	9	45"	1.73
A	4	1	0.3	8	24"	7	34"	1.42
		2		8	25"	7	35"	1.40
		3		9	27"	7	34"	1.26
		4		9	28"	8	39"	1.39
A	4	1	1	13	38"	8	39"	1.03
		2		14	44"	9	44"	1.00
		3		13	38"	8	38"	1.00
		4		13	41"	8	39"	0.95
A	4	1	3	26	1' 17"	10	48"	0.62
		2		28	1' 29"	12	59"	0.66
		3		26	1' 17"	11	53"	0.69
		4		26	1' 23"	12	59"	0.71
A	4	1	10	61	3' 03"	16	1' 17"	0.421
		2		71	3' 49"	16	1' 19"	0.345
		3		62	3' 05"	16	1' 18"	0.422
		4		62	3' 19"	16	1' 19"	0.397
A	4	1	30	137	6' 51"	28	2' 17"	0.333
		2		146	7' 54"	29	2' 24"	0.304
		3		149	7' 25"	28	2' 17"	0.308
		4		150	8' 02"	30	2' 29"	0.309
A	4	1	100	293	14' 39"	52	4' 00"	0.273
		2		294	15' 55"	53	4' 24"	0.276
		3		276	13' 49"	52	4' 15"	0.308
		4		304	15' 18"	52	4' 19"	0.282
A	4	1	300	428	21' 25"	73	5' 37"	0.262
		2		455	24' 32"	77	6' 25"	0.262
		3		402	20' 08"	75	6' 09"	0.305
		4		452	24' 15"	75	6' 14"	0.257
A	4	1	1000	529	26' 48"	90	7' 16"	0.271
		2		516	27' 54"	88	7' 21"	0.263
		3		516	25' 47"	87	7' 07"	0.276
		4		532	28' 38"	91	7' 34"	0.264

Figura 3.14

Rapidità di convergenza
del procedimento di risol-
uzione dei telai spaziali

schema	piani	carico	K	SENZA OP. IMPALCATO		CON OP. IMPALCATO		rapp.
				n.iteraz.	tempo	n.iteraz.	tempo	
A	8	4	0.01	9	59"	9	1'33"	1.58
		4	0.03	9	59"	9	1'34"	1.59
		4	0.1	9	58"	8	1'23"	1.43
		4	0.3	10	1'05"	8	1'22"	1.26
		4	1	16	1'45"	13	2'13"	1.27
		4	3	32	3'32"	12	2'04"	0.58
		4	10	89	9'52"	23	3'58"	0.402
		4	30	223	24'48"	44	7'36"	0.306
		4	100	596	66'26"	106	10'22"	0.277
		4	300	>750	--	409	69'40"	--
		4	1000	>750	--	>750	--	--
A	12	4	0.01	9	1'29"	10	2'37"	1.76
		4	0.03	9	1'29"	9	2'22"	1.60
		4	0.1	9	1'30"	12	3'07"	2.08
		4	0.3	11	1'48"	8	2'06"	1.17
		4	1	17	2'49"	12	3'07"	1.11
		4	3	39	6'30"	13	3'24"	0.52
		4	10	98	16'30"	24	6'18"	0.382
		4	30	263	44'21"	48	12'40"	0.286
		4	100	>500	--	333	85'45"	--
		4	300	>500	--	>500	--	--
		4	1000	>500	--	>500	--	--

Figura 3.15

schema	piani	carico	K	SENZA OP. IMPALCATO		CON OP. IMPALCATO		rapp.
				n.iteraz.	tempo	n.iteraz.	tempo	
A	4	4	10	62	3'20"	16	1'20"	0.359
B				112	5'56"	21	1'44"	0.292
C				64	3'24"	17	1'24"	0.412
D				78	4'06"	21	1'41"	0.411
E				70	3'42"	18	1'29"	0.401
A	8	4	10	90	9'58"	21	3'38"	0.365
B				153	16'55"	28	4'51"	0.287
C				87	9'36"	21	3'37"	0.377
D				102	11'08"	28	4'42"	0.422
E				91	10'00"	23	3'58"	0.397
A	12	4	10	99	16'39"	22	5'47"	0.347
B				177	29'41"	32	8'26"	0.284
C				97	16'15"	23	6'02"	0.371
D				114	18'54"	29	7'26"	0.393
E				103	17'11"	30	7'49"	0.455

Figura 3.16

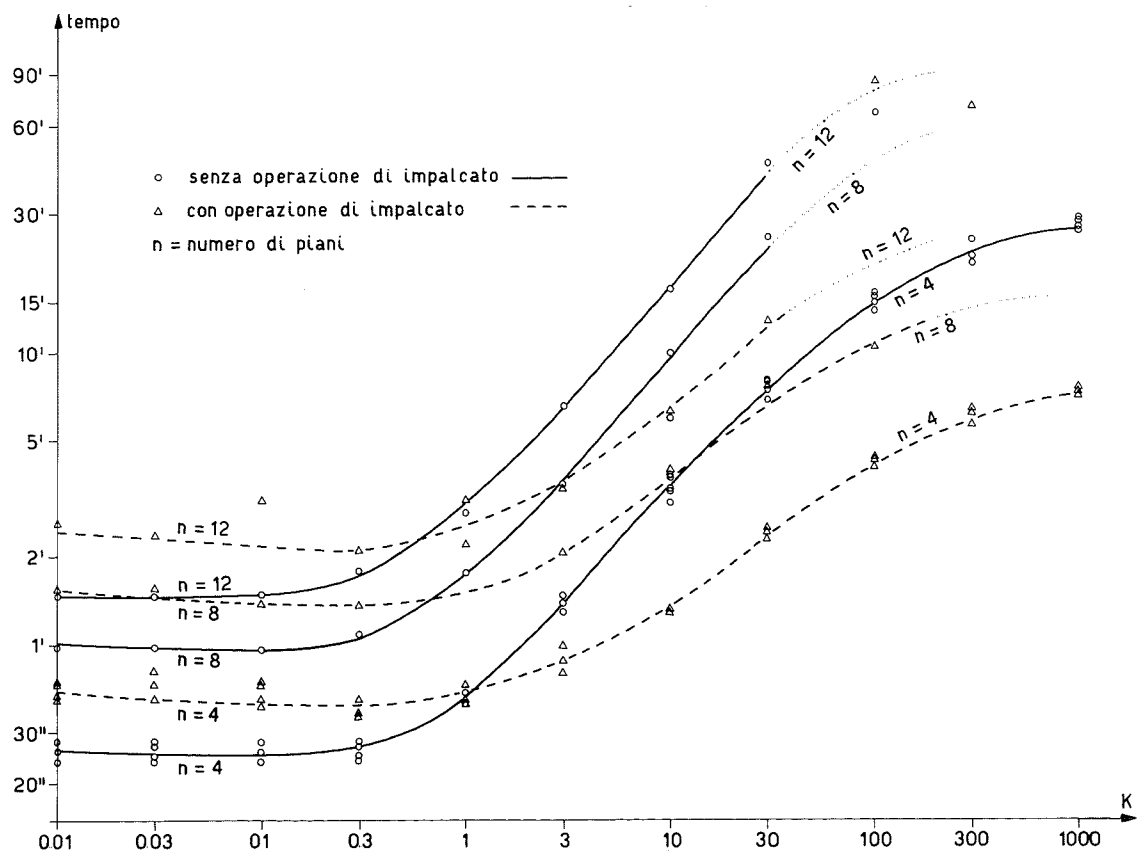


Figura 3.17

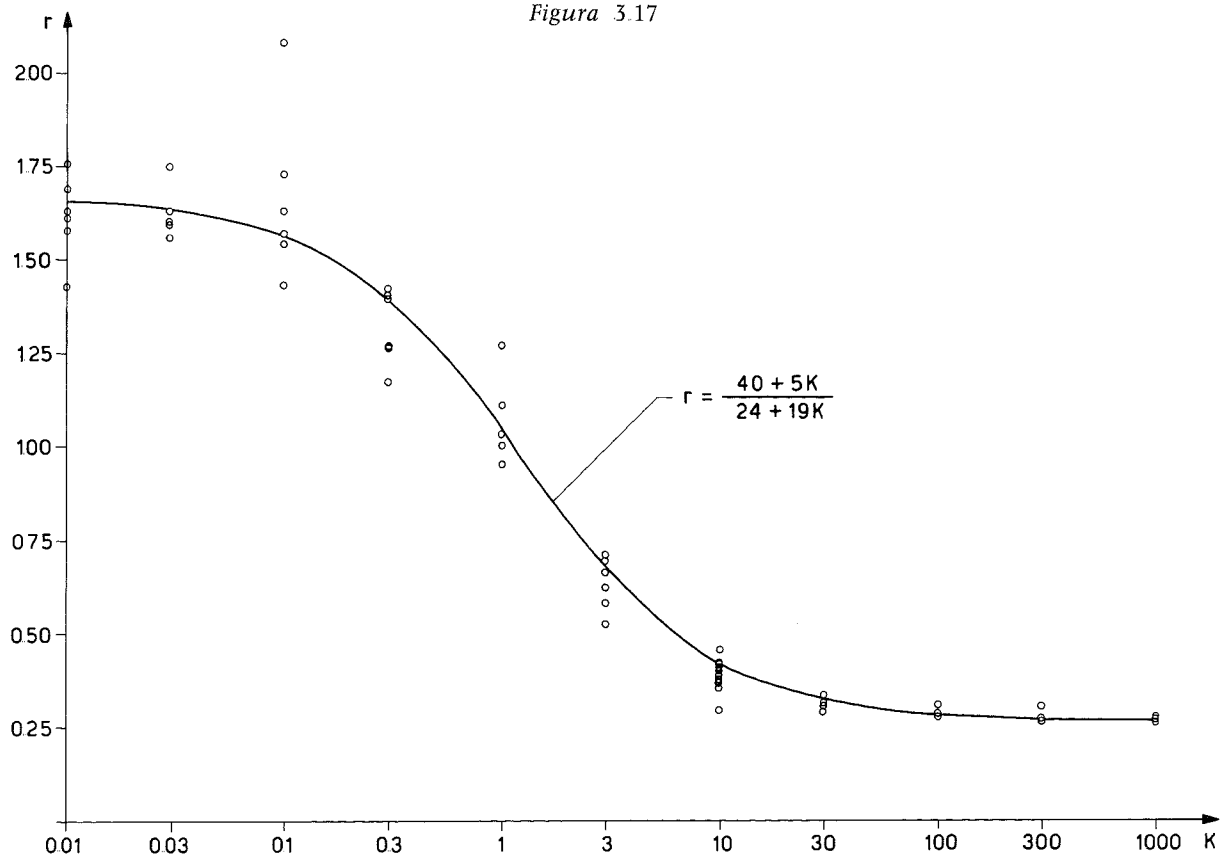


Figura 3.18

1. M. Pagano, *Sul calcolo dei telai a nodi spostabili*, Giornale del Genio Civile, 1957.
2. G. Morabito, *Una modifica al procedimento di G. Kani*, Giornale del Genio Civile, 1965.
3. F. Mazzolani, *Metodi di calcolo a rapida convergenza per telai multipiani (parte prima)*, Giornale del Genio Civile, 1967.
4. F. Mazzolani, *Metodi di calcolo a rapida convergenza per telai multipiani (parte seconda)*, Giornale del Genio Civile, 1967.
5. A. Giliberti, *Un più spedito procedimento di calcolo dei telai a maglie rettangolari caricate da forze orizzontali nei nodi*, Giornale del Genio Civile, 1976.
6. A. Ghersi, *Strutture intelaiate spaziali per edifici*, Giornale del Genio Civile, 1977.
7. A. Ghersi, *Impostazione manuale del calcolo dei telai spaziali*, Ingegneri, 1979.
8. M. Pagano, *Teoria degli edifici. Telai per edifici a maglie rettangolari*, Liguori, 1979.

APPENDICE AL CAPITOLO TERZO
PROGRAMMA PER LA RISOLUZIONE DI UN TELAIO SPAZIALE
CON L'OPERAZIONE DI IMPALCATO

Aurelio Gherzi

a. Introduzione.

Il programma che qui si presenta è una estensione di quello illustrato in appendice al capitolo primo, e consente di utilizzare nella risoluzione del sistema l'operazione di impalcato. Ciò rende necessario l'uso di un maggior numero di variabili; di conseguenza il dimensionamento, fatto nell'intento di non superare un ingombro di memoria di 64 Kbytes, limita il programma alla risoluzione di schemi composti da un massimo di 20 telai, con un totale di 65 pilastri e 7 piani.

I paragrafi successivi contengono la documentazione del programma, vista come integrazione di quella già fornita per la versione base. Il paragrafo b contiene la descrizione delle variabili aggiunte rispetto alla prima versione. In esso sono anche riportate precise indicazioni sull'ingombro di memoria, che consentono di variare i limiti anzidetti in funzione della capacità di memoria del proprio calcolatore e delle possibilità del BASIC utilizzato. Nel paragrafo c sono descritti i blocchi di istruzioni aggiunti o modificati. Il relativo listato è riportato nel successivo paragrafo d. Il paragrafo e contiene le indicazioni necessarie per utilizzare il programma. Il paragrafo f contiene infine un esempio, costituito dallo stesso schema analizzato nel paragrafo 3.6. Per esso sono riportati i dati necessari per l'elaborazione ed i risultati conseguentemente ottenuti.

b. Elenco delle variabili.

L'utilizzazione dell'operazione di impalcato non comporta alcuna variazione delle informazioni di ingresso. Solo nelle fasi di preparazione e risoluzione occorre memorizzare un limitato numero di valori, strettamente connessi con l'operazione.

Si riporta di seguito l'elenco delle variabili che sono state aggiunte rispetto alla versione base illustrata in appendice al capitolo primo. Si analizza infine il nuovo ingombro complessivo di memoria, in modo da consentire con facilità variazioni dei limiti di dimensionamento.

teoria	programma	descrizione
w_{js}^{**}	WPI (J, K)	rigidezza di traverso (tm)
$x_{G_{js}}$	XI (K)	ascissa del baricentro delle rigidezze di traverso (m)
$y_{G_{js}}$	YI (K)	ordinata del baricentro delle rigidezze di traverso (m)
d_{js}^{**}	DI (J, K)	distanza del telaio dal baricentro delle rigidezze di traverso (m)
	WXI (K)	somma delle rigidezze di traverso dei telai paralleli all'asse x (tm)
	WYI (K)	somma delle rigidezze di traverso dei telai paralleli all'asse y (tm)

teoria	programma	descrizione
	WFI (K)	momento d'inerzia delle rigidezze di traverso rispetto al loro baricentro (tm ³)
$w_i^{\bullet\bullet}$	WNI (I, K)	somma degli indici di rigidezza delle travi e dei ritti che convergono nel nodo i, moltiplicati rispettivamente per 6 e per 4 (tm)
w'_{js}	WP (J, K)	somma degli indici di rigidezza dei ritti di un interpiano
	SX (K)	somma dei momenti di incastro perfetto per tutti i telai paralleli all'asse x (tm)
	SY (K)	somma dei momenti di incastro perfetto per tutti i telai paralleli all'asse y (tm)
	SF (K)	momento d'inerzia dei momenti di incastro perfetto rispetto al baricentro delle rigidezze di traverso (tm ³)
$\delta_{Gsx}^{\bullet\bullet}/h_s$	DXI	rapporto tra spostamento relativo in direzione x provocato dall'operazione di impalcato e altezza dell'interpiano
$\delta_{Gsy}^{\bullet\bullet}/h_s$	DYI	rapporto tra spostamento relativo in direzione y provocato dall'operazione di impalcato e altezza dell'interpiano
$\Phi_s^{\bullet\bullet}/h_s$	DFI	rapporto tra rotazione relativa provocata dalla operazione di impalcato e altezza dell'interpiano

Ingombro complessivo di memoria

L'ingombro della versione in GWBASIC del programma è di circa 20 Kbytes. L'ingombro delle variabili può essere calcolato in funzione dei valori massimi di MI, MJ, MK, ML utilizzati nel loro dimensionamento. Si sono utilizzate 56 variabili con indice e 34 variabili semplici, per un numero totale di valori pari a:

$$18 \times MI \times MK + 5 \times MJ \times MK + 2 \times MI + 3 \times MJ + 18 \times MK + 3 \times ML + 33.$$

Se si pone $MI = 65$, $MK = 7$, $MJ = 20$, $ML = 50$, il numero totale di variabili è pari a 9389, corrispondente a un ingombro di memoria pari a quasi 40 Kbytes, valore che, sommato a quello del programma, si mantiene inferiore al limite di 64 Kbytes, caratteristico del GWBASIC.

Lo stesso ingombro complessivo può essere ottenuto variando i limiti del dimensionamento l'uno a scapito degli altri. Si può così, per esempio, portare il numero massimo dei piani MK a 10 riducendo il numero dei pilastri MI a 45, oppure abbassarlo a 3 aumentando MI a 160.

c. Descrizione del programma.

Nel listato, riportato nel paragrafo seguente, sono riportati esclusivamente quei blocchi di istruzioni che hanno subito aggiunte o modifiche rispetto alla versione base. Denominando i blocchi principali con le stesse lettere utilizzate nel paragrafo 1.c, si ha:

A) Dimensionamento delle variabili con indice.

Nella linea 100 è stato ridotto il valore limite per il numero di pilastri. Sono state aggiunte le linee 190-200, contenenti il dimensionamento delle nuove variabili.

B) Programma principale.

Inalterato.

C) Input dei dati geometrici ed elastici.

Inalterato.

D) Stampa dei dati geometrici ed elastici.

Inalterato.

E) Elaborazione iniziale dei dati geometrici.

Sono rimaste sostanzialmente invariate, anche se rinumerate, le istruzioni per il calcolo delle grandezze geometriche ed elastiche legate alle operazioni di nodo e piano. A queste sono state aggiunte istruzioni per la determinazione dei valori necessari per l'operazione di impalcato: somma degli indici di rigidezza dei ritti per ciascun telaio, rigidezze di traverso, somma degli indici di rigidezza delle travi e dei ritti che convergono in un nodo moltiplicate per 6 e per 4, coordinate del baricentro delle rigidezze di traverso e loro somma e momento d'inerzia baricentrico.

F) Input dei carichi verticali, nodali ed orizzontali.

Inalterato.

G) Stampa dei dati relativi ai carichi.

Inalterato.

H) Elaborazione iniziale dei dati relativi ai carichi.

Sono state aggiunte istruzioni per il calcolo della somma dei momenti di incastro perfetto e del loro momento rispetto al baricentro delle rigidezze di traverso.

I) Risoluzione iterativa del sistema.

Sono rimaste invariate, anche se rinumerate, le istruzioni per l'azzeramento delle incognite e per le operazioni di nodo e piano. Ad esse sono state aggiunte istruzioni per l'effettuazione dell'operazione di impalcato.

L) Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione agli estremi delle aste e degli spostamenti assoluti dei traversi.

Inalterato.

M) Stampa dei risultati.

Inalterato.

d. Codifica del programma

Si riportano di seguito solo i blocchi variati rispetto alla impostazione di base, individuati mediante le lettere già utilizzate nel paragrafo 1.c.

A) Dimensionamento delle variabili.

```

100 MI=70 : MK=7 : ML=50 : MJ=20 'valori limite per gli indici degli array
110 OPTION BASE 1 '                estremo inferiore dell'indice degli array
120 DIM MR(MJ), IR(MJ), DL(MI-1), H(MK), NP(MI), DT(MJ)
130 DIM NT(MI-1, MK), NR(MI, MK), ZB(ML), ZH(ML), ZI(ML)
140 DIM WT(MI-1, MK), WR(MI, MK), WN(MI, MK), XG(MK), YG(MK), DG(MJ, MK), WX(MK),
    WY(MK), WF(MK)
150 DIM Q(MI-1, MK), MN(MI, MK), XF(MK), YF(MK), FX(MK), FY(MK), FM(MK)
160 DIM SM(MI, MK), QX(MK), QY(MK), QM(MK)
170 DIM FI(MI, MK), DX(MK), DY(MK), DF(MK), D(MJ, MK)
180 DIM MS(MI-1, MK), MD(MI-1, MK), MT(MI, MK), MP(MI, MK), TS(MI-1, MK),
    TD(MI-1, MK), TR(MI, MK), SN(MI, MK)
190 DIM WNI(MI, MK), WP(MJ, MK), WPI(MJ, MK), DI(MJ, MK), WXI(MK), WYI(MK), WFI(MK)
200 DIM XI(MK), YI(MK), SX(MK), SY(MK), SF(MK)

```

E) Elaborazione iniziale dei dati geometrici.

```

3000 GOSUB 3100 '                indici di rigidezza di travi e pilastri
3005 GOSUB 3200 '                somma degli indici di rigidezza nei nodi
3010 GOSUB 3300 '                somma indici rigidezza ritti, per telaio
3015 GOSUB 3400 '                baricentro dei w' e somma nel piano
3020 GOSUB 3600 '                somma ind. rigid. nei nodi, per op. impalcato
3025 GOSUB 3700 '                rigidezza di traverso
3030 GOSUB 3800 '                baricentro rigidezze traverso e loro somma
3035 RETURN
3080 '
3090 ' --- calcola gli indici di rigidezza di travi e pilastri
3100 FOR K=1 TO KZ
3105   FOR J=1 TO JZ
3110     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
3115       L=NT(I, K)
3120       WT(I, K)=E*ZI(L)/DL(I)
3125     NEXT I
3130   NEXT J
3135   FOR I=1 TO IZ
3140     L=NR(I, K)
3145     WR(I, K)=E*ZI(L)/H(K)
3150   NEXT I
3155 NEXT K
3160 RETURN
3180 '
3190 ' --- calcola la somma degli indici di rigidezza delle aste nei nodi
3200 FOR K=1 TO KZ
3205   I=0
3210   FOR J=1 TO JZ
3215     FOR M=1 TO MR(J)
3220       I=I+1
3225       S=WR(I, K)
3230       IF M>1 THEN S=S+WT(I-1, K)
3235       IF M<MR(J) THEN S=S+WT(I, K)
3240       IF K<KZ THEN S=S+WR(I, K+1)
3245       WN(I, K)=S
3250     NEXT M
3255   NEXT J
3260 NEXT K
3265 RETURN

```

```

3280 '
3290 ' --- calcola la somma degli indici di rigidezza dei ritti,
      per interpiano e per telaio
3300 FOR K=1 TO KZ
3305   FOR J=1 TO JZ
3310     S=0
3315     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
3320       S=S+WR(I,K)
3325     NEXT I
3330     WP(J,K)=S
3335   NEXT J
3340 NEXT K
3345 RETURN
3380 '
3390 ' --- calcola baricentro dei w' e loro somma nel piano
3400 FOR K=1 TO KZ
3405   J1=1 : J2=JX
3410   GOSUB 3500 '          calcola baricentro delle rigidezze
3415   WX(K)=S : WF(K)=S2
3420   YG(K)=S1
3425   FOR J=J1 TO J2
3430     DG(J,K)=DT(J)-YG(K)
3435   NEXT J
3440   J1=JX+1 : J2=JZ
3445   GOSUB 3500 '          calcola baricentro delle rigidezze
3450   WY(K)=S : WF(K)=WF(K)+S2
3455   XG(K)=S1
3460   FOR J=J1 TO J2
3465     DG(J,K)=XG(K)-DT(J)
3470   NEXT J
3475 NEXT K
3480 RETURN
3485 '
3490 ' --- calcola baricentro delle rigidezze
3500 S=0 : S1=0 : S2=0
3505 H2=1/H(K)^2
3510 FOR J=J1 TO J2
3515   V=WP(J,K)*H2
3520   S=S+V
3525   S1=S1+V*DT(J)
3530   S2=S2+V*DT(J)^2
3535 NEXT J
3540 IF S<>0 THEN S1=S1/S '      S=0 se non esistono telai in una direzione
3545 S2=S2-S*S1^2
3550 RETURN
3580 '
3590 ' --- calcola la somma degli indici di rigidezza delle aste nei nodi,
      per l'operazione di impalcato
3600 FOR K=1 TO KZ
3605   I=0
3610   FOR J=1 TO JZ
3615     FOR M=1 TO MR(J)
3620       I=I+1
3625       S=4*WR(I,K)
3630       IF M>1 THEN S=S+6*WT(I-1,K)
3635       IF M<MR(J) THEN S=S+6*WT(I,K)
3640       IF K<KZ THEN S=S+4*WR(I,K+1)
3645       WNI(I,K)=S
3650     NEXT M
3655   NEXT J
3660 NEXT K
3665 RETURN
3680 '
3690 ' --- calcola la rigidezza di traverso
3700 FOR K=1 TO KZ
3705   FOR J=1 TO JZ
3710     S=2*WP(J,K)
3715     IF K<KZ THEN S=S+2*WP(J,K+1)

```

```

3720     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
3725         S=S+24*WT(I,K)
3730     NEXT I
3735     WPI(J,K)=S
3740 NEXT J
3745 NEXT K
3750 RETURN
3780 '
3790 ' --- calcola baricentro delle rig. di traverso e loro somma nel piano
3800 FOR K=1 TO KZ
3805     J1=1 : J2=JX
3810     GOSUB 3900 '          calcola baricentro delle rigidezze di traverso
3815     WXI(K)=S : WFI(K)=S2
3820     YI(K)=S1
3825     FOR J=J1 TO J2
3830         DI(J,K)=DT(J)-YI(K)
3835     NEXT J
3840     J1=JX+1 : J2=JZ
3845     GOSUB 3900 '          calcola baricentro delle rigidezze di traverso
3850     WYI(K)=S : WFI(K)=WFI(K)+S2
3855     XI(K)=S1
3860     FOR J=J1 TO J2
3865         DI(J,K)=XI(K)-DT(J)
3870     NEXT J
3875 NEXT K
3880 RETURN
3885 '
3890 ' --- calcola baricentro delle rigidezze di traverso
3900 S=0 : S1=0 : S2=0
3910 FOR J=J1 TO J2
3915     V=WPI(J,K)
3920     S=S+V
3925     S1=S1+V*DT(J)
3930     S2=S2+V*DT(J)^2
3935 NEXT J
3940 IF S<>0 THEN S1=S1/S '          S=0 se non esistono telai in una direzione
3945 S2=S2-S*S1^2
3950 RETURN

```

H) Elaborazione iniziale dei dati relativi ai carichi.

```

6000 GOSUB 6100 '          somma momenti d'incastro e nodali
6010 GOSUB 6300 '          somma forze e momenti di piano
6020 GOSUB 6500 '          somma e momento d'inerzia dei momenti
                          d'incastro per impalcato
6030 RETURN

6480 '
6490 ' --- calcola somma e momento d'inerzia
        dei momenti d'incastro perfetto nell'impalcato
6500 FOR K=1 TO KZ
6505     J1=1 : J2=JX
6510     GOSUB 6600 '          somma momenti d'incastro
6515     SX(K)=S : SF(K)=S2
6520     J1=JX+1 : J2=JZ
6525     GOSUB 6600 '          somma momenti d'incastro
6530     SY(K)=S : SF(K)=SF(K)+S2
6535 NEXT K
6540 RETURN
6580 '
6590 ' -- somma i momenti d'incastro perfetto per piu' telai
6600 S=0 : S2=0
6605 FOR J=J1 TO J2
6610     V=0
6615     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
6620         V=V+SM(I,K)
6625     NEXT I

```

```

6630     S=S+V
6635     S2=S2+V*DI(J,K)^2
6640 NEXT J
6645 RETURN

```

Rapidità di convergenza
del procedimento di risol-
uzione dei telai spaziali

1) Risoluzione iterativa del sistema.

```

7000 GOSUB 7100 '          azzera rotazioni e spostamenti
7005 SQ=0
7010 FOR K=1 TO KZ
7015     I=0
7020     FOR J=1 TO JZ
7025         FOR M=1 TO MR(J)
7030             I=I+1
7035             GOSUB 7200 '      operazione di nodo
7040             NEXT M
7045     NEXT J
7050     GOSUB 7400 '          operazione di piano
7055     GOSUB 7600 '          operazione di impalcato
7060 NEXT K
7065 IF SQ<>0 THEN 7005
7070 RETURN
7080 '
7090 ' --- azzera rotazioni e spostamenti
7100 FOR K=1 TO KZ
7105     FOR I=1 TO IZ
7110         FI(I,K)=0
7115     NEXT I
7120     FOR J=1 TO JZ
7125         D(J,K)=0
7130     NEXT J
7135     DX(K)=0 : DY(K)=0 : DF(K)=0
7140 NEXT K
7145 RETURN
7180 '
7190 ' --- operazione di nodo per il nodo I,K
7200 IF WN(I,K)=0 THEN RETURN
7205 S=SM(I,K)+6*WR(I,K)*D(J,K)/H(K)
7210 IF K>1 THEN S=S-2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
7215 IF K<KZ THEN S=S+6*WR(I,K+1)*D(J,K+1)/H(K+1)-2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
7220 IF M>1 THEN S=S-2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
7225 IF M<MR(J) THEN S=S-2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
7230 IF ABS (S-4*WN(I,K)*FI(I,K))<.0005 THEN RETURN
7235 FI(I,K)=S/4/WN(I,K)
7240 SQ=1
7245 RETURN
7380 '
7390 ' --- operazione di piano per il piano K
7400 S2=0
7405 J1=1 : J2=JX : GOSUB 7500 '      somma
7410 S1=QX(K)+6*S1/H(K)
7415 IF ABS (S1-12*WX(K)*DX(K))>.0005 THEN DX(K)=S1/12/WX(K) : SQ=1
7420 J1=JX+1 : J2=JZ : GOSUB 7500 '      somma
7425 S1=QY(K)+6*S1/H(K)
7430 IF ABS (S1-12*WY(K)*DY(K))>.0005 THEN DY(K)=S1/12/WY(K) : SQ=1
7435 S2=QM(K)+6*S2/H(K)
7440 IF ABS (S2-12*WF(K)*DF(K))>.0005 THEN DF(K)=S2/12/WF(K) : SQ=1
7445 FOR J=1 TO JX
7450     D(J,K)=DX(K)+DG(J,K)*DF(K)
7455 NEXT J
7460 FOR J=JX+1 TO JZ
7465     D(J,K)=DY(K)+DG(J,K)*DF(K)
7470 NEXT J
7475 RETURN
7480 '
7490 ' -- somma
7500 S1=0

```

```

7505 FOR J=J1 TO J2
7510   S=0
7515   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
7520     V=FI(I,K)
7525     IF K>1 THEN V=V+FI(I,K-1)
7530     S=S+V*WR(I,K)
7535   NEXT I
7540   S1=S1+S
7545   S2=S2+S*DG(J,K)
7550 NEXT J
7555 RETURN
7580 '
7590 ' --- operazione di traverso spaziale per l'impalcato K
7600 S2=SF(K)
7605 J1=1 : J2=JX : GOSUB 7800 '          somma squilibrio momenti
7610 S1=S1+SX(K)
7615 DXI=-S1/WXI(K)
7620 J1=JX+1 : J2=JZ : GOSUB 7800 '          somma squilibrio momenti
7625 S1=S1+SY(K)
7630 DYI=-S1/WYI(K)
7635 DFI=-S2/WFI(K)
7640 FOR J=1 TO JZ
7645   IF J<=JX THEN V=DXI ELSE V=DYI
7650   V=V+DFI*DI(J,K)
7655   D(J,K)=D(J,K)+V*H(K)
7660   IF K<KZ THEN D(J,K+1)=D(J,K+1)+V*H(K+1)
7665   V=2*V
7670   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
7675     FI(I,K)=FI(I,K)+V
7680   NEXT I
7685 NEXT J
7690 DX(K)=DX(K)+(DXI+DFI*(YG(K)-YI(K)))*H(K)
7695 DY(K)=DY(K)+(DYI-DFI*(XG(K)-XI(K)))*H(K)
7700 DF(K)=DF(K)+DFI*H(K)
7705 IF K>=KZ THEN 7725
7710   DX(K+1)=DX(K+1)+(DXI+DFI*(YG(K+1)-YI(K)))*H(K+1)
7715   DY(K+1)=DY(K+1)+(DYI-DFI*(XG(K+1)-XI(K)))*H(K+1)
7720   DF(K+1)=DF(K+1)+DFI*H(K+1)
7725 RETURN
7780 '
7790 ' -- somma squilibrio momenti
7800 S1=0
7805 FOR J=J1 TO J2
7810   S=-6*WP(J,K)*D(J,K)/H(K)
7815   IF K<KZ THEN S=S-6*WP(J,K+1)*D(J,K+1)/H(K)
7820   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
7825     S=S+WNI(I,K)*FI(I,K)
7830     IF K>1 THEN S=S+WR(I,K)*2*FI(I,K-1)
7835     IF K<KZ THEN S=S+WR(I,K+1)*2*FI(I,K+1)
7840   NEXT I
7845   S1=S1+S
7850   S2=S2+S*DI(J,K)
7855 NEXT J
7860 RETURN

```

e. Modalità di utilizzazione.

141

**Rapidità di convergenza
del procedimento di risoluzi-
one dei telai spaziali**

Le modalità di utilizzazione del programma qui descritto sono identiche a quelle della versione base, esaminate dettagliatamente nel paragrafo 1.e.

f. Esempio.

Il programma è stato utilizzato per la risoluzione dello schema intelaiato spaziale a quattro impalcati, già analizzato nel paragrafo 3.6. Si riportano di seguito le linee di programma contenenti i dati e, nelle pagine successive, i risultati ottenuti.

```
10000 ' ----- spazio per i dati
10010 DATA 3,5,4,2
10020 DATA 3,3,3,3
10030 DATA 0,5,10,0,4,8,12,16
10040 DATA 1,2,3,4,5,0,6,7,8,9,10,0,11,12,13,14,15,0
10050 DATA 1,6,11,0,2,7,12,0,3,8,13,0,4,9,14,0,5,10,15,0
10060 DATA 4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,5,5,5
10070 DATA 250000
10080 DATA .41865,.26374,.41865,.41865
10090 DATA 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1
10100 DATA 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1
10110 DATA 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1
10120 DATA 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1
10130 DATA 2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2
10140 DATA 2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2
10150 DATA 2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2
10160 DATA 2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2
10170 DATA 0,0,1
10180 DATA 6.4,5,0,5,0,6.4,5,0,10,0,6.4,5,0,15,0,6.4,5,0,20,0
10190 DATA 0,0,0
```

ALTEZZA DEI PIANI

PIANO	ALTEZZA (M)
1	3.00
2	3.00
3	3.00
4	3.00

POSIZIONE DEI TELAI

TELAIO	DISTANZA DALL'ASSE (M)
1 X	0.00
2 X	5.00
3 X	10.00
1 Y	0.00
2 Y	4.00
3 Y	8.00
4 Y	12.00
5 Y	16.00

LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	LUCE (M)	B (M)	H (M)	INERZIA (M ⁴)
1 X	1 - 2	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	1 - 2	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	1 - 2	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	1 - 2	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	2 - 3	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	2 - 3	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	2 - 3	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	2 - 3	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	3 - 4	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	3 - 4	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	3 - 4	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	3 - 4	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	4 - 5	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	4 - 5	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	4 - 5	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 X	4 - 5	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	6 - 7	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	6 - 7	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	6 - 7	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	6 - 7	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	7 - 8	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	7 - 8	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	7 - 8	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	7 - 8	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	8 - 9	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	8 - 9	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	8 - 9	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	8 - 9	4	4.00	0.42	0.26	0.000640

Rapidità di convergenza
del procedimento di risoluzi-
one dei telai spaziali

2 X	9 - 10	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	9 - 10	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	9 - 10	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
2 X	9 - 10	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	11 - 12	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	11 - 12	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	11 - 12	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	11 - 12	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	12 - 13	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	12 - 13	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	12 - 13	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	12 - 13	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	13 - 14	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	13 - 14	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	13 - 14	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	13 - 14	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	14 - 15	1	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	14 - 15	2	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	14 - 15	3	4.00	0.42	0.26	0.000640
3 X	14 - 15	4	4.00	0.42	0.26	0.000640
1 Y	1 - 6	1	5.00	0.42	0.26	0.000640
1 Y	1 - 6	2	5.00	0.42	0.26	0.000640
1 Y	1 - 6	3	5.00	0.42	0.26	0.000640
1 Y	1 - 6	4	5.00	0.42	0.26	0.000640
1 Y	6 - 11	1	5.00	0.42	0.26	0.000640
1 Y	6 - 11	2	5.00	0.42	0.26	0.000640
1 Y	6 - 11	3	5.00	0.42	0.26	0.000640
1 Y	6 - 11	4	5.00	0.42	0.26	0.000640
2 Y	2 - 7	1	5.00	0.42	0.26	0.000640
2 Y	2 - 7	2	5.00	0.42	0.26	0.000640
2 Y	2 - 7	3	5.00	0.42	0.26	0.000640
2 Y	2 - 7	4	5.00	0.42	0.26	0.000640
2 Y	7 - 12	1	5.00	0.42	0.26	0.000640
2 Y	7 - 12	2	5.00	0.42	0.26	0.000640
2 Y	7 - 12	3	5.00	0.42	0.26	0.000640
2 Y	7 - 12	4	5.00	0.42	0.26	0.000640
3 Y	3 - 8	1	5.00	0.42	0.26	0.000640
3 Y	3 - 8	2	5.00	0.42	0.26	0.000640
3 Y	3 - 8	3	5.00	0.42	0.26	0.000640
3 Y	3 - 8	4	5.00	0.42	0.26	0.000640
3 Y	8 - 13	1	5.00	0.42	0.26	0.000640
3 Y	8 - 13	2	5.00	0.42	0.26	0.000640
3 Y	8 - 13	3	5.00	0.42	0.26	0.000640
3 Y	8 - 13	4	5.00	0.42	0.26	0.000640
4 Y	4 - 9	1	5.00	0.42	0.26	0.000640
4 Y	4 - 9	2	5.00	0.42	0.26	0.000640
4 Y	4 - 9	3	5.00	0.42	0.26	0.000640
4 Y	4 - 9	4	5.00	0.42	0.26	0.000640
4 Y	9 - 14	1	5.00	0.42	0.26	0.000640
4 Y	9 - 14	2	5.00	0.42	0.26	0.000640
4 Y	9 - 14	3	5.00	0.42	0.26	0.000640
4 Y	9 - 14	4	5.00	0.42	0.26	0.000640

Capitolo terzo

5 Y	5 - 10	1	5.00	0.42	0.26	0.000640
5 Y	5 - 10	2	5.00	0.42	0.26	0.000640
5 Y	5 - 10	3	5.00	0.42	0.26	0.000640
5 Y	5 - 10	4	5.00	0.42	0.26	0.000640
5 Y	10 - 15	1	5.00	0.42	0.26	0.000640
5 Y	10 - 15	2	5.00	0.42	0.26	0.000640
5 Y	10 - 15	3	5.00	0.42	0.26	0.000640
5 Y	10 - 15	4	5.00	0.42	0.26	0.000640

SEZIONI DEI PILASTRI

TELAIO	PILASTRO	PIANO	B (M)	H (M)	INERZIA (M^4)
1 X	1	1	0.42	0.42	0.002560
1 X	1	2	0.42	0.42	0.002560
1 X	1	3	0.42	0.42	0.002560
1 X	1	4	0.42	0.42	0.002560
1 X	2	1	0.42	0.42	0.002560
1 X	2	2	0.42	0.42	0.002560
1 X	2	3	0.42	0.42	0.002560
1 X	2	4	0.42	0.42	0.002560
1 X	3	1	0.42	0.42	0.002560
1 X	3	2	0.42	0.42	0.002560
1 X	3	3	0.42	0.42	0.002560
1 X	3	4	0.42	0.42	0.002560
1 X	4	1	0.42	0.42	0.002560
1 X	4	2	0.42	0.42	0.002560
1 X	4	3	0.42	0.42	0.002560
1 X	4	4	0.42	0.42	0.002560
1 X	5	1	0.42	0.42	0.002560
1 X	5	2	0.42	0.42	0.002560
1 X	5	3	0.42	0.42	0.002560
1 X	5	4	0.42	0.42	0.002560
2 X	6	1	0.42	0.42	0.002560
2 X	6	2	0.42	0.42	0.002560
2 X	6	3	0.42	0.42	0.002560
2 X	6	4	0.42	0.42	0.002560
2 X	7	1	0.42	0.42	0.002560
2 X	7	2	0.42	0.42	0.002560
2 X	7	3	0.42	0.42	0.002560
2 X	7	4	0.42	0.42	0.002560
2 X	8	1	0.42	0.42	0.002560
2 X	8	2	0.42	0.42	0.002560
2 X	8	3	0.42	0.42	0.002560
2 X	8	4	0.42	0.42	0.002560
2 X	9	1	0.42	0.42	0.002560
2 X	9	2	0.42	0.42	0.002560
2 X	9	3	0.42	0.42	0.002560
2 X	9	4	0.42	0.42	0.002560
2 X	10	1	0.42	0.42	0.002560
2 X	10	2	0.42	0.42	0.002560
2 X	10	3	0.42	0.42	0.002560
2 X	10	4	0.42	0.42	0.002560

Rapidità di convergenza
del procedimento di risoluzio-
ne dei telai spaziali

3 X	11	1	0.42	0.42	0.002560
3 X	11	2	0.42	0.42	0.002560
3 X	11	3	0.42	0.42	0.002560
3 X	11	4	0.42	0.42	0.002560
3 X	12	1	0.42	0.42	0.002560
3 X	12	2	0.42	0.42	0.002560
3 X	12	3	0.42	0.42	0.002560
3 X	12	4	0.42	0.42	0.002560
3 X	13	1	0.42	0.42	0.002560
3 X	13	2	0.42	0.42	0.002560
3 X	13	3	0.42	0.42	0.002560
3 X	13	4	0.42	0.42	0.002560
3 X	14	1	0.42	0.42	0.002560
3 X	14	2	0.42	0.42	0.002560
3 X	14	3	0.42	0.42	0.002560
3 X	14	4	0.42	0.42	0.002560
3 X	15	1	0.42	0.42	0.002560
3 X	15	2	0.42	0.42	0.002560
3 X	15	3	0.42	0.42	0.002560
3 X	15	4	0.42	0.42	0.002560
1 Y	1	1	0.42	0.42	0.002560
1 Y	1	2	0.42	0.42	0.002560
1 Y	1	3	0.42	0.42	0.002560
1 Y	1	4	0.42	0.42	0.002560
1 Y	6	1	0.42	0.42	0.002560
1 Y	6	2	0.42	0.42	0.002560
1 Y	6	3	0.42	0.42	0.002560
1 Y	6	4	0.42	0.42	0.002560
1 Y	11	1	0.42	0.42	0.002560
1 Y	11	2	0.42	0.42	0.002560
1 Y	11	3	0.42	0.42	0.002560
1 Y	11	4	0.42	0.42	0.002560
2 Y	2	1	0.42	0.42	0.002560
2 Y	2	2	0.42	0.42	0.002560
2 Y	2	3	0.42	0.42	0.002560
2 Y	2	4	0.42	0.42	0.002560
2 Y	7	1	0.42	0.42	0.002560
2 Y	7	2	0.42	0.42	0.002560
2 Y	7	3	0.42	0.42	0.002560
2 Y	7	4	0.42	0.42	0.002560
2 Y	12	1	0.42	0.42	0.002560
2 Y	12	2	0.42	0.42	0.002560
2 Y	12	3	0.42	0.42	0.002560
2 Y	12	4	0.42	0.42	0.002560
3 Y	3	1	0.42	0.42	0.002560
3 Y	3	2	0.42	0.42	0.002560
3 Y	3	3	0.42	0.42	0.002560
3 Y	3	4	0.42	0.42	0.002560
3 Y	8	1	0.42	0.42	0.002560
3 Y	8	2	0.42	0.42	0.002560
3 Y	8	3	0.42	0.42	0.002560
3 Y	8	4	0.42	0.42	0.002560

3 Y	13	1	0.42	0.42	0.002560
3 Y	13	2	0.42	0.42	0.002560
3 Y	13	3	0.42	0.42	0.002560
3 Y	13	4	0.42	0.42	0.002560
4 Y	4	1	0.42	0.42	0.002560
4 Y	4	2	0.42	0.42	0.002560
4 Y	4	3	0.42	0.42	0.002560
4 Y	4	4	0.42	0.42	0.002560
4 Y	9	1	0.42	0.42	0.002560
4 Y	9	2	0.42	0.42	0.002560
4 Y	9	3	0.42	0.42	0.002560
4 Y	9	4	0.42	0.42	0.002560
4 Y	14	1	0.42	0.42	0.002560
4 Y	14	2	0.42	0.42	0.002560
4 Y	14	3	0.42	0.42	0.002560
4 Y	14	4	0.42	0.42	0.002560
5 Y	5	1	0.42	0.42	0.002560
5 Y	5	2	0.42	0.42	0.002560
5 Y	5	3	0.42	0.42	0.002560
5 Y	5	4	0.42	0.42	0.002560
5 Y	10	1	0.42	0.42	0.002560
5 Y	10	2	0.42	0.42	0.002560
5 Y	10	3	0.42	0.42	0.002560
5 Y	10	4	0.42	0.42	0.002560
5 Y	15	1	0.42	0.42	0.002560
5 Y	15	2	0.42	0.42	0.002560
5 Y	15	3	0.42	0.42	0.002560
5 Y	15	4	0.42	0.42	0.002560

MODULO DI ELASTICITA' = 250000 KG/CM2

CARICHI

FORZE ORIZZONTALI

PIANO	X (M)	Y (M)	FX (T)	FY (T)	M (TM)
1	6.40	5.00	0.00	5.00	0.00
2	6.40	5.00	0.00	10.00	0.00
3	6.40	5.00	0.00	15.00	0.00
4	6.40	5.00	0.00	20.00	0.00

RISULTATI

SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI

TELAIO	IMPALCATO	SPOSTAMENTO (MM)
1 X	1	-0.679
1 X	2	-1.884
1 X	3	-2.996
1 X	4	-3.786
2 X	1	-0.000
2 X	2	-0.000
2 X	3	-0.000
2 X	4	-0.000
3 X	1	0.679
3 X	2	1.884
3 X	3	2.996
3 X	4	3.786
1 Y	1	5.534
1 Y	2	15.537
1 Y	3	24.911
1 Y	4	31.719
2 Y	1	4.990
2 Y	2	14.030
2 Y	3	22.515
2 Y	4	28.690
3 Y	1	4.447
3 Y	2	12.523
3 Y	3	20.118
3 Y	4	25.662
4 Y	1	3.904
4 Y	2	11.016
4 Y	3	17.722
4 Y	4	22.633
5 Y	1	3.361
5 Y	2	9.509
5 Y	3	15.325
5 Y	4	19.604

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	MOMENTO A SINISTRA (TM)	MOMENTO A DESTRA (TM)	TAGLIO A SINISTRA (T)	TAGLIO A DESTRA (T)
1 X	1 - 2	1	-0.77	0.75	0.38	0.38
1 X	1 - 2	2	-0.87	0.84	0.43	0.43
1 X	1 - 2	3	-0.69	0.67	0.34	0.34
1 X	1 - 2	4	-0.44	0.42	0.22	0.22
1 X	2 - 3	1	-0.72	0.72	0.36	0.36
1 X	2 - 3	2	-0.81	0.82	0.41	0.41
1 X	2 - 3	3	-0.65	0.65	0.33	0.33
1 X	2 - 3	4	-0.39	0.40	0.20	0.20

1 X	3 - 4	1	-0.72	0.72	0.36	0.36
1 X	3 - 4	2	-0.82	0.81	0.41	0.41
1 X	3 - 4	3	-0.65	0.65	0.33	0.33
1 X	3 - 4	4	-0.40	0.39	0.20	0.20
1 X	4 - 5	1	-0.75	0.77	0.38	0.38
1 X	4 - 5	2	-0.84	0.87	0.43	0.43
1 X	4 - 5	3	-0.67	0.69	0.34	0.34
1 X	4 - 5	4	-0.42	0.45	0.22	0.22
2 X	6 - 7	1	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	6 - 7	2	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	6 - 7	3	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
2 X	6 - 7	4	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	7 - 8	1	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	7 - 8	2	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	7 - 8	3	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
2 X	7 - 8	4	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	8 - 9	1	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	8 - 9	2	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	8 - 9	3	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
2 X	8 - 9	4	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	9 - 10	1	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	9 - 10	2	-0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	9 - 10	3	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
2 X	9 - 10	4	-0.00	0.00	0.00	0.00
3 X	11 - 12	1	0.77	-0.75	-0.38	-0.38
3 X	11 - 12	2	0.87	-0.84	-0.43	-0.43
3 X	11 - 12	3	0.69	-0.67	-0.34	-0.34
3 X	11 - 12	4	0.44	-0.42	-0.22	-0.22
3 X	12 - 13	1	0.72	-0.72	-0.36	-0.36
3 X	12 - 13	2	0.81	-0.82	-0.41	-0.41
3 X	12 - 13	3	0.65	-0.65	-0.33	-0.33
3 X	12 - 13	4	0.39	-0.40	-0.20	-0.20
3 X	13 - 14	1	0.72	-0.72	-0.36	-0.36
3 X	13 - 14	2	0.82	-0.81	-0.41	-0.41
3 X	13 - 14	3	0.65	-0.65	-0.33	-0.33
3 X	13 - 14	4	0.40	-0.39	-0.20	-0.20
3 X	14 - 15	1	0.75	-0.77	-0.38	-0.38
3 X	14 - 15	2	0.84	-0.87	-0.43	-0.43
3 X	14 - 15	3	0.67	-0.69	-0.34	-0.34
3 X	14 - 15	4	0.42	-0.45	-0.22	-0.22
1 Y	1 - 6	1	5.21	-5.06	-2.05	-2.05
1 Y	1 - 6	2	5.93	-5.78	-2.34	-2.34
1 Y	1 - 6	3	4.77	-4.68	-1.89	-1.89
1 Y	1 - 6	4	3.21	-3.04	-1.25	-1.25
1 Y	6 - 11	1	5.06	-5.21	-2.05	-2.05
1 Y	6 - 11	2	5.78	-5.93	-2.34	-2.34
1 Y	6 - 11	3	4.68	-4.77	-1.89	-1.89
1 Y	6 - 11	4	3.04	-3.21	-1.25	-1.25
2 Y	2 - 7	1	4.70	-4.57	-1.85	-1.85
2 Y	2 - 7	2	5.36	-5.22	-2.12	-2.12
2 Y	2 - 7	3	4.33	-4.24	-1.71	-1.71
2 Y	2 - 7	4	2.91	-2.76	-1.14	-1.14

Rapidità di convergenza
del procedimento di risol-
uzione dei telai spaziali

2 Y	7 - 12	1	4.57	-4.70	-1.85	-1.85
2 Y	7 - 12	2	5.22	-5.36	-2.12	-2.12
2 Y	7 - 12	3	4.24	-4.33	-1.71	-1.71
2 Y	7 - 12	4	2.76	-2.91	-1.14	-1.14
3 Y	3 - 8	1	4.19	-4.07	-1.65	-1.65
3 Y	3 - 8	2	4.79	-4.67	-1.89	-1.89
3 Y	3 - 8	3	3.88	-3.80	-1.54	-1.54
3 Y	3 - 8	4	2.62	-2.48	-1.02	-1.02
3 Y	8 - 13	1	4.07	-4.19	-1.65	-1.65
3 Y	8 - 13	2	4.67	-4.79	-1.89	-1.89
3 Y	8 - 13	3	3.80	-3.88	-1.54	-1.54
3 Y	8 - 13	4	2.48	-2.62	-1.02	-1.02
4 Y	4 - 9	1	3.69	-3.58	-1.45	-1.45
4 Y	4 - 9	2	4.23	-4.12	-1.67	-1.67
4 Y	4 - 9	3	3.43	-3.36	-1.36	-1.36
4 Y	4 - 9	4	2.32	-2.20	-0.90	-0.90
4 Y	9 - 14	1	3.58	-3.69	-1.45	-1.45
4 Y	9 - 14	2	4.12	-4.23	-1.67	-1.67
4 Y	9 - 14	3	3.36	-3.43	-1.36	-1.36
4 Y	9 - 14	4	2.20	-2.32	-0.90	-0.90
5 Y	5 - 10	1	3.18	-3.09	-1.25	-1.25
5 Y	5 - 10	2	3.66	-3.57	-1.45	-1.45
5 Y	5 - 10	3	2.98	-2.92	-1.18	-1.18
5 Y	5 - 10	4	2.03	-1.92	-0.79	-0.79
5 Y	10 - 15	1	3.09	-3.18	-1.25	-1.25
5 Y	10 - 15	2	3.57	-3.66	-1.45	-1.45
5 Y	10 - 15	3	2.92	-2.98	-1.18	-1.18
5 Y	10 - 15	4	1.92	-2.03	-0.79	-0.79

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

TELAIO PILASTRO PIANO			MOMENTO SUP. (TM)	MOMENTO INF. (TM)	TAGLIO (T)	SFORZO NORMALE (T)
1 X	1	1	-0.06	1.48	-0.51	-1.36
1 X	1	2	-0.55	0.71	-0.42	-0.98
1 X	1	3	-0.65	0.32	-0.32	-0.56
1 X	1	4	-0.45	0.03	-0.16	-0.22
1 X	2	1	-0.34	1.62	-0.65	0.07
1 X	2	2	-0.97	1.13	-0.70	0.05
1 X	2	3	-0.97	0.69	-0.55	0.03
1 X	2	4	-0.81	0.35	-0.39	0.02
1 X	3	1	-0.33	1.61	-0.65	-0.00
1 X	3	2	-0.95	1.12	-0.69	-0.00
1 X	3	3	-0.97	0.68	-0.55	0.00
1 X	3	4	-0.79	0.34	-0.38	0.00
1 X	4	1	-0.34	1.62	-0.65	-0.07
1 X	4	2	-0.97	1.13	-0.70	-0.05
1 X	4	3	-0.97	0.69	-0.55	-0.03
1 X	4	4	-0.81	0.35	-0.39	-0.02
1 X	5	1	-0.06	1.48	-0.51	1.36
1 X	5	2	-0.55	0.71	-0.42	0.98
1 X	5	3	-0.65	0.32	-0.32	0.56
1 X	5	4	-0.45	0.03	-0.16	0.22

Capitolo terzo

2 X	6	1	0.00	0.00	-0.00	-0.00
2 X	6	2	-0.00	-0.00	0.00	-0.00
2 X	6	3	-0.00	-0.00	0.00	0.00
2 X	6	4	0.00	0.00	0.00	-0.00
2 X	7	1	0.00	0.00	-0.00	0.00
2 X	7	2	-0.00	-0.00	0.00	0.00
2 X	7	3	-0.00	-0.00	0.00	0.00
2 X	7	4	0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	8	1	0.00	0.00	-0.00	0.00
2 X	8	2	-0.00	-0.00	0.00	0.00
2 X	8	3	-0.00	-0.00	0.00	0.00
2 X	8	4	0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	9	1	0.00	0.00	-0.00	0.00
2 X	9	2	-0.00	-0.00	0.00	0.00
2 X	9	3	-0.00	-0.00	0.00	0.00
2 X	9	4	0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	10	1	0.00	0.00	-0.00	0.00
2 X	10	2	-0.00	-0.00	0.00	0.00
2 X	10	3	-0.00	-0.00	0.00	-0.00
2 X	10	4	0.00	0.00	0.00	0.00
3 X	11	1	0.06	-1.48	0.51	1.36
3 X	11	2	0.55	-0.71	0.42	0.98
3 X	11	3	0.65	-0.32	0.32	0.56
3 X	11	4	0.45	-0.03	0.16	0.22
3 X	12	1	0.34	-1.62	0.65	-0.07
3 X	12	2	0.97	-1.13	0.70	-0.05
3 X	12	3	0.97	-0.69	0.55	-0.03
3 X	12	4	0.81	-0.35	0.39	-0.02
3 X	13	1	0.33	-1.61	0.65	0.00
3 X	13	2	0.95	-1.12	0.69	0.00
3 X	13	3	0.97	-0.68	0.55	-0.00
3 X	13	4	0.79	-0.34	0.38	-0.00
3 X	14	1	0.34	-1.62	0.65	0.07
3 X	14	2	0.97	-1.13	0.70	0.05
3 X	14	3	0.97	-0.69	0.55	0.03
3 X	14	4	0.81	-0.35	0.39	0.02
3 X	15	1	0.06	-1.48	0.51	-1.36
3 X	15	2	0.55	-0.71	0.42	-0.98
3 X	15	3	0.65	-0.32	0.32	-0.56
3 X	15	4	0.45	-0.03	0.16	-0.22
1 Y	1	1	-0.18	-11.72	3.85	7.54
1 Y	1	2	3.77	-5.38	3.05	5.48
1 Y	1	3	4.86	-2.16	2.34	3.14
1 Y	1	4	3.21	0.09	1.04	1.25
1 Y	6	1	1.77	-12.69	4.82	-0.00
1 Y	6	2	6.76	-8.34	5.04	-0.00
1 Y	6	3	7.10	-4.79	3.96	-0.00
1 Y	6	4	6.08	-2.27	2.78	-0.00
1 Y	11	1	-0.18	-11.72	3.85	-7.54
1 Y	11	2	3.77	-5.38	3.05	-5.48
1 Y	11	3	4.86	-2.16	2.34	-3.14
1 Y	11	4	3.21	0.09	1.04	-1.25

**Rapidità di convergenza
del procedimento di risoluzi-
one dei telai spaziali**

2 Y	2	1	-0.18	-10.56	3.46	6.82
2 Y	2	2	3.40	-4.88	2.76	4.97
2 Y	2	3	4.39	-1.97	2.12	2.85
2 Y	2	4	2.91	0.06	0.95	1.14
2 Y	7	1	1.58	-11.44	4.34	-0.00
2 Y	7	2	6.10	-7.55	4.55	-0.00
2 Y	7	3	6.41	-4.35	3.59	-0.00
2 Y	7	4	5.52	-2.07	2.53	-0.00
2 Y	12	1	-0.18	-10.56	3.46	-6.82
2 Y	12	2	3.40	-4.88	2.76	-4.97
2 Y	12	3	4.39	-1.97	2.12	-2.85
2 Y	12	4	2.91	0.06	0.95	-1.14
3 Y	3	1	-0.18	-9.40	3.07	6.10
3 Y	3	2	3.02	-4.37	2.47	4.45
3 Y	3	3	3.92	-1.77	1.90	2.56
3 Y	3	4	2.62	0.04	0.86	1.02
3 Y	8	1	1.39	-10.18	3.86	0.00
3 Y	8	2	5.44	-6.76	4.07	0.00
3 Y	8	3	5.73	-3.90	3.21	0.00
3 Y	8	4	4.96	-1.88	2.28	0.00
3 Y	13	1	-0.18	-9.40	3.07	-6.10
3 Y	13	2	3.02	-4.37	2.47	-4.45
3 Y	13	3	3.92	-1.77	1.90	-2.56
3 Y	13	4	2.62	0.04	0.86	-1.02
4 Y	4	1	-0.18	-8.24	2.68	5.39
4 Y	4	2	2.65	-3.87	2.17	3.93
4 Y	4	3	3.44	-1.57	1.67	2.26
4 Y	4	4	2.32	0.01	0.77	0.90
4 Y	9	1	1.20	-8.93	3.37	-0.00
4 Y	9	2	4.78	-5.97	3.58	-0.00
4 Y	9	3	5.04	-3.46	2.83	-0.00
4 Y	9	4	4.40	-1.69	2.03	-0.00
4 Y	14	1	-0.18	-8.24	2.68	-5.39
4 Y	14	2	2.65	-3.87	2.17	-3.93
4 Y	14	3	3.44	-1.57	1.67	-2.26
4 Y	14	4	2.32	0.01	0.77	-0.90
5 Y	5	1	-0.19	-7.08	2.30	4.67
5 Y	5	2	2.28	-3.36	1.88	3.42
5 Y	5	3	2.97	-1.38	1.45	1.97
5 Y	5	4	2.03	-0.01	0.68	0.79
5 Y	10	1	1.00	-7.67	2.89	-0.00
5 Y	10	2	4.13	-5.18	3.10	-0.00
5 Y	10	3	4.36	-3.01	2.46	-0.00
5 Y	10	4	3.84	-1.49	1.78	-0.00
5 Y	15	1	-0.19	-7.08	2.30	-4.67
5 Y	15	2	2.28	-3.36	1.88	-3.42
5 Y	15	3	2.97	-1.38	1.45	-1.97
5 Y	15	4	2.03	-0.01	0.68	-0.79

L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro si ottiene sommando il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gli eventuali carichi concentrati.

CAPITOLO QUARTO.

ANALISI NON LINEARE IN CAMPO ELASTICO DEI TELAI SPAZIALI.

Aurelio Gherzi

Sommario.

Si presenta un procedimento iterativo per la risoluzione non lineare di telai spaziali per edifici, che permette di tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali e della variazione di rigidezza delle aste per effetto dello sforzo assiale. Si analizza l'impostazione incrementale per la valutazione del carico critico e si propone un procedimento che consente di individuare con immediatezza un intervallo entro cui tale valore è racchiuso.

Summary.

An iterative technique for non linear analysis of tridimensional building frames is here presented. It allows to take into account both the effect of vertical loads displacements ($P-\delta$ effect) and the member nonlinearity due to axial force. The incremental analysis for the evaluation of the critical load and a technique for a quick determination of an interval including its value are examined.

4.1. Introduzione.

La verifica di resistenza di una struttura intelaiata viene normalmente condotta determinando le tensioni che in essa nascono per effetto dei carichi applicati e controllando che queste non superino i valori ammissibili di riferimento. Si assume quindi che il coefficiente di sicurezza della struttura sia pari al rapporto tra il valore limite della tensione sopportabile dal materiale e quello determinato col calcolo. In questo modo di operare è implicita l'ipotesi che sforzi interni e deformazioni crescano proporzionalmente ai carichi, e quindi innanzitutto che il materiale mantenga un comportamento linearmente elastico. Pur non essendo ciò sempre vero, l'analisi in campo elastico può comunque fornire al progettista strutturale utili indicazioni ed eventualmente costituire un passo preliminare alla molto più complessa analisi in campo elastoplastico.

Il progressivo miglioramento delle caratteristiche meccaniche dei materiali da costruzione, e in particolare la diffusione dell'uso di profilati in acciaio, ha reso possibile la realizzazione di strutture sempre più snelle e deformabili. In conseguenza a ciò è cresciuta, anche nel caso di materiale linearmente elastico, l'influenza di fattori che rendono non lineare il comportamento di una struttura intelaiata. Innanzitutto si può osservare che le azioni verticali P trasmesse dalle travi ai nodi vengono a trovarsi, a causa della traslazione orizzontale δ dei traversi, non più centrate rispetto alla base (fig. 4.1) e provocano quindi un effetto ribaltante (effetto instabilizzante dei carichi verticali, o effetto $P-\delta$). In secondo luogo occorre ricordare che il legame elastico tra azioni agli estremi delle aste e conseguenti deformazioni (cioè la matrice di rigidezza dell'asta) è in realtà dipendente dalla presenza di sforzo assiale. Quando questo diventa un'aliquota non trascurabile del carico critico euleriano dell'asta, la rigidezza di essa si riduce provocando un incremento di deformazioni ed una ridistribuzione di tensioni nel telaio.

Il primo obiettivo di una analisi non lineare in campo elastico della struttura di un edificio è ovviamente la determinazione del coefficiente di sicurezza rispetto al raggiungimento della tensione limite del materiale. A tal fine è ancora possibile utilizzare il modello di telaio spaziale

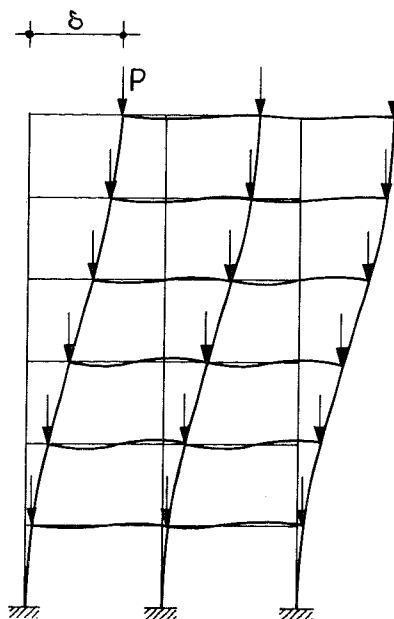


Figura 4.1

regolare, che considera la struttura composta da un doppio ordine di telai a maglie rettangolari, mutuamente collegati da impalcati indeformabili nel loro piano. Le equazioni risolutive in precedenza proposte devono essere modificate per tener conto dei due fattori innanzi discussi. Occorre sottolineare che in questo caso l'indipendenza tra i due ordini di telai è solo parziale. Nel valutare il carico verticale sui ritzi, causa diretta della non linearità esaminata, occorre infatti tener conto delle azioni trasmesse da tutte le travi ad essi collegate, che in genere apparterranno a due telai ortogonali.

Un obiettivo strettamente connesso al precedente è la determinazione del coefficiente di sicurezza rispetto all'instabilità globale della struttura, ovvero del moltiplicatore critico dei carichi. Il problema è numericamente riconducibile a quello del calcolo degli autovalori della matrice di rigidezza laterale della struttura. Nell'ottica iterativa fin qui seguita è però più semplice una impostazione incrementale, che segue cioè il comportamento dello schema statico al crescere dei carichi verticali fino al raggiungimento di una configurazione instabile. È altresì possibile, in analogia al caso piano, saggiare la deformabilità della struttura con arbitrari insiemi di forze orizzontali per determinare un intervallo entro il quale sia racchiuso il moltiplicatore critico ricercato.

4.2. Un esempio di analisi non lineare.

Prima di affrontare il caso generale del telaio spaziale, è opportuno puntualizzare i concetti esposti nel paragrafo precedente facendo riferimento ad uno schema molto semplice, quale quello di un portale con

trave infinitamente rigida soggetto a carichi nodali verticali ed orizzon-
tali (fig. 4.2).

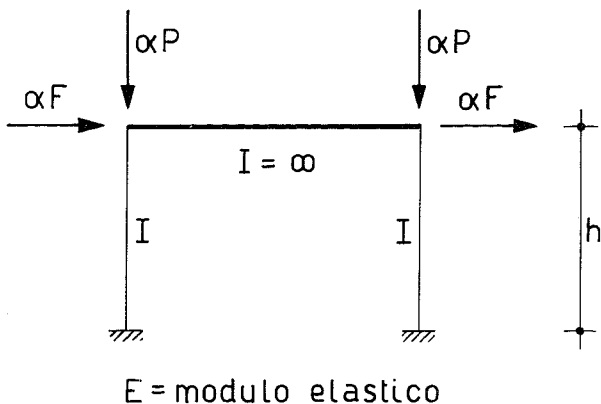


Figura 4.2

In una analisi lineare, il legame tra il moltiplicatore dei carichi α e la
freccia orizzontale δ è espresso da:

$$\alpha F = K \delta$$

ovvero:

$$\delta = \frac{F}{K} \alpha \tag{1}$$

essendo K la rigidezza alla traslazione del ritto, che in assenza di sforzo
assiale vale:

$$K = \frac{12 E I}{h^3} \tag{2}$$

Per tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali, si
può scomporre il carico P che agisce sulla struttura deformata in due ali-
quote, una orizzontale H e l'altra assiale N (fig. 4.3). Nella ipotesi che lo

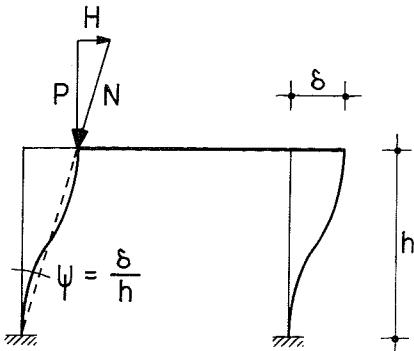


Figura 4.3

spostamento orizzontale sia piccolo rispetto all'altezza del ritto esse valgono:

$$H = P \operatorname{tg} \frac{\delta}{h} = P \frac{\delta}{h}$$
$$N = \frac{P}{\cos \frac{\delta}{h}} = P$$

Il legame tra moltiplicatore dei carichi e freccia orizzontale diventa in tale caso:

$$\alpha (F + H) = K \delta$$

da cui si ottiene:

$$\delta = \frac{\alpha F}{K - \alpha P/h} \tag{3}$$

In figura 4.4 sono mostrate graficamente le due relazioni trovate. Alla prima corrisponde un andamento lineare, mentre la seconda pre-

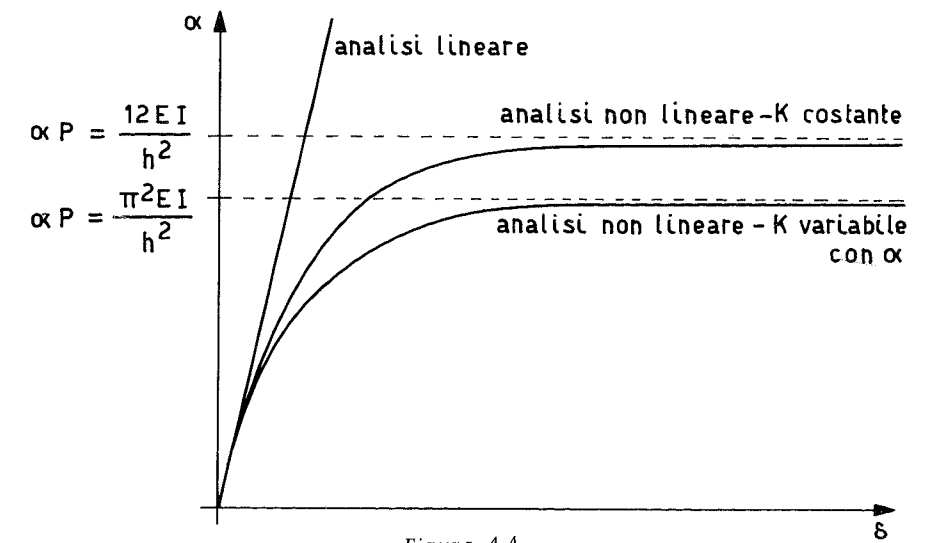


Figura 4.4

senta un asintoto orizzontale per il valore di α che annulla il denominatore della (3):

$$\alpha P = K h = \frac{12 E I}{h^2} \tag{4}$$

Questo valore rappresenta in prima approssimazione il carico critico del telaio esaminato. Esso in realtà non è corretto perché la rigidezza alla traslazione dovrebbe essere valutata tenendo conto della presenza dello sforzo assiale.

Per operare in maniera rigorosa si consideri la figura 4.5, nella quale si è indicato con \mathfrak{M} l'azione flettente trasmessa dall'incastro alla base del pilastro. Il momento flettente ad una generica sezione a distanza x dalla base vale:

$$M = \alpha F x + \alpha P y - \mathfrak{M}$$

L'equazione della linea elastica del ritto è quindi:

$$E I y'' = -M = -\alpha F x - \alpha P y + \mathfrak{M}$$

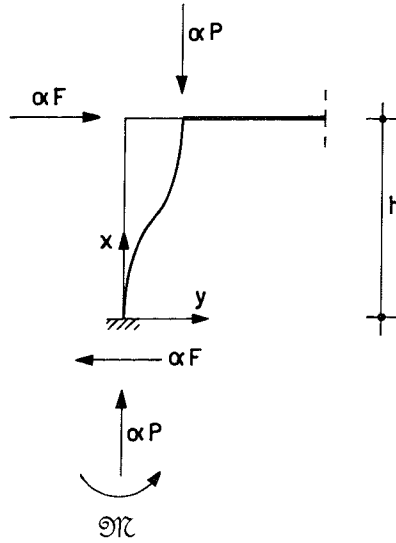


Figura 4.5

ovvero:

$$y'' + k^2 y = -\frac{\alpha F}{E I} x + \frac{\mathfrak{M}}{E I}$$

avendo posto:

$$k^2 = \frac{\alpha P}{E I} \quad (5)$$

L'integrale generale di questa equazione differenziale è del tipo:

$$y = A \sin kh + B \cos kh - \frac{\alpha F}{E I k^2} x + \frac{\mathfrak{M}}{E I k^2}$$

Imponendo le condizioni ai limiti: $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y'(h) = 0$, si ottiene:

$$A = \frac{\alpha F h^3}{E I} \frac{1}{(kh)^3}$$

$$B = -\frac{\alpha F h^3}{E I} \frac{1 - \cos kh}{(kh)^3 \sin kh}$$

$$\mathfrak{M} = \alpha F h \frac{1 - \cos kh}{kh \sin kh}$$

Noti questi tre parametri, è possibile calcolare lo spostamento orizzontale δ :

$$\delta = y(h) = \frac{\alpha F h^3}{12 E I c} = \frac{\alpha F}{c K} \quad (6)$$

avendo posto:

$$c = \frac{(kh)^3 \sin kh}{12 (2 - 2 \cos kh - kh \sin kh)} \tag{7}$$

La relazione (6), rappresentata graficamente dall'ultima curva di figura 4.4, costituisce l'esatto legame tra moltiplicatore dei carichi e spostamento. L'asintoto orizzontale si ha ora per il valore $kh = \pi$ che annulla il coefficiente c , cioè per:

$$\alpha = \frac{\pi^2 E I}{h^2} \tag{8}$$

Questa espressione coincide con quella ben nota del carico critico euleriano di un'asta i cui estremi siano impediti di ruotare ma non di traslare.

4.3. Effetto instabilizzante dei carichi verticali.

4.3.1. Equazioni di equilibrio.

La risoluzione dello schema intelaiato spaziale può essere effettuata col metodo degli spostamenti, assumendo come incognite le rotazioni dei nodi (φ_i) e le tre componenti di movimento relativo degli impalcati (δ_{G1x} , δ_{G1y} , Φ_1 , con riferimento ad un arbitrario punto G_1). Il procedimento proposto richiede la definizione dei legami elastici tra componenti di movimento ed azioni agli estremi delle aste, la scrittura diretta del sistema di equazioni che impongono l'equilibrio dei nodi alla rotazione e degli impalcati alla traslazione e rotazione e infine la soluzione iterativa di tale sistema.

Se si vuole tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali, occorre esaminare l'equilibrio tra carichi e caratteristiche di sollecitazione facendo riferimento alla struttura deformata (fig. 4.6) e non, come in genere si fa, confondendo questa con la posizione indeformata.

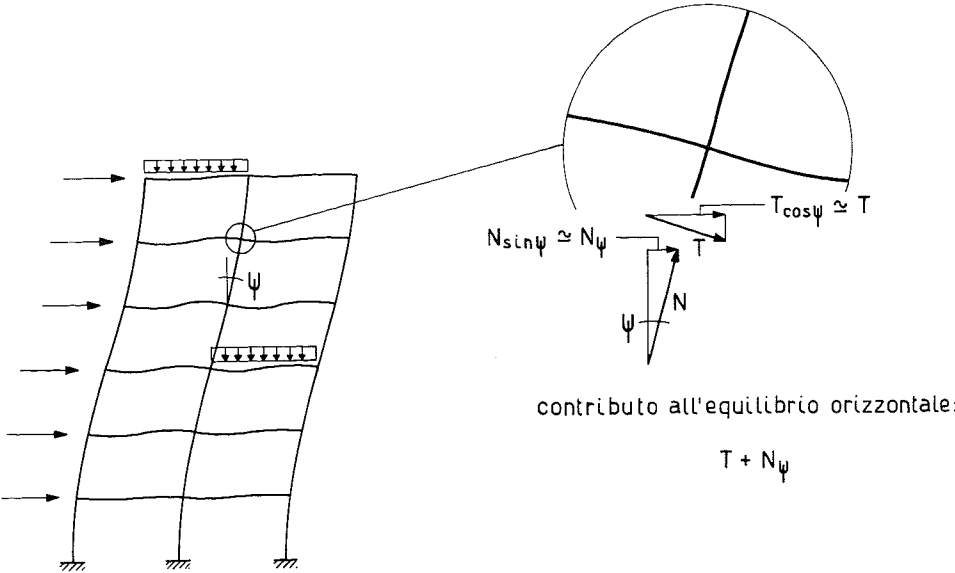


Figura 4.6

La variazione dei legami elastici all'interno delle aste per effetto degli sforzi assiali su esse agenti non viene per il momento considerata. L'azione flettente all'estremo di una generica asta ik e quella tagliante in un generico ritto sono quindi fornite dalle relazioni già note:

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + 4 w'_{(ik)} \varphi_i + 2 w'_{(ik)} \varphi_k - 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{l_{(ik)}} \quad (9)$$

$$T_{ik} = 6 w'_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} \quad (10)$$

Invariata è anche la relazione che esprime l'equilibrio alla rotazione del generico nodo i :

$$\varphi_i = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \sum_k 2 w'_{(ik)} \varphi_k - \sum_k 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r} \right] \frac{1}{\sum_k 4 w'_{(ik)}} \quad (11)$$

Diversa è invece la situazione nel caso dell'equilibrio alla traslazione degli impalcati. A causa della rotazione ψ dell'asse dei ritti, la forza assiale N ha infatti una componente orizzontale, pari a $N\psi$ nell'ipotesi di piccoli spostamenti, che si somma a quella tagliante T . Il contributo di ciascun ritto all'equilibrio orizzontale è quindi:

$$T_{ik}^* = T_{ik} + N_{ik} \frac{\delta_{jr}}{h_r} = 6 w'_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} + N_{ik} \frac{\delta_{jr}}{h_r}$$

ovvero, in maniera formalmente identica alla (10):

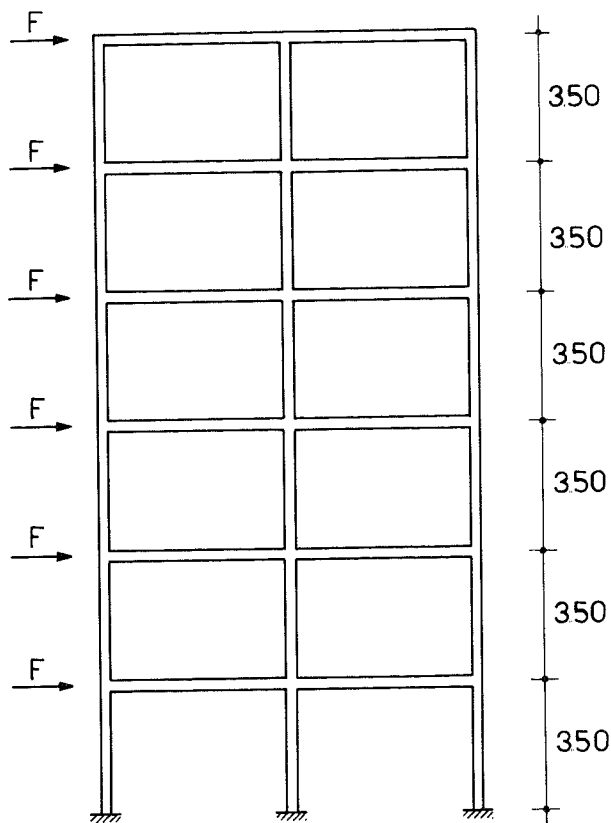
$$T_{ik}^* = 6 w'_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} \quad (12)$$

avendo introdotto l'indice di rigidezza modificato $w_{(ik)}^*$:

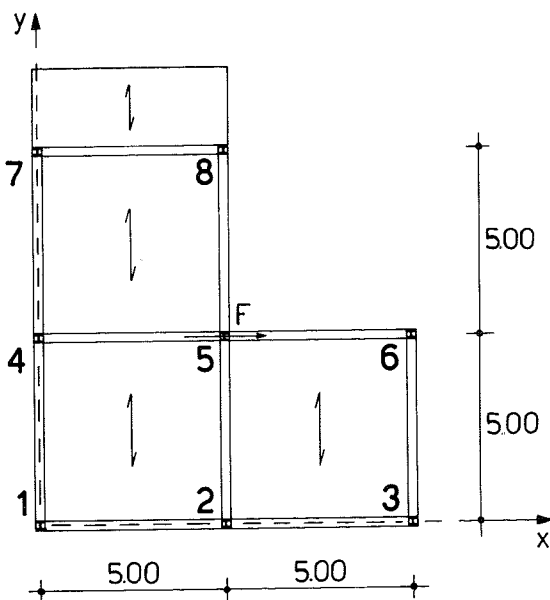
$$w_{(ik)}^* = w'_{(ik)} - \frac{N_{ik} h_r}{12} \quad (13)$$

In tal modo, scegliendo come punto di riferimento G_r il baricentro degli indici di rigidezza modificati, anche le equazioni di equilibrio alla traslazione e rotazione degli impalcati rimangono formalmente inalterate:

$$\delta_{Gr} = \left[Q_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w_{(ik)}^*}{h_r^2}} \quad (14)$$



PROSPETTO



PIANTA

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE
ED ELASTICHE

travi parallele a x HE 240 A
" parallele a y HE 200 A
pilastri 1°-2° ordine HE 240 A
" 3°-6° ordine HE 200 A

caratteristiche dei profilati
HE 240 A $I_{max} = 7763 \text{ cm}^4$
 $I_{min} = 2769 \text{ cm}^4$
HE 200 A $I_{max} = 3692 \text{ cm}^4$
 $I_{min} = 1336 \text{ cm}^4$

modulo di elasticita'
 $E = 2100000 \text{ Kgcm}^{-2}$

CARICHI

campate 1-2,2-3,5-6 2000 Kg m^{-1}
campata 7-8 3000 Kg m^{-1}
campata 4-5 4000 Kg m^{-1}
campate parallele a y 400 Kg m^{-1}

$F = 1000 \text{ Kg}$ a tutti i piani

Figura 4.7

$$\Phi_r = \left[M_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w^*_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr}^2} \quad (15)$$

Occorre rilevare una differenza sostanziale che intercorre tra l'analisi di uno schema intelaiato piano e quella di uno schema tridimensionale. Nel primo caso, se si trascurano le deformazioni estensionali dei ritti l'effetto instabilizzante dipende esclusivamente dal valore totale dei carichi verticali, cioè da una quantità nota a priori. Nel secondo caso, invece, l'effetto è legato alla distribuzione degli sforzi normali che a sua volta dipende, per la continuità delle travi, dalla distribuzione dei momenti flettenti e quindi dalle componenti di movimento incognite. Una soluzione rigorosa può essere ottenuta in maniera iterativa, utilizzando nella valutazione degli indici di rigidezza modificati i valori degli sforzi normali ottenuti nella fase immediatamente precedente. Ai fini pratici è però in genere sufficiente la risoluzione di un unico schema, nel quale gli sforzi normali siano calcolati trascurando la continuità o adottando coefficienti approssimati per tenerne conto.

4.3.2. Esempio numerico.

L'impostazione operativa per una risoluzione dello schema di telaio spaziale regolare che tenga conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali è sostanzialmente coincidente con quella che si avrebbe qualora si volesse trascurare tale effetto. L'unica differenza consiste nella necessità di una valutazione preliminare dello sforzo normale nei ritti e nel ricorso agli indici di rigidezza modificati, definiti in precedenza.

A titolo esemplificativo si è presa in esame la struttura a sei impalcati illustrata in figura 4.7, costituita da un insieme di telai in acciaio a nodi rigidi, non controventati. Le sezioni delle aste sono state scelte in modo da non superare i valori ammissibili della tensione per soli carichi verticali ed ottemperare alla limitazione dello spostamento imposta dalla normativa (freccia non superiore a 1/500 dell'altezza sotto l'azione di forze orizzontali fittizie pari a 1/80 dei carichi verticali). Non si è invece tenuto conto di azioni sismiche o del vento, per fronteggiare le quali sarebbe stato necessario un irrigidimento della struttura. Scopo dell'esempio non è però l'esame della validità del dimensionamento, ma piuttosto la evidenziazione degli effetti non lineari, possibile solo per strutture notevolmente deformabili.

In figura 4.8 sono riportati i valori degli spostamenti orizzontali provocati dai carichi di esercizio e da forze orizzontali pari ad 1/80 di tali carichi, valutati con una analisi sia lineare che non lineare. Si può rilevare che l'effetto instabilizzante dei carichi verticali provoca un incremento delle deformazioni, e conseguentemente anche delle tensioni, superiore al 15%.

In figura 4.9 sono riportati i valori ottenuti raddoppiando tutti i carichi. L'incremento di deformazioni provocato dall'effetto instabilizzante è ora notevolmente aumentato e supera il 40%. Gli spostamenti sono quindi quasi triplicati rispetto a quelli conseguenti ai carichi di esercizio.

4.4.1. Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi.

Facendo riferimento all'asta deformata, il momento flettente in una sezione generica a distanza x dal primo appoggio è somma di un'aliquota

CARICHI DI ESERCIZIO

spostamento (cm)

spostamento (cm)

Figura 4.8

dovuta al carico flettente M_i ed una provocata dal carico assiale P a causa della deformazione:

$$M = M_i \left(1 - \frac{x}{l} \right) + P y$$

L'equazione della linea elastica è quindi:

$$E I y'' = - M = - M_i \left(1 - \frac{x}{l} \right) - P y$$

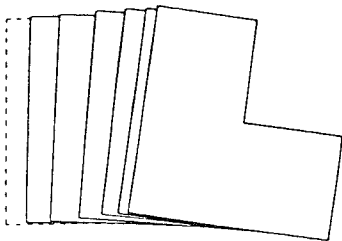
ovvero:

$$y'' + k^2 y = - \frac{M_i}{E I} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

$\alpha = 2$ CARICHI RADDOPPIATI

ANALISI LINEARE

piano	spostamento (cm)		
	telaio 1-2-3	telaio 4-5-6	telaio 7-8
6	7.29	8.15	9.01
5	6.72	7.51	8.31
4	5.76	6.44	7.12
3	4.37	4.89	5.41
2	2.59	2.90	3.21
1	1.22	1.34	1.46



ANALISI NON LINEARE

piano	spostamento (cm)		
	telaio 1-2-3	telaio 4-5-6	telaio 7-8
6	10.34	11.66	12.99
5	9.69	10.94	12.18
4	8.48	9.57	10.66
3	6.51	7.35	8.18
2	3.66	4.15	4.63
1	1.68	1.87	2.05

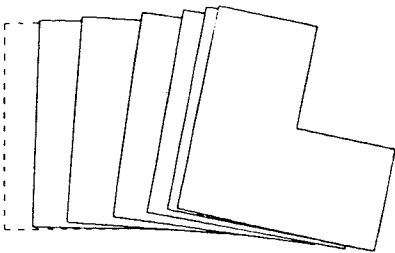


Figura 4.9

avendo posto:

$$k^2 = \frac{P}{EI} \quad (16)$$

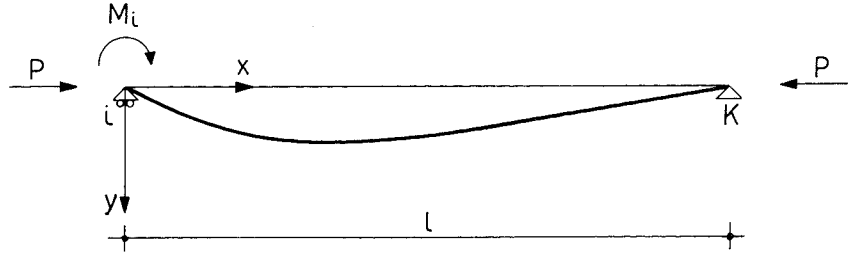


Figura 4.10

L'integrale generale di questa equazione differenziale è del tipo:

$$y = A \sin kx + B \cos kx - \frac{M_i}{EI k^2} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

Imponendo le condizioni ai limiti $y(0) = 0$ e $y(l) = 0$, si ottiene:

$$A = \frac{M_i}{EI k^2}$$

$$B = - \frac{M_i}{EI k^2 \operatorname{tg} kl}$$

Noti questi due parametri è possibile calcolare la rotazione delle due estremità:

$$\varphi_i = y'(0) = \frac{M_i l}{3 EI} U_{ik}; \quad \varphi_k = y'(l) = - \frac{M_i l}{6 EI} V_{(ik)}; \quad (17)$$

avendo posto:

$$U_{ik} = \frac{3}{kl} \left(\frac{1}{kl} - \frac{1}{\operatorname{tg} kl} \right)$$

$$V_{(ik)} = \frac{6}{kl} \left(\frac{1}{\sin kl} - \frac{1}{kl} \right) \quad (18)$$

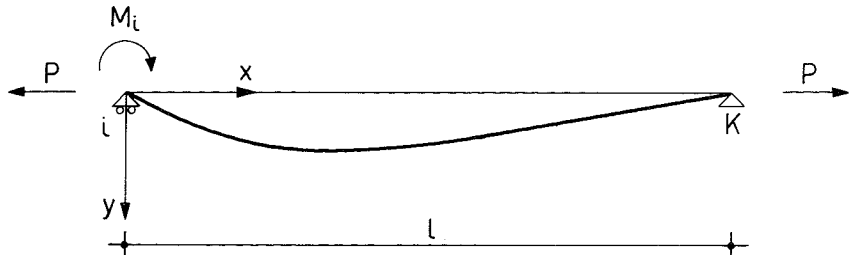


Figura 4.11

Analoga è l'impostazione nel caso che lo sforzo assiale P sia di trazione (fig. 4.11). L'equazione differenziale della linea elastica è in questo caso:

$$y'' - k^2 y = - \frac{M_i}{EI} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

che ammette come integrale generale la funzione:

$$y = C e^{kx} + D e^{-kx} + \frac{M_i}{E I k^2} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Imponendo le condizioni ai limiti $y(0) = 0$ e $y(l) = 0$ si ottiene:

$$C = \frac{M_i}{E I k^2} \frac{1}{e^{2kl} - 1}$$

$$D = -\frac{M_i}{E I k^2} \frac{e^{2kl}}{e^{2kl} - 1}$$

È quindi possibile ricavare le rotazioni dei due estremi, che possono essere espresse ancora dalla relazione (17), ponendo in questo caso:

$$\begin{aligned} U_{ik} &= \frac{3}{kl} \left(\frac{e^{2kl} + 1}{e^{2kl} - 1} - \frac{1}{kl} \right) = \frac{3}{kl} \left(\frac{1}{\operatorname{tgh} kl} - \frac{1}{kl} \right) \\ V_{(ik)} &= \frac{6}{kl} \left(\frac{1}{kl} - \frac{2 e^{kl}}{e^{2kl} - 1} \right) = \frac{6}{kl} \left(\frac{1}{kl} - \frac{1}{\sinh kl} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

Si noti che le espressioni così ricavate differiscono dalle (18) solo per il segno e per la presenza delle funzioni iperboliche tgh e \sinh al posto delle usuali funzioni trigonometriche tg e \sin .

4.4.2. Azioni agli estremi delle aste.

Le espressioni ora determinate possono essere utilizzate per analizzare lo schema iperstatico di trave con rotazione ad un estremo o con uno spostamento relativo degli estremi, in maniera identica a quanto fatto nel caso di travi con tratti rigidi agli estremi o con deformabilità a taglio. Il momento flettente all'estremo di un'asta ed il taglio in un ritto sono quindi forniti dalle relazioni già determinate nel secondo capitolo, che per comodità si riportano di seguito:

$$\begin{aligned} M_{ik} &= \bar{M}_{ik} + w''_{(ik)} \left(4 A_{ik} \varphi_i + 2 B_{(ik)} \varphi_k - 6 C_{ik} \frac{\delta_{(ik)}}{l_{(ik)}} \right) \\ T_{ik} &= 6 w''_{(ik)} \frac{C_{ik} \varphi_i + C_{ki} \varphi_k}{h_r} - 12 w''_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} \end{aligned} \quad (20)$$

con:

$$\begin{aligned} A_{ik} &= \frac{3 U_{ki}}{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}} \\ B_{(ik)} &= \frac{3 V_{(ik)}}{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}} \\ C_{ik} &= \frac{2 U_{ik} + V_{(ik)}}{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}} \\ w''_{(ik)} &= \frac{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}}{4 U_{ik} U_{ki} - V_{(ik)}^2} w'_{(ik)} \end{aligned}$$

Si noti che, essendo $U_{ik} = U_{ki}$, il coefficiente C_{ik} assume in questo caso valore unitario. Esso verrà pertanto ommesso nel seguito.

I coefficienti A_{ik} , $B_{(ik)}$ e il rapporto w''/w' hanno la funzione di adattare le espressioni ricavate per aste non soggette a sforzo assiale al caso in cui questo sia invece presente. Una valutazione immediata dell'entità di tali coefficienti correttivi può essere fornita all'esame della figura 4.12,

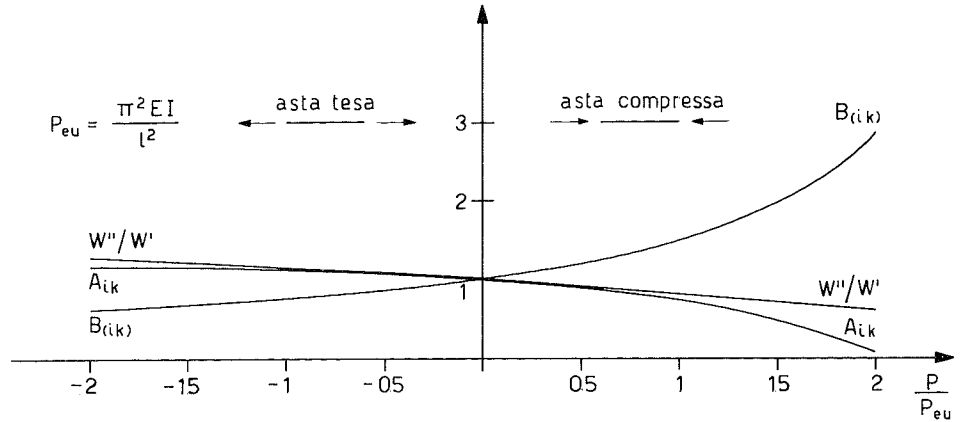


Figura 4.12

nella quale essi sono diagrammati in funzione del rapporto tra sforzo assiale applicato, P , e carico critico euleriano dell'asta con estremi impediti di ruotare e non di traslare, P_{eu} . Si sottolinea inoltre che il rapporto w''/w' si annulla quando $P / P_{eu} = 4$, cioè al raggiungimento del carico critico per lo schema di asta in cui anche la traslazione è impedita.

Se si vuole tener conto della deformazione della struttura, il contributo di ciascun ritto all'equilibrio orizzontale T_{ik}^* è ancora fornito dalla relazione:

$$T_{ik}^* = 6 w_{(ik)}'' \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - 12 w_{(ik)}^* \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} \quad (22)$$

nella quale l'indice di rigidezza modificato vale:

$$w_{(ik)}^* = w_{(ik)}'' - \frac{N_{ik} h_r}{12} \quad (23)$$

4.4.3. Equazioni di equilibrio

In base a quanto mostrato in precedenza, l'equazione che impone l'equilibrio dei nodi alla rotazione differisce da quella ricavata nel secondo capitolo solo per l'assenza del termine C_{ik} , ora unitario:

$$\varphi_i = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \sum_k 2 B_{(ik)} w_{(ik)}'' \varphi_k - \sum_k 6 w_{(ik)}'' \frac{\delta_{jr}}{h_r} \right] \frac{1}{\sum_k 4 A_{ik} w_{(ik)}''} \quad (24)$$

Le equazioni che impongono l'equilibrio degli impalcati alla traslazione ed alla rotazione possono essere ottenute dalle relazioni (14) e (15)

del paragrafo 4.3. semplicemente sostituendo in esse l'indice di rigidezza $w'_{(ik)}$ col valore $w''_{(ik)}$:

$$\delta_{Gr} = \left[Q_r + \sum_r 6 \frac{w''_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w''_{(ik)}}{h_r^2}} \quad (25)$$

$$\Phi_r = \left[M_r + \sum_r 6 \frac{w''_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w''_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr}^2} \quad (26)$$

4.4.4. Esempio numerico.

Per valutare esemplificativamente l'effetto della riduzione di rigidezza dovuta allo sforzo assiale si è presa in esame la struttura descritta nel paragrafo 4.3.2.

Lo scarico delle travi sui pilastri è stato per semplicità calcolato trascurando la continuità delle campate. Nella tabella di figura 4.13 sono riportati i valori del rapporto tra gli sforzi normali così ottenuti ed il carico critico euleriano dei profilati. Si può facilmente notare come lo sforzo normale sia quasi ovunque una percentuale non trascurabile del carico euleriano, situazione non comune nella prassi progettuale e dovuta alla scelta di sezioni tali da rendere la struttura il più deformabile possibile. Nonostante ciò, i corrispondenti coefficienti correttivi A_{ik} , $B_{(ik)}$ e w''/w' non sono molto discosti dall'unità.

I risultati ottenuti per i due casi in precedenza considerati (carichi di esercizio e carichi raddoppiati) sono riportati in figura 4.14. Il confronto con i corrispondenti valori determinati nel paragrafo 4.3.2. tenendo conto del solo effetto $P-\delta$ mostra un incremento di spostamenti molto limitato, non superiore al 2% per $\alpha = 1$ e al 5% per $\alpha = 3$.

4.5. Analisi incrementale dell'instabilità in campo elastico.

4.5.1. Procedimento operativo.

L'impostazione fin qui seguita per valutare lo stato tensionale e di deformazione tenendo conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali e della variazione di rigidezza provocata dallo sforzo assiale nei ritti può essere utilizzata anche per determinare il moltiplicatore critico dei carichi in campo elastico.

Nel caso di telai per i quali i carichi di esercizio non provocano spostamenti orizzontali, cioè per strutture simmetriche per geometria e carico (curva 1 nella figura 4.15), il moltiplicatore critico è quel moltiplicatore dei carichi verticali cui corrisponde un punto di biforcazione dell'equilibrio. Nell'ipotesi di piccoli spostamenti, a tale valore corrisponde una situazione di equilibrio indifferente (ramo a della curva 1); il telaio può cioè essere in equilibrio in infinite posizioni, con freccia orizzontale di entità qualsiasi ma con forma della deformata ben precisa (deformata critica). Nel campo dei grandi spostamenti tale ramo di equilibrio è invece leggermente crescente; pertanto ad ogni valore del carico superiore a quello critico corrispondono due distinte configurazioni di equilibrio, una indeformata (ramo b) ed una che presenta spostamenti elevati (a').

Strutture dotate di più gradi di libertà hanno più punti di biforcazione dell'equilibrio (fig. 4.16). Per un telaio piano con n traversi ci sono n valori del moltiplicatore critico, $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$ ed n deformate critiche, che

RAPPORTO TRA SFORZO ASSIALE E CARICO CRITICO EULERIANO

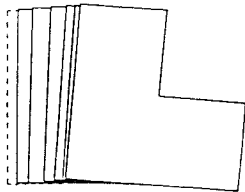
piano	profilato	pilastrini 1/3/6	pilastrini 7/8	pilastrino 2	pilastrino 4	pilastrino 5
6	HE200A	0.027	0.038	0.049	0.053	0.075
5	HE200A	0.053	0.075	0.097	0.106	0.150
4	HE200A	0.080	0.113	0.146	0.159	0.226
3	HE200A	0.106	0.150	0.195	0.212	0.301
2	HE240A	0.064	0.091	0.117	0.128	0.181
1	HE240A	0.077	0.109	0.141	0.154	0.218

Figura 4.13

ANALISI NON LINEARE
(con rigidezza funzione dello sforzo assiale)

$\alpha = 1$ CARICHI DI ESERCIZIO

piano	spostamento (cm)		
	telaio 1-2-3	telaio 4-5-6	telaio 7-8
6	4.35	4.88	5.40
5	4.05	4.54	5.03
4	3.50	3.93	4.35
3	2.67	3.00	3.32
2	1.54	1.74	1.93
1	0.72	0.80	0.87



$\alpha = 2$ CARICHI RADDOPPIATI

piano	spostamento (cm)		
	telaio 1-2-3	telaio 4-5-6	telaio 7-8
6	10.88	12.25	13.62
5	10.23	11.52	12.81
4	8.99	10.12	11.25
3	6.90	7.78	8.65
2	3.84	4.34	4.85
1	1.77	1.96	2.16

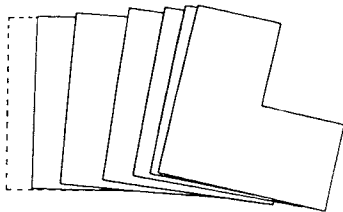


Figura 4.14

presentano un numero crescente di punti di inversione della freccia. Analogamente per un telaio spaziale con n impalcati vi sono $3n$ moltiplicatori critici ed altrettante deformate, ciascuna delle quali in genere comporta contemporaneamente spostamenti nelle direzioni x e y e rotazioni planimetriche. Ai fini pratici, nella determinazione del coefficiente

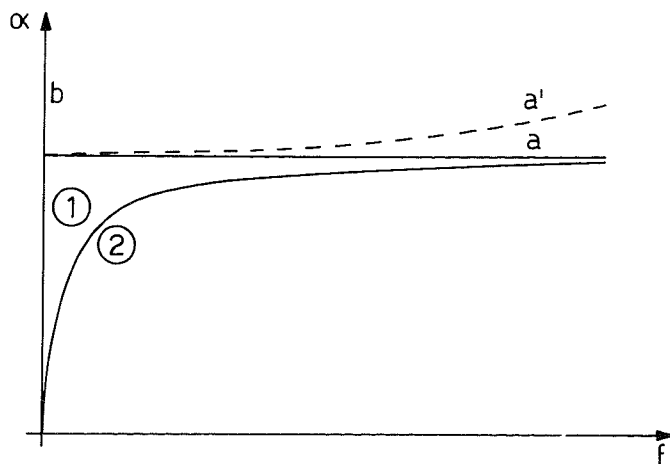


Figura 4.15

di sicurezza rispetto all'instabilità interessa ovviamente solo il più piccolo tra i valori del carico critico.

La situazione innanzi descritta è in effetti puramente teorica, perché le strutture reali presentano sempre imperfezioni costruttive che pregiudicano la simmetria di comportamento. In tal caso, o a maggior ragione in presenza di azioni orizzontali, le deformazioni del telaio crescono in maniera non lineare col carico (curva 2 di figura 4.15). Al moltiplicatore critico corrisponde un asintoto della curva $\alpha - \delta$; all'avvicinarsi ad esso lo spostamento tende all'infinito, ed a piccoli incrementi di carico corrispondono quindi elevatissimi incrementi di deformazione.

Richiamandosi al comportamento fisico della struttura, è possibile determinare il moltiplicatore critico dei carichi in maniera incrementale, cioè risolvendo lo schema geometrico soggetto ad una sequenza di

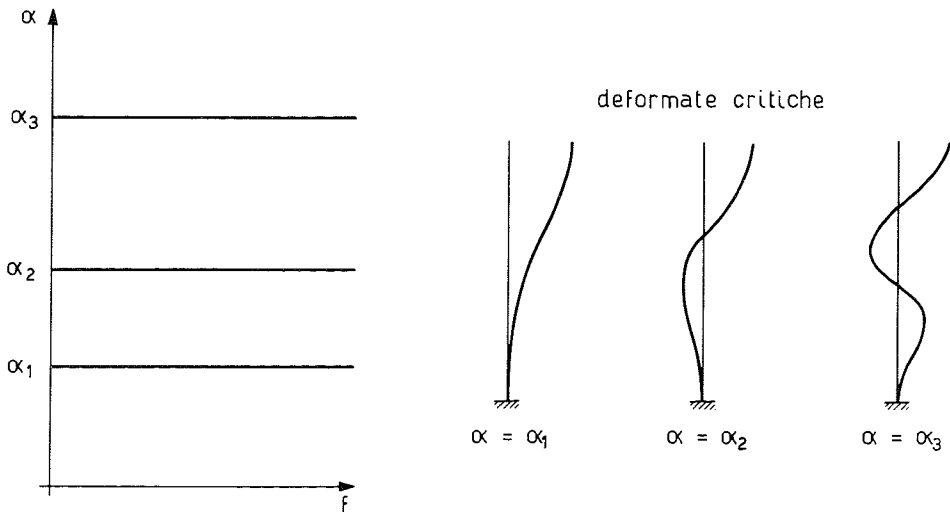


Figura 4.16

carichi via via crescenti, fino alla situazione in cui gli spostamenti tendono a infinito, ovvero il procedimento risolutivo non converge. Se nel telaio sono presenti solo carichi verticali è necessario applicare anche azioni orizzontali per avviarne la deformazione.

L'impostazione incrementale è valida sia per i telai piani che per quelli spaziali. Tra le due tipologie vi è però una differenza sostanziale, legata alla già richiamata esistenza di più punti di biforcazione dell'equilibrio. Negli schemi piani il telaio tende ad assumere sempre la configurazione corrispondente al carico critico più basso, qualunque sia la distribuzione in verticale e l'entità delle forze applicate. L'unica eccezione si ha nel caso, altamente improbabile, che le forze siano tali da mantenere per tutto il processo incrementale il telaio deformato esattamente secondo una configurazione critica diversa. Il principio è analogo per gli schemi tridimensionale; in questo caso è però molto più probabile giungere a configurazioni differenti, a seconda che si applichino forze in direzione x o y oppure momenti, specialmente nel caso di strutture simmetriche per le quali le deformate critiche sono disaccoppiate, cioè presentano solo traslazione in una direzione o solo rotazione. Nello scegliere entità e tipo delle azioni orizzontali da applicare è quindi necessario tener presente quale sia la direzione di maggior deformabilità della struttura, oppure procedere a più tentativi con insiemi di forze differenti.

4.5.2. Esempio numerico.

Il procedimento proposto è stato applicato alla struttura a sei impalcati descritta nel paragrafo 4.3.2., soggetta a carichi verticali e forze orizzontali parallele all'asse x , cioè nella direzione più debole del telaio.

In figura 4.17 sono diagrammati i valori dello spostamento massimo in direzione x , che si ha sempre in corrispondenza della sommità del

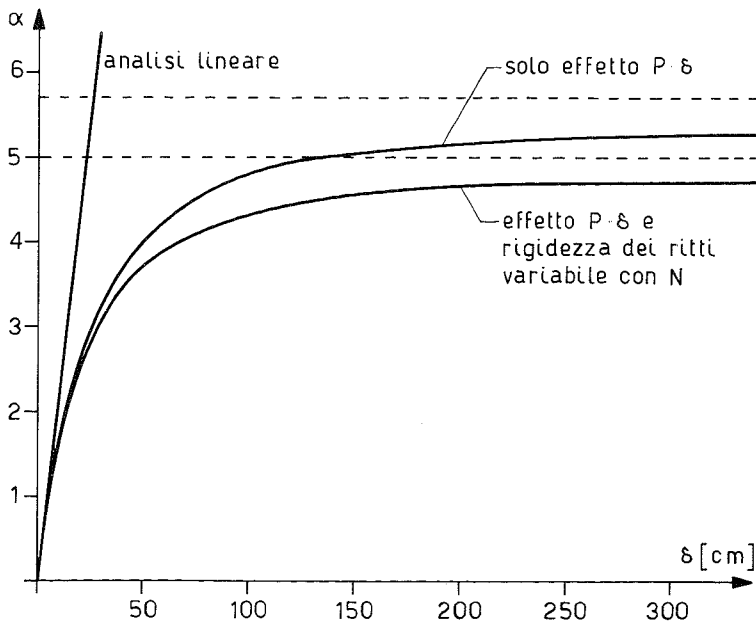


Figura 4.17

telaio 7-8. Tenendo conto solo dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali, il moltiplicatore critico è pari a circa 5.7. Leggermente più basso, 5, è il valore ottenuto tenendo conto anche della variazione di rigidezza provocata dallo sforzo assiale, valutato per semplicità come effetto dei soli carichi verticali trascurando la continuità delle travi. In figura 4.18 sono riportate planimetricamente le due deformate corrispondenti, raffrontate a quella fornita dall'analisi lineare.

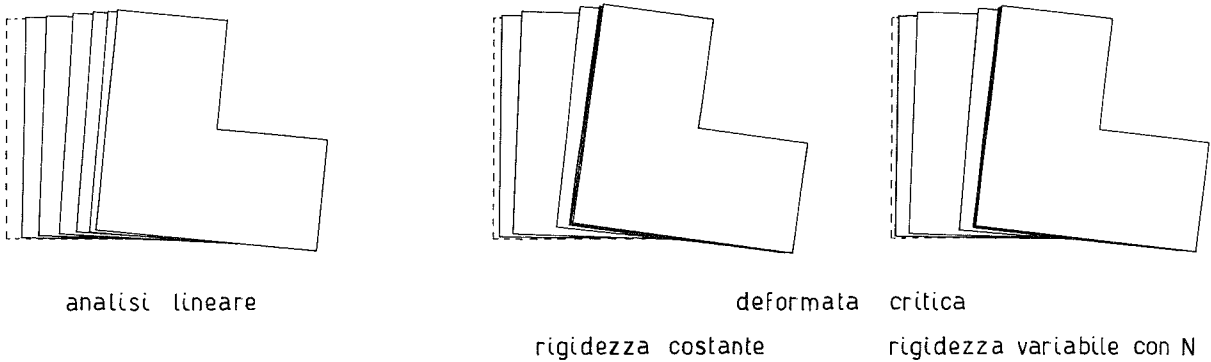


Figura 4.18

Si osserva ancora una volta, come già nel semplice esempio illustrato nel paragrafo 4.2., che la differenza tra i due risultati non è notevole, pur essendo per $\alpha = 5$ il carico assiale nei pilastri del terzo ordine mediamente pari all'80% del carico critico euleriano, con una punta massima del 150% nel pilastro 5. La presenza in alcuni ritti di sforzi assiali superiori ai valori che provocherebbero l'instabilità se gli estremi fossero impediti di ruotare ma non di traslare non deve sembrare strana. In tal caso, infatti, questi ritti vengono sostenuti da quelli che sono ancora lontani dallo stato critico. L'unico valore limite che sicuramente non può essere superato è quindi quello corrispondente ad un'asta i cui estremi siano impediti anche di traslare, che è quattro volte maggiore del precedente.

4.6. Valutazione approssimata del carico critico in campo elastico.

4.6.1. Procedimento operativo.

Pur non presentando particolare difficoltà, le elaborazioni necessarie per la determinazione del carico critico mediante l'analisi incrementale proposta nel paragrafo precedente, o con metodi matriciali che portano al calcolo di autovalori, risultano sproporzionate rispetto alle esigenze dei professionisti, che sono interessati solo a garantire un adeguato coefficiente di sicurezza rispetto a tale fenomeno. Possono pertanto risultare utili procedimenti che consentano di ottenere con immediatezza indicazioni anche solo approssimate, purché cautelative.

L'impostazione che qui si propone rappresenta l'estensione a schemi tridimensionali di quella seguita da M. Pagano per il caso piano [22]. Si prende in esame un telaio spaziale soggetto a carichi verticali e si indicano con N i conseguenti sforzi assiali nei ritti. Si suppone per semplicità espositiva che schema e carichi siano tali da avere sempre una configurazione di equilibrio con spostamenti nulli, ma ciò è irrilevante ai fini applicativi.

Per poter determinare il moltiplicatore critico è necessario innanzitutto saggiare la deformabilità dello schema. Si valutano pertanto gli spo-

stamenti conseguenti ad un arbitrario sistema di azioni orizzontali (forze o momenti di piano), in assenza di carichi verticali. Si indica con Q l'insieme delle risultanti ai diversi impalcati e con δ gli spostamenti relativi ottenuti.

Si considerano ora i carichi verticali agenti sulla struttura così deformata. Come già mostrato in precedenza, in tal caso gli sforzi assiali penalizzano il contributo a taglio dei ritti, ovvero equivalgono a taglianti orizzontali aggiuntivi pari a $N\delta$. Si indica con H l'insieme delle risultanti di questi taglianti.

Se le Q stessero a tutti i piani in uno stesso rapporto α con le H , la configurazione trovata sarebbe una ulteriore posizione di equilibrio (oltre a quella indeformata) per lo schema con carichi αN , perché le azioni insorte per la deformazione sarebbero coincidenti con quelle necessarie per portare il telaio in tale posizione; α sarebbe quindi rigorosamente il moltiplicatore critico cercato.

Data la arbitrarietà del sistema deformativo prescelto, è molto improbabile trovarsi nella situazione innanzi descritta. Si avranno quindi in generale per un telaio ad n impalcati $3n$ valori distinti di α . Si può osservare che il moltiplicatore critico è sicuramente superiore al minore di tali valori. In uno schema con carichi appena più bassi di $\alpha_{\min} N$ le azioni instabilizzanti sarebbero infatti tutte inferiori a quelle necessarie per mantenere il telaio nella configurazione deformata. Analogamente, si

telaio	piano	N [t]	δ/h	$N \delta/h$ [t]
1 x	6	23	0.60 E-3	0.014
	5	46	1.19 E-3	0.055
	4	69	1.79 E-3	0.124
	3	92	2.38 E-3	0.219
	2	115	1.83 E-3	0.210
	1	138	1.67 E-3	0.230
2 x	6	35	0.67 E-3	0.023
	5	70	1.33 E-3	0.093
	4	105	2.00 E-3	0.210
	3	140	2.66 E-3	0.372
	2	175	2.08 E-3	0.364
	1	210	1.84 E-3	0.386
3 x	6	17	0.75 E-3	0.013
	5	34	1.47 E-3	0.050
	4	51	2.21 E-3	0.113
	3	68	2.93 E-3	0.199
	2	85	2.33 E-3	0.198
	1	102	2.01 E-3	0.205
1 y	6	26.5	0.06 E-3	0.002
	5	53	0.12 E-3	0.006
	4	79.5	0.17 E-3	0.014
	3	106	0.23 E-3	0.024
	2	132.5	0.21 E-3	0.028
	1	159	0.14 E-3	0.022
2 y	6	36.5	-0.01 E-3	0.000
	5	73	-0.02 E-3	-0.001
	4	109.5	-0.04 E-3	-0.004
	3	146	-0.05 E-3	-0.007
	2	182.5	-0.04 E-3	-0.007
	1	219	-0.03 E-3	-0.007
3 y	6	12	-0.09 E-3	-0.001
	5	24	-0.16 E-3	-0.004
	4	36	-0.24 E-3	-0.009
	3	48	-0.32 E-3	-0.015
	2	60	-0.30 E-3	-0.018
	1	72	-0.19 E-3	-0.014

Figura 4 19

può affermare che esso deve essere inferiore al maggiore tra i valori determinati.

Come detto all'inizio, ai fini pratici interessa il garantire un adeguato coefficiente di sicurezza rispetto all'instabilità. Se l'estremo inferiore dell'intervallo trovato soddisfa tale requisito, è inutile un ulteriore approfondimento dell'analisi. In caso contrario si potrebbe iterare il procedimento eventualmente assumendo per le azioni deformanti valori proporzionali alle H , che già risentono in qualche modo sia della deformabilità della struttura che dell'entità dei carichi verticali applicati.

4.6.2. Esempio numerico.

Il procedimento proposto è stato applicato alla struttura a sei impalcati già più volte richiamata. Nella tabella di figura 4.19 sono riportati i valori degli sforzi assiali dovuti ai carichi verticali e delle deformazioni provocate da un insieme di forze orizzontali unitarie parallele alla direzione x , applicate all'impalcato in corrispondenza del pilastro 5. Si sono quindi determinate le azioni instabilizzanti $N \delta/h$ che insorgono per effetto dei carichi verticali nello schema così deformato e le loro risultanti (come componenti in direzione x ed y e momento rispetto all'origine del sistema di riferimento). In figura 4.20 sono riportati i valori delle azioni

componente in direzione x			
piano	Q [t]	H [t]	α
6	1.000	0.050	20.00
5	2.000	0.198	10.10
4	3.000	0.447	6.71
3	4.000	0.790	5.06
2	5.000	0.772	6.48
1	6.000	0.821	7.31

componente in direzione y			
piano	Q [t]	H [t]	α
6	0.000	0.001	---
5	0.000	0.001	---
4	0.000	0.001	---
3	0.000	0.002	---
2	0.000	0.003	---
1	0.000	0.001	---

momento di piano			
piano	Q [tm]	H [tm]	α
6	5.000	0.255	19.61
5	10.000	1.010	9.90
4	15.000	2.290	6.55
3	20.000	4.035	4.96
2	25.000	4.015	6.23
1	30.000	4.155	7.22

Figura 4.20

deformanti Q ed instabilizzanti H , nonché i loro rapporti. Si noti che non si è presa in considerazione la componente in direzione y , molto più piccola e quindi irrilevante; valgono comunque le considerazioni già fatte in precedenza, circa l'opportunità di scegliere le azioni deformanti in modo da avviare la deformazione strutturale nel senso della sua maggiore debolezza.

Dai risultati ottenuti si può concludere che il moltiplicatore critico è compreso tra 4.96 e 20. L'intervallo è molto ampio, ma già il valore minore (4.96) è nettamente maggiore del coefficiente di sicurezza rispetto all'instabilità richiesto dalla normativa per strutture in acciaio (2.5).

È opportuno notare che il procedimento seguito non tiene conto della variazione di rigidezza per effetto della compressione, perché nel determinare gli spostamenti conseguenti alle azioni orizzontali i ritti sono stati considerati assialmente scarichi. Il valore del carico critico corrispondente a tale semplificazione, determinato nel paragrafo precedente, è 5.7, interno all'intervallo ora calcolato e molto vicino al suo estremo inferiore, cosa del resto intuibile se si osserva che quasi tutti i valori di α sono prossimi a tale estremo.

Bibliografia.

1. O. Belluzzi, *Scienza delle costruzioni*, vol. I e IV, Zanichelli, 1941.
2. F. Bleich, *Buckling strenght of metal structures*, McGraw-Hill Book Company, 1952.
3. M. Pagano, *Sul carico critico dei telai elastici multipiani*, Costruzioni Metalliche, 1960.
4. M. Pagano, G. Zingone, *Il calcolo di verifica dei telai piani alle soglie dell'instabilità*, Costruzioni Metalliche, 1961.
5. S. P. Timoschenko, J. M. Gere, *Theory of elastic stability*, 2nd edition, McGraw-Hill Book Company, 1961.
6. M. Como, *Teoria della stabilità dell'equilibrio elastico*, Liguori, 1967.
7. V. Franciosi, *Scienza delle costruzioni*, vol. I e V, Liguori, 1967.
8. M. Gregory, *Elastic instability: analysis of buckling modes and loads of framed structures*, E. & F. N. Spon Ltd., 1967.
9. A. Raithel, *L'equilibrio elastico. La trave - la fune - l'arco*, Liguori, 1969.
10. R. Baldacci, G. Ceradini, E. Giangreco, *Dinamica e stabilità*, CISIA, 1971.
11. A. Chajes, *Principles of structural stability theory*, Prentice Hall Inc., 1974.
12. L. Corradi, *Instabilità delle strutture*, Clup, 1975.
13. R. S. Nair, *Overall elastic stability of multistory buildings*, Journal of Structural Division, ASCE, 1975.
14. M. Capurso, *Introduzione al calcolo automatico delle strutture*, Cremonese, 1977.
15. A. Gherzi, *Strutture intelaiate spaziali per edifici*, Giornale del Genio Civile, 1977.
16. A. Gherzi, *Impostazione manuale del calcolo dei telai spaziali*, Ingegneri, 1979.
17. M. Pagano, *Teoria degli edifici. Telai per edifici a maglie rettangolari*, Liguori, 1979.
18. M. Pagano, *Stabilità globale delle costruzioni*, Costruzioni Metalliche, 1980.
19. A. Badalà, G. Oliveto, *Alcuni risultati teorico-sperimentali sull'effetto irrigidente dei solai nell'instabilità delle strutture intelaiate spaziali*, Giornate del C. T. A., 1981.
20. G. Alpa, E. Bozzo, L. Gambarotta, *Influenza della distribuzione delle rigidezze nella stabilità delle strutture a telaio per edifici multipiano*, Costruzioni Metalliche, 1982.
21. E. Bozzo, L. Gambarotta, *Sulla stabilità globale di strutture a telaio in acciaio*, Convegno C.T.A., 1983.
22. A. Giliberti, M. Pagano, *Telai in regime non lineare elastico*, Centro Stampa Opera Universitaria Napoli, 1984.
23. L. Pagnini, B. Palazzo, *Instabilità elastica tridimensionale di edifici multipiano*, Costruzioni Metalliche, 1984.
24. A. Gherzi, S. Saglimbeni, *Prove Pilota per una indagine sul comportamento non lineare dei telai spaziali*, Atti del X congresso C.T.A., 1985.

APPENDICE AL CAPITOLO QUARTO
PROGRAMMA PER L'ANALISI NON LINEARE IN CAMPO ELASTICO
DEI TELAI SPAZIALI

Aurelio Gherzi

a. Introduzione.

Il programma che qui si presenta è una estensione di quello illustrato in appendice al capitolo 1, e consente di tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali e della variazione di rigidezza dei ritti a causa dello sforzo assiale. Rispetto alla versione base è necessario l'uso di un maggior numero di variabili; di conseguenza il dimensionamento, fatto nell'intento di non superare un ingombro di 64 Kbytes, limita il programma alla risoluzione di schemi composti da un massimo di 20 telai, con un totale di 70 pilastri e 7 piani.

I paragrafi successivi contengono la documentazione del programma, vista come integrazione di quella già fornita per la versione base. Il paragrafo b contiene la descrizione delle variabili aggiunte rispetto alla prima versione. In esso sono anche riportate precise indicazioni sull'ingombro di memoria, che consentono di variare i limiti anzidetti in funzione della capacità di memoria del proprio calcolatore e delle possibilità del BASIC utilizzato. Nel paragrafo c sono descritti i blocchi di istruzioni aggiunti o modificati. Il relativo listato è riportato nel successivo paragrafo d. Il paragrafo e contiene le indicazioni necessarie per utilizzare il programma. I paragrafi f e g contengono infine due esempi, che mostrano l'effetto instabilizzante dei carichi verticali, da solo o accoppiato alla riduzione di rigidezza dei ritti dovuta alla compressione. Per essi sono riportati i dati necessari per l'elaborazione ed i risultati conseguentemente ottenuti.

b. Elenco delle variabili.

Per tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali e della variazione di rigidezza dovuta allo sforzo assiale nei ritti, occorre un limitato numero di variabili aggiuntive, per memorizzare le informazioni relative allo sforzo normale ed ai coefficienti correttivi A_{ik} e $B_{(ik)}$. Si riporta di seguito l'elenco di tali variabili; si analizza infine il nuovo ingombro complessivo di memoria, in modo da consentire con facilità variazioni dei limiti di dimensionamento.

teoria	programma	descrizione
	P	pilastro generico nello schema spaziale, individuato mediante la numerazione in carpenteria
	MP	massimo valore ammissibile per P
	EI	indica se bisogna tener conto ($EI = 1$) oppure no ($EI = 0$) dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali
	RR	indica se bisogna tener conto ($RR = 1$) oppure no ($RR = 0$) della variazione di rigidezza dei ritti dovuta allo sforzo assiale
N	SNP (P, K)	sforzo normale nel ritto P, K

kl	KL	$kl = \pi \sqrt{P/P_{eu}}$
A_{ik}	AR (I, K)	coefficiente A per il ritto I, K
$B_{(ik)}$	BR (I, K)	coefficiente B per il ritto I, K
U	U	coefficiente U per un ritto generico
V	V	coefficiente V per un ritto generico
	V0	$U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}$
A_{ik}	A	coefficiente A per un ritto generico
$B_{(ik)}$	B	coefficiente B per un ritto generico
w''/w'	WW	valore per un ritto generico

Ingombro complessivo di memoria

L'ingombro della versione in GWBASIC del programma è di circa 20 Kbytes. L'ingombro delle variabili può essere calcolato in funzione dei valori massimi di MI, MJ, MK, ML, MP utilizzati nel loro dimensionamento. Si sono utilizzate 47 variabili con indice e 45 variabili semplici, per un numero totale di valori pari a:

$$19 \times MI \times MK + MP \times MK + 2 \times MJ \times MK + 2 \times MI + 3 \times MJ + 10 \times MK + 3 \times ML + 41$$

Se si pone $MI = 70$, $MP = 50$, $MK = 7$, $MJ = 20$, $ML = 50$, il numero totale di variabili è pari a 10401, corrispondente a un ingombro di memoria pari a quasi 42 Kbytes, valore che, sommato a quello del programma, si mantiene inferiore al limite di 64 Kbytes, caratteristico del GWBASIC.

Lo stesso ingombro complessivo può essere ottenuto variando i limiti del dimensionamento l'uno a scapito degli altri. Si può così per esempio, portare il numero massimo dei piani MK a 12 riducendo il numero di pilastri MI a 38, e così via.

c. Descrizione del programma.

Nel listato, riportato nel paragrafo seguente, sono riportati esclusivamente quei blocchi di istruzioni che hanno subito aggiunte o modifiche rispetto alla versione base. Denominando i blocchi principali con le stesse lettere utilizzate nel paragrafo 1.c, si ha:

A) Dimensionamento delle variabili con indice.

Nella linea 100 è stato ridotto il valore limite per il numero di pilastri MI ed è stato aggiunto quello per la numerazione in carpenteria MP. È stata inserita inoltre la linea 190, contenente il dimensionamento delle nuove variabili con indice.

B) Programma principale.

È stata aggiunta l'istruzione per la lettura delle variabili EI ed RR che definiscono il tipo di elaborazione da effettuare. È stato inoltre eliminato il richiamo ai sottoprogrammi 3000 e 6000 (elaborazioni iniziali dei dati geometrici e di carico), che vengono ora utilizzati direttamente nella fase di calcolo.

C) Input dei dati geometrici ed elastici.

È stata modificata la routine di lettura della numerazione dei pilastri in carpenteria, nella quale è stato aggiunto un controllo per evitare che si superi il limite definito nel blocco A.

D) Stampa dei dati geometrici ed elastici.
Inalterato.

E) Elaborazione iniziale dei dati geometrici.

È stato cambiato il sottoprogramma 3100 (indici di rigidezza delle aste), che ora determina anche i coefficienti correttivi A e B ed il rapporto w''/w' , utilizzando il sottoprogramma 3300, prima inesistente. Sono stati modificati anche i sottoprogrammi 3400 (somma degli indici di rigidezza, nel quale interviene il coefficiente A), e 3600 (calcolo del baricentro degli indici di rigidezza, che dipende anche dallo sforzo assiale N).

F) Input dei carichi verticali, nodali ed orizzontali.

Inalterato.

G) Stampa dei dati relativi ai carichi.

Inalterato.

H) Elaborazione iniziale dei dati relativi ai carichi.

Inalterato.

I) Risoluzione iterativa del sistema.

Le operazioni svolte da questo blocco, mostrate sinteticamente dalle istruzioni 7000-7080, presentano alcune differenze sostanziali rispetto alla versione base. Dopo l'azzeramento delle incognite viene calcolato lo sforzo normale nei pilastri (come somma delle quantità $ql/2$ delle travi, cioè trascurandone la continuità). Vengono poi utilizzati i sottoprogrammi 3000 e 6000 (elaborazione iniziale dei dati geometrici e di carico, che ora comprendono la valutazione di alcune grandezze dipendenti dallo sforzo assiale e non possono quindi essere effettuate indipendentemente). Segue infine il ciclo di risoluzione mediante operazioni di nodo e piano. Sono rimaste invariate, anche se rinumerate, le istruzioni per l'azzeramento delle incognite, mentre quelle relative all'operazione di nodo sono cambiate per tener conto dei coefficienti A e B.

L) Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione agli estremi delle aste e degli spostamenti dei trasversi.

È stato modificato il sottoprogramma 8100, relativo al calcolo del momento flettente agli estremi delle aste, per tener conto dei coefficienti correttivi.

M) Stampa dei risultati.

È stata aggiunta la stampa di una scritta che indica il tipo di elaborazione svolta.

d. Codifica del programma.

Si riportano di seguito solo i blocchi variati rispetto alla impostazione di base, individuati mediante le lettere già utilizzate nel paragrafo 1.c.

A) Dimensionamento delle variabili.

```

100 MI=70 : MK=7 : ML=50 : MJ=20 : MP=50 '   valori limite per gli indici
                                           degli array
110 OPTION BASE 1 '                       estremo inferiore dell'indice degli array
120 DIM MR(MJ),IR(MJ),DL(MI-1),H(MK),NP(MI),DT(MJ)
130 DIM NT(MI-1,MK),NR(MI,MK),ZB(ML),ZH(ML),ZI(ML)
140 DIM WT(MI-1,MK),WR(MI,MK),WN(MI,MK),XG(MK),YG(MK),DG(MJ,MK),WX(MK),
    WY(MK),WF(MK)
150 DIM Q(MI-1,MK),MN(MI,MK),XF(MK),YF(MK),FX(MK),FY(MK),FM(MK)
160 DIM SM(MI,MK),QX(MK),QY(MK),QM(MK)
170 DIM FI(MI,MK),DX(MK),DY(MK),DF(MK),D(MJ,MK)
180 DIM MS(MI-1,MK),MD(MI-1,MK),MT(MI,MK),MP(MI,MK),TS(MI-1,MK),
    TD(MI-1,MK),TR(MI,MK),SN(MI,MK)
190 DIM AR(MI,MK),BR(MI,MK),SNP(MP,MK)

```

B) Programma principale.

```

500 READ EI,RR '           legge tipo di analisi
510 GOSUB 1000 '           legge dati geometrici
520 GOSUB 2000 '           stampa dati geometrici
530 READ IV,IM,IO
540 IF IV=0 AND IM=0 AND IO=0 THEN END
550   GOSUB 4000 '         legge i carichi
560   GOSUB 5000 '         stampa i carichi
570   GOSUB 7000 '         effettua la risoluzione iterativa del sistema
580   GOSUB 8000 '         calcola caratterist. di sollec. e spostamento
590   GOSUB 9000 '         stampa i risultati
600   READ IV,IM,IO
610 GOTO 540

```

C) Input dei dati geometrici ed elastici.

```

1480 ' --- legge numerazione dei pilastri in carpenteria
1490 '   individua il numero di pilastri per ciascun telaio
1500 I=0
1505 FOR J=1 TO JZ
1510   IR(J)=1
1515   READ N
1520   IF N=0 THEN 1555
1525   IF I=MI THEN PRINT "NUMERO ECCESSIVO DI PILASTRI" : STOP
1530   IF N>MP THEN PRINT "NUMERO IN CARPENTERIA NON AMMISSIBILE":STOP
1535   I=I+1
1540   NP(I)=N
1545   READ N
1550   GOTO 1520
1555   MR(J)=I-IR(J)
1560 NEXT J
1565 IZ=I
1570 RETURN

```

E) Elaborazione iniziale dei dati geometrici.

179

Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali

```

3000 GOSUB 3100 '          indici di rigidezza di travi e pilastri
3010 GOSUB 3400 '          somma degli indici di rigidezza nei nodi
3020 GOSUB 3600 '          baricentro dei w* e somma nel piano
3030 RETURN
3080 '
3090 ' --- calcola gli indici di rigidezza di travi e pilastri
3100 FOR K=1 TO KZ
3105   FOR J=1 TO JZ
3110     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
3115       L=NT(I,K)
3120       WT(I,K)=E*ZI(L)/DL(I)
3125     NEXT I
3130   NEXT J
3135   FOR I=1 TO IZ
3140     L=NR(I,K)
3145     WR(I,K)=E*ZI(L)/H(K)
3150     P=NP(I)
3155     GOSUB 3300 '          determina A,B,w"/w'
3160     AR(I,K)=A
3165     BR(I,K)=B
3170     WR(I,K)=WW*WR(I,K)
3175   NEXT I
3180 NEXT K
3185 RETURN
3280 '
3290 ' --- determina coefficienti U, V, A, B, w"/w'
3300 IF SNP(P,K)=0 OR RR=0 THEN A=1 : B=1 : WW=1 : RETURN
3305 KL=SQR(ABS(SNP(P,K))*H(K)/WR(I,K))
3310 IF SNP(P,K)>0 THEN 3320 ELSE 3340
3315 ' asta tesa
3320 U=((EXP(2*KL)+1)/(EXP(2*KL)-1)-1/KL)*3/KL
3325 V=(1/KL-2*EXP(KL)/(EXP(2*KL)-1))*6/KL
3330 GOTO 3360
3335 ' asta compressa
3340 U=(1/KL-1/TAN(KL))*3/KL
3345 V=(1/SIN(KL)-1/KL)*6/KL
3350 GOTO 3360
3355 '
3360 V0=2*U+V
3365 A=3*U/V0
3370 B=3*V/V0
3375 WW=V0/(4*U^2-V^2)
3380 RETURN
3385 '
3390 ' --- calcola la somma degli indici di rigidezza delle aste nei nodi
3400 FOR K=1 TO KZ
3410   I=0
3420   FOR J=1 TO JZ
3430     FOR M=1 TO MR(J)
3440       I=I+1
3450       S=AR(I,K)*WR(I,K)
3460       IF M>1 THEN S=S+WT(I-1,K)
3470       IF M<MR(J) THEN S=S+WT(I,K)
3480       IF K<KZ THEN S=S+AR(I,K+1)*WR(I,K+1)
3490       WN(I,K)=S
3500     NEXT M
3510   NEXT J
3520 NEXT K
3530 RETURN
3580 '
3590 ' --- calcola baricentro dei w* e loro somma nel piano
3600 FOR K=1 TO KZ
3605   J1=1 : J2=JX
3610   GOSUB 3700 '          calcola baricentro delle rigidezze
3615   WX(K)=S : WF(K)=S2
3620   YG(K)=S1

```

```

3625     FOR J=J1 TO J2
3630         DG(J,K)=DT(J)-YG(K)
3635     NEXT J
3640     J1=JX+1 : J2=JZ
3645     GOSUB 3700 '          calcola baricentro delle rigidezze
3650     WY(K)=S : WF(K)=WF(K)+S2
3655     XG(K)=S1
3660     FOR J=J1 TO J2
3665         DG(J,K)=XG(K)-DT(J)
3670     NEXT J
3675 NEXT K
3680 RETURN
3685 '
3690 ' - calcola baricentro delle rigidezze
3700 S=0 : S1=0 : S2=0
3705 H2=1/H(K)^2
3710 FOR J=J1 TO J2
3715     V=0
3720     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
3725         P=NP(I)
3730         V=V+WR(I,K)*H2 : IF EI=1 THEN V=V+SNP(P,K)/H(K)/12
3735     NEXT I
3740     S=S+V
3745     S1=S1+V*DT(J)
3750     S2=S2+V*DT(J)^2
3755 NEXT J
3760 IF S<>0 THEN S1=S1/S '          S=0 se non esistono telai in una direzione
3765 S2=S2-S*S1^2
3770 RETURN

```

1) Risoluzione iterativa del sistema.

```

7000 GOSUB 7100 '          azzerare rotazioni e spostamenti
7005 GOSUB 7200 '          calcola valori iniziali sforzo normale
7010 GOSUB 3000 '          calcola indici di rigidezza e loro somma
7015 GOSUB 6000 '          calcola somma mom.inc. e somma forze
7020 SQ=0
7025 FOR K=1 TO KZ
7030     I=0
7035     FOR J=1 TO JZ
7040         FOR M=1 TO MR(J)
7045             I=I+1
7050             GOSUB 7400 '          operazione di nodo
7055         NEXT M
7060     NEXT J
7065     GOSUB 7600 '          operazione di piano
7070 NEXT K
7075 IF SQ<>0 THEN 7020
7080 RETURN
7085 '
7090 ' --- azzerare rotazioni e spostamenti
7100 FOR K=1 TO KZ
7105     FOR I=1 TO IZ
7110         FI(I,K)=0
7115     NEXT I
7120     FOR J=1 TO JZ
7125         D(J,K)=0
7130     NEXT J
7135     DX(K)=0 : DY(K)=0 : DF(K)=0
7140 NEXT K
7145 RETURN
7180 '
7190 ' --- calcola valori iniziali dello sforzo normale
7200 FOR K=KZ TO 1 STEP -1
7205     FOR P=1 TO MP
7210         IF K=KZ THEN SNP(P,K)=0 ELSE SNP(P,K)=SNP(P,K+1)
7215     NEXT P

```

```

7220 I=0
7225 FOR J=1 TO JZ
7230   FOR M=1 TO MR(J)
7235     I=I+1
7240     V=0
7245     IF M>1 THEN V=V-Q(I-1,K)*DL(I-1)/2
7250     IF M<MR(J) THEN V=V-Q(I,K)*DL(I)/2
7255     P=NP(I)
7260     SNP(P,K)=SNP(P,K)+V
7265   NEXT M
7270 NEXT J
7275 NEXT K
7280 RETURN
7380 '
7390 ' --- operazione di nodo per il nodo I,K
7400 IF WN(I,K)=0 THEN RETURN
7410 S=SM(I,K)+6*WR(I,K)*D(J,K)/H(K)
7420 IF K>1 THEN S=S-2*BR(I,K)*WR(I,K)*FI(I,K-1)
7430 IF K<KZ THEN S=S+6*WR(I,K+1)*D(J,K+1)/H(K+1)-2*BR(I,K+1)*WR(I,K+1)*
    FI(I,K+1)
7440 IF M>1 THEN S=S-2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
7450 IF M<MR(J) THEN S=S-2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
7460 IF ABS (S-4*WN(I,K)*FI(I,K))<.0005 THEN RETURN
7470 FI(I,K)=S/4/WN(I,K)
7480 SQ=1
7490 RETURN

```

L) Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione.

```

8090 ' --- calcola momento flettente
8100 FOR K=1 TO KZ
8110   FOR J=1 TO JZ
8120     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
8130       V=Q(I,K)*DL(I)^2/12
8140       MS(I,K)=(4*FI(I,K)+2*FI(I+1,K))*WT(I,K)-V
8150       MD(I,K)=-((2*FI(I,K)+4*FI(I+1,K))*WT(I,K)+V)
8160     NEXT I
8170     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
8180       IF K>1 THEN V=FI(I,K-1) ELSE V=0
8190       MT(I,K)=-((4*AR(I,K)*FI(I,K)+2*BR(I,K)*V-6*D(J,K)/H(K))*
          WR(I,K))
8200       MP(I,K)=(2*BR(I,K)*FI(I,K)+4*AR(I,K)*V-6*D(J,K)/H(K))*WR(I,K)
8210     NEXT I
8220   NEXT J
8230 NEXT K
8240 RETURN

```

M) Stampa dei risultati.

```

9000 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT : PRINT
9010 PRINT "      RISULTATI"
9020 IF EI=1 THEN PRINT "          con effetto instabilizzante dei carichi ver
    ticali"
9030 IF RR=1 THEN PRINT "          con rigidezza dipendente dallo sforzo assia
    le"
9040 GOSUB 9100 '          stampa spostamenti
9050 GOSUB 9300 '          stampa car. soll. travi
9060 GOSUB 9500 '          stampa car. soll. pilastri
9070 RETURN

```

e. Modalità di utilizzazione.

Le modalità per l'utilizzazione del programma qui presentato sono identiche a quelle della versione base, esaminate dettagliatamente nel paragrafo 1.e. Ai dati ivi descritti devono però essere premessi, in una prima riga DATA, i valori delle due variabili che definiscono il tipo di elaborazione. Il primo di essi deve essere posto pari ad 1 se si vuole tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali, a 0 in caso contrario. Analogamente, il secondo deve essere 1 quando si vuole tener conto della variazione di rigidità dei ritti provocata dallo sforzo assiale, a 0 se la si vuole trascurare.

f. Primo esempio - con effetto instabilizzante dei carichi verticali.

Il programma è stato utilizzato per la risoluzione dello schema intelaiato spaziale a sei impalcati, già descritto nel paragrafo 4.3.2. Le aste del telaio sono costituite da profilati metallici a doppio T; poiché il programma prevede solo sezioni rettangolari, è stato necessario ricorrere a sezioni fittizie equivalenti come momento d'inerzia a quelle dello schema. Si riportano di seguito le linee di programma contenenti i dati e, nelle pagine successive, i risultati ottenuti.

```

10000 ' ----- spazio per i dati
10010 DATA 1,0
10020 DATA 3,3,6,4
10030 DATA 3.5,3.5,3.5,3.5,3.5,3.5
10040 DATA 0,5,10,0,5,10
10050 DATA 1,2,3,0,4,5,6,0,7,8,0,1,4,7,0,2,5,8,0,3,6,0
10060 DATA 5,5,5,5,5,5,5,5,5,5
10070 DATA 2100000
10080 DATA .93156,.1,.33228,.1,.44304,.1,.16032,.1
10090 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10100 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10110 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10120 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10130 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10140 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10150 DATA 2,2,2,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1,1,1
10160 DATA 2,2,2,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1,1,1
10170 DATA 4,4,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3,3
10180 DATA 4,4,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3,3
10190 DATA 4,4,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3,3
10200 DATA 4,4,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3,3
10210 DATA 1,0,1
10220 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10230 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10240 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10250 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10260 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10270 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10280 DATA 5,5,1,0,0
10290 DATA 5,5,1,0,0
10300 DATA 5,5,1,0,0
10310 DATA 5,5,1,0,0
10320 DATA 5,5,1,0,0
10330 DATA 5,5,1,0,0
10340 DATA 0,0,0

```


ALTEZZA DEI PIANI

PIANO	ALTEZZA (M)
1	3.50
2	3.50
3	3.50
4	3.50
5	3.50
6	3.50

POSIZIONE DEI TELAI

TELAIO	DISTANZA DALL'ASSE (M)
1 X	0.00
2 X	5.00
3 X	10.00
1 Y	0.00
2 Y	5.00
3 Y	10.00

LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	LUCE (M)	B (M)	H (M)	INERZIA (M ⁴)
1 X	1 - 2	1	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	1 - 2	2	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	1 - 2	3	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	1 - 2	4	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	1 - 2	5	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	1 - 2	6	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	1	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	2	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	3	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	4	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	5	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	6	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	1	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	2	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	3	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	4	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	5	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	6	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	1	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	2	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	3	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	4	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	5	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	6	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	1	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	2	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	3	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	4	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	5	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	6	5.00	0.93	0.10	0.000078

Capitolo quarto

1 Y	1 - 4	1	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1 - 4	2	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1 - 4	3	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1 - 4	4	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1 - 4	5	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1 - 4	6	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	1	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	2	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	3	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	4	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	5	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	6	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	1	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	2	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	3	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	4	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	5	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	6	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	1	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	2	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	3	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	4	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	5	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	6	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	1	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	2	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	3	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	4	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	5	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	6	5.00	0.44	0.10	0.000037

SEZIONI DEI PILASTRI

TELAIO	PILASTRO	PIANO	B (M)	H (M)	INERZIA (M^4)
1 X	1	1	0.33	0.10	0.000028
1 X	1	2	0.33	0.10	0.000028
1 X	1	3	0.16	0.10	0.000013
1 X	1	4	0.16	0.10	0.000013
1 X	1	5	0.16	0.10	0.000013
1 X	1	6	0.16	0.10	0.000013
1 X	2	1	0.33	0.10	0.000028
1 X	2	2	0.33	0.10	0.000028
1 X	2	3	0.16	0.10	0.000013
1 X	2	4	0.16	0.10	0.000013
1 X	2	5	0.16	0.10	0.000013
1 X	2	6	0.16	0.10	0.000013
1 X	3	1	0.33	0.10	0.000028
1 X	3	2	0.33	0.10	0.000028
1 X	3	3	0.16	0.10	0.000013
1 X	3	4	0.16	0.10	0.000013
1 X	3	5	0.16	0.10	0.000013
1 X	3	6	0.16	0.10	0.000013
2 X	4	1	0.33	0.10	0.000028
2 X	4	2	0.33	0.10	0.000028
2 X	4	3	0.16	0.10	0.000013

Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali

2 X	4	4	0.16	0.10	0.000013
2 X	4	5	0.16	0.10	0.000013
2 X	4	6	0.16	0.10	0.000013
2 X	5	1	0.33	0.10	0.000028
2 X	5	2	0.33	0.10	0.000028
2 X	5	3	0.16	0.10	0.000013
2 X	5	4	0.16	0.10	0.000013
2 X	5	5	0.16	0.10	0.000013
2 X	5	6	0.16	0.10	0.000013
2 X	6	1	0.33	0.10	0.000028
2 X	6	2	0.33	0.10	0.000028
2 X	6	3	0.16	0.10	0.000013
2 X	6	4	0.16	0.10	0.000013
2 X	6	5	0.16	0.10	0.000013
2 X	6	6	0.16	0.10	0.000013
3 X	7	1	0.33	0.10	0.000028
3 X	7	2	0.33	0.10	0.000028
3 X	7	3	0.16	0.10	0.000013
3 X	7	4	0.16	0.10	0.000013
3 X	7	5	0.16	0.10	0.000013
3 X	7	6	0.16	0.10	0.000013
3 X	8	1	0.33	0.10	0.000028
3 X	8	2	0.33	0.10	0.000028
3 X	8	3	0.16	0.10	0.000013
3 X	8	4	0.16	0.10	0.000013
3 X	8	5	0.16	0.10	0.000013
3 X	8	6	0.16	0.10	0.000013
1 Y	1	1	0.93	0.10	0.000078
1 Y	1	2	0.93	0.10	0.000078
1 Y	1	3	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1	4	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1	5	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1	6	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4	1	0.93	0.10	0.000078
1 Y	4	2	0.93	0.10	0.000078
1 Y	4	3	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4	4	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4	5	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4	6	0.44	0.10	0.000037
1 Y	7	1	0.93	0.10	0.000078
1 Y	7	2	0.93	0.10	0.000078
1 Y	7	3	0.44	0.10	0.000037
1 Y	7	4	0.44	0.10	0.000037
1 Y	7	5	0.44	0.10	0.000037
1 Y	7	6	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2	1	0.93	0.10	0.000078
2 Y	2	2	0.93	0.10	0.000078
2 Y	2	3	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2	4	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2	5	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2	6	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5	1	0.93	0.10	0.000078
2 Y	5	2	0.93	0.10	0.000078
2 Y	5	3	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5	4	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5	5	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5	6	0.44	0.10	0.000037

Capitolo quarto

2 Y	8	1	0.93	0.10	0.000078
2 Y	8	2	0.93	0.10	0.000078
2 Y	8	3	0.44	0.10	0.000037
2 Y	8	4	0.44	0.10	0.000037
2 Y	8	5	0.44	0.10	0.000037
2 Y	8	6	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3	1	0.93	0.10	0.000078
3 Y	3	2	0.93	0.10	0.000078
3 Y	3	3	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3	4	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3	5	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3	6	0.44	0.10	0.000037
3 Y	6	1	0.93	0.10	0.000078
3 Y	6	2	0.93	0.10	0.000078
3 Y	6	3	0.44	0.10	0.000037
3 Y	6	4	0.44	0.10	0.000037
3 Y	6	5	0.44	0.10	0.000037
3 Y	6	6	0.44	0.10	0.000037

MODULO DI ELASTICITA' = 2100000 KG/CM2

CARICHI

CARICHI VERTICALI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	CARICO (T/M)
1 X	1 - 2	1	2.00
1 X	1 - 2	2	2.00
1 X	1 - 2	3	2.00
1 X	1 - 2	4	2.00
1 X	1 - 2	5	2.00
1 X	1 - 2	6	2.00
1 X	2 - 3	1	2.00
1 X	2 - 3	2	2.00
1 X	2 - 3	3	2.00
1 X	2 - 3	4	2.00
1 X	2 - 3	5	2.00
1 X	2 - 3	6	2.00
2 X	4 - 5	1	4.00
2 X	4 - 5	2	4.00
2 X	4 - 5	3	4.00
2 X	4 - 5	4	4.00
2 X	4 - 5	5	4.00
2 X	4 - 5	6	4.00
2 X	5 - 6	1	2.00
2 X	5 - 6	2	2.00
2 X	5 - 6	3	2.00
2 X	5 - 6	4	2.00
2 X	5 - 6	5	2.00
2 X	5 - 6	6	2.00

Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali

3 X	7 - 8	1	3.00
3 X	7 - 8	2	3.00
3 X	7 - 8	3	3.00
3 X	7 - 8	4	3.00
3 X	7 - 8	5	3.00
3 X	7 - 8	6	3.00
1 Y	1 - 4	1	0.40
1 Y	1 - 4	2	0.40
1 Y	1 - 4	3	0.40
1 Y	1 - 4	4	0.40
1 Y	1 - 4	5	0.40
1 Y	1 - 4	6	0.40
1 Y	4 - 7	1	0.40
1 Y	4 - 7	2	0.40
1 Y	4 - 7	3	0.40
1 Y	4 - 7	4	0.40
1 Y	4 - 7	5	0.40
1 Y	4 - 7	6	0.40
2 Y	2 - 5	1	0.40
2 Y	2 - 5	2	0.40
2 Y	2 - 5	3	0.40
2 Y	2 - 5	4	0.40
2 Y	2 - 5	5	0.40
2 Y	2 - 5	6	0.40
2 Y	5 - 8	1	0.40
2 Y	5 - 8	2	0.40
2 Y	5 - 8	3	0.40
2 Y	5 - 8	4	0.40
2 Y	5 - 8	5	0.40
2 Y	5 - 8	6	0.40
3 Y	3 - 6	1	0.40
3 Y	3 - 6	2	0.40
3 Y	3 - 6	3	0.40
3 Y	3 - 6	4	0.40
3 Y	3 - 6	5	0.40
3 Y	3 - 6	6	0.40

FORZE ORIZZONTALI

PIANO	X (M)	Y (M)	FX (T)	FY (T)	M (TM)
1	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00
2	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00
3	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00
4	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00
5	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00
6	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00

RISULTATI
con effetto instabilizzante dei carichi verticali

SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI

TELAIO	IMPALCATO	SPOSTAMENTO (MM)
1 X	1	7.055
1 X	2	15.153
1 X	3	26.133
1 X	4	34.266
1 X	5	39.627
1 X	6	42.647
2 X	1	7.787
2 X	2	17.052
2 X	3	29.342
2 X	4	38.459
2 X	5	44.469
2 X	6	47.853
3 X	1	8.519
3 X	2	18.951
3 X	3	32.552
3 X	4	42.652
3 X	5	49.312
3 X	6	53.058
1 Y	1	0.619
1 Y	2	1.591
1 Y	3	2.688
1 Y	4	3.509
1 Y	5	4.048
1 Y	6	4.350
2 Y	1	-0.113
2 Y	2	-0.308
2 Y	3	-0.521
2 Y	4	-0.685
2 Y	5	-0.794
2 Y	6	-0.856
3 Y	1	-0.845
3 Y	2	-2.207
3 Y	3	-3.731
3 Y	4	-4.878
3 Y	5	-5.637
3 Y	6	-6.062

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

TELAIO CAMPATA PIANO				MOMENTO A SINISTRA (TM)	MOMENTO A DESTRA (TM)	TAGLIO A SINISTRA (T)	TAGLIO A DESTRA (T)
1 X	1 -	2	1	-0.21	-6.74	3.69	-6.31
1 X	1 -	2	2	-0.25	-6.65	3.72	-6.28
1 X	1 -	2	3	-0.11	-6.53	3.72	-6.28
1 X	1 -	2	4	-0.64	-6.17	3.89	-6.11
1 X	1 -	2	5	-1.12	-5.84	4.06	-5.94
1 X	1 -	2	6	-0.77	-5.91	3.97	-6.03

Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali

1 X	2 -	3	1	-3.41	-4.48	4.79	-5.21
1 X	2 -	3	2	-3.62	-4.20	4.88	-5.12
1 X	2 -	3	3	-4.24	-3.35	5.18	-4.82
1 X	2 -	3	4	-4.56	-2.90	5.33	-4.67
1 X	2 -	3	5	-4.83	-2.53	5.46	-4.54
1 X	2 -	3	6	-5.54	-1.33	5.84	-4.16
2 X	4 -	5	1	-2.76	-10.55	8.44	-11.56
2 X	4 -	5	2	-2.69	-10.43	8.45	-11.55
2 X	4 -	5	3	-2.10	-10.15	8.39	-11.61
2 X	4 -	5	4	-2.73	-9.76	8.59	-11.41
2 X	4 -	5	5	-3.36	-9.40	8.79	-11.21
2 X	4 -	5	6	-2.14	-9.29	8.57	-11.43
2 X	5 -	6	1	-4.68	-4.28	5.08	-4.92
2 X	5 -	6	2	-4.97	-3.99	5.20	-4.80
2 X	5 -	6	3	-6.01	-3.09	5.58	-4.42
2 X	5 -	6	4	-6.34	-2.57	5.75	-4.25
2 X	5 -	6	5	-6.61	-2.12	5.90	-4.10
2 X	5 -	6	6	-7.88	-1.02	6.37	-3.63
3 X	7 -	8	1	-1.57	-7.44	6.33	-8.67
3 X	7 -	8	2	-1.60	-7.14	6.39	-8.61
3 X	7 -	8	3	-1.46	-5.83	6.63	-8.37
3 X	7 -	8	4	-2.17	-5.26	6.88	-8.12
3 X	7 -	8	5	-2.93	-4.84	7.12	-7.88
3 X	7 -	8	6	-2.08	-2.82	7.35	-7.65
1 Y	1 -	4	1	-0.54	-1.07	0.89	-1.11
1 Y	1 -	4	2	-0.51	-1.09	0.89	-1.11
1 Y	1 -	4	3	-0.49	-1.08	0.88	-1.12
1 Y	1 -	4	4	-0.55	-1.03	0.90	-1.10
1 Y	1 -	4	5	-0.63	-0.97	0.93	-1.07
1 Y	1 -	4	6	-0.49	-1.02	0.90	-1.10
1 Y	4 -	7	1	-0.69	-0.94	0.95	-1.05
1 Y	4 -	7	2	-0.69	-0.94	0.95	-1.05
1 Y	4 -	7	3	-0.76	-0.85	0.98	-1.02
1 Y	4 -	7	4	-0.80	-0.80	1.00	-1.00
1 Y	4 -	7	5	-0.83	-0.78	1.01	-0.99
1 Y	4 -	7	6	-0.96	-0.56	1.08	-0.92
2 Y	2 -	5	1	-0.78	-0.85	0.99	-1.01
2 Y	2 -	5	2	-0.77	-0.85	0.99	-1.01
2 Y	2 -	5	3	-0.70	-0.89	0.96	-1.04
2 Y	2 -	5	4	-0.70	-0.89	0.96	-1.04
2 Y	2 -	5	5	-0.72	-0.88	0.97	-1.03
2 Y	2 -	5	6	-0.54	-0.98	0.91	-1.09
2 Y	5 -	8	1	-0.92	-0.70	1.04	-0.96
2 Y	5 -	8	2	-0.93	-0.69	1.05	-0.95
2 Y	5 -	8	3	-0.95	-0.63	1.06	-0.94
2 Y	5 -	8	4	-0.94	-0.65	1.06	-0.94
2 Y	5 -	8	5	-0.91	-0.69	1.04	-0.96
2 Y	5 -	8	6	-0.99	-0.52	1.09	-0.91
3 Y	3 -	6	1	-1.07	-0.49	1.12	-0.88
3 Y	3 -	6	2	-1.09	-0.46	1.13	-0.87
3 Y	3 -	6	3	-1.01	-0.47	1.11	-0.89
3 Y	3 -	6	4	-0.93	-0.56	1.07	-0.93
3 Y	3 -	6	5	-0.88	-0.65	1.05	-0.95
3 Y	3 -	6	6	-0.70	-0.59	1.02	-0.98

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

TELAIO PILASTRO PIANO			MOMENTO SUP. (TM)	MOMENTO INF. (TM)	TAGLIO (T)	SFORZO NORMALE (T)
1 X	1	1	0.20	-1.10	0.37	-23.05
1 X	1	2	-0.41	0.41	-0.24	-19.36
1 X	1	3	0.13	-0.16	0.08	-15.64
1 X	1	4	-0.18	0.24	-0.12	-11.92
1 X	1	5	-0.40	0.45	-0.24	-8.03
1 X	1	6	-0.77	0.72	-0.43	-3.97
1 X	2	1	1.60	-1.81	0.97	-68.43
1 X	2	2	1.75	-1.72	0.99	-57.34
1 X	2	3	1.31	-1.28	0.74	-46.17
1 X	2	4	0.98	-0.97	0.56	-34.71
1 X	2	5	0.65	-0.63	0.37	-23.27
1 X	2	6	0.37	-0.36	0.21	-11.87
1 X	3	1	2.05	-2.03	1.17	-28.52
1 X	3	2	2.49	-2.43	1.40	-23.30
1 X	3	3	1.80	-1.71	1.00	-18.19
1 X	3	4	1.60	-1.55	0.90	-13.37
1 X	3	5	1.34	-1.30	0.75	-8.70
1 X	3	6	1.33	-1.19	0.72	-4.16
2 X	4	1	-0.81	-0.70	-0.03	-51.24
2 X	4	2	-2.00	1.95	-1.13	-42.80
2 X	4	3	-0.81	0.69	-0.43	-34.35
2 X	4	4	-1.22	1.29	-0.72	-25.95
2 X	4	5	-1.43	1.50	-0.84	-17.36
2 X	4	6	-2.14	1.93	-1.16	-8.57
2 X	5	1	2.60	-2.41	1.43	-102.64
2 X	5	2	3.32	-3.27	1.88	-86.00
2 X	5	3	2.23	-2.14	1.25	-69.26
2 X	5	4	1.92	-1.90	1.09	-52.07
2 X	5	5	1.52	-1.51	0.86	-34.91
2 X	5	6	1.40	-1.28	0.77	-17.80
2 X	6	1	1.97	-2.09	1.16	-26.12
2 X	6	2	2.36	-2.31	1.33	-21.20
2 X	6	3	1.70	-1.64	0.95	-16.39
2 X	6	4	1.45	-1.39	0.81	-11.98
2 X	6	5	1.18	-1.13	0.66	-7.73
2 X	6	6	1.02	-0.95	0.56	-3.63
3 X	7	1	-0.35	-1.04	0.20	-40.70
3 X	7	2	-1.27	1.23	-0.71	-34.37
3 X	7	3	-0.46	0.33	-0.23	-27.98
3 X	7	4	-0.93	1.00	-0.55	-21.35
3 X	7	5	-1.15	1.24	-0.69	-14.47
3 X	7	6	-2.08	1.77	-1.10	-7.35
3 X	8	1	3.20	-2.82	1.72	-49.30
3 X	8	2	4.34	-4.24	2.45	-40.63
3 X	8	3	3.03	-2.80	1.66	-32.02
3 X	8	4	2.84	-2.81	1.61	-23.65
3 X	8	5	2.42	-2.41	1.38	-15.53
3 X	8	6	2.82	-2.42	1.50	-7.65
1 Y	1	1	-0.22	-0.14	-0.02	-5.39
1 Y	1	2	-0.35	0.32	-0.19	-4.50
1 Y	1	3	-0.19	0.16	-0.10	-3.61
1 Y	1	4	-0.26	0.29	-0.16	-2.73
1 Y	1	5	-0.24	0.29	-0.15	-1.83
1 Y	1	6	-0.49	0.39	-0.25	-0.90

**Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali**

1 Y	4	1	0.15	-0.32	0.13	-12.58
1 Y	4	2	0.23	-0.24	0.13	-10.52
1 Y	4	3	0.19	-0.17	0.11	-8.46
1 Y	4	4	0.15	-0.13	0.08	-6.36
1 Y	4	5	0.10	-0.08	0.05	-4.26
1 Y	4	6	0.06	-0.04	0.03	-2.18
1 Y	7	1	0.37	-0.43	0.23	-6.03
1 Y	7	2	0.57	-0.57	0.33	-4.98
1 Y	7	3	0.43	-0.38	0.23	-3.93
1 Y	7	4	0.44	-0.41	0.24	-2.91
1 Y	7	5	0.36	-0.36	0.21	-1.91
1 Y	7	6	0.56	-0.42	0.28	-0.92
2 Y	2	1	-0.30	0.20	-0.14	-5.77
2 Y	2	2	-0.48	0.48	-0.27	-4.79
2 Y	2	3	-0.33	0.29	-0.18	-3.80
2 Y	2	4	-0.37	0.37	-0.21	-2.84
2 Y	2	5	-0.31	0.33	-0.18	-1.88
2 Y	2	6	-0.54	0.41	-0.27	-0.91
2 Y	5	1	-0.02	0.05	-0.02	-12.58
2 Y	5	2	-0.05	0.05	-0.03	-10.52
2 Y	5	3	-0.04	0.03	-0.02	-8.46
2 Y	5	4	-0.03	0.03	-0.02	-6.36
2 Y	5	5	-0.02	0.02	-0.01	-4.26
2 Y	5	6	-0.01	0.01	-0.01	-2.18
2 Y	8	1	0.28	-0.10	0.11	-5.65
2 Y	8	2	0.44	-0.42	0.24	-4.69
2 Y	8	3	0.29	-0.25	0.15	-3.74
2 Y	8	4	0.33	-0.34	0.19	-2.80
2 Y	8	5	0.29	-0.31	0.17	-1.86
2 Y	8	6	0.52	-0.40	0.26	-0.91
3 Y	3	1	-0.41	0.54	-0.27	-6.50
3 Y	3	2	-0.65	0.67	-0.38	-5.38
3 Y	3	3	-0.52	0.44	-0.28	-4.25
3 Y	3	4	-0.52	0.49	-0.29	-3.14
3 Y	3	5	-0.40	0.41	-0.23	-2.07
3 Y	3	6	-0.70	0.48	-0.34	-1.02
3 Y	6	1	0.21	0.23	-0.01	-5.50
3 Y	6	2	0.32	-0.28	0.17	-4.62
3 Y	6	3	0.17	-0.14	0.09	-3.75
3 Y	6	4	0.26	-0.30	0.16	-2.86
3 Y	6	5	0.22	-0.29	0.15	-1.93
3 Y	6	6	0.59	-0.43	0.29	-0.98

L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro si ottiene sommando il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gli eventuali carichi concentrati.

g. Secondo esempio - con variazione di rigidezza per effetto dello sforzo assiale

Il programma è stato utilizzato per risolvere lo schema precedente tenendo conto anche della variazione di rigidezza dovuta allo sforzo assiale. I dati sono invariati, ad eccezione della linea 10010 che si riporta nel seguito. L'output ottenuto è mostrato nelle pagine che seguono. È stata omessa la parte relativa alle caratteristiche geometriche e di carico, identica a quella riportata nel paragrafo precedente.

10010 DATA 1,1

RISULTATI

con effetto instabilizzante dei carichi verticali
con rigidezza dipendente dallo sforzo assiale

Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali

SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI

TELAIO	IMPALCATO	SPOSTAMENTO (MM)
1 X	1	7.208
1 X	2	15.443
1 X	3	26.729
1 X	4	35.027
1 X	5	40.455
1 X	6	43.492
2 X	1	7.952
2 X	2	17.368
2 X	3	29.985
2 X	4	39.278
2 X	5	45.359
2 X	6	48.760
3 X	1	8.696
3 X	2	19.294
3 X	3	33.241
3 X	4	43.528
3 X	5	50.262
3 X	6	54.028
1 Y	1	0.630
1 Y	2	1.614
1 Y	3	2.729
1 Y	4	3.558
1 Y	5	4.102
1 Y	6	4.404
2 Y	1	-0.114
2 Y	2	-0.311
2 Y	3	-0.527
2 Y	4	-0.692
2 Y	5	-0.802
2 Y	6	-0.864
3 Y	1	-0.858
3 Y	2	-2.237
3 Y	3	-3.783
3 Y	4	-4.942
3 Y	5	-5.706
3 Y	6	-6.132

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	MOMENTO A SINISTRA (TM)	MOMENTO A DESTRA (TM)	TAGLIO A SINISTRA (T)	TAGLIO A DESTRA (T)
1 X	1 - 2	1	-0.17	-6.76	3.68	-6.32
1 X	1 - 2	2	-0.22	-6.66	3.71	-6.29
1 X	1 - 2	3	-0.07	-6.54	3.71	-6.29
1 X	1 - 2	4	-0.62	-6.18	3.89	-6.11
1 X	1 - 2	5	-1.11	-5.84	4.05	-5.95
1 X	1 - 2	6	-0.77	-5.91	3.97	-6.03

Capitolo quarto

1 X	2 -	3	1	-3.41	-4.49	4.78	-5.22
1 X	2 -	3	2	-3.62	-4.21	4.88	-5.12
1 X	2 -	3	3	-4.25	-3.35	5.18	-4.82
1 X	2 -	3	4	-4.56	-2.90	5.33	-4.67
1 X	2 -	3	5	-4.84	-2.53	5.46	-4.54
1 X	2 -	3	6	-5.54	-1.33	5.84	-4.16
2 X	4 -	5	1	-2.67	-10.55	8.43	-11.57
2 X	4 -	5	2	-2.64	-10.42	8.44	-11.56
2 X	4 -	5	3	-2.03	-10.12	8.38	-11.62
2 X	4 -	5	4	-2.69	-9.75	8.59	-11.41
2 X	4 -	5	5	-3.34	-9.40	8.79	-11.21
2 X	4 -	5	6	-2.12	-9.28	8.57	-11.43
2 X	5 -	6	1	-4.72	-4.28	5.09	-4.91
2 X	5 -	6	2	-5.01	-4.00	5.20	-4.80
2 X	5 -	6	3	-6.07	-3.09	5.60	-4.40
2 X	5 -	6	4	-6.37	-2.56	5.76	-4.24
2 X	5 -	6	5	-6.62	-2.12	5.90	-4.10
2 X	5 -	6	6	-7.90	-1.02	6.38	-3.62
3 X	7 -	8	1	-1.51	-7.45	6.31	-8.69
3 X	7 -	8	2	-1.56	-7.14	6.38	-8.62
3 X	7 -	8	3	-1.40	-5.81	6.62	-8.38
3 X	7 -	8	4	-2.15	-5.24	6.88	-8.12
3 X	7 -	8	5	-2.91	-4.83	7.12	-7.88
3 X	7 -	8	6	-2.06	-2.81	7.35	-7.65
1 Y	1 -	4	1	-0.53	-1.07	0.89	-1.11
1 Y	1 -	4	2	-0.51	-1.09	0.88	-1.12
1 Y	1 -	4	3	-0.48	-1.08	0.88	-1.12
1 Y	1 -	4	4	-0.55	-1.03	0.90	-1.10
1 Y	1 -	4	5	-0.63	-0.97	0.93	-1.07
1 Y	1 -	4	6	-0.49	-1.02	0.90	-1.10
1 Y	4 -	7	1	-0.69	-0.94	0.95	-1.05
1 Y	4 -	7	2	-0.68	-0.94	0.95	-1.05
1 Y	4 -	7	3	-0.76	-0.85	0.98	-1.02
1 Y	4 -	7	4	-0.80	-0.80	1.00	-1.00
1 Y	4 -	7	5	-0.83	-0.78	1.01	-0.99
1 Y	4 -	7	6	-0.96	-0.56	1.08	-0.92
2 Y	2 -	5	1	-0.77	-0.85	0.99	-1.01
2 Y	2 -	5	2	-0.77	-0.85	0.99	-1.01
2 Y	2 -	5	3	-0.70	-0.89	0.96	-1.04
2 Y	2 -	5	4	-0.70	-0.89	0.96	-1.04
2 Y	2 -	5	5	-0.72	-0.88	0.97	-1.03
2 Y	2 -	5	6	-0.53	-0.98	0.91	-1.09
2 Y	5 -	8	1	-0.92	-0.70	1.04	-0.96
2 Y	5 -	8	2	-0.93	-0.68	1.05	-0.95
2 Y	5 -	8	3	-0.95	-0.63	1.06	-0.94
2 Y	5 -	8	4	-0.94	-0.65	1.06	-0.94
2 Y	5 -	8	5	-0.91	-0.69	1.04	-0.96
2 Y	5 -	8	6	-0.99	-0.52	1.09	-0.91
3 Y	3 -	6	1	-1.07	-0.49	1.12	-0.88
3 Y	3 -	6	2	-1.10	-0.46	1.13	-0.87
3 Y	3 -	6	3	-1.01	-0.47	1.11	-0.89
3 Y	3 -	6	4	-0.93	-0.55	1.08	-0.92
3 Y	3 -	6	5	-0.89	-0.65	1.05	-0.95
3 Y	3 -	6	6	-0.70	-0.59	1.02	-0.98

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

TELAIO PILASTRO PIANO			MOMENTO SUP. (TM)	MOMENTO INF. (TM)	TAGLIO (T)	SFORZO NORMALE (T)	Analisi non lineare in campo elastico dei telai spaziali
1 X	1	1	0.24	-1.10	0.38	-23.01	
1 X	1	2	-0.40	0.40	-0.23	-19.33	
1 X	1	3	0.15	-0.18	0.10	-15.62	
1 X	1	4	-0.17	0.23	-0.11	-11.91	
1 X	1	5	-0.39	0.45	-0.24	-8.03	
1 X	1	6	-0.77	0.72	-0.43	-3.97	
1 X	2	1	1.62	-1.80	0.98	-68.47	
1 X	2	2	1.75	-1.73	1.00	-57.37	
1 X	2	3	1.31	-1.29	0.74	-46.20	
1 X	2	4	0.98	-0.97	0.56	-34.72	
1 X	2	5	0.65	-0.63	0.37	-23.28	
1 X	2	6	0.37	-0.36	0.21	-11.87	
1 X	3	1	2.06	-2.04	1.17	-28.52	
1 X	3	2	2.49	-2.43	1.41	-23.30	
1 X	3	3	1.80	-1.72	1.01	-18.18	
1 X	3	4	1.60	-1.55	0.90	-13.36	
1 X	3	5	1.34	-1.30	0.75	-8.70	
1 X	3	6	1.33	-1.19	0.72	-4.16	
2 X	4	1	-0.73	-0.62	-0.03	-51.19	
2 X	4	2	-1.98	1.95	-1.12	-42.77	
2 X	4	3	-0.76	0.66	-0.41	-34.32	
2 X	4	4	-1.20	1.27	-0.70	-25.94	
2 X	4	5	-1.41	1.49	-0.83	-17.36	
2 X	4	6	-2.12	1.92	-1.16	-8.57	
2 X	5	1	2.57	-2.40	1.42	-102.73	
2 X	5	2	3.30	-3.26	1.87	-86.07	
2 X	5	3	2.18	-2.10	1.22	-69.31	
2 X	5	4	1.89	-1.88	1.08	-52.10	
2 X	5	5	1.50	-1.49	0.85	-34.92	
2 X	5	6	1.39	-1.28	0.76	-17.81	
2 X	6	1	1.98	-2.10	1.16	-26.07	
2 X	6	2	2.35	-2.31	1.33	-21.16	
2 X	6	3	1.70	-1.65	0.96	-16.37	
2 X	6	4	1.44	-1.38	0.81	-11.96	
2 X	6	5	1.17	-1.12	0.66	-7.72	
2 X	6	6	1.02	-0.94	0.56	-3.62	
3 X	7	1	-0.28	-1.00	0.20	-40.66	
3 X	7	2	-1.25	1.22	-0.71	-34.35	
3 X	7	3	-0.42	0.30	-0.21	-27.97	
3 X	7	4	-0.91	0.98	-0.54	-21.35	
3 X	7	5	-1.14	1.23	-0.68	-14.47	
3 X	7	6	-2.06	1.77	-1.10	-7.35	
3 X	8	1	3.20	-2.84	1.73	-49.34	
3 X	8	2	4.34	-4.25	2.45	-40.65	
3 X	8	3	3.01	-2.80	1.66	-32.03	
3 X	8	4	2.83	-2.80	1.61	-23.65	
3 X	8	5	2.41	-2.41	1.38	-15.53	
3 X	8	6	2.81	-2.42	1.50	-7.65	
1 Y	1	1	-0.21	-0.14	-0.02	-5.39	
1 Y	1	2	-0.35	0.32	-0.19	-4.50	
1 Y	1	3	-0.19	0.16	-0.10	-3.61	
1 Y	1	4	-0.26	0.29	-0.16	-2.73	
1 Y	1	5	-0.24	0.29	-0.15	-1.83	
1 Y	1	6	-0.49	0.39	-0.25	-0.90	

1 Y	4	1	0.14	-0.32	0.13	-12.58
1 Y	4	2	0.23	-0.24	0.13	-10.52
1 Y	4	3	0.19	-0.17	0.10	-8.46
1 Y	4	4	0.15	-0.13	0.08	-6.36
1 Y	4	5	0.10	-0.08	0.05	-4.26
1 Y	4	6	0.06	-0.04	0.03	-2.18
1 Y	7	1	0.36	-0.43	0.23	-6.03
1 Y	7	2	0.57	-0.57	0.33	-4.98
1 Y	7	3	0.43	-0.37	0.23	-3.93
1 Y	7	4	0.44	-0.41	0.24	-2.91
1 Y	7	5	0.36	-0.36	0.21	-1.91
1 Y	7	6	0.56	-0.42	0.28	-0.92
2 Y	2	1	-0.30	0.19	-0.14	-5.77
2 Y	2	2	-0.48	0.48	-0.27	-4.79
2 Y	2	3	-0.34	0.29	-0.18	-3.80
2 Y	2	4	-0.37	0.37	-0.21	-2.84
2 Y	2	5	-0.31	0.33	-0.18	-1.88
2 Y	2	6	-0.54	0.41	-0.27	-0.91
2 Y	5	1	-0.02	0.06	-0.02	-12.58
2 Y	5	2	-0.05	0.05	-0.03	-10.52
2 Y	5	3	-0.04	0.03	-0.02	-8.46
2 Y	5	4	-0.03	0.03	-0.02	-6.36
2 Y	5	5	-0.02	0.02	-0.01	-4.26
2 Y	5	6	-0.01	0.01	-0.01	-2.18
2 Y	8	1	0.28	-0.10	0.11	-5.65
2 Y	8	2	0.44	-0.42	0.24	-4.69
2 Y	8	3	0.29	-0.25	0.15	-3.74
2 Y	8	4	0.33	-0.34	0.19	-2.80
2 Y	8	5	0.29	-0.32	0.17	-1.86
2 Y	8	6	0.52	-0.40	0.26	-0.91
3 Y	3	1	-0.40	0.54	-0.27	-6.49
3 Y	3	2	-0.65	0.67	-0.38	-5.38
3 Y	3	3	-0.52	0.44	-0.27	-4.25
3 Y	3	4	-0.52	0.49	-0.29	-3.14
3 Y	3	5	-0.40	0.41	-0.23	-2.07
3 Y	3	6	-0.70	0.48	-0.34	-1.02
3 Y	6	1	0.21	0.23	-0.01	-5.51
3 Y	6	2	0.32	-0.28	0.17	-4.62
3 Y	6	3	0.17	-0.14	0.09	-3.75
3 Y	6	4	0.26	-0.30	0.16	-2.86
3 Y	6	5	0.22	-0.29	0.15	-1.93
3 Y	6	6	0.59	-0.43	0.29	-0.98

L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro si ottiene sommando il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gli eventuali carichi concentrati.

CAPITOLO QUINTO

ANALISI MODALE DI TELAI SPAZIALI CON METODI ITERATIVI

Pietro Lenza

Summary

We present an iterative method to determine the vibration modes of multi-storeys buildings which is based on the elastic analysis of space-frames. The search, by trials, of the rotation centres of all building levels permits to analyse the vibration modes over the first reducing the degrees of freedom. A physical measurement of the achieved approximation is then proposed in order to stop the iterative process when the results are technically available.

Sommario

Si espone un metodo iterativo per l'analisi modale di edifici multipiano basato sull'analisi elastica dei telai spaziali. La ricerca per tentativi dei centri di rotazione di tutti gli impalcati consente di analizzare i modi di vibrare superiori al primo riducendo i gradi di libertà. Viene inoltre proposto un criterio fisico di valutazione dell'approssimazione raggiunta che consente di interrompere il procedimento quando i risultati siano tecnicamente accettabili.

5.1. Introduzione

L'edificio multipiano costituito da telai piani collegati da impalcati orizzontali è tra le tipologie più diffuse dell'ingegneria civile. Generalmente i telai sono disposti secondo due direzioni ortogonali e la pianta del generico piano si ripete invariata, almeno per quanto riguarda il contorno planimetrico, ai vari livelli (fig. 5.1).

Una corretta progettazione, risultato di decenni di studi ed esperienze sul campo, assicura come tecnicamente accettabili le approssimazioni che si commettono nell'analisi elastica:

- a) trascurando la deformazione estensionale, torsionale e tagliante delle aste;
- b) considerando la struttura in elevazione perfettamente vincolata ad un rigido sistema fondale;
- c) assumendo gli impalcati come elementi infinitamente rigidi nel proprio piano.

Consideriamo inoltre le masse oscillanti concentrate alle quote degli n impalcati ed uniformemente distribuite su di essi: in tal caso il baricentro delle masse coincide con il centro geometrico.

Tale modello, per quanto attiene la dinamica delle oscillazioni libere, presenta un numero di modi di vibrare pari ai $3 * n$ gradi di libertà del moto degli impalcati, espresso ad esempio dalle due componenti dello spostamento di un punto e dalla rotazione.

Tale posizione deriva dal trascurare l'inerzia offerta dalle masse distribuite alle rotazioni dei nodi e consente di considerare le forze d'inerzia indipendenti da tali rotazioni.

Assumendo un sistema di riferimento con gli assi paralleli alle due direzioni principali del fabbricato possiamo classificare i modi di vibrare

in tre gruppi in ciascuno dei quali prevale una caratteristica del moto rispetto alle altre due. È evidente che se l'edificio ha un asse di simmetria (ed esempio parallelo all'asse x) un gruppo di oscillazioni presenterà solo spostamenti in tale direzione sicché sarà sufficiente un modello di analisi piano (treno di telai) per il suo studio [1]. In ciascun gruppo l'«oscillazione fondamentale» presenterà la frequenza più bassa rispetto agli altri $n-1$ modi.

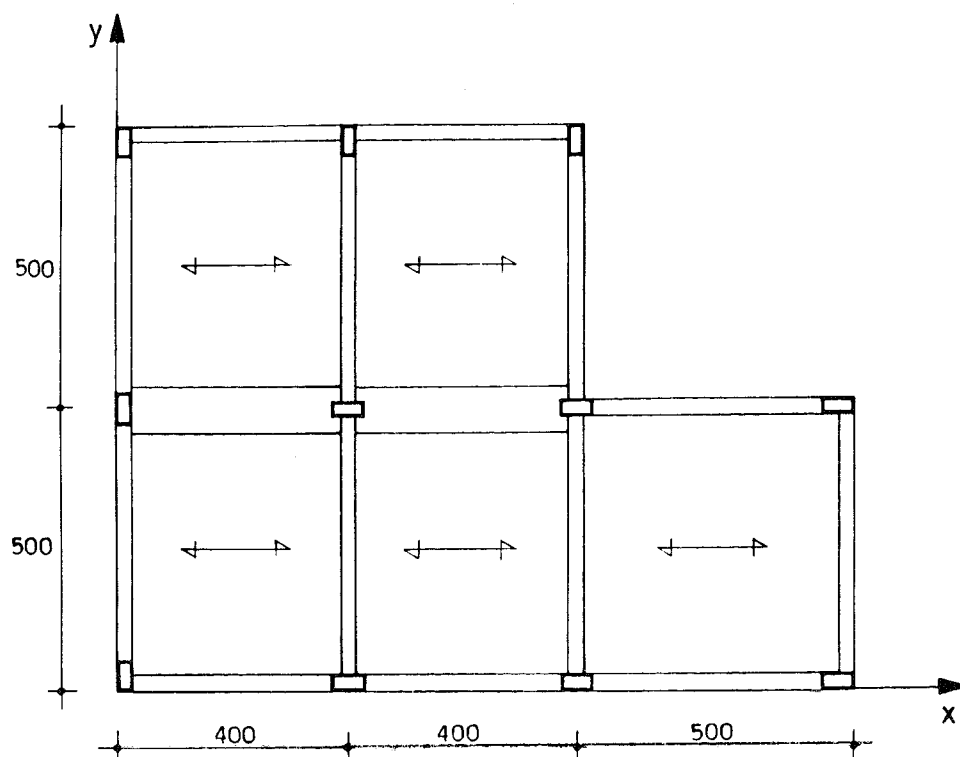


Figura 5.1. Un telaio spaziale costituito da un piccolo fabbricato in c.a. di tre piani (interpiani di 350 cm, travi emergenti sez 30×60 , travi a spessore sez 80×24 , pilastri sez 30×60 , $E = 200.000 \text{ Kg cm}^{-2}$). Il peso dell'edificio è stato considerato uniformemente distribuito sugli impalcati (105 t sui primi due e 80 t sulla copertura) con baricentro nel centro di figura ($X_g = 554.76 \text{ cm}$, $Y_g = 440.47 \text{ cm}$).

5.2. Il telaio spaziale

La metodologia proposta utilizza come principale strumento analitico il calcolo elastico del telaio spaziale. Tale modello può essere risolto nelle sue incognite iperstatiche, costituite dalle rotazioni dei nodi, dalle traslazioni e rotazioni degli impalcati, con diverse procedure [2]. Nel presente studio si è utilizzato il metodo di rilassamento delle rigidità globali [3] che iterativamente perviene alla configurazione finale equilibrata attraverso successive configurazioni congruenti. Tali configurazioni sono determinate dalla esecuzione di tre «operazioni» di equilibramento:

- a) l'operazione di nodo che fa ruotare il singolo nodo equilibrandolo alla rotazione;
- b) l'operazione di piano che fa traslare ogni impalcato equilibrandolo alla traslazione nelle due direzioni principali;
- c) l'operazione di piano che fa ruotare l'impalcato equilibrandolo alla rotazione [4].

Nel libero moto oscillatorio di un telaio spaziale le forze d'inerzia sono equivalenti ad una forza e ad una coppia risultante. Esprimendo il moto di ciascun impalcato mediante gli spostamenti (ξ_{ok}, η_{ok}) del punto situato nell'origine del riferimento e la rotazione (φ_k) al generico istante t , tale sistema risultante, trasportato nella stessa origine, è fornito dalle

$$\begin{aligned} F_{xk} &= G_k \cdot \omega^2 \cdot (\xi_{ok} + \varphi_k \cdot y_{gk}) \\ F_{yk} &= G_k \cdot \omega^2 \cdot (\eta_{ok} - \varphi_k \cdot x_{gk}) \\ M_{ok} &= G_k \cdot \omega^2 \cdot (\xi_{ok} \cdot y_{gk} - \eta_{ok} \cdot x_{gk} + R_{ok}^2 \cdot \varphi_k) \end{aligned} \quad (1)$$

essendo G_k , x_{gk} e y_{gk} le masse e le coordinate dei relativi baricentri al generico piano k e R_{ok} il raggio d'inerzia polare delle masse rispetto all'origine [2]. Questo può essere determinato con la

$$R_{ok}^2 = \int_A \mu (x^2 + y^2) dA / G_k \quad (2)$$

Infatti essendo tutte le funzioni del moto di tipo sinusoidale di ampiezza ω , le accelerazioni risultano in ogni istante direttamente proporzionali agli spostamenti secondo il quadrato della pulsazione.

5.4. Considerazioni sui metodi iterativi.

Le forme modali di un sistema elastico costituiscono le deformate assunte nelle oscillazioni libere.

Le azioni che in ogni istante si equilibrano sono le già definite forze d'inerzia e le reazioni elastiche del telaio che tendono a riportare la struttura nella configurazione indeformata; poiché entrambi tali azioni sono proporzionali agli spostamenti, che variano nel tempo con legge sinusoidale, l'equilibrio ottenuto al generico istante t è assicurato in qualsiasi altro istante.

Sotto il profilo matematico si tratta di un autoproblema generalizzato che consiste nella risoluzione di un sistema di equazioni omogenee nelle incognite costituite dagli spostamenti (autovettori) e dai valori della pulsazione (autovalori).

L'equilibramento tra le due azioni contrastanti può essere ottenuto con un procedimento iterativo di bilanciamento che, operando con il metodo degli spostamenti, conduce sempre inevitabilmente alla determinazione della prima frequenza caratteristica.

È suggestivo il paragone con la corda di uno strumento musicale che, comunque sollecitata inizialmente e successivamente lasciata libera, finisce sempre col vibrare nel primo modo producendo il medesimo timbro del suono.

Per ottenere le altre frequenze e le corrispondenti forme modali, è necessario quindi contrastare la tendenza del sistema a vibrare nel primo modo mediante vincoli esterni. Il procedimento iterativo condurrà in questo caso alla determinazione di una diversa frequenza e relativa forma modale, che sarà pur sempre la prima del sistema elastico modificato dai vincoli aggiunti. In alcune particolari posizioni il vincolo non esplicherà alcuna reazione durante il moto oscillatorio; in tal caso la frequenza ottenuta potrà considerarsi come caratteristica di un altro modo di vibrare del sistema originario, diverso dal primo.

5.5. Determinazione della minima oscillazione fondamentale

In ogni istante le forze d'inerzia sono equilibrate dalle reazioni elastiche del telaio spaziale; le prime dipendono dai soli parametri del moto degli impalcati mentre le seconde anche dalla rotazione dei singoli nodi. Tale equilibramento può essere conseguito iterativamente (fig. 5.2).

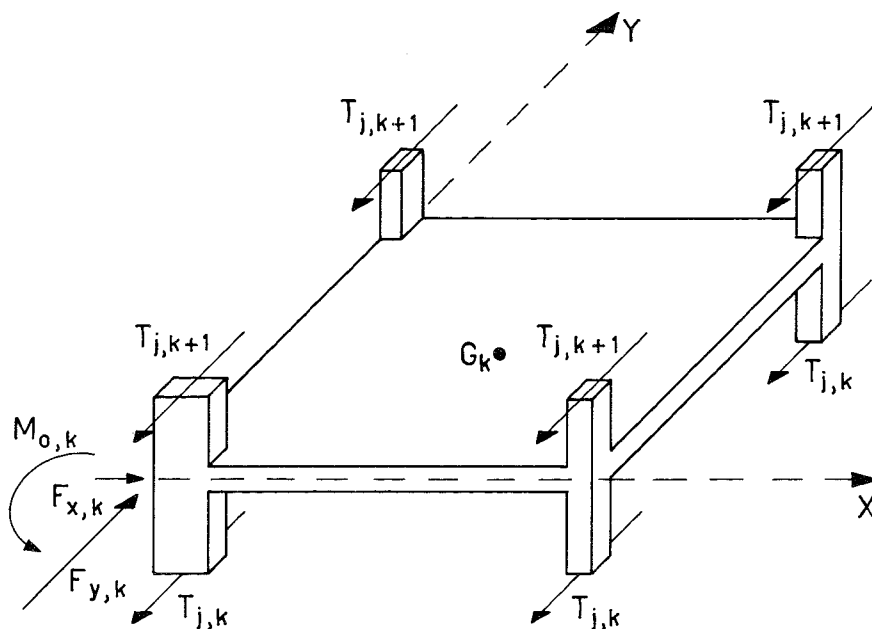


Figura 5.2. Determinazione della prima oscillazione fondamentale: equilibramento tra le reazioni elastiche $[T_j]$ e le forze d'inerzia (F_x, F_y, M_o) applicate nell'origine del riferimento al generico piano k.

Assumiamo, per innescare il procedimento, ad ogni piano un sistema arbitrario di forze e determiniamo la conseguente deformata degli impalcati $(\xi_{ok}, \eta_{ok}, \varphi_k)$; dalle (1) ricaviamo le forze d'inerzia che sono equilibrate dalle reazioni elastiche del telaio (eguali e contrarie alle azioni deformanti assunte). Per conseguire l'equilibrio dovremo considerare, fatto fisicamente inaccettabile, tre valori diversi di pulsazione per piano.

Nell'iterazione successiva utilizzeremo come sistema di forze deformanti quelle fornite dal sistema (1) assumendo il valore medio delle pulsazioni riscontrate precedentemente. Il ciclo, raffigurato in fig. 5.3, si conclude con la stampa della pulsazione ω_m (autovalore) e dei parametri del moto degli impalcati ξ_{ok} , η_{ok} e φ_k (autovettori), quando i valori della pulsazione si addensano intorno al valore medio di modo che la deviazione standard risulti inferiore ad un prefissato valore ε .

Tale procedura si è dimostrata, nelle applicazioni numeriche, rapidamente convergente. I tempi di convergenza dipendono essenzialmente dalla efficienza del procedimento analitico per la risoluzione del telaio spaziale solo simbolicamente riportato nel diagramma di flusso di fig. 5.3. Adoperando il metodo delle rigidità globali risulta particolarmente vantaggioso in ogni iterazione partire dalla configurazione assunta nella iterazione precedente. Il numero delle iterazioni si riduce sensibilmente assumendo il sistema deformante iniziale già orientato verso la soluzione; ciò può essere ottenuto individuando, in forma approssimata, il piano di minor resistenza del telaio in cui si manifesterà la minima oscillazione, e assegnando il sistema deformante in tale direzione.

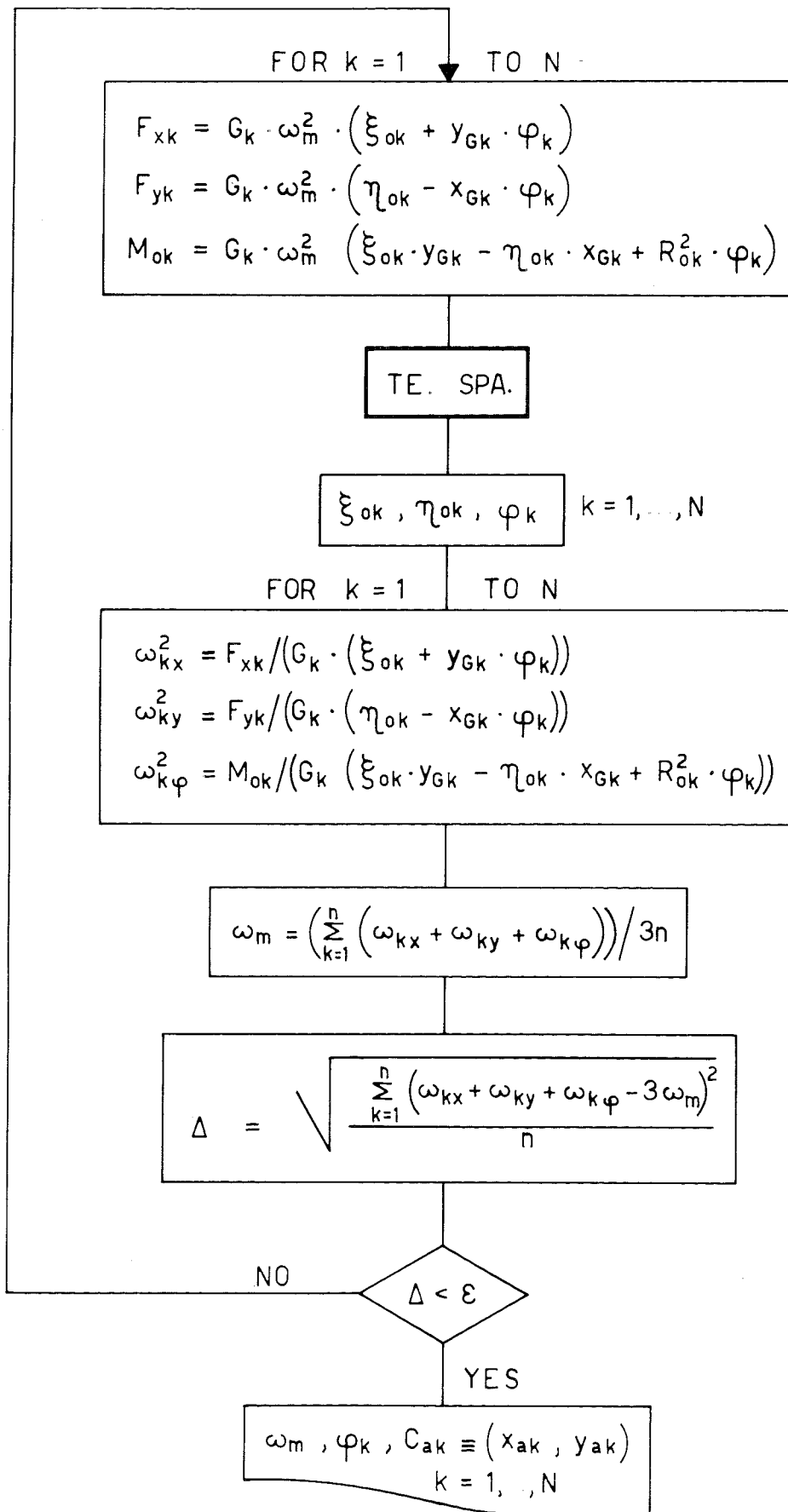


Figura 5.3. Diagramma di flusso della procedura per la determinazione della prima oscillazione fondamentale

5.6. Determinazione delle altre due oscillazioni fondamentali.

5.6.1. Il centro assoluto di rotazione.

Nel paragrafo precedente abbiamo descritto il moto degli impalcati mediante gli spostamenti dell'origine ξ_{ok} , η_{ok} e la rotazione φ_k . Analogamente potremmo farlo mediante le coordinate del centro assoluto di rotazione x_{ak} e y_{ak} e la rotazione φ_k . Le coordinate di tale punto, caratterizzate da spostamento nullo, sono fornite dalle

$$x_{ak} = \eta_{ok}/\varphi_k; \quad y_{ak} = -\xi_{ok}/\varphi_k \quad (3)$$

Se avessimo conosciuto in anticipo tale punto avremmo potuto vincolare, mediante un'ideale braccio rigido, ogni impalcato ad una cerniera esterna dislocata in tale posizione. Avremmo analizzato un sistema dinamico con solo n gradi di libertà e la cerniera esterna non avrebbe espletato alcuna reazione (proprio come se non ci fosse) essendo il sistema delle forze d'inerzia già equilibrato dalle reazioni elastiche.

5.6.2. Le cerniere ausiliarie

Utilizziamo un vincolo ausiliare di questo tipo per l'analisi delle altre due oscillazioni fondamentali. Assegnamo la posizione delle cerniere esterne e determiniamo l'oscillazione fondamentale del sistema così modificato (fig. 5.4.). In fig. 5.5. è sintetizzata la procedura; il sistema

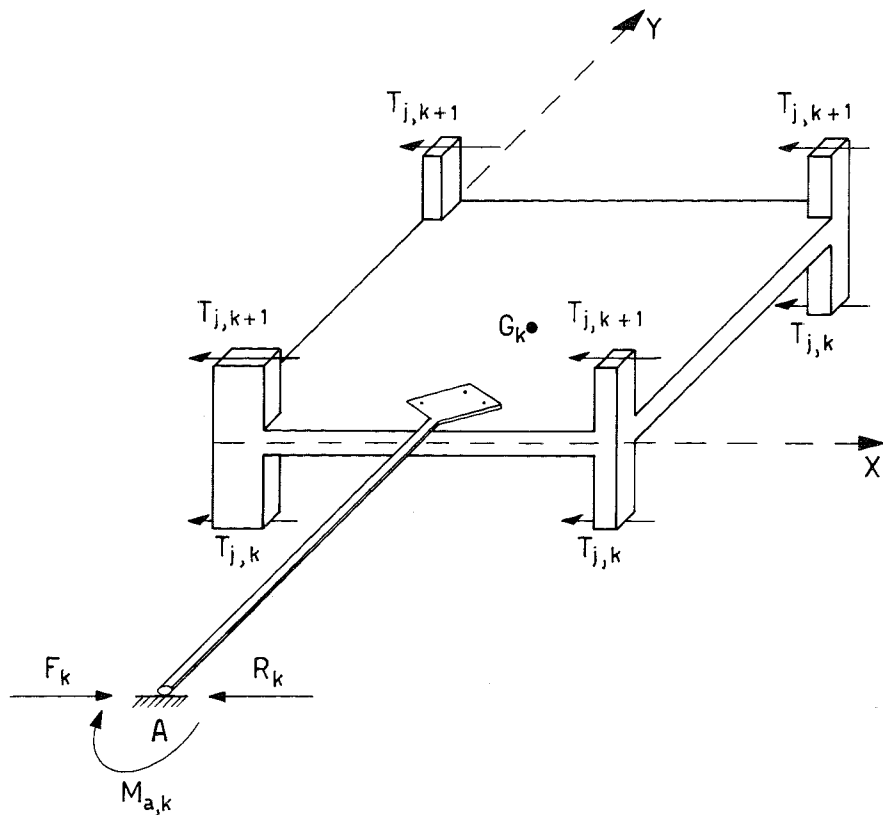


Figura 5.4. Determinazione della seconda e terza oscillazione fondamentale: equilibramento intorno al centro di rotazione assegnato tra le reazioni elastiche $[T_j]$ e le forze d'inerzia $[F, M_a]$ al generico piano k ; la reazione della cerniera $[R]$ assicura l'equilibrio alla traslazione.

deformante costituito da una coppia esprime, cambiata di segno, la reazione elastica del telaio a ruotare intorno alla cerniera; essa equilibra l'azione inerziale derivante dal moto di rotazione. Ottenuto in modo soddisfacente tale equilibrio a tutti gli n piani si ottiene il valore di ω_m (autovalore), delle φ_k (autovettori) nonché le reazioni delle cerniere che assicurano l'equilibrio alla traslazione. Tale procedura è notevolmente

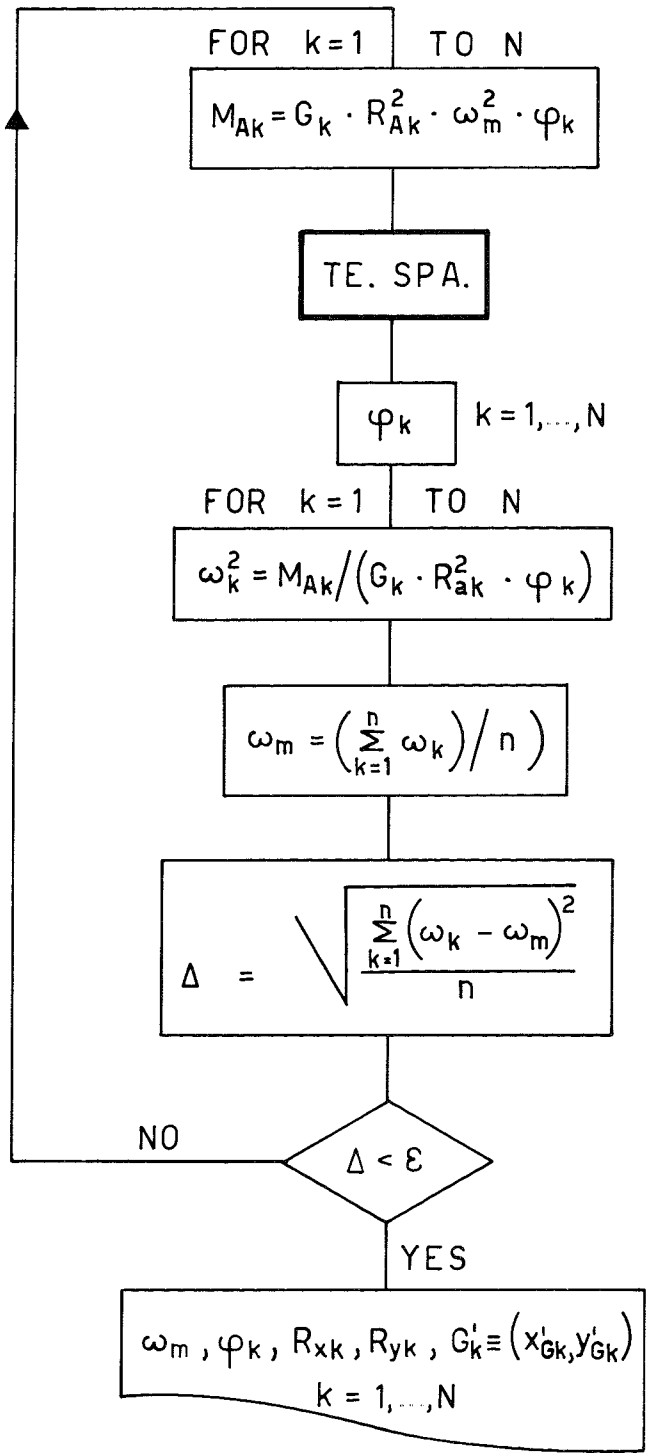


Figura 5.5. Diagramma di flusso della procedura per la determinazione della seconda e terza oscillazione fondamentale.

più rapida di quella descritta nel paragrafo 5.4 poiché il vincolo ausiliare rende più semplice la soluzione del telaio spaziale ma specialmente perché la diminuzione dei gradi di libertà riduce sensibilmente il numero di iterazioni necessarie.

La maggiore rapidità non compensa però il tempo necessario per trovare la effettiva posizione dei centri assoluti di rotazione caratterizzati dall'annullarsi delle reazioni delle cerniere durante il libero moto oscillatorio.

Se il telaio spaziale ha un solo piano tali posizioni corrispondono all'intersezione delle curve $R_x(x, y) = 0$ e $R_y(x, y) = 0$ tracciate sulla base dei valori assunti da tali funzioni nei punti di un reticolo ove sposteremo la cerniera ausiliaria di volta in volta (fig. 5.6). La ricerca può essere agevolata dall'intuizione dell'ingegnere che può prevedere orientativamente tali posizioni.

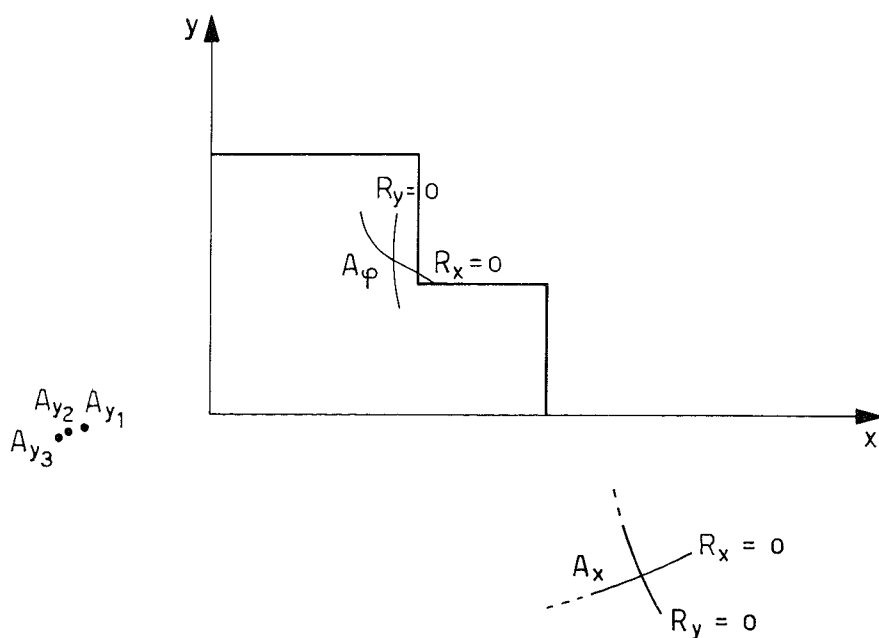


Figura 5.6 Ricerca dei centri di rotazione $[A_x, A_\varphi]$ relativi alla seconda e terza oscillazione fondamentale; sono inoltre indicati i centri $[A_{y_k}]$ relativi alla prima oscillazione per il telaio di tre piani

Nelle strutture multipiano, quando la geometria strutturale si ripete costante ai vari livelli (come nell'esempio illustrato in fig. 5.1) o quando essa varia con una certa regolarità e gradualità, lo studio del telaio monopiano può essere utile per la ricerca dei centri assoluti in quanto si è osservato che la posizione di questi non varia sensibilmente rispetto al caso monopiano. Pertanto si può partire disponendo tutte le cerniere in tale posizione e quindi spostarne una alla volta fino ad annullare (o più praticamente a rendere piccola) la sua reazione; naturalmente gli spostamenti delle cerniere squilibreranno quelle precedentemente equilibrate con conseguente necessità di spostarle di nuovo.

Tale procedura, anche se automatizzabile, è onerosa se si pretende di annullare rigorosamente tutte le reazioni. È utile quindi determinare uno strumento di misura dell'approssimazione conseguita nelle varie soluzioni esaminate. A tal fine rinunciando all'ipotesi inizialmente

assunta di masse uniformemente distribuite sull'impalcato e determiniamo la posizione che dovrebbe assumere il baricentro delle masse perché si annulli la reazione della cerniera ai vari piani:

$$\begin{aligned} x'_{gk} &= x_{gk} - R_{yk}/(\omega_m^2 \cdot \varphi_k \cdot G_k) \\ y'_{gk} &= y_{gk} + R_{xk}/(\omega_m^2 \cdot \varphi_k \cdot G_k) \\ R'_{ak} &= R_{ak} \end{aligned} \tag{4}$$

In definitiva la soluzione in esame risulterà rigorosa per una distribuzione delle masse caratterizzata dal medesimo momento polare rispetto al centro di rotazione di quella uniforme e da una diversa posizione del baricentro; essa sarà quindi necessariamente disuniforme.

La posizione del baricentro fornisce un preciso parametro fisico per la valutazione dell'accettabilità della soluzione. In tale valutazione è bene considerare che l'ipotesi di masse uniformemente distribuite è assunta generalmente per comodità operativa e non è necessariamente più rispondente alla realtà di quella che presenta uno spostamento del baricentro dal centro geometrico piccolo rispetto alle dimensioni del fabbricato.

5.7. Determinazione delle altre oscillazioni

L'analisi delle altre oscillazioni libere che presentano, a differenza delle fondamentali, rotazioni φ_k non tutte dello stesso segno, può essere

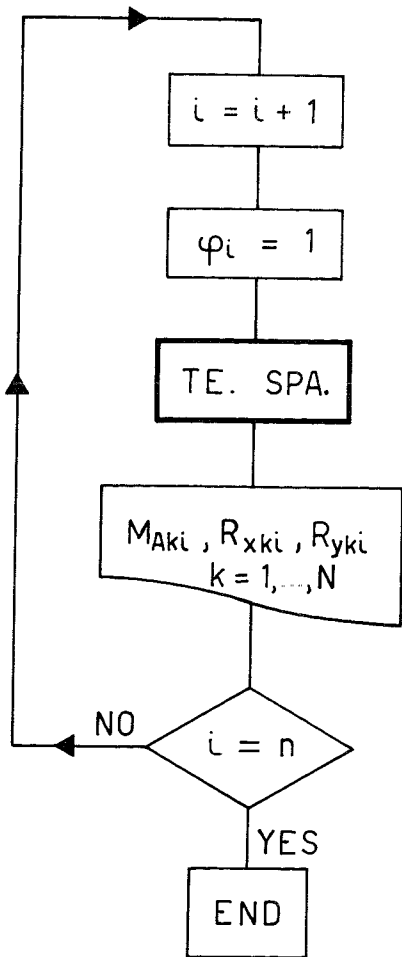


Figura 5.7. Diagramma di flusso per la determinazione dei coefficienti della matrice di rigidità rotazionale $[M_{aki}]$ del fabbricato intorno ad assegnati centri e delle relative reazioni delle cerniere $[R_{xki}, R_{yki}]$.

agevolata dalla conoscenza dei centri assoluti di rotazione delle oscillazioni fondamentali. Infatti si è osservato che, nell'ambito di ciascuno dei tre gruppi, i centri di rotazione non variano sensibilmente sicché è vantaggioso considerare il telaio spaziale vincolato a cerniere dislocate in tali posizioni, riducendo ad un terzo gli originari gradi di libertà.

Utilizziamo di nuovo l'analisi elastica del telaio spaziale per determinare i coefficienti della matrice di rigidezza rotazionale del telaio così vincolato: imponendo ad un determinato piano una rotazione unitaria otteniamo ai vari piani k le coppie necessarie a mantenere il telaio in tale posizione (M_{aki}) e le reazioni delle cerniere (R_{xki}) e (R_{yki}) (fig. 5.7). Il sistema omogeneo di equazioni di equilibrio alla rotazione intorno ai centri assoluti tra le forze d'inerzia e le reazioni elastiche è dato dalle:

$$(M_{all} - G_l \cdot R_{al}^2 \cdot \omega^2) \cdot \varphi_l + \dots + M_{aln} \cdot \varphi_n = 0 \quad (5)$$

$$M_{an1} \cdot \varphi_1 + \dots + (M_{ann} - G_n \cdot R_{an}^2 \cdot \omega^2) \cdot \varphi_n = 0$$

La condizione di compatibilità del sistema ($D_{et} = 0$) fornisce gli autovalori e la risoluzione del sistema gli autovettori ricercati, tra i quali ritroveremo anche quelli relativi all'oscillazione fondamentale.

Per valutare l'accettabilità della soluzione determiniamo le reazioni delle cerniere ai vari piani k con le

$$R_{xk} = R_{xkl} \cdot \varphi_l + \dots + (R_{xkk} - G_k \cdot (y_{gk} - y_{ak}) \cdot \omega^2) \cdot \varphi_k + \dots + R_{xkn} \cdot \varphi_n \quad (6)$$

$$R_{yk} = R_{ykl} \cdot \varphi_l + \dots + (R_{ykk} - G_k \cdot (x_{ak} - x_{gk}) \cdot \omega^2) \cdot \varphi_k + \dots + R_{ykn} \cdot \varphi_n$$

e con le (4) le coordinate del baricentro delle masse cui corrisponde la soluzione trovata.

5.8. Conclusioni

Nella tabella 1 sono riportati i risultati dell'analisi modale del piccolo fabbricato di fig. 1, ottenuti con la procedura descritta (fig. 5.8); per ciascuna oscillazione libera le coordinate del baricentro delle masse ed il raggio d'inerzia rispetto al centro di rotazione definiscono la distribuzione delle masse corrispondente alla soluzione trovata.

L'analisi di tipo iterativo presentata non ha infatti il carattere di rigosità di altri metodi analitici [5], [6], nel senso che le soluzioni ottenute non sempre rispettano l'ipotesi assunta di uniforme distribuzione delle masse sull'impalcato.

In ciascuna fase del procedimento le operazioni compiute hanno un preciso ed abituale significato fisico per l'ingegnere riconducendo l'analisi modale ad un equilibramento elastico e rendendo pertanto agevole il passaggio dell'analisi statica alla più semplice delle analisi dinamiche.

Il preciso significato fisico della misura della approssimazione delle soluzioni conseguite costituisce lo strumento per un corretto utilizzo del metodo nelle pratiche applicazioni.

TABELLA 1

modo	piano	X_a (cm)	Y_a (cm)	φ	f (sec-1)	X'_g (cm)	Y'_g (cm)	R'_a (cm)
Y1	1	-473.95	-33.83	1	2.099	554.74	440.49	1218.71
	2	-532.95	-61.64	2.0352		554.79	440.44	1279.55
	3	-563.08	-75.62	2.5753		554.78	440.42	1310.70
Y2	1	-473.95	-33.83	1	6.353	577.628	455.72	1218.71
	2	-532.95	-61.64	.5139		587.84	461.81	1279.55
	3	-563.08	-75.62	-.9486		546.41	434.94	1310.70
Y1	1	-473.95	-33.83	1	10.279	615.3	482.49	1218.71
	2	-532.95	-61.64	-.9824		598.6	472.05	1279.55
	3	-563.08	-75.62	.5304		593.28	468.99	1310.70
X1	1	2450	-3060	1	2.320	552.294	415.376	4005.96
	2	2487.84	-3108.6	2.1767		570.858	445.910	4066.37
	3	2518.28	-3152.7	2.8281		582.588	466.054	4119.12
X2	1	2450	-3060	1	7.183	554.4	436.71	4005.96
	2	2487.84	-3108.6	.57256		569.5	457.14	4066.37
	3	2518.28	-3152.7	-1.0024		578.18	457.29	4119.12
X1	1	2450	-3060	1	11.959	537.88	428.07	4005.96
	2	2487.84	-3108.6	-.9779		553.24	437.94	4066.37
	3	2518.28	-3152.7	.52376		561.44	443.79	4119.12
Φ_1	1	680	580	1	3.180	517.257	481.346	487.01
	2	696	596	2.1428		573.72	465.67	496.15
	3	708.15	608.15	2.765		566.510	441.527	503.66
Φ_2	1	680	580	1	9.788	536.94	442.24	487.01
	2	696	596	.5446		552.6	435.23	496.15
	3	708.15	608.15	-.9823		567.61	456.00	503.66
Φ_3	1	689	589	1	16.069	522.67	431.71	487.01
	2	696	596	-.9996		541.05	444.97	496.15
	3	708.15	608.15	.5409		551.96	5453.16	503.66

Analisi modale dei telai
spaziali con metodi itera-
tivi

La conoscenza delle frequenze proprie e delle relative forme modali consente, nelle verifiche sismiche prescritte dall'attuale normativa, di assumere forze convenzionali orizzontali più attendibili di quelle ottenibili mediante l'«analisi statica», ed in generale anche più contenute con conseguente vantaggio che diviene particolarmente sensibile nelle strutture alte. La normativa impone di tenere conto almeno dei primi tre modi di vibrare.

La procedura iterativa adottata consente di ottenere lo stato di sollecitazione relativo ad un modo di vibrare senza che sia necessario determinare forze orizzontali convenzionali e calcolare la struttura sotto la loro azione. Infatti al termine del procedimento iterativo di equilibrio tra forze d'inerzia e reazioni elastiche sono noti non solo i parametri che definiscono il moto degli impalcati (ξ_{ok} , η_{ok} , φ_k ovv. x_{ak} , y_{ak} , φ_k) ma anche, le rotazioni di tutti i nodi della struttura (fornite dalla risolu-

zione del telaio spaziale). Di conseguenza è agevolmente determinabile lo stato di sollecitazione delle aste corrispondente alle incognite iperstatiche. L'effettivo stato di deformazione, utile per il calcolo delle sollecitazioni relative al *jmo* modo, si ottiene moltiplicando le incognite iperstatiche per un coefficiente adimensionale

$$k_j = \gamma_i C \cdot R \in \beta I g / \omega_j^2$$

ove

ω_j = pulsazione del J^{mo} modo di vibrare

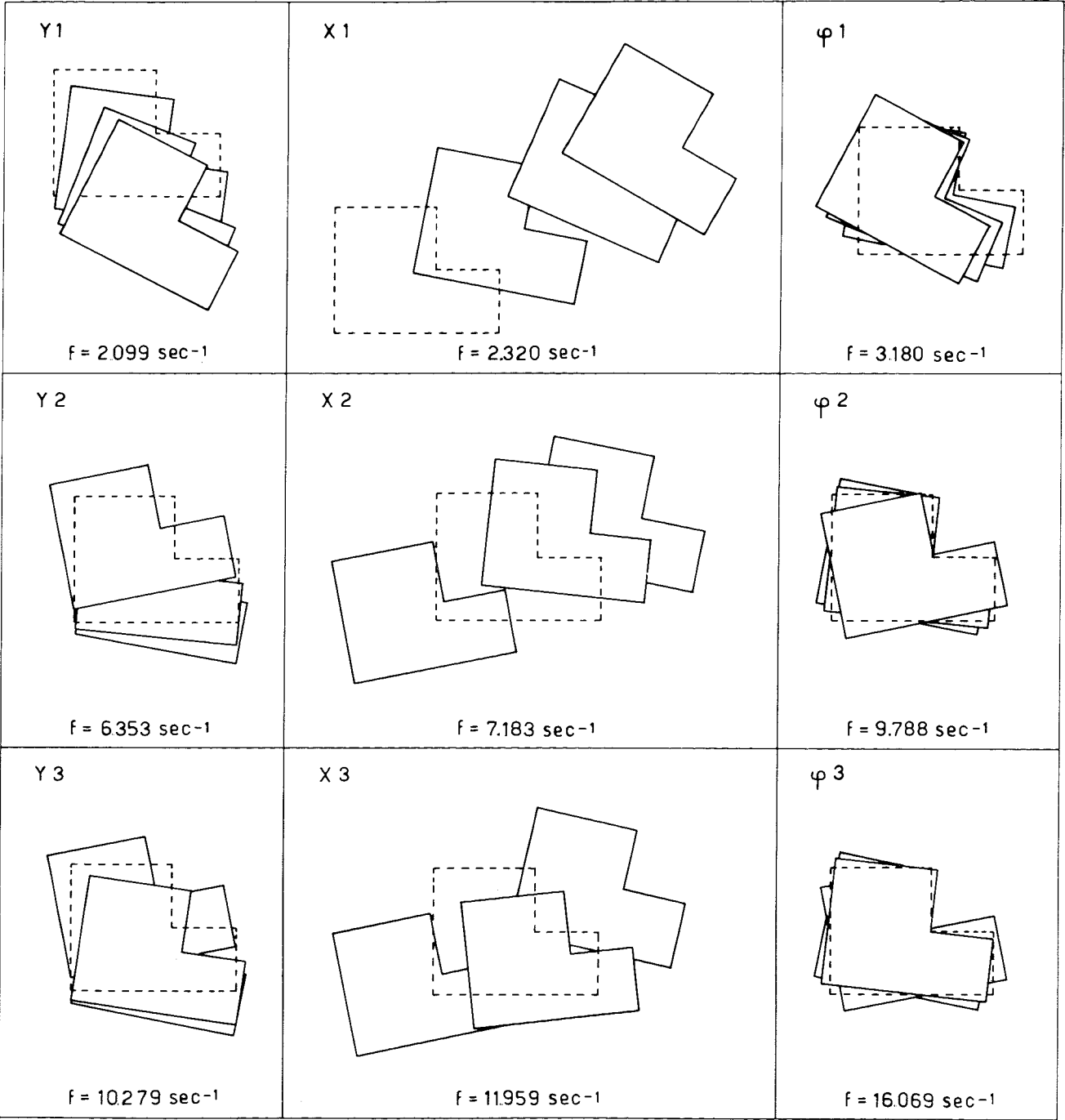


Figura 5.8. Raffigurazione grafica comparativa dei nove modi di vibrare dell'edificio di fig. 5.1.

$C, R, \varepsilon, \beta, I$ = coefficiente d'intensità, risposta, fondazione, struttura e protezione sismica

g = accelerazione di gravità

γ_i = coefficiente di partecipazione modale

Quest'ultimo è fornito dalle seguenti espressioni delle quali la prima si riferisce al caso di sisma in direzione x e la seconda per sisma in direzione y .

$$\gamma_j = \frac{\sum_{k=1}^n G_k \xi_{G_k}}{\sum_{k=1}^n G_k (\xi_{G_k}^2 + \eta_{G_k}^2 + R_{G_k}^2 \varphi_k^2)} \quad (7)$$

$$\gamma_j = \frac{\sum_{k=1}^n G_k \eta_{G_k}}{\sum_{k=1}^n G_k (\xi_{G_k}^2 + \eta_{G_k}^2 + R_{G_k}^2 \varphi_k^2)}$$

essendo ξ_{G_k} e η_{G_k} le componenti dello spostamento del centro di massa ed R_{G_k} il raggio d'inerzia rispetto ad esso, di ciascuna impalcato.

Bibliografia.

1. P. Lenza: *Un metodo iterativo per l'analisi modale dei telai*, Ingegneria Sismica n. 2/1985.
2. M. Capurso: *Introduzione al calcolo automatico delle strutture*, E.S.A.C. Roma 1977.
3. M. Pagano: *Teoria degli edifici. Telai per edifici a maglie rettangolari*, Vol. 3 tomo 1, Liguori Editore, Napoli 1979.
4. A. Gherzi: *Strutture intelaiate spaziali per edifici*, Giornale Civile, Fascicolo 4-5-6, 1977.
5. K. J. Bathe, E. L. Wilson: *Numerical Methods in finite element analysis*, pg 417-485, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey 1976.
6. J. S. Przemieniecki: *Theory of matrix structural analysis*, Mc Graw Hill Book Company

APPENDICE AL CAPITOLO QUINTO

PROGRAMMI DI CALCOLO PER L'ANALISI MODALE DEI TELAI SPAZIALI UTILIZZANDO IL METODO DI RILASSAMENTO DELLE RIGIDITÀ GLOBALI

Pietro Lenza

a. Introduzione.

I programmi che si presentano sono destinati al lettore che desideri approfondire, sotto il profilo dell'automazione del calcolo, le procedure teoriche esposte nel capitolo 5. Essi non hanno la fisionomia di programmi commerciali nei quali è particolarmente curata la procedura di inputazione dei dati (generalmente mediante eleganti maschere sul video) ed il formato delle stampe dei risultati, elementi indispensabili per l'utente che desideri utilizzare un programma senza approfondirne i contenuti specifici.

I dati di ingresso vengono forniti nella forma assai compatta di sequenza di istruzioni DATA che vengono memorizzate assieme al programma.

I programmi sono redatti in linguaggio BASIC del sistema operativo MS-DOS nella forma sintattica che rende idoneo il File sorgente alla successiva compilazione che si consiglia senz'altro di effettuare per diminuire sensibilmente i tempi di calcolo.

b. Schema della struttura.

L'edificio viene schematizzato come un insieme di telai piani paralleli agli assi ortogonali x ed y ;

I ritti sono numerati in ordine crescente prima secondo x e poi secondo y si che i pilastri collegati nelle due direzioni sono individuati da una coppia di numeri;

i piani sono numerati dal basso verso l'alto;

ogni nodo I, K è individuato dal numero del ritto I e dell'impalcato K .

Come esempio si riporta nella figura 5.9 lo schema strutturale del piccolo fabbricato analizzato nel capitolo 5.

c. Variabili di ingresso.

In tutti i programmi i dati devono essere espressi in [KG-peso], [cm] e [sec].

Nel primo programma che determina la prima frequenza caratteristica e la relativa forma modale i dati vengono forniti nel seguente ordine:

- Modulo di elasticità $[E]$, num. piani $[kz]$, num. telai $//x$ $[jx]$, num. telai $//y$ $[jy]$;

- per ogni telaio j (tranne il primo) il num dell'ultimo ritto $[ir(j)]$ del telaio $j-1$;

- per ogni telaio j $//x$ l'ordinata $[y(j)]$ del telaio;

- per ogni telaio $j//y$ l'ascissa $[x(j)]$ del telaio;

- per tutti i telai j le luci $[L(i)]$ delle campate da sin. a destra;

- per tutti i piani l'altezza $[H(k)]$ cominciando dal basso;

- il num. delle sezioni delle travi [ntst] e le relative coppie b-h [BT (i), HT (i)];
- il num. delle sezioni dei ritti [ntsr] e le relative coppie b-h [BR (i), HR (i)];

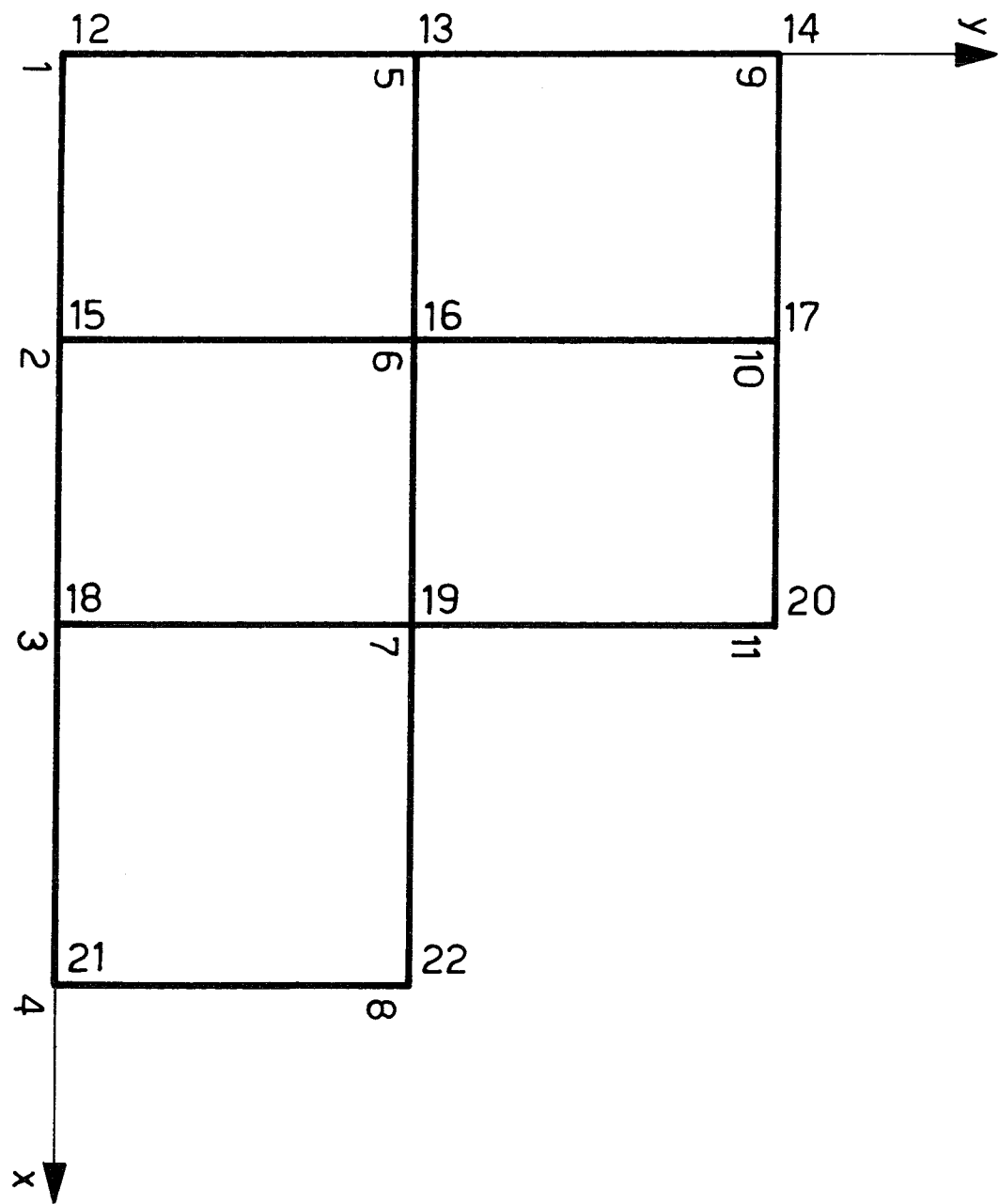


Figura 5.9. Schema strutturale del telaio spaziale con la numerazione dei ritti.

- per ciascun piano k ad iniziare dal primo, per ciascun telaio j ad iniziare dal primo ed infine per ciascun nodo i (da sin. a dest.) il num. della sezione del ritto e della trave o solo del ritto se trattasi di nodo d'estremità del telaio ($I = IR (J + 1)$);
- per ciascun piano k ad iniziare dal primo le coordinate del centro delle masse [GMX (k), GMY (k)];

– per ciascun piano k ad iniziare dal primo le masse ponderali di piano $[W(K)]$ espresse in kg-peso;

– il raggio d'inerzia del piano tipo $[RO]$ rispetto all'origine.

I dati di ingresso si completano fornendo, mediante l'istruzione INPUT, un iniziale sistema di forze inerziali, agenti ad ogni piano nell'origine del riferimento, che innesca il procedimento iterativo. In uscita otteniamo la pulsazione caratteristica, la deformata relativa al primo modo espressa dagli spostamenti dell'origine ai vari piani e dalla rotazione degli impalcati, e le forze d'inerzia.

Nel secondo programma che consente, mediante la ricerca per tentativi dei centri di rotazione, la determinazione delle altre due oscillazioni libere fondamentali i dati di ingresso sono identici fino alla lettura dei tipi di sezione dei telai, successivamente occorre fornire come DATA:

– per ciascun piano k a cominciare dal primo le coordinate del baricentro delle masse $(GMX(K), GMY(K))$, la superficie del piano $[S(K)]$ ed i momenti d'inerzia $[IXG(K), IYG(K)]$ dell'impalcato rispetto agli assi baricentrici $//x //y$;

– per ciascun piano k ad iniziare dal primo le masse ponderali di piano $[W(K)]$ espresse in KG-peso;

Le variabili di ingresso si completano fornendo, su richiesta dell'istruzione INPUT, per ogni piano le coordinate dei centri di rotazione relativi di tentativo e la coppia inerziale $[M(K)]$, agente intorno a tali centri, che innesca il procedimento iterativo.

Si precisa che nel testo si è fatto riferimento, per maggiore chiarezza espositiva, direttamente a rotazioni di piani intorno ai centri assoluti di rotazione che si concretizzano nelle cerniere aggiunte; in realtà l'operazione di rotazione di piano, così come presentata anche nei capitoli precedenti, si effettua come rotazione relativa della parte di fabbricato al di sopra di un determinato piano k rispetto a tale piano per equilibrare la coppia risultante $[MR(k)]$ agente al di sopra di esso.

Le coordinate dei centri assoluti di rotazione e le reazioni delle cerniere che in essi si concretizzano fisicamente sono determinati dal programma rispettivamente nelle linee 3000-3008 e 2000-2066.

In uscita otteniamo la pulsazione caratteristica della configurazione considerata e la relativa forma modale espressa dalle coordinate dei centri assoluti di rotazione e dalle rotazioni dei piani; sono fornite inoltre le reazioni vincolari delle cerniere aggiunte e le coordinate che dovrebbe assumere il baricentro delle masse perché la soluzione considerata possa considerarsi esatta.

Nel terzo programma, che determina i coefficienti della matrice di rigidezza rotazionale del telaio spaziale intorno ad assegnati centri di rotazione, per analizzare tutte le altre forme modali, la lista dei DATA coincide con il precedente programma e le variabili d'ingresso si completano fornendo, su richiesta dell'istruzione INPUT, le coordinate dei centri di rotazione assoluti.

Poiché si impone una rotazione unitaria (solo per comodità numerica pari a 1×10^{-3}) ogni volta ad un generico piano K tale deformazione si traduce in una rotazione relativa unitaria del piano k intorno al suo centro di rotazione ed in una rotazione relativa unitaria di segno inverso del piano $k+1$ intorno al centro di rotazione del piano K . Per questa particolare deformazione il centro di rotazione relativo ed assoluto coincidono al piano K .

In uscita otteniamo i coefficienti della matrice e le corrispondenti reazioni vincolari delle cerniere per il controllo dell'ammissibilità della soluzione.

d. Caratteristiche della struttura dei programmi.

I programmi relativi al Cap. 5, come pure quelli del cap. 6 hanno, salvo marginali differenze, in comune la lista delle variabili d'ingresso ed il relativo blocco d'istruzione di lettura che ne occupano la prima parte, ed inoltre l'utilizzo, come routine fondamentale, del calcolo elastico del telaio spaziale con il metodo delle rigidità globali. Esso com'è noto si articola in operazioni di rotazione dei nodi, operazioni di traslazioni dei piani ed operazioni di rotazioni dei piani che vengono eseguite in sequenza iterativa fino a raggiungere un soddisfacente equilibrio alla rotazione dei nodi ed alla traslazione e rotazione dei piani.

L'operazione di nodo conduce alla determinazione della rotazione dei nodi $[FI(I, K)]$.

Il moto relativo dell'impalcato k rispetto a quello inferiore $k-1$ è definito dalla traslazione relativa di un punto qualsiasi del piano e dalla rotazione relativa intorno a tale punto. L'operazione di traslazione dei piani conduce alla determinazione della rotazione dei ritti $[FRX(K), FRY(K)]$, pari al rapporto tra lo spostamento relativo e l'altezza $[H(K)]$ dei ritti del piano. L'operazione di rotazione del piano conduce alla determinazione della rotazione relativa $[DF(K)]$ del piano intorno al punto prescelto.

Nel primo programma si utilizzano i blocchi di istruzioni relativi alle tre operazioni ed al controllo di equilibrio dei nodi alla rotazione e dei piani alla traslazione, essendo superfluo il controllo dell'equilibrio alla rotazione dei piani perché la relativa operazione di equilibramento viene effettuata dopo le altre e non viene da queste disturbata. Il moto dell'impalcato è definito dallo spostamento dell'origine del riferimento e dalla rotazione intorno a tale punto.

Nel secondo programma, essendo il telaio vincolato mediante ideali bracci rigidi a cerniere esterne, si utilizzano i blocchi di istruzioni relativi alle operazioni di rotazione dei nodi e dei piani (la traslazione è infatti impedita dalle cerniere) e quello del controllo dell'equilibrio dei nodi.

L'equilibrio alla traslazione viene adoperato per determinare la reazione vincolare delle cerniere. Il moto dell'impalcato è definito dalla sola rotazione relativa intorno al centro di rotazione relativa imposto.

Nel terzo programma si utilizza solo l'operazione di rotazione dei nodi essendo prefissata la rotazione dei piani ed impedita la traslazione dalle cerniere disposte negli assegnati centri di rotazione.

L'equilibrio alla traslazione viene adoperato anche in questo caso per determinare la reazione vincolare delle cerniere, mentre quello alla rotazione intorno alle cerniere fornisce le coppie elastiche di reazione che si oppongono alle rotazioni impresse e che costituiscono i coefficienti della matrice di rigidità.

e. Elenco delle principali variabili di lavoro e di uscita dei programmi relativi al cap. 5

WT (I, K)	indice di rigidità della trave che collega il nodo I, k con il nodo I+1, K [kg cm]
WR (I, K)	indice di rigidità del ritto collega il nodo I, K con il nodo I, K-1 [Kg cm]
G (K)	massa ponderale del piano K [Kg sec ² cm ⁻¹]
QX (K), QY (K)	tagliante al piano k [Kg]
MR (K)	coppia risultante delle forze agenti al di sopra del piano K [kg cm]
FI (I, K)	rotazione del nodo I, K

FRX (K), FRY (K)	rotazioni dei ritti del piano K
DIX (K), DIY (K)	spostamenti orizzontali del punto origine del riferimento al piano K
DF (K)	rotazione relativa al piano K rispetto al piano K-1
F (K)	rotazione assoluta del piano K
01 (K), 02 (K), 03 (K)	valori provvisori dei quadrati delle pulsazioni al piano K [sec ⁻²]
OM	media aritmetica dei quadrati delle pulsazioni [sec ⁻²]
SD	deviazione standard dei valori dei quadrati delle pulsazioni [sec ⁻²]
FX (K), FY (K)	forze d'inerzia relative al piano K, applicate nell'origine del riferimento [Kg]
M (K)	coppia d'inerzia relativa al piano K intorno all'origine del riferimento [Kg cm]
DGX (K), DGY (K)	spostamenti del baricentro del piano K [cm]
XA (K), YA (K)	coordinate del centro assoluto di rotazione del piano k [cm]
MA (K)	coppia inerziale agente intorno al centro assoluto di rotazione del piano K [Kg cm]
RX (K), RY (K)	reazioni delle cerniere disposte nei centri assoluti di rotazione [Kg]
RA (K)	raggio d'inerzia dell'impalcato rispetto al centro assoluto di rotazione [cm]
IXA (K), IYA (K)	momenti d'inerzia geometrica dell'impalcato K rispetto agli assi passanti per il centro di rotazione assoluto [cm ⁴].

```

5  'Programma per la determinazione del primo modo di vibrare
   dei telai spaziali
10 KEY OFF:CLS
12 SCREEN 1
14 COLOR 1,1
16 CLS:OPTION BASE 1
18 PRINT"ANALISI MODALE TELAIO SPAZIALE"
20 READ E,KZ,JX,JY 'legge il modulo di elasticita', il numero dei
   piani,il num. dei telai //x, il num. dei telai //y
22 JZ=JX+JY
24 DIM IR(20),Y(20),X(20)
26 FOR J=2 TO JZ+1
28 READ IR(J) 'legge il num. dell'ultimo ritto del telaio j-1
30 NEXT J
32 DIM L(100),H(6),WR(100,6),WT(100,6),GMX(6),GMY(6),W(6)
34 DIM G(6),FI(100,6),FRX(6),FRY(6),DF(6),F(6)
36 FOR J=1 TO JX
38 READ Y(J) 'legge le ordinate dei telai //x
40 NEXT J
42 FOR J=JX+1 TO JZ
44 READ X(J) 'legge le ascisse dei telai //y
46 NEXT J
48 FOR J=1 TO JZ
50 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)-1
52 READ L(I) 'legge le luci delle campate di tutti i telai
54 NEXT I:NEXT J
56 FOR K=1 TO KZ
58 READ H(K) 'legge le altezze dei piani
60 NEXT K
62 READ NTST 'legge il num. di tipi di sezione delle travi
64 DIM BT(20),HT(20)
66 FOR I=1 TO NTST
68 READ BT(I),HT(I) 'legge le ntst coppie b-h delle sezioni delle travi
70 NEXT I
72 READ NTSR 'legge il num. dei tipi di sezioni dei ritti
74 DIM BR(20),HR(20)
76 FOR I=1 TO NTSR
78 READ BR(I),HR(I) 'legge le ntsr coppie b-h delle sezioni dei ritti
80 NEXT I
82 FOR K=1 TO KZ
84 FOR J=1 TO JZ
86 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
88 IF I=IR(J+1) THEN 94
90 READ Z,X 'legge il num. della sezione del ritto e della trave
   procedendo dal primo all'ultimo piano e per ciascun piano
   dal primo all'ultimo telaio
92 GOTO 96
94 READ Z:GOTO 98
96 WT(I,K)=E*BT(X)*HT(X)^3/(12*L(I))
98 WR(I,K)=E*BR(Z)*HR(Z)^3/(12*H(K))
100 NEXT I:NEXT J:NEXT K
102 REM BARICENTRO MASSE
104 FOR K=1 TO KZ
106 READ GMX(K),GMY(K) 'legge le coordinate del baricentro delle masse
108 NEXT K
110 WIDTH "lpt1:",130:LPRINT CHR$(15)
112 LPRINT"Salerno, ";DATE$:LPRINT:LPRINT"Analisi modale telaio spaziale"
114 LPRINT"Determinazione della prima frequenza"
116 LPRINT:LPRINT
118 LPRINT "BARICENTRO MASSE"

```

```

120 LPRINT"PIANO","X","Y"
122 LPRINT"N.", "(CM)", "(CM)"
124 FOR K=1 TO KZ
126 LPRINT K,GMX(K),GMY(K)
128 NEXT K:LPRINT:LPRINT
130 FOR K=1 TO KZ
132 READ W(K) 'legge le masse ponderali in kg-peso
134 NEXT K
136 READ R0 'legge il raggio d'inerzia rispetto all'origine del
    piano tipo
138 FOR K=1 TO KZ
140 G(K)=W(K)/981 'trasforma le masse in kg*sec^2/cm
142 NEXT K
144 CLS
146 FOR K=1 TO KZ
148 INPUT"fX,fY,M";FX(K),FY(K),M(K) 'chiede le forze fittizie per
    innescare il procedimento iterativo
150 NEXT K
152 REM                                calcolo di qx(k),qy(k) e mr(k)
154 S=0:T=0:V=0::FOR K=KZ TO 1 STEP -1
156 S=S+FX(K):T=T+FY(K):V=V+M(K)
158 QX(K)=S:QY(K)=T:MR(K)=V
160 NEXT K
162 GOSUB 1000 'rinvia alla subroutine per la risoluzione del
    telaio spaziale
164 REM                                CALCOLO DI DIX(K) E DIY(K)
166 FOR K=1 TO KZ
168 DIX(K)=FRX(K)*H(K)
170 IF K>1 THEN DIX(K)=DIX(K)+DIX(K-1)
172 DIY(K)=FRY(K)*H(K)
174 IF K>1 THEN DIY(K)=DIY(K)+DIY(K-1)
176 F(K)=DF(K)
178 IF K>1 THEN F(K)=F(K)+F(K-1)
180 NEXT K
182 FOR K=1 TO KZ
184 S=G(K)*(DIX(K)+F(K)*(GMY(K)))
186 T=G(K)*(DIY(K)+F(K)*(-GMX(K)))
188 V=G(K)*(DIX(K)*(GMY(K))+DIY(K)*(-GMX(K))+F(K)*R0^2)
190 O1(K)=FX(K)/S:O2(K)=FY(K)/T:O3(K)=M(K)/V 'determina tre
    valori della pulsazione per ogni piano
192 PRINT O1(K) TAB(13) O2(K) TAB(26) O3(K)
194 NEXT K
196 S=0:FOR K=1 TO KZ:S=S+O1(K)+O2(K)+O3(K):NEXT K
198 OM=S/(3*KZ):GOSUB 2000 'rinvia alla subroutine per il calcolo
    della deviazione standard
200 IF SD>.005 THEN 214 'controllo dell'ammissibilità della
    deviazione standard
202 LPRINT"piano" TAB(10) "Fx" TAB(30) "Fy" TAB(50) "M" TAB(70)
    "DIX" TAB(90) "DIY" TAB(110) "F"
204 FOR K=1 TO KZ
206 LPRINT K TAB(10) FX(K) TAB(30) FY(K) TAB(50) M(K) TAB(70)
    DIX(K) TAB(90) DIY(K) TAB(110) F(K)
208 NEXT K
210 LPRINT:LPRINT"om =" ;OM^.5;" /sec"
212 END
214 FOR K=1 TO KZ
216 S=G(K)*(DIX(K)+F(K)*(GMY(K)))
218 T=G(K)*(DIY(K)+F(K)*(-GMX(K)))
220 V=G(K)*(DIX(K)*(GMY(K))+DIY(K)*(-GMX(K))+F(K)*R0^2)
222 FX(K)=S*OM:FY(K)=T*OM:M(K)=V*OM 'determina le nuove forze fittizie
224 NEXT K

```

```

226 GOTO 152
1000 REM OPERAZIONE DI ROTAZIONE DI NODO
1002 FOR J=1 TO JX
1004 FOR K=1 TO KZ
1006 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1008 Q=0
1010 S=-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J))/H(K))
1012 Q=WR(I,K)
1014 IF K>1 THEN 1016 ELSE 1018
1016 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1018 IF K<KZ THEN 1020 ELSE 1024
1020 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+DF(K+1)*(Y(J))/H(K+1))+
2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1022 Q=Q+WR(I,K+1)
1024 IF I>IR(J)+1 THEN 1026 ELSE 1030
1026 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1028 Q=Q+WT(I-1,K)
1030 IF I<IR(J+1) THEN 1032 ELSE 1036
1032 S=S+WT(I,K)*FI(I+1,K)*2
1034 Q=Q+WT(I,K)
1036 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1038 NEXT I
1040 NEXT K
1042 NEXT J
1044 FOR J=JX+1 TO JZ
1046 FOR K=1 TO KZ
1048 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1050 Q=0
1052 S=-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(-X(J))/H(K))
1054 Q=WR(I,K)
1056 IF K>1 THEN 1058 ELSE 1060
1058 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1060 IF K<KZ THEN 1062 ELSE 1066
1062 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+DF(K+1)*(-X(J))/H(K+1))+
2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1064 Q=Q+WR(I,K+1)
1066 IF I>IR(J)+1 THEN 1068 ELSE 1072
1068 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1070 Q=Q+WT(I-1,K)
1072 IF I<IR(J+1) THEN 1074 ELSE 1078
1074 S=S+2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
1076 Q=Q+WT(I,K)
1078 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1080 NEXT I
1082 NEXT K
1084 NEXT J
1086 REM OPERAZIONE DI TRASLAZIONE DI PIANO
1088 FOR K=1 TO KZ
1090 S=QX(K)*H(K)*2/3
1092 Q=0
1094 FOR J=1 TO JX
1096 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1098 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)-8*WR(I,K)*DF(K)*Y(J)/H(K)
1100 Q=Q+8*WR(I,K)
1102 IF K>1 THEN 1104 ELSE 1106
1104 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1106 NEXT I
1108 NEXT J
1110 FRX(K)=S/Q
1112 NEXT K
1114 FOR K=1 TO KZ

```

```

1116 S=QY(K)*H(K)*2/3
1118 Q=0
1120 FOR J=JX+1 TO JZ
1122 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1124 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)+8*WR(I,K)*DF(K)*X(J)/H(K)
1126 Q=Q+8*WR(I,K)
1128 IF K>1 THEN 1130 ELSE 1132
1130 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1132 NEXT I
1134 NEXT J
1136 FRY(K)=S/Q
1138 NEXT K
1140 REM OPERAZIONE DI ROTAZIONE DI PIANO
1142 FOR K=1 TO KZ
1144 Q=0
1146 S=MR(K)*H(K)*2/3
1148 FOR J=1 TO JX
1150 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1152 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)*(Y(J))-8*WR(I,K)*FRX(K)*Y(J)
1154 Q=Q+WR(I,K)*(Y(J))^2
1156 IF K>1 THEN 1158 ELSE 1160
1158 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(Y(J))
1160 NEXT I
1162 NEXT J
1164 FOR J=JX+1 TO JZ
1166 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1168 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)*(-X(J))+8*WR(I,K)*FRY(K)*X(J)
1170 Q=Q+WR(I,K)*(-X(J))^2
1172 IF K>1 THEN 1174 ELSE 1176
1174 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(-X(J))
1176 NEXT I
1178 NEXT J
1180 DF(K)=S*H(K)/(8*Q)
1182 NEXT K
1184 REM CONTROLLO EQUILIBRIO NODI
1186 FOR J=1 TO JX
1188 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1190 FOR K=1 TO KZ
1192 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J)))/H(K))
1194 IF K<KZ THEN 1196 ELSE 1198
1196 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+
DF(K+1)*(Y(J))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1198 IF I>IR(J)+1 THEN 1200 ELSE 1202
1200 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))
1202 IF I<IR(J+1) THEN 1204 ELSE 1206
1204 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1206 IF K>1 THEN 1208 ELSE 1210
1208 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1210 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1212 NEXT K
1214 NEXT I
1216 NEXT J
1218 FOR J=JX+1 TO JZ
1220 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1222 FOR K=1 TO KZ
1224 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(-X(J)))/H(K))
1226 IF K<KZ THEN 1228 ELSE 1230
1228 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+
DF(K+1)*(-X(J))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1230 IF I>IR(J)+1 THEN 1232 ELSE 1234
1232 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))

```

```

1234 IF I<IR(J+1) THEN 1236 ELSE 1238
1236 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1238 IF K>1 THEN 1240 ELSE 1242
1240 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1242 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1244 NEXT K
1246 NEXT I
1248 NEXT J
1250 REM controllo equilibrio piani
1252 PRINT
1254 FOR K=1 TO KZ:S=0
1256 FOR J=1 TO JX
1258 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1260 S=S+6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRX(K)-2*DF(K)*(Y(J))/H(K))
1262 IF K>1 THEN 1264 ELSE 1266
1264 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1266 NEXT I
1268 NEXT J
1270 S=S/H(K)
1272 S=S+QX(K)
1274 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1276 NEXT K
1278 FOR K=1 TO KZ:S=0
1280 FOR J=JX+1 TO JZ
1282 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1284 S=S+6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRY(K)-2*DF(K)*(-X(J))/H(K))
1286 IF K>1 THEN 1288 ELSE 1290
1288 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1290 NEXT I
1292 NEXT J
1294 S=S/H(K)
1296 S=S+QY(K)
1298 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1300 NEXT K
1302 RETURN
2000 REM calcola la deviazione standard
2002 S=0:FOR K=1 TO KZ
2004 S=S+(O1(K)-OM)^2+(O2(K)-OM)^2+(O3(K)-OM)^2
2006 NEXT K
2008 SD=(S/(3*KZ))^0.5
2010 RETURN
10000 DATA 2e5,3,3,4
10002 DATA 4,8,11,14,17,20,22
10004 DATA 0,500,1000
10006 DATA 0,400,800,1300
10008 DATA 400,400,500,400,400,500,400,400,500,500,500,500,500,500,500
10010 DATA 350,350,350
10012 DATA 2,30,60,80,24
10014 DATA 2,30,60,60,30
10016 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,
1,1,2,1,2,1,1,2,1,2
10018 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,
1,1,2,1,2,1,1,2,1,2
10020 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,
1,1,2,1,2,1,1,2,1,2
10022 DATA 554.762,440.476,554.762,440.476,554.762,440.476
10024 DATA 105000,105000,80000
10026 DATA 838.933

```

```

5  'programma per la ricerca del secondo e terzo modo di vibrare
   dei telai spaziali
10 KEY OFF:CLS
12 SCREEN 1
14 COLOR 1,1
16 CLS:OPTION BASE 1
18 WIDTH "lpt1:",130:LPRINT CHR$(15)
20 PRINT"ANALISI MODALE TELAIO SPAZIALE"
22 READ E,KZ,JX,JY 'legge il modulo di elasticita', il num. dei
   piani, il num. dei telai //x e //y
24 JZ=JX+JY
26 DIM IR(20),Y(20),X(20)
28 FOR J=2 TO JZ+1
30 READ IR(J) 'legge il num. dell'ultimo ritto del telaio J
32 NEXT J
34 DIM L(100),H(6),WR(100,6),WT(100,6),DM(6),GMX(6),GMY(6),W(6),S(6),
   IXG(6),IYG(6),XD(6),YD(6),M(6),MR(6),FX(6),FY(6),QX(6),QY(6)
36 DIM G(6),FI(100,6),FRX(6),FRY(6),DF(6),F(6),DGX(6),DGY(6),XA(6),
   YA(6),RX(6),RY(6),IXA(6),IYA(6),RA(6),MA(6)
38 FOR J=1 TO JX
40 READ Y(J)'LEGGE L'ordinata dei telai //x
42 NEXT J
44 FOR J=JX+1 TO JZ
46 READ X(J) 'legge l'ascissa dei telai //y
48 NEXT J
50 FOR J=1 TO JZ
52 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)-1
54 READ L(I) 'legge la luce delle campate di tutti i telai
56 NEXT I:NEXT J
58 FOR K=1 TO KZ
60 READ H(K) 'legge le altezze dei piani
62 NEXT K
64 READ NTST 'legge il num. dei tipi di sezione delle travi
66 DIM BT(20),HT(20)
68 FOR I=1 TO NTST
70 READ BT(I),HT(I) 'legge le ntst coppie b-h delle sezioni delle travi
72 NEXT I
74 READ NTSR 'legge il num. dei tipi di sezione dei ritti
76 DIM BR(20),HR(20)
78 FOR I=1 TO NTSR
80 READ BR(I),HR(I) 'legge le ntsr coppie b-h delle sezioni dei ritti
82 NEXT I
84 FOR K=1 TO KZ
86 FOR J=1 TO JZ
88 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
90 IF I=IR(J+1) THEN 96
92 READ Z,X 'legge il tipo di sezione del ritto e della trave
   procedendo dal primo all'ultimo piano e per ciascun piano dal
   primo all'ultimo telaio
94 GOTO 98
96 READ Z:GOTO 100
98 WT(I,K)=E*BT(X)*HT(X)^3/(12*L(I))
100 WR(I,K)=E*BR(Z)*HR(Z)^3/(12*H(K))
102 NEXT I:NEXT J:NEXT K
104 REM BARICENTRO MASSE - superficie impalcato - inerzie assi
   baricentrici
106 FOR K=1 TO KZ
108 READ GMX(K),GMY(K),S(K),IXG(K),IYG(K) 'legge le coordinate
   del baricentro degli impalcati, la superficie e le inerzie
   rispetto agli assi baricentrici //x e //y

```

```

110 NEXT K
112 LPRINT"Analisi modale telaio spaziale"
114 LPRINT:LPRINT
116 LPRINT "piano" TAB(10) "XG" TAB(25) "YG" TAB(40) "Sup"
      TAB(55) "Ixg" TAB(70) "Iyg"
118 LPRINT TAB(10) "cm" TAB(25) "cm" TAB(40) "cm^2" TAB(55)
      "cm^4" TAB(70) "cm^4"
120 FOR K=1 TO KZ
122 LPRINT K TAB(10) GMX(K) TAB(25) GMY(K) TAB(40) S(K) TAB(55)
      IXG(K) TAB(70) IYG(K)
124 NEXT K
126 FOR K=1 TO KZ
128 READ W(K) 'legge le masse ponderali in kg-peso
130 NEXT K
132 REM                                CALCOLO DI G(k)
134 FOR K=1 TO KZ
136 G(K)=W(K)/981 'esprime le masse in kg*sec^2/cm
138 NEXT K
140 CLS
142 FOR K=1 TO KZ
144 INPUT"X0,Y0";X0(K),Y0(K) 'chiede le coordinate del centro di
      rotazione relativa
146 NEXT K
148 LPRINT:LPRINT"coordinate dei centri di rotazione relativi"
150 LPRINT "x" TAB(20) "y"
152 LPRINT "cm" TAB(20) "cm"
154 FOR K=1 TO KZ
156 LPRINT X0(K) TAB(20) Y0(K)
158 NEXT K
160 FOR K=1 TO KZ
162 INPUT"M";M(K)'chiede la coppia che innesca il procedimento
      iterativo
164 NEXT K
166 REM                                calcolo di qx(k),qy(k) e mr(k)
168 S=0:T=0:FOR K=KZ TO 1 STEP -1
170 V=0:FOR Z=KZ TO K STEP -1
172 V=V+M(Z)+OM*G(Z)*F(Z)*((GMY(Z)-YA(Z))*(YO(Z)-YO(K)))+(XA(Z)-GMX(Z)
      (XO(K)-XO(Z)))-RX(Z)*(YO(Z)-YO(K))-RY(Z)*(XO(K)-XO(Z))
174 NEXT Z
176 S=S+FX(K):T=T+FY(K)
178 QX(K)=S:QY(K)=T:MR(K)=V
180 NEXT K
182 GOSUB 1000 'rinvia alla subroutine per la risoluzione del telaio
      spaziale
184 REM                                CALCOLO DI DGx(K) E DGy(K)
186 FOR K=1 TO KZ
188 DGX(K)=DF(K)*(GMY(K)-YO(K))
190 IF K>1 THEN DGX(K)=DGX(K)+DGX(K-1)
192 DGY(K)=DF(K)*(XO(K)-GMX(K))
194 IF K>1 THEN DGY(K)=DGY(K)+DGY(K-1)
196 F(K)=DF(K)
198 IF K>1 THEN F(K)=F(K)+F(K-1)
200 NEXT K
202 GOSUB 3000 'rinvia alla subroutine che calcola i centri
      assoluti di rotazione
204 GOSUB 2000 'rinvia alla subroutine che calcola la reazione della
      cerniera
206 FOR K=1 TO KZ
208 V=G(K)*F(K)*RA(K)^2
210 MA(K)=OM*G(K)*F(K)*((GMY(K)-YA(K))*(YO(K)-YA(K)))+(XA(K)-GMX(K))*
      (XA(K)-XO(K)))-RX(K)*(YO(K)-YA(K))-RY(K)*(XA(K)-XO(K))

```



```

212 OM(K)=(M(K)+MA(K))/V 'determina il quadrato della pulsazione
    ai vari piani
214 PRINT TAB(26) OM(K)
216 NEXT K
218 PRINT
220 S=0:FOR K=1 TO KZ:S=S+OM(K):NEXT K
222 OM=S/KZ 'media aritmetica dei quadrati della pulsazione
224 GOSUB 4000 'rinvia alla subroutine che calcola la deviazione standard
226 IF SD>.001 THEN 268 'controlla la tollerabilita' della dev. standard
228 LPRINT:LPRINT"piano" TAB(10) "M" TAB(25) "DGx" TAB(40) "DGY" TAB(55)
    "f" TAB(70) "Xa" TAB(85) "Ya" TAB(100) "OM^2"
230 FOR K=1 TO KZ
232 LPRINT K TAB(10) M(K) TAB(25) DGX(K) TAB(40) DGY(K) TAB(55) F(K)
    TAB(70) XA(K) TAB(85) YA(K) TAB(100) OM(K)
234 NEXT K
236 GOSUB 2000 'rinvia alla subroutine che calcola la reazione delle
    cerniere
238 LPRINT:LPRINT"reazione della cerniera"
240 FOR K=1 TO KZ
242 LPRINT"Rx = ";RX(K) TAB(50) "Ry = ";RY(K)
244 NEXT K
246 REM telaio di cui e' soluzione esatta
248 LPRINT "TE.SPA. di cui e' soluzione esatta"
250 LPRINT "piano" TAB(10) "Xg'" TAB(25) "Yg'" TAB(40) "Ra'" TAB(55)
    "Ra"
252 LPRINT TAB(10) "qm" TAB(25) "cm" TAB(40) "cm" TAB(55) "cm"
254 FOR K=1 TO KZ
256 S=G(K)*DGX(K)*OM-RX(K):S=S/(G(K)*F(K)*OM)
258 T=G(K)*DGY(K)*OM-RY(K):T=T/(G(K)*F(K)*OM)
260 MA(K)=OM*G(K)*F(K)*((GMY(K)-YA(K))*(YO(K)-YA(K))+(XA(K)-GMX(K))*
    (XA(K)-XO(K)))-RX(K)*(YO(K)-YA(K))-RY(K)*(XA(K)-XO(K))
262 V=(M(K)+MA(K))/(G(K)*F(K)*OM)
264 LPRINT K TAB(10) -T+XA(K) TAB(25) S+YA(K) TAB(40) V^.5 TAB(55) RA(K)
266 NEXT K:GOTO 140
268 FOR K=1 TO KZ
270 V=G(K)*F(K)*RA(K)^2
272 MA(K)=OM*G(K)*F(K)*((GMY(K)-YA(K))*(YO(K)-YA(K))+(XA(K)-GMX(K))*
    (XA(K)-XO(K)))-RX(K)*(YO(K)-YA(K))-RY(K)*(XA(K)-XO(K))
274 M(K)=V*OM-MA(K)
276 NEXT K
278 GOTO 166
1000 REM OPERAZIONE DI ROTAZIONE DI NODO
1002 FOR J=1 TO JX
1004 FOR K=1 TO KZ
1006 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1008 Q=0
1010 S=-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J)-YO(K))/H(K))
1012 Q=WR(I,K)
1014 IF K>1 THEN 1016 ELSE 1018
1016 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1018 IF K<KZ THEN 1020 ELSE 1024
1020 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+DF(K+1)*(Y(J)-YO(K+1))/H(K+1))+
    2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1022 Q=Q+WR(I,K+1)
1024 IF I>IR(J)+1 THEN 1026 ELSE 1030
1026 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1028 Q=Q+WT(I-1,K)
1030 IF I<IR(J+1) THEN 1032 ELSE 1036
1032 S=S+WT(I,K)*FI(I+1,K)*2
1034 Q=Q+WT(I,K)
1036 FI(I,K)=-S/(4*Q)

```

```

1038 NEXT I
1040 NEXT K
1042 NEXT J
1044 FOR J=JX+1 TO JZ
1046 FOR K=1 TO KZ
1048 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1050 Q=0
1052 S=-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(XO(K)-X(J))/H(K))
1054 Q=WR(I,K)
1056 IF K>1 THEN 1058 ELSE 1060
1058 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1060 IF K<KZ THEN 1062 ELSE 1066
1062 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+DF(K+1)*(XO(K+1)-X(J))/H(K+1))+
      2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1064 Q=Q+WR(I,K+1)
1066 IF I>IR(J)+1 THEN 1068 ELSE 1072
1068 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1070 Q=Q+WT(I-1,K)
1072 IF I<IR(J+1) THEN 1074 ELSE 1078
1074 S=S+2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
1076 Q=Q+WT(I,K)
1078 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1080 NEXT I
1082 NEXT K
1084 NEXT J
1086 REM OPERAZIONE DI ROTAZIONE DI PIANO
1088 FOR K=1 TO KZ
1090 Q=0
1092 S=MR(K)*H(K)*2/3
1094 FOR J=1 TO JX
1096 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1098 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)*(Y(J)-YO(K))-8*WR(I,K)*FRX(K)*(Y(J)-YO(K))
1100 Q=Q+WR(I,K)*(Y(J)-YO(K))^2
1102 IF K>1 THEN 1104 ELSE 1106
1104 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(Y(J)-YO(K))
1106 NEXT I
1108 NEXT J
1110 FOR J=JX+1 TO JZ
1112 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1114 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)*(XO(K)-X(J))+8*WR(I,K)*FRY(K)*(X(J)-XO(K))
1116 Q=Q+WR(I,K)*(XO(K)-X(J))^2
1118 IF K>1 THEN 1120 ELSE 1122
1120 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(XO(K)-X(J))
1122 NEXT I
1124 NEXT J
1126 DF(K)=S*H(K)/(8*Q)
1128 NEXT K
1130 REM CONTROLLO EQUILIBRIO ROTAZIONE NODI
1132 FOR J=1 TO JX
1134 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1136 FOR K=1 TO KZ
1138 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J)-YO(K))/H(K))
1140 IF K<KZ THEN 1142 ELSE 1144
1142 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+DF(K+1)*
      (Y(J)-YO(K+1))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1144 IF I>IR(J)+1 THEN 1146 ELSE 1148
1146 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))
1148 IF I<IR(J+1) THEN 1150 ELSE 1152
1150 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1152 IF K>1 THEN 1154 ELSE 1156
1154 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)

```

```

1156 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1158 NEXT K
1160 NEXT I
1162 NEXT J
1164 FOR J=JX+1 TO JZ
1166 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1168 FOR K=1 TO KZ
1170 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(XO(K)-X(J))/H(K))
1172 IF K<KZ THEN 1174 ELSE 1176
1174 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+DF(K+1)*
(XO(K+1)-X(J))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1176 IF I>IR(J)+1 THEN 1178 ELSE 1180
1178 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))
1180 IF I<IR(J+1) THEN 1182 ELSE 1184
1182 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1184 IF K>1 THEN 1186 ELSE 1188
1186 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1188 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1190 NEXT K
1192 NEXT I
1194 NEXT J
1196 RETURN
2000 REM reazione della cerniera
2002 PRINT
2004 FOR K=KZ TO 1 STEP -1:S=0
2006 FOR J=1 TO JX
2008 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2010 S=S+(6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRX(K)-2*DF(K)*(Y(J)-YO(K))/H(K)))/H(K)
2012 IF K>1 THEN 2014 ELSE 2016
2014 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)/H(K)
2016 NEXT I
2018 NEXT J
2020 FOR Z=KZ TO K+1 STEP -1
2022 S=S+G(Z)*(GMY(Z)-YA(Z))*F(Z)*OM-RX(Z)
2024 NEXT Z
2026 S=S+QX(K)+G(K)*(GMY(K)-YA(K))*F(K)*OM
2028 RX(K)=S
2030 PRINT"Rx= ";RX(K)
2032 NEXT K
2034 FOR K=KZ TO 1 STEP -1:S=0
2036 FOR J=JX+1 TO JZ
2038 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2040 S=S+(6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRY(K)-2*DF(K)*(XO(K)-X(J))/H(K)))/H(K)
2042 IF K>1 THEN 2044 ELSE 2046
2044 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)/H(K)
2046 NEXT I
2048 NEXT J
2050 FOR Z=KZ TO K+1 STEP -1
2052 S=S+G(Z)*(XA(Z)-GMX(Z))*F(Z)*OM-RY(Z)
2054 NEXT Z
2056 S=S+QY(K)+G(K)*(XA(K)-GMX(K))*F(K)*OM
2058 RY(K)=S
2060 PRINT TAB(20) "Ry=";RY(K)
2062 NEXT K
2064 PRINT
2066 RETURN
3000 REM calcolo del centro assoluto di rotaz.
3002 FOR K=1 TO KZ
3004 YA(K)=-DGX(K)/F(K)+GMY(K)
3006 XA(K)=DGY(K)/F(K)+GMX(K)
3008 NEXT K

```

```

3010 REM calcolo di Ra(k)
3012 FOR K=1 TO KZ
3014 IYA(K)=IXG(K)+S(K)*(GMY(K)-YA(K))^2:IYA(K)=IYG(K)+S(K)*
      (GMX(K)-XA(K))^2
3016 RA(K)=(IXA(K)+IYA(K))/S(K):RA(K)=RA(K)^.5
3018 NEXT K
3020 RETURN
4000 REM calcola lo standard deviation
4002 S=0:FOR K=1 TO KZ
4004 S=S+(OM(K)-OM)^2
4006 NEXT K
4008 SD=(S/KZ)^.5
4010 RETURN
10000 DATA 2e5,3,3,4
10002 DATA 4,8,11,14,17,20,22
10004 DATA 0,500,1000
10006 DATA 0,400,800,1300
10008 DATA 400,400,500,400,400,500,400,400,500,500,500,500,500,500
10010 DATA 350,350,350
10012 DATA 2,30,60,80,24
10014 DATA 2,30,60,60,30
10016 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
      1,2,1,1,2,1,2
10018 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
      1,2,1,1,2,1,2
10020 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
      1,2,1,1,2,1,2
10022 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10024 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10026 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10028 DATA 105000,105000,80000

```

```

5 'programma per determinare gli elementi della matrice di rigidezza
  rotazionale del telaio spaziale intorno ad assegnati centri di
  rotazione
10 KEY OFF:CLS
12 SCREEN 1
14 COLOR 1,1
16 CLS:OPTION BASE 1
18 WIDTH "lpt1:",130:LPRINT CHR$(15)
20 PRINT"matrice torsionale di rigidezza"
22 READ E,KZ,JX,JY 'legge il modulo di elasticita',il num. dei piani,
  il num. dei telai //x e //y
24 JZ=JX+JY
26 DIM IR(20),Y(20),X(20)
28 FOR J=2 TO JZ+1
30 READ IR(J) 'legge il num. dell'ultimo ritto del telaio j
32 NEXT J
34 DIM L(100),H(6),WR(100,6),WT(100,6),OM(6),GMX(6),GMY(6),W(6),S(6),IXG(6),
  IYG(6),M(6),MR(6),FX(6),FY(6),QX(6),QY(6)
36 DIM G(6),FI(100,6),FRX(6),FRY(6),DF(6),F(6),DGX(6),DGY(6),XA(6),YA(6),
  RX(6),RY(6),IXA(6),IYA(6),RA(6),MA(6)
42 FOR J=1 TO JX
44 READ Y(J) 'legge le ordinate dei telai //x
46 NEXT J
48 FOR J=JX+1 TO JZ
50 READ X(J) 'legge le ascisse dei telai //y
52 NEXT J
54 FOR J=1 TO JZ
56 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)-1
58 READ L(I) 'legge le luci delle campate di tutti i telai
60 NEXT I:NEXT J
62 FOR K=1 TO KZ
64 READ H(K) 'legge le altezze dei piani
66 NEXT K
68 READ NTST 'legge il num. di tipi di sezioni delle travi
70 DIM BT(20),HT(20)
72 FOR I=1 TO NTST
74 READ BT(I),HT(I) 'legge le ntst coppie b-h delle sezioni delle travi
76 NEXT I
78 READ NTSR 'legge il num. di tipi di sezioni dei ritti
80 DIM BR(20),HR(20)
82 FOR I=1 TO NTSR
84 READ BR(I),HR(I) 'legge le ntsr coppie b-h delle sezioni dei ritti
86 NEXT I
88 FOR K=1 TO KZ
90 FOR J=1 TO JZ
92 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
94 IF I=IR(J+1) THEN 100
96 READ Z,X 'legge il num. della sezione del ritto e della trave procedendo
  dal primo all'ultimo piano e per ciascun piano dal primo all'ultimo telaio
98 GOTO 102
100 READ Z:GOTO 104
102 WT(I,K)=E*BT(X)*HT(X)^3/(12*L(I))
104 WR(I,K)=E*BR(Z)*HR(Z)^3/(12*H(K))
106 NEXT I:NEXT J:NEXT K
108 REM BARICENTRO MASSE-superficie impalcato-inerzie assi baricentrici
110 FOR K=1 TO KZ
112 READ GMX(K),GMY(K),S(K),IXG(K),IYG(K) 'legge le coordinate del
  baricentro delle masse, la superficie e le inerzie degli impalcati rispetto

```

```

agli assi baricentrici //x e //y
114 NEXT K
116 LPRINT"Matrice di rigidezza torsionale"
118 LPRINT:LPRINT
120 LPRINT "piano" TAB(10) "XG" TAB(25) "YG" TAB(40) "Sup" TAB(55) "Ixg"
TAB(70) "Iyg"
122 LPRINT TAB(10) "cm" TAB(25) "cm" TAB(40) "cm^2" TAB(55) "cm^4"
TAB(70) "cm^4"
124 FOR K=1 TO KZ
126 LPRINT K TAB(10) GMX(K) TAB(25) GMY(K) TAB(40) S(K) TAB(55) IXG(K)
TAB(70) IYG(K)
128 NEXT K
130 FOR K=1 TO KZ
132 READ W(K) 'legge le masse ponderali in kg-peso
134 NEXT K
136 CLS
138 FOR K=1 TO KZ
140 INPUT"XA,YA";XA(K),YA(K) 'chiede le coordinate dei centri di rotazione
assoluti
142 NEXT K
144 LPRINT:LPRINT"coordinate delle cerniere aggiunte"
146 LPRINT "x" TAB(20) "y"
148 LPRINT "cm" TAB(20) "cm"
150 FOR K=1 TO KZ
152 LPRINT XA(K) TAB(20) YA(K)
154 NEXT K
156 FOR KK=1 TO KZ
158 FOR Z=1 TO KK-1
160 DF(Z)=0
162 NEXT Z
164 DF(KK)=.001:DF(KK+1)=-.001
166 FOR Z=KK+2 TO KZ
168 DF(Z)=0
170 NEXT Z
172 GOSUB 1000 'rinvia alla subroutine che calcola il telaio spaziale
174 REM CALCULO DI DGx(K) E Dgy(K)
176 FOR K=1 TO KZ
178 F(K)=DF(K)
180 IF K>1 THEN F(K)=F(K)+F(K-1)
182 DGX(K)=F(K)*(GMY(K)-YA(K)):DGY(K)=F(K)*(XA(K)-GMX(K))
184 IF K<>KK THEN DGX(K)=0 AND DGY(K)=0
186 NEXT K
188 GOSUB 3000 'rinvia alla subroutine che calcola il raggio d'inerzia
[RA(K)] rispetto al centro assoluto di rotazione
190 LPRINT:LPRINT"piano" TAB(10) "M" TAB(25) "DGx" TAB(40) "Dgy" TAB(55)
"f" TAB(70) "Xa" TAB(85) "Ya"
192 FOR K=1 TO KZ
194 LPRINT K TAB(10) M(K) TAB(25) DGX(K) TAB(40) DGY(K) TAB(55) F(K)
TAB(70) XA(K) TAB(85) YA(K)
196 NEXT K
198 GOSUB 2000 'rinvia alla subroutine che calcola la reazione della
cerniera
200 LPRINT:LPRINT"reazione della cerniera"
202 FOR K=1 TO KZ
204 LPRINT"Rx = ";RX(K) TAB(50) "Ry = ";RY(K)
206 NEXT K
208 NEXT KK
210 END

1000 REM OPERAZIONE DI ROTAZIONE DI NODU
1002 FOR J=1 TO JX
1004 FOR K=1 TO KZ

```

```

1006 IF K<KK THEN Z=K+1
1008 IF K=KK THEN Z=K
1010 IF K>KK THEN Z=K-1
1012 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1014 Q=0
1016 S=-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J)-YA(Z))/H(K))
1018 Q=WR(I,K)
1020 IF K>1 THEN 1022 ELSE 1024
1022 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1024 IF K<KZ THEN 1026 ELSE 1030
1026 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+DF(K+1)*(Y(J)-YA(Z))/H(K+1))+
2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1028 Q=Q+WR(I,K+1)
1030 IF I>IR(J)+1 THEN 1032 ELSE 1036
1032 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1034 Q=Q+WT(I-1,K)
1036 IF I<IR(J+1) THEN 1038 ELSE 1042
1038 S=S+WT(I,K)*FI(I+1,K)*2
1040 Q=Q+WT(I,K)
1042 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1044 NEXT I
1046 NEXT K
1048 NEXT J
1050 FOR J=JX+1 TO JZ
1052 FOR K=1 TO KZ
1054 IF K<KK THEN Z=K+1
1056 IF K=KK THEN Z=K
1058 IF K>KK THEN Z=K-1
1060 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1062 Q=0
1064 S=-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(XA(Z)-X(J))/H(K))
1066 Q=WR(I,K)
1068 IF K>1 THEN 1070 ELSE 1072
1070 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1072 IF K<KZ THEN 1074 ELSE 1078
1074 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+DF(K+1)*(XA(Z)-X(J))/H(K+1))+
2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1076 Q=Q+WR(I,K+1)
1078 IF I>IR(J)+1 THEN 1080 ELSE 1084
1080 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1082 Q=Q+WT(I-1,K)
1084 IF I<IR(J+1) THEN 1086 ELSE 1090
1086 S=S+2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
1088 Q=Q+WT(I,K)
1090 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1092 NEXT I
1094 NEXT K
1096 NEXT J
1098 REM CONTROLLO EQUILIBRIO ROTAZIONE NODI
1100 FOR J=1 TO JX
1102 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1104 FOR K=1 TO KZ
1106 IF K<KK THEN Z=K+1
1108 IF K=KK THEN Z=K
1110 IF K>KK THEN Z=K-1
1112 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J)-YA(Z))/H(K))
1114 IF K<KZ THEN 1116 ELSE 1118
1116 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+
DF(K+1)*(Y(J)-YA(Z))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1118 IF I>IR(J)+1 THEN 1120 ELSE 1122
1120 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))

```

```

1122 IF I<IR(J+1) THEN 1124 ELSE 1126
1124 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1126 IF K>1 THEN 1128 ELSE 1130
1128 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1130 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1132 NEXT K
1134 NEXT I
1136 NEXT J
1138 FOR J=JX+1 TO JZ
1140 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1142 FOR K=1 TO KZ
1144 IF K<KK THEN Z=K+1
1146 IF K=KK THEN Z=K
1148 IF K>KK THEN Z=K-1
1150 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(XA(Z)-X(J))/H(K))
1152 IF K<KZ THEN 1154 ELSE 1156
1154 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+
DF(K+1)*(XA(Z)-X(J))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1156 IF I>IR(J)+1 THEN 1158 ELSE 1160
1158 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))
1160 IF I<IR(J+1) THEN 1162 ELSE 1164
1162 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1164 IF K>1 THEN 1166 ELSE 1168
1166 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1168 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1170 NEXT K
1172 NEXT I
1174 NEXT J
1176 FOR K=1 TO KZ: S=0
1178 IF K<KK THEN Z=K+1
1180 IF K=KK THEN Z=K
1182 IF K>KK THEN Z=K-1
1184 FOR J=1 TO JX: FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1186 S=S+(6*WR(I,K)*FI(I,K)*(Y(J)-YA(K))-12*WR(I,K)*DF(K)*(Y(J)-YA(K))*
(Y(J)-YA(Z))/H(K))/H(K)
1188 IF K=KZ THEN 1192
1190 S=S-(6*WR(I,K+1)*(FI(I,K)+FI(I,K+1))*(Y(J)-YA(K))-
12*WR(I,K+1)*DF(K+1)*(Y(J)-YA(K))*(Y(J)-YA(Z))/H(K+1))/H(K+1)
1192 IF K>1 THEN S=S+(6*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(Y(J)-YA(K)))/H(K)
1194 NEXT I: NEXT J
1196 FOR J=JX+1 TO JZ: FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1198 S=S+(6*WR(I,K)*FI(I,K)*(XA(K)-X(J))-12*WR(I,K)*DF(K)*(XA(K)-X(J))*
(XA(Z)-X(J))/H(K))/H(K)
1200 IF K=KZ THEN 1204
1202 S=S-(6*WR(I,K+1)*(FI(I,K)+FI(I,K+1))*(XA(K)-X(J))-12*WR(I,K+1)*
DF(K+1)*(XA(K)-X(J))*(XA(Z)-X(J))/H(K+1))/H(K+1)
1204 IF K>1 THEN S=S+(6*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(XA(K)-X(J)))/H(K)
1206 NEXT I: NEXT J
1208 M(K)=S
1210 NEXT K
1212 RETURN
2000 REM reazione della cerniera
2002 PRINT
2004 FOR K=KZ TO 1 STEP -1: S=0
2006 IF K<KK THEN Z=K+1
2008 IF K=KK THEN Z=K
2010 IF K>KK THEN Z=K-1
2012 FOR J=1 TO JX
2014 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2016 S=S+(6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRX(K)-2*DF(K)*(Y(J)-YA(Z))/H(K)))/H(K)
2018 IF K=KZ THEN 2022

```



```

2020 S=S-(6*WR(I,K+1)*(FI(I,K)+FI(I,K+1)-2*FRX(K)-2*DF(K+1)*
(Y(J)-YA(Z))/H(K+1)))/H(K+1)
2022 IF K>1 THEN 2024 ELSE 2026
2024 S=S+(6*WR(I,K)*FI(I,K-1))/H(K)
2026 NEXT I
2028 NEXT J
2030 RX(K)=S
2032 PRINT"Rx= ";RX(K)
2034 NEXT K
2036 FOR K=KZ TO 1 STEP -1:S=0
2038 IF K<KK THEN Z=K+1
2040 IF K=KK THEN Z=K
2042 IF K>KK THEN Z=K-1
2044 FOR J=JX+1 TO JZ
2046 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2048 S=S+(6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRY(K)-2*DF(K)*(XA(Z)-X(J))/H(K)))/H(K)
2050 IF K=KZ THEN 2054
2052 S=S-(6*WR(I,K+1)*(FI(I,K)+FI(I,K+1)-2*FRY(K)-2*DF(K+1)*
(XA(Z)-X(J))/H(K+1)))/H(K+1)
2054 IF K>1 THEN 2056 ELSE 2058
2056 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)/H(K)
2058 NEXT I
2060 NEXT J
2062 RY(K)=S
2064 PRINT TAB(20) "Ry=";RY(K)
2066 NEXT K
2068 PRINT
2070 RETURN
3000 REM calcolo del raggio d'inertia intorno al centro di rotaz.
3016 FOR K=1 TO KZ
3018 IXA(K)=IXG(K)+S(K)*(GMX(K)-YA(K))^2:IYA(K)=IYG(K)+S(K)*(GMX(K)-XA(K))^2
3020 RA(K)=(IXA(K)+IYA(K))/S(K):RA(K)=RA(K)^.5
3022 NEXT K
3024 RETURN
10000 DATA 2e5,3,3,4
10002 DATA 4,8,11,14,17,20,22
10006 DATA 0,500,1000
10008 DATA 0,400,800,1300
10010 DATA 400,400,500,400,400,500,400,400,500,500,500,500,500,500,500
10012 DATA 350,350,350
10014 DATA 2,30,60,80,24
10016 DATA 2,30,60,60,30
10018 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,1,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
1,2,1,1,2,1,2
10020 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,1,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
1,2,1,1,2,1,2
10022 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,1,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
1,2,1,1,2,1,2
10024 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10026 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10028 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10030 DATA 105000,105000,80000

```


CAPITOLO SESTO

L'ANALISI DINAMICA DEI TELAI SPAZIALI SOTTOPOSTI AD ECCITAZIONE SISMICA DEL SUOLO

Pietro Lenza

Summary.

We present a numerical step by step procedure for the dynamic analysis of space frames when a seismic excitation of the soil occurs. In each step we activate an iterative balance process using the well known static analysis methods.

The damping effects and the contribution of masonry panels are considered.

Sommario.

Si espone una procedura passo dopo passo per l'analisi dinamica di telai spaziali interessati da eccitazione sismica del suolo. In ciascun passo si attiva un processo iterativo di equilibramento utilizzando i noti metodi di analisi statica.

Si tiene conto degli effetti viscosi smorzanti e del contributo dei pannelli in muratura.

6.1. Introduzione.

L'approccio ai problemi dinamici può risultare agevolato, anche sul piano operativo, quando si utilizzino, sia pur iterativamente, modelli di analisi elastica familiari agli operatori per essere comunemente impiegati per la risoluzione di strutture soggette a forze statiche. In tale spirito si è esaminato il problema dei modi di vibrare di telai piani [1] e spaziali, mentre in questo studio si esamina il problema del telaio spaziale soggetto ad una eccitazione del terreno di fondazione variabile nel tempo con legge qualsiasi. L'obiettivo è quello di determinare come varino nel tempo i parametri della deformazione della struttura e di conseguenza il suo stato di sollecitazione.

Applicheremo al telaio spaziale il metodo di Newmark che, come è noto, è un procedimento iterativo che risolve il problema dell'equilibrio dinamico step by step per piccoli incrementi di tempo formulando alcune ipotesi semplificative sulla legge di variazione delle accelerazioni all'interno di detti intervalli. Anche in questo caso come routine fondamentale (per il calcolo delle reazioni elastiche) si è adoperato il metodo delle rigidità globali che s'inquadra tra i modelli di rilassamento.

6.2. Il fabbricato multipiano schematizzato come telaio spaziale

Il fabbricato multipiano costituito da telai ortogonali può, nella generalità dei casi, essere correttamente interpretato come un telaio spaziale con aste deformabili solo flessionalmente ed impalcati infinitamente rigidi nel proprio piano (fig. 6.1.).

L'analisi elastica di tale modello, soggetto ad azioni statiche, può essere effettuata seguendo molteplici procedure [7] – [10] mediante le quali si esplicitano le incognite iperstatiche costituite dalle rotazioni dei nodi e degli spostamenti e rotazioni degli impalcati.

Il metodo di rilassamento delle rigidità globali, impiegato, in tale studio, perviene iterativamente alla configurazione finale equilibrata

attraverso successive configurazioni congruenti. Tali configurazioni sono determinate dalla esecuzione di tre «operazioni» di equilibramento:

- a) l'operazione di nodo che fa ruotare il singolo nodo equilibrandolo alla rotazione [3];
- b) l'operazione di piano che fa traslare ogni impalcato equilibrandolo alla traslazione nelle due direzioni principali [3];
- c) un'ulteriore operazione di piano che fa ruotare l'impalcato equilibrandolo alla rotazione [4].

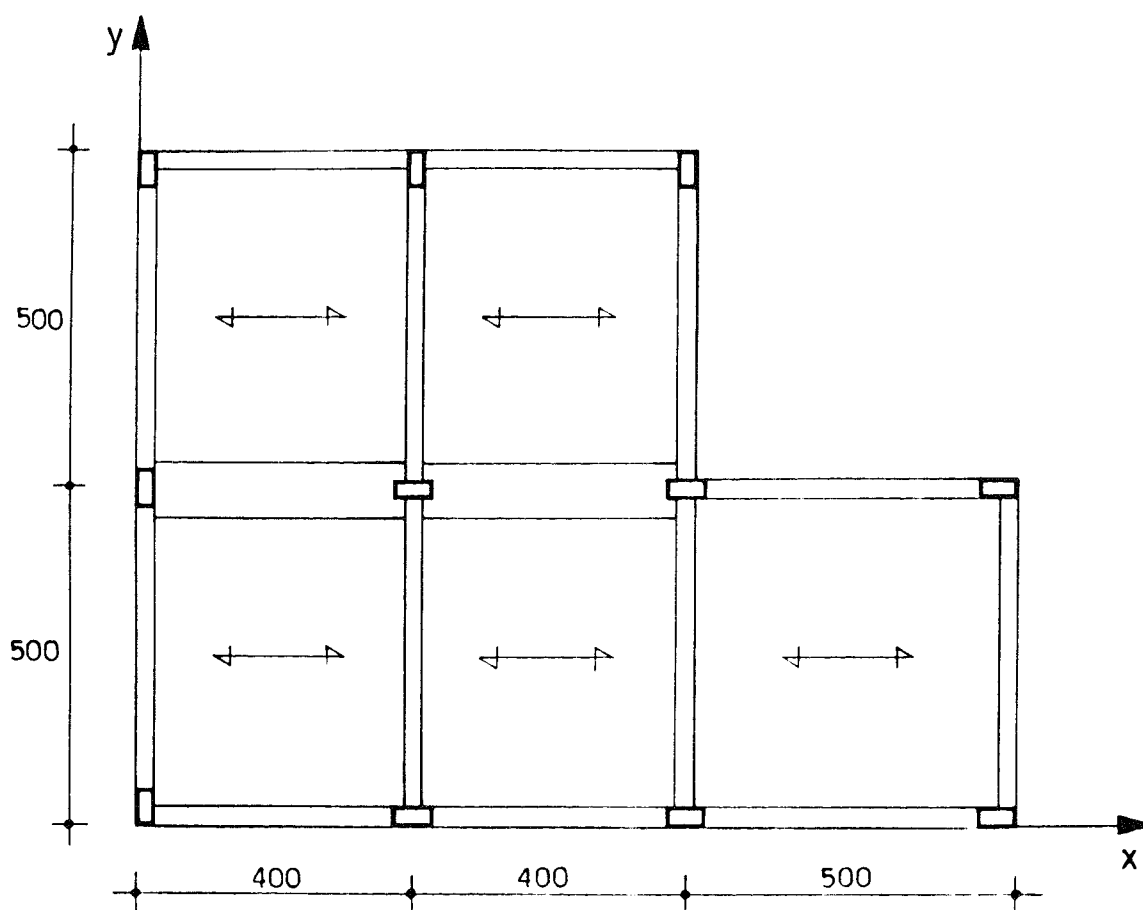


Figura 6.1. Un telaio spaziale costituito da un piccolo fabbricato in c.a. di tre piani (interpiani di 350 cm, travi emergenti sez 30×60 , travi a spessore sez 80×24 , pilastri sez 30×60 , $E = 200.000 \text{ kg cm}^{-2}$). Il peso dell'edificio è stato considerato uniformemente distribuito sugli impalcati (105 t sui primi due e 80 t sulla copertura) con baricentro nel centro di figura ($X_g = 554.76 \text{ cm}$, $Y_g = 440.47 \text{ cm}$).

6.3. Equilibrio dinamico del telaio spaziale

Secondo il principio di D'Alembert in ogni istante si realizza l'equilibrio tra le forze esterne e le cosiddette forze d'inerzia

$$F - ma = 0.$$

Nel caso del telaio spaziale, ipotizzando che tutte le masse siano uniformemente distribuite sugli impalcati, le forze d'inerzia possono con buona approssimazione considerarsi funzione solo degli spostamenti e rotazioni degli impalcati (e non anche delle rotazioni dei nodi dei telai).

Consideriamo l'equilibrio dinamico dei singoli impalcati del telaio quando la sua base fondale è interessata da un movimento sismico orizzontale del suolo. Il telaio subisce un moto rigido di trascinamento che obbliga tutto il fabbricato a seguire lo spostamento del terreno ed un moto di deformazione relativo, rispetto alla sua configurazione indeformata, dovuto all'elasticità del sistema.

Indicando con $A_x(t)$ e $A_y(t)$ le accelerazioni del suolo nelle due direzioni con $\xi_{ok}(t)$, $\eta_{ok}(t)$ e $\varphi_k(t)$ gli spostamenti dell'origine del riferimento e la rotazione dell'impalcato k (sul quale è uniformemente distribuita la massa G_k) rispetto alla base fondale, le forze d'inerzia relative a tale impalcato costituiscono un sistema piano di forze equivalente ad una risultante applicata nell'origine del riferimento $F_{k,in}$ ed ad una coppia $M_{ok,in}$:

$$\begin{aligned} F_{xk,in}(t) &= -G_k (A_x(t) + \ddot{\xi}_{ok}(t) + \ddot{\varphi}(t) \cdot y_{Gk}) \\ F_{yk,in}(t) &= -G_k (A_y(t) + \ddot{\eta}_{ok}(t) - \ddot{\varphi}(t) \cdot x_{Gk}) \\ M_{ok,in}(t) &= -G_k (A_x(t) \cdot y_{Gk} - A_y(t) \cdot x_{Gk} + \ddot{\xi}_{ok}(t) \cdot y_{Gk} + \\ &\quad - \ddot{\eta}_{ok}(t) \cdot x_{Gk} + \ddot{\varphi}_k(t) \cdot R_{ok}^2) \end{aligned} \quad (1)$$

essendo x_{Gk} e y_{Gk} le coordinate del baricentro della massa e R_{ok} il raggio d'inerzia rispetto all'origine.

Le forze esterne applicate agli impalcati sono costituite dai tagli trasmessi dai ritti superiori ed inferiori che insorgono per la deformazione flessionale corrispondente alle tre componenti del moto di ciascun impalcato ($\xi_{ok}(t)$, $\eta_{ok}(t)$, $\varphi_k(t)$); le rotazioni dei nodi, che costituiscono le ulteriori incognite iperstatiche del sistema, sono determinate imponendo l'equilibrio alla rotazione dei nodi.

6.4. Procedimento iterativo di calcolo

Sia assegnata l'accelerazione del suolo mediante le funzioni $A_x(t)$ e $A_y(t)$ che ne esprimono le componenti secondo gli assi di riferimento. Ci proponiamo di risolvere le equazioni di equilibrio dinamico del telaio agli estremi di intervalli di tempo di ampiezza Dt . Il valore Dt , come consigliato da numerosi autori, deve soddisfare per assicurare la convergenza del procedimento la:

$$Dt < \frac{1}{10} \frac{2\pi}{\bar{\omega}} \quad (2)$$

essendo $\bar{\omega}$, tra le pulsazioni principali del telaio spaziale, quella che presenta spostamenti maggiori della direzione di massima accelerazione del terreno.

Sono note, per essere condizioni iniziali assegnate ovvero condizioni finali determinate nel precedente intervallo, le accelerazioni ($\ddot{\xi}_{ok}(t)$, $\ddot{\eta}_{ok}(t)$, $\ddot{\varphi}_k(t)$), le velocità ($\dot{\xi}_{ok}(t)$, $\dot{\eta}_{ok}(t)$, $\dot{\varphi}_k(t)$), gli spostamenti ($\xi_{ok}(t)$, $\eta_{ok}(t)$, $\varphi_k(t)$) e le reazioni elastiche ($T_{ox,k}(t)$, $T_{oy,k}(t)$, $M_{ok}(t)$) di ogni generico impalcato k del telaio rispetto alla sua configurazione indeformata al generico istante t ; ci proponiamo di determinare i valori all'istante $t + Dt$. La procedura che si espone è di tipo iterativo ed è sintetizzata nello schematico diagramma di flusso di fig. 6.2. Il ciclo inizia con l'assumere valori provvisori delle accelerazioni al tempo $t + Dt$ rica-

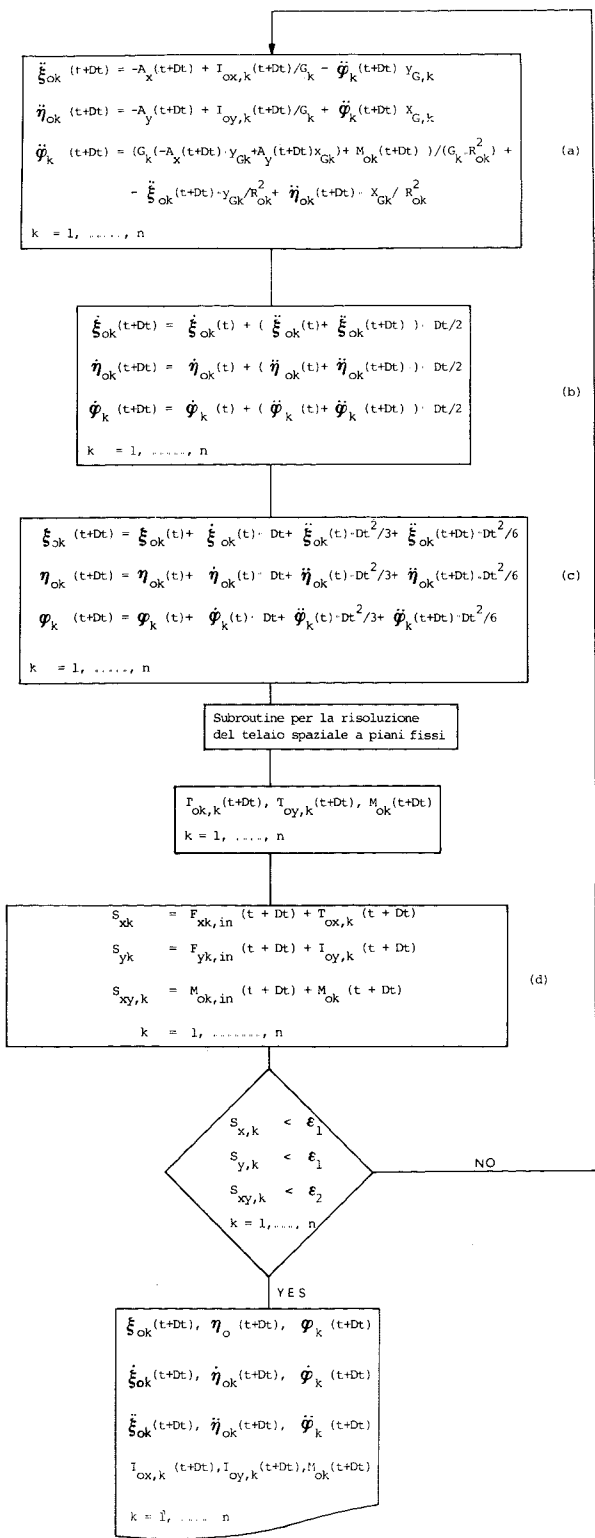


Figura 6.2. Schematico diagramma di flusso della procedura iterativa proposta nel par. 6.4.

vandoli dalle tre equazioni di equilibrio dell'impalcato. Nelle prime due delle (a) compaiono a secondo membro le accelerazioni del suolo ($A_x(t + Dt)$, $A_y(t + Dt)$) che sono assegnate, le reazioni elastiche ($T_{ox,k}(t + Dt)$, $T_{oy,k}(t + Dt)$) e l'accelerazione angolare $\ddot{\varphi}_k(t + Dt)$ per le quali si assumono i valori determinati nella iterazione precedente. Nella prima iterazione $\ddot{\varphi}_k(t + Dt)$ è pertanto assunta eguale a zero mentre per il valore della reazione elastica è risultato più utile, per la rapidità di convergenza del procedimento, assumere i valori determinati all'istante t .

La terza espressione, che fornisce l'accelerazione angolare $\ddot{\varphi}_k(t + Dt)$, utilizza il valore della reazione elastica $M_{ok}(t + Dt)$ dell'iterazione precedente ed i valori delle accelerazioni $\ddot{\xi}_{ok}(t + Dt)$ e $\ddot{\eta}_{ok}(t + Dt)$ aggiornati dalle due precedenti espressioni.

Le successive tre espressioni (b) esprimono le velocità in funzione delle accelerazioni all'estremità dell'intervallo di tempo nell'ipotesi che esse varino linearmente. Con la medesima ipotesi le (c) forniscono gli spostamenti e rotazioni degli impalcati.

Noti questi è necessario determinare le reazioni elastiche del telaio spaziale che si oppongono agli spostamenti e rotazioni degli impalcati. Tali reazioni sono facilmente ottenibili premoltiplicando la matrice di rigidezza del telaio spaziale (ottenuta assemblando le matrici di rigidezza laterali dei singoli telai) per il vettore degli spostamenti.

In questo studio si è preferito utilizzare in questa fase il metodo di rilassamento delle rigidità globali; esso può essere impiegato assai agevolmente considerando che essendo assegnati gli spostamenti e le rotazioni degli impalcati il telaio è divenuto a piani fissi e pertanto va risolto solo mediante equilibramento dei nodi. I tagli dei ritti che si innestano su ciascun impalcato forniscono le reazioni elastiche. Questa procedura, ancorché più onerosa, presenta dei vantaggi che chiariremo più innanzi.

Note le reazioni elastiche le espressioni (d) controllano l'effettivo equilibrio alla traslazione e rotazione degli impalcati con i valori delle accelerazioni e delle reazioni elastiche determinate. Se lo squilibrio non è inferiore ai valori di tolleranza assegnati si ripercorre il ciclo dal blocco d'istruzione (a); se invece lo è sono disponibili i valori delle accelerazioni, velocità, spostamenti e reazioni elastiche degli n impalcati all'istante $t + Dt$ che si assumeranno come condizioni iniziali nel successivo intervallo di tempo.

Avendo adoperato un metodo di rilassamento per la determinazione delle reazioni elastiche del telaio sono anche disponibili i valori di tutte le altre incognite iperstatiche del telaio (rotazioni dei nodi) e di conseguenza lo stato di sollecitazione completo di tutte le membrature in quel determinato istante; se si è operato con la matrice di rigidezza esso è ottenibile caricando il telaio spaziale con un sistema di azioni sollecitanti eguale e contrario alle reazioni elastiche determinate.

Nella fig. 6.3 è graficizzato il risultato di tale analisi dinamica applicata al piccolo fabbricato di fig. 6.1. L'esempio utilizza un possibile terre-

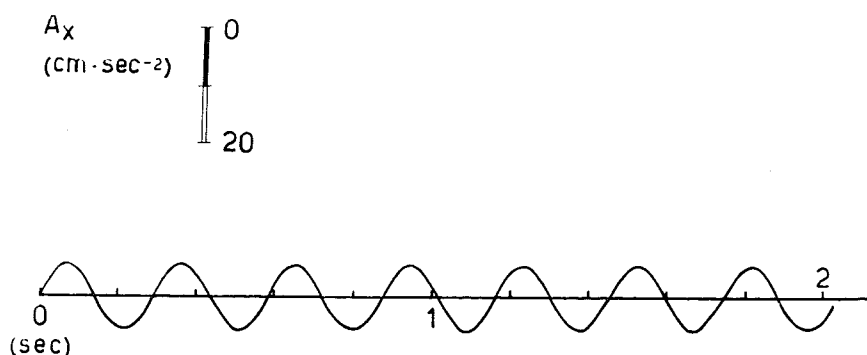


Figura 6.3 a) Accelerazione del terreno assunta nell'esempio numerico.

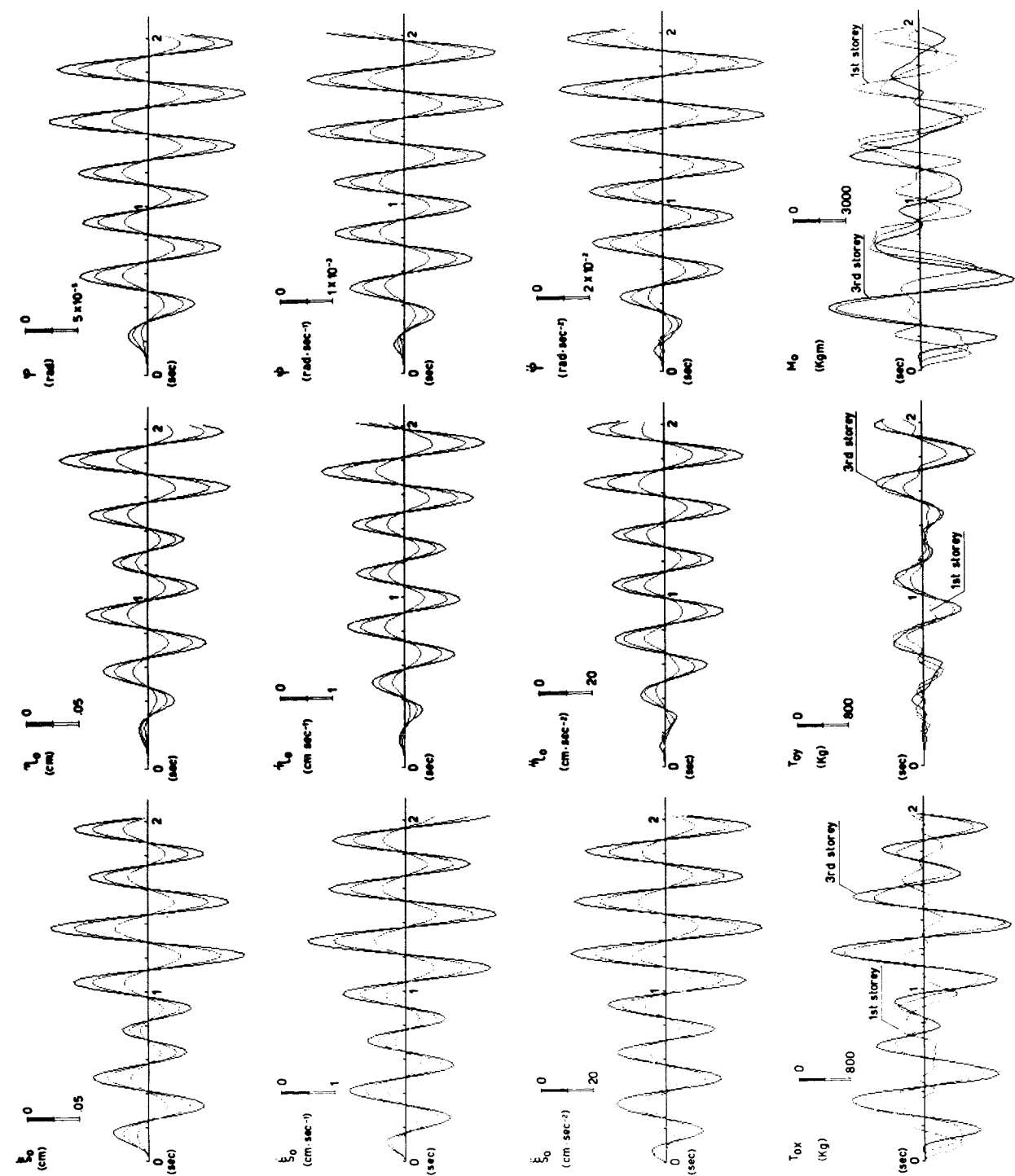


Figura 6.3.b) Risultati dell'analisi dinamica del fabbricato di cui alla fig. 6.1., sottoposto al fenomeno ondulatorio rappresentato nelle fig. 6.3. a) in assenza di smorzamenti viscosi.

moto di progetto determinato in [11] caratterizzato da un'accelerazione del suolo di tipo sinusoidale

$$a(t) = -a_{\max} \sin \psi t$$

ove $a_{\max} = 5.62 \text{ cm sec}^{-2}$ e $\psi = 21.66 \text{ rad sec}^{-1}$. Il fenomeno ondulatorio è stato considerato agire in direzione x , l'indagine è stata limitata ai primi due secondi, con incrementi di tempo pari a due centesimi di secondo.

6.5. L'influenza degli effetti viscosi.

Nei paragrafi precedenti non abbiamo considerato le forze di smorzamento che dipendono dall'attrito interno e dalla resistenza del fluido che circonda la struttura; la dissipazione di energia produce una generale attenuazione dei fenomeni nel tempo di entità quasi mai trascurabile.

La valutazione di tali azioni è certamente problematica; generalmente s'interpretano tali azioni come di tipo viscoso e quindi proporzionali alla velocità del sistema.

Nel nostro studio è risultato agevole accogliere la posizione certamente approssimata [9] che pone la matrice degli smorzamenti proporzionale a quella delle masse. Come fattore di proporzionalità si è assunto

$$\beta = 2 \nu \bar{\omega} \quad (3)$$

ove ν è il fattore di smorzamento caratteristico del tipo di struttura in esame (ad es. $\nu = .05$ per telai in c.a.) ed $\bar{\omega}$ la pulsazione più significativa in relazione all'accelerazione del terreno.

Con queste ipotesi semplificative le azioni smorzanti ad ogni impalcato formano anch'esse un sistema piano equivalente ad una risultante $F_{k,vis}$ applicata nella origine e ad una coppia $M_{ok,vis}$:

$$F_{xk,vis}(t) = -2 \nu \bar{\omega} G_k (\dot{\xi}_{ok}(t) + \dot{\phi}_k(t) \cdot Y_{Gk})$$

$$F_{yk,vis}(t) = -2 \nu \bar{\omega} G_k (\dot{\eta}_{ok}(t) - \dot{\phi}_k(t) \cdot X_{Gk}) \quad (4)$$

$$M_{ok,vis} = -2 \nu \bar{\omega} G_k (\dot{\xi}_{ok}(t) + Y_{Gk}(t) - \dot{\eta}_{ok}(t) X_{Gk} + \dot{\phi} R_{ok}^2)$$

Tali azioni si sommano alle reazioni elastiche ed alle forze d'inerzia nelle equazioni di equilibrio modificando il blocco di istruzioni (a) e (d) della procedura di calcolo illustrata (fig. 6.4.).

Nella fig. 6.5 son graficizzati i risultati ottenuti per il medesimo piccolo fabbricato adottando $\nu = 0,05$ ed $\bar{\omega} = 14.569 \text{ sec}^{-1}$ (pulsazione relativa alla minima oscillazione libera principale con spostamenti prevalenti nella direzione x).

6.6. Il contributo delle tompagnature.

Com'è noto il comportamento del fabbricato varia notevolmente ove si consideri la collaborazione dei pannelli in muratura che sono normalmente inseriti nei telai perimetrali (fig. 6.6). Tali pannelli conferiscono una elevata rigidità al fabbricato e si sono rivelati molto utili per assorbire quote notevoli dell'energia sismica fino a che il superamento della resistenza della muratura o fenomeni di instabilità non li hanno messi fuori servizio restituendo interamente al nudo telaio la funzione resistente.

Il metodo delle rigidità globali consente di valutare la collaborazione dei pannelli mediante l'aggiunta di telai ausiliari con traversi infinitamente rigidi e ritzi fittizi «equivalenti» ai pannelli [3]. L'inerzia dei ritzi fittizi è fornita dall'espressione

$$I^a = \frac{E_m}{E_c} \frac{s^3}{12} \frac{\sin^4 \alpha}{2}$$

essendo E_m il modulo di elasticità della muratura, s ed l lo spessore e la lunghezza del pannello ed α l'inclinazione sull'orizzontale della diagonale compressa.

Nella fig. 6.7 sono graficizzati i risultati dell'analisi dinamica del telaio spaziale irrigidito da pannelli in muratura lungo il perimetro ($s = 30$ cm; $E_m = 40.000$ kg/cm²). Avendo adoperato la medesima scala delle precedenti rappresentazioni per consentire un rapido confronto, sono riportati solo i diagrammi dei parametri numericamente significativi nella suddetta scala.

a)

$$\begin{aligned}\ddot{\xi}_{ok}(t + Dt) &= -A_x(t + Dt) + T_{ox,k}(t + Dt)/G_k - \ddot{\varphi} \cdot y_{Gk} \\ &\quad - 2\nu\bar{\omega} \cdot (\xi_{ok}(t + Dt) + \dot{\varphi}_k \cdot y_{Gk}) \\ \ddot{\eta}_{ok}(t + Dt) &= -A_y(t + Dt) + T_{oy,k}(t + Dt)/G_k + \ddot{\varphi} \cdot y_{Gk} \\ &\quad - 2\nu\bar{\omega} \cdot (\eta_{ok}(t + Dt) - \dot{\varphi}_k \cdot x_{Gk}) \\ \ddot{\varphi}_k(t + Dt) &= (G_k(-A_x(t + Dt)y_{Gk} + A_y(t + Dt)x_{Gk}) + M_{ok}(t + Dt))/(G_k \cdot R_{ok}^2) - \\ &\quad - 2\nu\bar{\omega}(\dot{\xi}_{ok}(t + Dt) \cdot y_{Gk} - \dot{\eta}_{ok} \cdot x_{Gk} + \dot{\varphi}_k \cdot R_{ok}^2)/R_{ok}^2\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}S_{x,k} &= F_{xk,in}(t + Dt) + F_{xk,vis}(t + Dt) + T_{ox,k}(t + Dt) \\ S_{y,k} &= F_{yk,in}(t + Dt) + F_{yk,vis}(t + Dt) + T_{oy,k}(t + Dt) \\ S_{xy,k} &= M_{ok,in}(t + Dt) + M_{ok,vis}(t + Dt) + M_{ox}(t + Dt)\end{aligned}$$

Figura 6.4. I blocchi di istruzioni a) e d) inseriti nel diagramma di flusso rappresentato nella fig. 6.2 si modificano per tener conto degli effetti viscosi.

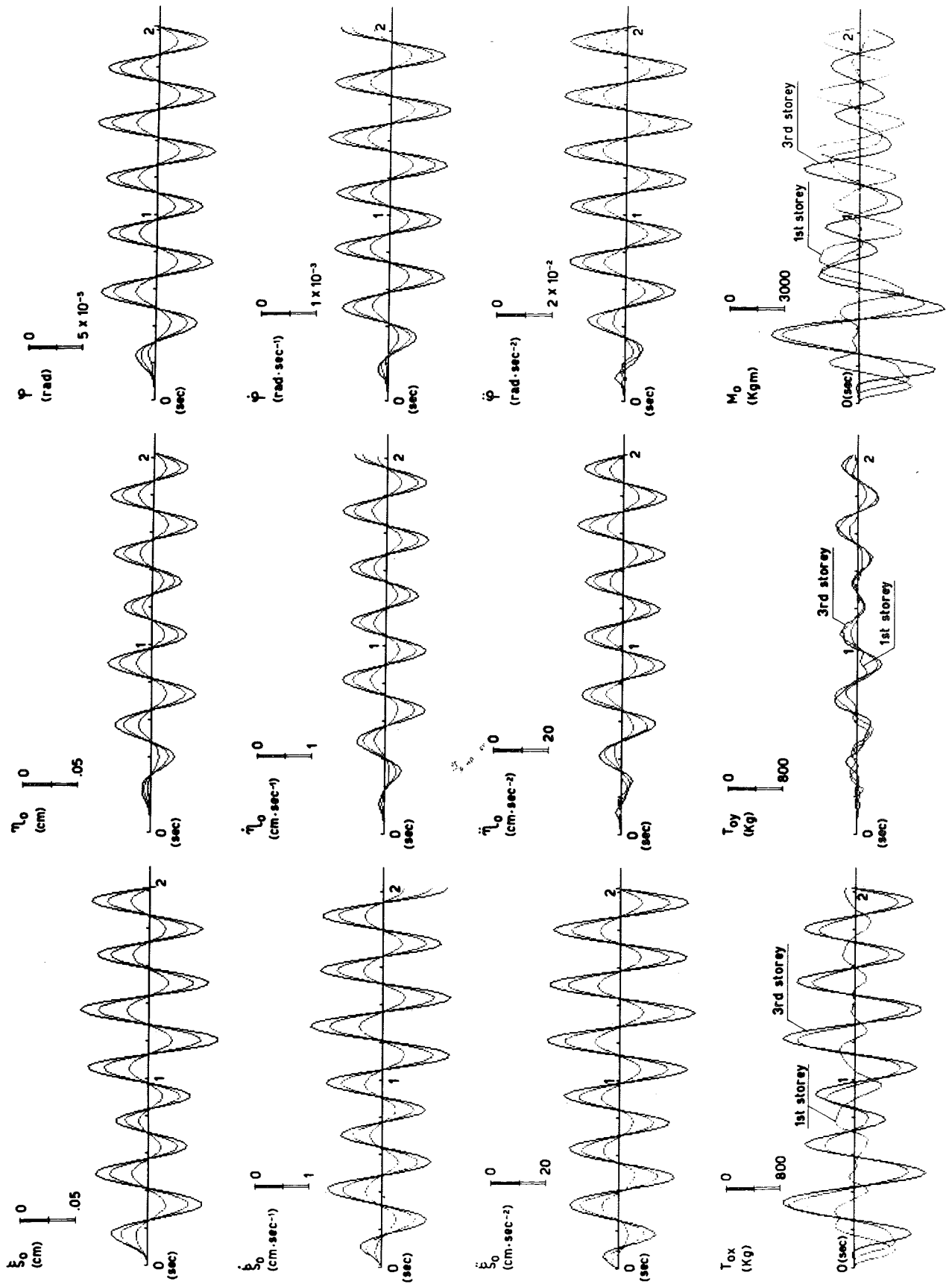


Figura 6.5. Risultati dell'analisi dinamica del fabbricato di fig. 6.1., sottoposto al fenomeno ondulatorio rappresentato in fig. 6.3 a), tenendo conto di effetti viscosi smorzanti.

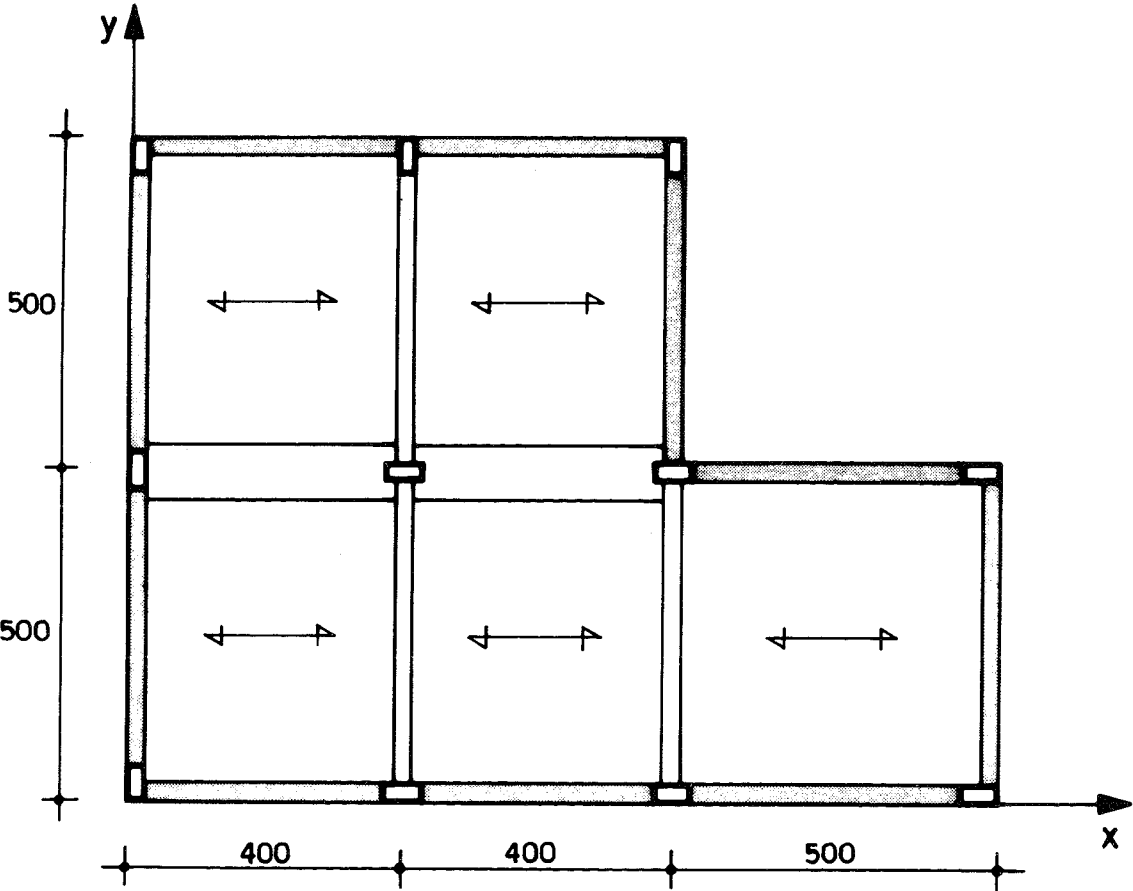


Figura 6.6. L'inserimento delle tompagnature perimetrali ($E_m = 40.000 \text{ km cm}^2$, $s = 30 \text{ cm}$) conferisce al telaio spaziale un'elevata rigidità.

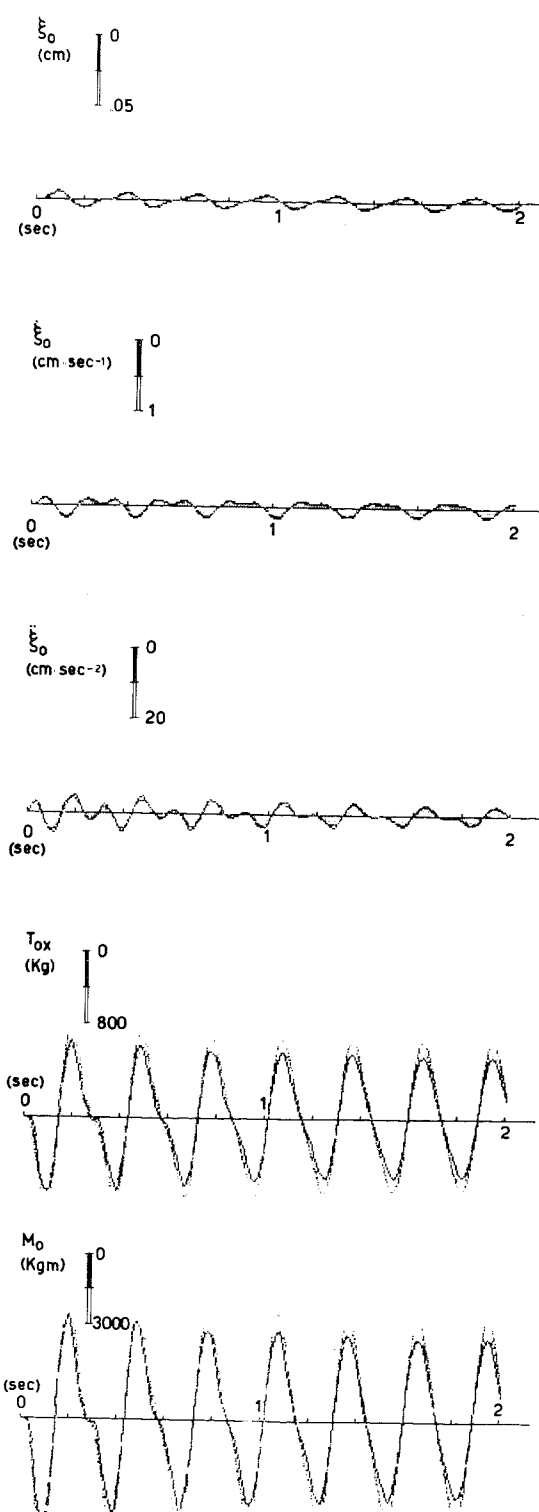


Figura 6.7. Risultati dell'analisi dinamica del fabbricato di cui alla fig 6.1., sottoposto al fenomeno ondulatorio rappresentato in fig 6.3 a), tenendo conto della collaborazione delle tompagnature perimetrali

Bibliografia

1. P. Lenza: *Un metodo iterativo per l'analisi modale dei telai*, in *Ingegneria Sismica* n° 2/1985
2. M. Pagano: *Teoria degli Edifici. Telai per edifici a maglie rettangolari*, vol. 3 tomo 1, Liguori Editore, Napoli 1979.
3. M. Pagano: *Teoria degli Edifici. Telai per edifici. Schemi particolari*, Vol. 3 tomo 2, Liguori Editore, Napoli 1981.
4. A. Ghersi: «Strutture intelaiate spaziali per edifici», in *Giornale del Genio Civile*, Fascicolo 4-5-6 1977.
5. M. Capurso: *Introduzione al calcolo automatico delle strutture*, E.S.A.C. Roma 1977.
6. R. Ramasco: Appunti del Corso di *Dinamica delle Costruzioni ed Ingegneria Sismica*, Napoli, anno acc. 1985-86.
7. C. Gavarina, M. Mele, R. Ramasco: *Progettazione di strutture in c.a. in zona sismica*, CISM, Udine 1982
8. AA.VV.: *Costruzioni in zona sismica*, Masson Italia Editori, Milano 1981
9. J. S. Przenieniecki: *Theory of matrix structural analysis*, McGraw Hill Book Company.
10. M. Capurso: *Edifici soggetti a forze orizzontali. Calcolo automatico*, E.S.A.C. Roma 1984
11. S. Santorelli: «La costruzione di terremoti artificiali: lo spettro di progetto in *Giornale del Genio Civile*, Roma 1973.
12. S. Santorelli: «La costruzione di terremoti artificiali: il terremoto di progetto» in *Giornale del Genio Civile*, Roma 1976.
13. S. Santorelli: «Dai dati accelerometrici alla valutazione degli spostamenti del suolo» in *Red. dell'Acc. di Scienze Fis. e Matem. della Società Naz. di Scienze, Lettere ed Arti in Napoli*, Serie 4, vol. XL, 1973.
14. R. Ramasco, S. Santorelli: «L'influenza dello smorzamento e del comportamento elasto-plastico sulla risposta sismica di ossature intelaiate piane» in *Giornale del Genio Civile*, Fasc. 10-11-12, Roma 1974.

APPENDICE AL CAPITOLO SESTO

PROGRAMMI DI CALCOLO PER L'ANALISI DINAMICA DEI TELAI SPAZIALI DI EDIFICI SOGGETTI AD OSCILLAZIONI FORZATE COL METODO ITERATIVO DI NEWMARK UTILIZZANDO IL METODO DI RILASSAMENTO DELLE RIGIDITÀ GLOBALI.

Pietro Lenza

a. Introduzione.

b. Schema della struttura

Rinviamo per quanto attiene alle considerazioni introduttive ed alla schematizzazione della struttura dell'edificio agli analoghi paragrafi dell'Appendice al Cap. 5.

c. Variabili d'ingresso

La lista dei DATA dei programmi presentati in questo capitolo coincide con quella del primo programma del capitolo precedente con l'unica aggiunta, in coda alla suddetta lista, del tempo di integrazione [DT] e, nel caso che si consideri anche l'effetto degli smorzamenti viscosi, del parametro BETA [SM]. Non sono previsti altri dati da fornire mediante l'istruzione INPUT. L'eccitazione sismica del suolo viene assegnata direttamente nel programma nelle linee 156-166 ove viene trasformata direttamente in forza d'inerzia di trascinamento e deve essere particolarizzata al fenomeno di esame. Nel caso che l'accelerazione del suolo non sia esprimibile con una funzione continua, come nell'esempio considerato nel testo, occorrerà modificare il suddetto segmento del programma leggendo, ad ogni istante T le accelerazione da considerare; queste saranno memorizzate in coda alle altre variabili d'ingresso come ulteriore lista di DATA.

d. Struttura dei programmi

I due programmi presentati differiscono tra loro per considerare il secondo anche gli effetti viscosi che producono lo smorzamento dei fenomeni. Vengono così a modificarsi solo il blocco di istruzione a) e d) così come illustrato nel testo.

In entrambi i programmi si utilizza come routine fondamentale per il calcolo delle reazioni elastiche il calcolo del telaio spaziale con il metodo delle rigidità globali. In questo caso tuttavia, essendo prefissata la traslazione e rotazione degli impalcati, il telaio da analizzare è ad impalcati fissi per cui è sufficiente utilizzare il blocco di istruzioni relativo all'operazione di rotazione dei nodi e quello di controllo dell'equilibrio dei nodi; ottenuta la convergenza dei valori si utilizzano le equazioni di equilibrio alla traslazione e rotazione dei piani per ottenere il sistema di reazioni elastiche del telaio.

Nel seguito si riporta il listato completo del primo programma con la lista dei DATA relativa all'esempio illustrato nel testo, la parte del secondo programma che differisce dal primo ed infine lo schema della struttura coi telai ausiliari che simulano la collaborazione dei pannelli murari (fig. 6.8) e la lista dei DATA relativi.

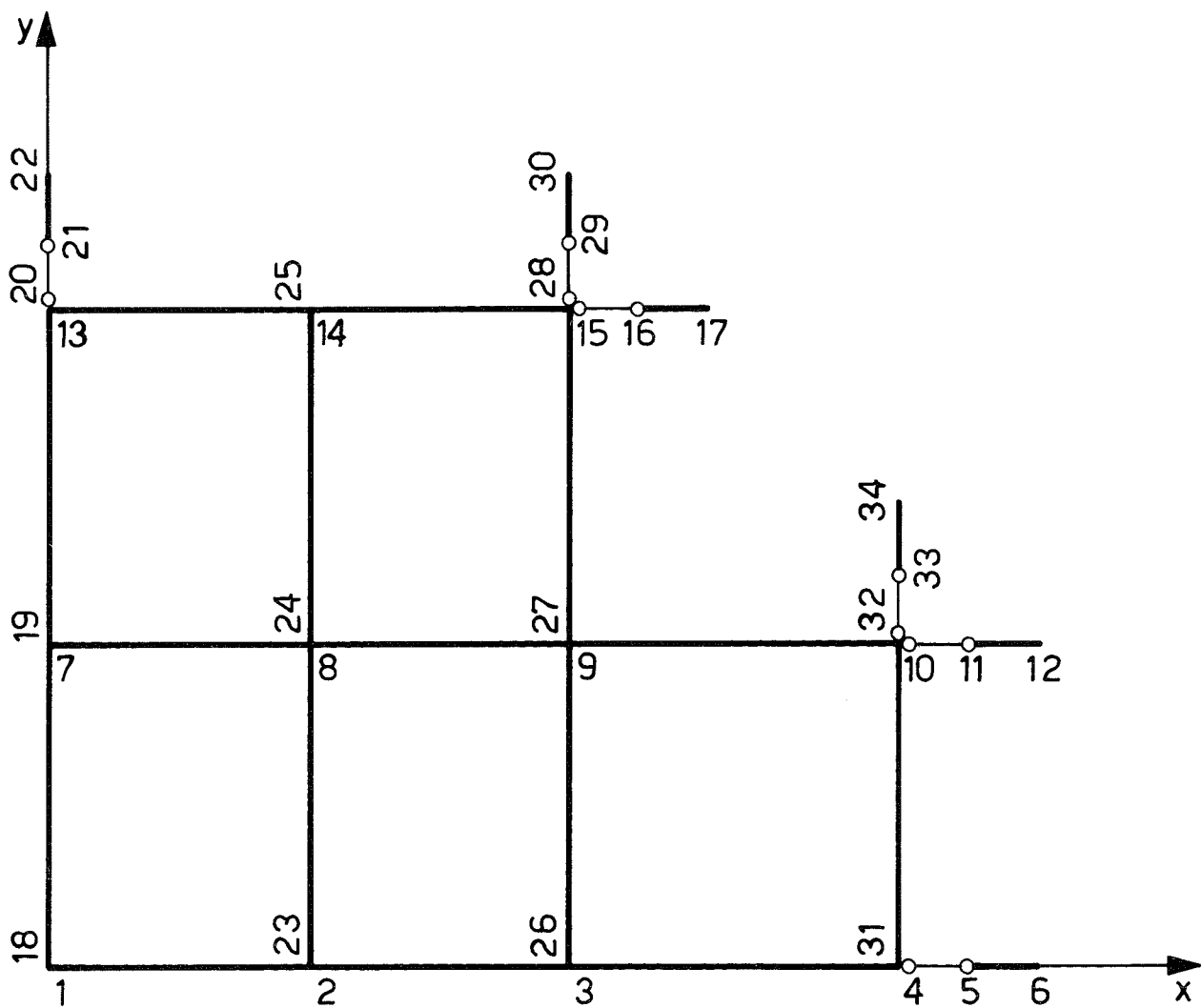


Figura 6.8. Schema strutturale del telaio spaziale modificato dai telai ausiliari « equivalenti » ai pannelli murari (cfr. fig. 5.9).

e. Elenco delle principali variabili di lavoro e di uscita dei programmi relativi al Cap. 6

Le principali variabili sono già elencate nel corrispondente paragrafo dell'appendice del Cap. 5 al quale si rinvia il lettore. Nel seguito si elencano alcune variabili specifiche dei programmi presentati in questa appendice.

TP	Variabile provvisoria che esprime, ad ogni passo del procedimento, il valore aggiornato del tempo [sec];
FOX (K), FOY (K), MO (K)	sistema di azioni inerziali di trascinamento del sistema per effetto del moto del suolo, riferito all'origine del riferimento ed al piano K [Kg], [Kg], [Kg cm];

- AX (K, 1), AY (K, 1) AF (K, 1) accelerazioni tangenziali ed angolari del piano k, per il moto relativo di deformazione del sistema rispetto alla base fondale, all'inizio dell'intervallo di tempo considerato [cm sec⁻², [cm sec⁻², [rad sec⁻²];
- AX (K, 2), AY (K, 2), AF (K, 2) accelerazioni tangenziali ed angolari del piano k, per il moto relativo di deformazione del sistema rispetto alla sua base fondale, alla fine dell'intervallo di tempo considerato [cm sec⁻², [cm sec⁻², [rad sec⁻²];
- VX (K, 1), VY (K, 1), VF (K, 1) velocità tangenziali ed angolari del piano K, per il moto relativo di deformazione rispetto alla base fondale del sistema, all'inizio dell'intervallo di tempo considerato [cm sec⁻¹, [cm sec⁻¹, [rad sec⁻¹];
- VX (K, 2), VY (K, 2), VF (K, 2) velocità tangenziali ed angolari del piano K, per il moto relativo di deformazione rispetto alla base fondale del sistema, alla fine dell'intervallo di tempo considerato [cm sec⁻¹, [cm sec⁻¹, [rad sec⁻¹];
- DOX (K, 1), DOY (K, 1) F (K, 1) spostamenti e rotazione del piano k, per il moto relativo di deformazione rispetto alla base fondale del sistema, all'inizio dell'intervallo di tempo considerato [cm], [cm], [rad];
- DOX (K, 2), DOY (K, 2), F (K, 2) spostamenti e rotazione dl piano k, per il moto relativo di deformazione rispetto alla base fondale del sistema, alla fine dell'intervallo di tempo considerato [cm], [cm], [rad].

```

5   'Programma per l'analisi dinamica del telaio spaziale col
    metodo di Newmark
    Tutti i dati sono forniti in kg-cm-sec
10  KEY OFF:CLS
12  SCREEN 1
14  COLOR 1,1
16  CLS:OPTION BASE 1
18  PRINT"ANALISI DINAMICA TELAIO SPAZIALE          COL METODO DI NEWMARK"
20  READ E,KZ,JX,JY 'legge il modulo di elasticità, il numero dei
    piani, il numero dei telai // x e // y
22  JZ=JX+JY
24  DIM IR(20),Y(20),X(20)
26  FOR J=2 TO JZ+1
28  READ IR(J)' legge il numero dell'ultimo ritto del telaio j-1
30  NEXT J
32  DIM L(100),H(6),WR(100,6),WT(100,6),GMX(6),GMY(6),W(6)
34  DIM G(6),FI(100,6),FRX(6),FRY(6),DF(6)
    DIM
36  DIM AX(6,2),AY(6,2),AF(6,2),VX(6,2),VY(6,2),VF(6,2),DOX(6,2),
    DOY(6,2),F(6,2)
38  DIM FOX(6),FOY(6),MO(6),QX(6),QY(6),MR(6)
40  FOR J=1 TO JX
42  READ Y(J)'legge le ordinate dei telai // x
44  NEXT J
46  FOR J=JX+1 TO JZ
48  READ X(J)'legge le ascisse dei telai // y
50  NEXT J
52  FOR J=1 TO JZ
54  FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)-1
56  READ L(I)' legge le luci delle campate di tutti i telai
58  NEXT I:NEXT J
60  FOR K=1 TO KZ
62  READ H(K)' legge le altezze dei piani
64  NEXT K
66  READ NTST'legge il numero di tipi di sezione delle travi
68  DIM BT(20),HT(20)
70  FOR I=1 TO NTST
72  READ BT(I),HT(I)'legge le ntst coppie b-h delle sezioni delle travi
74  NEXT I
76  READ NTSR'legge il numero di tipi di sezione dei ritti
78  DIM BR(20),HR(20)
80  FOR I=1 TO NTSR
82  READ BR(I),HR(I)'legge le ntsr coppie b-h delle sezioni dei ritti
84  NEXT I
86  FOR K=1 TO KZ
88  FOR J=1 TO JZ
90  FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
92  IF I=IR(J+1) THEN 98
94  READ Z,X 'legge il numero della sezione del ritto e della
    trave procedendo dal primo all'ultimo piano e per ciascun
    piano dal primo all'ultimo telaio
96  GOTO 100
98  READ Z:GOTO 102
100 WT(I,K)=E*BT(X)*HT(X)^3/(12*L(I))
102 WR(I,K)=E*BR(Z)*HR(Z)^3/(12*H(K))
104 NEXT I:NEXT J:NEXT K
106 REM          BARICENTRO MASSE
108 FOR K=1 TO KZ
110 READ GMX(K),GMY(K)'legge le coordinate del baricentro delle masse
112 NEXT K
114 WIDTH "lpt1:",130:LPRINT CHR$(15)

```

```

116 LPRINT"Salerno, ";DATE$:LPRINT:LPRINT"Analisi dinamica telaio
    spaziale"
118 LPRINT"Metodo iterativo di Newmark"
120 LPRINT:LPRINT
122 LPRINT "BARICENTRO MASSE"
124 LPRINT"PIANO","X","Y"
126 LPRINT"N.", "(CM)", "(CM)"
128 FOR K=1 TO KZ
130 LPRINT K,GMX(K),GMY(K)
132 NEXT K:LPRINT:LPRINT
134 FOR K=1 TO KZ
136 READ W(K)'legge le masse ponderali in kg-peso
138 NEXT K
140 READ RO 'legge il raggio d'inerzia rispetto all'origine del
    piano tipo
142 FOR K=1 TO KZ
144 G(K)=W(K)/981'trasforma le masse in kg*sec^2/cm
146 NEXT K
148 OPEN "o",1,"B:tab1" 'apre un file ove memorizzare i risultati
    relativi all'istante tp
150 CLS
152 READ DT 'legge l'intervallo di tempo di integrazione
154 TP=TP+DT
156 'determina ai vari piani le forze d'inerzia di trascinamento
    provocate dal fenomeno ondulatorio assegnato
158 FOR K=1 TO KZ
160 FOX(K)=G(K)*5.62*SIN(21.66*TP)
162 FOY(K)=0
164 MO(K)=FOX(K)*GMY(K)-FOY(K)*GMX(K)
166 NEXT K
168 FOR K=1 TO KZ'blocco di istruzioni a)
170 AX(K,2)=FOX(K)/G(K)+(QX(K)-QX(K+1))/G(K)-AF(K,2)*GMY(K)
172 AY(K,2)=FOY(K)/G(K)+(QY(K)-QY(K+1))/G(K)+AF(K,2)*GMX(K)
174 AF(K,2)=(MO(K)+MR(K)-MR(K+1))/(G(K)*RO^2)+
    -AX(K,2)*GMY(K)/RO^2+GMX(K)*AY(K,2)/RO^2
176 PRINT AX(K,2);AY(K,2);AF(K,2)
178 NEXT K
180 FOR K=1 TO KZ'blocco di istruzioni b)
182 VX(K,2)=VX(K,1)+(AX(K,1)+AX(K,2))*DT/2
184 VY(K,2)=VY(K,1)+(AY(K,1)+AY(K,2))*DT/2
186 VF(K,2)=VF(K,1)+(AF(K,1)+AF(K,2))*DT/2
188 NEXT K
190 FOR K=1 TO KZ'blocco di istruzioni c)
192 DOX(K,2)=DOX(K,1)+VX(K,1)*DT+AX(K,1)*DT^2/3+AX(K,2)*DT^2/6
194 DOY(K,2)=DOY(K,1)+VY(K,1)*DT+AY(K,1)*DT^2/3+AY(K,2)*DT^2/6
196 F(K,2)=F(K,1)+VF(K,1)*DT+AF(K,1)*DT^2/3+AF(K,2)*DT^2/6
198 NEXT K
200 FRX(1)=DOX(1,2)/H(1):FRY(1)=DOY(1,2)/H(1):DF(1)=F(1,2)
202 FOR K=2 TO KZ
204 FRX(K)=(DOX(K,2)-DOX(K-1,2))/H(K)
206 FRY(K)=(DOY(K,2)-DOY(K-1,2))/H(K)
208 DF(K)=F(K,2)-F(K-1,2)
210 NEXT K
212 GOSUB 1000 'rinvia alla subroutine per la risoluzione del
    telaio spaziale a piani fissi
214 FOR K=1 TO KZ 'blocco di istruzioni d) e controllo della
    tollerabilità dello squilibrio
216 S=FOX(K)/G(K)+(QX(K)-QX(K+1))/G(K)-AF(K,2)*GMY(K)-AX(K,2)
218 PRINT S
220 IF ABS(S/AX(K,2))>.001 THEN 168
222 S=FOY(K)/G(K)+(QY(K)-QY(K+1))/G(K)+AF(K,2)*GMX(K)-AY(K,2)

```

```

224 PRINT S
226 IF ABS(S/AY(K,2))>.001 THEN 168
228 S=(MO(K)+MR(K)-MR(K+1))/(G(K)*RO^2)-AX(K,2)*GMY(K)/RO^2+
    +GMX(K)*AY(K,2)/RO^2-AF(K,2)
230 IF ABS(S/AF(K,2))>.001 THEN 168
232 PRINT S
234 NEXT K
236 REM memorizza su file tab i risultati
238 PRINT#1,TP
240 FOR K=1 TO KZ
242 PRINT#1,DOX(K,2);DOY(K,2);F(K,2)
244 PRINT#1,VX(K,2);VY(K,2);VF(K,2)
246 PRINT#1,AX(K,2);AY(K,2);AF(K,2)
248 PRINT#1,QX(K)-QX(K+1);QY(K)-QY(K+1);MR(K)-MR(K+1)
250 NEXT K
252 'istruzioni per la stampa dei risultati
254 LPRINT" T= ";TP;"sec"
256 LPRINT "piano" TAB(10) "Ax" TAB(25) "Ay" TAB(40) "Af" TAB(55)
    "Dox" TAB(70)"Doy" TAB(85) "R"
258 FOR K=1 TO KZ
260 LPRINT K TAB(10) AX(K,2) TAB(25) AY(K,2) TAB(40) AF(K,2)
    TAB(55) DOX(K,2) TAB(70) DOY(K,2) TAB(85) F(K,2)
262 NEXT K
264 LPRINT "piano" TAB(10) "Fox" TAB(25) "Foy" TAB(40) "Mo"
    TAB(55) "Rx" TAB(70)"Ry" TAB(85) "Mr"
266 FOR K=1 TO KZ
268 LPRINT K TAB(10) FOX(K) TAB(25) FOY(K) TAB(40) MO(K) TAB(55)
    QX(K)- QX(K+1) TAB(70) QY(K)-QY(K+1) TAB(85) MR(K)-MR(K+1)
270 NEXT K
272 LPRINT "piano" TAB(10) "Vx" TAB(25) "Vy" TAB(40) "Vf"
274 FOR K=1 TO KZ
276 LPRINT K TAB(10) VX(K,2) TAB(25) VY(K,2) TAB(40) VF(K,2)
278 NEXT K
280 FOR K=1 TO KZ
282 AX(K,1)=AX(K,2):AY(K,1)=AY(K,2):AF(K,1)=AF(K,2)
284 VX(K,1)=VX(K,2):VY(K,1)=VY(K,2):VF(K,1)=VF(K,2)
286 DOX(K,1)=DOX(K,2):DOY(K,1)=DOY(K,2):F(K,1)=F(K,2)
288 NEXT K
290 IF TP>=2 THEN CLOSE#1
292 IF TP>=2 THEN STOP
294 GOTO 154
1000 'Subroutine per la risoluzione del telaio spaziale a piani
    fissi mediante equilibramenti di nodo
1002 FOR J=1 TO JX
1004 FOR K=1 TO KZ
1006 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1008 Q=0
1010 S=-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J))/H(K))
1012 .Q=WR(I,K)
1014 IF K>1 THEN 1016 ELSE 1018
1016 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1018 IF K<KZ THEN 1020 ELSE 1024
1020 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+DF(K+1)*(Y(J))/H(K+1))+
    +2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1022 Q=Q+WR(I,K+1)
1024 IF I>IR(J)+1 THEN 1026 ELSE 1030
1026 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1028 Q=Q+WT(I-1,K)
1030 IF I<IR(J+1) THEN 1032 ELSE 1036
1032 S=S+WT(I,K)*FI(I+1,k)*2
1034 Q=Q+WT(I,K)

```

```

1036 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1038 NEXT I
1040 NEXT K
1042 NEXT J
1044 FOR J=JX+1 TO JZ
1046 FOR K=1 TO KZ
1048 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1050 Q=0
1052 S=-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(-X(J))/H(K))
1054 Q=WR(I,K)
1056 IF K>1 THEN 1058 ELSE 1060
1058 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1060 IF K<KZ THEN 1062 ELSE 1066
1062 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+DF(K+1)*(-X(J))/H(K+1))+
  2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1064 Q=Q+WR(I,K+1)
1066 IF I>IR(J)+1 THEN 1068 ELSE 1072
1068 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1070 Q=Q+WT(I-1,K)
1072 IF I<IR(J+1) THEN 1074 ELSE 1078
1074 S=S+2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
1076 Q=Q+WT(I,K)
1078 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1080 NEXT I
1082 NEXT K
1084 NEXT J
1086 REM CONTROLLO EQUILIBRIO NODI
1088 FOR J=1 TO JX
1090 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1092 FOR K=1 TO KZ
1094 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J))/H(K))
1096 IF K<KZ THEN 1098 ELSE 1100
1098 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+
  DF(K+1)*(Y(J))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1100 IF I>IR(J)+1 THEN 1102 ELSE 1104
1102 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))
1104 IF I<IR(J+1) THEN 1106 ELSE 1108
1106 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1108 IF K>1 THEN 1110 ELSE 1112
1110 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1112 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1114 NEXT K
1116 NEXT I
1118 NEXT J
1120 FOR J=JX+1 TO JZ
1122 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1124 FOR K=1 TO KZ
1126 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(-X(J))/H(K))
1128 IF K<KZ THEN 1130 ELSE 1132
1130 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+
  DF(K+1)*(-X(J))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1132 IF I>IR(J)+1 THEN 1134 ELSE 1136
1134 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))
1136 IF I<IR(J+1) THEN 1138 ELSE 1140
1138 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1140 IF K>1 THEN 1142 ELSE 1144
1142 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1144 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1146 NEXT K
1148 NEXT I
1150 NEXT J

```

```

2000 'Determina le reazioni elastiche del telaio spaziale
2002 FOR K=1 TO KZ:S=0
2004 FOR J=1 TO JX
2006 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2008 S=S+6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRX(K)-2*DF(K)*Y(J)/H(K))
2010 IF K>1 THEN 2012 ELSE 2014
2012 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)
2014 NEXT I
2016 NEXT J
2018 QX(K)=S/H(K)
2020 NEXT K
2022 FOR K=1 TO KZ:S=0
2024 FOR J=JX+1 TO JZ
2026 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2028 S=S+6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRY(K)+2*DF(K)*X(J)/H(K))
2030 IF K>1 THEN 2032 ELSE 2034
2032 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)
2034 NEXT I
2036 NEXT J
2038 QY(K)=S/H(K)
2040 NEXT K
2042 REM REAZ. ELAST. MR(K)
2044 FOR K=1 TO KZ:S=0
2046 FOR J=1 TO JX
2048 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2050 S=S+6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRX(K)-2*DF(K)*Y(J)/H(K))*Y(J)
2052 IF K>1 THEN 2054 ELSE 2056
2054 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)*Y(J)
2056 NEXT I
2058 NEXT J
2060 FOR J=JX+1 TO JZ
2062 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2064 S=S+6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRY(K)+2*DF(K)*X(J)/H(K))*(-X(J))
2066 IF K>1 THEN 2068 ELSE 2070
2068 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(-X(J))
2070 NEXT I
2072 NEXT J
2074 MR(K)=S/H(K)
2076 NEXT K
2078 RETURN
10000 DATA 2e5,3,3,4
10002 DATA 4,8,11,14,17,20,22
10004 DATA 0,500,1000
10006 DATA 0,400,800,1300
10008 DATA 400,400,500,400,400,500,400,400,500,500,500,500,500,500,500
10010 DATA 350,350,350
10012 DATA 2,30,60,80,24
10014 DATA 2,30,60,60,30
10016 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,1,1,1,1,1,2,1,2,
1,1,2,1,2,1,1,2,1,2
10018 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,
1,1,2,1,2,1,1,2,1,2
10020 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,
1,1,2,1,2,1,1,2,1,2
10022 DATA 554.762,440.476,554.762,440.476,554.762,440.476
10024 DATA 105000,105000,80000
10026 DATA 838.933
10028 DATA .02

```

```

152 READ DT,SM 'legge l'intervallo di tempo d'integrazione ed il
    fattore di proporzionalità  $\beta$  della matrice degli smorzamenti
    con quella delle masse
154 TP=TP+DT
156 ' determina ai vari piani le forze d'inerzia di trascinamento
    provocate dal fenomeno ondulatorio assegnato
158 FOR K=1 TO kz
160 FOX(K)=G(K)*5.62*SIN(21.66*TP)
162 FOY(K)=0
164 MO(K)=FOX(K)*GMY(K)-FOY(K)*GMX(K)
166 NEXT K
168 FOR K=1 TO kz 'blocco di istruzioni a')
170 AX(K,2)=FOX(K)/G(K)+(QX(K)-QX(K+1))/G(K)-AF(K,2)*GMY(K)-
    SM*(VX(K,2)+GMY(K)*VF(K,2))
172 AY(K,2)=FOY(K)/G(K)+(QY(K)-QY(K+1))/G(K)+AF(K,2)*GMX(K)-
    SM*(VY(K,2)-GMX(K)*VF(K,2))
174 AF(K,2)=(MO(K)+MR(K)-MR(K+1))/(G(K)*RO^2)-AX(K,2)*GMY(K)/RO^2+
    GMX(K)*AY(K,2)/RO^2-SM*(VX(K,2)*GMY(K)-VY(K,2)*GMX(K)+
    VF(K,2)*RO^2)/RO^2
176 PRINT AX(K,2);AY(K,2);AF(K,2)
178 NEXT K
180 FOR K=1 TO kz 'blocco di istruzioni b)
182 VX(K,2)=VX(K,1)+(AX(K,1)+AX(K,2))*DT/2
184 VY(K,2)=VY(K,1)+(AY(K,1)+AY(K,2))*DT/2
186 VF(K,2)=VF(K,1)+(AF(K,1)+AF(K,2))*DT/2
188 NEXT K
190 FOR K=1 TO kz 'blocco di istruzioni c)
192 DOX(K,2)=DOX(K,1)+VX(K,1)*DT+AX(K,1)*DT^2/3+AX(K,2)*DT^2/6
194 DOY(K,2)=DOY(K,1)+VY(K,1)*DT+AY(K,1)*DT^2/3+AY(K,2)*DT^2/6
196 F(K,2)=F(K,1)+VF(K,1)*DT+AF(K,1)*DT^2/3+AF(K,2)*DT^2/6
198 NEXT K
200 FRX(1)=DOX(1,2)/H(1);FRY(1)=DOY(1,2)/H(1);DF(1)=F(1,2)
202 FOR K=2 TO kz
204 FRX(K)=(DOX(K,2)-DOX(K-1,2))/H(K)
206 FRY(K)=(DOY(K,2)-DOY(K-1,2))/H(K)
208 DF(K)=F(K,2)-F(K-1,2)
210 NEXT K
212 GOSUB 1000 'rinvia alla subroutine per la risoluzione del
    telaio spaziale a piani fissi
214 FOR K=1 TO kz 'blocco di istruzioni d) e controllo della
    tollerabilità dello squilibrio
216 S=FOX(K)/G(K)+(QX(K)-QX(K+1))/G(K)-AF(K,2)*GMY(K)-SM*(VX(K,2)+
    GMY(K)*VF(K,2))-AX(K,2)
218 PRINT S:IF ABS(AX(K,2))<1E-15 THEN 222
220 IF ABS(S/AX(K,2))>.001 THEN 168
222 S=FOY(K)/G(K)+(QY(K)-QY(K+1))/G(K)+AF(K,2)*GMX(K)-SM*(VY(K,2)-
    GMX(K)*VF(K,2))-AY(K,2)
224 PRINT S:IF ABS(AY(K,2))<1E-15 THEN 228
226 IF ABS(S/AY(K,2))>.001 THEN 168
228 S=(MO(K)+MR(K)-MR(K+1))/(G(K)*RO^2)-AX(K,2)*GMY(K)/RO^2+
    GMX(K)*AY(K,2)/RO^2-SM*(VX(K,2)*GMY(K)-VY(K,2)*GMX(K)+
    VF(K,2)*RO^2)/RO^2-AF(K,2)
230 IF ABS(AF(K,2))<1E-15 THEN 168
232 IF ABS(S/AF(K,2))>.001 THEN 168
234 PRINT S
236 NEXT K
10028 DATA .02,1.4569

```

```
10000 DATA 2E5,3,3,4
10002 DATA 6,12,17,22,25,30,34
10004 DATA 0,500,1000
10006 DATA 0,400,800,1300
10008 DATA 400,400,500,100,100,400,400,500,100,100,400,400,100,100,500,500,
100,100,500,500,500,500,100,100,500,100,100
10010 DATA 350,350,350
10012 DATA 4,30,60,80,24,1E-3,1E-3,1E3,1E3
10014 DATA 7,30,60,60,30,30,141,30,100,30,122,30,127,1E-3,1E-3
10016 DATA 2,1,1,1,1,1,1,3,3,4,7,2,2,1,2,1,1,1,3,4,4,7,2,1,2,1,2,3,5,4,7,1,
1,1,1,1,3,6,4,7,2,1,2,1,1,2,1,2,1,1,3,4,4,7,2,1,2,3,4,4,7
10018 DATA 2,1,1,1,1,1,1,3,3,4,7,2,2,1,2,1,1,1,3,4,4,7,2,1,2,1,2,3,5,4,7,1,
1,1,1,1,3,6,4,7,2,1,2,1,1,2,1,2,1,1,3,4,4,7,2,1,2,3,4,4,7
10020 DATA 2,1,1,1,1,1,1,3,3,4,7,2,2,1,2,1,1,1,3,4,4,7,2,1,2,1,2,3,5,4,7,1,
1,1,1,1,3,6,4,7,2,1,2,1,1,2,1,2,1,1,3,4,4,7,2,1,2,3,4,4,7
10022 DATA 554.762,440.476,554.762,440.476,554.762,440.476
10024 DATA 105000,105000,80000
10026 DATA 838.933
10028 DATA .01,1.4569
```

N.B. Essendo il telaio divenuto più rigido per la collaborazione dei pannelli è risultato necessario, per assicurare la convergenza, ridurre l'intervallo DT ad un centesimo di secondo.

INDICE

Prefazione pag. 7

Capitolo 1 - RISOLUZIONE DI UN TELAIO SPAZIALE

Sommario » 9

1.1. Schematizzazione » 9

1.2. Il procedimento risolutivo » 14

1.3. Azioni agli estremi delle aste » 17

1.4. Equazioni di equilibrio » 19

 1.4.1. Generalità » 19

 1.4.2. Equilibrio del nodo » 19

 1.4.3. Equilibrio del piano alla traslazione » 20

 1.4.4. Equilibrio del piano alla rotazione » 21

1.5. Risoluzione manuale dello schema » 22

 1.5.1. Procedimento operativo » 22

 1.5.2. Esempio numerico » 23

1.6. Equazioni di equilibrio in funzione di rotazioni e spostamenti » 31

 1.6.1. Equilibrio del nodo » 31

 1.6.2. Equilibrio del piano alla traslazione » 31

 1.6.3. Equilibrio del piano alla rotazione » 32

1.7. Risoluzione mediante elaboratore elettronico » 32

 Bibliografia » 33

Appendice al capitolo 1.

a. Introduzione » 35

b. Elenco delle variabili » 35

c. Descrizione del programma » 42

d. Codifica del programma » 44

e. Modalità di utilizzazione » 53

f. Esempio » 54

 Bibliografia » 61

Capitolo 2 - INFLUENZA DI TRATTI RIGIDI E DEFORMABILITÀ A TAGLIO NEL CALCOLO DEI TELAI SPAZIALI

Sommario » 63

2.1. Introduzione » 63

2.2. Schematizzazione » 65

 2.2.1. Telai-parete (walled frames) » 65

 2.2.2. Pareti di taglio (shear walls) » 65

2.3. Azioni agli estremi delle aste » 68

 2.3.1. Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi » 70

 2.3.2. Determinazione delle rigidezze di nodo e di piano » 70

 2.3.3. Momento flettente e taglio agli estremi di un'asta » 72

 2.3.4. Momento di incastro perfetto » 72

2.4. Equazioni di equilibrio	pag. 73
2.4.1. Equilibrio del nodo	» 73
2.4.2. Equilibrio del piano alla traslazione	» 73
2.4.3. Equilibrio del piano alla rotazione	» 73
2.5. Tratto rigido all'estremità delle aste	» 74
2.5.1. Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi	» 74
2.5.2. Momenti di incastro perfetto	» 75
2.5.3. Considerazioni sui coefficienti correttivi	» 76
2.5.4. Esempio numerico	» 77
2.6. Effetto della deformazione dovuta al taglio	» 80
2.6.1. Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi	» 80
2.6.2. Momenti di incastro perfetto	» 80
2.6.3. Considerazioni sui coefficienti correttivi	» 82
2.6.4. Esempio numerico	» 83
2.7. Effetto contemporaneo di tratto rigido e deformazione da taglio	» 84
2.7.1. Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi	» 84
2.7.2. Momenti di incastro perfetto	» 85
Bibliografia	» 85

Appendice al capitolo 2.

a. Introduzione	» 87
b. Elenco delle variabili	» 87
c. Descrizione del programma	» 89
d. Codifica del programma	» 90
e. Modalità di utilizzazione	» 94
f. Primo esempio - aste con tratti rigidi all'estremità	» 95
g. Secondo esempio - deformabilità a taglio	» 102

Capitolo 3 - RAPIDITÀ DI CONVERGENZA DEL PROCEDIMENTO DI RISOLUZIONE DEI TELAI SPAZIALI

Sommario	» 109
3.1. Introduzione	» 109
3.2. Componenti di movimento attivate nell'operazione di impalcato	» 111
3.3. Azioni agli estremi delle aste	» 112
3.4. Equazioni di equilibrio nell'operazione di impalcato ..	» 114
3.5. Procedimento operativo	» 116
3.6. Esempio numerico	» 117
3.7. La convergenza	» 119
3.7.1. Rapporto globale di rigidezza	» 119
3.7.2. Errore e scarto relativo	» 121
3.7.3. Estrapolazione dei valori	» 123
3.8. Effetto dell'operazione di impalcato	» 123
Bibliografia	» 131

Appendice al capitolo 3.

a. Introduzione	» 133
b. Elenco delle variabili	» 133
c. Descrizione del programma	» 134
d. Codifica del programma	» 136
e. Modalità di utilizzazione	» 141
f. Esempio	» 141

Sommario	pag. 153
4.1. Introduzione	» 153
4.2. Un esempio di analisi non lineare	» 154
4.3. Effetto instabilizzante dei carichi verticali	» 158
4.3.1. Equazioni di equilibrio	» 158
4.3.2. Esempio numerico	» 161
4.4. Variazioni di rigidezza per effetto dello sforzo assiale	» 162
4.4.1. Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi	» 162
4.4.2. Azioni agli estremi delle aste	» 165
4.4.3. Equazioni di equilibrio	» 166
4.4.4. Esempio numerico	» 167
4.5. Analisi incrementale dell'instabilità in campo elastico ..	» 167
4.5.1. Procedimento operativo	» 167
4.5.2. Esempio numerico	» 170
4.6. Valutazione approssimata del carico critico in campo elastico	» 171
4.6.1. Procedimento operativo	» 171
4.6.2. Esempio numerico	» 173
<i>Bibliografia</i>	» 174

Appendice al capitolo 4.

a. Introduzione	» 175
b. Elenco delle variabili	» 175
c. Descrizione del programma	» 176
d. Codifica del programma	» 178
e. Modalità di utilizzazione	» 182
f. Primo esempio – con effetto instabilizzante dei carichi verticali	» 182
g. Secondo esempio – con variazione di rigidezza per effetto dello sforzo assiale	» 192

Capitolo 5 - ANALISI MODALE DI TELAI SPAZIALI CON METODI ITERATIVI

Sommario	» 197
5.1. Introduzione	» 197
5.2. Il telaio spaziale	» 198
5.3. Le forze d'inerzia	» 199
5.4. Considerazioni sui metodi iterativi	» 199
5.5. Determinazione della minima oscillazione fondamentale	» 200
5.6. Determinazione delle altre due oscillazioni fondamentali	» 202
5.6.1. Il centro assoluto di rotazione	» 202
5.6.2. Le cerniere ausiliarie	» 202
5.7. Determinazione delle altre oscillazioni	» 205
5.8. Conclusioni	» 206
<i>Bibliografia</i>	» 209

Appendice al capitolo 5

a. Introduzione	» 211
b. Schema della struttura	» 211
c. Variabili di ingresso	» 211

d. Caratteristiche della struttura dei programmi	pag. 214
e. Elenco delle principali variabili di lavoro e di uscita dei programmi relativi al cap. 5	» 214

**Capitolo 6 - L'ANALISI DINAMICA DEI TELAI SPAZIALI
SOTTOPOSTI AD ECCITAZIONE SISMICA
DEL SUOLO**

Sommario	» 233
6.1. Introduzione	» 233
6.2. Il fabbricato multipiano schematizzato come telaio spaziale	» 233
6.3. Equilibrio dinamico del telaio spaziale	» 234
6.4. Procedimento iterativo di calcolo	» 235
6.5. L'influenza degli effetti viscosi	» 239
6.6. Il contributo delle compagnature	» 240
<i>Bibliografia</i>	» 244

Appendice al capitolo 6.

a. Introduzione	» 245
b. Schema della struttura	» 245
c. Variabili d'ingresso	» 245
d. Struttura dei programmi	» 245
e. Elenco delle principali variabili di lavoro e di uscita dei programmi relativi al cap. 6	» 246