

Aurelio Ghersi, Lucio Blandini

**PROGETTO DI ELEMENTI STRUTTURALI
IN CEMENTO ARMATO**

SECONDO LE INDICAZIONI DELLA NORMATIVA EUROPEA
(EUROCODICE 2)

2^a edizione Marzo 2002

Indice

Indice	3
Introduzione.....	7
Relazione generale	9
Relazione di calcolo	13
Capitolo 1	
Caratteristiche dei materiali e carichi unitari	
1. Caratteristiche dei materiali utilizzati.....	13
2. Solaio.....	14
3. Balcone.....	17
4. Tompagno.....	18
5. Travi	18
6. Riepilogo dei valori caratteristici e di calcolo dei carichi	19
Capitolo 2	
Carichi sulle travi	21
Capitolo 3	
Carichi sui pilastri	23
Capitolo 4	
Solaio	
1. Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione.....	27
Prima condizione di carico	28
Seconda condizione di carico	29
Terza condizione di carico:	29
Primo schema limite.....	30
Secondo schema limite.....	30
2. Calcolo delle armature.....	31
3. Calcolo del momento resistente dell'acciaio e del calcestruzzo	33
Acciaio.....	33
Calcestruzzo	34
4. Verifiche di resistenza	34
Verifica a flessione retta.....	35
Verifica a taglio	38

Capitolo 5

Trave

1. Controllo della sezione della trave	41
2. Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione.....	42
3. Armatura a flessione.....	43
4. Armatura a taglio.....	44
5. Verifiche allo stato limite ultimo.....	48
6. Verifiche agli stati limite di esercizio.....	51
Carichi e caratteristiche della sollecitazione	51
Verifica a fessurazione	52
Verifica allo stato limite di tensioni di esercizio.....	56

Capitolo 6

Pilastr

1. Analisi dei carichi.....	59
2. Dimensionamento della sezione.....	59
3. Dimensionamento delle armature.....	60
4. Verifica allo stato limite di tensioni di esercizio.....	62

Capitolo 7

Trave di fondazione

1. Dimensionamento.....	65
2. Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione.....	68
3. Armature longitudinali dell'anima	68
Minimi di normativa.....	68
Armatura a flessione.....	69
4. Armature trasversali dell'anima	70
5. Armatura dell'ala.....	72

Appendice 1

Effetto dei carichi verticali sullo schema a telaio

1. Risoluzione dello schema.....	75
2. Confronto delle sollecitazioni nelle travi	76
3. Confronto delle sollecitazioni nei pilastri	77

Appendice 2

Effetto del vento sullo schema a telaio

1. Azione del vento.....	79
Pressione cinetica di riferimento	79
Coefficiente di esposizione	80
Coefficiente di forma.....	80

Coefficiente dinamico	81
Forze orizzontali.....	81
2. Previsione approssimata dell'effetto delle forze orizzontali	82
3. Confronto tra valutazione approssimata e valori esatti	84
4. Combinazioni di carico	85
5. Analisi dei risultati - travi.....	87
6. Analisi dei risultati – pilastri; domini di resistenza <i>M-N</i>	89
Pilastro 11, I ordine (40×70)	94
Pilastro 15, II ordine (30×40).....	94
Considerazioni conclusive.....	95
7. Verifica allo stato limite di tensioni di esercizio.....	96
Allegato 1	
Determinazione delle sollecitazioni nella trave	
Prima combinazione di carico	99
Seconda combinazione di carico	100
Terza combinazione di carico.....	101
Quarta combinazione di carico.....	102
Allegato 2	
Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: solo carico verticale	103
Allegato 3	
Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: solo vento.....	109
Allegato 4	
Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: carichi verticali e vento....	113
Allegato 5	
Determinazione delle sollecitazioni nella trave di fondazione.....	127

INTRODUZIONE

Mettere a disposizione di tutti – studenti ma anche liberi professionisti – un esempio, che funga da guida al calcolo ed alla redazione di elaborati progettuali relativi a elementi strutturali in cemento armato (solaio, trave, pilastri, trave di fondazione), è un'operazione non immune da critiche e rischi. Vorrei quindi precisare che non ho la pretesa di stilare regole assolute sul come procedere nella progettazione, né ho intenzione di criticare chi effettua scelte diverse da quelle da me consigliate, ma desidero solo dare un piccolo aiuto e stimolo a chi affronta per la prima volta la progettazione strutturale ed intende seguire le indicazioni fornite dal metodo degli stati limite ed in particolare dall'Eurocodice 2.

In effetti, il problema principale nel predisporre un esempio sta nel fatto che in numerosi casi sono possibili varie impostazioni, nelle scelte tecniche o di calcolo, tutte ugualmente corrette. Utilizzarne una in un esempio comporta il rischio che chi legge segua acriticamente quella scelta e consideri sbagliate le altre, o non si ponga proprio il problema di scegliere. Lo spirito critico e la capacità di padroneggiare le varie alternative devono invece essere caratteristiche fondamentali di chiunque si occupi di strutture.

Nel tentativo di limitare questo rischio sono stati inseriti numerosi commenti, che spiegano ciò che si è fatto e indicano cosa si sarebbe potuto fare in alternativa. Nel presente testo i commenti sono riportati con un carattere diverso (Arial, corsivo) ed in colore blu (per chi legge dallo schermo la versione del testo fornita come file). Nei file dei disegni messi a disposizione i commenti ed i disegni alternativi sono riportati tutti in un layer – Commenti – che come default è attivo e deve essere nascosto per vedere “in pulito” la tavola definitiva. Si è inoltre cercato di differenziare gli elementi da inserire nelle tavole da inviare in cantiere da quelli aggiunti solo con finalità didattiche, come ad esempio i diagrammi dei momenti. Per quanto riguarda il solaio è fornita una doppia versione della tavola (con armature diritte e tre travetti a metro; con armature sagomate e due travetti a metro).

Ovviamente, per quanti sforzi si siano fatti è impossibile indicare tutte le alternative. È essenziale quindi che il lettore mantenga sempre lo spirito

critico ed un sano scetticismo anche nei confronti del materiale qui presentato. Non posso inoltre escludere che vi siano, da qualche parte, errori di calcolo (e sarò grato a chiunque me li segnalerà). Sottolineo anzi il fatto che in qualche caso si sono accettate modeste incongruenze numeriche – debitamente segnalate – dovute proprio a piccoli errori o a scelte alternative fatte in momenti diversi e che potevano essere eliminate solo rifacendo tutto daccapo.

Il presente lavoro ha avuto origine grazie al supporto finanziario fornito dalla Facoltà di Ingegneria di Catania, presso la quale tengo il corso di Tecnica delle costruzioni per civili, nell'ambito dei progetti di attività didattica integrativa per l'anno accademico 1999/2000. Lucio Blandini ha rielaborato, sotto la mia supervisione, il progetto svolto nell'anno 1999/2000 da Giuseppe Di Benedetto. Con la mia consueta pignoleria, sono poi intervenuto anch'io direttamente sul testo, specialmente per ampliare i commenti, realizzando così la prima edizione nel marzo 2001. A un anno di distanza ho sentito la necessità di riorganizzare in maniera differente il materiale e di renderlo meno legato agli aspetti strettamente didattici, così da poter interessare anche liberi professionisti. La seconda edizione, così ottenuta, oltre ad essere fornita come libro è messa a disposizione in forma elettronica, ovvero mediante un file .PDF che contiene il testo e cinque file .DWG per Autocad, che contengono le tavole progettuali.

Aurelio Gherzi

Relazione generale

Di solito, nella presentazione di un progetto vengono preparate due distinte relazioni strutturali. La prima, denominata "relazione generale", riporta i criteri generali che sono stati seguiti nel progetto. La seconda, denominata "relazione di calcolo", riporta invece il dettaglio delle elaborazioni numeriche effettuate secondo i criteri generali precedentemente indicati.

La relazione generale è di solito abbastanza breve e, anche se contiene alcuni riferimenti specifici al caso in esame, è in gran parte di portata generale e quindi utilizzabile – con qualche modifica – per progetti diversi, purché riferiti alla stessa tipologia strutturale. In verità molti progettisti utilizzano una relazione generale standard, facendo di volta in volta i piccoli adattamenti necessari.

Si riporta qui un possibile schema di relazione generale, con gli argomenti che in essa devono essere riportati.

1. Caratteristiche del fabbricato

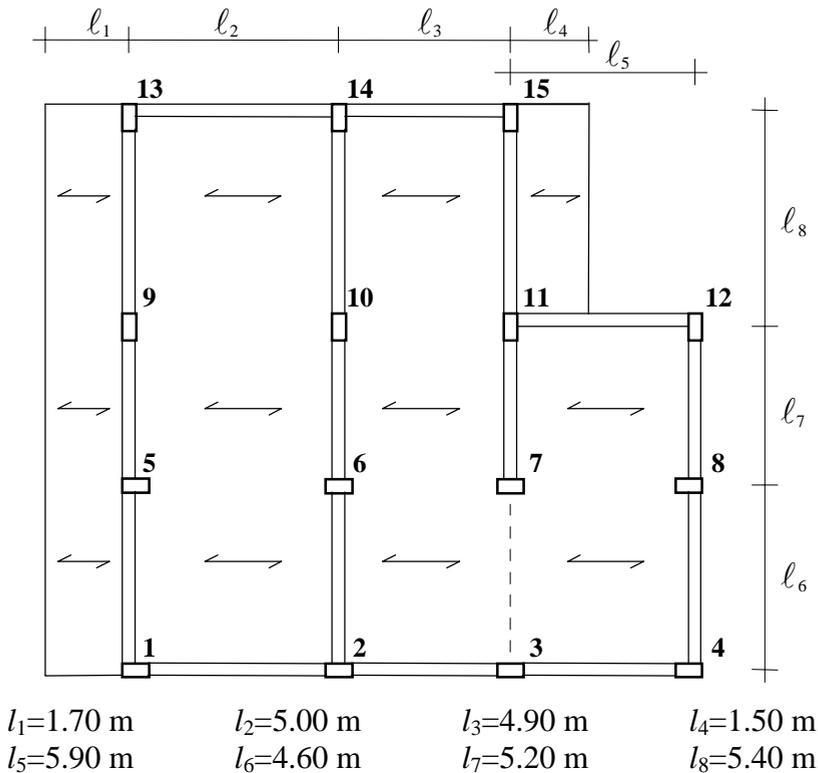
Devono essere riportate le caratteristiche principali del fabbricato (geometria, numero di piani, ubicazione, destinazione d'uso, tipologia strutturale) e del terreno su cui esso è edificato.

L'edificio in esame, la cui carpenteria schematica è riportata in figura, è costituito da un piano terra su vespaio e da cinque piani in elevazione. Esso quindi presenta in totale sei impalcati. L'edificio è ubicato nel comune di xxxxxx, che non è sito in zona sismica, ed è destinato a civile abitazione. Esso è inoltre situato in una zona densamente costruita ed è circondato da edifici della medesima altezza. La sua struttura è interamente in cemento armato, con solai alleggeriti da laterizi e realizzati in opera, travi e pilastri.

Il fatto che l'edificio non sia in zona sismica serve a precisare che nel calcolarlo non occorre seguire le prescrizioni della normativa sismica (che imporrebbe di tenere conto di rilevanti azioni orizzontali). Il fatto di essere in zona densamente costruita e circondato da edifici della medesima altezza rende in pratica trascurabile l'effetto del vento. L'edificio è quindi soggetto sostanzialmente a soli carichi verticali. L'entità dei carichi variabili è individuata dalla destinazione d'uso (in questo caso abitazione).

Il terreno su cui l'edificio deve essere realizzato è costituito da sabbie mediamente addensate. La relazione geotecnica suggerisce di realizzare la fondazione mediante travi di fondazione parallele tra loro, unite mediante travi di collegamento solo lungo il contorno dell'edificio, ove è necessario

sostenere il carico delle tamponature perimetrali. La stessa relazione consiglia, per le dimensioni che mediamente dovranno assumere le travi, una costante di sottofondo $c = 26 \text{ N/cm}^3$ ed un carico ammissibile per unità di superficie $q_{amm} = 0.16 \text{ N/mm}^2$ nel caso di verifiche col metodo delle tensioni ammissibili (0.24 N/mm^2 per verifiche allo stato limite ultimo).



2. Normativa di riferimento

Devono essere indicate tutte le normative cui si è fatto riferimento nel calcolo.

La progettazione degli elementi strutturali dell'edificio è stata eseguita in conformità alle norme tecniche vigenti relative alle opere in conglomerato cementizio armato:

- Legge 5/11/71 n. 1086, Norme per la disciplina delle opere di conglomerato cementizio armato, normale e precompresso, ed a struttura metallica;

- D.M. 9/1/96, Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in c.a. normale e precompresso e per le strutture metalliche;
- D.M. 16/1/96, Norme tecniche relative ai “criteri generali per la verifica di sicurezza delle costruzioni e dei carichi e sovraccarichi”;
- D.M. 11/3/1988, Nuove norme tecniche per terreni, opere di sostegno e fondazioni;
- CNR 10024/86, Analisi mediante elaboratore: impostazione e redazione delle relazioni di calcolo;
- Eurocodice 2, Progettazione delle strutture di calcestruzzo, parte 1-1, regole generali e regole per edifici.

In particolare, conformemente a quanto consentito dal D.M. 9/1/96 le verifiche strutturali sono state condotte col metodo degli stati limite secondo quanto indicato dalla norma europea Eurocodice 2, parte 1-1.

3. Materiali utilizzati.

Devono essere indicati i materiali che si prevede di utilizzare nell'edificio. L'elenco dovrebbe essere molto più completo di quello qui riportato. Le scelte fatte sono ovviamente molto soggettive.

La struttura in cemento armato sarà realizzata utilizzando un calcestruzzo di classe $R_{ck}=25$ MPa e barre di acciaio FeB44k.

I pavimenti degli ambienti interni saranno realizzati in granito, mentre quelli dei balconi in gres.

Le pareti di tamponatura perimetrale saranno realizzate con due foderi di mattoni forati, una da 8 cm e l'altra da 12 cm, con una camera d'aria.

I tramezzi interni saranno realizzati con una fodera di mattoni forati da 8 cm.

4. Solaio

Tipologia. Criteri seguiti per dimensionarne lo spessore. Schemi e combinazioni di carico presi in esame. Metodo utilizzato per la risoluzione degli schemi. Tipologia di armatura prescelta e formule utilizzate per valutare l'area di ferro necessaria a flessione. Motivazioni che possono rendere necessarie le fasce piene e semipiene (flessione, taglio) e formule utilizzate per determinarle. Sezioni per le quali si è fatto una verifica a flessione e procedura utilizzata per la verifica.

5. Trave

Criteri utilizzati per valutare il carico sulla trave. Metodo usato per stimare il momento massimo e per definire la sezione. Schemi e combinazioni di carico presi in esame. Programma utilizzato per la risoluzione degli schemi. Tipologia di armatura prescelta per flessione e taglio e formule utilizzate per valutare l'area di ferro necessaria. Sezioni per le quali si è fatto una verifica a flessione e procedura utilizzata per la verifica. Criteri seguiti per valutare carichi e caratteristiche di sollecitazione in esercizio e per effettuare le verifiche a fessurazione, tensioni di esercizio, deformazione.

6. Pilastri

Criteri utilizzati per valutare lo scarico sul pilastro a ciascun piano e lo sforzo normale conseguente. Criteri seguiti per dimensionarne la sezione e l'armatura. Criteri seguiti per valutare le caratteristiche di sollecitazione in esercizio e per effettuare la verifica allo stato limite di tensioni di esercizio.

7. Trave di fondazione

Criteri seguiti per dimensionare la sezione della trave di fondazione (larghezza sottobase, larghezza e altezza dell'anima, altezza dell'ala). Modello usato per schematizzare il terreno. Programma utilizzato per la risoluzione dello schema: Formule utilizzate per valutare l'armatura necessaria (a flessione, a taglio) per l'anima e per l'ala.

Appendice 1. Confronto tra modellazione semplificata e più esatta per carichi verticali.

Carichi presi in esame per lo schema a telaio. Programma di calcolo utilizzato per risolvere tale schema. Considerazioni generali su analogie e differenze di risultato tra i modelli semplificati e quello a telaio. Considerazioni finali sulla validità, o meno, degli schemi semplificati.

Appendice 2. Effetto del vento

Modalità seguite nel calcolare la pressione del vento e le conseguenti forze orizzontali. Metodo usato per stimare i momenti flettenti prodotti dalle forze orizzontali. Combinazioni di carico prese in esame. Programma di calcolo utilizzato per risolvere lo schema. Considerazioni sull'incremento di sollecitazioni provocato dal vento e sui conseguenti effetti su sezione e armature necessarie per le travi. Modalità per la determinazioni dei domini limite M-N. Considerazioni sull'effetto dell'incremento di sollecitazioni su sezione e armature necessarie per i pilastri. Criteri seguiti per valutare le caratteristiche di sollecitazione in esercizio e per effettuare la verifica allo stato limite di tensioni di esercizio.

Relazione di calcolo

La relazione di calcolo è sempre molto estesa, perché deve contenere tutte le elaborazioni svolte. Nonostante l'uso intensivo del computer, molte cose potranno essere fatte a mano ed è sprecato perdere tempo a ricopiarle o a passarle al computer. Ritengo (soprattutto per gli studenti, ma in fondo anche per i professionisti) che ciò che viene fatto a mano debba essere presentato così, anche con le eventuali correzioni e cancellature, purché sia chiaramente comprensibile. Ovviamente la relazione di calcolo che qui si riporta come esempio è interamente (e faticosamente) scritta al computer, perché solo così era possibile metterla facilmente a disposizione di tutti. Ma, ripeto, ricopiare i calcoli è sostanzialmente una perdita di tempo. E saper ottimizzare il proprio tempo è fondamentale per tutti – ingegneri e non.

Capitolo 1

Caratteristiche dei materiali e carichi unitari

Può capitare che i carichi unitari degli elementi presenti nell'edificio (solaio, balcone, tombagno, trave, ecc.) siano valutati in momenti diversi durante lo sviluppo del progetto, man mano che il loro valore occorre per calcolare i singoli elementi strutturali. È però in ogni caso opportuno riunire tutti i carichi unitari in un unico capitolo della relazione di calcolo, in modo da averli più facilmente a portata di mano ogni volta che occorrono.

1. Caratteristiche dei materiali utilizzati

Come già indicato nella relazione generale, la struttura sarà realizzata in cemento armato, con calcestruzzo di classe $R_{ck}=25$ MPa ed acciaio FeB44k.

Il calcestruzzo ha quindi un valore caratteristico della resistenza cubica (cioè su provini cubici) di 25 MPa ed un valore caratteristico della resistenza cilindrica (cioè su provini cilindrici) pari a $f_{ck}=0.83 \times 25 = 20.75$ MPa. Il valore di calcolo della resistenza è $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 20.75 / 1.6 = 12.97$ MPa. Nelle elaborazioni si utilizza però il valore $\alpha f_{cd} = 0.85 \times 12.97 = 11.02$ MPa, ridotto per tenere conto della riduzione di resistenza sotto carichi di lunga durata.

L'acciaio FeB44k ha un valore caratteristico della tensione di snervamento $f_{yk}=430$ MPa. Il valore della resistenza da utilizzare nel calcolo è $f_{yd} = 430 / 1.15 = 373.9$ MPa. Nel progetto si sono usate esclusivamente barre $\varnothing 8$ come staffe e barre $\varnothing 10$, $\varnothing 14$ e $\varnothing 20$ come armature principali.

Per quanto riguarda la valutazione dei carichi, i materiali utilizzati presentano i pesi specifici di seguito indicati.

Calcestruzzo armato	$\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$	
Massetto	$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$	(Normativa: 14+20 kN/m ³)
Malta e intonaco	$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$	
Granito	$\gamma = 27 \text{ kN/m}^3$	
Gres	$\gamma = 22 \text{ kN/m}^3$	
Laterizio 20×25×40	$\gamma = 0.082 \text{ l'uno}$	
Laterizio 16×25×40	$\gamma = 0.069 \text{ l'uno}$	

La normativa (D.M. 16/1/96) fornisce per molti materiali i valori dei pesi specifici o, eventualmente, un intervallo di valori ammissibili.

Il peso dei laterizi è tratto dal catalogo di un'azienda e può chiaramente variare. La tabella che segue fornisce i valori per diverse altezze.

<i>h [cm]</i>	12	14	16	18	20	22	24
<i>peso [kN]</i>	0.062	0.068	0.069	0.076	0.082	0.085	0.101

2. Solaio

Il solaio dell'edificio è realizzato in cemento armato gettato in opera e laterizi e presenta tre travetti per metro; lo spessore del solaio è di 24 cm.

L'uso di tre travetti e tre file di laterizi per metro è molto diffuso in Sicilia, ma quasi ignorato nelle altre regioni d'Italia, nelle quali si preferisce utilizzare due travetti per metro. Nel caso di solai con travetti precompressi si utilizzano anche in Sicilia due travetti per metro.

Lo spessore del solaio è stato scelto con l'obiettivo di mantenere limitate le inflessioni in esercizio, seguendo sia le indicazioni dell'Eurocodice 2 (punto 4.4.3) che quelle del D.M. 9/1/96 (par. 7.3.2); quest'ultime devono essere prese in considerazione perché il Documento di Applicazione Nazionale italiano dell'Eurocodice 2 (Sezione III della Parte prima del D.M. 9/1/96) impone espressamente di tenere conto delle Norme complementari relative ai solai riportate nello stesso Decreto.

Per le campate di solaio, in schemi a più campate, l'Eurocodice 2 dice che le deformazioni saranno accettabili se il rapporto luce/altezza utile è non superiore a 23 per calcestruzzo molto sollecitato o 32 per calcestruzzo poco sollecitato. Il D.M. 9/1/96 prescrive, nel caso di solaio vincolato in semplice

appoggio monodirezionale, un rapporto tra luce di calcolo del solaio e spessore dello stesso non superiore a 25.

Utilizzando queste indicazioni è possibile effettuare il dimensionamento imponendo:

$$h \geq \frac{l}{25} \quad (1)$$

Per evitare l'eccessiva deformabilità dello sbalzo, il rapporto luce/altezza utile dello sbalzo deve essere non superiore a 7 per calcestruzzo molto sollecitato o 10 per calcestruzzo poco sollecitato (Eurocodice 2, punto 4.4.3); in genere questo secondo limite è accettabile, quindi:

$$d_s \geq \frac{l_s}{10} \quad (2)$$

La luce massima per il solaio dell'edificio in esame è di 5.90 m; con riferimento alla (1) l'altezza del solaio deve essere di almeno 23.6 cm. La luce massima degli sbalzi è 1.70 m; in base alla (2) l'altezza utile dello sbalzo deve essere di almeno 17 cm. Si è quindi deciso di assegnare allo sbalzo uno spessore di 20 cm e al solaio uno spessore di 24 cm.

Si noti che lo spessore del solaio è stato definito con riferimento alla massima tra le luci di tutti i solai dell'edificio.

La differenza di 4 cm tra sbalzo e campata interna è tale da impedire l'infiltrazione dell'acqua all'interno dell'abitazione.

Attenzione: nello scegliere lo spessore del solaio si deve tenere conto anche delle eventuali travi a spessore esistenti nell'edificio, assegnando ad esso un valore compreso tra 1/20 e 1/25 della luce massima delle campate a spessore. In questo caso vi è una sola campata a spessore, di luce 4.60 m, che non condiziona la scelta delle dimensioni del solaio.

Il solaio sarà realizzato come in figura 1 con:

- pignatte di alleggerimento aventi lunghezza pari a 40 cm, larghezza pari a 33 cm (incluse le alette inferiori) e altezza 20 cm;
- travetti di larghezza 8 cm;
- soletta di 4 cm.

Lo sbalzo sarà realizzato in maniera analoga ma con pignatte d'altezza pari a 16 cm.

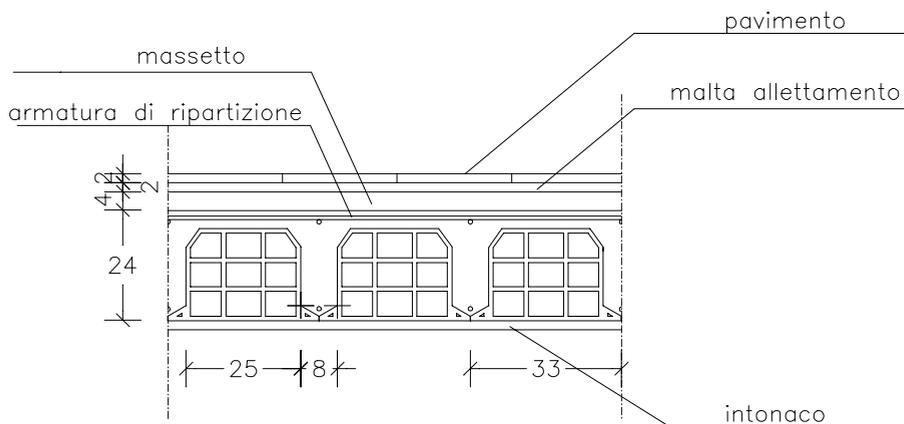


Fig. 1 – Schema del solaio

Peso proprio (valore caratteristico):

soletta	$0.04 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.00 kN/m^2
travetti	$3 \times (0.08 \times 0.20) \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.20 kN/m^2
laterizi	$8 \times 0.082 \text{ kN}$	=	0.66 kN/m^2
TOTALE		=	2.86 kN/m^2

Sovraccarichi permanenti (valore caratteristico):

massetto	$0.03 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 18 \text{ kN/m}^3$	=	0.54 kN/m^2
pavimento in granito	$0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 27 \text{ kN/m}^3$	=	0.54 kN/m^2
intonaco	$0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	0.40 kN/m^2
incidenza tramezzi		=	1.00 kN/m^2
TOTALE		=	2.48 kN/m^2

L'incidenza dei tramezzi è considerata approssimativamente, supponendo che la distribuzione è di un tramezzo ogni 3-4 m e che il peso di un tramezzo è circa 0.3-0.4 kN/m. Altri utilizzano un valore di 0.8 kN/m².

Totale carichi permanenti

Valore caratteristico		g_k	=	5.34 kN/m^2
Valore di calcolo	5.34×1.4	g_d	=	7.48 kN/m^2

Carichi variabili

Valore caratteristico		q_k	=	2.00 kN/m^2
Valore di calcolo	2.00×1.5	q_d	=	3.00 kN/m^2

Il valore di calcolo è ottenuto moltiplicando il valore caratteristico per il coefficiente γ , definito dalla normativa. Per i carichi permanenti è $\gamma_g=1.4$, per quelli variabili $\gamma_q=1.5$. Si noti che la versione originaria dell'Eurocodice 2 fornisce il valore $\gamma_g=1.35$. La traduzione italiana dell'UNI (citata espressamente come riferimento nel D.M. 9/1/96) riporta come annotazione che in Italia si deve utilizzare il valore $\gamma_g=1.4$; il documento di applicazione nazionale italiano non prescrive però espressamente tale variazione, anche se indirettamente la dà per scontata nel modificare un'altra formula (punto 2.3.3.1).

Il valore dei carichi variabili dipende dalla destinazione d'uso dell'edificio. La normativa italiana indica il valore di 2.0 kN/m² per abitazioni, 3.0 kN/m² per uffici.

3. Balcone

Peso proprio (valore caratteristico):

soletta	$0.04 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	1.00 kN/m ²
travetti	$3 \times (0.08 \times 0.16) \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	0.96 kN/m ²
laterizi	$8 \times 0.069 \text{ kN}$	=	<u>0.55 kN/m²</u>
TOTALE		=	<u>2.51 kN/m²</u>

Sovraccarichi permanenti (valore caratteristico):

massetto	$0.03 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 18 \text{ kN/m}^3$	=	0.54 kN/m ²
pavimento in gres	$0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 22 \text{ kN/m}^3$	=	0.44 kN/m ²
intonaco	$0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$	=	<u>0.40 kN/m²</u>
TOTALE		=	<u>1.38 kN/m²</u>

Si sarebbe forse dovuto considerare un valore maggiore per il massetto, perché nel balcone occorre realizzare una pendenza per il deflusso delle acque piovane.

Totale carichi permanenti

Valore caratteristico		g_k	=	3.89 kN/m ²
Valore di calcolo	3.89×1.4	g_d	=	5.45 kN/m ²

Carichi variabili

Valore caratteristico		q_k	=	4.00 kN/m ²
Valore di calcolo	4.00×1.5	q_d	=	6.00 kN/m ²

Anche questo valore dei carichi variabili è indicato dalla normativa italiana.

4. Tompagno

Il tompagno è realizzato con due fodere di mattoni forati, una da 8 cm e l'altra da 12 cm, con una camera d'aria.

Peso proprio di un metro di tompagno (valore caratteristico):

laterizi	$(0.08+0.12) \times 3.00 \times 1 \text{ m}^3 \times 6 \text{ kN/m}^3 =$	3.60 kN/m
intonaco	$0.06 \times 3.00 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3 =$	<u>3.60 kN/m</u>
TOTALE		= 7.20 kN/m

Quella qui indicata è solo una tra le tante possibilità. Il tompagno potrebbe ad esempio essere realizzato con una fila di mattoni pieni ed una di mattoni forati (ed in tal caso peserebbe di più).

Inoltre si sarebbe potuto tenere conto forfettariamente dei fori presenti nelle pareti, creati per le porte e le finestre, applicando ai valori sopra indicati un coefficiente riduttivo opportunamente valutato (in genere circa 0.8).

Valore caratteristico		$g_k =$	7.20 kN/m ²
Valore di calcolo	7.20×1.4	$g_d =$	10.08 kN/m ²

5. Travi

Il dimensionamento delle sezioni delle travi è discusso in dettaglio nel capitolo 3. Le dimensioni qui indicate per le travi nascono da una valutazione "a occhio" senza alcun calcolo. Le analisi successivamente svolte hanno portato alla scelta di sezioni 30×50 per le campate emergenti e 80×24 per quella a spessore. Si sarebbe dovuti tornare indietro nel calcolo e modificare i valori dei carichi unitari, ma ciò non è stato fatto per brevità (le differenze sarebbero state minime).

Nel valutare il peso proprio delle travi si è sottratto il peso della porzione di solaio occupato dalla trave.

La necessità di questa detrazione nasce dal fatto che nel valutare il carico agente sulle travi si misura la luce del solaio dall'asse delle travi; non effettuare la detrazione comporterebbe il tenere conto due volte del peso di una piccola parte del solaio. Si tratta comunque di una scelta di precisione, ma non sostanziale. Sarebbe stato quindi accettabile anche considerare la sezione della trave senza detrazione.

Trave emergente 30×60

Peso proprio di un metro di trave (valore caratteristico):

peso trave	$0.30 \times 0.60 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	4.50 kN/m
peso solaio (a detrarre)	$0.30 \times 1 \text{ m}^2 \times 2.86 \text{ kN/m}^2$	=	<u>-0.86 kN/m</u>
TOTALE		=	3.64 kN/m

Valore caratteristico		g_k	=	3.64 kN/m ²
Valore di calcolo	3.64×1.4	g_d	=	5.10 kN/m ²

Trave a spessore 70×24

Peso proprio di un metro di trave (valore caratteristico):

peso trave	$0.70 \times 0.24 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$	=	4.20 kN/m
peso solaio (a detrarre)	$0.70 \times 1 \text{ m}^2 \times 2.86 \text{ kN/m}^2$	=	<u>-2.00 kN/m</u>
TOTALE		=	2.20 kN/m

Valore caratteristico		g_k	=	2.20 kN/m ²
Valore di calcolo	2.20×1.4	g_d	=	3.08 kN/m ²

6. Riepilogo dei valori caratteristici e di calcolo dei carichi

Nel seguito vengono riepilogati i valori caratteristici ed i valori di calcolo dei carichi.

Solaio:

$g_k =$	5.3 kN m^{-2}	$g_d =$	7.5 kN m^{-2}
$q_k =$	2.0 kN m^{-2}	$q_d =$	3.0 kN m^{-2}

Balcone:

$g_k =$	3.9 kN m^{-2}	$g_d =$	5.5 kN m^{-2}
$q_k =$	4.0 kN m^{-2}	$q_d =$	6.0 kN m^{-2}

Tompagno:

$g_k =$	7.2 kN m^{-1}	$g_d =$	10.1 kN m^{-1}
---------	-------------------------	---------	--------------------------

Travi:

30×60	$g_k =$	3.7 kN m^{-1}	$g_d =$	5.2 kN m^{-1}
70×24	$g_k =$	2.4 kN m^{-1}	$g_d =$	3.4 kN m^{-1}

Nel calcolare il valore dei carichi unitari si è operato con la precisione di due cifre decimali, per non commettere eccessive approssimazioni durante i calcoli. Nelle successive elaborazioni i valori di calcolo dei carichi saranno invece utilizzati con una sola cifra decimale, perché ciò è sufficiente per i calcoli successivi.

Nota: c'è una piccola incongruenza tra i valori del peso delle travi indicati nel riepilogo e quello indicato immediatamente prima. Si tratta solo di una svista, ma correggerla avrebbe comportato la necessità di fare piccoli ritocchi a molti calcoli successivi.

Capitolo 2

Carichi sulle travi

Per determinare i carichi che agiscono sulla trave si è valutato il carico che il solaio trasmette alla trave, il peso proprio della trave e gli altri carichi direttamente applicati alla trave (come il compagno). Il carico trasmesso dal solaio è pari alla reazione dell'appoggio nello schema di trave continua utilizzato per il calcolo del solaio. In assenza di continuità ogni campata trasmetterebbe un taglio pari a $q l / 2$. Per tenere conto della continuità tra le campate di solaio, questo valore è stato incrementato mediante un coefficiente α , detto coefficiente di continuità, diventando quindi $\alpha q l / 2$. Lo sbalzo trasmette invece sempre un carico pari a $q l$.

In teoria il valore del coefficiente di continuità potrebbe essere calcolato con precisione a partire dai risultati della risoluzione dello schema di trave continua. Occorrerebbe però prendere in esame tutte le diverse condizioni di carico analizzate per il solaio. In pratica si utilizzano valori approssimati, stimati "ad occhio" in base all'andamento del diagramma dei momenti flettenti del solaio. Si può utilizzare un valore distinto di α per ciascun estremo di trave (consiglio di usare un valore minimo pari a 1 quando il momento massimo sull'appoggio in esame è all'incirca uguale al momento all'altro estremo della campata; un valore massimo pari a 1.2 quando nell'altro estremo il momento è nullo). Oppure si può prendere un valore unico per entrambe le campate che confluiscono nell'appoggio (la media dei due valori che si sarebbero considerati separatamente).

Altri esempi e consigli relativi all'analisi dei carichi sulle travi possono essere trovati nel libro:

A. Ghersi, Edifici antisismici con struttura intelaiata in cemento armato, CUEN, 1986, 1991.

Nota: nei calcoli che seguono si è usato in genere il valore 1.1, che in alcuni casi è forse un po' basso.

Il peso proprio della trave è stato inizialmente stimato considerando una sezione 30×60 per le campate emergenti e 70×24 per la campata a spessore. La validità di queste sezioni è stata controllata immediatamente dopo aver calcolato il carico agente sulle campate.

Nell'analisi dei carichi si sono valutati i carichi variabili separatamente da quelli permanenti, in modo da poterli poi combinare nel modo più gravoso per la trave.

Si riporta qui solo l'analisi dei carichi relativa alla trave 3-7-11-15. In un progetto reale è ovviamente necessario valutare i carichi su tutte le travi dell'edificio. Nell'ambito del corso di Tecnica delle costruzioni agli studenti è invece richiesto il calcolo di un numero limitato di elementi strutturali.

Campata 3-7

a spessore

			G_d	Q_d
solaio a dx	$\alpha=1$	$l = 5.90 \text{ m}$	22.1 kN m ⁻¹	8.8 kN m ⁻¹
solaio a sin	$\alpha=1.1$	$l = 4.90 \text{ m}$	20.2	8.1
peso proprio			<u>3.4</u>	
TOTALE			45.7 kN m ⁻¹	<u>16.9 kN m⁻¹</u>

$$G_d+Q_d=62.6 \text{ kN m}^{-1}$$

Campata 7-11

emergente

			G_d	Q_d
solaio a dx	$\alpha=1$	$l = 5.90 \text{ m}$	22.1 kN m ⁻¹	8.8 kN m ⁻¹
solaio a sin	$\alpha=1.1$	$l = 4.90 \text{ m}$	20.2	8.1
peso proprio			<u>5.2</u>	
TOTALE			47.5 kN m ⁻¹	<u>16.9 kN m⁻¹</u>

$$G_d+Q_d=64.4 \text{ kN m}^{-1}$$

Campata 11-15

emergente

			G_d	Q_d
solaio	$\alpha=1$	$l = 4.90 \text{ m}$	18.4 kN m ⁻¹	7.4 kN m ⁻¹
sbalzo		$l = 1.50 \text{ m}$	8.3	9.0
tompagno			10.1	
peso proprio			<u>5.2</u>	
TOTALE			42.0 kN m ⁻¹	<u>16.4 kN m⁻¹</u>

$$G_d+Q_d=58.4 \text{ kN m}^{-1}$$

Nota: i coefficienti di continuità qui usati sono poco attendibili. Pensando al diagramma dei momenti nei solai non calcolati, sembra più plausibile che, per quanto riguarda lo schema che grava sulle campate 3-7 e 7-11 si debba prendere $\alpha=1$ (o 1.05) a sinistra e 1.2 a destra.

Capitolo 3

Carichi sui pilastri

Nel valutare i carichi che vengono trasmessi ai pilastri a ciascun piano si tiene presente la sequenza di trasmissione del carico, dal solaio alla trave e quindi al pilastro. Si è così proceduto ad individuare l'area di influenza di ciascun pilastro, maggiorata mediante coefficienti di continuità α (così come fatto per la trave). Sono stati assegnati valori di α individualmente per ogni appoggio e distinguendo la continuità del solaio da quella della trave; si noti che in ogni caso non sono stati considerati valori minori dell'unità e maggiori di 1.2.

Il carico agente sulle travi è in buona parte costituito dal peso di una zona di solaio, individuata tagliando idealmente a metà ciascun travetto delle campate di solaio (più, ovviamente i travetti degli sbalzi per intero). Questo carico si ripartisce tra i pilastri di estremità di ciascuna campata di trave. In definitiva su ciascun pilastro gravano i carichi disposti in un'area che può essere denominata area di influenza. Tale area deve essere maggiorata mediante coefficienti di continuità α che tengono conto, separatamente, della continuità del solaio e della continuità della trave. Si noti che in questo modo, nell'esaminare i pilastri del telaio 3-7-11-15, si è tenuto conto sia dei carichi dovuti alle travi del telaio stesso che alle travi ad esso perpendicolari (in questo caso costituito solo da peso proprio delle travi e peso del tom-pagno; in altri casi queste travi potrebbero portare anche solaio o sbalzi).

Altri esempi e consigli relativi all'analisi dei carichi sui pilastri possono essere trovati nel libro:

A. Ghersi, Edifici antisismici con struttura intelaiata in cemento armato, CUEN, 1986, 1991.

Poiché è improbabile che su ogni parte dell'edificio gravi il massimo carico variabile, si è ritenuto opportuno considerare mediamente su ogni piano un carico variabile pari al 90% di quello di calcolo (vecchie istruzioni del C.N.R. consigliano di assumere per gli ultimi due piani il valore massimo del carico variabile e di apportare progressivamente riduzioni dal 10 al 50% per i cinque piani sottostanti, mantenendo poi costante la riduzione del 50% per tutti gli altri piani inferiori). Si sono quindi utilizzati i seguenti valori del carico trasmesso da solaio e sbalzo:

$$\begin{array}{ll} \text{solaio} & g_d + 0.9 q_d = 10.2 \text{ kN m}^{-2} \\ \text{balcone} & g_d + 0.9 q_d = 10.9 \text{ kN m}^{-2} \end{array}$$

Infine, il peso proprio dei pilastri è stato stimato pari a $n/100$ del carico portato, con n numero di piani (in questo caso, quindi, pari al 6% perché l'edificio è a sei piani).

Di seguito sono riportate, per i pilastri 3, 7, 11 e 15, le aree di influenza corrette dal coefficiente di continuità ed i carichi, con riferimento al piano tipo.

In un progetto reale è necessario valutare i carichi su tutti i pilastri dell'edificio. Nell'ambito del corso di Tecnica delle costruzioni agli studenti è invece richiesto il calcolo di un numero limitato di elementi strutturali.

Si tenga presente che in edifici reali il carico all'ultimo piano è quasi sempre diverso, in genere minore, di quello al piano tipo. Altre differenze potrebbero aversi al primo piano. Quando ciò accade è necessario valutare il carico trasmesso ai pilastri distinguendo la situazione ai diversi piani. Qui si è supposto, per semplicità, che il carico fosse lo stesso a tutti i piani.

Pilastro 3

	Area o lunghezza	Carico
Solaio	$\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} \times \frac{4.60}{2} = 13.78 \text{ m}^2$	140.6 kN
Trave em.	$\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.00 \text{ m}$	31.2 kN
Trave a sp.	$\frac{4.60}{2} = 2.30 \text{ m}$	7.8 kN
Tompagno	$\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.00 \text{ m}$	<u>60.6 kN</u>
Totale		240.2 kN
Peso proprio	0.06×240.2	<u>14.4 kN</u>
Totale, incluso peso proprio pilastro		254.6 kN

Pilastro 7

	Area o lunghezza	Carico
Solaio	$\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} \times \frac{5.20 + 4.60 \times 1.2}{2} = 32.11 \text{ m}^2$	327.5 kN
Trave em.	$\frac{5.20}{2} = 2.60 \text{ m}$	13.5 kN
Trave a sp.	$\frac{4.60 \times 1.2}{2} = 2.76 \text{ m}$	<u>9.4 kN</u>

Totale		350.4 kN
Peso proprio	0.06×350.4	<u>21.0 kN</u>
Totale, incluso peso proprio pilastro		371.4 kN

Pilastro 11

	Area o lunghezza	Carico
Solaio	$\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} \times \frac{5.20}{2} + \frac{4.90}{2} \times \frac{5.40 \times 1.2}{2} = 23.51 \text{ m}^2$	239.8 kN
Sbalzo	$1.50 \times \frac{5.40 \times 1.2}{2} = 4.86 \text{ m}^2$	53.0 kN
Trave em.	$\frac{5.20 + 5.40 \times 1.2}{2} + \frac{5.90}{2} = 8.79 \text{ m}$	45.7 kN
Tompagno	$\frac{5.40 \times 1.2}{2} + \frac{5.90}{2} = 6.19 \text{ m}$	<u>62.5 kN</u>
Totale		401.0 kN
Peso proprio	0.06×401.0	<u>24.1 kN</u>
Totale, incluso peso proprio pilastro		425.1 kN

Pilastro 15

	Area o lunghezza	Carico
Solaio	$\frac{4.90}{2} \times \frac{5.40}{2} = 6.62 \text{ m}^2$	67.5 kN
Sbalzo	$1.50 \times \frac{5.40}{2} = 4.05 \text{ m}^2$	44.1 kN
Trave em.	$\frac{4.90}{2} + \frac{5.40}{2} = 5.15 \text{ m}$	26.8 kN
Tompagno	$\frac{4.90}{2} + \frac{5.40}{2} = 5.15 \text{ m}$	<u>52.0 kN</u>
Totale		190.4 kN
Peso proprio	0.06×190.4	<u>11.4 kN</u>
Totale, incluso peso proprio pilastro		201.8 kN

Capitolo 4

Solaio

1. Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione

Lo schema geometrico utilizzato per valutare il comportamento del solaio è quello di trave continua su più appoggi. La progettazione del solaio viene effettuata determinando le caratteristiche di sollecitazione più gravose, esaminando tutti le possibili condizioni carico ottenute disponendo in vari modi i carichi variabili. Si considerano per il solaio anche altri due schemi limite, di incastro perfetto e di semplice appoggio.

La scelta dello schema geometrico deriva da considerazioni sulla relazione tra il solaio e le travi su cui esso scarica. In generale, la rigidità flessionale di una trave è molto maggiore di quella di un solaio, mentre la sua rigidità torsionale è modesta. Per questo motivo la trave può essere schematizzata come un appoggio (vincolo che impedisce abbassamenti ma consente rotazioni). Lo schema limite di incastro (perfetto o cedevole) deriva dal fatto che in realtà la trave ha comunque una qualche rigidità torsionale, che anzi non è trascurabile in prossimità degli estremi della trave (dove essa è collegata a pilastri). Lo schema limite di singole campate semplicemente appoggiate non ha una chiara motivazione fisica, a meno che non si voglia pensare a interventi erronei che portino al taglio dell'armatura superiore agli appoggi; in realtà esso serve a garantire comunque un adeguato minimo di armatura inferiore in campata.

Il procedimento utilizzato per l'analisi della struttura è il metodo delle forze. Secondo questo approccio la struttura iperstatica viene analizzata sconnettendo (alla rotazione) la trave continua in ogni appoggio interno ed assumendo come incognite i momenti trasmessi prima della sconnessione, che vengono ricavati imponendo condizioni di congruenza. In particolare nel caso della trave continua si giunge ad un sistema di equazioni dette equazioni dei 3 momenti (perché in ogni equazione compaiono tre momenti incogniti).

La scelta di un procedimento manuale di risoluzione è stata fatta solo per motivi didattici. Ovviamente nell'attività professionale corrente si farà uso di programmi di calcolo, come mostrato più avanti per la trave.

Per il generico nodo i compreso tra l'asta $i-1$ e l'asta i l'equazione di congruenza diventa:

$$\beta^{i-1} M_{i-1} + (\alpha_2^{i-1} + \alpha_1^i) M_i + \beta^i M_{i+1} = \varphi_{1,q}^i - \varphi_{2,q}^{i-1} \quad (3)$$

dove in generale:

- α è la rotazione provocata dal momento unitario sul nodo di applicazione;
- β è la rotazione provocata dal momento unitario sul nodo opposto;
- φ è la rotazione dovuta ai carichi;
- M è il momento di incastro dovuto ai carichi.

In questo caso essendovi due campate l'incognita è una sola (il momento M_2 all'appoggio centrale) e l'equazione di congruenza diventa

$$\beta^1 M_1 + (\alpha_2^1 + \alpha_1^2) M_2 + \beta^2 M_3 = \varphi_{1,q}^2 - \varphi_{2,q}^1 \quad (4)$$

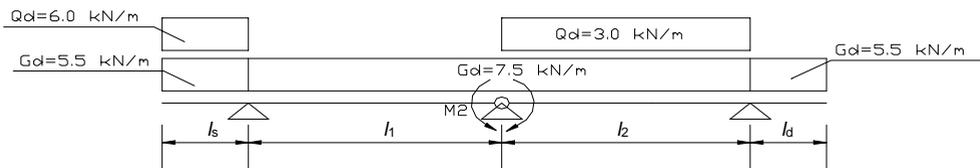
nella quale i momenti M_1 e M_3 sono quantità note (i momenti trasmessi dagli sbalzi sinistro e destro). I valori di α e β sono riportati nella tabella che segue:

	Campata 1	Campata 2
luce l	5.00 m	4.90 m
$\alpha_1 = \alpha_2 = l / 3EI$	$1.67/EI$	$1.63/EI$
$\beta = l / 6EI$	$0.83/EI$	$0.82/EI$

I valori di α e β sono, ovviamente, riferiti solo alle due campate, non agli sbalzi.

Prima condizione di carico

La prima condizione di carico massimizza il valore del momento al primo appoggio e in mezzera della campata 2-3; è ottenuta ponendo il carico variabile nello sbalzo sinistro e nella seconda campata.



I termini noti nell'equazione dei tre momenti sono

	Campata 1	Campata 2
$\varphi_1 = -\varphi_2 = ql^3/24EI$	$-39.22/EI$	$-51.62/EI$
momenti negli sbalzi	$M_1 = -16.62$	$M_3 = -6.19$

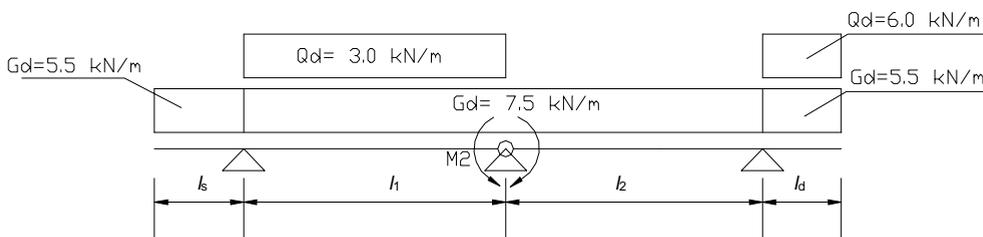
L'equazione diventa:

$$0.83 \times (-16.62) + (1.67 + 1.63) \times M_2 + 0.82 \times (-6.19) = -51.62 - 39.22$$

che fornisce come soluzione $M_2 = -21.8 \text{ kNm}$

Seconda condizione di carico

La seconda condizione di carico massimizza il valore del momento nella mezzeria della campata 1-2 e nel terzo appoggio; è ottenuta ponendo il carico variabile nella prima campata e nello sbalzo destro.



I termini noti nell'equazione dei tre momenti sono

	Campata 1	Campata 2
$\varphi_1 = -\varphi_2 = ql^3/24EI$	$-54.69/EI$	$-36.76/EI$
momenti negli sbalzi	$M_1 = -7.95$	$M_3 = -12.94$

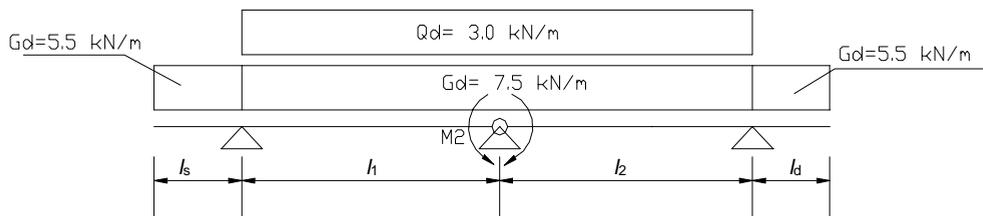
L'equazione diventa:

$$0.83 \times (-7.95) + (1.67 + 1.63) \times M_2 + 0.82 \times (-12.94) = -36.76 - 54.69$$

che fornisce come soluzione $M_2 = -22.5 \text{ kNm}$

Terza condizione di carico:

La terza condizione di carico massimizza il valore del momento nel secondo appoggio; è ottenuta ponendo il carico variabile nella prima e nella seconda campata.



I termini noti nell'equazione dei tre momenti sono

	Campata 1	Campata 2
$\varphi_1 = -\varphi_2 = ql^3/24EI$	$-54.69/EI$	$-51.47/EI$
momenti negli sbalzi	$M_1 = -7.95$	$M_3 = -6.19$

L'equazione diventa:

$$0.83 \times (-7.95) + (1.67 + 1.63) \times M_2 + 0.82 \times (-6.19) = -51.47 - 54.69$$

che fornisce come soluzione $M_2 = -28.6 \text{ kNm}$

Primo schema limite

In questo schema di calcolo si è considerato ogni campata come perfettamente incastrata agli estremi, per tenere conto della rigidità torsionale delle travi. Il valore massimo del momento non è preso in corrispondenza dell'asse della trave ma a filo trave: si è quindi considerato nel calcolo un valore della luce ridotto di 30 cm.

In alternativa si potrebbe considerare un comportamento di semincastro (ad esempio $ql^2/16$). Anche la scelta se usare luci nette o da asse ad asse è abbastanza soggettiva.

Si ottiene così:

$$M_1^d = M_2^s = ql^2/12 = -17.9 \text{ kNm}$$

$$M_2^d = M_3^s = ql^2/12 = -17.2 \text{ kNm}$$

Attenzione: qui c'è un piccolo errore di calcolo; i valori esatti sono -19.3 kNm e -18.5 kNm .

Secondo schema limite

Per tenere conto dell'incremento di momento positivo, che può essere causato da perdita o riduzione di continuità sull'appoggio centrale o dal cedimento di tale appoggio, si è considerato un valore del momento positivo

$$M_i = \frac{q l_i^2}{16};$$

questo valore è convenzionale, anche se corrisponde ad uno schema limite di singola campata semplicemente appoggiata con carico dimezzato. Si ottiene così

- campata 1: 16.4 kNm
- campata 2: 15.8 kNm

Nella tavola del progetto relativa al solaio sono stati riportati tutti i diagrammi del momento flettente (tracciati utilizzando il programma MOM-CAD).

2. Calcolo delle armature

La disposizione delle armature è tale da coprire l'involuppo dei diagrammi dei momenti flettenti con il diagramma dei momenti resistenti. Si è scelto di utilizzare solo barre dritte.

La scelta di usare barre dritte o sagomate è legata ad una ottimizzazione di costi e tempi di esecuzione. Usando ferri sagomati si può avere un risparmio di armatura e si può sfruttare il contributo di tali barre alla resistenza a taglio; usando barre dritte si ha invece un risparmio di tempi di esecuzione e quindi di mano d'opera. Nello svolgimento del progetto lo studente probabilmente riceverà specifiche indicazioni dal docente; in mancanza di queste, è libero di utilizzare la tipologia che preferisce.

L'area delle armature da disporre, allo stato limite ultimo, è fornita dalla relazione:

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} \quad (5)$$

dove:

M è il momento flettente per il quale si deve determinare l'armatura;

d è l'altezza utile del solaio

$d = h - c = 22$ cm nelle campate, 18 cm negli sbalzi;

f_{yd} è il valore di calcolo della tensione di snervamento dell'acciaio (374 N/mm² per FeB44k).

Nella tabella che segue sono riportati i valori dei momenti flettenti massimi, delle armature necessarie, per metro di solaio e per travetto, e delle armature effettivamente disposte. L'area da disporre nel singolo travetto è ottenuta dividendo l'area necessaria al metro per il numero di travetti (in questo caso tre).

	Momento (kNm)	Altezza utile (cm)	A_s necessaria per metro (cm^2)	A_s necessaria per travetto (cm^2)	Barre disposte per travetto	A_s disposta per travetto (cm^2)
Campata						
1	18.0	22	2.43	0.81	2Ø10	1.58
2	15.7	22	2.12	0.71	2Ø10	1.58
Appoggio						
1	-17.9	18	2.95	0.98	2Ø10	1.58
2	-28.6	22	3.86	1.29	2Ø10	1.58
3	-17.2	18	2.84	0.95	1Ø10	0.79

In effetti si nota che nel terzo appoggio l'armatura non sarebbe sufficiente: ma poiché il valore del momento è relativo ad una condizione limite (incastro perfetto) stimata in sicurezza si è preferito non aggiungere un'altra barra.

Ovviamente, si è controllato che l'armatura disposta nel terzo appoggio sia sufficiente a sopportare il momento dello sbalzo (-12.9 kNm). A quel momento corrisponde un'area di ferro di 2.14 cm^2 a metro, ovvero 0.71 cm^2 a travetto.

Si noti che avendo scelto di usare barre dritte il numero e diametro delle barre è stato scelto prendendo in considerazione l'armatura superiore separatamente da quella inferiore. Se si fossero usati due travetti a metro con ferri sagomati si sarebbe ottenuta la quantità di ferro indicata nella tabella seguente (l'uso di due travetti a metro anziché tre non cambia sostanzialmente il peso proprio del solaio; si possono quindi continuare a usare i momenti flettenti innanzi determinati).

	Momento (kNm)	Altezza utile (cm)	A_s necessaria per metro (cm^2)	A_s necessaria per travetto (cm^2)	Barre disposte per travetto	A_s disposta per travetto (cm^2)
<i>Campata</i>						
<i>1</i>	<i>18.0</i>	<i>22</i>	<i>2.43</i>	<i>1.22</i>	<i>2Ø10</i>	<i>1.58</i>
<i>2</i>	<i>15.7</i>	<i>22</i>	<i>2.12</i>	<i>1.06</i>	<i>2Ø10</i>	<i>1.58</i>
<i>Appoggio</i>						
<i>1</i>	<i>-17.9</i>	<i>18</i>	<i>2.95</i>	<i>1.48</i>	<i>2Ø10</i>	<i>1.58</i>
<i>2</i>	<i>-28.6</i>	<i>22</i>	<i>3.86</i>	<i>1.93</i>	<i>3Ø10</i>	<i>2.37</i>
<i>3</i>	<i>-17.2</i>	<i>18</i>	<i>2.84</i>	<i>1.42</i>	<i>2Ø10</i>	<i>1.58</i>

In questo caso si deve partire sempre dall'armatura in campata, disponendo se possibile due barre, una dritta ed una sagomata; nel caso si debbano utilizzare due diametri differenti, consiglio di mantenere dritta la barra di diametro maggiore. Nel caso in esame si disporranno 2Ø10 a travetto, uno dritto ed uno sagomato. In questo modo sia all'appoggio 1 che al 3 è già presente superiormente 1Ø10 mentre all'appoggio 2 sono presenti 2Ø10. Per raggiungere l'armatura superiore necessaria occorre aggiungere 1Ø10 agli appoggi 1 e 3 (una barra sagomata a molla, per armare lo sbalzo sinistro e destro) ed 1Ø10 all'appoggio 2 (una barra dritta superiore). La disposizione delle barre è mostrata nella tavola del solaio, riportata come alternativa a quella disegnata dallo studente. Si noti che i ferri sagomati sono sempre piegati il più possibile vicino agli appoggi, in modo da garantire la massima resistenza a momento positivo.

3. Calcolo del momento resistente dell'acciaio e del calcestruzzo

Per controllare la correttezza delle armature disposte e la eventuale necessità di fasce semipiene o piene si è valutato, in maniera approssimata, il momento resistente dell'acciaio e del calcestruzzo.

Operativamente, ci si è distanziati di 10 cm dall'involuppo dei momenti per determinare la lunghezza delle armature del solaio; l'estensione della fascia piena o semipiena è stata determinata anche dall'esigenza di sistemare opportunamente le pignatte, nonché dalla verifica a taglio.

Acciaio

Il momento resistente per travetto, relativo all'area di acciaio utilizzata, si determina invertendo la formula di progetto:

$$M_{Rs} = 0.9 d f_{yd} A_s \quad (6)$$

Si ottiene così:

per 1Ø10, con $d=22$ cm (campate)

$M_{Rs} = 5.85$ kNm a travetto,

$M_{Rs} = 17.55$ kNm a metro

per 1Ø10, con $d=18$ cm (sbalzi)

$M_{Rs} = 4.79$ kNm a travetto,

$M_{Rs} = 14.36$ kNm a metro

Nella tabella che segue sono riportati i momenti resistenti delle armature disposte in campata e agli appoggi.

	Altezza utile (cm)	Barre disposte per travetto	Momento resistente a metro di solaio (kNm)
Campata			
1	22	2Ø10	35.1
2	22	2Ø10	17.5
Appoggio			
1	18	2Ø10	28.7
2	22	2Ø10	35.1
3	18	1Ø10	14.4

Calcestruzzo

Il momento resistente del calcestruzzo si determina invertendo la formula di progetto:

$$M_{Rc} = \frac{d^2}{r^2} b \quad (7)$$

Nel determinare il valore di M_{Rc} si è assunto $r = 0.020$ supponendo presente una modesta armatura nella parte compressa. Poiché nella tipologia prescelta vi sono tre travetti da 8 cm ogni metro, la larghezza b della sezione risulta 24 cm per fascia alleggerita, 62 cm ($24+33 \times 1.5$) per fascia semipiena e 100 cm per fascia piena. Si ha così

Nel solaio

– fascia alleggerita	$M_{Rc} = (0.22/0.020)^2 \times 0.24 =$	29.0 kNm
– fascia semi-piena	$M_{Rc} = (0.22/0.020)^2 \times 0.62 =$	75.0 kNm
– fascia piena	$M_{Rc} = (0.22/0.020)^2 \times 1.00 =$	121.0 kNm

Nello sbalzo

– fascia alleggerita	$M_{Rc} = (0.18/0.020)^2 \times 0.24 =$	19.4 kNm
– fascia semi-piena	$M_{Rc} = (0.18/0.020)^2 \times 0.62 =$	50.2 kNm
– fascia piena	$M_{Rc} = (0.18/0.020)^2 \times 1.00 =$	81.0 kNm

4. Verifiche di resistenza

La verifica a flessione consente di avere una conferma della correttezza delle scelte progettuali (altezza del solaio, fasce semipiene e piene, armatura dei travetti).

Le formule di progetto a flessione e le espressioni utilizzate per la determinazione del momento resistente di acciaio e calcestruzzo sono molto affidabili e quindi, a rigore, non sarebbe necessario effettuare una verifica della sezione a flessione. La verifica a flessione di due sezioni è però stata esplicitamente richiesta dal docente.

La verifica a taglio è invece essenziale per ottenere ulteriori indicazioni sull'estensione delle fasce semipiene e piene.

Verifica a flessione retta

Per la verifica allo S.L.U. della sezione si considera una fascia di solaio larga un metro. Le verifiche a flessione sono state effettuate nella sezione immediatamente a sinistra del secondo appoggio, dove si ha il massimo momento flettente negativo, e nella sezione di mezzeria della prima campata dove invece si registra il massimo momento positivo.

Il solaio è un elemento soggetto a flessione retta e la verifica va quindi effettuata calcolando la percentuale di armatura meccanica ω per la sezione in esame e, successivamente, confronto tale valore con ω_1 , ω_2 , ω_3 , che sono le percentuali di armatura meccanica relative rispettivamente ai diagrammi B', C, C'. In tal modo è possibile individuare il campo di comportamento in cui si trova il diagramma delle deformazioni della sezione analizzata, secondo la seguente tabella.

<i>Percentuale meccanica</i>	<i>Campo</i>
$\omega < \omega_1$	2a
$\omega_1 < \omega < \omega_2$	2b
$\omega_2 < \omega < \omega_3$	3
$\omega > \omega_3$	4

Noto il campo di deformazione si impone l'equilibrio alla traslazione per determinare la posizione dell'asse neutro, definita attraverso un'espressione implicita, e quindi si calcola il valore adimensionalizzato del braccio della coppia interna, ζ . Si calcola quindi il momento resistente $M_{Rd} = A_s \zeta d f_{yd}$ che va quindi confrontato con il momento sollecitante M_{Sd} . La sezione è verificata se risulta $M_{Sd} \leq M_{Rd}$.

Di seguito sono riportate le verifiche nelle due sezioni.

Percentuali meccaniche limite

Le percentuali meccaniche limite sono fornite, in generale, dall'espressione

$$\omega = \frac{\xi \beta}{s - s' u} \quad (8)$$

nella quale i rapporti tensionali s ed s' valgono

$$s = \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \quad s' = \frac{-\sigma'_s}{f_{yd}} = -\frac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_{yd}} = \frac{\xi - \gamma}{1 - \xi} \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_{yd}} \leq 1$$

ed è

ξ distanza dell'asse neutro dal bordo compresso, adimensionalizzata rispetto all'altezza utile d

β fattore di riempimento

u rapporto tra armatura compressa e tesa

γ copriferro, adimensionalizzato rispetto all'altezza utile d

Per i materiali utilizzati (calcestruzzo con $R_{ck} = 25$ MPa ed acciaio FeB44k) i valori delle deformazioni limite sono:

$$\varepsilon_{c1} = -0.002 \quad \varepsilon_{cu} = -0.0035 \varepsilon_{yd} = 0.00182 \quad \varepsilon_{su} = 0.010$$

Si ottiene:

$$\omega_1 = \frac{\xi_1 \beta}{s - s' u} = \frac{0.111}{1 - 0.502 u}$$

$$\text{essendo} \quad \xi_1 = 0.167 \quad \beta = 0.667 \quad s = 1 \quad s' = 0.502$$

$$\omega_2 = \frac{\xi_2 \beta}{s - s' u} = \frac{0.210}{1 - u}$$

$$\text{essendo} \quad \xi_2 = 0.259 \quad \beta = 0.810 \quad s = 1 \quad s' = 1$$

$$\omega_3 = \frac{\xi_3 \beta}{s - s' u} = \frac{0.533}{1 - u}$$

$$\text{essendo} \quad \xi_3 = 0.658 \quad \beta = 0.810 \quad s = 1 \quad s' = 1$$

Verifica della mezzeria della prima campata

Dati:

$$b = 100 \text{ cm} \quad d = 22 \text{ cm} \quad c = 2 \text{ cm} \quad \gamma = \frac{c}{d} = 0.091$$

$$A_s = 4.74 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 0 \quad u = \frac{A'_s}{A_s} = 0$$

$$M_{Sd} = 18.0 \text{ kNm}$$

Nel caso in esame la percentuale meccanica d'armatura risulta:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} = 0.0731$$

Le ω in corrispondenza dei differenti diagrammi risultano:

diagramma B'	$s' = 0.501$	$\omega_1 = 0.111$
diagramma C	$s' = 1$	$\omega_2 = 0.210$
diagramma C'	$s' = 1$	$\omega_3 = 0.533$

Poiché $\omega < \omega_1$ lo stato di deformazione rientra nel campo 2a. Il valore di ξ si ottiene, iterativamente o per tentativi

ξ	ϵ_c	η_0	β	s'	$\omega(1-su) - \xi\beta$
0.00	0.00	0.00	0.00	0	0.0731
0.167	-0.0020	1.00	0.667	0	-0.0380
0.130	-0.0015	0.75	0.561	0	0.0001

Si ha quindi

$$\kappa = 0.361 \quad x = 2.86 \text{ cm} \quad \zeta = 0.953$$

e il valore del momento resistente è pari a $M_{Rd} = 37.2 \text{ kNm}$

Poiché $M_{Sd} < M_{Rd}$ la sezione è verificata.

Verifica del secondo appoggio

Dati:

$$b = 24 \text{ cm} \quad d = 22 \text{ cm} \quad c = 2 \text{ cm} \quad \gamma = \frac{c}{d} = 0.091$$

$$A_s = 4.74 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 4.74 \quad u = \frac{A'_s}{A_s} = 1$$

$$M_{Sd} = -28.6 \text{ kNm}$$

Nel caso in esame la percentuale meccanica d'armatura risulta:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} = 0.304$$

Le ω in corrispondenza dei differenti diagrammi risultano:

diagramma B'	$s' = 0.501$	$\omega_1 = 0.223$
diagramma C	$s' = 1$	$\omega_2 = \infty$

Poiché $\omega_1 < \omega < \omega_2$ lo stato di deformazione rientra nel campo 2b. Il valore di ξ si ottiene, iterativamente o per tentativi

ξ	ε_c	η_0	β	s'	$\omega(1-s u) - \xi \beta$
0.167	-0.0020	1.00	0.667	0.501	0.0409
0.259	-0.0035	1.75	0.809	1.000	-0.2099
0.179	-0.0022	1.09	0.694	0.591	0.0002

Si ha quindi

$$\kappa = 0.381 \quad x = 3.94 \text{ cm} \quad \zeta = 0.918$$

e il valore del momento resistente è pari a $M_{Rd} = -35.8 \text{ kNm}$

Poiché $M_{Sd} < M_{Rd}$ la sezione è verificata.

Verifica a taglio

La verifica a taglio viene effettuata nelle sezioni più a rischio e precisamente nelle sezioni di passaggio fra la fascia semipiena e quella alleggerita. Il solaio è sprovvisto di armature resistenti al taglio, perciò la verifica riguarda soltanto il calcestruzzo. Deve risultare $V_{Sd} \leq V_{Rd1}$, essendo

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1.2 + 40\rho_l) b d \quad (9)$$

con

$$k = 1.60 - d$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b d}$$

Per il calcestruzzo utilizzato ($R_{ck}=25 \text{ MPa}$) si ha $f_{ctd} = 1.01 \text{ MPa}$ e quindi $\tau_{Rd} = 0.25 f_{ctd} = 0.253 \text{ MPa}$.

Si noti che la verifica a taglio è più gravosa nel caso di solaio con due travetti a metro, per il quale la larghezza b è di soli 20 cm, mentre nel caso di tre travetti a metro si ha $b=24 \text{ cm}$.

Sezione I-I (sbalzo sinistro, subito prima della fascia piena)

$$V_{Sd} = 15.0 \text{ kN}$$

$$d = 18 \text{ cm}$$

$$A_{sl} = 2.34 \text{ cm}^2$$

$$V_{Rd1} = 22.0 \text{ kN}$$

$$b = 24 \text{ cm}$$

$$\rho_l = 0.0054$$

$$k = 1.42$$

SEZIONE VERIFICATA

Sezione 2-2 (campata 1, estremo sinistro, subito prima della fascia piena)

$$V_{Sd} = 20.7 \text{ kN}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$b = 24 \text{ cm}$$

$$k = 1.38$$

$$A_{sl} = 4.68 \text{ cm}^2$$

$$\rho_l = 0.0089$$

$$V_{Rd1} = 28.7 \text{ kN}$$

SEZIONE VERIFICATA

Sezione 3-3 (campata 1, estremo destro, subito prima della fascia piena)

$$V_{Sd} = 27.8 \text{ kN}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$b = 24 \text{ cm}$$

$$k = 1.38$$

$$A_{sl} = 4.68 \text{ cm}^2$$

$$\rho_l = 0.0089$$

$$V_{Rd1} = 28.7 \text{ kN}$$

SEZIONE VERIFICATA

Sezione 4-4 (campata 1, come 3-3, se vi fosse fascia semipiena)

$$V_{Sd} = 27.8 \text{ kN}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$b = 62 \text{ cm}$$

$$k = 1.38$$

$$A_{sl} = 4.68 \text{ cm}^2$$

$$\rho_l = 0.0034$$

$$V_{Rd1} = 63.7 \text{ kN}$$

SEZIONE VERIFICATA

Sezione 5-5 (campata 2, estremo sinistro, subito prima della fascia piena)

$$V_{Sd} = 25.0 \text{ kN}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$b = 24 \text{ cm}$$

$$k = 1.38$$

$$A_{sl} = 4.68 \text{ cm}^2$$

$$\rho_l = 0.0089$$

$$V_{Rd1} = 28.7 \text{ kN}$$

SEZIONE VERIFICATA

Sezione 6-6 (campata 2, estremo destro, subito prima della fascia piena)

$$V_{Sd} = 19.4 \text{ kN}$$

$$d = 22 \text{ cm}$$

$$b = 24 \text{ cm}$$

$$k = 1.38$$

$$A_{sl} = 2.34 \text{ cm}^2$$

$$\rho_l = 0.0044$$

$$V_{Rd1} = 25.4 \text{ kN}$$

SEZIONE VERIFICATA

Sezione 7-7 (sbalzo destro, subito prima della fascia piena)

$$V_{Sd} = 15.0 \text{ kN}$$

$$d = 18 \text{ cm}$$

$$b = 24 \text{ cm}$$

$$k = 1.42$$

$$A_{sl} = 2.34 \text{ cm}^2$$

$$\rho_l = 0.0054$$

$$V_{Rd1} = 22.0 \text{ kN}$$

SEZIONE VERIFICATA

Capitolo 5

Trave

1. Controllo della sezione della trave

Prima di procedere col calcolo si è verificato se le dimensioni ipotizzate per la sezione delle campate di trave sono sufficienti. Il massimo momento negativo nelle campate emergenti (appoggio 11) è stato stimato pari a

$$M = \frac{q l^2}{10} = \frac{(42.0 + 16.4) \cdot (5.40)^2}{10} = 170.3 \text{ kNm}$$

Stimare così il momento nel penultimo appoggio di una trave continua (con campate della stessa sezione) è adeguato quando le due campate hanno luci e carichi simili. In caso di forti differenze è meglio stimarlo come media tra il $q l^2 / 8$ della campata di estremità e il $q l^2 / 12$ della campata adiacente. Nella situazione in esame, si prenderebbe quindi la media tra $58.4 \times 5.40^2 / 8 = 212.9 \text{ kNm}$ e $64.4 \times 5.20^2 / 12 = 145.1 \text{ kNm}$, ovvero 179.0 kNm .

Per controllare la correttezza delle dimensioni assunte si è utilizzata la relazione

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} \quad (10)$$

Ipotizzando come armatura compressa circa il 25% di quella tesa, si è usato il valore $r' = 0.02$. Si ottiene un'altezza utile $d = 48 \text{ cm}$, alla quale va aggiunto il copriferro $c = 4 \text{ cm}$. Si ritiene comunque accettabile una sezione 30×50 anziché la 30×60 assunta inizialmente.

Il massimo momento positivo per la campata a spessore è stato stimato pari a

$$M = \frac{q l^2}{14} = \frac{(45.7 + 16.9) \cdot (4.60)^2}{14} = 94.6 \text{ kNm}$$

La larghezza necessaria in campata per la trave a spessore è valutata mediante la relazione inversa della (10), cioè

$$b = \frac{r'^2}{d^2} M \quad (11)$$

ottenendo (con $d=0.20$ m e $r'=0.02$) il valore $b=95$ cm. Si è comunque ritenuta sufficiente per la trave una sezione 80×24 , pensando di disporre un'armatura in compressione leggermente maggiore del 25% di quella tesa.

Il massimo momento negativo per la campata a spessore è stato stimato pari a

$$M = \frac{q l^2}{8} = \frac{(45.7 + 16.9) \cdot (4.60)^2}{8} = 165.6 \text{ kNm}$$

al quale corrisponde, con $r'=0.02$, una larghezza $b=166$ cm. Se si dispone un'armatura in compressione leggermente maggiore del 25% di quella tesa, la larghezza può però essere tranquillamente ridotta a 150 cm.

La campata a spessore, molto più deformabile di quelle emergenti, può essere considerata incastrata ad esse. Nel caso in esame si può quindi utilizzare uno schema di trave appoggiata-incastrata, che porta ai valori qui utilizzati.

Le dimensioni così adottate differiscono leggermente da quelle ipotizzate in precedenza. Essendo la differenza molto piccola, non si è però ritenuto necessario variare l'analisi dei carichi.

2. Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione

La trave in esame è stata schematizzata come trave continua, facendo riferimento in particolare ai piani superiori per i quali i pilastri hanno dimensioni minime e non costituiscono un adeguato vincolo flessionale per la trave. Si sono prese in esame le combinazioni di carico più gravose (carico variabile a scacchiera, carico variabile sulle due campate adiacenti a ogni appoggio) in modo da ottenere i massimi momenti flettenti positivi e negativi

- prima combinazione - carico variabile sulle campate dispari;
- seconda combinazione - carico variabile sulle campate pari;
- terza combinazione - carico variabile sulla prima e seconda campata;
- quarta combinazione - carico variabile sulla seconda e terza campata.

La risoluzione dello schema è stata effettuata utilizzando il programma di calcolo TRAVECON. I risultati dell'elaborazione sono riportati nell'allegato 1.

Per tenere conto del fatto che i pilastri ai piani inferiori hanno dimensioni maggiori e costituiscono un vincolo rotazionale per la trave si sono inoltre considerati schemi limite di incastro: incastro perfetto ($q l^2/12$) per gli

appoggi centrali; incastro parziale per gli appoggi di estremità (si è assunto per entrambi $q l^2 / 16$, perché la sezione dei pilastri di estremità non è particolarmente elevata; inoltre il pilastro 3, collegato alla trave a spessore, è girato in modo da presentare la rigidezza minore). Si è infine considerato come minimo momento positivo il valore $q l^2 / 16$.

I diagrammi del momento flettente relativi a tutti gli schemi analizzati sono riportati nella tavola della trave. I valori massimi ottenuti, in campata e sugli appoggi, sono riportati nella tabella seguente.

Campata	Momento (kNm)	Condizione di carico
3-7	100.0	Prima combinazione
7-11	108.8	Schema limite $q l^2 / 16$
11-15	143.9	Prima combinazione
Appoggio	Momento (kNm)	Condizione di carico
3	-82.8	Schema limite d'incastro
7	-160.9	Terza combinazione
11	-185.3	Quarta combinazione
15	-106.4	Schema limite d'incastro

Prima di procedere ulteriormente si è controllata la correttezza del dimensionamento effettuato. Il massimo momento negativo nelle campate emergenti è -185.3 kNm, leggermente maggiore del valore previsto (-170.3 kNm). Il massimo momento positivo nella campata a spessore è 100.0 kNm, mentre lo si era stimato 94.6 kNm. Il massimo momento negativo nella campata a spessore è -160.9 kNm, mentre lo si era stimato -165.6 kNm. Tutte le differenze sono modeste; le sezioni prescelte sono pertanto effettivamente accettabili.

3. Armatura a flessione

Così come per il solaio, anche per la trave l'area delle armature da disporre è fornita dalla relazione:

$$A_s = \frac{M}{0.9 d f_{yd}} \quad (12)$$

dove in questo caso $d = h - c = 46$ cm per la trave emergente, 20 cm per la trave a spessore.

Come armature si sono utilizzate barre di diametro pari a 14 mm ($A_s=1.54 \text{ cm}^2$) e 20 mm ($A_s=3.14 \text{ cm}^2$), considerando come minimo tre barre inferiori e due superiori. Le aree di ferro necessarie e quelle effettivamente disposte sono indicate nella tabella seguente. Il diagramma del momento resistente, calcolato con l'inversa della (12), è riportato nella tavola relativa alla trave.

Campata	Altezza utile (cm)	Area necessaria (cm^2)	Area utilizzata (cm^2)	Ferri disposti
3-7	20	14.9	15.6	2 Ø 14+ 4 Ø 20
7-11	46	7.0	7.8	1 Ø 14 + 2 Ø 20
11-15	46	9.3	10.9	1 Ø 14 + 3 Ø 20

Appoggio	Altezza utile (cm)	Area necessaria (cm^2)	Area utilizzata (cm^2)	Ferri disposti
3	20	12.3	17.2	3 Ø 14 +4 Ø 20
7 a sinistra	20	23.9	26.6	3 Ø 14 + 7 Ø 20
7 a destra	46	10.4		
11	46	12.0	12.5	2 Ø 14 + 3 Ø 20
15	46	6.9	9.4	2 Ø 14 + 2 Ø 20

Si noti che l'appoggio 7 è stato considerato due volte, sia con altezza pari a quella della trave a spessore che con altezza pari a quella della campata emergente. Le armature che si ottengono nella prima ipotesi, nettamente maggiori, devono essere prolungate nella campata emergente per un tratto almeno pari all'altezza della trave (quindi orientativamente per almeno mezzo metro, più l'ancoraggio).

4. Armatura a taglio

Le armature a taglio sono costituite da staffe a quattro bracci nella trave a spessore e a due bracci in quella emergente.

Per il calcolo delle armature a taglio si è utilizzato il metodo del traliccio ad inclinazione variabile. Si è innanzitutto calcolato il valore di V_{Rd1} , resistenza del calcestruzzo in assenza di armatura a taglio, per controllare in quale zona è necessario un calcolo esplicito dell'armatura a taglio:

$$V_{Rd1} = 0.25 f_{ctd} b d (1.2 + 40 \rho_l) k \quad (13)$$

dove:

$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d}$ rappresenta la percentuale di armatura longitudinale A_{sl} rispetto alla sezione;

$k = 1.6 - d \geq 1$ è il coefficiente che tiene conto dell'ingranamento degli inerti.

Per non dover ripetere tale calcolo per tutte le sezioni, lo si è effettuato una volta per tutte (ma ovviamente separatamente per trave emergente e trave a spessore) utilizzando un valore minimo di armatura ($3\varnothing 14 = 4.62 \text{ cm}^2$). Si ottiene, essendo $0.25 f_{ctd} = 0.253 \text{ MPa}$:

trave emergente	$b=30 \text{ cm}$	$h=50 \text{ cm}$	$d=46 \text{ cm}$
	$\rho_l=0.003348$	$k=1.14$	$V_{Rd1}=53.0 \text{ kN}$
trave a spessore	$b=80 \text{ cm}$	$h=24 \text{ cm}$	$d=20 \text{ cm}$
	$\rho_l=0.002888$	$k=1.40$	$V_{Rd1}=74.4 \text{ kN}$

Nella verifica a taglio della trave a spessore occorre ricordare che la larghezza b deve corrispondere alla larghezza della zona di intersezione tra trave e pilastro. Secondo una impostazione classica, che considera una diffusione di tensioni a 45° e fa riferimento alla quota dell'asse della trave, b non può essere superiore alla somma di larghezza pilastro e spessore solaio (in questo caso $30+24=54 \text{ cm}$). Secondo una impostazione più moderna (vedi verifica a punzonamento secondo l'Eurocodice 2), nella quale si considera una diffusione con rapporto 1:1.5 e si arriva all'estradosso, b non può essere superiore alla somma di larghezza pilastro e tre volte l'altezza utile del solaio (in questo caso $30+3 \times 20=90 \text{ cm}$). Nel calcolo ci si è posti in una situazione intermedia, assumendo $b=80 \text{ cm}$.

Si è poi calcolato il valore di V_{Rd2} , resistenza del puntone di calcestruzzo in presenza di armatura a taglio, per controllare se la sezione è sufficiente per sopportare il taglio:

$$V_{Rd2} = \frac{b z (\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot^2 \theta} v f_{cd} \quad (14)$$

Secondo il modello a inclinazione variabile del traliccio, al diminuire dell'angolo θ vengono caricati maggiormente i puntoni che modellano il comportamento del calcestruzzo e scaricati i tiranti in acciaio. Il taglio V_{Rd2} è stato inizialmente determinato utilizzando il massimo valore consentito dalla normativa per l'angolo θ ($\cot \theta=2$), che fornisce la minima resistenza V_{Rd2} . L'angolo α , inclinazione dell'armatura a taglio, è pari a 90° poiché l'armatura è costituita da staffe; si ha quindi $\cot \alpha=0$. Si ottiene, essendo $v f_{cd}=7.733 \text{ MPa}$:

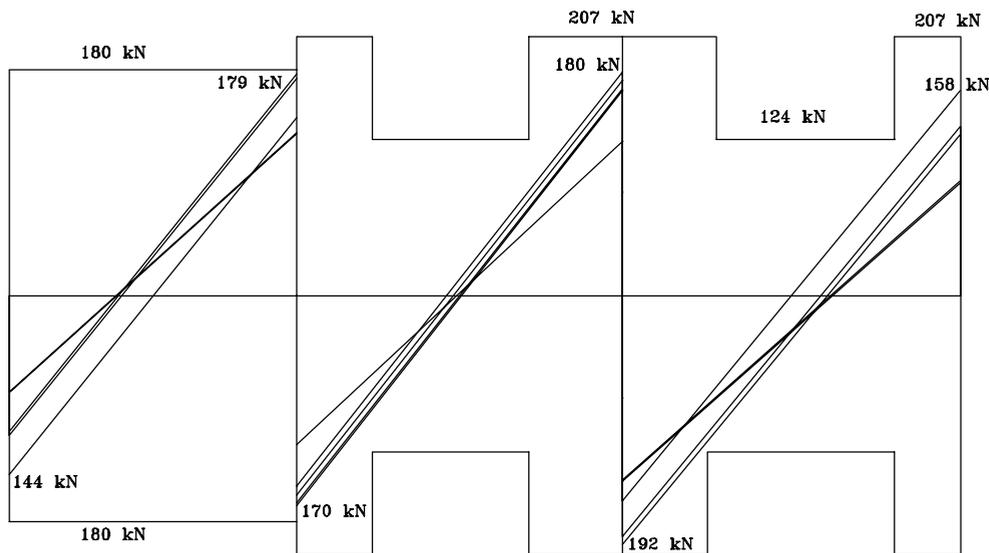
le valore eccessivamente limitante e si sono disposte per tutta la trave staffe $\varnothing 8/15$ (a due bracci in campata, a quattro bracci agli estremi).

Di seguito vengono riportati i valori ottenuti per la trave emergente e per quella a spessore, insieme al massimo taglio agente e ai valori già calcolati per V_{Rd1} e V_{Rd2} .

Trave	$V_{Sd,max}$ (kN)	V_{Rd1} (kN)	V_{Rd2} (kN)	Staffe	bracci	cot θ	V_{Rd3} (kN)
emergente	192.0	53.0	384.2	$\varnothing 8/15$	2	2	207.5
				$\varnothing 8/25$	2	2	124.5
a spessore	179.0	74.4	445.4	$\varnothing 8/15$	4	2	180.4
				$\varnothing 8/15$	2	2	90.2

Si sono infine disposti fuori calcolo nelle campate emergenti ferri di parete (1+1 $\varnothing 14$). Questa armatura fornisce un contributo a taglio, soprattutto come aumento della resistenza della sezione, riduce i problemi di fessurazione e consente di assorbire eventuali trazioni, quali quelle dovute a ritiro o variazioni termiche.

Nella figura che segue si riporta il diagramma del taglio, per le diverse combinazioni di carico considerate (incluso uno schema limite di incastro perfetto, con taglio massimo pari a $q l/2$) ed il diagramma del taglio resistente corrispondente alle armature disposte.



Attenzione: nel diagramma del taglio che segue, il taglio resistente nella prima campata è, erroneamente, riferito sempre a Ø8/15 a quattro bracci.

5. Verifiche allo stato limite ultimo

È stata effettuata la verifica a flessione retta allo S.L.U. delle sezioni più significative. Le formule utilizzate sono già state richiamate nel capitolo relativo al solaio.

Era stata richiesta dal docente la verifica di due sole sezioni. Lo studente, di sua iniziativa, ne ha effettuate un numero maggiore.

Verifica della mezzeria della prima campata (a spessore)

Dati:

$$b = 80 \text{ cm} \quad d = 20 \text{ cm} \quad c = 4 \text{ cm} \quad \gamma = \frac{c}{d} = 0.20$$

$$A_s = 15.64 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 9.36 \text{ cm}^2 \quad u = \frac{A'_s}{A_s} = 0.60$$

$$M_{Sd} = 100.0 \text{ kNm}$$

Nel caso in esame la percentuale meccanica d'armatura risulta:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} = 0.332$$

Le ω in corrispondenza dei differenti diagrammi risultano:

$$\text{diagramma B'} \quad s' = -0.220 \quad \omega_1 = 0.098$$

$$\text{diagramma C} \quad s' = 0.441 \quad \omega_2 = 0.285$$

$$\text{diagramma C'} \quad s' = 1 \quad \omega_3 = 1.328$$

Poiché $\omega > \omega_2$ lo stato di deformazione rientra nel campo 3. Il valore di ξ si ottiene, iterativamente o per tentativi

ξ	ϵ_c	η_0	β	s'	$\omega(1-su) - \xi\beta$
0.259	-0.0035	1.75	0.809	0.441	0.0342
0.658	-0.0035	1.75	0.809	1	-0.3999
0.2775	-0.0035	1.75	0.809	0.539	0.0001

Si ha quindi

$$\kappa = 0.416 \quad x = 5.55 \text{ cm} \quad \zeta = 0.857$$

e il valore del momento resistente è pari a $M_{Rd} = 100.3 \text{ kNm}$

Poiché $M_{Sd} < M_{Rd}$ la sezione è verificata.

Verifica della sezione in corrispondenza dell'appoggio 7 (a spessore)

Dati:

$$b = 150 \text{ cm} \quad d = 20 \text{ cm} \quad c = 4 \text{ cm} \quad \gamma = \frac{c}{d} = 0.20$$

$$A_s = 26.54 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 15.64 \text{ cm}^2 \quad u = \frac{A'_s}{A_s} = 0.59$$

$$M_{Sd} = -160.9 \text{ kNm}$$

Nel caso in esame la percentuale meccanica d'armatura risulta:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} = 0.300$$

Le ω in corrispondenza dei differenti diagrammi risultano:

diagramma B' $s' = -0.220$ $\omega_1 = 0.098$

diagramma C $s' = 0.441$ $\omega_2 = 0.284$

diagramma C' $s' = 1$ $\omega_3 = 1.298$

Poiché $\omega > \omega_2$ lo stato di deformazione rientra nel campo 3. Il valore di ξ si ottiene, iterativamente o per tentativi

ξ	ϵ_c	η_0	β	s'	$\omega(1 - s u) - \xi \beta$
0.259	-0.0035	1.75	0.809	0.441	0.1233
0.658	-0.0035	1.75	0.809	1	-0.3482
0.2661	-0.0035	1.75	0.809	0.479	0.0000

Si ha quindi

$$\kappa = 0.416 \quad x = 5.32 \text{ cm} \quad \zeta = 0.864$$

e il valore del momento resistente è pari a $M_{Rd} = -171.5 \text{ kNm}$

Poiché $M_{Sd} < M_{Rd}$ la sezione è verificata. La sezione sull'appoggio potrebbe quindi essere tranquillamente ridotta rispetto alla dimensione ipotizzata.

Verifica della mezzeria della terza campata (emergente)

Dati:

$$b = 30 \text{ cm} \quad d = 46 \text{ cm} \quad c = 4 \text{ cm} \quad \gamma = \frac{c}{d} = 0.087$$

$$A_s = 10.9 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 3.08 \text{ cm}^2 \quad u = \frac{A'_s}{A_s} = 0.283$$

$$M_{Sd} = 143.9 \text{ kNm}$$

Nel caso in esame la percentuale meccanica d'armatura risulta:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} = 0.268$$

Le ω in corrispondenza dei differenti diagrammi risultano:

diagramma B'	$s' = 0.527$	$\omega_1 = 0.131$
diagramma C	$s' = 1$	$\omega_2 = 0.293$
diagramma C'	$s' = 1$	$\omega_3 = 0.743$

Poiché $\omega_1 < \omega < \omega_2$ lo stato di deformazione rientra nel campo 2b. Il valore di ξ si ottiene, iterativamente o per tentativi

ξ	ϵ_c	η_0	β	s'	$\omega(1-su) - \xi\beta$
0.167	-0.0020	1.00	0.667	0.527	0.1169
0.259	-0.0035	1.75	0.809	1	-0.0177
0.2427	-0.0032	1.60	0.792	1	0.0000

Si ha quindi

$$\kappa = 0.410 \quad x = 4.85 \text{ cm} \quad \zeta = 0.904$$

e il valore del momento resistente è pari a $M_{Rd} = 169.5 \text{ kNm}$

Poiché $M_{Sd} < M_{Rd}$ la sezione è verificata.

Verifica della sezione in corrispondenza dell'appoggio 11 (emergente)

Dati:

$$b = 30 \text{ cm} \quad d = 46 \text{ cm} \quad c = 4 \text{ cm} \quad \gamma = \frac{c}{d} = 0.087$$

$$A_s = 12.44 \text{ cm}^2 \quad A'_s = 7.82 \text{ cm}^2 \quad u = \frac{A'_s}{A_s} = 0.629$$

$$M_{Sd} = -185.3 \text{ kNm}$$

Nel caso in esame la percentuale meccanica d'armatura risulta:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d \alpha f_{cd}} = 0.306$$

Le ω in corrispondenza dei differenti diagrammi risultano:

diagramma B'	$s' = 0.527$	$\omega_1 = 0.166$
diagramma C	$s' = 1$	$\omega_2 = 0.565$
diagramma C'	$s' = 1$	$\omega_3 = 1.435$

Poiché $\omega_1 < \omega < \omega_2$ lo stato di deformazione rientra nel campo 2b. Il valore di ξ si ottiene, iterativamente o per tentativi

ξ	ϵ_c	η_0	β	s'	$\omega(1-s u) - \xi \beta$
0.167	-0.0020	1.00	0.667	0.527	0.0934
0.259	-0.0035	1.75	0.809	1	-0.0963
0.2036	-0.0032	1.60	0.792	1	0.0002

Si ha quindi

$$\kappa = 0.393 \quad x = 4.07 \text{ cm} \quad \zeta = 0.917$$

e il valore del momento resistente è pari a $M_{Rd} = -196.1 \text{ kNm}$

6. Verifiche agli stati limite di esercizio

Carichi e caratteristiche della sollecitazione

I valori di carico relativi alla combinazione rara sono forniti dalla relazione

$$F_d = G_k + Q_k \quad (16)$$

I valori di carico relativi alla combinazione quasi permanente sono forniti dalla relazione

$$F_d = G_k + \psi_2 Q_k \quad (17)$$

con $\psi_2=0.2$ per edifici destinati a civile abitazione.

I valori di G_k e Q_k per le campate della trave in esame possono essere ricavati dai valori di G_d e Q_d determinati in precedenza, dividendoli per i coefficienti γ . Si ha così:

Campata	G_k	Q_k	Combinazione rara		Combinazione quasi permanente	
			Carico totale	rara/SLU	Carico totale	q.perm./S LU
3-7	32.6	11.3	43.9	0.70	34.9	0.56
7-11	33.9	11.3	45.2	0.70	36.2	0.56
11-15	30.0	10.9	40.9	0.70	32.2	0.55

Il carico totale nella combinazione rara è quindi circa il 70% di quello utilizzato nelle verifiche allo S.L.U., mentre quello relativo alla combinazione quasi permanente ne è circa il 56%.

I valori del momento flettente possono essere approssimativamente ricavati dai valori ottenuti per lo stato limite ultimo, moltiplicandoli per il coefficiente 0.70 (per combinazione rara) e 0.56 (per combinazione quasi permanente).

Questa è ovviamente solo una approssimazione. Se si volesse essere precisi occorrerebbe risolvere gli schemi relativi alle diverse combinazioni, viste per lo SLU, con i carichi permanenti e variabili relativi allo SLE. Nel caso della combinazione rara la differenza è sicuramente minima, perché sia i carichi permanenti che quelli variabili mantengono sostanzialmente le rispettive proporzioni. Differenze maggiori si potranno avere per la combinazione quasi permanente, perché in essa si riducono molto di più i carichi variabili. I valori stimati nel modo anzidetto sono però sempre a vantaggio di sicurezza.

Verifica a fessurazione

La verifica è stata effettuata con riferimento alla sezione di mezzeria della campata 11-15 (trave emergente).

Un controllo andrebbe ovviamente fatto per tutte le sezioni significative della trave. Il docente ha in questo caso richiesto di verificare una sola sezione, a scelta dello studente.

Controllo semplificato

Seguendo le indicazioni dell'Eurocodice 2 si è innanzitutto controllato se l'armatura disposta è di per se idonea ad evitare rilevanti problemi di fessurazione.

Per evitare che l'armatura si snervi appena raggiunto il limite di fessurazione, l'armatura minima deve essere superiore al seguente valore:

$$A_s \geq \frac{k_c k f_{ct,cls} A_{ct}}{0.9 f_{yk}} \quad (18)$$

con

$k_c=0.4$ poiché la trave è soggetta a flessione
 $k=1$ coefficiente che tiene conto degli effetti di tensione auto-equilibrate non uniformi

f_{ct} resistenza del calcestruzzo a trazione $f_{ct}=3$ MPa

A_{ct} area di calcestruzzo teso

$A_{ct} \cong b h/2$ poiché la trave è soggetta a flessione

Si ottiene come minima armatura da disporre $A_s = 2.3 \text{ cm}^2$. Poiché l'armatura tesa è costituita da $4\text{Ø}20 = 12.5 \text{ cm}^2$ tale limite è abbondantemente superato.

Attenzione: noto qui una notevole incongruenza con le tavole. L'armatura tesa realmente disposta in mezzeria è costituita da $3\text{Ø}20$ e $1\text{Ø}14$ (11.0 cm^2) e quella compressa da soli $2\text{Ø}14$ (3.1 cm^2). Le armature qui indicate si riferiscono invece alla sezione di appoggio. Si sarebbe dovuto modificare tutto il paragrafo, ma non me la sono sentita di farlo.

Occorre inoltre non superare un interasse massimo ed un diametro massimo delle barre, che dipendono dalla tensione nell'acciaio nella combinazione di carico quasi permanente. Per calcolare rigorosamente tale tensione occorre innanzitutto determinare la posizione dell'asse neutro. Il modello del calcestruzzo è quello del secondo stadio (lineare ma non resistente a trazione, se si è superato il limite di fessurazione), con un coefficiente di omogeneizzazione n che in questo caso si assume pari a 7. La posizione dell'asse neutro è quindi fornita da:

$$x = \psi \cdot h \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot d_{Gs}}{\psi \cdot h}} \right) \quad (19)$$

con

$b=30 \text{ cm}$ $h=50 \text{ cm}$ $c=4 \text{ cm}$ $d=46 \text{ cm}$

$A_s=12.5 \text{ cm}^2$ $A_s'=7.8 \text{ cm}^2$

$$\psi = \frac{n (A_s + A_s')}{b h} = 0.0947$$

$$d_{Gs} = \frac{A_s d + A'_s c}{A_s + A'_s} = 29.86 \text{ cm}$$

Si ottiene così $x=12.7$ cm. Il braccio della coppia interna è

$$\zeta = 1 - k \xi + s u (k \xi - \gamma) \quad (20)$$

con

$$\gamma = c/d = 0.0870$$

$k = 1/3$ perché il modello del materiale è lineare

$$\xi = x/d = 0.277$$

$$u = A'_s/A_s = 0.624$$

$$s = \frac{\xi - \gamma}{1 - \xi} = \frac{x - c}{d - x} = 0.208$$

Si ottiene così $\zeta = 0.908$, $z = 41.8$ cm. La tensione nell'armatura può essere determinata mediante l'espressione:

$$\sigma_s = \frac{M}{z A_s} \quad (21)$$

con $M = 0.56 \times 143.9 = 80.6$ kNm, ottenendo $\sigma_s = 154.3$ MPa.

Si noti che lo stesso risultato, con minime approssimazioni, si sarebbe potuto ottenere assumendo "a priori" un valore del braccio della coppia interna pari a $0.9 d$ (41.4 cm).

L'interasse e il diametro massimo prescritti dall'Eurocodice 2 sono, per $\sigma_s = 160$ MPa, rispettivamente 300 mm e 32 mm. Le armature disposte non superano tali limiti e si può quindi ritenere sostanzialmente limitato il problema della fessurazione.

Ampiezza della fessura

In questo caso è espressamente richiesto di verificare che, per la combinazione di carico rara, l'ampiezza della lesione sia inferiore a 0.3 mm. Si è valutato quindi il momento che provoca la fessurazione e l'entità della fessura.

Il momento di fessurazione corrisponde al valore per il quale si raggiunge al bordo teso la massima tensione di trazione sopportabile dal calcestruzzo. Si fa riferimento a un modello del calcestruzzo lineare e resistente a trazione (primo stadio) con un coefficiente di omogeneizzazione $n=7$. Si ha:

$$M_f = -f_{cfk} \frac{I_G}{y} \quad (22)$$

dove

y_c è la distanza del bordo compresso dal baricentro:

$$y_c = \frac{b h^2 / 2 + n A_s d + n A'_s c}{b h + n A_s + n A'_s} = 25.42 \text{ cm}$$

y è la distanza del bordo teso dal baricentro: $y = 24.58 \text{ cm}$

I_G è il momento di inerzia rispetto al baricentro della sezione omogeneizzata:

$$I_G = b h^3 / 12 + b h (y_c - h / 2)^2 + n A_s (d - y_c)^2 + n A'_s (c - y_c)^2 = 374875 \text{ cm}^4$$

f_{cfk} è la resistenza a trazione del calcestruzzo (in presenza di flessione), pari a 1.94 MPa.

Si ottiene così $M_f = 29.6 \text{ kNm}$. Poiché nella combinazione di carico rara si raggiunge un momento $M = 100.7 \text{ kNm}$ la trave, come prevedibile, si fessura.

La distanza media tra le fessure è data dalla seguente espressione:

$$s_{rm} = 50 + 0.25 k_1 k_2 \frac{\varnothing}{\rho_r} \quad (23)$$

dove:

\varnothing è il diametro delle barre in mm $\varnothing = 20 \text{ mm}$

$k_1 = 0.8$ perché le barre sono ad aderenza migliorata

$k_2 = 0.5$ poiché la trave è soggetta a flessione pura

ρ_r è la percentuale di armatura longitudinale nella zona tesa

$$\rho_r = \frac{A_s}{A_{c,eff}} = \frac{A_s}{2.5 c b} = 0.0417$$

Si ottiene $s_{rm} = 98 \text{ mm}$. Si calcola quindi la deformazione media dell'acciaio, che dipende dalla tensione nell'acciaio ed anche, per tenere conto del *tension stiffening*, del rapporto tra tensione nella condizione considerata e tensione appena si è formata la fessura (coincidente col rapporto tra momento considerato e momento di fessurazione). La tensione dell'acciaio nella combinazione di carico rara è, come visto in precedenza, $\sigma_s = 193 \text{ MPa}$. La deformazione media è data da:

$$\varepsilon_{sm} = \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right] \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (24)$$

con

$\beta_1=1$ perché le barre sono ad aderenza migliorata

$\beta_2=0.5$ perché i carichi sono di lunga durata

$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} = \frac{M_f}{M_s}$ poiché il modello è lineare in entrambi i casi

Si ottiene

$$\varepsilon_{sm} = \left[1 - 1 \times 0.5 \times \left(\frac{29.6}{100.7} \right)^2 \right] \frac{193}{206000} = 0.000896$$

Si noti che il termine tra parentesi quadre, che tiene conto del tension stiffening, riduce in questo caso la deformazione di appena il 5%.

Il valore caratteristico dell'ampiezza delle fessure è dato da:

$$w_k = \beta \varepsilon_{sm} s_{rm} \quad (25)$$

dove β è il coefficiente che correla l'ampiezza media delle fessure al valore di calcolo e vale 1.7 per fessurazione indotta dai carichi. Si ottiene così $w_k = 0.15$ mm. Questo valore è inferiore al limite richiesto dal committente; la verifica è quindi soddisfatta.

Verifica allo stato limite di tensioni di esercizio

Sotto l'azione dei carichi di esercizio, nel calcestruzzo possono nascere tensioni eccessive che potrebbero favorire la formazione di fessure longitudinali e microfessurazioni che potrebbero compromettere la durabilità dell'elemento strutturale. Occorre quindi limitare il valore delle tensioni a secondo del tipo di combinazione di carico. Si effettua la verifica sia per la combinazione di carico rara che per quella quasi permanente.

La verifica è stata effettuata per l'appoggio 11, che è la sezione emergente (30×50) soggetta al massimo momento negativo. Le armature in essa disposte sono $A_s = 12.5$ cm², $A'_s = 7.8$ cm². Utilizzando le (19) e (20) con un coefficiente di omogeneizzazione $n=15$, si ottiene:

$$\psi=0.203 \quad d_{Gs} = 29.86 \text{ cm} \quad x=16.5 \text{ cm} \quad z=40.7 \text{ cm.}$$

La tensione nell'armatura è stata determinata utilizzando la (21), mentre la tensione nel calcestruzzo è data da

$$\sigma_c = -\frac{M}{I} y \quad (26)$$

nella quale

I è il momento d'inerzia della sezione reagente omogeneizzata:

$$I = \frac{b x^3}{3} + n A_s (d - x)^2 + n A'_s (c - x)^2 = 226374 \text{ cm}^4$$

y è la distanza del bordo compresso dall'asse neutro, pari a x .

Combinazione di carico rara

Il valore del momento flettente è $M = -185.3 \times 0.70 = -129.7 \text{ kNm}$. Applicando le (21) e (26) si ottiene:

$$\sigma_c = 9.44 \text{ MPa} \qquad \sigma_s = 254 \text{ MPa}$$

I valore limite per la classe di esposizione 1 e 2 sono:

$$\sigma_c \leq 0.6 f_{ck} = 12.45 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s \leq 0.7 f_{yk} = 301 \text{ MPa}$$

La verifica è quindi soddisfatta.

Combinazione di carico quasi permanente

Il valore del momento flettente è $M = -185.3 \times 0.56 = -103.8 \text{ kNm}$. Applicando le (21) e (26) si ottiene:

$$\sigma_c = 7.56 \text{ MPa} \qquad \sigma_s = 203 \text{ MPa}$$

Il valore limite per la classe di esposizione 1 e 2, imposto per il calcestruzzo, è:

$$\sigma_c \leq 0.45 f_{ck} = 9.3 \text{ MPa}$$

La verifica è quindi soddisfatta.

Capitolo 6

Pilastri

1. Analisi dei carichi

Una volta calcolata l'entità dei carichi al piano tipo (vedi capitolo 3), si è ricavato lo sforzo normale di calcolo N_{Sd} per ogni pilastro, ottenendo i seguenti valori (tutti in kN):

	Pilastro 3	Pilastro 7	Pilastro 11	Pilastro 15
Piano 6	254.6	371.4	425.1	201.8
Piano 5	509.2	742.8	850.2	403.6
Piano 4	763.8	1114.2	1275.3	605.4
Piano 3	1018.4	1485.6	1700.4	807.2
Piano 2	1273.0	1857.0	2125.2	1009.0
Piano 1	1527.6	2228.4	2550.6	1210.8

2. Dimensionamento della sezione

L'area di calcestruzzo necessaria è stata ricavata mediante la formula seguente, nella quale si è considerata una riduzione del 25% della resistenza del calcestruzzo, così come imposto dalla normativa italiana, anche se ciò non è richiesto dall'Eurocodice 2

$$A_{c,nec} = \frac{0.85 N_{Sd}}{\alpha f_{cd} / 1.25} \quad (27)$$

Il valore $0.85 N_{Sd}$ deriva dal fatto che si è considerato che l'armatura assorba il 15% dello sforzo normale, cioè dia (almeno) il contributo minimo imposto dalla normativa.

La riduzione del 25% della resistenza del calcestruzzo è stata considerata, anche se non specificamente imposta dall'Eurocodice 2, perché consente al pilastro di sopportare un adeguato momento flettente. Se non lo si fosse fatto, sarebbe stato necessario valutare espressamente il massimo momento flettente nel pilastro (prendendo in considerazione le disposizioni peggiori dei carichi variabili, le fasi di costruzione, le possibili imperfezioni dovute alle tecnologie costruttive) e verificarlo a pressoflessione.

Nella tabella che segue sono riportati in ordine, per piano e per pilastro, l'area di calcestruzzo necessaria (in cm^2) e la sezione effettivamente adottata, considerando che si è scelto di assegnare ai pilastri una sezione non minore di 30×30 .

Piano	Pilastro 3		Pilastro 7		Pilastro 11		Pilastro 15	
6	245	30×30	358	30×30	410	30×30	195	30×30
5	491	30×30	716	30×30	820	30×30	389	30×30
4	736	30×30	1074	40×30	1230	30×50	584	30×30
3	982	40×30	1432	50×30	1639	30×60	778	30×30
2	1227	50×30	1790	60×30	2049	30×70	973	30×40
1	1473	50×30	2149	60×40	2459	40×70	1167	30×40

Il pilastro 11, piano 5, poteva essere realizzato con sezione 30×40 anziché 30×30, anche se non necessaria, per evitare la presenza di una risega di 20 cm.

3. Dimensionamento delle armature

Secondo la normativa di riferimento (Eurocodice 2) l'area delle armature deve portare almeno il 15% dello sforzo normale sollecitante N_{Sd} , cioè deve essere:

$$A_s \geq \frac{0.15 N_{Sd}}{f_{yd}} \quad (28)$$

Dal confronto tra le (27) e (28) si nota che deve essere

$$A_s \geq \frac{0.15 \alpha f_{cd} / 1.25}{0.85 f_{yd}} A_{c,nec} \quad (29)$$

e quindi, con i materiali utilizzati nel progetto, l'area dell'armatura deve essere almeno lo 0.416% dell'area di calcestruzzo strettamente necessaria.

Un ulteriore limite prescritto dall'Eurocodice 2 è che l'area dell'armatura deve essere superiore allo 0.3% dell'area di calcestruzzo effettiva. La vecchia normativa italiana (D.M. 14/2/92), basata sul metodo delle tensioni ammissibili, richiedeva inoltre che l'area dell'armatura fosse almeno pari allo 0.8% dell'area di calcestruzzo strettamente necessaria.

Tenendo presente i limiti sopra indicati, nonché il fatto che la presenza di una adeguata armatura migliora la capacità del pilastro di sopportare

momento flettente, si è deciso di disporre in ciascun pilastro un'area di armatura compresa tra lo 0.6% e lo 0.8% dell'area effettiva di calcestruzzo. Il far riferimento alla sezione effettiva e non a quella strettamente necessaria comporta, tra l'altro, che tutti i pilastri aventi la stessa sezione avranno uguale armatura, cosa particolarmente comoda in fase di realizzazione. Le armature disposte sono indicate nella seguente tabella:

sezione	A_c [cm ²]	armatura	A_s [cm ²]	A_s / A_c
30×30	900	4Ø14	6.16	0.68 %
30×40	1200	6Ø14	9.24	0.77 %
30×50	1500	6Ø14	9.24	0.62 %
30×60	1800	8Ø14	12.32	0.68 %
30×70	2100	8Ø14	12.32	0.59 %
40×60	2400	10Ø14	15.40	0.64 %
40×70	2800	10Ø14	15.40	0.55 %

La scelta della quantità di armatura da disporre in ciascun pilastro è abbastanza soggettiva. In genere quando il pilastro diventa abbastanza lungo (orientativamente, da 70 cm in su) io consiglio di aumentare l'armatura sul lato corto e/o disporre Ø20 negli spigoli. Qualcuno, ancor più prudente, preferisce usare sempre barre di diametro maggiore (ad esempio Ø20) nei quattro spigoli, anche per i pilastri di dimensione minima.

Le barre longitudinali vengono prolungate rispetto all'estradosso della trave per una lunghezza pari a quella di sovrapposizione al fine di garantire un buon ancoraggio con le barre del pilastro superiore. Tale lunghezza è stata in questo caso fissata a 0.80 m, misura più che sufficiente per le barre utilizzate (Ø14). Oltre l'armatura longitudinale vengono disposte delle staffe secondo le prescrizioni della normativa, ovvero con un passo p che rispetti i seguenti limiti:

$$p \leq 12 \varnothing_{\min}, \text{ cioè } p \leq 16.8 \text{ cm} \quad (30)$$

Il passo deve infittirsi, secondo un fattore 0.6, in prossimità degli estremi del pilastro per un'ampiezza pari alla dimensione maggiore del pilastro. Si è quindi deciso di disporre una staffa ogni 10 cm agli estremi del pilastro ed una ogni 15 cm nella parte centrale.

4. Verifica allo stato limite di tensioni di esercizio

La verifica allo stato limite di tensioni di esercizio serve per controllare che l'entità della compressione non sia tale da indurre la formazione di rilevanti fessure parallele alla direzione di compressione, dovute alla dilatazione trasversale del calcestruzzo, nonché tale da provocare eccessive deformazioni viscosse. Per la prima condizione si fa riferimento alla combinazione di carico rara. Negli ambienti 1 (secco) e 2 (umido, ma in assenza di salinità) essa impone:

$$\sigma_c^{\max} \leq 0.6 f_{ck} \quad (31)$$

ovvero in questo caso $\sigma_c \leq 12.45$ MPa. Per la seconda condizione si fa riferimento alla combinazione di carico quasi permanente, imponendo per ambienti 1 e 2:

$$\sigma_c^{\max} \leq 0.45 f_{ck} \quad (32)$$

ovvero in questo caso $\sigma_c \leq 9.34$ MPa.

Nel caso dei pilastri, che sono elementi compresi, non è invece necessaria l'ulteriore verifica prevista per armature tese ($\sigma_s^{\max} \leq 0.7 f_{yk}$ per la condizione di carico rara).

Per determinare lo sforzo normale relativo alle due condizioni di carico si sono utilizzati gli stessi coefficienti riduttivi calcolati per le travi (carico nella combinazione rara e in quella quasi permanente rispettivamente pari al 70% e al 56% di quello allo stato limite ultimo).

Sarebbe stato più preciso stimare lo sforzo in ciascun pilastro partendo dall'analisi dei carichi, come effettuato nella trave. Vi possono essere differenze non trascurabili, tra pilastro e pilastro, perché è diversa per ciascuno di essi l'incidenza dei carichi permanenti (ad esempio dei pompagni).

La verifica è stata effettuata per il pilastro 11, primo ordine, che ha dimensioni 40×70 ed è armato con 10Ø14. Lo sforzo normale di calcolo allo stato limite ultimo è $N_{Sd}=2550.6$ kN. Si assume quindi per la verifica:

- per la combinazione rara $N = 0.70 \times 2550.6 = 1785.4$ kN
- per la combinazione quasi permanente $N = 0.56 \times 2550.6 = 1428.3$ kN

Facendo riferimento ad un modello σ – ε lineare si ha:

$$\sigma_c^{\max} = \frac{N}{A_{ci}} \quad (33)$$

con $A_{ci} = A_c + n A_s = 2800 + 15 \times 15.4 = 3031 \text{ cm}^2$. Si ottiene quindi:

combinazione rara

$$\sigma_c^{\max} = \frac{1785.4 \times 10^3}{3031 \times 10^2} = 5.89 \text{ MPa} < 12.45 \text{ MPa}$$

combinazione quasi permanente

$$\sigma_c^{\max} = \frac{1428.3 \times 10^3}{3031 \times 10^2} = 4.71 \text{ MPa} < 9.34 \text{ MPa}$$

La verifica è quindi in entrambi i casi soddisfatta.

Capitolo 7

Trave di fondazione

1. Dimensionamento

La fondazione è realizzata mediante travi rettilinee parallele; infatti, essendo l'edificio ubicato in zona non sismica, non è necessario realizzare un reticolo. In corrispondenza dei pilastri di estremità la trave viene prolungata mediante uno sbalzo per conferire una migliore distribuzione dei carichi. Come carichi trasmessi dai pilastri sono stati considerati i carichi ottenuti con il metodo approssimato:

$$N_3 = 1528 \text{ kN}$$

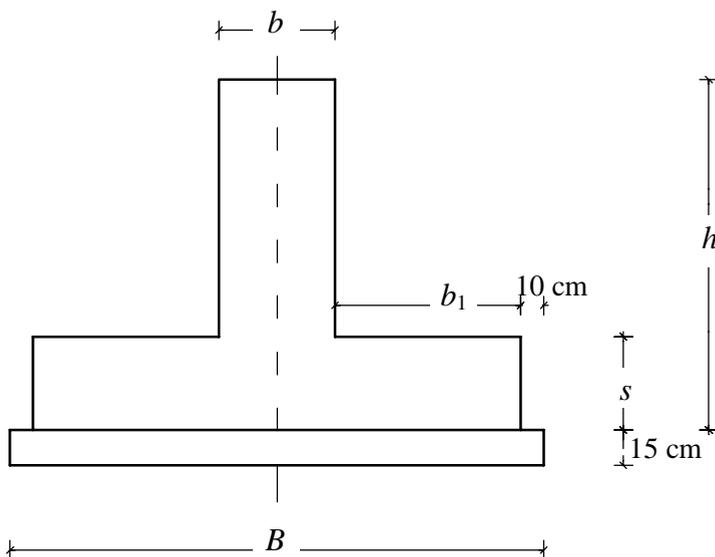
$$N_7 = 2228 \text{ kN}$$

$$N_{11} = 2551 \text{ kN}$$

$$N_{15} = 1211 \text{ kN}$$

Si poteva allo stesso modo considerare i carichi ottenuti dalla risoluzione del telaio.

Nello schema seguente è riportata la sezione trasversale:



Per il calcolo della larghezza del sottofondo B si ipotizza che la trave sia infinitamente rigida e che i carichi centrati sulla trave non abbiano rilevante eccentricità. Assegnando la tensione media sul terreno accettabile allo S.L.U. ($\sigma_t = 0.24 \text{ N/mm}^2$) si ottiene

$$B = \frac{\sum N}{\sigma_t L} = \frac{(1528 + 2228 + 2551 + 1211) \times 10^3}{0.24 \times 18.8 \times 10^3} \times 10^{-3} = 1.67 \text{ m}$$

Il valore ottenuto deve essere aumentato del 15-20 % per tenere in considerazione l'effettiva flessibilità della trave reale e il non perfetto centramento dei carichi verticali. Si assume quindi $B = 2.10 \text{ m}$.

A rigore, si dovrebbe tenere conto anche del peso proprio della trave di fondazione ed anche di quello del terreno di ricoprimento. Ma bisognerebbe anche discutere sul significato della tensione che si considera accettabile per il terreno, che nasce da considerazioni geotecniche nelle quali interviene anche l'entità dello scavo...

L'altezza H della fondazione viene dimensionata con riferimento alla verifica a taglio. Il taglio massimo può essere stimato pari al 60% della massima forza verticale applicata alla trave e quindi $V_{max} = 0.6 \times 2551 = 1531 \text{ kN}$. La resistenza a taglio di una sezione, con riferimento al metodo dell'inclinazione variabile del puntone ed assumendo $\cot \theta = 2$, vale

$$V_{Rd2} = 0.4 v f_{cd} b z \quad (34)$$

con

$$z = 0.9 d$$

$$v = 0.7 - f_{ck}/200 = 0.596$$

Invertendo l'espressione si ottiene:

$$b d \geq \frac{V_{max}}{0.4 \times 0.9 \times v f_{cd}} = \frac{1531 \times 10^3}{0.36 \times 0.596 \times 12.97} \times 10^{-6} = 0.55 \text{ m}^2$$

Assumendo $b = 50 \text{ cm}$, si ottiene $d \geq 110 \text{ cm}$. Un'ulteriore condizione che è opportuno rispettare è che la trave di fondazione sia molto più rigida del complesso di travi in elevazioni, ovvero che sia:

$$I_{fond} \geq 4 \sum I_{elev} \quad (35)$$

In questo modo l'eventuale momento flettente, generato da un cedimento delle fondazioni, viene assorbito dalla trave di fondazione e non da quelle di elevazione, che potrebbero subire sollecitazioni non previste. Inoltre se si avesse una trave di fondazione meno rigida sarebbe necessario tenere conto

in tutto il calcolo dell'interazione suolo-struttura. Non avendo ancora definito pienamente la sezione, il momento d'inerzia è calcolato a partire da quello di una sezione rettangolare, stimando approssimativamente il contributo delle ali. Essendo $I_{elev} = 6 \times 312500 = 1875000 \text{ cm}^4$, si ha:

$$I_{fond} \cong 1.7 \frac{b h^3}{12} \geq 4 \times 187500 \text{ cm}^4$$

$$b h^3 \geq \frac{4 \times 1875000 \times 12}{1.7} = 52941176 \text{ cm}^4$$

Avendo assunto $b = 50 \text{ cm}$, si ottiene $h \geq 102 \text{ cm}$. Questa condizione è, in questo caso, meno gravosa della precedente. In definitiva, abbondando un po' si assume $h = 1.30 \text{ m}$.

Per determinare, infine, il valore dell'altezza s dell'ala di fondazione, la si considera come una mensola, di base $b = 1.00 \text{ m}$ e sottoposta al carico distribuito dovuto alla massima tensione del terreno, e la si progetta a flessione e a taglio. La lunghezza di tale mensola è $(2.10 - 0.50)/2 = 0.80 \text{ m}$. Il carico per unità di lunghezza, dovuto alla massima tensione accettabile per il terreno, vale $0.24 \times 10^6 = 240000 \text{ N/m} = 240 \text{ kN/m}$. Il massimo taglio e momento a filo anima valgono

$$V = 240 \times 0.80 = 192 \text{ kN}$$

$$M = 240 \times 0.80^2 / 2 = 76.8 \text{ kN}$$

Per la verifica a flessione si deve avere

$$d \geq r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

e quindi $s \geq 19.3 + 4 = 23.3 \text{ cm}$. Per la verifica a taglio, se si volesse non disporre alcuna armatura a taglio dovrebbe essere $V_{Rd1} > V$. Essendo

$$V_{Rd1} = 0.25 f_{ctd} (1.2 + 40 \rho_l) k b d \quad (36)$$

con $f_{ctd} = 1.01 \text{ MPa}$ ed assumendo $\rho_l \cong 0$ e $k \cong 1.2$, si ha

$$0.25 \times 1.01 \times 1.2 \times 1.2 \times b d > 192 \times 10^3$$

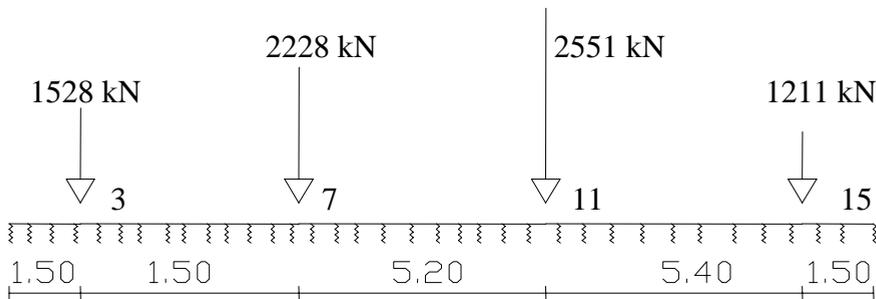
$$b d > \frac{192 \times 10^3}{0.25 \times 1.01 \times 1.2 \times 1.2} = 528053 \text{ mm}^2 = 0.528 \text{ m}^2$$

e quindi $s \geq 52.8 + 4 = 56.8 \text{ cm}$. Questo valore sembra troppo alto, si è quindi assunto $s = 40 \text{ cm}$ e si dovrà armare a taglio l'ala.

Si assume infine che la sottobase abbia uno spessore pari a 15 cm e sporga di 10 cm (per lato) dall'ala.

2. Calcolo delle caratteristiche della sollecitazione

Le caratteristiche di sollecitazione sono state determinate utilizzando lo schema di trave elastica su suolo elastico alla Winkler, mostrato in figura. I calcoli sono stati effettuati col programma TRAVEFON, i cui tabulati di output sono riportati nell'allegato 5.



Attenzione: il diagramma di momento, taglio e abbassamento riportato nella tavola relativa alla trave di fondazione è leggermente diverso da quello desumibile dall'allegato 5, perché determinato con dati leggermente diversi.

3. Armature longitudinali dell'anima

Minimi di normativa

L'Eurocodice 2 impone per le travi dei valori minimi di armatura. La prima condizione riguarda la fessurazione e richiede una quantità di armatura tale da evitare che essa si snervi appena raggiunto il limite di fessurazione:

$$A_s = \frac{k_c k f_{ct,eff} A_{ct}}{\sigma_s} \quad (37)$$

dove

- A_s è l'area di armatura minima necessaria nella zona tesa;
- A_{ct} è l'area di calcestruzzo nella zona tesa: la zona tesa è quella parte della sezione che risulta in trazione subito prima della formazione della fessurazione (cioè quando tutta la sezione è reagente);

- σ_s è la massima tensione ammessa nell'armatura subito dopo la formazione della fessura; il NAD italiano impone $\sigma_s=0.9 f_{yk}$;
- $f_{ct,eff}$ è la resistenza efficace a trazione del calcestruzzo al momento in cui si suppone insorgano le prime fessure; l'Eurocodice 2 consiglia di usare, in mancanza di dati più specifici, $f_{ct,eff}=3 \text{ MPa}$;
- k_c è il coefficiente che tiene conto del tipo di distribuzione delle tensioni all'interno della sezione subito prima della fessurazione; per trave inflessa si ha $k_c=0.4$;
- k è il coefficiente che tiene conto degli effetti di tensione auto – equilibrate non uniformi; nel caso in esame si assume $k=1$

Poiché il baricentro della sezione dista 44 cm dal bordo inferiore (vedi allegato 5) e trascurando la variazione di esso dovuta all'armatura, la parte tesa ha un'area di 4300 cm² per momento negativo e di 7800 cm² per momento positivo. Si ottiene così un'area minima di 13.3 cm² da disporre nella parte superiore (compresi 80 cm in verticale) ed un'area di 24.2 cm² da disporre nella parte inferiore (compresa tutta l'ala).

Gli altri limiti di normativa da rispettare sono dettati dalle relazioni:

$$A_s = \frac{0.6 b d}{f_{yk}} \quad (38)$$

che, essendo $b = 0.50 \text{ m}$, $d = 1.25 \text{ m}$ e $f_{yk} = 430 \text{ MPa}$, fornisce il valore $A_s = 8.7 \text{ cm}^2$, e

$$A_s = 0.0015 b d \quad (39)$$

che fornisce il valore $A_s = 9.4 \text{ cm}^2$

Armatura a flessione

L'armatura necessaria per la flessione viene, come sempre, calcolata attraverso la relazione:

$$A_s = \frac{M_{sd}}{0.9 d f_{yd}} \quad (40)$$

I momenti massimi forniti dal calcolo e le corrispondenti aree di armatura necessarie agli appoggi ed in campata sono

Appoggio	M [kNm]	A_s [cm ²]
3	459.1	10.9
7	1117.1	26.6
11	1601.2	38.1
15	323.0	7.7

Campata	M [kNm]	A_s [cm ²]
3-7	-543.8	12.9
7-11	-	-
11-15	-635.9	15.5

Sulla base di tali valori e dei minimi precedentemente calcolati, si è disposta l'armatura di seguito indicata

Appoggio	Barre inf.	A_s [cm ²]
3	5Ø20	15.7
7	9Ø20	28.3
11	12Ø20	37.7
15	5Ø20	15.7

Campata	Barre sup.	A_s [cm ²]
3-7	5Ø20	15.7
7-11	5Ø20	15.7
11-15	5Ø20	15.7

4. Armature trasversali dell'anima

Per il calcolo delle armature a taglio si è utilizzato il metodo del traliccio ad inclinazione variabile. Si è determinato innanzitutto il valore di V_{Rd1} , resistenza del calcestruzzo in assenza di armatura.

$$V_{Rd1} = 0.25 f_{ctd} (1.2 + 40 \rho_l) k b d \quad (41)$$

dove

$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d}$ rappresenta la percentuale di armatura longitudinale A_{sl} rispetto

alla sezione

$$k = 1.6 - d \geq 1$$

In travi così sollecitate non si ha mai $V_{Sd} < V_{Rd1}$ (tranne, ovviamente, nelle zone centrali della trave, nelle quali il taglio è quasi nullo). Si potrebbe quindi evitare di calcolare V_{Rd1} , dando per scontato che sia necessario disporre armatura resistente a taglio.

Secondo il modello a traliccio variabile al diminuire dell'angolo θ vengono caricati maggiormente i puntoni che modellano il comportamento del calcestruzzo e scaricati i tiranti in acciaio: si devono quindi effettuare due verifiche, una per il calcestruzzo ed uno per l'acciaio ottimizzando θ . Il massimo valore dell'angolo consentito comporta $\cot \theta = 2$. Normalmente

quindi si effettua un calcolo del valore di resistenza a taglio del puntone V_{Rd2} per $\cot \theta=2$; se la verifica è soddisfatta si minimizza la quantità di armatura necessaria. In particolare V_{Rd2} è calcolato mediante la seguente espressione:

$$V_{Rd2} = \frac{b z (\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot^2 \theta} v f_{cd} \quad (42)$$

α è l'angolo di inclinazione dell'armatura a taglio (per staffe $\alpha=90^\circ$ e quindi $\cot \alpha=0$).

z è l'altezza del traliccio e si può assumere pari a $0.9 d$

Con il valore di θ ottenuto viene calcolato V_{Rd3} , valore di resistenza del calcestruzzo in presenza di armatura, in modo da determinare la quantità di staffe da disporre.

$$V_{Rd3} = \frac{A_{st}}{\Delta x} z \sin \alpha (\cot \theta + \cot \alpha) f_{yd} \quad (43)$$

dove

Δx è la lunghezza del traliccio rispetto alla quale è definita l'armatura a taglio A_{st} .

L'Eurocodice 2 prescrive comunque in ogni caso una staffatura disposta ad un passo massimo in funzione del rapporto tra taglio sollecitante V_{Sd} e taglio limite V_{Rd2} :

$$p_{\max} = 0.8 d \leq 30 \text{ cm} \quad \text{se } V_{Sd} / V_{Rd2} \leq 0.20$$

$$p_{\max} = 0.6 d \leq 30 \text{ cm} \quad \text{se } 0.20 \leq V_{Sd} / V_{Rd2} \leq 0.67$$

$$p_{\max} = 0.3 d \leq 20 \text{ cm} \quad \text{se } V_{Sd} / V_{Rd2} \geq 0.67$$

La normativa italiana fornisce altre prescrizioni riguardo alla staffatura minima a taglio; anche se non sono vincolanti è comunque prudente tenerne conto:

- almeno 3 staffe per metro
- passo delle staffe $p \leq 0.8 d$
- in prossimità degli appoggi $p \leq 12 \varnothing$ dove \varnothing è il diametro minimo dell'armatura longitudinale (tale tratto deve avere lunghezza superiore a d)

Di seguito vengono riportati i valori determinati per la trave in esame. Il taglio V_{Rd1} è stato valutato considerando come armatura longitudinale i

5Ø20 filanti. Come larghezza b si è sempre considerata quella dell'anima. V_{Rd2} e V_{Rd3} sono stati calcolati con $\cot \theta = 2$.

$V_{Sd,max}$ [kN]	V_{Rd1} [kN]	V_{Rd2} [kN]	V_{Rd3} [kN]	staffe
1350	205.2	2047.5	1346.4	Ø10/10 a 2 bracci
			673.2	Ø10/20 a 2 bracci

I valori massimi del passo delle staffe prescritti dalle normative, in funzione del rapporto tra taglio agente e taglio limite, ed i valori realmente utilizzati sono riportati di seguito:

Trave	V_{Sd}/V_{Rd2}	Passo EC2 (cm)	Passo DM 96 (cm)	Passo utilizzato
campata	<0.20	30.0	33.3	20
appoggio	0.65	30.0	24.0	10

Vengono pertanto utilizzati Ø10/10 agli appoggi e Ø10/20 in campata.

5. Armatura dell'ala

Come già visto in fase di dimensionamento, il massimo momento flettente e taglio (considerando il carico al limite della portanza del terreno) per un tratto di un metro valgono rispettivamente $M = 76.8$ kNm e $V = 192$ kN.

L'area di armatura necessaria a flessione è quindi:

$$A_s = \frac{M_{Sd}}{0.9 d f_{yd}} = \frac{76.8}{0.9 \times 0.36 \times 373.9} \times 10 = 7.1 \text{ cm}^2$$

Questa armatura è costituita dalla parte inferiore delle staffe dell'ala. Si dispongono pertanto 1Ø10/10.

Per quanto riguarda il taglio, tenendo conto della reale altezza della sezione e dell'armatura longitudinale effettivamente disposta si ha:

$$\rho_t = \frac{A_{st}}{b d} = \frac{7.9}{100 \times 36} = 0.0022$$

$$k = 1.6 - 0.36 = 1.24$$

$$V_{Rd1} = 0.25 \times 1.01 \times (1.2 + 40 \times .0022) \times 1.24 \times 1.00 \times 0.36 \times 10^3 = 145.2 \text{ kN}$$

Poiché V_{Sd} è maggiore di V_{Rd1} è necessario disporre una specifica armatura per il taglio. Si è deciso di sagomare metà dell'armatura prevista a flessione, disponendo quindi 1Ø10/20 come staffe dell'ala ed 1Ø10/20 come sagomati. Si ha in tal caso

$$V_{Rd2} = \frac{b z (\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot^2 \theta} v f_{cd} = \frac{1.00 \times 0.9 \times 0.36 \times (2+1)}{1+2^2} \times 0.596 \times 12.97 \times 10^3 = 1503 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = \frac{A_{sag}}{\Delta x} z \sin \alpha (\cot \theta + \cot \alpha) f_{yd} = \frac{15.7}{2 \times 36} \times 0.9 \times 36 \times 0.71 \times (2+1) \times 373.9 \times 10^{-1} = 562.7 \text{ kN}$$

L'armatura prescelta è quindi sufficiente.

Appendice 1

Effetto dei carichi verticali sullo schema a telaio

1. Risoluzione dello schema

Per verificare la correttezza dei modelli di calcolo approssimato utilizzati fino ad adesso (schema di trave continua e altri schemi limite per la trave, sforzo normale centrato per i pilastri) si è utilizzato lo schema di telaio piano. Per semplicità, si è considerata una sola condizione di carico, col carico variabile presente ovunque. I carichi agenti sulle campate 3-7-11-15, valutati nel capitolo 3, sono stati assegnati come carichi uniformemente distribuiti sulle travi del telaio. I carichi trasmessi al telaio 3-7-11-15 dai telai ad esso ortogonali sono invece stati modellati come forze verticali concentrati sui pilastri. Il peso proprio dei pilastri è stato anch'esso considerato come una forza verticale concentrata; per semplicità si è considerato a tutti i piani il peso medio stimato per i pilastri (anche se ormai, avendoli dimensionati, si sarebbe potuto usare il valore reale, diverso piano per piano). I valori delle forze concentrate, in kN, sono riportati di seguito:

	Pilastro 3	Pilastro 7	Pilastro 11	Pilastro 15
Peso proprio	14.4 kN	21.0 kN	24.1 kN	11.4 kN
Trave	(4.90+1.2×5.90)/2 m 31.2 kN	–	5.90/2 m 15.3 kN	4.90/2 m 12.7 kN
Tompagno	(4.90+1.2×5.90)/2 m 60.5 kN	–	5.90/2 m 29.8 kN	4.90/2 m 24.8 kN
TOTALE	106.1 kN	21.0 kN	69.2 kN	48.9 kN

Lo schema è stato risolto usando il programma TELRET. Nell'allegato 2 è riportato il tabulato, contenente i dati e le caratteristiche di sollecitazione ottenute.

2. Confronto delle sollecitazioni nelle travi

Nella tabella che segue sono confrontati i momenti flettenti e i tagli forniti dallo schema a trave continua (più ulteriori schemi limite) e dallo schema a telaio. Poiché i valori del telaio variano con i piani, di questi si è indicato il minimo e il massimo.

Appoggio	Momento flettente M [kNm]			Taglio V [kN]		
	Trave continua	Telaio		Trave continua	Telaio	
		min	max		min	max
3	-82.8	-63.0	-90.0	144	128	137
7 sin.	-160.9	-123.6	-134.5	-179	-151	-160
7 des.		-129.8	-136.3	170	162	164
11 sin.	-185.3	-152.3	-160.1	-180	-171	-173
11 des.		-153.0	-161.6	192	168	176
15	-106.4	-61.2	-102.2	-158	-139	-148

Nel confrontare i risultati, occorre anche tenere presente che con lo schema a telaio si è risolta solo una condizione di carico, carico variabile su tutte le campate, che può essere assimilata, con una certa approssimazione, a quella che darebbe i massimi momenti agli estremi delle campate.

Per quanto riguarda i momenti flettenti, si nota uno scarto rilevante all'appoggio 7, nel quale i valori ottenuti con lo schema di trave continua superano di oltre il 20% i valori forniti dal telaio. Ciò è sicuramente dovuto al fatto che lo schema di trave continua considera sempre nullo il momento all'estremo 3, mentre in realtà lì vi è un momento non trascurabile, specialmente perché la trave è a spessore e quindi più deformabile del pilastro. Una discreta differenza si nota anche per l'appoggio 11, nel quale si ha però uno scarto minore, circa il 15%, perché la trave è emergente. I valori agli estremi (appoggio 3 e 15) sono invece più vicini a quelli stimati in precedenza, che corrispondevano a uno schema limite di incastro parziale ($q l^2/16$).

Differenze analoghe, ma di entità leggermente minore, si trovano per il taglio. I valori all'estremo 7 della prima campata e 11 della terza sono sensibilmente maggiori (10-15%) quando si usa lo schema di trave continua, proprio per l'effetto dello schema di appoggio delle estremità. Minori sono le differenze nella campata centrale (5%) e negli appoggi di estremità.

3. Confronto delle sollecitazioni nei pilastri

Nella tabella che segue sono confrontati gli sforzi normali (in kN) valutati per aree di influenza e quelli forniti dallo schema a telaio.

Piano	Pilastro 3		Pilastro 7		Pilastro 11		Pilastro 15	
	a.inf.	telaio	a.inf.	telaio	a.inf.	telaio	a.inf.	telaio
6	254.6	234.5	371.4	343.3	425.1	417.3	201.8	188.3
5	509.2	476.3	742.8	679.5	850.2	826.8	403.6	384.2
4	763.8	716.4	1114.2	1016.8	1275.3	1239.9	605.4	577.2
3	1018.4	957.2	1485.6	1352.7	1700.4	1654.4	807.2	769.4
2	1273.0	1199.9	1857.0	1687.9	2125.2	2063.3	1009.0	965.9
1	1527.6	1441.3	2228.4	2026.0	2550.6	2472.4	1210.8	1160.8

I valori determinati mediante area d'influenza sono sempre maggiori rispetto a quelli forniti dal calcolo a telaio, perché i coefficienti di continuità sono stati stimati sempre con un certo grado di prudenza. La differenza comunque è in genere modesta, di meno del 5%, tranne che per il pilastro 7 per il quale si arriva a differenze del 10%.

Si può infine notare che i momenti flettenti nei pilastri, provocati dai carichi verticali e valutati con lo schema di telaio, sono in genere molto bassi (massimo 60 kNm circa per i pilastri 3 e 15, molto meno per i pilastri centrali). Se si verificassero i pilastri a pressoflessione (come fatto nel capitolo seguente tenendo conto del vento) si potrebbe concludere che, grazie al criterio seguito nel dimensionamento di sezione e armatura dei pilastri, questi momenti possono essere agevolmente sopportati. Unica eccezione può essere costituita dai valori che si hanno in testa ai pilastri 3 e 15 al sesto ordine: lo sforzo normale è in quei casi molto basso e la sezione potrebbe richiedere un'armatura maggiore (ma si potrebbe invocare la capacità di deformazione plastica della sezione e il principio di redistribuzione per dimostrare l'ammissibilità di tale situazione).

Si può in definitiva concludere che l'aver operato con schemi semplici (trave continua e altri schemi limite per la trave, aree di influenza per i pilastri) consente di valutare semplicemente e con sufficiente esattezza le reali sollecitazioni negli elementi strutturali.

Appendice 2

Effetto del vento sullo schema a telaio

1. Azione del vento

Il vento, la cui direzione si considera di regola orizzontale, esercita sulle costruzioni azioni che variano nel tempo provocando, in genere, effetti dinamici. Per gli edifici tali azioni possono essere ricondotte convenzionalmente ad azioni statiche equivalenti. Secondo il D.M. del 16/01/96 la pressione del vento è fornita da:

$$p = q_{ref} c_e c_p c_d \quad (44)$$

dove:

q_{ref} è la pressione cinetica di riferimento;

c_e è il coefficiente di esposizione;

c_p è il coefficiente di forma (o coefficiente aerodinamico);

c_d è il coefficiente dinamico.

Pressione cinetica di riferimento

La pressione cinetica di riferimento q si ottiene dalla seguente relazione:

$$q_{ref} = \frac{v_{ref}^2}{1.6} \quad (45)$$

dove v_{ref} è la velocità di riferimento del vento espressa in m/s. La velocità di riferimento è il valore max della velocità del vento, riferito ad un intervallo di ritorno di 50 anni, misurata a 10 m dal suolo su un terreno di II categoria e mediata su dieci minuti. In mancanza di adeguate indagini statistiche, il D.M. prescrive di utilizzare la seguente relazione:

$$\begin{aligned} v_{ref} &= v_{ref,0} && \text{per } a_s \leq a_0 \\ v_{ref} &= v_{ref,0} + k_a (a_s - a_0) && \text{per } a_s > a_0 \end{aligned} \quad (46)$$

dove a_s è l'altitudine del comune di riferimento sul livello del mare, mentre $v_{ref,0}$, k_a ed a_0 sono dati dalla tabella 7.1 del D.M.

Il Comune di Misterbianco, sito in cui si ipotizza la realizzazione dell'edificio che si sta progettando, ricade nella zona di riferimento 4 (Sicilia e provincia di Reggio Calabria) a cui corrispondono i valori di $v_{ref,0} = 28$

m/s, $a_0 = 500$ m e $k_a = 0.030$. Poiché Misterbianco si trova circa ad una quota di 390 m s.l.m., l'altitudine del sito risulta minore della quota di riferimento e quindi si ha $v_{ref} = v_{ref,0} = 28$ m/s. La pressione cinetica di riferimento risulta pertanto:

$$q_{ref} = \frac{v_{ref}^2}{1.6} = \frac{28^2}{1.6} = 490 \text{ N/m}^2 = 0.490 \text{ kN/m}^2$$

Coefficiente di esposizione

Il coefficiente di esposizione c_e dipende dall'altezza della costruzione, dalla rugosità e dalla topografia del terreno ove sorge la costruzione. Tale coefficiente si ricava dalla relazione:

$$\begin{aligned} c_e(z) &= k_r^2 c_t \ln(z/z_0) [7 + c_t \ln(z/z_0)] && \text{per } z \geq z_{min} \\ c_e(z) &= c_e(z_{min}) && \text{per } z < z_{min} \end{aligned} \quad (47)$$

dove:

- z è l'altezza della costruzione;
- k_r , z_0 e z_{min} sono assegnati nella tab 7.2 del D.M. in funzione della categoria di esposizione del sito ove sorge la costruzione;
- c_t è il coefficiente di topografia, che normalmente si pone uguale all'unità.

Il luogo dove si sta ipotizzando la realizzazione dell'edificio è un'area suburbana, quindi si trova in una classe di rugosità del terreno B (tab. 7.3 D.M.). Di conseguenza, poiché il sito ricade nella zona 4 e in una fascia tra i 10 e i 30 km dalla costa, esso appartiene alla categoria di esposizione III. I valori dei coefficienti pertanto risultano:

$$k_r = 0.20 \quad z_0 = 0.10 \text{ m} \quad z_{min} = 5 \text{ m}$$

Nella tabella seguente sono riportati i valori di c_e al variare di z :

z	5	7	10	13	16	19
$c_e(z)$	1.708	1.912	2.138	2.307	2.451	2.570

Coefficiente di forma

Tale coefficiente è funzione della tipologia e della geometria della costruzione e del suo orientamento rispetto alla direzione del vento. Il suo valore può essere ricavato da dati suffragati da opportune documentazioni o da prove sperimentali in galleria del vento. La circolare esplicativa della normativa prescrive che in assenza di più precise valutazioni per edifici a pianta

rettangolare con copertura piana o a falde si può prendere per il coefficiente di forma il valore di 0.8 per elementi direttamente esposti a vento e 0.4 per elementi sottovento, scegliendo come segno quello che da luogo alla combinazione più sfavorevole. Per l'edificio in esame si è utilizzato pertanto complessivamente (facciata esposta + facciata sottovento) il valore $C_p = 1.2$.

Coefficiente dinamico

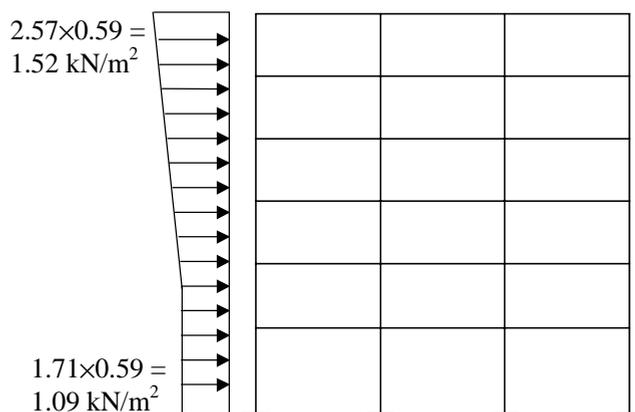
Con il coefficiente dinamico, si tiene conto degli effetti riduttivi associati alla non contemporaneità delle massime pressioni locali e degli effetti amplificativi dovuti alle vibrazioni strutturali. La circolare esplicativa della normativa prescrive che in assenza di più precise valutazioni per edifici a pianta rettangolare in c.a. o anche in muratura è circa pari a 1.

Forze orizzontali

In definitiva, avendo ricavato tutti i parametri secondo la normativa la pressione del vento globalmente risulterà pari a:

$$p = q_{ref} c_e c_p c_d = 0.490 \times c_e \times 1.2 \times 1 = 0.59 c_e \text{ kN/m}^2$$

Il carico da vento sarà distribuito lungo l'altezza come indicato in figura:



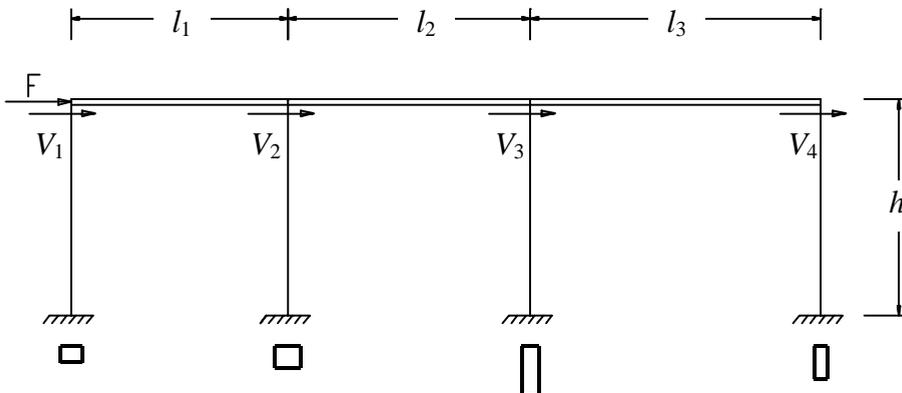
La risultante della pressione del vento può essere calcolata, piano per piano, moltiplicando la pressione del vento per la larghezza della facciata ($5.00+4.90+5.90=15.80 \text{ m}$) e per la dimensione di interpiano (metà interpiano, ovvero 1.50 m , per il sesto impalcato, 3.00 m per gli altri ad esclusione del primo, per il quale si considera la media tra primo e secondo ordine, cioè 3.50 m). Come pressione del vento si considera, ovviamente, la media nel tratto considerato.

La forza totale sarà ripartita tra i telai piani che costituiscono lo schema spaziale in base alla rigidezza di ciascuno. In base alle indicazioni fornite, si assume che il telaio 3-7-11-15 assorba il 30% della forza totale. Si ottengono così i valori riportati nella tabella seguente.

Impalcato	Forza totale [kN]	Telaio 3-7-11-15 [kN]
6	35.54	10.66
5	68.48	20.54
4	64.51	19.35
3	59.60	17.88
2	53.11	15.93
1	55.98	16.79

2. Previsione approssimata dell'effetto delle forze orizzontali

Un modo approssimato per valutare i momenti flettenti indotti dalle forze orizzontali nel telaio consiste nel risolvere uno schema con travi infinitamente rigide (schema *shear-type* o alla Grinter). In questo caso il taglio di piano viene ripartito tra i singoli pilastri in base alla loro rigidezza, che è pari a $12 EI / h^3$ (perché lo schema consente la traslazione dei traversi ma non la rotazione dei nodi). Essendo l'altezza uguale per tutti i pilastri di uno stesso interpiano, la ripartizione viene in pratica effettuata in base ai momenti d'inerzia.



Nella tabella che segue sono riportati i momenti d'inerzia dei pilastri (in m^4) ed il coefficiente di ripartizione (momento d'inerzia diviso la somma dei momenti d'inerzia).

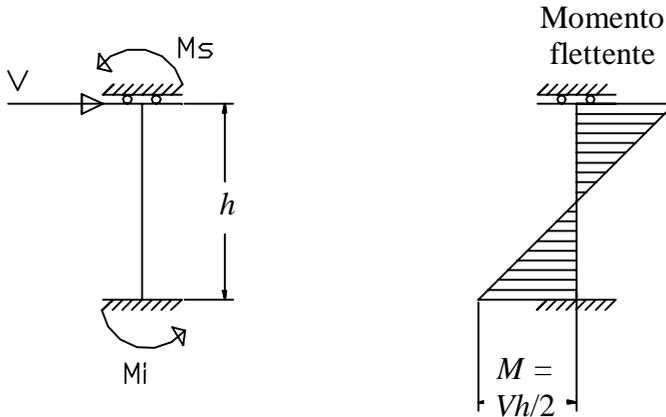
	Pilastro 3		Pilastro 7		Pilastro 11		Pilastro 15	
6	0.000675	0.250	0.000675	0.250	0.000675	0.250	0.000675	0.250
5	0.000675	0.250	0.000675	0.250	0.000675	0.250	0.000675	0.250
4	0.000675	0.126	0.000900	0.167	0.003125	0.581	0.000675	0.126
3	0.000900	0.111	0.001125	0.139	0.005400	0.667	0.000675	0.083
2	0.001125	0.089	0.001350	0.107	0.008575	0.678	0.001600	0.126
1	0.001125	0.065	0.003200	0.184	0.011433	0.659	0.001600	0.092

Si ottengono così in ciascun pilastro i seguenti valori del taglio (in kN):

	Totale	Pilastro 3	Pilastro 7	Pilastro 11	Pilastro 15
6	10.66	2.67	2.67	2.67	2.67
5	31.20	7.80	7.80	7.80	7.80
4	50.55	6.35	8.46	29.39	6.35
3	68.43	7.60	9.50	45.62	5.70
2	84.36	7.50	9.00	57.18	10.67
1	101.15	6.56	18.65	66.62	9.32

Bisogna però tenere conto del fatto che in realtà le travi non sono infinitamente rigide. In particolare, la trave 3-7 è a spessore e quindi molto deformabile. Di conseguenza si può ritenere che in realtà il taglio assorbito dal pilastro 3 dovrà essere nettamente inferiore rispetto al valore sopra calcolato. Inoltre la trave emergente, di sezione 30×50, non è molto rigida se confrontata con il pilastro 11 ai piani inferiori (30×70, 40×70) ed anche per questo si potrà avere una qualche riduzione. Ovviamente ciò comporterà leggeri incrementi del taglio nei restanti pilastri.

Il diagramma del momento flettente in uno schema *shear-type* ha un punto di nullo a metà altezza; il valore massimo del momento sarà quindi $M_{max} = V h / 2$, essendo V il taglio nel pilastro ottenuto mediante la ripartizione.



I valori del momento flettente (in kNm) che si ottengono di conseguenza, utilizzando i tagli innanzi calcolati, sono:

	Pilastro 3	Pilastro 7	Pilastro 11	Pilastro 15
6	4.0	4.0	4.0	4.0
5	11.7	11.7	11.7	11.7
4	9.5	12.7	44.1	9.5
3	11.4	14.3	68.4	8.6
2	11.3	13.5	85.8	16.0
1	13.1	37.3	133.2	18.6

In effetti valutare il momento massimo come $M_{\max} = 0.5 V h$ è corretto se le travi in testa ed al piede del pilastro hanno valori confrontabili delle rigidità. Diventa invece scorretto al primo ordine, dove la trave di fondazione è molto più rigida della trave in elevazione (tanto da essere schematizzata come incastro). In tal caso il punto di nullo del momento si sposta verso l'alto ed il momento al piede è circa il doppio del momento in testa al pilastro; il momento massimo diventa quindi $M_{\max} = 0.6 \div 0.7 V h$.

3. Confronto tra valutazione approssimata e valori esatti

Lo schema di telaio soggetto ai valori delle forze da vento calcolati nel primo paragrafo (valori caratteristici) è stato risolto con il programma TELRET, ottenendo i risultati riportati nell'allegato 3. Nelle tabelle che seguono sono riportati i tagli ed i momenti flettenti nei pilastri, in modo da consentire un confronto con i valori precedentemente previsti.

Taglio valutato con il programma TELRET (kN)

	Pilastro 3	Pilastro 7	Pilastro 11	Pilastro 15
6	0.97	3.43	4.16	2.10
5	4.81	9.53	8.95	7.90
4	3.79	13.13	24.22	9.41
3	5.92	18.63	33.40	10.48
2	6.59	19.53	37.90	20.33
1	6.53	24.47	58.14	12.01

Momento flettente (massimo) valutato con il programma TELRET (kNm)

	Pilastro 3	Pilastro 7	Pilastro 11	Pilastro 15
6	2.7	5.8	6.5	4.0
5	8.2	14.7	14.9	12.2
4	6.2	20.2	42.7	14.3
3	9.7	28.6	54.8	16.8
2	10.1	30.5	60.2	30.9
1	17.8	58.6	170.2	29.0

Confrontando questi valori con quelli previsti in maniera approssimata si riscontrano differenze a volte anche rilevanti in percentuale, ma molto meno in valore assoluto. È confermata la considerazione che i tagli nel pilastro 3 e, ai piani inferiori, nel pilastro 11 dovessero essere minori di quanto valutato per lo schema *shear-type* (e, di conseguenza, che i valori nelle restanti sezioni dovessero essere più alti). Analoga conferma si ha per i momenti flettenti, anche se parzialmente modificata per il previsto incremento al primo ordine.

4. Combinazioni di carico

Nel considerare la presenza contemporanea di carichi verticali ed azione orizzontale del vento occorre tenere conto del fatto che:

- i valori dell’azione del vento calcolati nel primo paragrafo sono valori caratteristici; nelle verifiche allo stato limite ultimo vanno quindi moltiplicati per il coefficiente parziale $\gamma_q = 1.5$;
- il vento può spirare in entrambe le direzioni; le forze relative devono essere considerate quindi sia col segno positivo che con quello negativo;

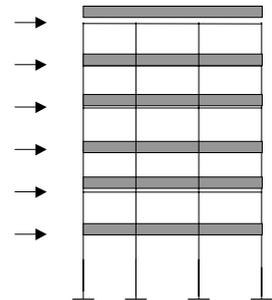
- i carichi verticali variabili ed il vento sono due tipologie di carico variabile completamente indipendenti l'una dall'altra; occorre quindi considerarne una come principale e l'altra come secondaria, ridotta del coefficiente di combinazione ψ_0 (pari a 0.7).

L'effetto contemporaneo di carichi verticali ed orizzontali potrebbe, ovviamente, essere valutato combinando opportunamente i risultati dei due schemi già risolti (solo carichi verticali, allegato 2, e solo vento, allegato 3). Si è però preferito ripetere il calcolo applicando contemporaneamente entrambi i tipi di carico, esaminando quindi quattro combinazioni di carico, i cui risultati sono riportati nell'allegato 4. A rigore, si sarebbero dovute considerare ulteriori combinazioni, disponendo il carico verticale variabile a scacchiera così come già fatto per la trave.

a) Carico principale: orizzontale; forze orizzontali verso destra

Carico verticale pari a	$g_d + 0.7 q_d$
Campata 3-7	$45.7 + 0.7 \times 16.9 = 57.5 \text{ kN}$
Campata 7-11	$47.5 + 0.7 \times 16.9 = 59.3 \text{ kN}$
Campata 11-15	$42.0 + 0.7 \times 16.4 = 53.5 \text{ kN}$

Forze orizzontali pari a	$F_d = 1.5 F_k$
Impalcato 6	$1.5 \times 10.66 = 14.92 \text{ kN}$
Impalcato 5	$1.5 \times 20.54 = 28.76 \text{ kN}$
Impalcato 4	$1.5 \times 19.35 = 27.09 \text{ kN}$
Impalcato 3	$1.5 \times 17.88 = 25.03 \text{ kN}$
Impalcato 2	$1.5 \times 15.93 = 22.30 \text{ kN}$
Impalcato 1	$1.5 \times 16.79 = 23.51 \text{ kN}$

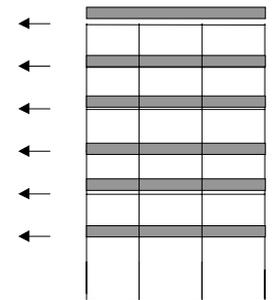


Attenzione: qui c'è un evidente errore numerico. I valori delle forze di calcolo erano stati erroneamente ottenuti moltiplicando per 1.4 anziché 1.5.

b) Carico principale: orizzontale; forze orizzontali verso sinistra

I valori dei carichi verticali sono identici a quelli della combinazione a).

Le forze orizzontali sono uguali a quelle della combinazione a) ma cambiate di segno.



c) Carico principale: verticale; forze orizzontali verso destra

Carico verticale pari a	$g_d + q_d$
Campata 3-7	$45.7 + 16.9 = 62.6 \text{ kN}$
Campata 7-11	$47.5 + 16.9 = 64.4 \text{ kN}$
Campata 11-15	$42.0 + 16.4 = 58.4 \text{ kN}$
Forze orizzontali pari a	$0.7 F_d$
Impalcato 6	$0.7 \times 14.92 = 10.44 \text{ kN}$
Impalcato 5	$0.7 \times 28.76 = 20.13 \text{ kN}$
Impalcato 4	$0.7 \times 27.09 = 18.96 \text{ kN}$
Impalcato 3	$0.7 \times 25.03 = 17.52 \text{ kN}$
Impalcato 2	$0.7 \times 22.30 = 15.61 \text{ kN}$
Impalcato 1	$0.7 \times 23.51 = 16.46 \text{ kN}$

d) Carico principale: verticale; forze orizzontali verso sinistra

I valori dei carichi verticali sono identici a quelli della combinazione c).
Le forze orizzontali sono uguali a quelle della combinazione c) ma cambiate di segno.

5. Analisi dei risultati - travi

Dalla risoluzione dei vari schemi di calcolo mediante il programma TEL-RET si evince ovviamente come la presenza dei carichi orizzontali comporti una maggiore sollecitazione sulla struttura. Un dato subito evidente è quello fornito dagli spostamenti orizzontali dei traversi il quale passa da valori di circa 2 mm per soli carichi verticali a circa 17 mm in presenza di carichi orizzontali, combinazione a).

Spostamenti orizzontali di questo ordine di grandezza sono plausibili in schemi soggetti ad azioni orizzontali. Occorre però ricordare che la normativa impone limiti agli spostamenti orizzontali, che potrebbero indurre a un ridimensionamento delle sezioni.

Per quanto riguarda le travi, i massimi momenti negativi agli appoggi sono in genere ottenuti per la combinazione a) – estremo destro della trave – o b) – estremo sinistro, a riprova di quanto sia notevole l’effetto delle forze orizzontali. Solo per la trave a spessore 3-7 i massimi momenti negativi sono ottenuti quando il carico principale è quello verticale, combinazioni c) e d). I valori ottenuti (in kNm) sono riportati nella seguente tabella, che li mette in confronto con i valori precedentemente ricavati per soli carichi ver-

ticali. Si può notare, inoltre, che l'incremento di momento dovuto alla presenza del vento è rilevante (fino a circa il 50%) per le due campate emergenti ma molto minore (meno del 20%) per la campata a spessore.

Appoggio	Solo carichi verticali	Carichi verticali e orizzontali
3	-90.0	-107.4
7 sin.	-134.5	-141.5
7 des.	-136.3	-197.2
11 sin.	-160.1	-223.0
11 des.	-161.6	-227.5
15	-102.2	-158.9

Per meglio giudicare l'effetto dell'incremento di momento flettente nelle travi, si è valutata la capacità portante della sezione utilizzata (30×50). Invertendo la relazione (10) che fornisce l'altezza necessaria in funzione del momento flettente, si ottiene

$$r' = \frac{d}{\sqrt{M/b}} \quad (48)$$

dalla quale si può valutare r' e quindi la percentuale di armatura compressa necessaria per sopportare il massimo momento flettente (227.5 kNm). Si ottiene

$$r' = \frac{0.46}{\sqrt{227.5/30}} = 0.0167$$

che corrisponde a circa il 42% di armatura in compressione (essendo $r' \cong r\sqrt{1-u}$).

L'armatura necessaria per questo momento è pari a 14.7 cm², cioè a 5Ø20. Si può concludere che la sezione (30×50) potrebbe essere in questo caso utilizzata anche in presenza di vento. Le armature nelle travi dovrebbero invece essere considerevolmente aumentate rispetto a quanto previsto per soli carichi verticali, in proporzione alla variazione del momento (cioè fino al 50% in più).

Un analogo confronto può essere fatto per la campata a spessore. In essa, però, la variazione del momento flettente è molto minore. Di conseguenza la sezione sarà sicuramente accettabile e l'incremento di armatura sarà modesto (non superiore al 20%).

6. Analisi dei risultati – pilastri; domini di resistenza $M-N$

I valori massimi del momento flettente ed i valori minimi e massimi dello sforzo normale nei pilastri sono riportati nella tabella seguente.

Ordine	Pilastro 3			Pilastro 7		
	M_{max} [kNm]	N_{min} [kN]	N_{max} [kN]	M_{max} [kNm]	N_{min} [kN]	N_{max} [kN]
6	65.6	222	236	8.6	317	344
5	46.8	448	481	24.2	627	681
4	46.8	670	725	29.6	932	1023
3	54.0	892	972	41.6	1230	1369
2	65.1	1113	1222	48.9	1524	1715
1	39.2	1333	1470	82.6	1818	2066

Ordine	Pilastro 11			Pilastro 15		
	M_{max} [kNm]	N_{min} [kN]	N_{max} [kN]	M_{max} [kNm]	N_{min} [kN]	N_{max} [kN]
6	10.3	388	417	54.9	175	190
5	20.5	770	827	55.2	352	390
4	61.1	1155	1240	59.6	519	592
3	75.1	1538	1657	53.2	681	798
2	93.1	1919	2066	102.8	839	1012
1	232.9	2298	2477	56.2	995	1226

Come si vede, la variazione degli sforzi normali non è particolarmente rilevante. Sono invece piuttosto forti i momenti flettenti, almeno in alcune sezioni. Il modo migliore per giudicare il comportamento dei pilastri consiste nel tracciare i domini di resistenza $M-N$ dei pilastri e controllare dove ricadono le coppie $M-N$ ottenute dal calcolo.

I domini di resistenza $M-N$ rappresentano i limiti entro cui si devono trovare le caratteristiche di sollecitazione (momento e sforzo normale) affinché la sezione sia soggetta a deformazioni accettabili (non superiori ai limiti ϵ_{cu} ed ϵ_{su} di calcestruzzo ed acciaio).

Il dominio di resistenza si traccia considerando i diagrammi limite di deformazione della sezione, calcolando le corrispondenti coppie $M-N$ e riportando tali punti in un sistema di riferimento di assi M ed N . Di seguito si riportano i principali diagrammi limite di deformazione ed il modo con il quale si ottiene la coppia $M-N$.

Diagramma di deformazione A

Con il diagramma di deformazione A la sezione risulta tutta tesa, per cui il calcestruzzo non è reagente mentre le armature sono snervate. Lo sforzo normale ed il momento flettente sono dati rispettivamente da:

$$\begin{aligned} N &= f_{yd} A_s (1+u) \\ M &= f_{yd} A_s \left(\frac{h}{2} - c \right) (1-u) \end{aligned} \quad (49)$$

in cui f_{yd} è la tensione di snervamento dell'acciaio, A_s è l'area di acciaio disposta inferiormente, u è il rapporto tra l'area di armatura superiore e l'area di armatura inferiore, h è l'altezza della sezione e c è il copriferro.

Diagramma di deformazione B

Nel diagramma di deformazione B la sezione è tutta tesa, per cui il calcestruzzo non è reagente, l'armatura inferiore è snervata mentre non si può dire nulla a priori per quella superiore. Si deve quindi calcolare la tensione nell'armatura superiore; data la linearità del diagramma di deformazione si ha:

$$\sigma_s' = f_{yd} \gamma \frac{\epsilon_{su}}{\epsilon_{yd}} \leq f_{yd} \quad (50)$$

in cui γ è il rapporto tra il copriferro c e l'altezza utile della sezione d , mentre ϵ_{cu} ed ϵ_{su} sono rispettivamente la deformazione ultima e quella di snervamento dell'acciaio.

Lo sforzo normale ed il momento sono dati rispettivamente da:

$$\begin{aligned} N &= f_{yd} A_s \left(1 + \gamma u \frac{\epsilon_{su}}{\epsilon_{yd}} \right) \\ M &= f_{yd} A_s \left(\frac{h}{2} - c \right) \left(1 - \gamma u \frac{\epsilon_{su}}{\epsilon_{yd}} \right) \end{aligned} \quad (51)$$

Diagramma di deformazione B'

Il diagramma di deformazione B' corrisponde ad una sezione compressa superiormente e tesa inferiormente (con riferimento ad un momento positivo), per cui il calcestruzzo assume una resistenza, l'armatura inferiore è snervata mentre non si può dire nulla su quella superiore. Prima di ogni cosa si determina la tensione nell'armatura superiore:

$$\sigma_s' = -f_{yd} \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_{yd}} \frac{\xi_1 - \gamma}{1 - \xi_1} \geq -f_{yd} \quad (52)$$

in cui $\xi_1=0.167$ è il rapporto tra la distanza dell'asse neutro dal bordo compresso e l'altezza utile della sezione d . La forza risultante di compressione del calcestruzzo è data da:

$$N_c = -\beta \xi_1 b d \alpha f_{cd} \quad (53)$$

in cui $\beta=0.667$ è il fattore di riempimento, αf_{cd} è la resistenza di calcolo del calcestruzzo. Lo sforzo normale ed il momento sono dati da:

$$\begin{aligned} N &= f_{yd} A_s \left(1 - \frac{\xi_1 - \gamma}{1 - \xi_1} u \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_{yd}}\right) + N_c \\ M &= f_{yd} A_s \left(\frac{h}{2} - c\right) \left(1 + \frac{\xi_1 - \gamma}{1 - \xi_1} u \frac{\varepsilon_{su}}{\varepsilon_{yd}}\right) - N_c \left(\frac{h}{2} - \kappa \xi d\right) \end{aligned} \quad (54)$$

Diagramma di deformazione C

Per il diagramma C vale quanto detto per B' con la differenza che i parametri β , ξ e κ assumono valori diversi, precisamente $\beta=0.810$, $\xi=\xi_2=0.259$ e $\kappa=0.416$.

Diagramma di deformazione C'

Per il diagramma C' l'armatura inferiore è al limite di snervamento, il calcestruzzo ha una sezione resistente a compressione maggiore di quella che si ha per i diagrammi precedenti (si sta progressivamente abbassando l'asse neutro), mentre il valore della tensione che si ha nell'armatura superiore si determina con la seguente relazione:

$$\sigma_s' = -f_{yd} \frac{\xi_3 - \gamma}{1 - \xi_3} \geq -f_{yd} \quad (55)$$

Lo sforzo normale ed il momento sono dati da:

$$\begin{aligned} N &= f_{yd} A_s \left(1 - \frac{\xi_3 - \gamma}{1 - \xi_3} u\right) + N_c \\ M &= f_{yd} A_s \left(\frac{h}{2} - c\right) \left(1 + \frac{\xi_3 - \gamma}{1 - \xi_3} u\right) - N_c \left(\frac{h}{2} - \kappa \xi_3 d\right) \end{aligned} \quad (56)$$

Diagramma di deformazione D

Nel diagramma di deformazione D il calcestruzzo si trova al limite ultimo di deformazione al bordo superiore e a deformazione nulla al bordo inferiore, cioè la sezione è tutta compressa. L'armatura superiore è molto probabilmente snervata, mentre per quella inferiore bisogna determinare la tensione; si ha:

$$\begin{aligned}\sigma_s' &= -f_{yd} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} \frac{h-c}{h} \geq -f_{yd} \\ \sigma_s &= -f_{yd} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} \frac{c}{h} \geq -f_{yd}\end{aligned}\quad (57)$$

Lo sforzo normale nel calcestruzzo è dato da:

$$N_c = -b h \alpha f_{cd} \beta \quad (58)$$

Lo sforzo normale ed il momento risultante sono dati da:

$$\begin{aligned}N &= -f_{yd} A_s \left(u + \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} \frac{c}{h} \right) + N_c \\ M &= f_{yd} A_s \left(\frac{h}{2} - c \right) \left(u - \frac{c}{h} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} \right) - N_c \left(\frac{h}{2} - \kappa h \right)\end{aligned}\quad (59)$$

dove $\beta=0.810$ e $\kappa=0.416$.

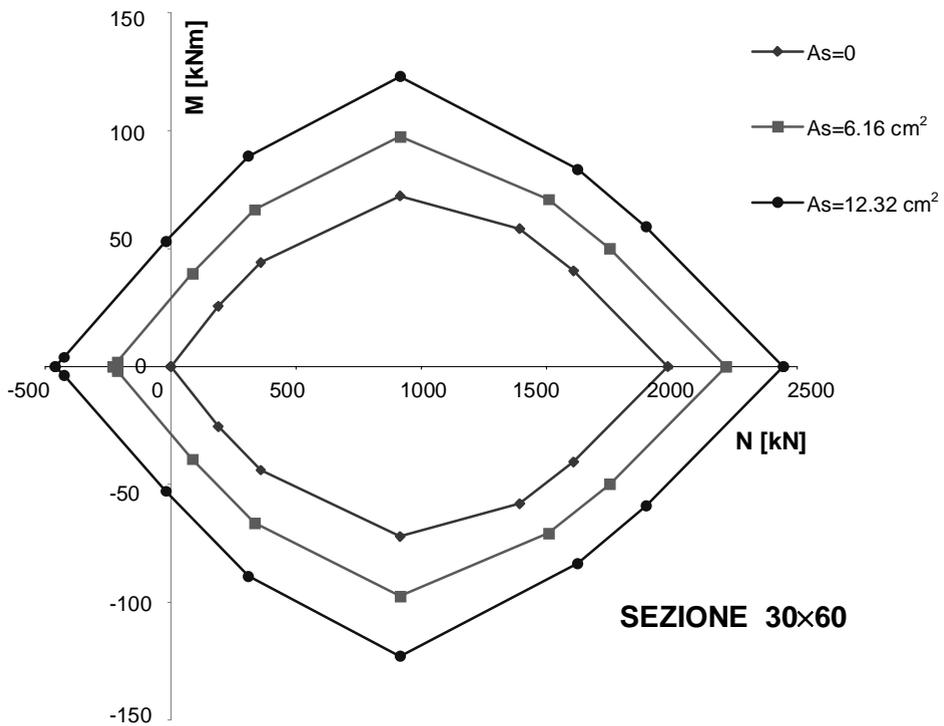
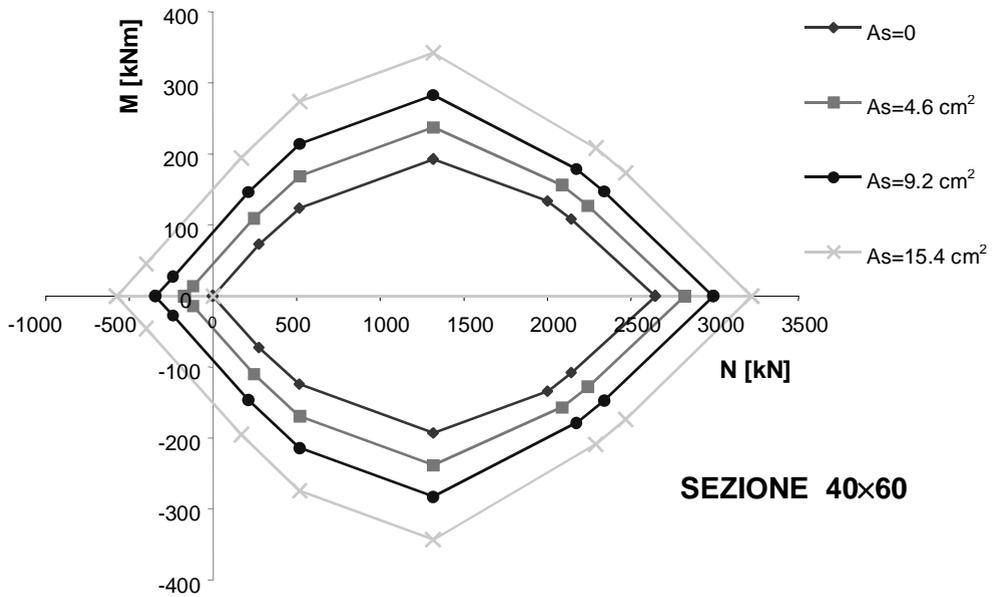
Diagramma di deformazione E

Per il diagramma di deformazione E la sezione risulta tutta compressa ed uniformemente deformata con $\varepsilon=\varepsilon_{c1}=0.0020$; quindi le armature sono snervate e compresse e si ha

$$\begin{aligned}N &= -f_{yd} A_s (1+u) - b h \alpha f_{cd} \\ M &= f_{yd} A_s \left(\frac{h}{2} - c \right) (u-1)\end{aligned}\quad (60)$$

Domini M-N

Il dominio si ottiene interpolando tutti i punti così ottenuti. Di seguito sono riportati i domini per le sezioni 40×60 e 30×60.

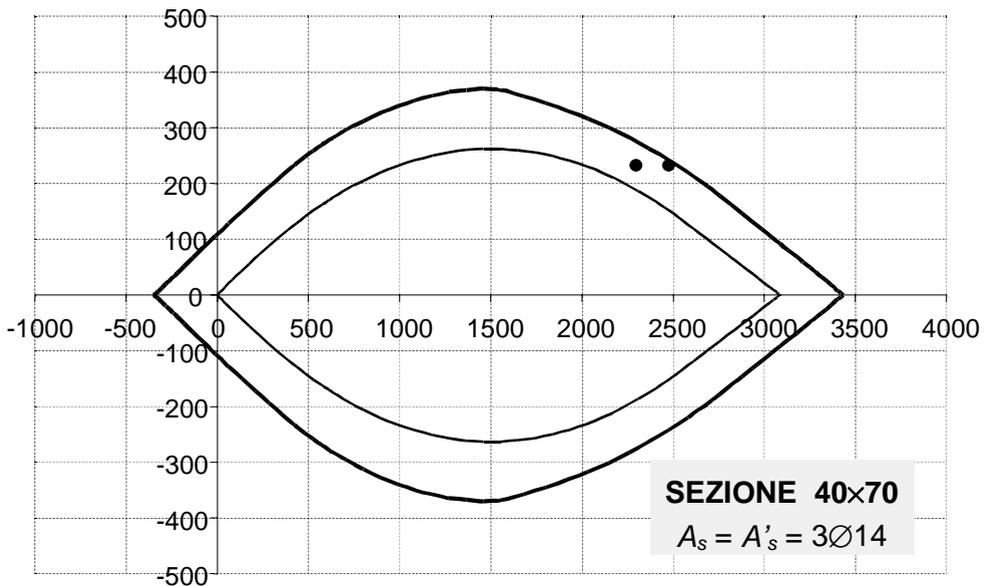


Nel progetto originario di De Benedetto i pilastri avevano sezioni un po' diverse da quelle qui assunte. I domini sopra riportati erano stati ricavati per quelle sezioni. Nell'effettuare la verifica dei pilastri si riportano ora i domini relativi ai pilastri che si prendono in esame, ricavati mediante il programma EC2. Unica differenza grafica chiaramente distinguibile è il fatto che i domini forniti dal programma sono calcolati con un numero molto più elevato di punti e quindi sono costituiti da curve continue anziché da segmenti rettilinei.

I domini sono stati ricavati prendendo in considerazione solo l'armatura superiore e inferiore. In realtà ogni pilastro ha anche una armatura, a volte cospicua, sui lati verticali. Normalmente tale armatura viene completamente trascurata. Volendo, la si potrebbe prendere in considerazione considerando più strati intermedi, oppure considerandola tutta concentrata a metà altezza.

Pilastro 11, I ordine (40×70)

Si riporta il dominio $M-N$ per la sezione avente base $b=40$ cm e altezza $h=60$ cm, armata con $3\text{Ø}14$ su ciascuno dei lati corti. La curva più sottile, interna, rappresenta il contributo del solo calcestruzzo.

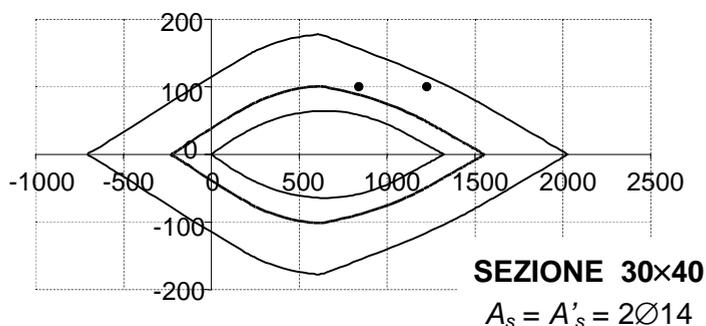


I due pallini neri rappresentano le due coppie corrispondenti al momento massimo (232.9 kNm) accoppiato allo sforzo normale massimo (2477

kN) e minimo (2298 kN). Come si vede, in questo caso la sezione è sufficiente (anche se proprio al limite).

Pilastro 15, II ordine (30×40)

Si riporta il dominio $M-N$ per la sezione avente base $b=30$ cm e altezza $h=40$ cm, armata con $2\varnothing 14$ su ciascuno dei lati corti. La curva più interna rappresenta il contributo del solo calcestruzzo, mentre quella esterna corrisponde ad un'armatura di $3\varnothing 20$ per lato.



I due pallini neri rappresentano le due coppie corrispondenti al momento massimo (102.8 kNm) accoppiato allo sforzo normale massimo (1226 kN) e minimo (839 kN). In questo caso l'armatura disposta ($2\varnothing 14$ per lato) è insufficiente ed è necessaria un'armatura triplicata ($3\varnothing 20$), che è abbastanza forte per un pilastro così piccolo.

Considerazioni conclusive

La verifica di due sole sezioni non è certo sufficiente per esprimere un giudizio su tutti i pilastri. I due casi esaminati sono comunque esemplificativi delle situazioni che si verificano nella struttura: per alcuni pilastri l'armatura risulta sufficiente mentre per altri occorrerebbe aumentarla anche in maniera considerevole (ma possibile). Non sembra vi siano invece situazioni nelle quali l'aumento di armatura diventa tanto rilevante da essere non ammissibile.

Si deve però sottolineare che il comportamento del progettista in presenza di forze orizzontali è ben diverso a seconda dell'entità delle forze.

In presenza di forze orizzontali modeste (come quelle da vento in situazioni non particolari – ovvero escludendo edifici a quote elevate, ecc.) un dimensionamento della struttura effettuato con riferimento esclusivamente ai cari-

chi verticali può essere accettabile. Dal calcolo verranno evidenziate le armature da disporre, che in genere saranno un po' maggiori di quelle che si sarebbero disposte in assenza di forze orizzontali.

In presenza di forze orizzontali elevate (vento molto forte, azione sismica) il dimensionamento della struttura deve invece essere effettuato tenendo conto espressamente della presenza delle azioni orizzontali. Un riferimento al dimensionamento per carichi verticali è sempre utile, ma sarà affiancato da ulteriori criteri, che spesso portano ad assegnare ad alcuni elementi dimensioni ben più grandi.

7. Verifica allo stato limite di tensioni di esercizio

La verifica allo stato limite di tensioni di esercizio è stata effettuata per il pilastro 11, primo ordine, di dimensioni 40x70 e armato con 3Ø14 su ciascun lato da 40 cm. La limitazione imposta dall'Eurocodice 2 con riferimento alla combinazione di carico rara e all'ambiente 1-2 è:

$$\sigma_c^{\max} \leq 0,6 f_{ck} \quad (\text{cioè } 12.45 \text{ MPa})$$

mentre per limitare deformazioni viscosse eccessive si controlla la tensione del calcestruzzo per la condizioni di carico quasi permanente e la tensione dell'acciaio per la condizione di carico rara:

$$\sigma_c^{\max} \leq 0,45 f_{ck} \quad (\text{cioè } 9.34 \text{ MPa})$$

Per l'acciaio infine si controlla che

$$\sigma_s^{\max} \leq 0,7 f_{yk} \quad (\text{cioè } 301 \text{ MPa})$$

Come già fatto per la verifica delle travi e per la verifica a sforzo normale centrato nei pilastri, per determinare le caratteristiche della sollecitazione relative alle due condizioni di carico si è considerato il rapporto esistente nelle travi tra carico relativo agli stati limiti di esercizio e allo stato limite ultimo (0.70 e 0.56 rispettivamente per la combinazione rara e per quella quasi permanente). Si sono quindi ridotti approssimativamente dello stesso coefficiente il valore dello sforzo normale e del momento flettente calcolati allo stato limite ultimo. Di conseguenza si ha:

S.L.U.	$N_{Sd}=2477 \text{ kN}$	$M_{Sd}=262.9 \text{ kNm}$
S.L.E. (carico raro)	$N_{Sd}=1734 \text{ kN}$	$M_{Sd}=184.0 \text{ kNm}$
S.L.E. (carico quasi permanente)	$N_{Sd}=1387 \text{ kN}$	$M_{Sd}=147.2 \text{ kNm}$

La posizione del centro di sollecitazione dello sforzo normale è lo stesso nelle due combinazioni di carico e vale:

$$e = -\frac{M}{N} = \frac{184}{1734} = 0.106 \text{ m} = 10.6 \text{ cm}$$

Le dimensioni del nocciolo d'inerzia in presenza di compressione (cioè della sezione costituita da tutto il calcestruzzo più l'armatura omogeneizzata) sono date da:

$$e_1 = \frac{I}{A y_G} \quad (61)$$

con

$$y_G = 35 \text{ cm}$$

$$A = 40 \times 70 + 15 \times 2 \times 4.62 = 2939 \text{ cm}^2$$

$$I = 40 \times 70^3 / 12 + 15 \times 2 \times 4.62 \times 31^2 = 1276528 \text{ cm}^4$$

e quindi $e_1 = 12.41 \text{ cm}$.

Il centro di sollecitazione è interno al nocciolo centrale d'inerzia e la sezione è quindi tutta compressa. La massima tensione nel calcestruzzo si ricava utilizzando la ben nota espressione, formalmente coincidente con quella fornita dalla Scienza delle costruzioni:

$$\sigma_c^{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} \frac{h}{2} \quad (62)$$

ottenendo:

$$\sigma_c^{\max} = \frac{1734 \times 10^3}{2939 \times 10^2} + \frac{184 \times 10^6}{1276528 \times 10^4} 150 = 8.06 \text{ MPa} \quad \text{per la combinazione rara}$$

$$\sigma_c^{\max} = \frac{1387 \times 10^3}{2939 \times 10^2} + \frac{147.2 \times 10^6}{1276528 \times 10^4} 150 = 6.45 \text{ MPa} \quad \text{per quella quasi permanente}$$

La sezione è quindi verificata.

Sarebbe stato molto più interessante verificare la sezione del pilastro 15 al secondo ordine, considerandola armata con 3Ø20 per lato. In quel caso, infatti, il centro di sollecitazione sarebbe stato esterno al nocciolo d'inerzia e si sarebbe dovuto determinare la posizione dell'asse neutro risolvendo un'equazione di terzo grado.

Allegato 1

Determinazione delle sollecitazioni nella trave

Si è utilizzato il programma TRAVECON, di cui si riporta nel seguito l'output.

N.B. La sezione assegnata alla trave a spessore è in realtà 80x24, non 70x24 come riportato nel tabulato allegato. La differenza non è comunque rilevante.

Prima combinazione di carico

DATI GEOMETRICI ED ELASTICI

campata	luce	larghezza anima	altezza totale	sporgenza ala	spessore ala	momento d'inertzia
1	4.60 m	70.0 cm	24.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.000806 m4
2	5.20 m	30.0 cm	50.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.003125 m4
3	5.40 m	30.0 cm	50.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.003125 m4

Modulo di elasticita' E = 28500 N/mm2

CARICHI UNIFORMI

campata	carico
1	62.6 kN/m
2	47.5 kN/m
3	58.4 kN/m

MOMENTI CONCENTRATI

appoggio	momento
1	0.0 kNm
2	0.0 kNm
3	0.0 kNm
4	0.0 kNm

ROTAZIONE DEI NODI

nodo	rotazione
1	+6.130E-03
2	-1.214E-03
3	+1.249E-03
4	-2.776E-03

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

Campata 3-7

ascissa	0.00 m	0.92 m	1.84 m	2.76 m	3.68 m	4.60 m
momento	0.0 kNm	76.5 kNm	100.0 kNm	70.5 kNm	-11.9 kNm	-147.4 kNm
taglio	111.9 kN	54.3 kN	-3.2 kN	-60.8 kN	-118.4 kN	-176.0 kN

Campata 7-11

ascissa	0.00 m	1.04 m	2.08 m	3.12 m	4.16 m	5.20 m
momento	-147.4 kNm	-45.4 kNm	5.3 kNm	4.5 kNm	-47.6 kNm	-151.1 kNm
taglio	122.8 kN	73.4 kN	24.0 kN	-25.4 kN	-74.8 kN	-124.2 kN

Campata 11-15

ascissa	0.00 m	1.08 m	2.16 m	3.24 m	4.32 m	5.40 m
momento	-151.1 kNm	15.4 kNm	113.7 kNm	143.9 kNm	106.0 kNm	0.0 kNm
taglio	185.7 kN	122.6 kN	59.5 kN	-3.6 kN	-66.6 kN	-129.7 kN

Seconda combinazione di carico

DATI GEOMETRICI ED ELASTICI

campata	luce	larghezza anima	altezza totale	sporgenza ala	spessore ala	momento d'inerzia
1	4.60 m	70.0 cm	24.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.000806 m ⁴
2	5.20 m	30.0 cm	50.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.003125 m ⁴
3	5.40 m	30.0 cm	50.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.003125 m ⁴

Modulo di elasticita' E = 28500 N/mm²

CARICHI UNIFORMI

campata	carico
1	45.7 kN/m
2	64.4 kN/m
3	42.0 kN/m

MOMENTI CONCENTRATI

appoggio	momento
1	0.0 kNm
2	0.0 kNm
3	0.0 kNm
4	0.0 kNm

ROTAZIONE DEI NODI

nodo	rotazione
1	+3.883E-03
2	+2.981E-04
3	-1.894E-05
4	-1.538E-03

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

Campata 3-7

ascissa	0.00 m	0.92 m	1.84 m	2.76 m	3.68 m	4.60 m
momento	0.0 kNm	52.3 kNm	65.9 kNm	40.8 kNm	-22.9 kNm	-125.3 kNm
taglio	77.9 kN	35.8 kN	-6.2 kN	-48.3 kN	-90.3 kN	-132.4 kN

Campata 7-11

ascissa	0.00 m	1.04 m	2.08 m	3.12 m	4.16 m	5.20 m
momento	-125.3 kNm	8.2 kNm	72.1 kNm	66.4 kNm	-9.0 kNm	-154.0 kNm
taglio	161.9 kN	94.9 kN	28.0 kN	-39.0 kN	-106.0 kN	-173.0 kN

Campata 11-15

ascissa	0.00 m	1.08 m	2.16 m	3.24 m	4.32 m	5.40 m
momento	-154.0 kNm	-25.2 kNm	54.6 kNm	85.4 kNm	67.2 kNm	0.0 kNm
taglio	141.9 kN	96.6 kN	51.2 kN	5.8 kN	-39.5 kN	-84.9 kN

Terza combinazione di carico

DATI GEOMETRICI ED ELASTICI

campata	luce	larghezza anima	altezza totale	sporgenza ala	spessore ala	momento d'inerzia
1	4.60 m	70.0 cm	24.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.000806 m ⁴
2	5.20 m	30.0 cm	50.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.003125 m ⁴
3	5.40 m	30.0 cm	50.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.003125 m ⁴

Modulo di elasticita' E = 28500 N/mm²

CARICHI UNIFORMI

campata	carico
1	62.6 kN/m
2	64.4 kN/m
3	42.0 kN/m

MOMENTI CONCENTRATI

appoggio	momento
1	0.0 kNm
2	0.0 kNm
3	0.0 kNm
4	0.0 kNm

ROTAZIONE DEI NODI

nodo	rotazione
1	+5.678E-03
2	-3.097E-04
3	+1.575E-04
4	-1.626E-03

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

Campata 3-7

ascissa	0.00 m	0.92 m	1.84 m	2.76 m	3.68 m	4.60 m
momento	-0.0 kNm	73.8 kNm	94.6 kNm	62.4 kNm	-22.8 kNm	-160.9 kNm
taglio	109.0 kN	51.4 kN	-6.2 kN	-63.8 kN	-121.4 kN	-179.0 kN

Campata 7-11

ascissa	0.00 m	1.04 m	2.08 m	3.12 m	4.16 m	5.20 m
momento	-160.9 kNm	-18.5 kNm	54.3 kNm	57.4 kNm	-9.1 kNm	-145.3 kNm
taglio	170.4 kN	103.5 kN	36.5 kN	-30.5 kN	-97.5 kN	-164.4 kN

Campata 11-15

ascissa	0.00 m	1.08 m	2.16 m	3.24 m	4.32 m	5.40 m
momento	-145.3 kNm	-18.3 kNm	59.8 kNm	88.8 kNm	68.9 kNm	-0.0 kNm
taglio	140.3 kN	94.9 kN	49.6 kN	4.2 kN	-41.1 kN	-86.5 kN

Quarta combinazione di carico

DATI GEOMETRICI ED ELASTICI

campata	luce	larghezza anima	altezza totale	sporgenza ala	spessore ala	momento d'inertzia
1	4.60 m	70.0 cm	24.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.000806 m ⁴
2	5.20 m	30.0 cm	50.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.003125 m ⁴
3	5.40 m	30.0 cm	50.0 cm	0.0 cm	0.0 cm	0.003125 m ⁴

Modulo di elasticita' E = 28500 N/mm²

CARICHI UNIFORMI

campata	carico
1	45.7 kN/m
2	64.4 kN/m
3	58.4 kN/m

MOMENTI CONCENTRATI

appoggio	momento
1	0.0 kNm
2	0.0 kNm
3	0.0 kNm
4	0.0 kNm

ROTAZIONE DEI NODI

nodo	rotazione
1	+4.001E-03
2	+6.210E-05
3	+5.562E-04
4	-2.429E-03

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

Campata 3-7

ascissa	0.00 m	0.92 m	1.84 m	2.76 m	3.68 m	4.60 m
momento	0.0 kNm	53.0 kNm	67.3 kNm	43.0 kNm	-20.1 kNm	-121.8 kNm
taglio	78.6 kN	36.6 kN	-5.5 kN	-47.5 kN	-89.5 kN	-131.6 kN

Campata 7-11

ascissa	0.00 m	1.04 m	2.08 m	3.12 m	4.16 m	5.20 m
momento	-121.8 kNm	4.8 kNm	61.7 kNm	49.0 kNm	-33.3 kNm	-185.3 kNm
taglio	155.2 kN	88.2 kN	21.3 kN	-45.7 kN	-112.7 kN	-179.7 kN

Campata 11-15

ascissa	0.00 m	1.08 m	2.16 m	3.24 m	4.32 m	5.40 m
momento	-185.3 kNm	-12.0 kNm	93.1 kNm	130.2 kNm	99.2 kNm	-0.0 kNm
taglio	192.0 kN	128.9 kN	65.9 kN	2.8 kN	-60.3 kN	-123.4 kN

Allegato 2

Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: solo carico verticale

Si è utilizzato il programma TELRET, di cui si riporta nel seguito l'output.

Programma: TELRET 2.4 data: 19/02/2001 ora: 16:46
File dati: VERTIC.TXT

Telaio soggetto a carichi verticali

ALTEZZA DEI PIANI

piano	altezza (m)
6	3.00
5	3.00
4	3.00
3	3.00
2	3.00
1	4.00

LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI

campata	luce	piano	sez.	b	h	inerzia	piano	sez.	b	h	inerzia
	m			m	m	m ⁴			m	m	m ⁴
3 - 7	4.60	6	1	0.80	0.24	0.000922	5	1	0.80	0.24	0.000922
		4	1	0.80	0.24	0.000922	3	1	0.80	0.24	0.000922
		2	1	0.80	0.24	0.000922	1	1	0.80	0.24	0.000922
7 - 11	5.20	6	2	0.30	0.50	0.003125	5	2	0.30	0.50	0.003125
		4	2	0.30	0.50	0.003125	3	2	0.30	0.50	0.003125
		2	2	0.30	0.50	0.003125	1	2	0.30	0.50	0.003125
11 - 15	5.40	6	2	0.30	0.50	0.003125	5	2	0.30	0.50	0.003125
		4	2	0.30	0.50	0.003125	3	2	0.30	0.50	0.003125
		2	2	0.30	0.50	0.003125	1	2	0.30	0.50	0.003125

SEZIONI DEI PILASTRI

pilastro	piano	sez.	b	h	inerzia	piano	sez.	b	h	inerzia
			m	m	m ⁴			m	m	m ⁴
3	6	3	0.30	0.30	0.000675	5	3	0.30	0.30	0.000675
	4	3	0.30	0.30	0.000675	3	5	0.40	0.30	0.000900
	2	7	0.50	0.30	0.001125	1	7	0.50	0.30	0.001125
7	6	3	0.30	0.30	0.000675	5	3	0.30	0.30	0.000675
	4	5	0.40	0.30	0.000900	3	7	0.50	0.30	0.001125
	2	9	0.60	0.30	0.001350	1	13	0.60	0.40	0.003200
11	6	3	0.30	0.30	0.000675	5	3	0.30	0.30	0.000675
	4	6	0.30	0.50	0.003125	3	8	0.30	0.60	0.005400
	2	10	0.30	0.70	0.008575	1	14	0.40	0.70	0.011433
15	6	3	0.30	0.30	0.000675	5	3	0.30	0.30	0.000675
	4	3	0.30	0.30	0.000675	3	3	0.30	0.30	0.000675
	2	4	0.30	0.40	0.001600	1	4	0.30	0.40	0.001600

TABELLA DEI TIPI DI SEZIONE

sezione	forma	b	h	area	inerzia
		m	m	m ²	m ⁴
1	R	0.80	0.24	0.1920	0.000922
2	R	0.30	0.50	0.1500	0.003125
3	R	0.30	0.30	0.0900	0.000675
4	R	0.30	0.40	0.1200	0.001600
5	R	0.40	0.30	0.1200	0.000900
6	R	0.30	0.50	0.1500	0.003125
7	R	0.50	0.30	0.1500	0.001125
8	R	0.30	0.60	0.1800	0.005400
9	R	0.60	0.30	0.1800	0.001350
10	R	0.30	0.70	0.2100	0.008575
11	R	0.70	0.30	0.2100	0.001575
12	R	0.40	0.60	0.2400	0.007200
13	R	0.60	0.40	0.2400	0.003200
14	R	0.40	0.70	0.2800	0.011433
15	R	0.70	0.40	0.2800	0.003733

Modulo di elasticita' normale = 28500 N/mm²

SCHEMA DI CARICO N. 1

CARICHI VERTICALI

Allegato 2 - Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: solo carico verticale 105

campata	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m
3 - 7	6	-62.6	5	-62.6	4	-62.6	3	-62.6
	2	-62.6	1	-62.6				
7 - 11	6	-64.4	5	-64.4	4	-64.4	3	-64.4
	2	-64.4	1	-64.4				
11 - 15	6	-58.4	5	-58.4	4	-58.4	3	-58.4
	2	-58.4	1	-58.4				

FORZE VERTICALI NEI NODI

pilastro	piano	forza kN	piano	forza kN	piano	forza kN	piano	forza kN
3	6	-106.1	5	-106.1	4	-106.1	3	-106.1
	2	-106.1	1	-106.1				
7	6	-21.0	5	-21.0	4	-21.0	3	-21.0
	2	-21.0	1	-21.0				
11	6	-69.2	5	-69.2	4	-69.2	3	-69.2
	2	-69.2	1	-69.2				
15	6	-48.9	5	-48.9	4	-48.9	3	-48.9
	2	-48.9	1	-48.9				

SPOSTAMENTO ORIZZONTALE DEI TRAVERSI

traverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)
6	2.015	0.481
5	1.534	0.346
4	1.188	0.415
3	0.772	0.445
2	0.327	0.195
1	0.132	0.132

SPOSTAMENTO VERTICALE E ROTAZIONE DEI NODI

pilastro	piano	vy (mm)	rotaz.x1000	piano	vy (mm)	rotaz.x1000
3	6	-4.700	-2.175	5	-4.425	-1.043
	4	-3.868	-1.237	3	-3.030	-1.118

	2	-2.191	-0.800	1	-1.349	-0.989
7	6	-5.209	-0.133	5	-4.808	-0.244
	4	-4.013	-0.161	3	-3.121	-0.175
	2	-2.172	-0.173	1	-1.185	-0.112
11	6	-5.566	-0.240	5	-5.078	-0.089
	4	-4.111	-0.137	3	-3.241	-0.166
	2	-2.274	-0.096	1	-1.239	-0.064
15	6	-4.449	1.653	5	-4.229	0.987
	4	-3.780	1.000	3	-3.105	1.002
	2	-2.205	0.668	1	-1.358	0.658

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

campata	piano	momento a sinistra (kNm)	momento a destra (kNm)	taglio a sinistra (kN)	taglio a destra (kN)
3 - 7	6	-62.99	-134.47	128.44	-159.52
3 - 7	5	-86.63	-125.02	135.64	-152.32
3 - 7	4	-81.38	-127.11	134.04	-153.92
3 - 7	3	-83.52	-126.48	134.64	-153.32
3 - 7	2	-90.01	-123.61	136.68	-151.28
3 - 7	1	-85.30	-125.45	135.25	-152.71
7 - 11	6	-134.84	-159.04	162.79	-172.09
7 - 11	5	-130.69	-154.24	162.91	-171.97
7 - 11	4	-131.32	-158.08	162.29	-172.59
7 - 11	3	-129.80	-160.12	161.61	-173.27
7 - 11	2	-131.99	-155.58	162.90	-171.98
7 - 11	1	-136.33	-152.25	164.38	-170.50
11 - 15	6	-160.16	-61.23	176.00	-139.36
11 - 15	5	-153.03	-95.28	168.37	-146.99
11 - 15	4	-159.77	-86.56	171.24	-144.12
11 - 15	3	-161.51	-83.81	172.07	-143.29
11 - 15	2	-156.39	-102.24	167.71	-147.65
11 - 15	1	-161.56	-98.47	169.36	-146.00

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)
3	6	-62.99	48.47	-37.15	-234.54
3	5	-38.16	40.65	-26.27	-476.28
3	4	-40.73	39.21	-26.65	-716.42
3	3	-44.31	38.86	-27.72	-957.16

Allegato 2 - Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: solo carico verticale 107

3	2	-51.15	55.19	-35.45	-1199.93
3	1	-30.11	14.26	-11.09	-1441.28
7	6	-0.37	1.79	-0.72	-343.30
7	5	-3.88	2.82	-2.23	-679.54
7	4	-1.40	1.64	-1.01	-1016.75
7	3	-1.68	1.63	-1.10	-1352.68
7	2	-6.75	5.19	-3.98	-1687.87
7	1	-5.69	0.58	-1.57	-2025.96
11	6	-1.12	-0.81	-0.10	-417.29
11	5	0.40	0.22	0.06	-826.84
11	4	-1.47	3.19	-1.55	-1239.86
11	3	1.80	-9.01	3.60	-1654.40
11	2	-9.82	4.66	-4.83	-2063.29
11	1	-4.64	-5.77	0.28	-2472.35
15	6	61.23	-52.70	37.98	-188.26
15	5	42.59	-42.74	28.44	-384.15
15	4	43.81	-43.84	29.22	-577.17
15	3	39.97	-35.69	25.22	-769.36
15	2	66.54	-66.22	44.25	-965.91
15	1	32.25	-17.26	12.38	-1160.81

Il calcolo e' stato eseguito :

- tenendo conto della deformazione estensionale dei pilastri
- trascurando la deformazione a taglio delle aste

Allegato 3

Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: solo vento

Si è utilizzato il programma TELRET, di cui si riporta nel seguito l'output. Si omette la parte di tabulato che riporta i dati geometrici dello schema, perché coincidente con quanto riportato nell'allegato 2.

Programma: TELRET 2.4 data: 19/02/2001 ora: 18:07
File dati: VENTO.TXT

Telaio soggetto a vento (con valore caratteristico)

----- *Dati geometrici – omessi* -----

SCHEMA DI CARICO N. 1

FORZE ORIZZONTALI

traverso	forza kN
6	10.7
5	20.5
4	19.4
3	17.9
2	15.9
1	16.8

SPOSTAMENTO ORIZZONTALE DEI TRAVERSI

traverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)
6	11.011	0.702
5	10.309	1.665
4	8.644	1.881
3	6.763	2.214
2	4.549	2.274
1	2.275	2.275

SPOSTAMENTO VERTICALE E ROTAZIONE DEI NODI

pilastro	piano	vy (mm)	rotaz.x1000	piano	vy (mm)	rotaz.x1000
3	6	0.073	-0.099	5	0.072	-0.294
	4	0.067	-0.441	3	0.056	-0.517
	2	0.043	-0.613	1	0.028	-0.595
7	6	0.060	-0.048	5	0.059	-0.153
	4	0.058	-0.214	3	0.052	-0.272
	2	0.040	-0.332	1	0.024	-0.422
11	6	-0.005	-0.049	5	-0.005	-0.095
	4	-0.005	-0.317	3	-0.005	-0.529
	2	-0.004	-0.621	1	-0.002	-0.662
15	6	-0.179	-0.085	5	-0.178	-0.220
	4	-0.171	-0.273	3	-0.153	-0.247
	2	-0.119	-0.412	1	-0.078	-0.436

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

campata	piano	momento a sinistra (kNm)	momento a destra (kNm)	taglio a sinistra (kN)	taglio a destra (kN)
3 - 7	6	2.70	-2.13	-1.05	-1.05
	5	8.36	-6.74	-3.28	-3.28
	4	12.44	-9.85	-4.85	-4.85
	3	14.89	-12.10	-5.87	-5.87
	2	17.77	-14.57	-7.03	-7.03
3 - 7	1	18.38	-16.40	-7.56	-7.56
7 - 11	6	3.69	-3.71	-1.42	-1.42
	5	12.43	-10.45	-4.40	-4.40
	4	24.25	-27.78	-10.01	-10.01
	3	35.67	-44.47	-15.41	-15.41
	2	43.18	-53.08	-18.51	-18.51
7 - 11	1	51.06	-59.28	-21.22	-21.22
11 - 15	6	2.83	-4.01	-1.27	-1.27
	5	10.35	-14.48	-4.60	-4.60
	4	26.88	-25.45	-9.69	-9.69
	3	40.37	-31.06	-13.23	-13.23
	2	52.45	-45.53	-18.15	-18.15
11 - 15	1	56.64	-49.18	-19.60	-19.60

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)
----------	-------	--------------------	--------------------	-------------	---------------------

3	6	2.70	-0.20	0.97	1.05
3	5	8.15	-6.27	4.81	4.33
3	4	6.18	-5.20	3.79	9.18
3	3	9.69	-8.07	5.92	15.05
3	2	9.70	-10.08	6.59	22.07
3	1	8.29	-17.82	6.53	29.64
7	6	5.81	-4.48	3.43	0.37
7	5	14.69	-13.91	9.53	1.49
7	4	20.19	-19.19	13.13	6.65
7	3	28.58	-27.30	18.63	16.19
7	2	30.45	-28.15	19.53	27.68
7	1	39.32	-58.57	24.47	41.34
11	6	6.54	-5.95	4.16	-0.15
11	5	14.85	-12.01	8.95	0.04
11	4	42.65	-30.02	24.22	-0.27
11	3	54.82	-45.38	33.40	-2.46
11	2	60.16	-53.56	37.90	-2.82
11	1	62.37	-170.20	58.14	-4.45
15	6	4.01	-2.28	2.10	-1.27
15	5	12.20	-11.51	7.90	-5.87
15	4	13.94	-14.28	9.41	-15.56
15	3	16.78	-14.67	10.48	-28.78
15	2	30.86	-30.13	20.33	-46.93
15	1	19.05	-28.98	12.01	-66.53

Il calcolo e' stato eseguito :

- tenendo conto della deformazione estensionale dei pilastri
- trascurando la deformazione a taglio delle aste

Allegato 4

Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: carichi verticali e vento

Si è utilizzato il programma TELRET, di cui si riporta nel seguito l'output. Si omette la parte di tabulato che riporta i dati geometrici dello schema, perché coincidente con quanto riportato nell'allegato 2.

Programma: TELRET 2.4 data: 19/02/2001 ora: 20:20
File dati: VER-OR.TXT

Telaio soggetto a carichi verticali e orizzontali

----- *Dati geometrici – omessi* -----

SCHEMA DI CARICO N. 1 *Carico principale: orizzontale; forze orizzontali verso destra*

CARICHI VERTICALI

campata	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m
3 - 7	6	-57.5	5	-57.5	4	-57.5	3	-57.5
	2	-57.5	1	-57.5				
7 - 11	6	-59.3	5	-59.3	4	-59.3	3	-59.3
	2	-59.3	1	-59.3				
11 - 15	6	-53.5	5	-53.5	4	-53.5	3	-53.5
	2	-53.5	1	-53.5				

FORZE VERTICALI NEI NODI

pilastro	piano	forza kN	piano	forza kN	piano	forza kN	piano	forza kN
3	6	-106.1	5	-106.1	4	-106.1	3	-106.1
	2	-106.1	1	-106.1				
7	6	-21.0	5	-21.0	4	-21.0	3	-21.0
	2	-21.0	1	-21.0				

11	6	-69.2	5	-69.2	4	-69.2	3	-69.2
	2	-69.2	1	-69.2				
15	6	-48.9	5	-48.9	4	-48.9	3	-48.9
	2	-48.9	1	-48.9				

FORZE ORIZZONTALI

traverso	forza kN
6	14.9
5	28.8
4	27.1
3	25.0
2	22.3
1	23.5

SPOSTAMENTO ORIZZONTALE DEI TRAVERSI

traverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)
6	17.247	1.417
5	15.829	2.644
4	13.186	3.012
3	10.173	3.506
2	6.667	3.361
1	3.306	3.306

SPOSTAMENTO VERTICALE E ROTAZIONE DEI NODI

pilastro	piano	vy (mm)	rotaz.x1000	piano	vy (mm)	rotaz.x1000
3	6	-4.379	-2.117	5	-4.118	-1.360
	4	-3.594	-1.744	3	-2.810	-1.745
	2	-2.028	-1.588	1	-1.247	-1.738
7	6	-4.741	-0.192	5	-4.369	-0.438
	4	-3.636	-0.448	3	-2.818	-0.543
	2	-1.955	-0.625	1	-1.063	-0.695
11	6	-5.194	-0.288	5	-4.739	-0.214
	4	-3.838	-0.569	3	-3.027	-0.892
	2	-2.124	-0.957	1	-1.158	-0.984

Allegato 4 - Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: carichi verticali e vento115

15	6	-4.420	1.395	5	-4.212	0.596
	4	-3.781	0.531	3	-3.123	0.570
	2	-2.233	0.035	1	-1.381	-0.008

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

campata	piano	momento a sinistra (kNm)	momento a destra (kNm)	taglio a sinistra (kN)	taglio a destra (kN)
3 - 7	6	-53.56	-127.24	116.23	-148.27
3 - 7	5	-67.20	-125.05	119.67	-144.83
3 - 7	4	-56.76	-131.22	116.06	-148.44
3 - 7	3	-55.39	-133.67	115.23	-149.27
3 - 7	2	-57.43	-134.35	115.53	-148.97
3 - 7	1	-52.39	-138.47	113.54	-150.96
7 - 11	6	-119.59	-150.94	148.15	-160.21
7 - 11	5	-103.61	-155.99	144.11	-164.25
7 - 11	4	-87.49	-183.90	135.64	-172.72
7 - 11	3	-69.99	-209.23	127.40	-180.96
7 - 11	2	-61.38	-217.24	124.21	-184.15
7 - 11	1	-54.19	-222.98	121.72	-186.64
11 - 15	6	-142.88	-61.61	159.50	-129.40
11 - 15	5	-125.88	-107.39	147.87	-141.03
11 - 15	4	-108.98	-114.75	143.38	-145.52
11 - 15	3	-91.68	-120.10	139.19	-149.71
11 - 15	2	-70.04	-157.25	128.30	-160.60
11 - 15	1	-68.88	-158.92	127.78	-161.12

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)
3	6	-53.56	43.85	-32.47	-222.33
3	5	-23.35	28.27	-17.21	-448.11
3	4	-28.48	28.50	-18.99	-670.27
3	3	-26.89	24.21	-17.03	-891.60
3	2	-33.22	36.42	-23.21	-1113.23
3	1	-15.97	-11.89	-1.02	-1332.86
7	6	7.65	-4.50	4.05	-317.42
7	5	16.94	-16.82	11.25	-627.35
7	4	26.92	-25.29	17.40	-932.43
7	3	38.38	-36.63	25.01	-1230.10
7	2	36.34	-34.55	23.63	-1524.28
7	1	49.74	-81.41	32.79	-1817.96

11	6	8.05	-8.99	5.68	-388.91
11	5	21.12	-16.58	12.56	-770.24
11	4	58.35	-39.11	32.49	-1155.54
11	3	78.44	-71.83	50.09	-1544.88
11	2	75.37	-70.87	48.75	-1926.53
11	1	83.23	-243.62	81.71	-2310.15
15	6	61.61	-51.37	37.66	-178.30
15	5	56.02	-55.18	37.07	-368.23
15	4	59.57	-60.06	39.88	-562.64
15	3	60.04	-53.18	37.74	-761.26
15	2	104.07	-102.75	68.94	-970.76
15	1	56.17	-56.36	28.13	-1180.78

Il calcolo e' stato eseguito :

- tenendo conto della deformazione estensionale dei pilastri
- trascurando la deformazione a taglio delle aste

SCHEMA DI CARICO N. 2 *Carico principale: orizzontale; forze orizzontali verso sinistra*

CARICHI VERTICALI

campata	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m
3 - 7	6	-57.5	5	-57.5	4	-57.5	3	-57.5
	2	-57.5	1	-57.5				
7 - 11	6	-59.3	5	-59.3	4	-59.3	3	-59.3
	2	-59.3	1	-59.3				
11 - 15	6	-53.5	5	-53.5	4	-53.5	3	-53.5
	2	-53.5	1	-53.5				

FORZE VERTICALI NEI NODI

pilastro	piano	forza kN	piano	forza kN	piano	forza kN	piano	forza kN
3	6	-106.1	5	-106.1	4	-106.1	3	-106.1
	2	-106.1	1	-106.1				
7	6	-21.0	5	-21.0	4	-21.0	3	-21.0
	2	-21.0	1	-21.0				
11	6	-69.2	5	-69.2	4	-69.2	3	-69.2

Allegato 4 - Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: carichi verticali e vento117

	2	-69.2	1	-69.2				
15	6	-48.9	5	-48.9	4	-48.9	3	-48.9
	2	-48.9	1	-48.9				

FORZE ORIZZONTALI

traverso	forza kN
6	-14.9
5	-28.8
4	-27.1
3	-25.0
2	-22.3
1	-23.5

SPOSTAMENTO ORIZZONTALE DEI TRAVERSI

traverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)
6	-13.584	-0.549
5	-13.035	-2.017
4	-11.018	-2.255
3	-8.764	-2.694
2	-6.070	-3.006
1	-3.064	-3.064

SPOSTAMENTO VERTICALE E ROTAZIONE DEI NODI

pilastro	piano	vy (mm)	rotaz.x1000	piano	vy (mm)	rotaz.x1000
3	6	-4.584	-1.840	5	-4.321	-0.537
	4	-3.782	-0.509	3	-2.968	-0.297
	2	-2.149	0.127	1	-1.325	-0.073
7	6	-4.908	-0.057	5	-4.535	-0.010
	4	-3.797	0.151	3	-2.963	0.220
	2	-2.068	0.306	1	-1.131	0.487
11	6	-5.179	-0.151	5	-4.724	0.051
	4	-3.823	0.318	3	-3.013	0.590
	2	-2.113	0.783	1	-1.152	0.869
15	6	-3.919	1.632	5	-3.714	1.212
	4	-3.303	1.297	3	-2.696	1.262

2	-1.899	1.188	1	-1.163	1.211
---	--------	-------	---	--------	-------

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

campata	piano	momento a sinistra (kNm)	momento a destra (kNm)	taglio a sinistra (kN)	taglio a destra (kN)
3 - 7	6	-61.13	-121.29	119.17	-145.33
3 - 7	5	-90.60	-106.17	128.87	-135.63
3 - 7	4	-91.60	-103.65	129.63	-134.87
3 - 7	3	-97.09	-99.80	131.66	-132.84
3 - 7	2	-107.17	-93.57	135.21	-129.29
3 - 7	1	-103.84	-92.54	134.71	-129.79
7 - 11	6	-129.92	-140.55	152.13	-156.23
7 - 11	5	-138.40	-126.73	156.42	-151.94
7 - 11	4	-155.40	-106.12	163.66	-144.70
7 - 11	3	-169.88	-84.70	170.56	-137.80
7 - 11	2	-182.29	-68.61	176.04	-132.32
7 - 11	1	-197.17	-57.01	181.13	-127.23
11 - 15	6	-150.81	-50.38	163.05	-125.85
11 - 15	5	-154.87	-66.85	160.75	-128.15
11 - 15	4	-184.24	-43.48	170.52	-118.38
11 - 15	3	-204.71	-33.13	176.22	-112.68
11 - 15	2	-216.90	-29.76	179.11	-109.79
11 - 15	1	-227.48	-21.22	182.65	-106.25

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)
3	6	-61.13	44.42	-35.18	-225.27
3	5	-46.18	45.82	-30.67	-460.24
3	4	-45.78	43.05	-29.61	-695.97
3	3	-54.03	46.79	-33.61	-933.73
3	2	-60.38	64.65	-41.68	-1175.04
3	1	-39.19	38.02	-19.30	-1415.84
7	6	-8.63	8.04	-5.55	-318.46
7	5	-24.20	22.13	-15.44	-631.52
7	4	-29.62	28.45	-19.36	-951.05
7	3	-41.64	39.81	-27.15	-1275.45
7	2	-48.91	44.26	-31.06	-1601.78
7	1	-60.37	82.59	-35.74	-1933.71
11	6	-10.25	7.66	-5.97	-388.47
11	5	-20.47	17.05	-12.51	-770.36

Allegato 4 - Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: carichi verticali e vento119

11	4	-61.07	44.96	-35.34	-1154.78
11	3	-75.05	55.23	-43.43	-1538.00
11	2	-93.06	79.08	-57.38	-1918.63
11	1	-91.40	232.93	-81.08	-2297.70
15	6	50.38	-44.99	31.79	-174.75
15	5	21.86	-22.95	14.94	-351.80
15	4	20.53	-20.08	13.54	-519.09
15	3	13.05	-12.10	8.38	-680.66
15	2	17.66	-18.39	12.02	-839.36
15	1	2.84	24.78	-5.49	-994.51

Il calcolo e' stato eseguito :

- tenendo conto della deformazione estensionale dei pilastri
- trascurando la deformazione a taglio delle aste

SCHEMA DI CARICO N. 3 *Carico principale: verticale; forze orizzontali verso destra*

CARICHI VERTICALI

campata	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m
3 - 7	6	-62.6	5	-62.6	4	-62.6	3	-62.6
	2	-62.6	1	-62.6				
7 - 11	6	-64.4	5	-64.4	4	-64.4	3	-64.4
	2	-64.4	1	-64.4				
11 - 15	6	-58.4	5	-58.4	4	-58.4	3	-58.4
	2	-58.4	1	-58.4				

FORZE VERTICALI NEI NODI

pilastro	piano	forza kN	piano	forza kN	piano	forza kN	piano	forza kN
3	6	-106.1	5	-106.1	4	-106.1	3	-106.1
	2	-106.1	1	-106.1				
7	6	-21.0	5	-21.0	4	-21.0	3	-21.0
	2	-21.0	1	-21.0				
11	6	-69.2	5	-69.2	4	-69.2	3	-69.2
	2	-69.2	1	-69.2				

15	6	-48.9	5	-48.9	4	-48.9	3	-48.9
	2	-48.9	1	-48.9				

FORZE ORIZZONTALI

traverso	forza kN
6	10.4
5	20.1
4	19.0
3	17.5
2	15.6
1	16.5

SPOSTAMENTO ORIZZONTALE DEI TRAVERSI

traverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)
6	12.805	1.169
5	11.635	1.977
4	9.658	2.258
3	7.400	2.615
2	4.785	2.423
1	2.362	2.362

SPOSTAMENTO VERTICALE E ROTAZIONE DEI NODI

pilastro	piano	vy (mm)	rotaz.x1000	piano	vy (mm)	rotaz.x1000
3	6	-4.628	-2.272	5	-4.354	-1.331
	4	-3.802	-1.669	3	-2.975	-1.625
	2	-2.148	-1.400	1	-1.321	-1.571
7	6	-5.151	-0.180	5	-4.750	-0.393
	4	-3.957	-0.371	3	-3.070	-0.442
	2	-2.132	-0.499	1	-1.161	-0.526
11	6	-5.571	-0.287	5	-5.083	-0.182
	4	-4.116	-0.447	3	-3.246	-0.685
	2	-2.277	-0.704	1	-1.241	-0.712
15	6	-4.625	1.570	5	-4.403	0.772
	4	-3.947	0.732	3	-3.254	0.759
	2	-2.322	0.265	1	-1.434	0.231

Allegato 4 - Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: carichi verticali e vento121

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

campata	piano	momento a sinistra (kNm)	momento a destra (kNm)	taglio a sinistra (kN)	taglio a destra (kN)
3 - 7	6	-60.34	-136.55	127.41	-160.55
3 - 7	5	-78.44	-131.62	132.42	-155.54
3 - 7	4	-69.19	-136.76	129.29	-158.67
3 - 7	3	-68.93	-138.33	128.89	-159.07
3 - 7	2	-72.60	-137.88	129.79	-158.17
3 - 7	1	-67.30	-141.53	127.84	-160.12
7 - 11	6	-131.23	-162.67	161.39	-173.49
7 - 11	5	-118.51	-164.48	158.60	-176.28
7 - 11	4	-107.56	-185.30	152.49	-182.39
7 - 11	3	-94.84	-203.69	146.51	-188.37
7 - 11	2	-89.68	-207.60	144.76	-190.12
7 - 11	1	-86.29	-210.34	143.58	-191.30
11 - 15	6	-157.39	-65.16	174.76	-140.60
11 - 15	5	-142.89	-109.47	163.87	-151.49
11 - 15	4	-133.44	-111.50	161.74	-153.62
11 - 15	3	-121.95	-114.24	159.11	-156.25
11 - 15	2	-105.00	-146.85	149.93	-165.43
11 - 15	1	-106.05	-146.66	150.16	-165.20

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)
3	6	-60.34	48.27	-36.20	-233.51
3	5	-30.17	34.51	-21.56	-472.03
3	4	-34.68	34.12	-22.93	-707.42
3	3	-34.81	30.95	-21.92	-942.42
3	2	-41.64	45.31	-28.99	-1178.30
3	1	-21.98	-3.21	-4.69	-1412.25
7	6	5.32	-2.59	2.64	-342.94
7	5	10.52	-10.81	7.11	-678.08
7	4	18.39	-17.16	11.85	-1010.24
7	3	26.33	-25.12	17.15	-1336.81
7	2	23.08	-22.39	15.16	-1660.75
7	1	32.85	-56.82	22.42	-1985.45
11	6	5.29	-6.64	3.97	-417.45
11	5	14.95	-11.55	8.83	-826.79
11	4	40.32	-26.23	22.18	-1240.13
11	3	55.51	-53.48	36.33	-1656.81

11	2	49.13	-47.82	32.31	-2066.05
11	1	56.47	-172.55	57.26	-2476.71
15	6	65.16	-54.93	40.03	-189.50
15	5	54.54	-54.03	36.19	-389.89
15	4	57.47	-57.83	38.43	-592.41
15	3	56.41	-50.07	35.49	-797.56
15	2	96.78	-95.74	64.17	-1011.89
15	1	50.92	-45.65	24.14	-1225.99

Il calcolo e' stato eseguito :

- tenendo conto della deformazione estensionale dei pilastri
- trascurando la deformazione a taglio delle aste

SCHEMA DI CARICO N. 4 *Carico principale: verticale; forze orizzontali verso sinistra*

CARICHI VERTICALI

campata	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m	piano	carico kN/m
3 - 7	6	-62.6	5	-62.6	4	-62.6	3	-62.6
	2	-62.6	1	-62.6				
7 - 11	6	-64.4	5	-64.4	4	-64.4	3	-64.4
	2	-64.4	1	-64.4				
11 - 15	6	-58.4	5	-58.4	4	-58.4	3	-58.4
	2	-58.4	1	-58.4				

FORZE VERTICALI NEI NODI

pilastro	piano	forza kN	piano	forza kN	piano	forza kN	piano	forza kN
3	6	-106.1	5	-106.1	4	-106.1	3	-106.1
	2	-106.1	1	-106.1				
7	6	-21.0	5	-21.0	4	-21.0	3	-21.0
	2	-21.0	1	-21.0				
11	6	-69.2	5	-69.2	4	-69.2	3	-69.2
	2	-69.2	1	-69.2				
15	6	-48.9	5	-48.9	4	-48.9	3	-48.9

Allegato 4 - Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: carichi verticali e vento123

2 -48.9 1 -48.9

FORZE ORIZZONTALI

traverso	forza kN
6	-10.4
5	-20.1
4	-19.0
3	-17.5
2	-15.6
1	-16.5

SPOSTAMENTO ORIZZONTALE DEI TRAVERSI

traverso	spostamento assoluto (mm)	spostamento relativo (mm)
6	-8.774	-0.207
5	-8.567	-1.285
4	-7.283	-1.428
3	-5.855	-1.725
2	-4.130	-2.033
1	-2.097	-2.097

SPOSTAMENTO VERTICALE E ROTAZIONE DEI NODI

pilastro	piano	vy (mm)	rotaz.x1000	piano	vy (mm)	rotaz.x1000
3	6	-4.771	-2.078	5	-4.496	-0.755
	4	-3.934	-0.804	3	-3.086	-0.611
	2	-2.233	-0.199	1	-1.376	-0.406
7	6	-5.268	-0.086	5	-4.866	-0.094
	4	-4.069	0.048	3	-3.172	0.092
	2	-2.211	0.153	1	-1.208	0.302
11	6	-5.561	-0.192	5	-5.073	0.004
	4	-4.106	0.173	3	-3.236	0.353
	2	-2.270	0.513	1	-1.237	0.585
15	6	-4.274	1.736	5	-4.055	1.203
	4	-3.612	1.268	3	-2.955	1.244
	2	-2.088	1.071	1	-1.281	1.084

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

campata	piano	momento a sinistra (kNm)	momento a destra (kNm)	taglio a sinistra (kN)	taglio a destra (kN)
3 - 7	6	-65.64	-132.38	129.47	-158.49
3 - 7	5	-94.82	-118.41	138.85	-149.11
3 - 7	4	-93.57	-117.46	138.79	-149.17
3 - 7	3	-98.11	-114.63	140.39	-147.57
3 - 7	2	-107.41	-109.34	143.56	-144.40
3 - 7	1	-103.31	-109.38	142.66	-145.30
7 - 11	6	-138.45	-155.41	164.18	-170.70
7 - 11	5	-142.86	-144.00	167.22	-167.66
7 - 11	4	-155.09	-130.87	172.10	-162.78
7 - 11	3	-164.75	-116.54	176.71	-158.17
7 - 11	2	-174.30	-103.57	181.04	-153.84
7 - 11	1	-186.37	-94.17	185.17	-149.71
11 - 15	6	-162.93	-57.30	177.24	-138.12
11 - 15	5	-163.18	-81.10	172.88	-142.48
11 - 15	4	-186.11	-61.62	180.73	-134.63
11 - 15	3	-201.06	-53.37	185.03	-130.33
11 - 15	2	-207.79	-57.62	185.49	-129.87
11 - 15	1	-217.06	-50.28	188.57	-126.79

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

pilastro	piano	momento sup. (kNm)	momento inf. (kNm)	taglio (kN)	sforzo normale (kN)
3	6	-65.64	48.67	-38.10	-235.57
3	5	-46.15	46.79	-30.98	-480.52
3	4	-46.78	44.31	-30.36	-725.41
3	3	-53.81	46.76	-33.52	-971.90
3	2	-60.66	65.08	-41.91	-1221.56
3	1	-38.23	31.72	-17.49	-1470.32
7	6	-6.07	6.18	-4.08	-343.67
7	5	-18.28	16.44	-11.57	-681.00
7	4	-21.19	20.45	-13.88	-1023.27
7	3	-29.68	28.38	-19.35	-1368.55
7	2	-36.59	32.77	-23.12	-1714.99
7	1	-44.22	57.97	-25.55	-2066.46
11	6	-7.52	5.02	-4.18	-417.14
11	5	-14.16	11.98	-8.71	-826.88
11	4	-43.26	32.60	-25.29	-1239.60
11	3	-51.92	35.45	-29.12	-1651.99

Allegato 4 - Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: carichi verticali e vento125

11	2	-68.77	57.13	-41.97	-2060.52
11	1	-65.76	161.01	-56.69	-2467.99
15	6	57.30	-50.46	35.92	-187.02
15	5	30.63	-31.46	20.70	-378.40
15	4	30.15	-29.85	20.00	-561.92
15	3	23.53	-21.32	14.95	-741.16
15	2	36.30	-36.70	24.33	-919.93
15	1	13.58	11.14	0.61	-1095.62

Il calcolo e' stato eseguito :

- tenendo conto della deformazione estensionale dei pilastri
- trascurando la deformazione a taglio delle aste

Allegato 5

Determinazione delle sollecitazioni nella trave di fondazione

Il programma TRAVEFON è stato utilizzato sia per determinare il momento d'inerzia della sezione a T rovescio che per risolvere lo schema di trave elastica su suolo elastico alla Winkler. Di seguito si riporta l'output del programma.

Calcolo del momento d'inerzia

DATI DI INGRESSO		DATI DI USCITA	
BASE ANIMA	= 0.50 m	A	= 1.21 m ²
BASE SEZIONE	= 1.90 m	Sx	= 0.53 m ³
ALTEZZA ALA	= 0.40 m	xG	= 0.44 m
ALTEZZA TOTALE	= 1.30 m	I	= 0.159926 m ⁴

Risoluzione dello schema

RISOLUZIONE DI UNO SCHEMA DI TRAVE ELASTICA SU SUOLO ELASTICO CON IL METODO DI WINKLER

TIPI DI CARICO AMMESSI: carico uniforme (uguale su tutte le campate)
forze verticali concentrate
coppie concentrate

CONVENZIONE DEI SEGNI PER I RISULTATI:

momento flettente: positivo se tende le fibre inferiori
taglio: positivo se diretto verso il basso, come azione
sulla faccia di normale uscente verso destra
abbassamento: positivo verso il basso
rotazione: positiva se oraria

DATI GEOMETRICI, ELASTICI E CARATTERISTICHE DEL TERRENO:

Larghezza sottofondazione	2.10 m
Inerzia trave	0.159926 m ⁴
Modulo elastico	28500 N/mm ²
Numero di pilastri	4
	Luce
Sbalzo sinistro	1.50 m
Campata 3 7	5.00 m
Campata 7 11	4.90 m
Campata 11 15	5.90 m
Sbalzo destro	1.50 m

Costante del terreno	26.00 N/cm ³
Lambda	0.23 1/m
Lunghezza caratteristica	13.43 m

DATI DI CARICO:

Carico uniforme	0.0 kN/m
-----------------	----------

Pilastro	Forza	Coppia
3	1528.0 kN	0.0 kNm
7	2228.0 kN	0.0 kNm
11	2551.0 kN	0.0 kNm
15	1211.0 kN	0.0 kNm

SOLLECITAZIONI E DEFORMAZIONI DI TRAVE E TERRENO

	Momento (kNm)	Taglio (kN)	Sigma ter. (N/mm ²)	Abbassamento (cm)	Rotazione (rad)
Sbalzo sinistro					
x=0.00 m	-0.0	0.0	19.3	0.743	0.000090
x=0.75 m	114.4	305.6	19.5	0.750	0.000083
x=1.50 m	459.1	613.7	19.6	0.755	0.000039
Campata 3 7					
x=0.00 m	459.1	-914.3	19.6	0.755	0.000039
x=1.00 m	-249.0	-501.7	19.7	0.756	0.000024
x=2.00 m	-543.8	-87.3	19.8	0.763	0.000118
x=3.00 m	-421.5	333.6	20.3	0.781	0.000232
x=4.00 m	127.6	766.9	21.0	0.807	0.000272
x=5.00 m	1117.1	1214.2	21.6	0.830	0.000144
Campata 7 11					
x=0.00 m	1117.1	-1013.8	21.6	0.830	0.000144
x=0.98 m	341.9	-567.8	21.7	0.835	-0.000005
x=1.96 m	4.3	-121.5	21.6	0.833	-0.000035
x=2.94 m	103.2	323.1	21.6	0.829	-0.000038
x=3.92 m	636.7	765.3	21.4	0.823	-0.000110
x=4.90 m	1601.2	1201.1	20.9	0.802	-0.000343
Campata 11 15					
x=0.00 m	1601.2	-1349.9	20.9	0.802	-0.000343
x=1.18 m	306.8	-850.1	19.4	0.745	-0.000577
x=2.36 m	-422.0	-392.5	17.6	0.676	-0.000551
x=3.54 m	-635.9	23.9	16.1	0.619	-0.000403
x=4.72 m	-377.6	409.7	15.1	0.581	-0.000262
x=5.90 m	323.0	774.7	14.4	0.553	-0.000246

Allegato 4 - Determinazione delle sollecitazioni nel telaio: carichi verticali e vento129

Sbalzo destro

x=0.00 m	323.0	-436.3	14.4	0.553	-.000246
x=0.75 m	79.7	-213.9	13.9	0.533	-.000277
x=1.50 m	0.0	-0.0	13.3	0.512	-.000281