Indice

Premessa 7

Capitolo 1
FILOSOFIA (O NECESSITÀ) DEL CONTROLLO DEI RISULTATI 15
1. Introduzione 15
2. Il tacchino induttivista (The Inductivist Turkey) 16
3. Il controllo dei risultati: CNR 10024/86 e capitolo 10 delle Norme Tecniche per le Costruzioni 23
4. Validazione del progetto strutturale 29
5. A.A.A. "CRITERIO DI FASCIA" cercasi 31
Bibliografia 37

Capitolo 2
RICONOSCERE LE STRUTTURE 39
1. Validazione del calcolo e riconoscimento delle strutture 39
2. Il riconoscimento delle strutture: spunti di riflessione 41
3. Arte o Scienza del costruire, l'importanza della tecnologia (il bisturi e la martellina) 43
4. Visione unitaria e scomposizione in sub componenti 46
5. Un problema di intuito strutturale 48
6. Il fattore dimensionale 51
7. Le strutture e il mondo esterno 55
8. L'ottimizzazione strutturale come fattore di composizione architettonica 59
9. Archi o travi curve? 62
10. Strutture apparentemente complesse 66
Bibliografia 73

Capitolo 3
LA MODELLAZIONE DELLE STRUTTURE 75
1. L'iter progettuale 75
2. Le modellazioni di base 78
3. I sub componenti elementari: elementi monodimensionali 81
4. Elementi bidimensionali 85
5. I vincoli 91
6. Modelli tridimensionali globali 96
7. Problemi di dettaglio in strutture in cemento armato 100
8. Validità dell'ipotesi di rigidità di impalcato 105
9. Applicazioni del piano rigido nei modelli numerici 111
10. Problematiche relative alle scale 114
11. La modellazione del suolo di fondazione 116
11.1. Modello del trapezio delle tensioni 119
11.2. Winkler & Co. 121
12. Fondazioni su pali 129
13. Stabilità dell'equilibrio delle strutture 132
Bibliografia 138

Capitolo 4
LA QUALITÀ DELLA MODELLAZIONE NELLE STRUTTURE REALI 141
1. La qualità numerica della soluzione 141
2. Affidabilità del calcolo numerico 142
3. Le basi della modellazione FEM 144
4. Criteri base per il miglioramento della soluzione 146
5. Un esempio elementare 151
6. Accoppiamento di elementi mono e bidimensionali 154
7. Sovrapposizione di elementi strutturali e loro modellazione 161
8. Modellazione di elementi non strutturali 164
9. Esempio: telaio multipiano 169
9.1. Influenza della variazione della costante di sottofondo, o costante di Winkler k 171
9.2. Influenza della variazione del modulo di elasticità E 177
9.3. Influenza della variazione del modulo di Poisson ν 182
9.4. Influenza della variazione del grado di incastro 184
Bibliografia 188

Capitolo 5
EDIFICI IN ZONA SISMICA 191
1. Validazione del calcolo: perché? e come? 191

2. Prevedere il comportamento di una struttura 192
2.1. Comportamento qualitativo per forze orizzontali 193
2.2. Stima quantitativa del comportamento per forze orizzontali 196
3. Modellazione e calcolo della struttura 199
3.1. Modellazione 199
3.2. Calcolo: 32 (o più) condizioni di carico? 200
4. Esaminare e giudicare i risultati del calcolo 201
4.1. Effetto di forze statiche 202
4.2. Risultati dell'analisi modale 204
4.3. Effetto dell'eccentricità accidentale 207
4.4. Contemporanea presenza delle due componenti del sisma 209
Bibliografia 211

Capitolo 6
VALIDAZIONE DEL CALCOLO DI STRUTTURE ISOLATE ALLA BASE. 213
1. Sistemi di protezione sismica 213
2. L'isolamento sismico (base isolation) 215
3. Comportamento e problematiche specifiche delle strutture isolate alla base 218
4. La progettazione di un edificio isolato 224
4.1. Caratteristiche dei materiali 227
4.2. Analisi dei carichi e valutazione delle masse presenti 227
4.3. Modellazione della struttura 228
4.4. La verifica del sistema di isolamento 230
4.5. Il progetto preliminare del sistema di isolamento 231
4.6. Posizionamento geometrico degli isolatori sismico 234
4.7. Calcolo dello spostamento di progetto 237
4.8. Valutazione degli spostamenti allo SLU 237
4.9. Verifiche allo stato limite di danno 239
5. Edilizia speciale: la Chiesa B.M.V. del Carmelo a Catania 241
5.1. Analisi dei carichi 243
5.2. Modellazione della struttura 244
5.3. Caratterizzazione sismica della zona 244
5.4. La scelta dell'isolamento alla base 245
5.5. Risultati 246
6. Validazione del calcolo 247
Bibliografia 248

Capitolo 7
ANALISI DI STRUTTURE REALI 251
1. Introduzione 251

2. Analisi di un edificio in cemento armato 252
2.1. Modalità di generazione del modello strutturale 254
2.2. Modellazione del comportamento degli impalcati 262
2.3. Modellazione ed uso degli elementi bidimensionali 268
2.4. Modellazione del comportamento dei setti verticali 278
2.5. Le gestione dei carichi verticali sugli elementi 281
2.6. Modalità di esecuzione delle analisi dinamiche con il metodo dello spettro di risposta 282
2.7. Segnalazioni di errore durante la fase di calcolo 285
3. Analisi di una struttura in acciaio 288
3.1. La modellazione dei vincoli 288
4. Analisi di instabilità di una passerella pedonale 291
4.1. Criticità in fase di analisi di buckling linearizzata 296
4.2. Criticità in fase di analisi di buckling non lineare 302
5. Analisi di pushover di un telaio piano in cemento armato 311
5.1. Criticità nell'analisi statica non lineare 314
Bibliografia 321

Conclusioni 327

Premessa

Il progetto editoriale nasce da una idea già collaudata poiché da alcuni anni, prima presso la facoltà di ingegneria di Catania ed oggi anche presso quella di architettura a Siracusa, nei nostri ambiti didattici stiamo cercando di formare nuovi tecnici con un maggiore senso critico verso l'impiego del software di calcolo strutturale ed in particolare di quello con indirizzo professionale applicato.

Tale scopo, ma potremmo dire necessità, deriva dalla constatazione che, nell'epoca del calcolo automatico, la formazione dei nuovi tecnici non prevede come propedeutico e obbligatorio lo studio del calcolo numerico teorico e applicato e soprattutto prescinde da un approccio spiccatamente fisico-ingegneristico al calcolo automatico.

A ciò si devono aggiungere due fattori di sottocultura informatica. Il primo è il mito del computer, nato appena pochi anni or sono e affermatosi in maniera del tutto indipendente dagli studi accademici che ha pericolosamente accentuato la dipendenza e la falsa veridicità su tutto quanto prodotto da qualsiasi macchina elettronica. L'altro fattore è la totale dipendenza da un software di calcolo, nata per decreto, con l'Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri, la ben nota O.P.C.M. n° 3274 del 20.03.2003 e successive modifiche e con le Norme Tecniche per le Costruzioni del 14.09.2005 (di seguito N.T.C.). Per l'applicazione di queste norme sono richieste moltissime elaborazioni, non eseguibili e forse neppure controllabili manualmente, e conoscenze maturate in corsi post laurea, indipendentemente dall'entità dell'opera, con la conseguenza della totale perdita del controllo fisico del prodotto numerico per la maggior parte dei "tecnici militanti".

Contemporaneamente alle oggettive difficoltà di applicazione di alcune parti della O.P.C.M. 3274, il Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti ha richiesto un altro desueto sforzo di maturità da parte dei tecnici: la validazione del calcolo eseguito con elaboratore elettronico (punto 10.7 delle N.T.C.).

Queste nuove norme associate alle verifiche appaiono davvero molto onerose per gli utenti finali in quanto si richiede un grande sforzo di maturità: occorre abbandonare una metodologia di calcolo semplice ma storicamente (statisticamente) affidabile e contemporaneamente si chiede la validazione di calcoli eseguiti con metodologie e codici di calcolo assolutamente nuovi per la maggioranza degli utenti. Ad esempio ci si potrebbe chiedere quale percentuale di laureati è in grado di esaminare l'elaborazione ed i risultati di un calcolo a collasso incrementale e formularne un giudizio motivato sull'attendibilità dei risultati dando un parere anche sul codice di calcolo! Nonostante i corsi di aggiornamento promossi, il quadro non è entusiasmante in quanto non è possibile innalzare il livello culturale per decreto ministeriale o con provvedimenti di somma urgenza e le motivazioni di tale situazione si riscontrano anche nella storia del controllo del calcolo eseguito mediante elaboratore elettronico, altrove saggiamente nato molti anni fa.

Nel lontano 1965 la Federazione tedesca degli ingegneri strutturisti (Bundesvereinigung der Prüfingenieure für Baustatik) pubblicò le prime linee guida sui controlli da eseguire sui calcoli di strutture effettuati con elaboratore elettronico. Vista l'epoca di emanazione oggi appare quasi un eccesso di zelo, in quanto con i computer ed il software utilizzati all'epoca, fu come emanare le norme antincendio sull'accensione del fuoco per l'uomo di Pechino. Tuttavia merito agli estensori per la lungimiranza; infatti oggi in Italia, ad appena quaranta anni di distanza, norme affini sono entrate in un documento ufficiale, le Norme Tecniche per le Costruzioni del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti. Queste finalmente non sono semplici consigli come le istruzioni CNR 10024/86, ignorate per venti anni, che davano semplici indicazioni non cogenti, ma assolutamente valide nei contenuti e nelle richieste. Le N.T.C. hanno recepito quasi integralmente le istruzioni del CNR, con qualche complicazione e con qualche precisazione, ma senza cambiarne

il criterio informatore: nel prossimo futuro è auspicabile che non basti più acquistare il programma di calcolo per diventare *ope legis* strutturista ma che occorra dimostrare almeno un po' di consapevolezza della qualità e precisione dei calcoli effettuati. Bisognerà infatti validare i risultati attraverso la produzione di un giudizio motivato sulla qualità dei risultati conseguiti e sul programma utilizzato per applicare il metodo di analisi scelto.

Il testo è dunque rivolto sia a quegli operatori professionalmente giovani sia a quelli abituati a validare i risultati solo alla luce della propria esperienza, non avvezzi ad una validazione critica quantitativa della qualità dei risultati. Il testo è rivolto anche ai consulenti dei tribunali; infatti, dato che soprattutto nell'ingegneria civile il rigore scientifico scende a compromessi con la realtà fisica, non è semplice difendere la qualità di un calcolo numerico: è stato quindi dato ampio spazio all'analisi critica dei risultati.

Un'altra precisazione riguarda il taglio dato al testo ed ai suoi contenuti. Poiché come già detto il libro è dedicato ai non specialisti, si è deciso di affrontare ad ampio spettro molte tematiche dell'ingegneria civile ricche di insidie per i neofiti del calcolo automatico. Senza abbandonare il rigore scientifico, si è cercato tuttavia di introdurre semplificazioni nella trattazione. È dunque inevitabile che gli aspetti specialistici degli argomenti trattati debbano ricercarsi nella letteratura dedicata. Anche per tale ragione ogni capitolo è corredato di bibliografia con riferimenti sia teorici che applicativi ai temi dibattuti. Ci si è anche sforzati di non cadere nella tentazione di redigere semplici esempi applicativi (in letteratura definiti *benchmark*) studiati *ad hoc* per testare la robustezza dei solutori, molto interessanti dal punto di vista numerico ma che possono inaridire il contesto globale e spaventare i neofiti. Si è dunque cercato di esaminare modelli riconducibili e riconoscibili in strutture reali.

Preso atto delle motivazioni anzidette le ragioni della verifica vanno al di là delle N.T.C. o delle precedenti CNR 10024/86. La chiara presentazione delle ipotesi a base del calcolo e dei risultati rimangono problemi di "onestà" intellettuale. In definitiva la possibilità di consentire ad altri professionisti di esaminare e rifare il calcolo deve far parte anche della deontologia professionale.

Questa precisazione si reputa indispensabile in quanto, viste le oggettive difficoltà di applicazione del punto 10.7 delle N.T.C., non è da escludere che nelle more della scrittura e stampa di questo lavoro la normativa possa subire l'ennesima modifica, correzione o integrazione. Ma ciò non deve togliere nulla all'esigenza di chiarezza sul calcolo strutturale in quanto si tratta di esigenza di maggiore sicurezza.

Nel primo capitolo del testo si affronta la tematica più generale di quella che si potrebbe definire *filosofia del controllo* dei risultati, ovvero le ragioni e necessità di un controllo, illustrando al contempo le richieste delle N.T.C., delle istruzioni CNR 10024/86 ed in generale dei controlli che i programmi commerciali consentono di effettuare. Si dibatte anche di un più maturo impiego del "criterio di fascia" di comportamento.

Nel secondo capitolo c'è un'introduzione alla *lettura delle costruzioni* o, come anticipato, al tema del riconoscimento delle strutture in senso lato, ovvero come dare una veste numerica alle strutture reali, dibattendo delle approssimazioni necessarie insite in questa operazione.

Il terzo capitolo, pur non prendendo i passi dall'esposizione delle basi del metodo FEM, passa in rassegna le ipotesi fondamentali del calcolo, discutendone gli effetti in modo quasi indipendente dal calcolo numerico prescelto.

Solo a questo punto nella logica di un buon calcolo si può parlare di miglioramento della soluzione, per cui nel quarto capitolo si illustrano i principi base del metodo FEM motivando le operazioni necessarie a migliorare e verificare la soluzione numerica. Questo capitolo tratta argomenti molto importanti nella formazione dell'utente di software di calcolo strutturale poiché troppo spesso si incorre nell'errore di associare alla qualità della soluzione il miglioramento della rappresentazione grafica dell'oggetto da studiare.

Nel quinto capitolo, si presentano le problematiche più specificamente legate alla progettazione di *edifici antisismici*. Si esaminano le principali innovazioni introdotte dalle nuove normative e viene proposto un approccio alla gestione delle combinazioni di carico che consente di valutare in maniera semplice il comportamento della struttura; diventa in tal modo agevole validare il calcolo ma anche esprimere un giudizio qualitativo sulla struttura e quindi intervenire, ove necessario, per migliorarlo.

Nel sesto capitolo si affronta la validazione del calcolo di *edifici isolati alla base*. Questo argomento non deve apparire prematuro, rispetto alla limitata diffusione di tale tipologia. C'è infatti grande fiducia sulla possibilità che, con le agevolazioni delle nuove norme, si avvii rapido quel necessario processo di rinnovamento tecnologico nel settore edilizio, soprattutto adesso che anche le strutture isolate sono burocraticamente trattate come manufatti ordinari.

L'ultimo capitolo, il settimo, ricco di *applicazioni*, è a cura degli ing. Paolo Sattamino e Alessandro Brenna della società Harpaceas, che si occupa di distribuzione e formazione all'uso di alcuni tra i più noti software di calcolo a livello italiano ed internazionale. In questo capitolo sono illustrate le potenzialità dei codici di calcolo evoluti; sono riportati esempi di calcolo e confronti su problematiche specialistiche dell'ingegneria civile, con tematiche avanzate sulla modellazione di situazioni non lineari.

Settembre 2006

Antonio Perretti, Aurelio Ghersi

Ringraziamenti

Non pensavo che richiedesse tanta fatica scrivere anche un testo "*lieve*" per cui è stato prezioso l'aiuto degli amici che vado a ringraziare ma senza voler condividere la responsabilità del risultato che resta solo mia.

Grazie innanzitutto agli allievi della Facoltà di Architettura di Siracusa che sono, loro malgrado, attivi protagonisti delle mie sperimentazioni didattiche. Ringrazio gli amici '*ingegneri militanti'* che hanno visto crescere il lavoro: i *severi* Gennaro Di Maio e Alberto Giordano, l'*originale* Salvo Pantano, il mio fido *braccio destro* Vincenzo Chianese, l'*integerrima* Cinzia Conte, la *paziente* Simona Nobile che ha collaborato anche al calcolo delle strutture isolate. Un grazie speciale al *brillante* architetto Stefania Di Pietro che mi ha supportato e sopportato quotidianamente nell'editing del testo. Ringrazio l'*amico* Aurelio Ghersi per l'inesauribile pazienza e fiducia che mi mostra quotidianamente.

Dedico, infine, il mio lavoro a Maddalena e Francesco.

Antonio Perretti

Si ringrazia l'ing. Luca Ferrari e l'ing. Paolo Odorizzi della società Harpaceas che ha sostenuto lo sviluppo di questo progetto editoriale, l'ing. Paolo Papi e l'ing. Bernardo Daddi della Società Tecnisoft per avere messo a disposizione il software ModeSt utilizzato per la creazione dei modelli realizzati con Xfinest e la generazione delle immagini dei modelli di calcolo, l'ing. Bruno Becci e l'ing. Pierangelo Felotti della Società Ce.A.S. per aver messo a disposizione il software Xfinest, il Prof. Rui Pinho della Società Seismosoft per aver messo a disposizione il software Seismostruct®.

Gli autori desiderano inoltre ringraziare l'ing. Giuseppe Grosso di Torino per la fattiva collaborazione nella fase di realizzazione dei modelli di calcolo.

Paolo Sattamino, Alessandro Brenna

[...] Qui c'è solo un pericolo, che l'espressione numerica sia inadeguata all'impressione intuitiva e che perciò la freni. La formula è simile al vischio. E anche affine alla "carta moschicida", di cui gli sbadati restano vittime. La formula è una comoda poltrona, che cinge l'uomo saldamente con le sue calde braccia. Ma, d'altra parte, lo sforzo per liberarsi dalle strettoie è la premessa necessaria per un salto ulteriore, verso nuovi valori e, in definitiva, verso nuove formule [...]

(V.V. Kandinsky, *Punto, linea, superficie*, Adelphi, 1968).

Capitolo 1

FILOSOFIA (O NECESSITÀ) DEL CONTROLLO DEI RISULTATI

Antonio Perretti

1. Introduzione

"Qui c'è solo un pericolo, che l'espressione numerica sia inadeguata all'impressione intuitiva e che perciò la freni. La formula è simile al vischio. E anche affine alla "carta moschicida", di cui gli sbadati restano vittime. La formula è una comoda poltrona, che cinge l'uomo saldamente con le sue calde braccia" […][1].

Chi, nei momenti di difficoltà, non ha avuto la tentazione di lasciarsi avvolgere dalle calde braccia della comoda poltrona evocata da Kandinsky? Senza volerne banalizzare il pensiero, ho trovato di grande attualità questa metafora, soprattutto nella pericolosa inconsapevolezza dell'impiego di poltrone sempre più comode ed economiche in quanto informatizzate.

Il vantaggio di affidarsi totalmente ad un programma di calcolo è troppo grande per non lasciarsi tentare, soprattutto nei momenti in cui non c'è tempo o la possibilità di effettuare elaborazioni remunerative in tempi ragionevoli, con la contemporanea rincorsa delle norme tecniche pubblicate quasi con cadenza mensile (si ricordi il periodo marzo 2003-ottobre 2005).

---

[1] V.V. Kandinsky, *Punto, linea, superficie*, Adelphi, 1968.

Poiché questo diseducativo e pericoloso processo appare inarrestabile, non resta che rinunziare alle comode poltrone evocate dal grande pittore russo e cercare di formare una coscienza critica adeguata al calcolo automatico, anche attraverso semplici esempi come quelli riportati nel testo. Ovviamente c'è la consapevolezza che la formazione di una coscienza critica non è cosa semplice né immediata e che non si può innalzare il livello culturale per decreto; il lavoro che qui si presenta è solo un modestissimo contributo in questa direzione.

Nell'impostare il progetto editoriale si era pensato a un titolo volutamente provocatorio: "*L'ha detto il computer, ovvero la validazione del calcolo strutturale*". Purtroppo l'asserto "*l'ha detto il computer*", al pari di "*l'ha detto la televisione*" per noi della generazione del bianco-nero, è duro a morire ed anzi sarà sempre più vivo se non saranno introdotte semplificazioni nelle norme, almeno semplificazioni formali per le strutture semplici, alla portata di tecnici di formazione e preparazione media che altrimenti devono affidarsi ciecamente ad un programma di calcolo. Diversamente occorrerà creare, come oltre oceano, albi di specialisti ai quali è demandato l'esclusivo titolo di calcolare strutture in zona sismica (vedi Ingegneri Californiani SEAOC, www.seaoc.org).

Ma al di là delle normative, ciò di cui si sente maggiormente la mancanza nella formazione dei tecnici è proprio l'atteggiamento di sano scetticismo, o addirittura "diffidenza" nei confronti dei risultati ottenuti, indipendentemente dalla notorietà del software adottato.

2. Il tacchino induttivista (*The Inductivist Turkey*)

Inquadrare correttamente lo spirito delle attuali norme dal punto di vista epistemologico[2] non è un'operazione semplice e neppure facilmente

[2] Epistemologia: dal greco epistéme (scienza) e logos (discorso), indica lo studio dei fondamenti, della natura, dei limiti e della validità del sapere scientifico. È una disciplina che studia criticamente la struttura formale della scienza, cioè la riflessione filosofica sul linguaggio, sui metodi, sull'organizzazione interna e sui risultati delle varie scienze per definire la natura e il valore del sapere scientifico. Ha avuto un notevole sviluppo nel novecento (Carnap, Russell, Popper),

sintetizzabile. Tenendo sempre presente che questo lavoro è rivolto ad un pubblico di non specialisti, si sintetizzano solo i fatti storici salienti anche attraverso alcuni personaggi chiave.

L'attuale quadro della "valutazione della verità in campo scientifico" è ben sintetizzato nell'efficace prospetto (Tab. 1) che riporta i confronti essenziali tra l'approccio *galileiano* e *popperiano*[3] alla valutazione della "verità scientifica" (Nordio, 1991).

Dal prospetto riportato emerge che Galilei e Popper sono contrapposti rispetto al valore dell'osservazione ed in particolare a quello dell'induzione, alla base di tutti gli studi scientifici fino al XIX secolo.

Popper critica il procedimento induttivo secondo il quale non è possibile validare una conclusione partendo dall'analisi di un campione finito di casi particolari e ciò per dimostrare l'impossibilità di verificare una proposizione scientifica. Afferma inoltre che, se nessun campione di casi favorevoli può giustificare la verità di una proposizione, un solo esempio sfavorevole consente invece di dimostrarne con certezza la falsità, cioè di effettuare la *falsificazione*. È dunque la falsificabilità, e non la verificabilità, che caratterizza secondo Popper, tutte le teorie scientifiche.

Con questa impostazione si ha il rigetto dell'approccio galileiano alla ricerca della verità scientifica: è l'approccio all'indagine che viene in tal modo invertito. Non ci si muove dall'osservazione alla costruzione della teoria ma dalla teoria alla sua verifica mediante l'osservazione. La verifica è deduttiva, dalle teorie ricava le conseguenze secondo il metodo "ipotetico-deduttivo": alla dichiarazione dell'ipotesi segue il suo controllo empirico mediante le "asserzioni di base".

---

dopo la crisi del meccanicismo positivistico determinata dalle scoperte della fisica come la teoria della relatività di Einstein.

[3] Karl Popper (1902-1994) – Dal 1946, in Inghilterra, insegna logica e metodo scientifico alla London School of Economics e diventa professore nel 1949. Popper viene insignito di molti riconoscimenti, tra cui il Premio Lippincott dell'American Political Science Association, il Premio Sonning e l'ingresso alla Royal Society, alla British Academy, alla London School of Economics, al Kings College di Londra e al Darwin College di Cambridge.

Tabella 1. Elementi epistemologici della sicurezza (Nordio, 1991)

Confronto fra due teorie di valutazione della verità in campo scientifico	
GALILEI	**POPPER**
Verificazionismo	**Refutazionismo**
La certezza è possibile	La certezza è impossibile
La scienza è basata sulla prova	La scienza è basata sulla confutazione
L'osservazione rivela la verità	L'osservazione implica l'interpretazione
Il rilevamento dei fatti precede la formulazione delle teorie	La formulazione delle teorie precede il rilevamento dei fatti
Una buona teoria predice molte cose	Una buona teoria esclude molte cose
Una predizione è tanto più informativa quanto più è conforme all'esperienza	Una predizione è tanto più informativa quanto è più rischiosa o deviante dalle attese
L'induzione è la fondazione logica della scienza	La deduzione è la fondazione logica della scienza
L'inferenza induttiva è logica. Una teoria può essere validata indipendentemente e assolutamente	L'induzione è illogica. Una teoria può essere corroborata solo relativamente ad altre teorie
Fra teorie in competizione è preferibile quella che è stata più spesso verificata	Fra teorie in competizione di uguale confutabilità è preferibile quella che ha resistito a più tesi di tipo diverso
Le teorie diventano tanto più scientifiche quanto più sono state provate vere con osservazioni obiettive	Le teorie diventano tanto più scientifiche quanto più sono rese confutabili, sia attraverso riformulazioni, sia con il miglioramento metodologico

Le asserzioni base sono quegli enunciati elementari sulla cui validità esiste un accordo tra gli scienziati. Ovviamente tali asserzioni base non sono qualcosa di assoluto e immutabile ma risultano aperte a modifiche ma in ogni caso sono alla base della scienza. Popper nella "Logica della scoperta scientifica"(1995) afferma: *Se un giorno gli osservatori scientifici non potessero più mettersi d'accordo sulle asserzioni-base ciò significherebbe un fallimento del linguaggio come mezzo di comunicazione universale. Questo equivarrebbe ad una nuova "Babele delle lingue": la ricerca scientifica sarebbe ridotta all'assurdo. In questa nuova*

Babele il maestoso edificio della scienza sarebbe ben presto ridotto in rovina.

Se le asserzioni di base non sono verificate dall'esperienza, la teoria viene falsificata e abbandonata; diversamente la teoria è considerata vera temporaneamente, poiché essa è comunque ipotetica e quindi confutabile da esperienze future. Questo potremmo dire che si verifica nell'approccio scientifico moderno.

Ma tornando al titolo del paragrafo, una storia relativa alla critica all'induzione, la quale, pur originariamente pensata da Bertrand Russell[4], viene attribuita, nella sua forma più elaborata, a Karl Popper: è la vicenda del "tacchino induttivista" (*The inductivist turkey*).

Popper descrive questa situazione: esisteva un tacchino in un allevamento al quale veniva portato il cibo sempre alle 9 di mattina. Il tacchino osservava dunque che in qualsiasi giorno della settimana, che vi fosse stato il sole o il cattivo tempo, il cibo gli veniva portato sempre alla stessa ora. Da queste osservazioni ripetute e identiche in qualsiasi condizione meteorologica e che erano comuni per tutti i giorni della settimana, il tacchino applicò il metodo induttivo e formulò la teoria seguente: "mi danno il cibo sempre alle 9 di mattina". Tuttavia, alla vigilia di Natale, il tacchino constatò a sue spese il venire meno di questa teoria in quanto venne ucciso e servito a tavola.

Questa storiella dimostra quindi il meccanismo erroneo che porta l'osservazione ripetuta di un fenomeno a fondare una legge universale: nessun numero di osservazioni identiche può affermare nulla circa l'universalità della legge che sembra esprimere.

A questo punto, come comportarsi? Vista la pericolosità dell'induttivismo e visto anche l'estremo scetticismo popperiano resteremmo immobilizzati nel timore dell'umano fallimento. Tuttavia l'atteggiamento induttivista è in ogni cosa che ci circonda, è diffuso ed ineliminabile, se non alterabile con un più moderno approccio probabilistico. Ad esempio

---

[4] Betrand Russell (1872-1970): filosofo e matematico gallese ebbe il premio Nobel per la letteratura nel 1950. Insegnò a Cambridge fino al 1916 quando fu allontanato a causa delle sue idee pacifiste. Il suo nome è legato alle principali battaglie civili del '900. Nel 1966 fondò il "Tribunale Russell" contro i crimini di guerra americani nel Vietnam.

se si accetta la teoria dell'evoluzione di Darwin si può affermare che forse anche la natura è globalmente induttivista, ogni organismo vivente si è evoluto sulla base di un campione di osservazioni praticamente indefinito. Ma nonostante ciò i fallimenti anche in natura sono ricorrenti. Cosa c'è di più comune di un albero che si spezza sotto le raffiche di vento di un temporale violento? Eppure Darwin ci ha convinto che tutte le piante hanno sviluppato il loro fusto in funzione del peso dei frutti, foglie e rami, dell'azione del vento, per induzione.

Allora, come si spiegano i fallimenti? Alla luce di questa osservazione si potrebbe dire che il meccanismo della natura è induttivista ma con un saggio compromesso tra costi e benefici. Il fusto di un albero, "progettato" su un indefinito numero di osservazioni potrebbe essersi evoluto per contrastare anche raffiche di vento molto forti, ma ciò nel bilancio economico biologico globale sarebbe stato svantaggioso. Sarebbe stato uno spreco in quanto l'impiego di molte sostanze minerali salverebbe un limitato numero di piante per un evento "poco probabile".

Questa considerazione è coerente con il "criterio di probabilità" introdotto da J. Bernoulli[5] che nel 1713 si contrappose al determinismo della fisica galileiana. Purtroppo il concetto di probabilità si schiera contro il senso fisico deterministico della solidità, della durata indefinita del manufatto proprio dell'ingegneria civile. Questo innato bisogno di solidità è stato codificato per la prima volta nel 2100 a.C. con il codice di Hammurabi che prevedeva la condanna a morte del costruttore nel caso di decesso degli abitanti a causa del crollo del manufatto. Il problema di fondo della definizione di sicurezza nell'ingegneria civile è questo e va ad interagire con i bisogni ancestrali di sicurezza e solidità dell'uomo dunque deterministici. Difficilmente si riuscirebbe a vendere un fabbricato dichiarando (senza mentire) che c'è, ad esempio, una probabilità su 100000 che questo crolli durante un evento sismico di lungo periodo di ritorno.

---

[5] Jacob Bernoulli (1654-1705): conseguì la laurea in teologia a Basilea nel 1676, dove insegnò meccanica dal 1683 e dove fu nominato professore di matematica. Nell'opera postuma *Ars Conjectandi* del 1713 egli fu il primo a considerare il legame esistente fra probabilità e qualità dell'informazione e a porsi il problema di come estrapolare le probabilità dai dati campione.

Passando al quadro normativo, 4100 anni fa, i costruttori della Mesopotamia, in assenza di regole codificate, erano totalmente responsabili del loro operato con l'applicazione della "legge del taglione". Oggi gli Eurocodici, che progressivamente stanno abbandonando l'iniziale spirito di fornire principi e regole d'applicazione, stanno proliferando a dismisura, scadendo pericolosamente nell'eccesso opposto del Codice di Hammurabi. Ma solo apparentemente! Regolando anche i dettagli della progettazione danno l'illusoria convinzione di alleggerire il carico di responsabilità del progettista: niente di più sbagliato.

Secondo Pozzati (2005) *[…] Ad esempio solo per l'EC2 i soli principi sono più di 400. Ma i principi non sono, diversamente da quel che siamo abituati nella Meccanica e nella Fisica, le pochissime fonti di una dottrina, spesso assiomatiche, affermanti verità mai smentite; sono piuttosto, in genere, ipotesi e annotazioni ritenute fondamentali, frutto di riflessioni su determinate questioni non identificabili in genere con verità assolute; comportando quindi la negativa conseguenza di attenuare nell'utilizzatore delle norme la consapevolezza di trovarsi a trattare questioni che ammettono risposte per gran parte non rigorose ma fortemente convenzionali.*

Ma un numero di regole eccessivo comporta vari degli inconvenienti dianzi citati e in particolare: l'impoverimento dell'autonomia e della creatività, in quanto l'opera del progettista è irretita dalle norme; la difficoltà di discernere ciò che veramente conta; la sensazione di avere, al riparo delle norme, responsabilità assai alleviate; la difficoltà non infrequente di rendersi conto dei ragionamenti che giustificano certe regole, rischiando di considerare queste alla stregua di algoritmi, ossia di schemi operativi che, una volta appresi, il pensiero non è più chiamato a giustificare. Ma tra le varie conseguenze, una delle più temibili è l'attenuazione del senso di responsabilità.

A proposito delle norme si può osservare che, sussistendo il proposito di non renderle cogenti, il progettista sarà libero, a ragion veduta, di non attenersi ad esse. Ma, sul piano dei fatti, la osservanza delle norme sarà in realtà difficilmente evitabile, per il loro prestigio, per imposizione dei capitolati d'appalto, per il gioco delle competizioni volte ad ottenere l'assegnazione dei lavori […].

Dietro queste illuminanti osservazioni di Pozzati si nascondono i principali rischi di un nuovo atteggiamento legislativo che forse, convinto della pericolosità di una repentina trasformazione, sta probabilmente rallentando e ripensando all'opportunità di fare (senza dichiararlo apertamente) un passo indietro nelle metodologie o consuetudini passate. Riprova di ciò sono le "voci di corridoio" di attenuare le richieste del punto 10.7 delle Norme Tecniche per le Costruzioni: è un fatto molto grave in quanto esse sono proprio il cardine della sicurezza della moderna ingegneria strutturale, fideisticamente basata sulla qualità del calcolo numerico. Forse si è pensato che sia il caso di aspettare altri anni prima di fare riforme radicali. Forse realmente c'è il pericolo di far emergere che troppi tecnici "militanti" hanno appreso i fondamenti del calcolo numerico dai manuali di un anonimo programma di calcolo, scritti da un anonimo programmatore, molto probabilmente non strutturista.

Purtroppo il progresso teorico, l'affinamento dei metodi numerici e di calcolo non provoca un tangibile parallelo progresso nel costruito perché, almeno in Italia, il patrimonio edilizio esistente recente ed anche il costruendo hanno tecnologie e qualità costruttive arcaiche. A conferma di ciò basti pensare a quanti pochi edifici hanno una struttura in acciaio, o sistemi antisismici innovativi quali isolatori, dissipatori ecc. Se fossero misurabili con grandezze coerenti sia il patrimonio edilizio inteso nella globalità, che il grado di affinamento dei metodi teorici, potremmo dire che tra i due mondi ci sono ormai almeno due o tre ordini di grandezza di differenza.

Tornando allo spirito delle nuove norme ed ai concetti epistemologici cui fanno riferimento, non si può che concludere che quello dell'ingegneria civile è, purtroppo, un mondo a sé che per esigenze sociali ha bisogno di una veste finale deterministica.

Dal punto di vista professionale questo genera un paradosso: […] *Al crescere della complessità dei criteri di calcolo, per cercare di descrivere meglio la realtà, il legame tra input ed output per contro si perde lasciando il senso di incertezza di usare i risultati ciecamente o di fatto validandoli paradossalmente solo se sono dello stesso ordine di grandezza di quelle desumibili con i criteri deterministici* […] (Ventura, 2001)

A conclusione di questa sintetica disamina delle teorie galileiane e popperiane, si può affermare che c'è bisogno di maggiore maturità e senso critico da parte dei tecnici e quindi […] *anche se non esplicitamente dichiarato è opportuno percorrere parallelamente, sia la via "verificazionista" galileiana, sia la via "confutazionista" popperiana o del rischio, quindi dell'errore accettabile* […] (Ventura, 2001). Questi due percorsi per ricercare la certezza se seguiti sino al limite estremo portano rispettivamente o ad un falso determinismo progettuale o all'impossibilità di decidere. È evidente che il giusto è fra le due vie, convivendo con una buona disposizione verso gli errori opinabili, nella speranza che ciò, con il massimo discernimento, sia compreso dagli assicuratori costretti a quantizzare il male e temperato dai magistrati in parte costretti a separare il bene dal male.

3. Il controllo dei risultati: CNR 10024/86 e capitolo 10 delle Norme Tecniche per le Costruzioni

Le istruzioni CNR 10024/86 "*Analisi di strutture mediante elaboratore: impostazione e redazione delle relazioni di calcolo"* affrontano in generale la tematica della redazione delle relazioni di calcolo prodotte mediante elaboratore elettronico, sia in termini di leggibilità che di verifica.

Di seguito è riportato l'indice delle istruzioni, che è sufficiente a chiarire le richieste fondamentali: dichiarare le caratteristiche del modello di calcolo e sostanzialmente l'affidabilità del solutore, la leggibilità della relazione ed infine la validazione dei risultati.

Gli scopi dichiarati sono:

- una unificazione formale nella presentazione delle relazioni;
- una sufficiente leggibilità;
- la ripetibilità dell'elaborazione da parte di terzi;
- la disponibilità di una adeguata documentazione dei codici di calcolo adottati.

Le CNR mirano in sostanza a favorire un buon grado di affidabilità dei calcoli condotti mediante elaboratore. La cosa poco sottolineata, forse, è che il progettista resta comunque responsabile dell'intera relazione di calcolo.

Istruzioni CNR 10024/86 "Analisi di strutture mediante elaboratore: impostazione e redazione delle relazioni di calcolo"

INDICE

1. OGGETTO E SCOPO
2. INTESTAZIONE DELLA RELAZIONE DI CALCOLO
3. INDIVIDUAZIONE DEL MODELLO DI CALCOLO
3.1. Descrizione generale dell'opera.
3.2. Normativa di riferimento
3.3. Criteri di analisi della sicurezza
3.4. Schematizzazione della struttura e dei vincoli
3.5. Modellazione della struttura e dei vincoli
3.6. Schematizzazione delle azioni
3.7. Modellazione delle azioni Modellazione dei materiali
3.8. Modellazione dei materiali
3.9. Tipo di analisi
4. INDIVIDUAZIONE DEI CODICI DI CALCOLO
4.1. Origine e caratteristiche dei codici di calcolo adottati
4.2. Grado di affidabilità dei codici.
4.3. Scelta dei codici
4.4. Programmi di servizio
5. MODALITÀ DI PRESENTAZIONE.
5.1. Stampa dei dati di ingresso
5.2. Stampa dei risultati
5.3. Notizie sull'elaborazione
6. ESAME DEI RISULTATI E CONTROLLI
6.1. Valutazione dell'elaborazione dal punto di vista del corretto comportamento del modello
6.2. Valutazione dell'elaborazione dal punto di vista numerico
7. GIUDIZIO MOTIVATO DI ACCETTABILITÀ DEI RISULTATI

Si riporta anche il testo del punto 7.

7. Giudizio motivato di accettabilità dei risultati

Il progettista deve effettuare una valutazione complessiva dell'attendibilità dei risultati dell'analisi strutturale automatica:

- *confrontarli, per quanto possibile, come ordine di grandezza, con quelli di semplici calcoli, anche di larga massima, eseguiti con metodi tradizionali e, ad esempio, adottati per il primo proporzionamento della struttura;*
- *verificando, sulla base di considerazioni riguardanti gli stati tensionali e deformativi determinati, la validità delle scelte operate in sede di schematizzazione e di modellazione della struttura e delle azioni.*

La relazione deve elencare e illustrate sinteticamente i controlli effettuati.

Per le N.T.C. si riporta il testo del capitolo 10, derivato chiaramente dalla CNR 10024/86, che però in alcuni punti fa richieste culturalmente eccessive anche per i funzionari preposti ai controlli delle pratiche. Inoltre non si può non segnalare che in molti uffici del Genio Civile, al servizio sismico ci sono ancora diplomati!

NORME TECNICHE PER LE COSTRUZIONI (D.M. 14/9/05)

10. NORME PER LA REDAZIONE DEI PROGETTI ESECUTIVI

10.1. CARATTERISTICHE GENERALI

I progetti esecutivi riguardanti le strutture devono essere informati a caratteri di uniformità, chiarezza espositiva e di completezza nei contenuti. Il progetto costituisce la ingegnerizzazione di tutte le lavorazioni e deve definire compiutamente l'intervento da realizzare.

Restano esclusi soltanto i piani operativi di cantiere, i piani di approvvigionamento, i calcoli e grafici relativi alle opere provvisionali. Il progetto deve comprendere:

- Relazione generale,
- Relazioni di calcolo;
- Relazioni sui materiali;
- Relazioni specialistiche necessarie per identificare il valore delle grandezze fisiche, meccaniche e chimiche di tutti i fattori che devono essere individuati per la valutazione della sicurezza e del comportamento dell'opera in progetto: (geologica, geotecnica, idrologica, idraulica, sismica, vento, neve);
- Elaborati grafici, particolari costruttivi;
- Piano di manutenzione dell'opera e delle sue parti;
- Relazione sui risultati sperimentali sui materiali;
- Relazione sui risultati sperimentali corrispondenti alle indagini specialistiche necessarie alla realizzazione dell'opera.

Particolare cura andrà posta nello sviluppare le relazione di calcolo, in particolare per le analisi svolte con l'ausilio dell'elaboratore elettronico, sia ai fini di facilitare l'interpretazione e la verifica di calcolazioni complesse, sia ai fini di consentire elaborazioni indipendenti da parte di soggetti diversi dal redattore del documento.

Il progettista resta comunque responsabile dell'intera relazione di calcolo.

10.2. RELAZIONE GENERALE

La Relazione generale contiene una descrizione generale dell'opera, con la definizione delle caratteristiche della costruzione (localizzazione, destinazione e tipologia, dimensioni principali), e le interferenze con il territorio circostante ed ancor più con le costruzioni esistenti; le caratteristiche del sito ove l'opera viene realizzata; le principali caratteristiche geologiche del terreno di sedime; il tipo e le caratteristiche dei materiali strutturali impiegati; il tipo di azioni che saranno considerate ai fini del dimensionamento strutturale; le prestazioni attese della costruzione in termini di condizioni di esercizio e di funzionamento, distorsioni ammissibili ovvero vibrazioni ecc, la classe della costruzione e la vita di servizio e le procedure per la garanzia della qualità.

10.3. RELAZIONE DI CALCOLO

La Relazione di calcolo contiene la dimostrazione numerica della sicurezza dell'opera e del raggiungimento della prestazioni attese ed inoltre:

- i criteri alla base della concezione strutturale;
- le normative prese a riferimento
- i criteri adottati per le misure della sicurezza;
- i criteri seguiti nella schematizzazione della struttura, dei vincoli e delle sconnessioni; particolare attenzione va rivolta ai problemi riguardanti l'interazione tra terreno e struttura;
- la schematizzazione delle azioni nonché le condizioni e le combinazioni di carico considerate;
- i legami costitutivi adottati per la modellazione dei materiali e dei terreni;
- una motivazione circa la rappresentatività del modello utilizzato, tenendo conto anche dell'eventuale successione di diverse fasi costruttive, di variazioni di schemi di vincolo, etc.
- le metodologie utilizzate per l'analisi strutturale, siano esse analitiche o numeriche;

- le prestazioni attese al collaudo.

Allo stesso modo dovranno essere indicate le metodologie seguite per la progettazione e la verifica degli elementi strutturali.

10.4. PRESENTAZIONE DEI RISULTATI

Ai fini della leggibilità degli elaborati, la Relazione di calcolo deve contenere disegni dello schema statico, con i dettagli riguardanti le unità di misura, i sistemi di riferimento, le dimensioni, i vincoli e le sconnessioni, le caratteristiche sezionali, la disposizione e l'intensità dei carichi, la configurazione dei sistemi che introducono stati coattivi, la distribuzione di distorsioni impresse e delle variazioni e dei gradienti di temperatura, le caratteristiche dei materiali e dei legami costitutivi adottati, le combinazioni di carico.

Vanno posti in evidenza i punti e/o le sezioni di restituzione dei risultati.

Il complesso dei dati riguardanti il modello di calcolo deve essere tale da consentire a soggetti diversi dall'estensore della relazione di calcolo di sviluppare elaborazioni indipendenti.

10.5. SINTESI DEI RISULTATI

L'esito di ogni elaborazione deve essere sintetizzato in disegni e schemi grafici che evidenzino con chiarezza i valori numerici nei punti o nelle sezioni significative ai fini della valutazione del comportamento complessivo della struttura e quelli necessari ai fini delle verifiche di misura della sicurezza.

10.6. MISURA DELLA SICUREZZA DEGLI ELEMENTI STRUTTURALI

In funzione della metodologia adottata per effettuare la misura della sicurezza degli elementi strutturali, andranno riportati tutti gli elementi che consentano di verificare:

- il rispetto delle diseguglianze riguardanti gli stati limite di esercizio;
- il rispetto delle diseguglianze riguardanti gli stati limite ultimi;
- il rispetto dei vincoli riguardanti la deformabilità e duttilità delle sezioni.

Nel caso di verifica automatica delle sezioni occorre indicare, per ciascuna sezione le caratteristiche geometriche, le caratteristiche di sollecitazione ed i risultati corrispondenti.

10.7 ANALISI E VERIFICHE SVOLTE CON L'AUSILIO DI CODICI DI CALCOLO

10.7.1. GENERALITÀ

Fermi restando i caratteri generali che le relazioni di calcolo devono possedere secondo quanto già esposto nei paragrafi precedenti, qualora l'analisi strutturale, le verifiche sezionali o altre calcolazioni siano svolte con l'ausilio dell'elaboratore elettronico, si devono fornire le seguenti ulteriori indicazioni:

- Tipo di analisi svolta

(Analisi statica o dinamica, lineare o non lineare. Metodo numerico adottato per la risoluzione del problema strutturale. Metodologie seguite per la verifica o per il progetto-verifica delle sezioni).

- Origine e Caratteristiche dei Codici di Calcolo

(Titolo, autore, distributore, versione, estremi della licenza d'uso o di altra forma di autorizzazione all'uso, in accordo a quanto prescritto dalle normative in vigore in tema di tutela del software).

- Affidabilità dei codici utilizzati

(Esauriente documentazione sull'inquadramento teorico della metodologia di calcolo e sull'impostazione generale della sua traduzione numerica. Casi prova che consentano un controllo ed un riscontro sull'affidabilità e la robustezza del codice stesso.

Presenza nel codice di filtri di autodiagnostica. Sintetica rappresentazione dei risultati salienti, per consentire un rapido controllo dei risultati).

Le indicazioni riguardanti l'affidabilità dei codici, che il Progettista deve riportare nella sua Relazione di Calcolo, devono essere fornite dal distributore del codice stesso.

- Scelta dei codici

Il codice di calcolo utilizzato deve fondarsi su di un modello matematico coerente con i criteri adottati per modellare la tipologia strutturale, i vincoli, le azioni ed i materiali nell'ambito del tipo di analisi svolta.

- Modalità di presentazione dei risultati
La quantità di informazioni che usualmente accompagna l'utilizzo di procedure di calcolo automatico richiede un'attenzione particolare alle modalità di presentazione dei risultati, in modo che questi riassumano, in una sintesi completa ed efficace, il comportamento della struttura per quel particolare tipo di analisi sviluppata. L'esito di ogni elaborazione deve essere sintetizzato in disegni e schemi grafici contenenti le configurazioni deformate, la rappresentazione grafica delle principali caratteristiche di sollecitazione o delle componenti degli sforzi, i diagrammi di inviluppo associati alle combinazioni dei carichi considerate, gli schemi grafici con la rappresentazione dei carichi applicati e delle corrispondenti reazioni vincolari. Di tali grandezze, unitamente ai diagrammi ed agli schemi grafici, vanno chiaramente evidenziati i valori numerici nei punti o nelle sezioni significative ai fini della valutazione del comportamento complessivo della struttura e quelli necessari ai fini delle verifiche di misura della sicurezza.
- Informazioni generali sull'elaborazione
A valle dell'esposizione dei risultati vanno riportate anche informazioni generali riguardanti l'elaboratore utilizzato, l'esame ed i controlli svolti sui risultati ed un valutazione complessiva dell'elaborazione dal punto di vista del corretto comportamento del modello.
- Valutazione dell'elaborazione dal punto di vista numerico
Va verificato che la soluzione ottenuta non sia viziata da errori di tipo numerico legati all'algoritmo risolutivo ed alle caratteristiche dell'elaboratore.
- Giudizio motivato di accettabilità dei risultati
Il progettista deve effettuare una valutazione complessiva circa l'affidabilità dei risultati ottenuti dall'analisi automatica. Tale valutazione consisterà nel confronto con i risultati di semplici calcoli, anche di larga massima, eseguiti con metodi tradizionali e adottati, ad esempio, in fase di primo proporzionamento della struttura. Inoltre, sulla base di considerazioni riguardanti gli stati tensionali e deformativi determinati, valuterà la consistenza delle scelte operate in sede di schematizzazione e di modellazione della struttura e delle azioni. Nella relazione devono essere elencati e sinteticamente illustrati i controlli svolti, quali verifiche di equilibrio tra reazioni vincolari e carichi applicati, comparazioni tra i risultati delle analisi e quelli di valutazioni semplificate, etc.

I commenti alla 10024/86 e al cap. 10 del D.M. 14/9/05, Norme Tecniche per le costruzioni (in seguito indicate con N.T.C.), possono essere molto limitati, in quanto tali norme, e in particolare le N.T.C., sono molto dettagliate in ogni richiesta. In definitiva si tratta di richieste che nello spirito mirano innanzitutto a migliorare la leggibilità delle relazioni ed in ciò merito agli estensori. Tuttavia, alla luce dell'impostazione complessiva della nuova normativa, delle innumerevoli verifiche, delle analisi anche non lineari al punto 10.7.1 delle N.T.C., c'è un passaggio che considererei un refuso di stampa in quanto si legge testualmente: *"qualora" l'analisi strutturale, le verifiche sezionali o altre calcolazioni siano svolte con l'ausilio dell'elaboratore elettronico, si devono fornire le ulteriori indicazioni* […]. Ma qual è l'alternativa all'elaboratore elettronico? Si potrebbe semmai dire che "qualora" si riuscissero ad eseguire a mano analisi non lineari si potrebbe aspirare ad entrare negli annali del Guinnes dei primati o al Nobel.

In tutto il cap. 10 ci sono dei refusi assolutamente inspiegabili, con ritorni al passato e salti in avanti. Le richieste riportate in alcuni punti del paragrafo 10.7 sono troppo specialistiche per essere dirette all'utente finale del software; sono le più innovative rispetto alle CNR 10024/86 e poiché vanno ad incidere su interessi di altre figure professionali sono certamente quelle che rischiano di subire delle modifiche. Ci si riferisce in particolare alla richiesta di ufficializzare l'affidabilità dei codici di calcolo, una sorta di condivisione (o esclusione irrealizzabile) di responsabilità tra produttore di software e progettista, fatto che certamente non sarà a buona ragione gradito dalle software house. In effetti le strutture, i materiali, la geometria sono infinite per cui un programma non potrà mai essere testato con certezza; di conseguenza, per fortuna per la nostra specie, l'apporto e il controllo umano sarà ineliminabile.

Oltre a richieste legittime sulla modalità di rappresentazione dei risultati, del tipo di analisi svolta e del giudizio complessivo sull'affidabilità de risultati dell'elaborazione, ci sono richieste certamente eccessive per il progettista che usa il software per uso professionale e non per ricerca. La richiesta più estrema è quella della valutazione dell'elaborazione dal punto di vista numerico. Si legge: *Va verificato che la soluzione ottenuta non sia viziata da errori di tipo numerico legati all'algoritmo risolutivo ed alle caratteristiche dell'elaboratore.* Questa richiesta riportata lapidaria in poche righe è affrontata solo in centri ricerca: in Italia, tra privati e università forse ce ne sono una dozzina. Purtroppo in tutto l'art.10 c'è questa variabilità di qualità nelle richieste non spiegabile: si chiedono verifiche come se fossimo ancora all'epoca del metodo Cross risolto a mano e dopo due articoli esistono controlli per autentici specialisti dell'ingegneria informatica.

In definitiva si ritiene che, oltre al requisito di chiara leggibilità delle relazioni di calcolo, l'unica richiesta davvero utile è quella sul giudizio motivato di accettabilità dei risultati poiché è l'unica ad incidere realmente sulla sicurezza delle costruzioni in quanto non automatizzate.

4. Validazione del progetto strutturale

Per discutere sulla validazione del calcolo strutturale si può prendere spunto da alcune domande, apparentemente ovvie (che saranno riprese più avanti, nel capitolo 5):

1. Il progettista sa immaginare, indipendentemente dallo svolgimento di elaborazioni al computer, quale potrà essere il comportamento della struttura?
2. Esaminando i risultati del calcolo, il progettista è in grado di comprendere il comportamento fisico della struttura?
3. Il comportamento fisico descritto dal calcolo è coerente con quello che ci si aspetta che sia il reale comportamento della struttura?
4. Il comportamento determinato è buono e quindi pienamente accettabile o può essere migliorato modificando la struttura?

Le prime due domande toccano anche aspetti di etica o deontologia in quanto il progettista, soprattutto a causa della legislazione sugli ordini professionali che affida tutto alla deontologia dei tecnici, potrebbe essere, per formazione o per scelta professionale, privo di specifiche competenze sulle questioni strutturali e quindi sostanzialmente all'oscuro del comportamento della struttura. Questa è una condizione molto diffusa e molto pericolosa, anche se nelle strutture ordinarie, grazie alla presenza sia del direttore dei lavori che di maestranze qualificate, gli eventuali errori sono in genere corretti all'atto della costruzione. Eppure, saper prevedere e comprendere il comportamento fisico della struttura rappresenta il primo vero passo verso la validazione del calcolo strutturale ed è indispensabile per la correzione ed ottimizzazione di tale comportamento.

L'utente di preparazione media che sa comprendere il comportamento globale è pronto per rispondere anche alla terza domanda. Per esempio, se ho un fabbricato multipiano di forma compatta devo aspettarmi che le masse eccitate da modi torsionali siano trascurabili. Se ciò non si riscontra ma la struttura è egualmente verificata, come mi comporto? Riesco ad individuarne le ragioni, cioè riesco a fare delle ipotesi sulle masse o sulle rigidezze e con semplici considerazioni riesco a dimostrare la validità del calcolo, oppure prendo per buono il calcolo appena fatto, senza pormi problemi,"tanto le verifiche sono soddisfatte"?

Il quarto quesito va un po' al di là del problema della validazione in senso stretto, ma ha comunque grande importanza ai fini della progettazione. Esso infatti si riferisce alla qualità del comportamento della struttura (non alla qualità della soluzione del calcolo, aspetto discusso più estensivamente nel terzo capitolo) e questa può condizionare anche in maniera rilevante il costo complessivo della struttura.

Tornando al problema della validazione del calcolo strutturale, di questa se ne potrebbero individuare due livelli: globale e locale.

Per validazione globale si può intendere un'analisi che mostra quanto è ampio il criterio di fascia di comportamento utilizzato nei nostri calcoli. Ad esempio, come vedremo nei capitoli 4 e 6, i parametri geotecnici possono fare variare in un intervallo molto ampio le caratteristiche delle sollecitazione e la risposta dinamica globale. Dovremmo quindi verificare che, in relazione allo spettro di progetto utilizzato, le variazioni di periodo provocate dall'uso dei valori estremi delle caratteristiche geotecniche del suolo non modifichino in maniera significativa le accelerazioni spettrali o gli spostamenti. La validazione globale potrebbe avvenire dopo aver mostrato l'intervallo di variazione di tutti i principali fattori, ad esempio indicando che il peso specifico del terreno varia del ±10%, l'angolo di attrito del terreno ± 15%, la coesione ± 20%, la falda idrica, da cui dipendono le pressioni neutre e la rigidità del suolo, del ±30% nell'ambito del volume significativo.

L'ampiezza dell'intervallo di comportamento della struttura può essere condizionata anche dalla scarsa disponibilità di dati sperimentali in sito. Se si sta progettando un piccolo fabbricato non si può pretendere che il committente esegua indagini geologiche il cui costo superi il 10% del costo del fabbricato. Pertanto si accettano delle indagini più limitate, a fronte di un calcolo con una fascia di comportamento più larga, quindi con un leggero sovradimensionamento diffuso. Come vedremo nel paragrafo successivo, il criterio di fascia deve partire dal giudizio critico dei dati disponibili.

Per validazione locale, parlando di una struttura complessa, si intende la verifica degli elementi dai quali principalmente dipende la vulnerabilità globale. Ad esempio, si può verificare la stabilità locale del corrente compresso di una pensilina reticolare in acciaio facendo variare i parame-

tri della rigidità nodale, oppure si possono introdurre delle imperfezioni geometriche, o imperfezioni di montaggio. Questo si lega al concetto di ridondanza e robustezza (*robustness*) contenuto nelle moderne normative.

Per concludere queste considerazioni sui presupposti della validazione, si può citare quanto riportato da Edward L. Wilson (1996) in una sua pubblicazione, a conferma di quanto sia imprudente considerare obsoleto il criterio di fascia. Egli afferma che per ridurre gli errori causati dalle approssimazioni sulle ipotesi di calcolo, sarebbe necessario condurre molte analisi dinamiche sulle strutture, usando diversi modelli, diversi carichi e diverse condizioni al contorno; a suo parere non è irrealistico dover eseguire almeno venti o più analisi dinamiche per poter investigare su strutture multipiano sottoposte a carichi sismici.

5. A.A.A. "CRITERIO DI FASCIA" cercasi

Dalla carta del servizio elettrico – Enel.

Caratteristiche principali della fornitura.
Le principali caratteristiche della fornitura di energia elettrica in bassa tensione sono le seguenti:
- *frequenza che è pari a 50 hertz con una tolleranza ± 2%;*
- *tensione di alimentazione che di norma è pari a 220 volt per le forniture mono-fasi e a 380 volt per la fornitura trifasi con una tolleranza ± 10%.*

Si consideri un circuito elettrico alimentato con 220 volt che impegna una potenza di 1000 W; a parità di resistenza, aumentando la tensione del 10% e portandola a 242 volt (massimo contrattuale della fornitura Enel in Italia), la potenza aumenta del 21% (1210 W), con tutte le conseguenze sugli apparecchi elettrici e sulle caratteristiche che devono avere gli apparecchi che vengono progettati con questa tolleranza e questo intervallo di variazione dell'energia elettrica. Per i progettisti, nel problema presentato, esiste comunque il vantaggio di sapere che la corrente elettrica può variare tra i 200 e i 242 volt, anche se è un intervallo molto ampio. Analogamente può dirsi per le altre tolleranze nominali dichiarate, come per esempio la coppia di un motore in cui esiste una tolleranza di ±10 KNm; oppure quando si acquistano la pompa per un pozzo si legge che c'è una certa prevalenza ±15%.

Giornalmente si ha a che fare con grandezze che sono affette da approssimazioni note in quanto sono pochi i prodotti con caratteristiche

senza tolleranze. Ma cosa accade per l'ingegneria civile? Ci sono solo certezze e per questo non si parla esplicitamente di tolleranza sul comportamento globale delle strutture? Qual è il reale intervallo di validità dei calcoli effettuati? Il determinismo è semplicemente mascherato dall'approccio probabilistico.

Quello che emerge dal quadro dell'ingegneria civile è che anche se altrove gli edifici diventano sempre più complessi, sempre più articolati, sempre più delle macchine, almeno in Italia le strutture civili sono le uniche macchine prive di tolleranza dichiarata, sia da parte del progettista sia nelle richieste del legislatore. Tutto viene indicato in maniera piuttosto generica, mediante i coefficienti di sicurezza sui materiali e sulle azioni convenzionali usate in fase di calcolo.

Validare oggi il calcolo non significa tanto dimostrare che il solutore macina numeri correttamente, ma piuttosto che il calcolo ha coerenza e aderenza alle ipotesi in un intervallo ingegneristicamente accettabile della realtà, ovvero un corretto approccio olistico dal punto di vista scientifico, tecnologico ed economico. Un progetto deve essere ingegneristicamente valido con visione complessiva, deve essere dimostrato che è stato considerato ogni fattore, non solo nel rispetto delle azioni previste dalla normativa. Bisogna dimostrare che il calcolo è stato condotto correttamente nell'intervallo di variazione del modello che simula la realtà. Ad esempio, osservando le indicazioni della nuova normativa sismica, l'Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri (O.P.C.M.) 3274 e successive modifiche si nota, nel paragrafo dedicato alle combinazioni delle azioni, una grande attenzione all'incertezza nella posizione delle masse ed all'effetto contemporaneo delle diverse componenti del sisma. Ciò costringe ad un interminabile rosario di combinazioni di sismi e di micro eccentricità delle masse anche per strutture oggettivamente semplici. Ciò da un lato può essere utile per evidenziare anomalie nel comportamento delle strutture ma, dall'altro, rischia di far perdere il senso della realtà, nascosto da una polverizzazione di piccole variazioni delle grandezze in gioco.

Nel rispetto della normativa vigente, finora si è operato lasciando al buon senso degli ingegneri e all'ampiezza dei coefficienti di sicurezza il compito di "non rendere nota" la qualità dei calcoli strutturali. Non oc-

correva e non occorre dichiarare il reale intervallo di validità delle calcolazioni effettuale in relazione all'intervallo di validità delle grandezze poste alla base del calcolo, dalle approssimazioni fatte sulla geometria e dalle indicazioni fornite dal geologo.

In effetti se si riflette sulla richiesta di controllo, validare il calcolo significa dichiarare qual è la nostra fascia di comportamento, rendendo pubblica la cosiddetta "fascia di ignoranza", creando del timore da parte dei tecnici a dichiarare quanto si è "largheggiato" sul calcolo strutturale effettuato. Ma anche se non esplicitamente dichiarato, nel progettare le strutture si largheggia comunque, per necessità, in base all'esperienza, proprio per tener conto delle incertezze che consapevolmente si devono gestire. Ma i più giovani, che l'esperienza devono ancora acquisirla, come devono comportarsi?

Se oggi c'è, (mi auguro che ci sia), la consapevolezza che nessun solutore compie errori materiali, di fatto con la richiesta di validazione del calcolo occorre imparare a valutare la dimensione dell'intervallo di comportamento; ovvero bisogna in qualche modo dichiarare l'ampiezza della fascia di comportamento prevista dal calcolo, perché un conto è farlo alla luce dell'esperienza, un conto è quantificarlo numericamente.

Il problema si pone nei confronti del calcolo ufficiale pubblico, perché una volta individuate le fasce di comportamento, stabilito in quale punto dell'intervallo ci si trova, bisogna chiarire perché ad esempio ci si è spostati verso l'estremo superiore o verso l'estremo inferiore del calcolo, visto che ciò ha un diretto riflesso sulla sicurezza e sulla economicità. Individuare la posizione nell'intervallo significa dichiarare la responsabilità, fare delle scelte e il problema si sposta sulla necessità di dover dimostrare perché ci si trova in una posizione dell'intervallo piuttosto che in un altro. Il problema potrà spostarsi di livello, la richiesta di validazione cambierà aspetto perché da una validazione tecnica potenzialmente potrà assumere la connotazione di una validazione anche economica.

Quindi l'esperienza, o l'incoscienza, del tecnico emergerà con l'ampiezza della fascia considerata.

Oggi la grande disponibilità di potenti software di calcolo, che operano in tempi ristrettissimi e a costi estremamente contenuti, consente

di rifare più volte il calcolo e dà la pericolosa convinzione di restringere la fascia di comportamento, perché si possono fare più elaborazioni. Questo è vero solo in parte. Ad esempio ci sono delle questioni riguardanti il terreno che si possono risolvere solo se si hanno dati geotecnici "quasi" certi, ma questi sono sempre contenuti in un intervallo non piccolo. L'ampiezza non dipende dal geologo, ma dal suolo. L'intervallo sarà ristretto solo se le caratteristiche del suolo sono pressoché costanti nel volume significativo considerato. Un buon geologo non dà un unico valore del peso specifico, non dà un unico valore dell'angolo di attrito, della coesione effettiva, apparente, non drenata, ma dà sempre un intervallo motivato; pertanto, in generale, trovare un unico dato significa adottare una realtà finta.

Tornando al discorso dei software e dei computer, la situazione non è sostanzialmente variata e non può variare rispetto al passato, nonostante la sempre maggiore potenza di calcolo, perché ci sono delle variabili che influenzano la qualità del calcolo indipendentemente dalla modalità di risoluzione delle equazioni. Risolto a mano o risolto meccanicamente l'input rimane in una fascia ampia di comportamento assolutamente ineliminabile. Solo gli inesperti possono snobbare il criterio di fascia di comportamento, in quanto nell'ingegneria civile sono certamente in maggioranza i dati con pochissime cifre significative.

A buon diritto, il criterio di fascia deve rivivere una nuova giovinezza, da criterio di "fascia di ignoranza" deve diventare un criterio di qualità progettuale ed esecutiva, in quanto una fascia di comportamento molto ampia è sintomatica di incertezze sui dati alla base del calcolo (carichi e destinazioni d'uso, qualità dei materiali e dell'esecuzione, ecc.) o sul modello di calcolo (difficoltà di rappresentare numericamente la variazione di una grandezza).

Pertanto se si fissasse a priori l'ampiezza della fascia di comportamento di una grandezza significativa ciò equivarrebbe a dire che, facendo variare tutte le principali variabili, la risposta dovrà ricadere in un intervallo assegnato chiaro e verificabile. Questo sarebbe un significativo progresso nella direzione della qualità del patrimonio edilizio. Si veda l'equivalente di ciò che si afferma nell'ambito della prefabbricazione, dove il controllo accurato di tutti i componenti fornisce un prodotto più

resistente, più durevole, più economico e di qualità standardizzata e vita prevedibile.

Quindi si può concludere che la validazione del calcolo strutturale dovrebbe consistere nella dichiarazione esplicita di una fascia di comportamento, che però dovrebbe partire all'atto della progettazione.

Perchè non sfruttare questa "scomoda" richiesta di verifica e trasformarla da necessità in virtù? Cioè perché non trasformare questa richiesta di individuazione della fascia di comportamento a posteriori e farla diventare uno strumento di progettazione nel senso di esaminare le variabili realmente non perfezionabili o quantificabili, perché non dichiararle nella progettazione? Significa che dovremmo spostare a priori il discorso validazione del calcolo, dichiarando che il calcolo varierà necessariamente, per esempio, del 10-15% negli spostamenti, periodo, caratteristiche della sollecitazione etc. Potremmo quindi condurre la progettazione con la consapevolezza della qualità del calcolo che si sta effettuando e non aspettare l'istante finale per validare il progetto. A tal proposito ci sono alcuni esempi sviluppati numericamente nei capitoli successivi che cercano di contribuire alla formazione di una diversa coscienza di progettazione strutturale e verifica.

Ad esempio, l'approccio utilizzato per gli edifici esistenti nella O.P.C.M. 3274 (art. 11.2.4), con l'introduzione di fattori di confidenza, potrebbe essere esteso anche alle costruzioni ex novo. Il livello di confidenza indica in modo univoco il livello di conoscenza delle variabili poste a base del calcolo, con diretta ricaduta sui coefficienti di sicurezza parziali dei materiali. I livelli di confidenza hanno origine negli Eurocodici dove già da qualche tempo sono presenti nell'EC8 (parte terza, table 3.1 knowledge levels – DOC CEN/TC250/SC8/N343). Essi potrebbero guidare anche la progettazione delle nuove costruzioni nella definizione del grado di accuratezza della modellazione in relazione alla fattibilità tecnologica. A chi frequenta i cantieri è noto che le difficoltà e i costi crescono proporzionalmente con le richieste di precisione, ovvero con la riduzione delle tolleranze, in quanto si allungano rapidamente i tempi di lavorazione. È noto che in cantieri ordinari è impresa rischiosa chiedere di superare la classe di resistenza del calcestruzzo R_{ck} 25 MPa; superare l'R_{ck} 30 MPa è poi semplicemente illusorio.

La prescrizione di copriferri e spessori di getti troppo modesti, l'impiego di grossi diametri delle armature, di raggi di curvatura da regolamento per ferri di grande diametro, ecc., rendono sempre più complessa la fedele riproduzione in realtà di modelli teorici.

In definitiva ci potrebbero essere anche per le nuove strutture livelli di confidenza diversificati in funzione del livello di accuratezza di realizzazione richiesto e del tipo di calcolo effettuato (lineare o non lineare, statico o dinamico).

Indici di difficoltà esecutiva potrebbero essere ad esempio la percentuale di acciaio presente nelle sezioni, il quantitativo medio di acciaio Kg/mc o il rapporto tra acciaio e superficie casseforme Kg/mc/mq.

Chi ha esperienza nelle strutture metalliche sa bene che dimezzare le tolleranze di lavorazione può far incrementare notevolmente il costo delle strutture. Purtroppo questa equivalenza non esiste nelle strutture in c.a. e non è ancora ben compresa "la regola della martellina" (vedi riflessione 2 nel capitolo 2).

In conclusione, da oltre 20 anni è opinione unanime da parte di autorevoli studiosi che i problemi strutturali (fallimenti) bisogna cercarli nella fase esecutiva e preliminare piuttosto che nella fase di calcolo, cioè in tutto ciò che non è automatizzabile.

Parlando di strutture ordinarie in c.a., poiché queste sono condizionate da un grado di precisione non più migliorabile in quanto legato alla tecnologia, l'ulteriore tentativo di migliorare in maniera generalizzata la qualità del risultato numerico non può che essere illusorio. In un famoso testo di una collana di divulgazione scientifica sulla cultura dell'acciaio, Nascè (1971) afferma:"*si può quasi ritenere che sul totale dei crolli e dei dissesti la percentuale di quelli subiti in fase di montaggio è andata accrescendosi con lo sviluppo delle costruzioni metalliche, l'affinamento degli strumenti di calcolo, l'arricchimento della tipologia strutturale e delle tecniche costruttive, l'organizzazione e la specializzazione delle imprese di costruzione*".

Dunque la maggiore garanzia di qualità del calcolo strutturale offerta dai moderni metodi di calcolo, così come richiesta oggi, senza miglioramento di tutti gli anelli del processo produttivo, è puramente illusoria.

Per concludere il discorso sulla responsabilità dell'errore materiale dei solutori nei fallimenti di strutture nell'ingegneria civile, a titolo di curiosità per giovani strutturisti, si riportano le caratteristiche di un personal computer degli anni '70 anche per far comprendere la questione dell'antincendio per l'uomo di Pechino di cui alla quarta di copertina.

Il primo Personal Computer, almeno quello salito alla ribalta, è l'Altair 8800, apparso nella rivista Popular Electronics nel gennaio 1975. Prezzo: $621 assemblato, CPU: S-100 card, Scheda installata MITS Intel 8080, Memoria: 4 kB - Sistema operativo: CP/M.

Si faccia attenzione: 4 kB = 4×1024 byte! Oggi c'è molta più RAM nella tessera a scalare usa e getta di un parchimetro. E con questi mostri, anzi dinosauri informatici, si sono cimentati gli ingegneri e i primi appassionati di informatica (tra cui lo scrivente).

E di questo dinosauro, programmabile con pulsanti in esadecimale o con l'arcaico CP/M c'era davvero d'aver paura, da ciò le legittime preoccupazioni dei normatori tedeschi prima e italiani dopo, molto dopo.

Bibliografia

1. M. Levy, M. Salvatori, *Perché gli edifici cadono*, Bompiani, Milano, 1997.
2. L. Mumford, *Tecnica e cultura, storia della macchina e dei suoi effetti sull'uomo*, Mondadori, Milano, 2005.
3. V. Nascè, E. Dal Pont, *Tecniche di montaggio*, CISIA, Centro Italiano Sviluppo Impieghi Acciaio, Milano, 1971.
4. S. Nordio, *Medicina e morale*, Rivista Internazionale bimestrale di Bioetica, Deontologia e Morale Medica, UCSC, Facoltà di Medicina e Chirurgia "A. Gemelli", Largo Francesco Vito 1, Roma, 1991.
5. K. Popper, *La logica della scoperta scientifica,* Einaudi/CDE, Milano, 1995.
6. K. Popper, *Il mito della cornice*, Il Mulino, Bologna, 1995.
7. P. Pozzati, *Il convenzionalismo nel calcolo strutturale sismico*, Convegno INARCOS, Bologna, 2004.

8. P. Pozzati, *L'epoca culturale "critica" che stiamo vivendo: qualche osservazione, con riferimento anche alle normative*, Convegno AICAP, Firenze, 2005.

9. P. Pozzati, ultima lezione ufficiale del corso di Tecnica delle Costruzioni su "*Proliferazione delle normative e tecnicismo*", Univ. Bologna, Fac. Ingegneria, (3 giugno 1992).

10. B. Russell, *Storia della filosofia occidentale*, Mondadori, Milano, 1984.

11. P. Ventura, *Materiale didattico Lab. II di Costruzioni dell' Architettura*, Università degli Studi di Roma "La Sapienza", Dip. Ingegneria Strutturale Geotecnica, Roma, 2002.

12. CENTRO DIEA (Documentazione su Ingegneria ed Etica Ambientale) Ingegneria ed Etica Ambientale, documentazione e scritti su etica ambientale, tecnica ed etica, etica ambientale. [www.diea.ing.unibo.it]

13. CNR 10024/86, *Analisi di strutture mediante elaboratore: impostazione e redazione delle relazioni di calcolo*.

14. Decreto Ministeriale 14/09/2005, *Norme Tecniche per le Costruzioni* (ex "Testo unico" delle Norme Tecniche per le Costruzioni), Gazzetta ufficiale 23/09/2005 n. 222.

Capitolo 2
RICONOSCERE LE STRUTTURE

Antonio Perretti

1. Validazione del calcolo e riconoscimento delle strutture

Qualcuno si chiederà cosa c'entri il riconoscimento delle strutture con la validazione del calcolo strutturale eseguito mediante un apposito software. La risposta può essere ovvia se si comprende che l'obiettivo non è esclusivamente quello di giudicare la qualità del calcolo svolto dal solutore numerico, questa misteriosa scatola nera da cui fuoriescono numeri accuratamente macinati. La validazione del calcolo strutturale deve piuttosto essere estesa a tutti gli aspetti, dalla fase di immissione dei dati alla fase dell'interpretazione dei risultati, con approccio olistico, così come negli intenti degli estensori delle nuove Norme Tecniche per le Costruzioni all'articolo 10.7. Approccio olistico, ovvero globale, con la forzatura del termine, significa che il calcolo dovrebbe tener conto in modo interdisciplinare di tutti gli aspetti che influenzano la vita della struttura, dalla costruzione ai carichi ad essa applicati. La validazione del calcolo deve quindi partire proprio dalla dimostrazione di aver accuratamente interpretato la realtà nella quale andrà a collocarsi l'opera e deve dimostrare di aver interpretato tutti i fattori, gli aspetti che interferiscono e che coesistono con la vita della struttura.

Il riconoscimento della struttura deve essere inteso nel senso più ampio dell'accezione del termine, includendo il riconoscimento del terreno, della proporzione, dei vincoli ed anche delle dimensioni, poiché so-

lo da pochi decenni c'è la consapevolezza del problema del fattore di scala, cioè che il comportamento del medesimo oggetto cambia a seconda delle dimensioni geometriche.

La validazione deve quindi partire dal riconoscimento delle strutture e questo passaggio è indispensabile anche in relazione alla finalità della presenza del tecnico strutturista nell'iter progettuale. Oggi lo strutturista è inteso come quella persona che deve "cucire" un vestito staticamente e legalmente valido dal punto di vista strutturale a un oggetto architettonicamente progettato da un'altra figura, con la conseguente mortificazione sia della qualità del lavoro, sia dalla professionalità di entrambi i tecnici, ma più del secondo. La figura dello strutturista deve invece essere vista in modo più maturo: non va identificato con la persona che deve produrre un tabulato da consegnare ad un ente preposto ma può svolgere tre funzioni.

Innanzitutto, dato un oggetto reale, può essere chiamato ad interpretarlo e a riconoscerlo. Questo è un po' quello che in modo geniale, ma allo stesso tempo empirico, ha fatto Gaudi quando ha interpretato la forma di semi, gusci, vegetali che poi sono diventati mirabilmente oggetto delle sue architetture.

In secondo luogo, dato un "segno" di architettura, deve interpretarlo e progettare una struttura coerente con esso. Ad esempio, dato uno schizzo come quello lasciato da Mendelson a proposito dei Magazzini Schocken (fig. 1) o della torre di Einstein progettati intorno agli anni trenta, il compito è quello di tradurli in strutture senza snaturarli dal punto di vista semantico. Se un oggetto di architettura ha un segno curvilineo, arcuato e ha certe proporzioni rispetto ai pieni o vuoti di una facciata, occorre decidere, con attenzione, in cosa tradurre quel segno curvilineo. Scegliere se deve essere una trave, in regime flessionale, o un arco in regime estensionale, condiziona radicalmente le dimensioni, i materiali con i quali realizzare le strutture, le fondazioni (poiché un arco di grande luce genera spinte elevate in fondazione, che a loro volta possono condizionare il costo complessivo dell'opera). Se si decide di tradurre un elemento curvo in trave curva si è costretti a realizzare un oggetto di sezione trasversale maggiore, con il rischio di snaturare l'idea progettuale iniziale.

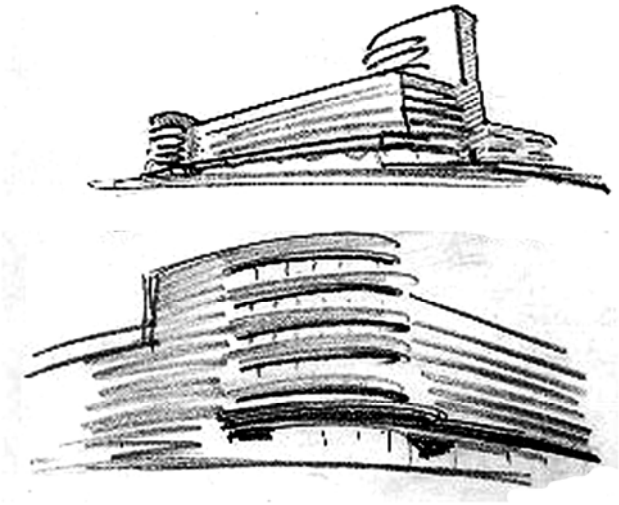


Fig. 1. Mendelson, magazzini Schocken, 1926-1928

Terzo compito dello strutturista è l'ottimizzazione delle prestazioni statiche di un oggetto. Ci sono molti progettisti architettonici famosi che potremo definire anche "tecnologi", da Renzo Piano a Jean Nouvel, che progettano oggetti architettonici con grande contenuto strutturale. Tali oggetti necessitano comunque di una ottimizzazione per ridurne il peso, correggerne la geometria, sia per ragioni statiche che architettoniche ed economiche.

In definitiva la vera validazione del progetto comincia con la dimostrazione di aver ben compreso ed interpretato la realtà con la quale il nostro oggetto artificiale dovrà interfacciarsi, indipendentemente dalla normativa o dalla cogenza delle sue richieste.

2. Il riconoscimento delle strutture: spunti di riflessione

Non si ha la pretesa né l'obiettivo di scrivere un testo con un taglio e della portata dei testi classici, direi insostituibili, quali quelli di Torroja (1966), Salvadori (1964) o Nervi (1945), a mio parere ancora oggi validissimi ausili didattici. Tuttavia questi testi, scritti per neofiti, finiscono invece per essere apprezzati solo nel tempo, con l'esperienza.

Per tale ragione la strada percorsa in questo capitolo di riconoscimento strutturale vuol essere intenzionalmente diversa, e per questo motivo le strutture sono esaminate in maniera apparentemente disordinata. Reputo meno formativa la suddivisione e l'approccio classico, con la presentazione della caratteristica della sollecitazione e della struttura relativa come per le strutture resistenti a trazione e compressione, le strutture che funzionano per forma, per superficie, i grigliati, i tralicci etc, in quanto c'è meno stimolo alla ricerca del comportamento reale.

Innanzitutto è raro che il comportamento di una struttura reale sia puro come la trave di De Saint Venant o come una piastra di Kirchhoff. Qui si cercherà di comprendere quali sono stati i compromessi tra la modellazione teorica e la realtà tecnologica (che poi è l'essenza del compromesso tra le discipline Scienza delle costruzioni e Tecnica delle costruzioni), partendo dalla seconda, cioè da un oggetto che ha vissuto tutte le vicissitudini tecnologiche e che deve essere interpretato per trovarne l'anima statica. Ritengo più stimolante, piuttosto che studiare il capitolo delle strutture resistenti a trazione e compressione dove certamente ci deve essere una trave o un traliccio, considerare ad esempio una protesi ortodontica e comprenderne il funzionamento strutturale. Pertanto l'approccio scelto è quello delle semplici riflessioni sugli oggetti più disparati, trovando analogie e concordanze anche riguardo a dei problemi definiti (erroneamente) poco ingegneristici, quali il montaggio, andando quindi volutamente contro corrente rispetto al "triste" approccio della "verifica" strutturale a discapito dell'entusiasmante "progetto".

Dopo l'insanabile frattura tra ingegneri ed architetti, si è creata un'altra separazione all'interno dell'ingegneria strutturale tra quelli che fanno scienza delle costruzioni e quelli che si occupano della tecnica delle costruzioni, relegando questi ultimi a meri calcolatori, con la scomparsa di chi "crea" strutture ovvero di progettisti di strutture. Insieme a Maillart il più grande progettista di strutture del secolo scorso, Sergio Musmeci, purtroppo quasi ignorato nei corsi di studio, diceva che la scienza e la tecnica sono come la musica e gli strumenti musicali. La musica è il risultato poetico del linguaggio musicale, lo strumento è il mezzo (Guccione, 2004).

Fig. 2. Antoni Gaudì, Casa Milà, Barcellona, 1910

3. Arte o Scienza del costruire, l'importanza della tecnologia (il bisturi e la martellina)

La prima riflessione riguarda un tema molto complesso, in quanto inerente una peculiarità della mente umana: l'intuizione. Da sempre ci si chiede quanto peso attribuire a questo aspetto nell'attività creativa degli uomini. Newton in proposito affermava che il genio è costituito dall'un per cento di intuizione e dal novantanove per cento di trasudazione, per cui l'esercizio pratico e mentale e la sperimentazione al vero restano fondamentali.

E a proposito di genialità, quale esempio migliore se non l'architettura di Antoni Gaudì, in cui esercizio e sperimentazione occuparono tutti i giorni del suo lavoro. Circa l'importanza delle basi consapevoli di tecnologia delle costruzioni amo ricordare sempre un aneddoto emblematico della genialità dell'Architetto di Dio (è in corso dal 1998 la causa di beatificazione di Gaudì, altro che premio Pritzker[1]!). Passeggiando

[1] Il Premio Pritzker per l'architettura è stato creato da Jay Pritzker nel 1979. Lo scopo del Premio è onorare annualmente un architetto vivente che ha prodotto contributi consistenti e significativi all'umanità e all'ambiente costruito attraverso l'arte dell'architettura (è stato assegnato nel 1990 ad Aldo Rossi, nel 1998 a Renzo Piano).

lungo il Paseo de Gracia di Barcellona in compagnia dell'allievo Juan Bergòs e passando di fronte alla casa Milà (fig. 2), Gaudì disse: "*Nell'eseguire questa opera mi servii della collaborazione di due fratelli, uno era un semplice muratore appaltatore, l'altro un architetto, docente in strutture. Mi fu molto più utile il primo del secondo*".

La genialità di Gaudì era coadiuvata da una profonda conoscenza della matematica, della geometria e della statica. Per lui era prioritaria la necessità di una esatta traduzione tecnologica dell'idea progettuale; si pensi ad esempio ai poligoni funicolari tridimensionali (delle torri tridimensionali), usati moltissimo da Gaudì per individuare la corretta geometria delle costruzioni da realizzare con materiali eteroresistenti, anzi solo resistenti a compressione, come i blocchi di pietra semplicemente appoggiati con i quali realizzare anche pilastri inclinati.

È chiaro che l'idea progettuale e il modello statico funicolare trovavano concretezza solo nella padronanza anche tecnologica del progetto, quale ad esempio l'esatta realizzazione geometrica delle superfici dei giunti, ortogonali ai canali statici determinati con i poligoni funicolari tridimensionali (fig. 3).

Fig. 3. Antoni Gaudì, plastico funicolare di una chiesa

Oggigiorno il processo logico è invertito con la frustrante rigida suddivisione delle competenze architettoniche e strutturali; si progetta prima l'oggetto, tecnologicamente definito quasi in dettaglio e solo a posteriori si individua un "abito statico" (anche perché un programma di calcolo fornisce sempre una configurazione equilibrata e congruente con poca fatica). Purtroppo questo rappresenta una grave perdita culturale: salvo casi ormai eccezionali, si è passati dalla "cultura del progetto" alla sotto cultura della "verifica".

Il percorso logico che va dalla realtà tecnologica al modello teorico e numerico, ma anche il percorso inverso, richiedono grande maturità ed esperienza e non saprei dire qual è più difficile tra le due strade.

Stranamente, a primo impatto le nuove norme tecniche emanate in Italia appaiono privilegiare solo l'aspetto numerico e quantitativo, con grado di precisione teorico "fuori scala" rispetto a quello raggiungibile tecnologicamente.

Proprio l'esperienza di Gaudì, Maillart o Musmeci possono far meglio comprendere quanto si è appena detto. Se si esaminasse oggi una struttura di questi architetti con un sofisticatissimo programma di calcolo moderno, le informazioni sulla statica dell'oggetto rischiano solo di essere illusoriamente più precise del poligono funicolare fatto di spago da Gaudì o di gomma da Musmeci. Il modello fisico, nella sua semplicità, mediava e predisponeva mentalmente alle inevitabili approssimazioni tecnologiche. Il medesimo calcolo condotto oggi con un modello numerico è solo illusoriamente più corretto, in quanto il rigore numerico naufraga, oggi come cent'anni fa, nella perizia dell'artigiano e nelle dimensioni dei corsi di malta e dei mattoni pieni o nella precisione di montaggio delle casseforme per il cemento armato. Si ha solo l'illusione di utilizzare il bisturi. Ricordo con affetto un mio professore e amico napoletano che si riconoscerà in questa citazione, il quale diceva qualcosa del tipo: "*a cosa serve tutto questo accanimento numerico nel calcolo strutturale se nel cantiere (edile) l'unità di misura minima è e sarà sempre il manico della martellina?*" (fig. 4).

Petroski (2004), ricorda che già un quarto di secolo fa il noto geotecnico Peck nel 1981, parlando dei fallimenti in ingegneria affermava che: "*i problemi sono essenzialmente non quantitativi* e *le soluzioni sono es-*

Fig. 4. Bisturi e martellina

senzialmente non numeriche […]. Ancor più preoccupante Hanser, nel 1979, commentando una campagna di indagini eseguita su ottocento casi di fallimenti in realizzazioni in Europa, concludeva: *il metodo più efficace per migliorare la sicurezza strutturale o per ridurre gli sforzi generali impiegati per mantenere un certo livello di sicurezza strutturale è quello di raffinare i metodi di controllo dei dati (per individuare eventuali errori di progettazione) piuttosto che raffinare i modelli d'analisi".*

Dopo venticinque anni la situazione è immutata perché i problemi continuano a manifestarsi senza riduzione di frequenza e l'accanimento numerico, in un ambiente ancora artigianale, pare non arrestarsi.

Un qualsiasi processo produttivo per essere indenne da difetti deve essere quanto più standardizzato e questo implica che l'attività sia indipendente dalle altre, ma questo è sinonimo di un pericoloso isolamento nella fase esecutiva. L'incomunicabilità tra soggetti e lavorazioni diversi imposta oggi dai rigidi manuali di qualità, è già stata causa di errori costruttivi e concausa di fallimenti, così come preannunciato già molti anni or sono (Nascè, 1971, citato nel capitolo precedente).

4. Visione unitaria e scomposizione in sub componenti

La tecnologia delle costruzioni non deve essere intesa come freddo e asettico smontaggio in pezzi di una struttura, come di una bambola a cui dal busto si stacchino arti e capo. La scomposizione in sub componenti di una struttura deve essere intesa solo come riconoscimento macroscopico di porzioni caratterizzate da geometria, carichi e rigidezza identificabili. Tale scomposizione in parti, in elementi finiti, non deve però far pensare erroneamente che nella realtà materica valgano le regole addi-

tive dei mattoncini Lego® . Gli elementi finiti purtroppo soffrono di rigidità al pari dei mattoncini; però mentre con quest'ultimi, salvo a romperli, si è costretti a rispettare le ipotesi della teoria dell'elasticità (non compenetrabilità, traslazioni, distacco) con i mattoncini virtuali, tali errori si commettono molto più facilmente in quanto il montaggio è virtuale. Pertanto dopo aver osservato una struttura, nei suoi sub componenti idealmente separati, occorre riflettere sulle azioni che le parti componenti si scambiano e sull'unitarietà dei corpi.

Questo pensiero è felicemente espresso in una metafora di Italo Calvino nelle "Città Invisibili" (Italo Calvino, *Le città invisibili*, Einaudi, 1972) quando in un colloquio tra Marco Polo e Kublai Kan si parla di un ponte ad arco fatto con conci di pietra (fig. 5):
"*E qual è la pietra che sostiene il ponte?*", chiede Kublai Kan.
"*Il ponte non è sostenuto da questa o quella pietra*", risponde Marco Polo "*ma dalla linea dell'arco che esse formano*".
Kublai Kan rimane silenzioso, riflettendo. Poi soggiunge: "*E perché mi parli di pietre? È solo dell'arco che m'importa*".
Polo risponde: "*Senza pietre non c'è arco*".

Ma, molto più prosaicamente, pensando ad un semplice fabbricato in c.a. con la soletta che come un tappeto rigido e resistente avvolge e

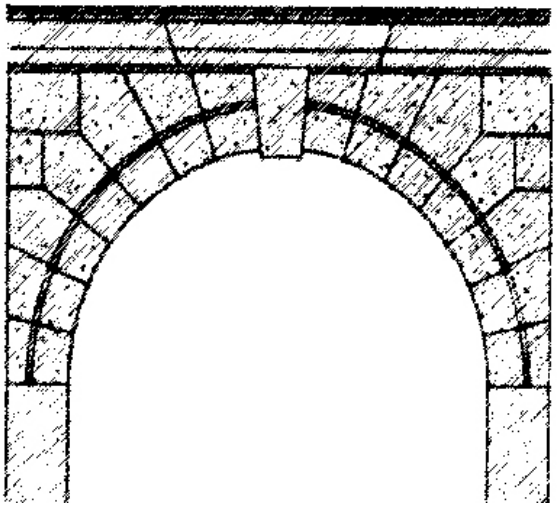


Fig. 5. Arco a tutto sesto

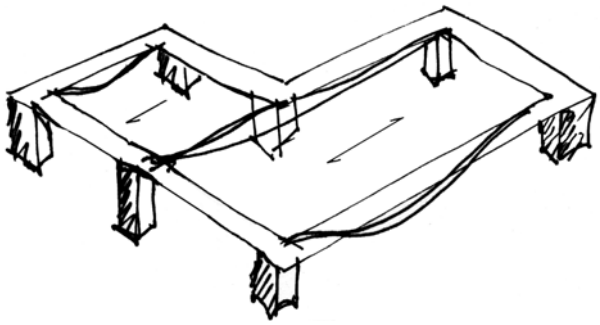


Fig. 6. Solaio scomposto con deformate parziali indipendenti

collega tutti gli elementi (travi, travetti, travetti di ripartizione), in quanti punti si riesce ad individuare il comportamento "puro" del sub componente trave di De Saint Venant? Il problema che si è posto forse è obsoleto in quanto i programmi di calcolo consentono di modellare sistemi con qualsiasi grado di libertà statico o dinamico, ma il problema resta immutato: la perdita di visione unitaria del problema.

Si può affermare che, paradossalmente, la mancanza di visione globale si stia acuendo con l'impiego dei programmi di grafica (CAD) che non costringono più il progettista ad un preliminare momento di riflessione su quali siano gli elementi essenziali e quali quelli secondari (fig. 6). Si potrebbe fare il paragone con l'architettura tra il "segno" e il "decoro". I programmi cad consentono agli utenti superficiali o immaturi di cominciare a disegnare ad esempio la tour Eiffel, partendo dall'i-mo rivetto, prima ancora di avere maturato una visione globale dell'antenna più famosa del mondo. Ma di questo aspetto si discute nelle riflessioni successive.

5. Un problema di intuito strutturale

La maggior parte dei programmi strutturali consente di assegnare la geometria attraverso disegni in formato cad. Questo fatto, di ovvia utilità pratica, ha però dei rilevanti aspetti negativi sugli aspetti formativi e didattici. La comprensione del funzionamento di una struttura complessa dovrebbe attraversare stadi di affinamento geometrico e statico crescenti, fatto che consente anche una ottimizzazione preliminare della

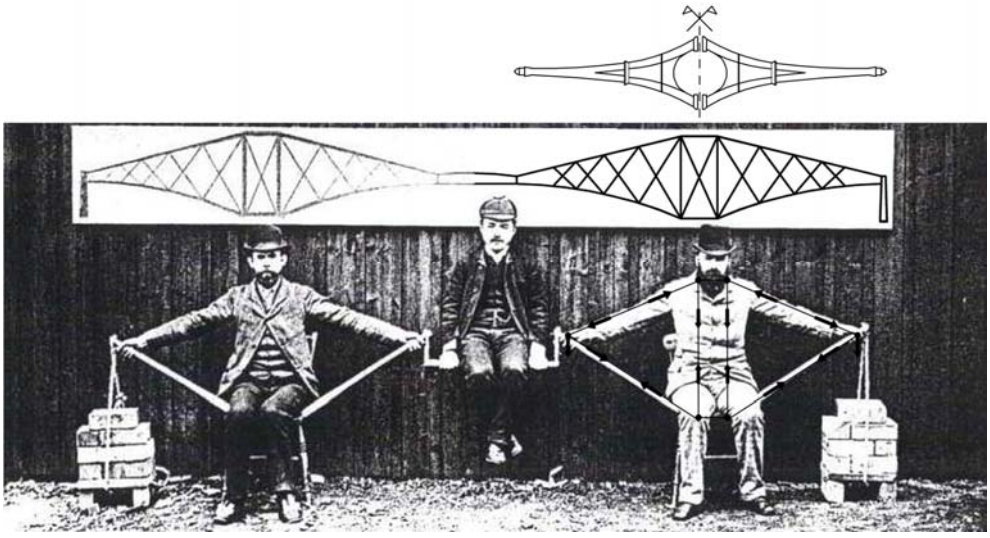


Fig. 7. Modello antropomorfo del ponte Firth of Forth. Si osservi la forte analogia dimensionale e formale con la torre Eiffel.

forma delle sezioni e della geometria. Quanto si sta esponendo si colloca ancora nella cultura della verifica (intellettivamente più facile in quanto demandata al software) a fronte della cultura del progetto, molto più complessa e interessante in quanto richiede competenze interdisciplinari dalla tecnologia alla statica, dalla costruzione al montaggio.

Passando all'esame di un'opera paradigmatica della riflessione, si osservi il ponte Firth of Forth in Scozia, costruito tra il 1882 e il 1890 da Benjiamin Baker e John Fowler.

Questo ponte di grande complessità tecnologica e di montaggio ha tuttavia un'identità, un'anima statica semplice: è una trave Gerber[2]. Gli ingegneri escogitarono un efficace modello meccanico, potremmo dire antropomorfo, di immediata comprensione fisica col quale riuscirono a superare la diffidenza del committente (fig. 7). Se si focalizzasse l'attenzione solo sull'aspetto flessionale si individuerebbe ulteriormente la genialità dei progettisti.

[2] Heinrich Gerber 1832-1912: costruttore belga di grande intuito, che per risolvere i problemi legati alle distorsioni nelle travi continue, in particolare dei cedimenti differenziali dei vincoli esterni, introdusse delle cerniere interne per annullarne l'iperstaticità.

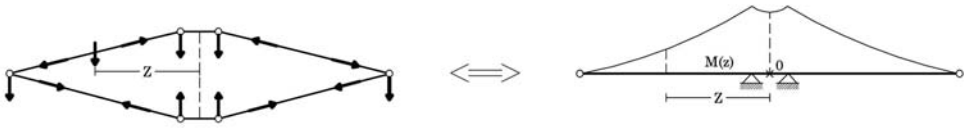


Fig. 8. Canali statici equivalenti

Per creare una trave flessionalmente isoresistente il modo più economico e staticamente vantaggioso è quello di crearla a sezione variabile con anima reticolare. La distanza variabile, tra il braccio teso e l'asta compressa, genera un momento resistente duale della caratteristica flettente esterna. Nella realtà l'affinità è accentuata dalla scelta di realizzare il corrente inferiore ad andamento curvilineo. Tale scelta incrementa anche la sezione navigabile del ponte, al di sotto del quale all'epoca di costruzione transitavano i velieri. Ovviamente gli estremi delle travi, per ragioni tecnologiche di intersezione dei correnti di altri due metri di diametro e per ragioni di deformabilità e di resistenza al taglio, hanno una dimensione non puntiforme. Anche il concio intermedio, quello individuato dalle due cerniere interne, soggetto sempre a momento positivo (fibre tese inferiori) ha una forma affine a quella della legge di variazione della caratteristica flettente, solo che è il corrente superiore ad essere curvilineo. Un'ultima osservazione riguarda l'aspetto visivo delle grandi travi reticolari. Le aste più trasparenti, quelle più leggere, svuotate, sono ovviamente quelle tese: il tutto anticipatore dello spirito dell'ideale razionalista della forma che segue la funzione.

Nella parte alta della fig. 7 è riportata quella che non è solo un'analogia tra la torre Eiffel e le campate del Firth of Forth Bridge. Le campate sono realmente simili come geometria e grandezza alla famosa torre. Del resto anche se l'entità dei carichi è diversa, l'azione del vento sulla torre genera caratteristiche della sollecitazione analoghe (come legge) a quelle applicate dal passaggio dei treni sul ponte (il classico problema della colonna, o trave, di uniforme resistenza).

A conclusione di questa riflessione si può affermare che la "parossistica" ricerca del dettaglio nel momento didattico non può che privare il tecnico futuro di quella che dovrebbe essere poi l'innata attitudine alla visione globale delle cose e quindi, ancora una volta, diseducare alla cultura del progetto a favore di quella della meccanica verifica iterativa.

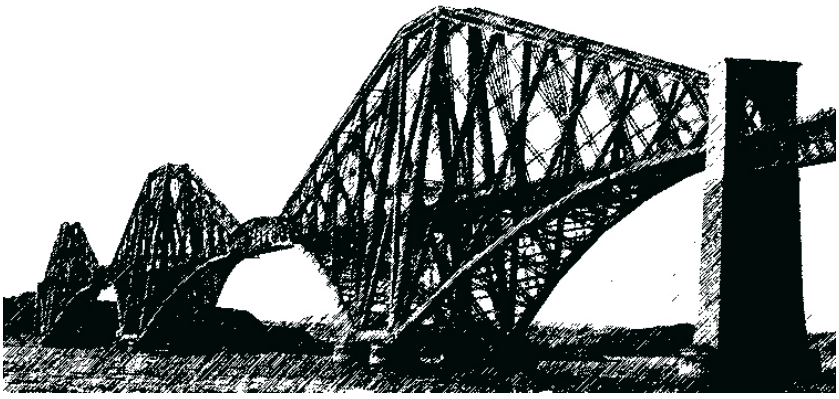


Fig. 9a. Benjamin Baker, John Fowler, Firth of Forth Bridge, Scozia, 1890

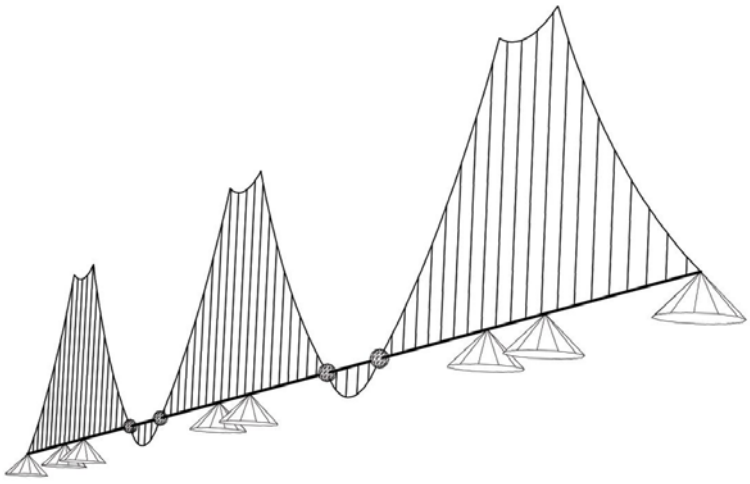


Fig. 9b. Schema flessionale

Quanti studenti o professionisti, a colpo d'occhio, riescono a vedere una semplice trave Gerber nel famoso Firth of Forth Bridge (fig.9a, 9b)?

6. Il fattore dimensionale

Il problema della dimensione, di cui qui si parla, è inteso nel senso geometrico del temine e non deve essere confuso con l'effetto "scala", che riguarda la duttilità del materiale, decrescente all'aumentare della dimensione della struttura continua. Si considerino le due strutture sche-

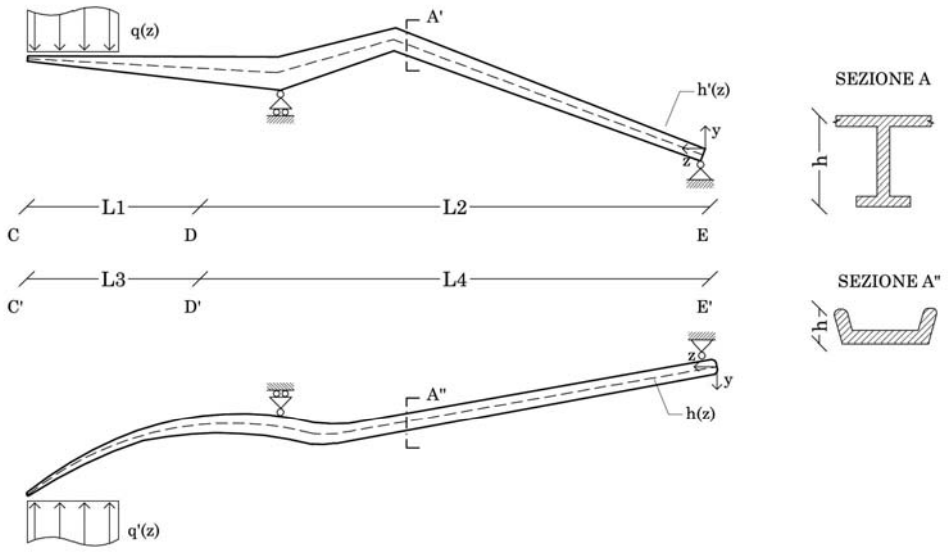


Fig. 10. Modelli strutturali

maticamente rappresentate nella figura 10; sono entrambe isostatiche, per cui le modeste differenze sull'andamento della linea d'asse sono quasi ininfluenti sulle caratteristiche della sollecitazione interna.

La figura mostra chiaramente l'andamento dell'altezza della sezione e, poiché il momento d'inerzia varia con il cubo dell'altezza, è ben evidente l'andamento del momento resistente M_R a parità delle altre grandezze geometriche, analogo per le due strutture. Se si considera un carico sullo sbalzo, rispettivamente $q(z)$ e $q'(z)$, il diagramma dei momenti flettenti sollecitanti non cambia tra i due casi, a meno del segno, ed è affine a quello del momento resistente (fig. 11).

A questo punto si può svelare il "segreto", cioè quali sono le due strutture. La prima è il profilo delle travi della copertura dell'ingresso della stazione Termini a Roma detta "il Dinosauro", progettata da Vitellozzi et al tra il 1948 e il 1951 (fig. 12); sul Dinosauro $q(z)$ può rappresentare il carico di manutenzione, operai, guaina bituminosa, bombole del gas etc.

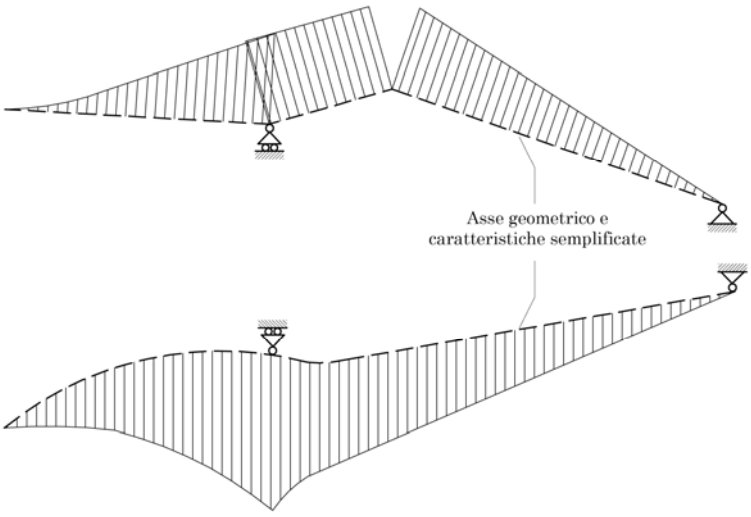


Fig. 11. Diagramma del momento flettente

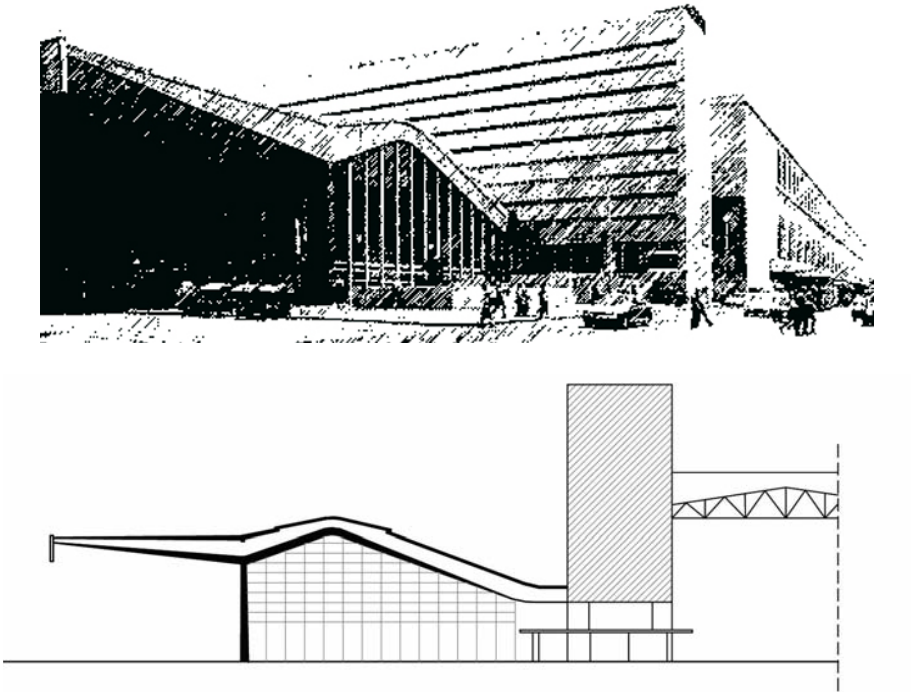


Fig. 12. Vitellozzi et al. Stazione Termini, Roma (1948-1951)

La seconda struttura è invece una forchetta in plastica, la cui sagoma è stata ottimizzata per ridurne il peso a parità di prestazione; i vincoli rappresentano la risultante delle dita nell'atto di infiggere una fettina di carne di una mensa universitaria, situazione che notoriamente porta al carico di rottura della posata $q'(z)$.

Poiché la plastica si paga, come l'acciaio, a peso, la posata ha subito un processo di ottimizzazione molto spinto e dunque non solo per adattarsi alla presa della mano. Si osservino le sezioni successive della posata (fig. 13). La sezione A^{IV} mostra come ogni parte, ogni dettaglio sia stato sagomato per ottenere il massimo rendimento flessionale senza comprometterne l'uso. Pertanto il rapporto tra W_{pl}/W_{el} è vantaggiosamente non molto superiore all'unità, e di ciò se ne sperimentano gli effetti nella rottura senza preavviso con la carne alla piastra.

In conclusione, questa riflessione vorrebbe aiutare i giovani lettori a meditare sugli schemi strutturali, o meglio sulle gabbie mentali, sulle false necessità statiche che si sono involontariamente creati e che costituiscono un grave ostacolo alla creatività (vedi maglie strutturali ortogonali e bidirezionali, luci di travi tra 5 e 6 m, sbalzi da 1.5, e tanti altri moduli privi di giustificazione strutturale). Quindi un utile esercizio po-

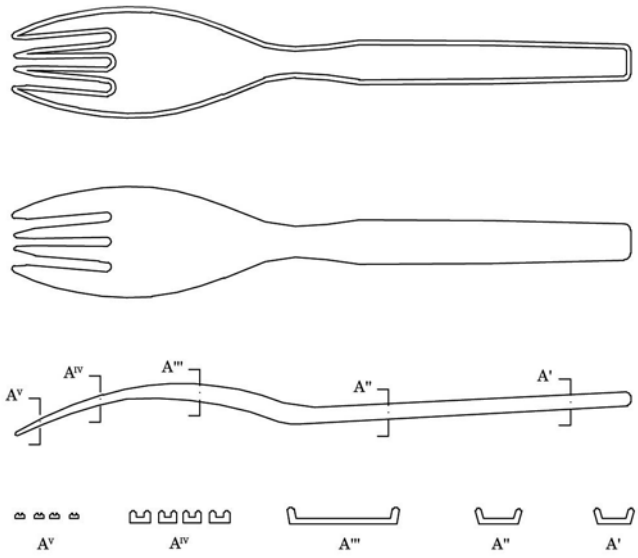


Fig. 13. Forchetta in plastica

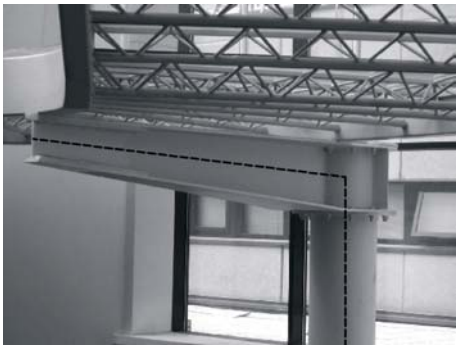
Fig. 14. Natura e struttura

trebbe essere quello fatto con grande genialità da Gaudì, il quale ha tradotto in efficientissime forme statiche le forme naturali d'origine antropomorfa o zoomorfa (fig. 14); perfino le forme di semi o frutti sono diventati oggetti strutturali dal grande fascino architettonico e prestazionale come visibile ad esempio nei capitelli delle colonne della Sagrada Familia unici in quanto il referente di Gaudì è stata la natura e non l'architettura ellenica.

7. Le strutture e il mondo esterno

Le strutture scelte per questa riflessione possono ben collocarsi anche nel paragrafo dedicato all'aspetto della dimensione geometrica. Ho scelto una scala in acciaio e vetro strutturale che si trova nell'aeroporto "G. Marconi" di Bologna (fig. 15) e un ponte ortodontico, con dente a sbalzo (fig. 16). Anche in questo caso l'analogia è perfetta: due strutture monodimensionali, immerse parzialmente in un mezzo elasto-plastico non lineare, con carico eccentrico variabile. Il tema di questa riflessione riguarda proprio l'ultimo aspetto elencato, da sempre più complesso, di facile intuizione ma di difficile quantificazione: l'interferenza della struttura con il mondo esterno.

La struttura della scala è costituita da un pilastro con una mensola a sbalzo, la quale sostiene due travi a ginocchio che realizzano anche il pianerottolo di riposo e rappresentano per la struttura principale due azioni concentrate. L'equilibrio alla rotazione è garantito da una fondazione profonda. Le difficoltà di modellazione del terreno sono ben note. Per quasi un secolo si è utilizzato il modello di suolo alla Winkler, carat-



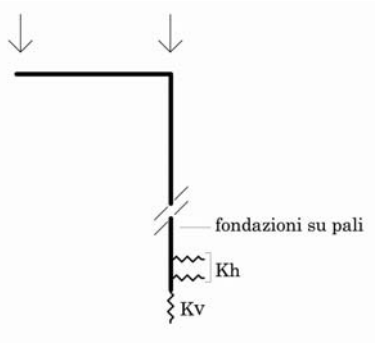


Fig. 15. Aeroporto di Bologna, scala in acciaio e vetro strutturale

terizzandolo con due costanti K_h e K_v, rispettivamente per azioni orizzontali e verticali, pur sapendo quante approssimazioni ci sono in tale modello e quanto erroneo è lo stato deformativo con esso individuato.

A questo problema piuttosto complesso è dedicato nel capitolo successivo un intero paragrafo, ma è utile anticipare qualche concetto. Il terreno è un mezzo trifase, dal comportamento marcatamente elastoplastico non lineare. Con Winkler si valuta erroneamente la rigidezza in quanto questa è variabile e dipende dallo stato deformativo raggiunto. Pertanto con queste premesse si è certi che il nostro stato deformativo globale è certamente sbagliato ed anche lo stato tensionale all'interno della colonna è poco approssimato, anche se la struttura ha un basso grado di iperstaticità.

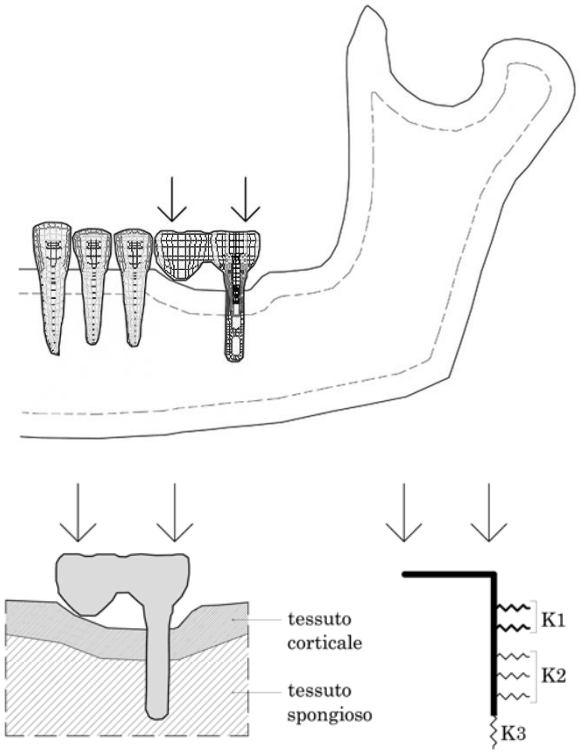


Fig. 16. Sezione di mandibola e modello di protesi dentaria
(rielaborazione da fonte Algor®)

Nel caso della protesi ortodontica, il problema è esattamente identico, anche se in scala dimensionale ridotta. Anche in questo caso lo schema strutturale è costituito da un'asta verticale con mensola a sbalzo. Le azioni concentrate rappresentano una generica condizione di carico sull'arcata dentaria, ad esempio l'effetto della masticazione di una tavoletta di cioccolata con dure nocciole al suo interno. La protesi è infissa nella mandibola che costituisce un mezzo elastico stratificato, si noti anche l'analogia con la stratificazione dei depositi alluvionali della pianura Padana, ove sorge la scala precedentemente mostrata.

Così come fatto per la precedente osservazione sull'analogia formale tra la forchetta e il cosiddetto Dinosauro (copertura della stazione termini di Roma), anche per la protesi dentaria è facile trovare una omonimia strutturale ad eccezione di una identità che si può definire "materica", cioè l'uguaglianza è assoluta a meno dei legami costitutivi che de-

scrivono i materiali proprio nella parte più complessa ovvero quella in cui si interfacciano con il mondo esterno.

Da sempre il problema della modellazione delle protesi riguarda essenzialmente l'individuazione, attraverso prove di laboratorio, e la corretta definizione delle caratteristiche meccaniche (tab. 1) e delle leggi costitutive delle varie componenti della mandibola: tessuto corticale, tessuto spongioso, etc. In sostanza, il problema statico in sé, cioè la determinazione dello stato tensionale (fig. 17), diviene secondario rispetto a quello della modellazione, in quanto i programmi e gli elementi finiti disponibili consentono oggi di modellare qualsiasi superficie e qualsiasi volume con grande approssimazione.

Tab. 1. Caratteristiche meccaniche degli elementi implantari

Elemento	Modulo elastico (GPa)	ν
Componente primaria	110	0,3
Componente secondaria	200	0,3
Tamponi radiali	1	0,4
Tampone assiale	1	0,4
Osso corticale	20	0,3
Osso spongioso	5	0,3

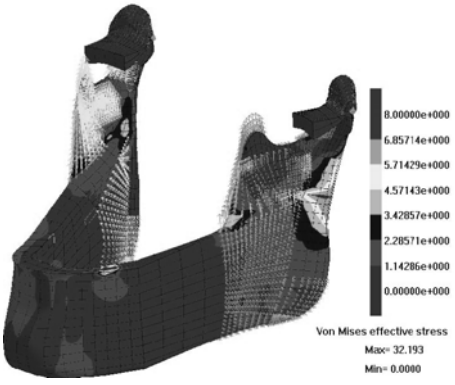


Fig. 17. Stato tensionale dell'intera mandibola (E. Armentani et al, 2002)

Con queste ultime osservazioni si ribadisce ancora una volta che la correttezza di un calcolo, e della sua validazione, stanno nella buona conoscenza della struttura (tecnologica), dei materiali (leggi costitutive) e della realtà fisica (parametri che definiscono il mondo esterno e che abbiano una identità fisica riconoscibile e misurabile).

8. L'ottimizzazione strutturale come fattore di composizione architettonica

Di esempi di quella che viene definita *architettura dell'ingegneria* (De Fusco, 1984) ve ne sono tantissimi, in particolare quella ottocentesca come il canale di Panama, il ponte Garabit, la Tour Eiffel ma anche opere recenti come la diga nei Paesi Bassi o il viadotto di De Millau di Foster. Tuttavia sono opere troppo complesse che meriterebbero un approccio monografico e pertanto, nello spirito di questo lavoro, si esamina invece una costruzione molto semplice, un capannone progettato dal noto architetto-ingegnere Santiago Calatrava agli inizi della sua carriera. Il fabbricato, deposito delle officine Jakem è stato costruito nel 1985 a

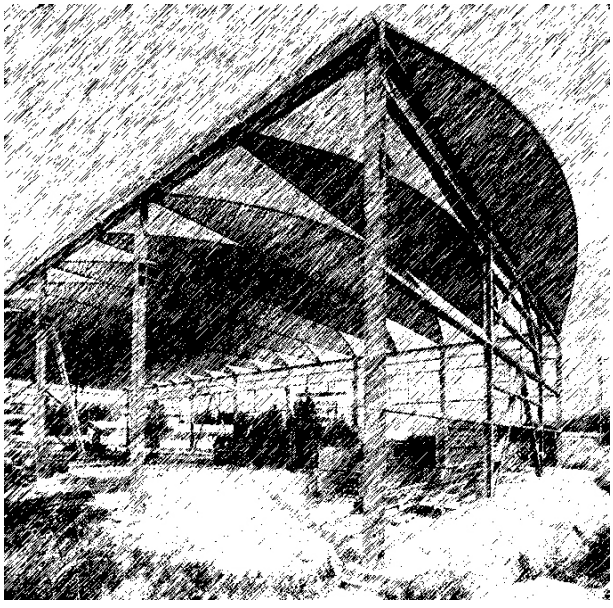


Fig. 18. Deposito delle officine Jakem, Munchwilen, CH, 1985

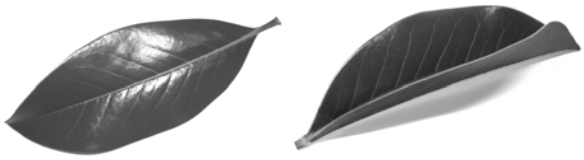


Fig. 19. Foglie di magnolia, piatta e sagomata

Munchwilen, CH (Polano, 1996). Il principale segno di lettura è quello dato dalla copertura realizzata con la lamiera grecata, sagomata come immense foglie di magnolia (fig. 18, 19).

Le grandi travi di copertura, piuttosto che essere progettate in maniera classica con travi reticolari ad altezza variabile, sono state progettate ottimizzando al massimo la prestazione del materiale, attraverso una lamiera continua col bordo irrigidito da un sottile profilo metallico. Queste travi "foglia" hanno molti vantaggi statici che si cerca di leggere. Anzitutto il comportamento flessionale: poiché le dimensioni delle sezioni di estremità si riducono molto in altezza e i profili di bordo sono convergenti in un punto, si può schematizzare "le foglie" come incernierate agli estremi per cui la sezione longitudinale (fig. 20) può considerarsi al pari di un portale con traverso pendolare. La trave foglia ha un ottimo comportamento a flessione come si vede nella sezione trasversale (fig. 21). Essendo essa un triangolo con il vertice in basso, lo sforzo al bordo superiore (compresso) si dimezza tra i due profili che lo costituiscono, con conseguente riduzione del pericolo di instabilità e delle dimensioni dei profili stessi. La stabilità flesso-torsionale è garantita dalla forma della sezione in quanto superiormente la foglia viene chiusa dai pannelli sandwich di copertura che generano una sezione tubolare biconvessa, torsionalmente rigida. Sottili pendolini metallici, infine, completano la stabilità globale della struttura. La resistenza e stabilità nei confronti del taglio confermano poi l'efficienza di questa trave-foglia: la sollecitazione tagliante è assorbita ovviamente dall'anima della trave realizzata in lamiera.

Il tutto è certamente consentito dai modesti carichi variabili (la copertura non è praticabile), ma anche dal fatto che la sottile lamiera non si instabilizza in quanto le onde della greca sono disposte in ogni punto ortogonalmente all'asse longitudinale della trave.

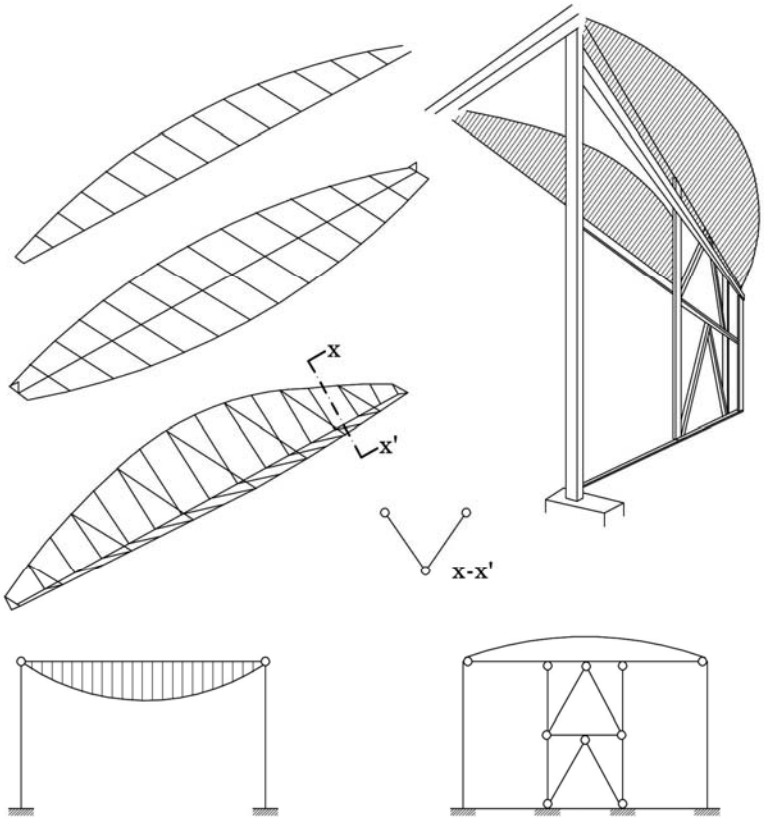


Fig. 20. Schemi statici di base

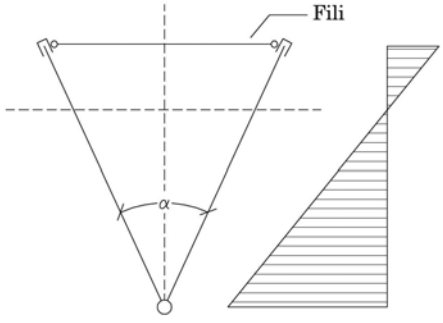


Fig. 21. Sezione trasversale della “trave foglia”

Infine gli altri elementi strutturali non necessitano di ulteriori commenti; le colonne, per ragioni di equilibrio dovranno essere incastrate al piede, mentre le altre aste possono essere anche solo incernierate agli estremi, nell'ottica di un classico sistema reticolare spaziale.

9. Archi o travi curve?

La sensibilità al riconoscimento, ovvero all'imposizione del funzionamento, delle aste curve è essenziale per la corretta progettazione strutturale e anche, o soprattutto, per quella architettonica. Per comprendere l'importanza di tale sensibilità si parte dall'osservazione di una struttura apparentemente complessa, la grande copertura della tribuna di uno stadio (fig. 22, 23).

La figura 24 evidenzia le aste curve CD e la grande struttura principale curvilinea AB. L'asta principale AB ha una sezione rettangolare leggermente allungata, realizzata con quattro profili tubolari pressoché identici sui vertici e con aste diagonali sulle pareti longitudinali e trasversali; in questo modo la sezione è certamente rigida torsionalmente. Alle estremità sono ben visibili vincoli a cerniera dell'asta AB.

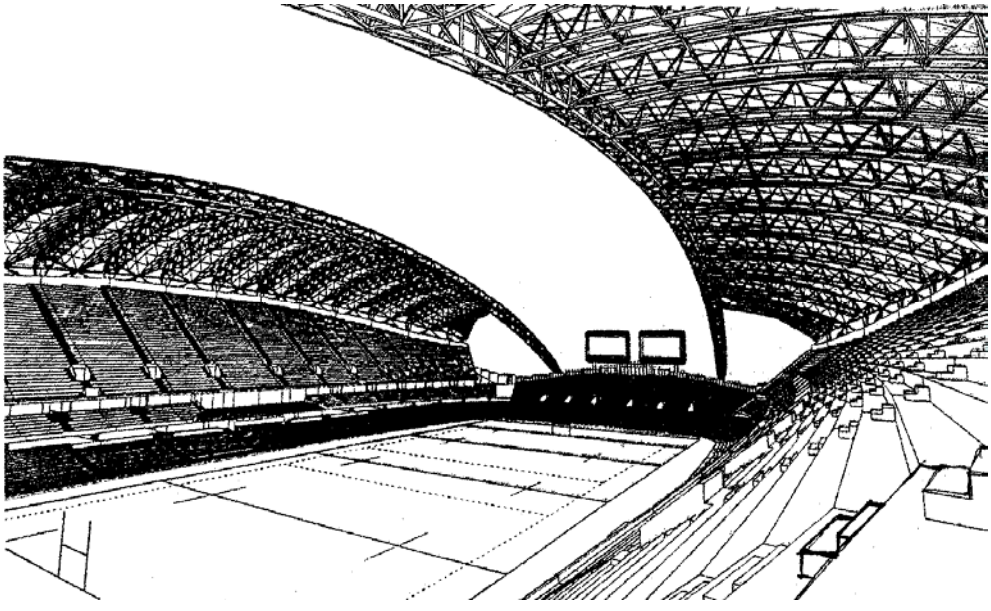


Fig. 22. Copertura della tribuna di uno stadio

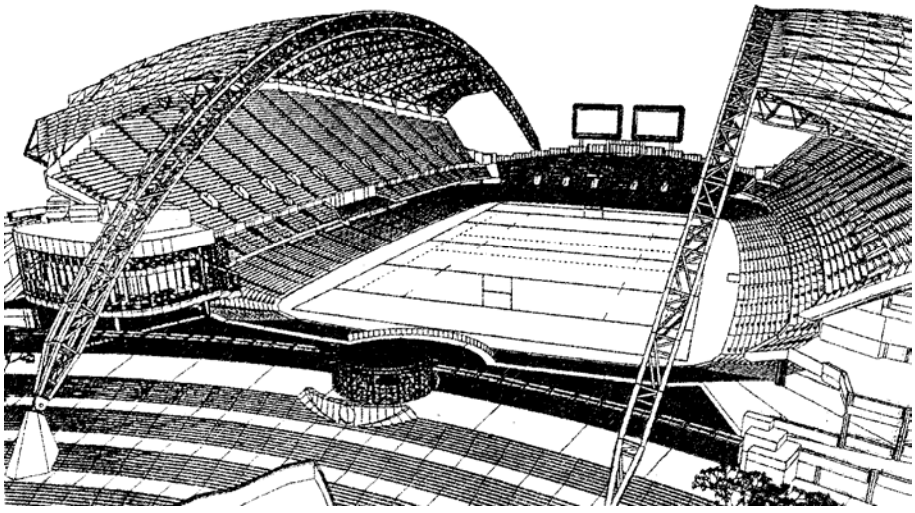


Fig. 23. Progetto della copertura di uno stadio

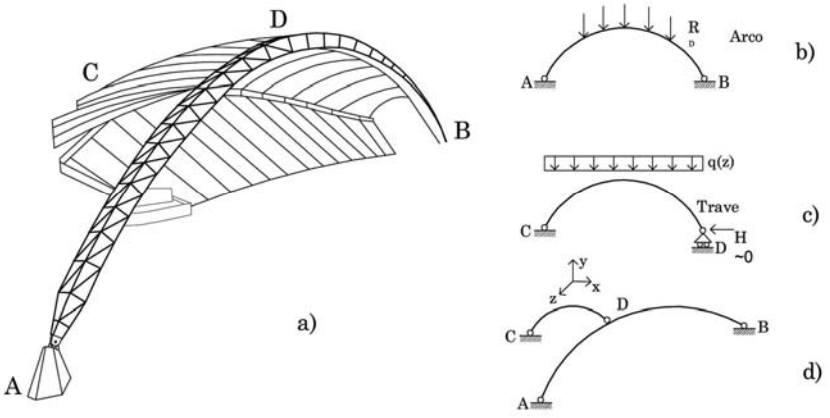


Fig. 24. Schemi statici interpretativi

Nonostante l'apparente complessità, ci si può ricondurre a schemi statici molto semplici senza molte approssimazioni. L'asta AB può essere infatti modellata come un arco incernierato agli estremi.

Per quanto riguarda l'asta CD (fig. 25a, 25b), nell'estremo C si può ipotizzare un vincolo fisso in quanto l'estremità dell'asta termina sul bordo della gradinata che, in c.a. o acciaio, per differenza di rigidezza e massa, può considerarsi un vincolo fisso. L'estremo D, invece, si collega

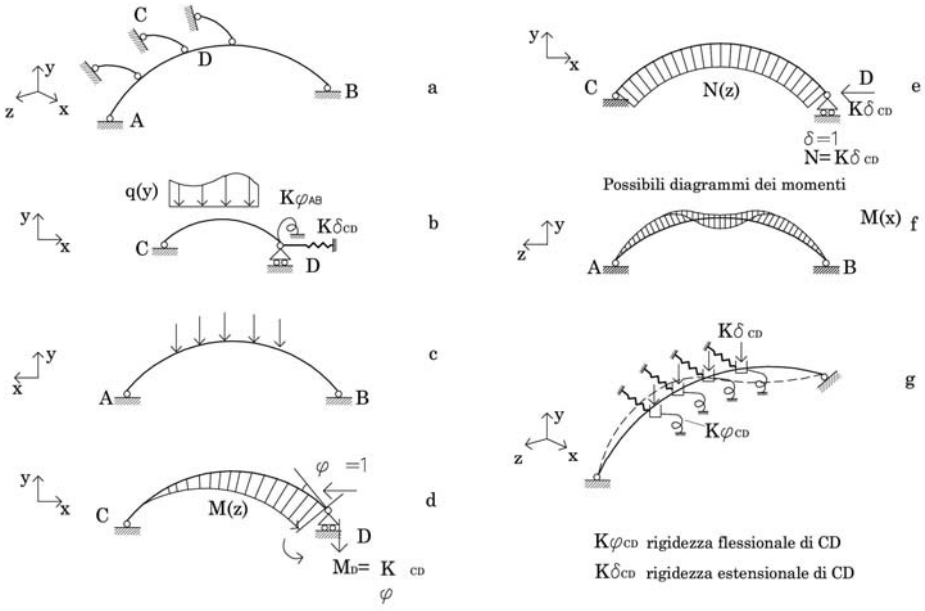


Fig. 25. Segue schemi statici interpretativi

all'asta principale AB in punti molto distanti dai vincoli fissi A e B. Per tale ragione il vincolo cedevole D risente della deformabilità globale dell'asta AB. In particolare, l'arco è molto rigido per azioni nel suo piano, mentre la sua rigidezza nei confronti degli spostamenti laterali $K_{\delta AB}$ può considerarsi nulla, viste le dimensioni dell'arco (circa 200 m di luce e 40 m di freccia). Poiché gli spostamenti orizzontali delle aste CD sono consentiti ad un estremo, queste possono considerarsi travi curve in quanto non ci sono le condizioni vincolari perché si instauri un regime statico sulla base della rigidezza estensionale.

Anche l'aspetto geometrico della copertura "tradisce" questo funzionamento. Il regime estensionale in generale è quello che meglio esalta e sfrutta le caratteristiche di qualsiasi materiale; infatti in un'asta curva con estremi fissi, cioè in un arco, nasce punto per punto una componente assiale la cui risultante equilibra i carichi esterni. Se la struttura curvilinea è ben concepita, cioè con la linea d'asse tracciata secondo la funicolare dei carichi fissi, in essa nasce solo sforzo normale, per cui le sezioni occorrenti risultano estremamente ridotte. La struttura sarebbe realizzabile anche con materiali non resistenti a trazione, concetto già antici-

pato a proposito di Gaudì (ad esempio gli archi parabolici con mattoni in foglio di figura 26). Un'asta curva con estremi spostabili lavora invece in regime flessionale e per poter funzionare in tal modo ha bisogno di una sezione di altezza tale da fornire un adeguato braccio della coppia interna (anche in funzione della resistenza del materiale); di conseguenza a parità di luce e carico richiede sezioni molto più alte rispetto a quelle dell'arco. Nel caso in esame, se la grande asta curva AB fosse stata una trave avrebbe dovuto avere un braccio interno di non meno di 1/20 della luce (cioè circa 10 m di altezza); le aste CD, invece, se fossero stati degli archi avrebbero avuto uno spessore molto modesto (anche solo 50 cm), mentre, pur avendo luce modesta rispetto al grande arco AB, la loro altezza è paragonabile alla sezione di quest'ultimo.

Tornando alle rappresentazioni schematiche della struttura, si può osservare come l'equilibrio delle aste sia mutuo: le aste CD rappresentano per AB un carico, ma contemporaneamente anche un prezioso vincolo stabilizzante. Le aste CD trasmettono azioni verticali all'arco principale AB (fig. 25c). Ma molto più importante è l'effetto mutuo tra CD e AB. Un arco di tali dimensioni, isolato e senza rinfianchi potrebbe risultare poco stabile. Ma nel modello di calcolo dell'arco AB (fig. 25g) sono rappresentati i vincoli cedevoli dovuti alla presenza delle aste CD. Ai fini dell'instabilità flesso-torsionale dell'arco sono di fondamentale impor-

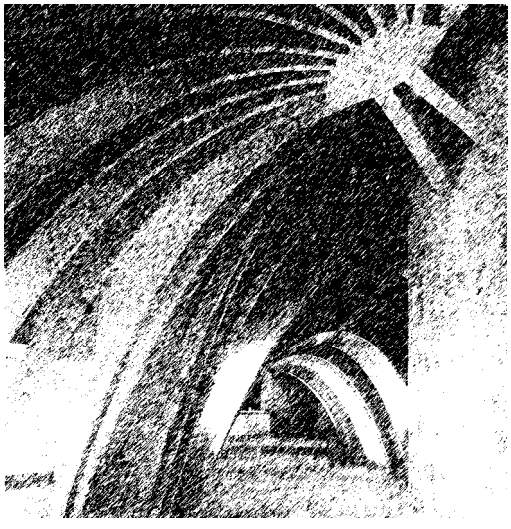


Fig. 26. Gaudì, La casa Milà, interno sottotetto,1906

tanza i vincoli torsionali che sfruttano la rigidezza flessionale $K_{\varphi CD}$ di CD (fig. 25d). Per limitare l'instabilità dell'arco fuori dal suo piano sono invece essenziali i vincoli allo spostamento orizzontale, che sfruttano la rigidezza estensionale di CD, indicata con $K_{\delta CD}$ (fig. 25e). L'entità di queste due rigidezze influenza direttamente il valore del carico critico dell'arco AB.

Occorre inoltre osservare che, sia per fattori estetici e per la necessità di visibilità dalle tribune che per la possibilità di disposizioni dissimmetriche del carico, l'arco AB certamente non è funicolare del carico. Esiste quindi un regime flessionale nel piano dell'arco: uno dei diagrammi possibili è indicato in figura 25f. Questo spiega perché la sezione non è simmetrica ma rettangolare, con il lato maggiore nel piano d'inflessione verticale. Se fosse stato un arco funicolare del carico, la sezione ottimale sarebbe stata circolare o quadrata.

Per concludere, nell'ottica della modellazione-interpretazione, un altro fattore da esaminare con attenzione è quello della deformabilità dei vincoli. Le cerniere esterne che compaiono in figura 25 rappresentano il collegamento con la fondazione e quindi col suolo. La fondazione sarà sicuramente realizzata con pali, che hanno rigidezza tale da poterli considerare un vincolo fisso per gli spostamenti verticali. Ma occorre prestare attenzione al fatto che la rigidezza laterale dei pali è generalmente molto inferiore a quella assiale e valutare come questo influisce sul comportamento complessivo della struttura.

10. Strutture apparentemente complesse

Si passa ad un'altra opera classificabile anche nel filone architettonico definito "architettura dell'ingegneria", un bellissimo ponte in ferro costruito alla fine dell'ottocento (fig. 27). Non si tratta di un semplice ponte ad arco in quanto questo, costruito dopo due millenni di ponti in pietra, presenta grandi novità: è completamente svuotato, quasi trasparente, e poi i rinfianchi dell'arco non sono semplice zavorra inerte, ma ogni parte diventa "attiva"; infine, grande novità, il ponte può essere costruito a sbalzo (fig. 28), quindi è l'avvento delle strutture nelle quali l'identità statica muta nel tempo e nello spazio.

Si comincia ad osservare tutte le parti componenti cercando di immaginare anche i principi statici fondanti la costruzione. È evidente che ad una prima osservazione la struttura può apparire decisamente complessa, ma forse lo è solo apparentemente.

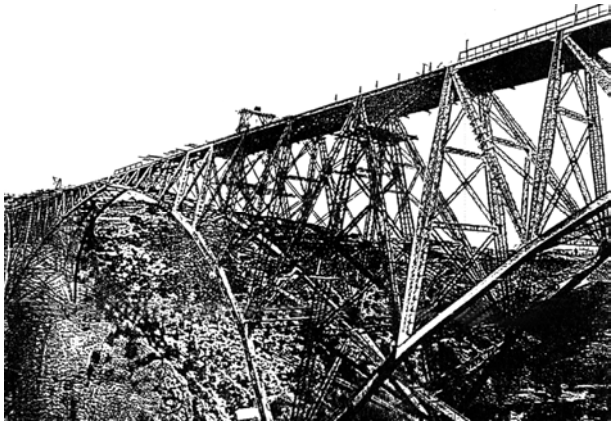


Fig. 27. Paul Bodin, ponte Garabit, 1902

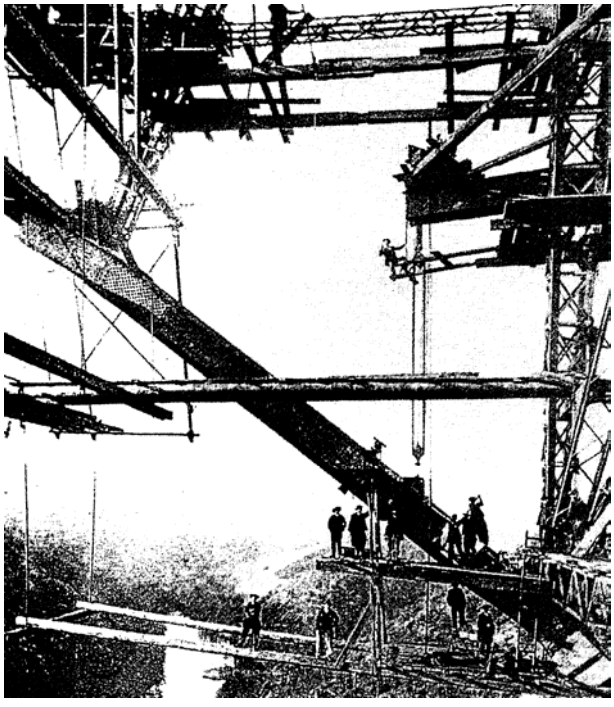


Fig. 28. Struttura principale a sbalzo in fase di montaggio

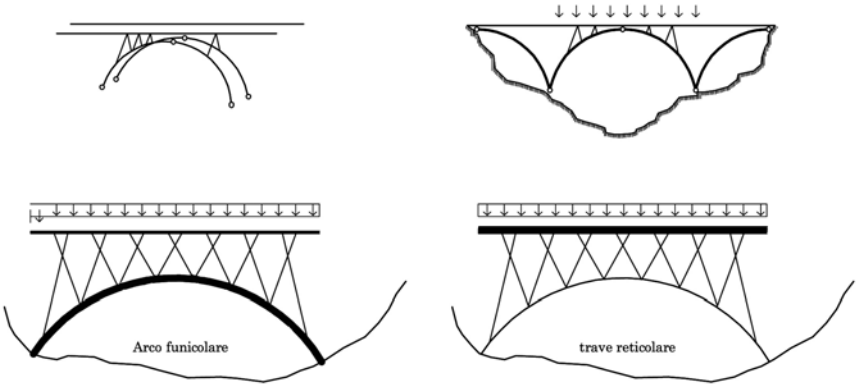


Fig. 29. Esame di possibili schemi statici del Garabit

L'arco principale innanzitutto: si può subito dire che viste le dimensioni dell'arco, rapportate alla luce e alla freccia, i vincoli esterni ed interni possono variarne solo localmente il comportamento globale. Tuttavia anche se poco visibile dalla foto, l'arco è a tre cerniere, anche perché vista l'epoca e i mezzi di calcolo disponibili (quasi esclusivamente poligoni funicolari grafici) si cercava di realizzare strutture quasi isostatiche, ed anche le connessioni si immaginavano tutte a cerniera in quanto reputato conservativo.

La forma da dare all'arco era quella classica definita funicolare (vedi più avanti) dei carichi fissi. Pertanto solo per questa condizione il comportamento è da "arco puro", ovvero da struttura funzionante solo in regime estensionale. Per le altre condizioni di carico, quelle in generale asimmetriche, la struttura esibisce un comportamento del tutto nuovo: non essendoci più dei pesanti timpani a guidare la "curva delle pressioni" all'interno dell'arco (per di più piccolissimo), l'arco non è più l'unico elemento resistente ma nasce un comportamento misto da arco più trave reticolare che è in equilibrio con i carichi esterni (fig. 29). Ovviamente questo comportamento è limitato in quanto il peso proprio è comunque prevalente rispetto ai carichi mobili. Dunque le aste inclinate che sostengono l'impalcato per alcune condizioni di carico, fungono da aste di parete di una trave reticolare. Questa condizione statica, associata alla leggerezza delle strutture metalliche, ha consentito al progettista Bodin di realizzare una struttura ad arco senza l'ausilio di una centina, cosa

impossibile nei duemila anni di architettura antecedenti (si veda in figura 28 la struttura principale a sbalzo in fase di montaggio).

Proseguendo nella descrizione macroscopica del ponte, si osserva che le aste di parete hanno una forma a "fuso" (fig. 27). Questa forma è legata alla necessità di avere aste compresse stabili anche in presenza di azioni orizzontali. Le aste inclinate che sostengono l'impalcato stradale sono soggette al peso proprio ed al vento. La deformata, ovvero l'azione flettente, è quasi duale della variazione della sezione dell'asta, per cui il momento d'inerzia crescente genera una sezione quasi di uniforme resistenza, prevenendo il temibile fenomeno dell'instabilità.

Concludendo questa analisi generale, la vista prospettica (fig. 27) mostra che gli archi, le aste di parete e l'impalcato stradale generano un tubo biconnesso torsionalmente rigido.

Infine, la vista dall'alto (fig. 30) è molto simile a quella del Firth of Forth; la stabilità nei confronti delle azioni ortogonali all'impalcato è evidente.

Una volta compreso il meccanismo globale della struttura, si può passare allo studio di dettaglio, ovvero a discutere la scelta delle sezioni delle aste, ad esempio a cassone chiuso, mono o pluriconnesso, per l'arco che comunque è un elemento che funziona prevalentemente in regime estensionale di compressione. Per le aste di parete, per le quali lo sforzo assiale è inferiore a quello dell'arco, la soluzione è quella dell'asta svuotata, composta di angolari e calastrelli. In tal modo si contiene il peso proprio e quindi gli effetti flessionali da esso derivanti.

Circa la tipologia delle connessioni, infine, esse sono tutt'altro che a cerniera in quanto sono connessioni chiodate a caldo tra più lamiere; pertanto il compromesso tecnologico è quello di realizzare le aste rastremate agli estremi in modo che la ridotta dimensione del braccio interno, riducendo il momento resistente dell'asta che la possa far considerare ingegneristicamente incernierata agli estremi.

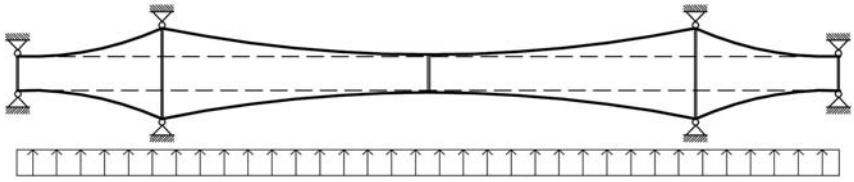


Fig. 30. Ponte Garabit, vista dall'alto

Per concludere questi cenni sulle innovazioni sui ponti ad arco introdotte nel secolo scorso, non si può non citare il genio di Maillart[3], che nei ponti ad arco introdusse una apparentemente "ovvia" semplificazio-

Fig. 31. Maillart, Schwandback 1933

Fig. 32. Maillart, ponte Schwandbach, 1933

[3] Robert Maillart (1872-1940) architetto e ingegnere svizzero, sperimentò nuove tecnologie e soprattutto nuove forme nell'uso del cemento armato come i solai a fungo; ancora oggi i suoi ponti sono ammirevoli modelli strutturali.

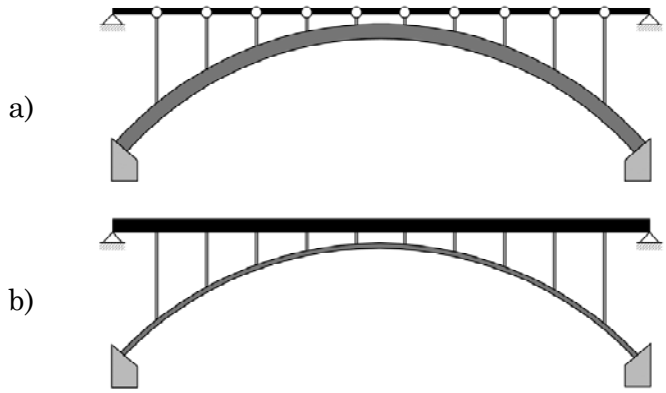


Fig. 33. a) ponte ad arco; b) ponte Maillart

ne: separare gli aspetti statici, quello estensionale e quello flessionale, tra l'arco e l'impalcato superiore (fig. 31, 32, 33, 34).

Fino all'avvento dei ponti Maillart, l'impalcato del ponte era considerato un elemento portato, staticamente inerte; invece Maillart intuì che realizzando un impalcato rigido flessionalmente si poteva migliorare il comportamento globale. Egli progetta una volta sottilissima, quindi in regime estensionale puro, ed un impalcato stradale non più come elemento portato isostatico, ma come trave continua di elevata rigidezza flessionale (I_{trave}> 40-50 I_{arco}) in grado di assorbire le elevate flessioni derivanti dalle condizioni di carico asimmetriche. Geometricamente, la volta (l'arco) sottile è larga quanto la sezione trasversale; l'impalcato stradale è connesso alla volta mediante setti sottili larghi quanto la volta (sottili per avere una modesta rigidezza flessionale, dovendosi collegare alla sottile volta). La notevole rigidezza torsionale ne ha consentito l'uso in situazioni molto impegnative di ponti in curva. Unico neo di questi ponti è che, a causa della bassissima rigidezza flessionale della volta, questa deve essere costruita su una centina di adeguata rigidezza che deve essere mantenuta fino alla costruzione completa del ponte.

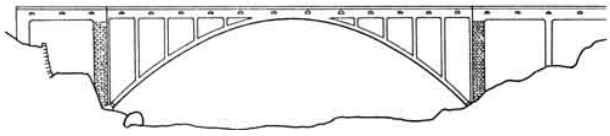


Fig. 34. La concezione di Maillart per il ponte di Tavanasa, 1905

La genialità di Maillart, come è capitato spesso nella storia dell'ingegneria, non è stata subito compresa, per cui i suoi innovativi ponti, totalmente svuotati, con una volta sottilissima, e soprattutto senza rinfianchi, furono prudenzialmente relegati dai committenti in percorsi secondari (Perretti, 2005).

ARCO FUNICOLARE. È noto che il più antico modo di tracciare la risultante di un sistema di forze è quello del poligono funicolare. La materializzazione della risultante attraverso una corda sottile mostra chiaramente l'andamento della "curva delle pressioni". Questo sistema funziona in regime estensionale puro in quanto la cordicella è di rigidezza flessionale nulla. Per tale ragione il sistema speculare, con i vettori invertiti di segni, rappresenta un arco puro ove le sezioni sono sollecitate esclusivamente a compressione. Se al posto delle forze generiche si dispone un'asta orizzontale continua, la cordicella sarà sempre solo compressa e l'asta rigida orizzontale compenserà le inflessioni generate da carichi asimmetrici. In ciò l'essenza del ponte Maillart.

Si vuole infine fare una piccola precisazione sulla forma data agli archi nel corso degli ultimi due millenni. L'arco a tutto sesto romano (semicirconferenza), pur essendo stato il più utilizzato, non è quello dalla forma staticamente più corretta. Se si osserva il poligono funicolare di una catena, ovvero di una fune pesante, il poligono funicolare e cioè la curva delle pressioni (detta per tale ragione catenaria) ha la forma descritta dalla funzione coseno iperbolico.

Questa espressione è rigorosa però nell'ipotesi di inestensibilità della fune. Molto vicina ad essa è la forma parabolica, valida anche per la fune non pesante e carichi verticali.

Fig. 35. Eeero Saarinen, Gateway arch, Missouri 1996

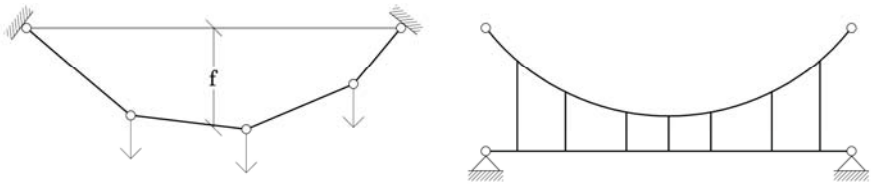


Fig. 36. Funicolare dei carichi

È facile verificare che solo se i carichi sono radiali la curva delle pressioni è circolare, per cui la forma scelta dai romani era legata alle semplificazioni tecnologiche necessarie per la rapida costruzione di innumerevoli strutture.

Non è semplice realizzare un arco funicolare; anche la più semplice tra le strutture come il monumento progettato dall'architetto Eeero Saarinen tra il 1961 e il 1966, il Gateway arch, St. Luis, Missouri non risulta essere tale (fig. 35). Viste le notevoli dimensioni (192 m), anche in assenza di vento questa struttura doveva essere realizzata a sezione variabile, dunque di peso variabile. Poi in considerazione delle azioni orizzontali, la struttura ha raggiunto delle dimensioni trasversali ragguardevoli che ne alterano la "purezza"del comportamento statico, ma senza alterare la purezza formale di linguaggio.

Bibliografia

1. E. Armentani et al, *Analisi FEM di una mandibola umana con relativa articolazione temporo-mandibolari*, Atti del XXXI Convegno Nazionale AIAS, Parma, 2002.
2. E. Benvenuto, *La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, Sansoni, Firenze, 1981.
3. D. Capecchi, *Storia della Scienza delle costruzioni*, Progedit, Bari, 2003.
4. S. Di Pasquale, *L'arte del costruire*, Marsilio, Venezia, 1996.
5. M. Guccione (a cura di), *Il ponte e la città, Sergio Musmeci a Potenza,* Gangemi, Roma, 2004.
6. J.K. Fink, *Storia dell'ingegneria*, Sansoni, Firenze, 1962.
7. H. Hengel, *Atlante delle Strutture,* vol.10, UTET, Torino, 2001

8. I. Iori, *Principi statici e tecniche costruttive nel loro sviluppo storico*, Hevelius, Benevento. 2000.

9. V. Nascè, *La progettazione strutturale e la costruzione metallica dalle origini al periodo 1850-1860,* in *Contributi alla Storia Della Costruzione Metallica*, Alinea, Firenze, 1982.

10. P.L. Nervi, *Costruire correttamente*, Hoepli, Milano, 1966.

11. A. Perretti, *Breve storia del cemento armato,* cap. 4 in A.Ghersi, *Il cemento armato. Dalle tensioni ammissibili agli stati limite: un approccio unitario,* Flaccovio, Palermo, 2005.

12. H.Petroski, *Gli errori degli ingegneri, paradigmi di progettazione*, Pendragon, Bologna, 2004.

13. *G.* Pizzetti*, A. M.* Zorgno Trisciuoglio, *Principi statici e forme strutturali,* UTET, Torino, 1980.

14. S. Polano (a cura di), *Santiago Calatrava*, Electa, Milano, 1996.

15. L. T. Rohrich, *Le tecniche di costruzione nei trattati di architettura*, EdicomEdizioni, Monfalcone, 2003.

16. M. Salvatori, Heller, *Le strutture in Architettura*, Etas Kompass, Milano, 1964.

17. E. Siviero, A. Barbieri, P. Foraboschi, *Lettura strutturale delle costruzioni*, Città Studi, Milano, 1997.

18. E. Siviero, A. Benedetti, *La concezione strutturale nel progetto d'architettura*, Compositori, Bologna, 2002.

19. R. Sparacio, *La scienza e i tempi del costruire*, Utet, Torino, 1999.

20. E. Torroja, *Razòn y ser de los tipos estructurales,* II ed., Spagna, 1957 ; ediz. it. *La concezione strutturale*, Utet, Torino, 1966.

Capitolo 3
LA MODELLAZIONE DELLE STRUTTURE

Antonio Perretti

1. L'iter progettuale

Nel precedente capitolo si è presentato un approccio alle strutture reali inteso in modo biunivoco tra il riconoscimento fisico e la modellazione matematica. Passando ora più specificamente alla modellazione, più che esporre in sequenza classica le basi del metodo degli elementi finiti (FEM, *finite element method*) si preferisce passare in rassegna le ipotesi fondamentali del calcolo, discutendone gli effetti, ove possibile in modo quasi indipendente dal metodo numerico prescelto. Pertanto i principi di base del metodo FEM saranno illustrati nel capitolo successivo, motivando le operazioni necessarie a migliorare e verificare la soluzione numerica senza mai abbandonare la realtà strutturale.

L'iter progettuale si può schematizzare in quattro fasi: la rappresentazione convenzionale, la modellazione numerica, l'ottimizzazione dell'oggetto reale e la validazione del risultato.

Nella *rappresentazione convenzionale* si racchiude tutto ciò che fa parte della lettura della realtà. Ai fini del calcolo strutturale la modellazione di una struttura richiede molte convenzioni "forti" che riguardano tutti gli aspetti della realtà materica, dalle caratteristiche meccaniche dei materiali alle convenzioni sul comportamento lineare o non lineare dei materiali, le ipotesi di base del calcolo, come ad esempio il principio

di sovrapposizione degli effetti che richiede di assumere un comportamento elastico lineare del materiale, piccoli spostamenti e vincoli lisci e bilaterali. Molto importante è la convenzione sulle azioni. Al di là delle misurazioni che possono essere effettuate in un certo sito, ad esempio delle azioni sismiche o del vento, ogni azione applicata sull'oggetto deve essere resa convenzionale in quanto rappresentativa di una tipologia di un fenomeno fisico. È per tale ragione che, anche dove sono disponibili registrazioni di eventi sismici, queste raramente si impiegano direttamente nella progettazione; si utilizza piuttosto un terremoto spettro-compatibile, perché non è detto che una struttura che resiste ad uno specifico evento sismico debba superare un altro terremoto di pari intensità ma con diverso contenuto in frequenza e in energia. L'uso di azioni convenzionali, rappresentative di una famiglia di azioni e non relative ad un'azione specifica, è un po' ciò che accade nella rappresentazione in botanica o entomologia, dove si preferisce una graficizzazione dell'insetto, come si dice tecnicamente "tassonomica", perché un coleottero disegnato rappresenta quella specie meglio della foto di uno specifico individuo.

La seconda fase dell'iter progettuale è la *modellazione numerica* nella quale si definisce il metodo di risoluzione del nostro modello numerico. In un lontano passato, quando le capacità di risoluzione numerica era molto limitata, si prediligevano soluzioni in forma chiusa, ad esempio modellando una volta reticolare come se fosse una volta continua. Oggi il metodo utilizzato può essere quello delle differenze finite, degli elementi finiti o degli elementi di contorno, solo raramente si cercano soluzioni in forma chiusa. Il generico modello numerico, per quanto possa essere matematicamente accurato, rappresenta sempre e comunque una semplificazione della realtà materica, più o meno spinta. A volte il grado di dettaglio può essere molto elevato; ad esempio, rappresentando un dente di ingranaggio con un modello a 20000 gradi di libertà si riescono ad individuare anche le cricche. Un tale dettaglio non è usuale nelle strutture civili complesse. Ad esempio, si accetta senza remora che un pilastro in c.a. collegato in maniera continua ad un plinto su suolo reale sia modellato con un'asta monodimensionale incastrata alla base. O ancora, con più "coraggio", si sostituisce ad un mezzo trifase comples-

so come il terreno reale un semplice "letto" di molle elastiche proposto un secolo fa da Winkler.

La terza fase è l'*ottimizzazione dell'oggetto reale* che non è soltanto un modo per scegliere delle sezioni più piccole rispetto ad altre, ma significa migliorare e ottimizzare il comportamento a parità di materiale e di costo, ovvero si tratta di una ottimizzazione prestazionale. Si sta parlando di ottimizzazione strutturale nel suo aspetto più semplice, ottenuta, in regime statico, agendo iterativamente sulla geometria della struttura e sul modello numerico. Ad esempio, per le strutture da ponte si sviluppano migliaia di elaborazioni per raggiungere la configurazione ottimale dell'arco tenendo in conto tutti i fenomeni, come fluage del calcestruzzo, cedimenti, distorsioni termiche trasversali; si può dire che un tale processo è l'evoluzione della ricerca della curva funicolare ottimale. L'ottimizzazione è meno semplice in regime dinamico, poiché intervengono diversi fattori a rendere più complessa la risposta. Ben più complessa di una ottimizzazione frutto solo di iterazioni è quella effettuata da Musmeci (1970), che nei suoi studi ha cercato nuove forme con il minimo impiego di materia a partire dal sistema di forze esterne.

Ultima fase dell'iter è la *validazione dei risultati* che deve essere fatta in senso lato, in quanto essa non è soltanto la verifica numerica (come la vecchia prova del nove in aritmetica), ma è la dimostrazione che con il programma a disposizione ci si è ad avvicinati quanto possibile al comportamento reale della struttura, che comunque rimane non perfettamente noto. La validazione deve dimostrare che le ipotesi alla base del calcolo, cioè l'interpretazione della realtà, sono accurate in relazione al metodo di calcolo e al grado di accuratezza di rappresentazione delle variabili. Quest'ultimo aspetto è fondamentale ma spesso ignorato, poiché il numero di cifre significative condiziona la qualità del calcolo, come in un circuito elettronico dove il componente più lento condiziona la velocità del sistema complessivo. Così è per il terreno, il cui peso specifico γ è rappresentato con pochissime cifre significative (una o due al massimo): γ=13 kN/m^3 per un materiale piroclastico sciolto. Il perfezionamento della qualità della soluzione per una struttura calcolata sulla base di questo parametro geotecnico è solamente illusorio perché qualsiasi operazione algebrica è caratterizzata da un numero di ci-

fre significative bassissime. Pertanto è erroneo e inutile utilizzare poi quattro o cinque cifre significative per esprimere la pressione sul terreno.

Il filo conduttore della modellazione e quindi questo lavoro trova una chiara analogia metodologica nell'approccio alle verifiche delle strutture in acciaio secondo l'Eurocodice 3 (EC3). Al contrario di altre normative, in quelle europee è ben chiara la richiesta di duttilità in tutti gli aspetti. Nell'indice alla norma si riconosce ciò nei seguenti punti:
- nel materiale (legame elasto-plastico);
- nella sezione (classificazione delle sezioni 1, 2, 3, 4, in termini di duttilità rotazionale);
- dell'asta (instabilità);
- nodale (rigidità e geometria idonea alla duttilità ciclica);
- globale (meccanismo di collasso e verifica di linearità del comportamento).

Al di là della duttilità del materiale che è una caratteristica intrinseca, gli altri aspetti della duttilità sono legati a fattori geometrico-meccanici ben visibili e fisicamente identificabili. Per cui la sequenza della identificazione della duttilità può essere considerata analoga a quella della corretta modellazione numerica delle strutture: punto – sezione – asta – nodo – globale. Ciò potrebbe apparire troppo didattico ma l'alternativa, è quella di procedere meccanicamente per iterazioni successive senza certezza dei risultati. Anche la validazione del calcolo deve avvenire con questa sequenza logica.

2. Le modellazioni di base

In questa fase ci si limita alla modellazione delle strutture in regime elastico-geometrico lineare (per le estensioni oltre tale campo si rinvia al capitolo 7) per cui un buon punto di partenza possono essere le ipotesi del principio di sovrapposizione degli effetti: rigidezza del materiale lineare secondo Hooke, vincoli lisci e bilateri, piccoli spostamenti.

La figura 1 fa riferimento all'elasticità lineare di diversi materiali, caratterizzata da diverse pendenze ovvero rigidezze, all'ipotesi sui vincoli lisci e bilaterali e all'ipotesi di piccoli spostamenti.

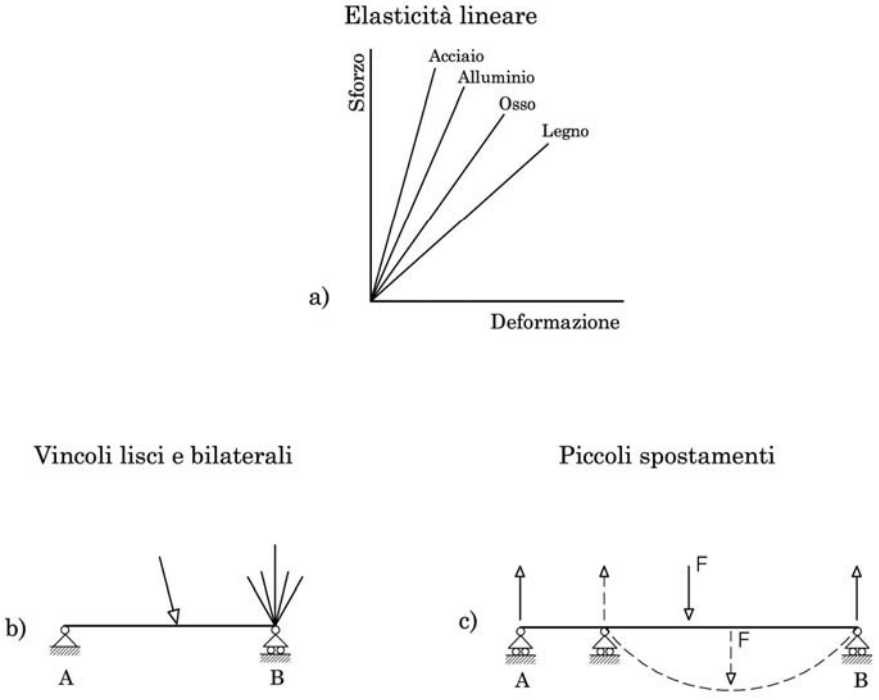


Fig. 1. Ipotesi di base assunte nel calcolo lineare

L'odierna semplicità della definizione di modulo di elasticità di un materiale non lascia trasparire la non facile origine . Sono passanti duecento anni da quando il medico inglese Thomas Young (1773-1829) diede questa definizione del modulo, che in latino (modulus) significa piccola misura: *"Il modulo dell'elasticità di una qualsiasi sostanza è una colonna della stessa sostanza, in grado di produrre una pressione alla sua base che sta al peso che causa un certo grado di compressione come la lunghezza della sostanza sta alla diminuzione della sua lunghezza."* Un contemporaneo di Young diceva di lui: "egli era l'uomo meno predisposto alla comunicazione della conoscenza che io avessi mai conosciuto". È quindi giustificato l'ermetismo della sua definizione di modulo. Comunque a parte la curiosità storica delle vicende di questo scienziato, medico, filosofo, esperto di dieci lingue, egli ebbe la genialità di chiarire la rigidezza intrinseca dei materiali che aveva tormentato anche Leonardo da Vinci ma senza successo.

La definizione delle leggi costitutive dei materiali resta comunque un problema di grande attualità per l'ingegneria civile, specialmente se si abbandonano i materiali più antichi dell'ingegneria civile, il ferro e il calcestruzzo. Ad esempio, la definizione della rigidezza del terreno rappresenta, salvo i casi di suoli estremamente rigidi, una incognita non facile nella modellazione strutturale; non a caso la tematica dell'interazione tra suolo e struttura è affrontata in maniera sufficientemente rigorosa solo da pochi anni.

A titolo d'esempio si riportano in tabella 1 i moduli di alcuni materiali classici e moderni; si osservi la grande rigidezza raggiunta dalle fibre di Kevlar, con le quali si realizzano le moderne tensostrutture, che è circa la metà dell'acciaio. (Gordon, 1991).

Per il calcestruzzo armato (confinato) le leggi costitutive più note sono quelle di Kent e Park che definisce meglio il ramo discendente (*softening*) oppure quella indicata nell'Eurocodice2. Tuttavia il calcestruzzo armato merita una trattazione autonoma per cui si rimanda alla bibliografia specializzata. (es. il classico Park e Paulay, 1975 oppure Giangreco, 2002).

Passando alle altre ipotesi, è importante poi riconoscere se i vincoli reali, per le condizioni di carico di interesse, possono ipotizzarsi lisci e bilaterali (per esempio, come si ipotizza che sia vincolata una trave in legno semplicemente poggiata in una nicchia in un muro?).

Tab. 1. Valori indicativi del Modulo di Young

Materiale	**MPa**
Gomma	7
Legno	11.000
Calcestruzzo	22.000
Osso	21.000
Vetro	70.000
Magnesio	42.000
Leghe alluminio	73.000
Acciaio	210.000
Diamante	1.200.000
Fibra nylon	5.500
Fibra Kevlar 29	62.000
Fibra Kevlar 49	130.000

Altra ipotesi da verificare è quella dei piccoli spostamenti poiché se un'asta può subire spostamenti non piccoli non è detto che debba necessariamente calcolarsi in regime di non linearità geometrica.

Ad esempio (Fig. 1c) se una trave appoggiata agli estremi subisce spostamenti rilevanti per effetto di carichi verticali questo non costituisce un problema, se non vìola lo stato limite di deformazione. Se invece la stessa trave fosse caricata anche da una forza assiale il carico critico euleriano ne subirebbe una notevole riduzione. In questo caso si renderebbe necessario un calcolo in regime di non linearità geometrica per tener conto degli effetti instabilizzanti dei carichi assiali dei quali, nel calcolo manuale, si teneva conto attraverso i coefficienti correttivi di Berry o Timoshenko (Manuale dell'ingegneria civile, 1982).

In conclusione un problema comune a tutti i modelli è che posso usare un calcolo semplificato ed avere dei buoni risultati se le ipotesi di base sono sufficientemente (fisicamente) attendibili, quindi la validazione numerica è legata sempre alla corretta interpretazione dello specifico problema reale.

3. I sub componenti elementari: elementi monodimensionali

Si passa ora all'esame degli strumenti elementari per rappresentare la realtà, cioè gli elementi finiti di base presenti in ogni programma di calcolo, quelli mono e bidimensionali. Quelli tridimensionali (*brick*) saranno tralasciati in quanto poco impiegati nell'ingegneria civile corrente e meno poco diffusi nei programmi per uso professionale.

L'elemento biella o pendolo (Fig. 2) dotato di 3 gradi di libertà (g.d.l.) attivi per ogni nodo è un oggetto utile per rappresentare facilmente le strutture reticolari o in generale gli elementi in regime puramente estensionale. Esso è usato anche per modellare pareti o solai cogliendone gli effetti globali attraverso l'equivalenza energetica, senza appesantire il modello numerico. A tal proposito si rimanda al paragrafo successivo, nel quale si affrontano nella parte finale i problemi relativi agli elementi piani con funzionamento a lastra o piastra "equivalente", la cui rappresentazione attraverso graticci o tralicci di aste monodimensionali non è rigorosa ma equivalente dal punto di vista energetico.

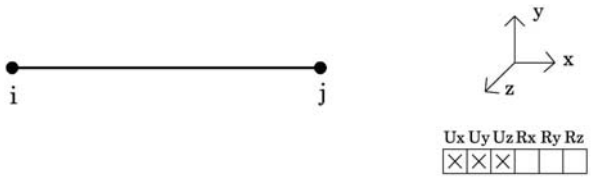


Fig. 2. Elemento *pendolo o biella o truss* (3 g.d.l per nodo)

Non deve apparire prematuro parlare già qui di "appesantimento" del modello numerico, anche se in un mondo informatico dotato di computer sempre più capienti e veloci preoccuparsi della snellezza di un modello numerico può apparire anacronistico. La strada maestra per giungere ad un buon modello di calcolo è quella delle approssimazioni successive. Questa strada si può definire di autodiagnosi in quanto al perfezionamento del modello numerico, in assenza di errori, si tende alla stabilizzazione della soluzione numerica. Come è leggibile in sintesi nel capitolo successivo, ciò è indice dell'approssimarsi del minimo dell'Energia Potenziale Totale del modello numerico, che non è la soluzione esatta ma è la migliore soluzione raggiungibile con il modello numerico in oggetto. Questa premessa è necessaria per chiarire che la soluzione ottimale si conosce solo per approssimazioni successive; la strada può essere lunga e necessita di snellezza formale e concettuale per essere interpretata e corretta iterativamente.

La strada più pericolosa seguita nel calcolo numerico professionale gradita dal "grande pubblico", è invece la seguente:

1. inserimento di un disegno architettonico (dwg o equivalente) nel programma di calcolo;
2. interpretazione della struttura da parte del programma di calcolo (riconoscimento degli oggetti sul layer degli elementi strutturali);
3. definizione dei carichi;
4. elaborazione dati con variazione di qualche sezione;
5. stampa disegni e relazioni.

Ma dopo questo iter quanto si è vicini alla soluzione? Quanto è stabile la soluzione del modello discreto? Nessuno lo saprà, neppure gli organi di controllo o il collaudatore.

Dunque la strada corretta è quella del miglioramento iterativo dei modelli che devono essere semplici, ma non semplicistici, essenziali ma

rappresentativi del comportamento globale. Per tali ragioni, quando si parlava di non "appesantire" inutilmente il modello, ci si riferiva appunto alla necessità di maneggevolezza globale. Un esempio può chiarire questa necessità e il motivo per cui si è preso spunto dall'elemento più semplice, la biella.

In una struttura metallica le aste sono collegate con unioni bullonate o saldate che, salvo eccezioni, generano eccentricità in tutte le direzioni rispetto all'asse geometrico. Considerando che ogni estremo di un'asta reale ha sei gradi di libertà corrispondenti alle caratteristiche della sollecitazione (sforzo assiale, taglio, momento flettente, momento torcente: *Nj*, *Vx*, *Vy*, *Mx*, *My*, *T*) le verifiche delle sezioni risultano "sporcate" da miriadi di sollecitazioni parassite, del tutto trascurabili e da sempre considerate tali perché compensate da piccoli adattamenti plastici o geometrici. Di conseguenza i modelli apparentemente più precisi in quanto privi di approssimazioni manuali hanno grossi inconvenienti in termini di interpretazione ed ottimizzazione del modello. Si consideri un capannone in acciaio nel quale sono utilizzati, come accade in genere, profili di tutte le classi (1-4) così come definite dall'EC3. Se si considerano tutti i gradi di libertà disponibili e non solo quelli significativi le formule da adottare (escludendo comunque le azioni combinate con taglio e torsione) sono le seguenti:

$$\frac{N_{Sd}}{\frac{\chi_{\min}\cdot A\cdot f_y}{\gamma_{M1}}}+\frac{k_y\cdot M_{y,Sd}}{\frac{W_{pl,y}\cdot f_y}{\gamma_{M1}}}+\frac{k_z\cdot M_{z,Sd}}{\frac{W_{pl,z}\cdot f_y}{\gamma_{M1}}}\le 1 \qquad \text{classi 1, 2}$$

$$\frac{N_{Sd}}{\frac{\chi_{\min}\cdot A\cdot f_y}{\gamma_{M1}}}+\frac{k_y\cdot M_{y,Sd}}{\frac{W_{el,y}\cdot f_y}{\gamma_{M1}}}+\frac{k_z\cdot M_{z,Sd}}{\frac{W_{el,z}\cdot f_y}{\gamma_{M1}}}\le 1 \qquad \text{classe 3}$$

$$\frac{N_{Sd}}{\frac{\chi_{\min}\cdot A\cdot f_y}{\gamma_{M1}}}+\frac{k_y\cdot\left(M_{y,Sd}+N_{Sd}\cdot e_{Ny}\right)}{\frac{W_{eff,y}\cdot f_y}{\gamma_{M1}}}+\frac{k_z\cdot\left(M_{z,Sd}+N_{Sd}\cdot e_{Nz}\right)}{\frac{W_{eff,z}\cdot f_y}{\gamma_{M1}}}\le 1 \qquad \text{classe 4}$$

Se il programma segnala che alcune aste non sono verificate risulta difficile individuare rapidamente qual'è la causa e porvi rimedio; ad esempio la verifica può non essere positiva a causa della resistenza, dell'eccentricità *x* o *y*, della presso flessione principale o parassita. Si ag-

giunga a ciò il fatto che i controlli e l'ottimizzazione occorre farli per tutte le condizioni di carico statiche e dinamiche. In conclusione non conviene usare tutti i gradi di libertà disponibili ma solo quelli realmente impegnati in maniera sostanziale. Conviene che la costruzione del modello avvenga per approssimazioni successive in quanto ciò è già motivo di validazione del calcolo perché, come detto, la progressiva stabilizzazione della soluzione è già indice della bontà della soluzione numerica; poi occorreranno comunque altre verifiche per la validazione definitiva.

Passando all'elemento *trave*, *o beam o frame* (Fig. 3), nel metodo degli elementi finiti questo non corrisponde esattamente alla nostra idea di trave (cioè un oggetto dotato di base, altezza e uno sviluppo longitudinale), poiché si tratta di oggetto numerico e non fisico che può avere comportamenti differenti, che dipendono dalle funzioni di forma scelte che definiscono il campo di spostamenti e il grado di accuratezza della soluzione. Le funzioni di forma, cioè la espressioni numeriche che definiscono gli spostamenti tra due nodi di un elemento, sono in genere polinomi con un grado piuttosto basso; non dobbiamo quindi pensare a De Saint Venant o a Bernoulli quando usiamo un elemento finito monodimensionale. Per ulteriori chiarimenti su tale aspetto si rinvia ai cap. 4 e 7.

L'elemento *trave* con due nodi e sei gradi di libertà attivi, non è un oggetto univocamente definito perché, ad esempio, se consideriamo una trave in acciaio laminata a freddo (*cold formed*) realizzata con un profilo a C, la scrittura più diffusa delle funzioni di forma non permette di descrivere la rigidezza da ingobbimento impedito (torsione non uniforme o da bimomento). È il fenomeno che accade anche nei nuclei ascensore o scale soggetti a torsione. I programmi sono dotati di elementi monodi-

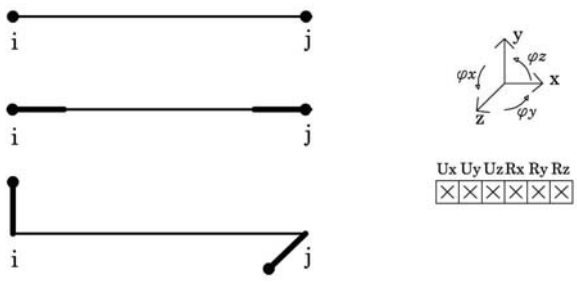


Fig. 3. Elemento *trave o frame o beam* (6 g.d.l per nodo)

mensionali che possono descrivere stati deformativi meglio di altri: presso-flesso-torsione, instabilità elastica, instabilità elasto-plastica, torsione non uniforme da ingobbimento impedito etc. Quindi, al solito, bisogna comprendere dai manuali e con semplici esempi il funzionamento degli elementi di uno specifico programma di calcolo.

Con gli elementi *trave* è possibile modellare travi e pilastri per cogliere sia gli effetti globali che locali; ovviamente queste precisazioni non definiscono univocamente le caratteristiche dell'oggetto. Questo aspetto è ben chiarito nell'ultimo capitolo del testo dove le diverse potenzialità e caratteristiche degli elementi *beam* sono illustrate attraverso esempi su strutture reali, in campo elastico e non. Le *travi* riportate nella figura 3 sono munite anche di tratti rigidi agli estremi; del significato e degli effetti di tali dispositivi si discute nel paragrafo 7.

4. Elementi bidimensionali

È importante ricordare le definizioni classiche di lastra e piastra per evitare confusione nell'uso e nel riconoscimento. In particolare bisogna fare attenzione alla bibliografia straniera, in quanto gli elementi bidimensionali, indipendentemente se caricati nel piano medio o ortogonalmente ad esso, prendono il nome di *plat* (tedesco) o *dall* (francese) senza che si faccia alcuna distinzione o riferimento al campo degli spostamenti (Franciosi, 1971).

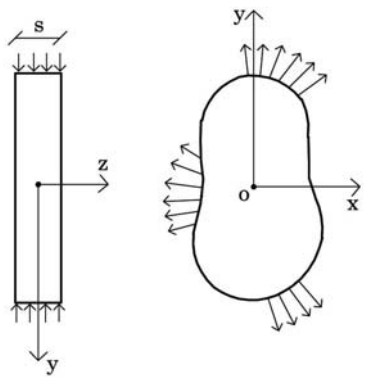


Fig. 4. Lastra

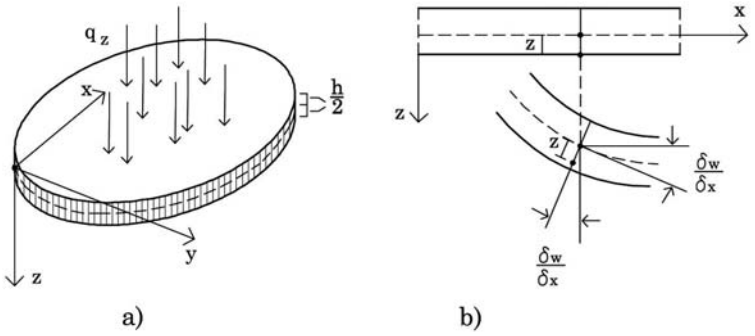


Fig. 5. Piastra

Per lastra si intende un oggetto bidimensionale con una dimensione (lo spessore) piccola rispetto alle altre due, caricato nel piano medio (Fig. 4).

Per piastra si intende un solido bidimensionale piano che è sottoposto ad una distribuzione di forze ortogonali al piano medio (Fig. 5). Una delle teorie più usate per modellarlo è quella di Kirchoff, basata sull'ipotesi di materiale elastico, omogeneo e isotropo, in cui la sezione trasversale media dopo la deformazione resta rettilinea. Quest'ultima condizione è analoga all'ipotesi di deformabilità a taglio trascurabile adottata per le travi. Ciò è accettabile quando lo spessore è molto modesto rispetto alle dimensioni planimetriche, con distinzione analoga a quella tra travi snelle e tozze, per le quali ultime non è trascurabile la deformazione a taglio. Anche per le piastre spesse ci sono diverse teorie: la più diffusa è quella di Midlin che rimuove l'ipotesi base di Kirchoff, quella della conservazione della sezione trasversale piana dopo la deformazione.

Passando alla modellazione con gli elementi finiti, l'elemento lastra (quello più diffuso è a tre nodi, Fig. 6) è un oggetto con azioni complanari al piano medio con tre gradi di libertà per nodo (le tre componenti di spostamento); con questi elementi è possibile modellare sia pareti che solai soggetti ad azioni nel loro piano per cogliere gli effetti globali e locali. La presenza di tre gradi di libertà per nodo costituisce una configurazione cinematica minima, con la quale non si è in grado di controllare il cosiddetto *drilling*, cioè non è possibile eliminare la labilità nodale da rotazione intorno all'asse *z*.

Si parla di labilità alla rotazione solo in relazione all'uso che si fa dell'elemento dal punto di vista ingegneristico. Per definizione, nella la-

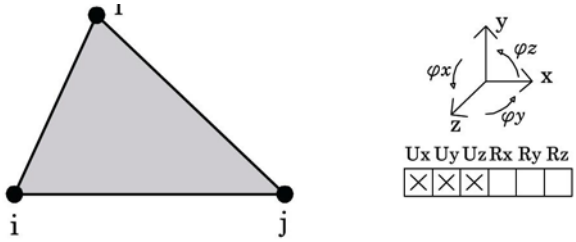


Fig. 6. Elemento *lastra o shell* (3 g.d.l. per nodo)

stra, la rotazione R_z non è impegnata. Tuttavia quando si usano questi elementi per modellare una parete e, complanare ad essa, una trave che vi si innesta, si scopre un'incongruenza fisica: la trave risulta labile perché incernierata nel punto di intersezione con la parete. Questo è uno dei casi da cui è nata l'esigenza ingegneristica (applicativa) di controllare il *drilling* per avvicinarsi all'evidenza fisica in maniera semplice e speditiva. Maggiori dettagli su questo problema sono riportati nel capitolo 4.

Per quanto riguarda l'elemento piastra, dotato di sei gradi di libertà per nodo (Fig. 7), esso non è univocamente definito poiché ci sono numerose formulazioni analitiche e non basta individuare un oggetto piano a quattro nodi per poterne comprendere le caratteristiche. Le prime differenze riguardanti le piastre sono le formulazioni per gli elementi sottili (piastre per le quali è trascurabile la deformazione a taglio) e per quelli spessi (piastre la cui deformazione a taglio non è trascurabile). C'è poi tutta la famiglia degli elementi equivalenti, di cui si parla in seguito.

Un primo controllo sul corretto impiego degli elementi bidimensionali consiste nel verificare se l'azione prevalente del carico è ortogonale o complanare alla superficie media e nel confrontare lo spessore con le

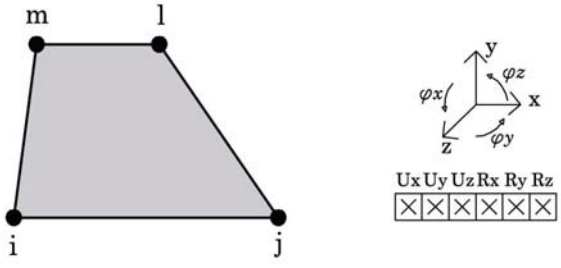


Fig. 7. Elemento *piastra o plate o shell* (6 g.d.l. per nodo)

altre due dimensioni. Ad esempio, se la copertura di un tombino stradale è una piastra di 1,50 m × 1,50 m con uno spessore di 30 cm, il rapporto è 1:5; pertanto questo elemento bidimensionale è una piastra spessa e non può essere trattato con la teoria classica.

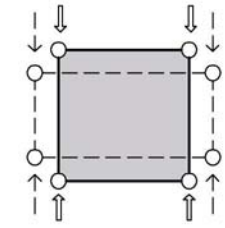
Data l'ampia varietà di modellazioni possibili, si dovrebbe provare almeno una volta il programma per testare il campo di variabilità e precisione delle funzioni di forma, anche perché tali funzioni e la loro precisione non sono dichiarate esplicitamente nei programmi.

Considerato che le caratteristiche geometriche e meccaniche degli oggetti bidimensionali piastre-lastre sono delle entità matematiche non ci si deve poi meravigliare se in un programma di calcolo bisogna definire per lo stesso oggetto lo spessore di piastra e lo spessore di lastra (nella terminologia più diffusa si usa la parola *plate*, intesa come piastra, dotata di rigidezza flessionale, e la parola *shell*, intesa come lastra o guscio o membrana, dotata di rigidezza nel suo piano). Si consideri, ad esempio, un muro in cemento armato di un piano interrato di un fabbricato, su cui agisce l'azione orizzontale della spinta litostatica e contemporaneamente, sull'estremo superiore, il carico verticale dei solai; poiché l'oggetto è caricato sia ortogonalmente al piano che nel piano medio, il suo comportamento è misto di piastra e lastra. Anche se geometricamente lo spessore è unico, il programma chiede separatamente lo spessore di piastra e quello di lastra. L'utilità di questa distinzione sta nel poter indagare, ad esempio, sul comportamento della struttura nel secondo stadio, cioè con la sezione fessurata. Nel caso considerato la struttura fessurata è meno rigida flessionalmente e quindi si potrebbe indicare nello spessore *plate* uno valore ridotto per tener conto della fessurazione; per il comportamento a lastra si può invece usare lo spessore effettivo, perché nonostante le fessure flessionali la parete riesce comunque a trasmettere integralmente gli sforzi di compressione. Come caso opposto, se una lastra di calcestruzzo è tesa e quindi fessurata, la rigidezza di lastra deve essere ridotta. L'esempio evidenzia la necessità di comprendere bene la realtà fisica della struttura e gli effetti che producono i carichi esterni prima di scegliere gli elementi finiti che meglio la rappresentano.

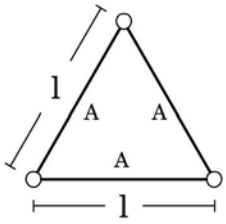
Fatta questa precisazione sulla lettura della realtà bisogna dare altre indicazioni applicative sugli elementi bidimensionali per quanto ri-

guarda la loro implementazione in un programma. In alternativa alla soluzione rigorosa, alcuni programmi utilizzano *elementi piani equivalenti*; questa scelta spesso non è dichiarata esplicitamente, anche se i risultati sono in genere meno buoni di quelli ottenibili con elementi finiti "veri".

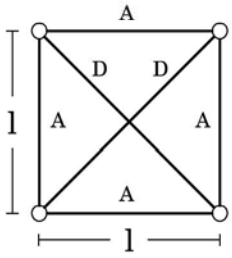
Assegnata una lastra isotropa di spessore costante sollecitata da forze concentrate nei nodi (Fig. 8), c'è un'equivalenza tra l'energia di deformazione accumulata nell'elemento lastra bidimensionale e l'energia di deformazione accumulata nel sistema di aste di elementi monodimensionali connessi con cerniere agli estremi, definiti anche *truss work*. Questa equivalenza energetica è stata ricavata per lastre con forma regolare e materiale caratterizzato da un coefficiente di Poisson pari a 0,3;



Lastra isotropa (υ= 0,3 spessore s)

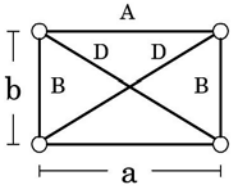


$$A = 0{,}4330 \cdot 1 \cdot s$$



$$A = 0{,}3750 \cdot 1 \cdot s$$

$$D = 0{,}5303 \cdot 1 \cdot s$$



$$A = 0{,}1875 \cdot b \cdot s \cdot \left[3 - \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right]$$

$$B = 0{,}1875 \cdot a \cdot s \cdot \left[3 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right]$$

$$D = 0{,}1875 \cdot l \cdot \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)$$

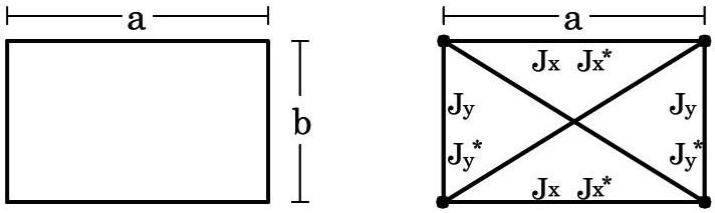
$$L = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Fig. 8- Elementi equivalenti tipo lastra (Toniolo, 1981)

pertanto l'equivalenza è tanto più vera quanto più le proporzioni di questi oggetti sono paragonabili a quelle riportate in figura (Trebbia, 1978; Toniolo, 1981). Ci sono numerosi casi in cui l'uso di questi elementi va benissimo, purché i risultati non vengano utilizzati per il calcolo delle armature nelle pareti; questa precisazione non è superflua, in quanto normalmente i programmi di calcolo danno il dettaglio tensionale sia che utilizziamo elementi finiti veri sia che utilizziamo elementi equivalenti. Ad esempio, può convenire utilizzarli se c'è una zona di un fabbricato con pareti interrate al piano cantinato, delle quali non interessa il dettaglio tensionale. Possono essere molto utili anche per modellare la soletta degli impalcati quando per vari motivi non è possibile ipotizzare che essi siano rigidi nel loro piano. Infatti utilizzando gli elementi equivalenti si può introdurre la rigidezza globale delle lastre con un modestissimo onere computazionale, facendo però attenzione perché gli stati di sforzo in prossimità degli attacchi con i pilastri o con le travi possono essere affetti da errori molto grossolani. Quando invece si ha la necessità di conoscere anche lo stato tensionale nell'impalcato, si deve ricorrere ad elementi finiti più accurati per descrivere correttamente lo stato deformativo locale e di conseguenza le armature.

Il principio dell'equivalenza degli elementi lastra a tralicci è stato utilizzato anche per la definizione della rigidezza degli elementi piastra equivalenti. Nelle espressioni riportate in figura 8 compare solo l'area degli elementi $A = 0{,}1875\, b\, s\, (3 - \alpha^2)$ con α rapporto di allungamento del rettangolo. Per quanto riguarda gli elementi piastra, dotati di rigidezza flessionale, è evidente la necessità di passare ad elementi dotati anche di inerzia flessionale. Nella figura 9, l'elemento equivalente (*grid work*) è quindi costituito da elementi monodimensionali ma dotati di inerzia, per poterne definire rigidezza flessionale e torsionale. Pertanto le aste di bordo, dovendo determinare i due momenti flettenti e i momenti torcenti della piastra, saranno dotate di un momento di inerzia J_x e di un momento J_x^* che rappresenta l'aliquota torsionale.

Circa l'uso di materiali con coefficiente $\upsilon \neq 0{,}3$ l'errore commesso è assolutamente trascurabile rispetto a quello provocato dal modesto grado di approssimazione intrinseco agli elementi equivalenti quando si impiegano con qualsiasi condizione di carico e di vincolo.



$$J_x = \frac{0{,}042 \cdot b \cdot s^3 \left(l - \nu\alpha^2\right)}{\left(l - \nu^2\right)}; \qquad J_y = \frac{0{,}042 \cdot a \cdot s^3 \left(l - \nu\beta^2\right)}{\left(l - \nu^2\right)}$$

$$J' = \frac{0{,}042 \cdot l \cdot s^3 \left(\alpha + \beta\right) \cdot \nu}{\left(l - \nu^2\right)}; \qquad J_x^* = \frac{0{,}083 \cdot b \cdot s^3 \left(l - 3\nu\right)}{\left(l - \nu\right)}$$

$$J_y^* = \frac{0{,}083 \cdot a \cdot s^3 \left(l - 3\nu\right)}{\left(l - \nu\right)}$$

Fig. 9. Elementi equivalenti tipo piastra

5. I vincoli

Per quanto riguarda i vincoli, il carrello posto in B nella figura 1b può essere luogo di reazioni inclinate quando non si tratta di vincolo liscio ma imperfetto. È ben noto che se il vincolo non è liscio la reazione passa all'interno del cono di attrito e, se i carichi verticali sono molto elevati, la componente orizzontale dovuta all'attrito può essere non trascurabile.

Passando all'esame dei vincoli, il più impiegato è l'incastro che, dal punto di vista cinematico presenta le sei componenti inibite. Tuttavia, dal punto di vista fisico, la realizzazione di un incastro è estremamente difficile. La rigidità nodale è compromessa (Fig. 10) dalla deformabilità delle costole, dei tirafondi e delle piastre della fondazione. Pur aumentando lo spessore degli elementi che costituiscono l'incastro non si risolve il problema poiché le rotazioni si trasferirebbero alle fondazioni, da cui il controllo della deformabilità deve essere sempre globale. Pertanto si può dire solo che si aspira all'infinita rigidità nodale. Per la sua realizzazione bisogna pensare ad un compromesso ingegneristico, cioè un incastro è un oggetto che consente traslazioni e rotazioni piccole in relazione agli spostamenti globali della struttura soprastante.

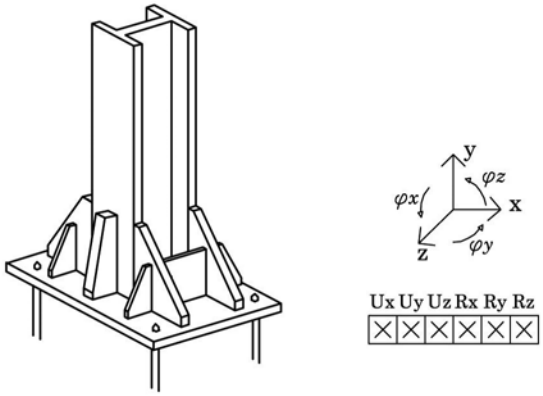


Fig. 10. Incastro "perfetto"

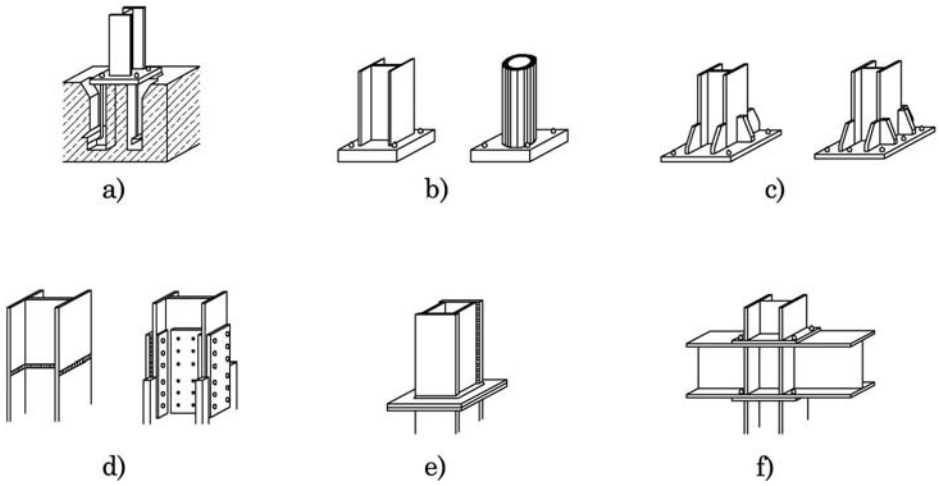


Fig. 11. Vincoli interni ed esterni assimilabili a incastro

La figura 11 rappresenta ulteriori modalità di collegamento che hanno come unico obiettivo il raggiungimento della rigidità nodale: piastre con tirafondi, piastre spesse senza costole, colonne con costole; lo stesso vale per i vincoli interni.

In figura 12 è rappresentata una cerniera di una struttura metallica di un arco a tre cerniere ottocentesco; essa individua una cerniera nella misura in cui si considera trascurabile il momento flettente che questo oggetto può trasferire per attrito. Quindi anche la cerniera è un compromesso ingegneristico. Essa è in sostanza un oggetto che è in gra-

do di trasmettere una caratteristica flettente piccola rispetto alle capacità resistenti flessionali dell'asta ad essa collegata. Ancora più evidente è il compromesso nel cemento armato, dove il concetto di "cerniera" è ancora più difficile da ottenere (Fig. 13).

In molti programmi la cerniera e l'incastro possono convergere in un unico oggetto come rappresentato nella figura 14: si tratta di un'asta con una molla di estremità di rigidezza k variabile e dosabile nelle sei componenti cinematiche; se k tende ad infinito si tratta di un incastro, se tende a zero di una cerniera. Con k (traslazionale e rotazionale) variabile nelle sei componenti tra 0 e infinito, si può fare riferimento a tutta la realtà dei vincoli cedevoli. Ovviamente resta il problema della de-

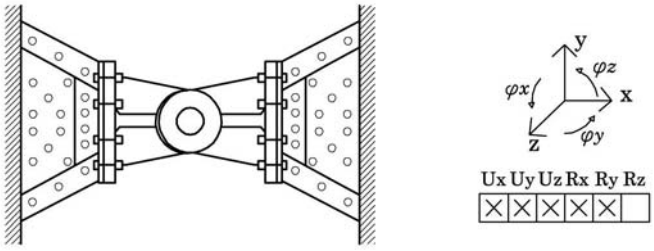


Fig. 12. Cerniera "perfetta"

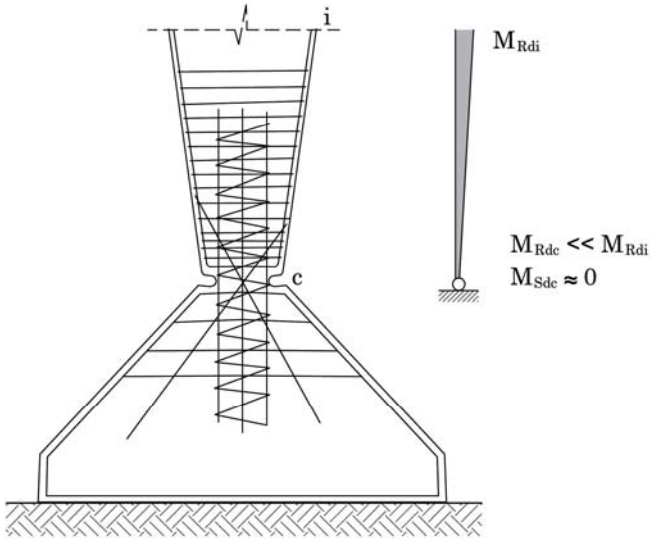


Fig. 13. Realizzazione di una cerniera in c.a.

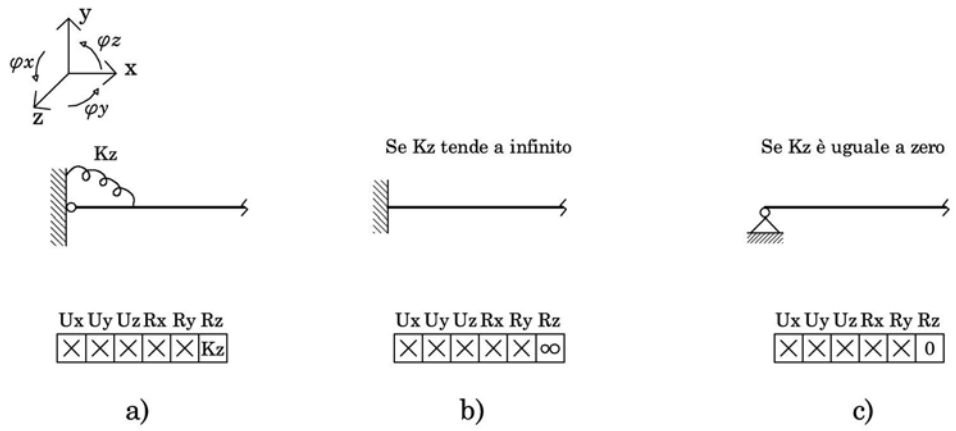


Fig. 14. Vincoli cedevoli, incastro e cerniera

finizione di infinita rigidezza. Per evitare errori da troncamenti eccessivi non dovrebbero esserci grandezze troppo diverse fra loro nella matrice di rigidezza; pertanto conviene che la rigidezza "infinita" sia semplicemente tre o quattro ordini di grandezza maggiori della quantità più grande rappresentata.

Da sempre è noto che i vincoli reali sono cedevoli ma al progettista non è agevole definire numericamente la rigidezza k in quanto essa dipende da molteplici fatti tecnologici di difficile determinazione. Nelle strutture in acciaio, la difficoltà di dare un'identità numerica alla rigidità nodale è stata semplificata da pochi anni con l'introduzione dell'annesso J all'EC 3, che fornisce un modello meccanico per valutare il parametro k in funzione della composizione tecnologica del nodo. Questo viene scomposto in n parti, con n rigidezze che combinate in serie e in parallelo, in funzione della loro disposizione nello spazio, danno un valore numerico di k che caratterizza la deformabilità nodale alla rotazione. La deformabilità nodale influenza molto la stabilità e la risposta dinamica delle strutture per cui se, per ragioni tecnologiche, si è in grado di definirla correttamente conviene probabilmente spostarsi verso limiti certi (Bruzzese, 1997).

Nella pratica professionale corrente la complessità del calcolo e il costo della realizzazione di nodi diversi rispetto alla cerniera e all'incastro fanno si che si cerchi di realizzare nodi quanto più semplici, evitan-

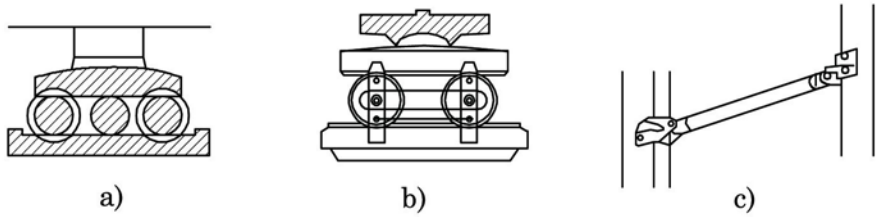


Fig. 15. Carrelli e cerniere reali

do strutture dal comportamento intermedio di incerta definizione e costosa realizzazione.

La figura 15a, c mostra dei carrelli (appoggi da ponte) certamente dotati di attrito, cosicché la reazione non è esattamente ortogonale al piano di scorrimento. La figura 15b rappresenta un pendolo, ad esempio l'elemento di un ponteggio tubolare; osservando questi esempi, si evidenzia come risulti complesso tradurre la realtà fisica in un modello matematico e viceversa, anche per gli oggetti più semplici come i vincoli esterni ed interni.

Le figure 16 e 17 mostrano dettagli della Gallérie des Machines costruita nel 1889: le cerniere hanno dimensioni rilevanti, sono molto più grandi delle persone fotografate accanto (Fig. 16). È evidente come nel-

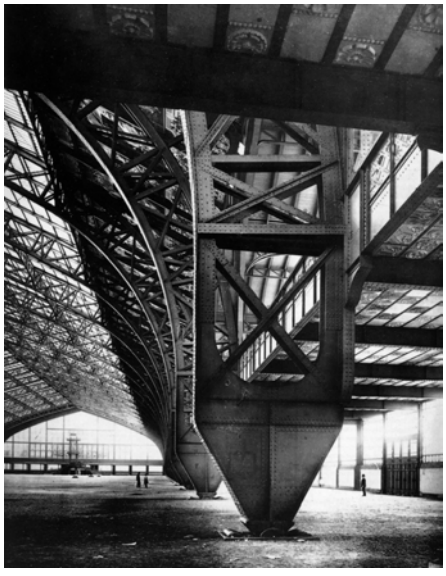


Fig. 16. G. Eiffel, *La Gallérie des Machines*, 1889. Particolare cerniera

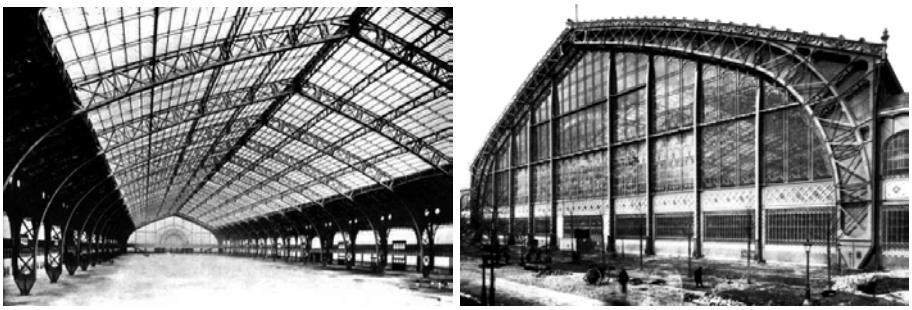


Fig. 17. G. Eiffel, *La Gallérie des Machines*, 1889

l'ingegneria civile la purezza matematica debba scendere a grossi compromessi almeno localmente. Certamente per calcolare questi archi a tre cerniere ci si è serviti dell'ipotesi di vincoli lisci e bilaterali, ma ovviamente ciò è un compromesso poiché, nell'esempio in foto, l'ossidazione dei rulli bloccati dalla ruggine trasferisce momenti flettenti elevati alle fondazioni.

Si osservi tuttavia l'esatta comprensione dei problemi locali in quest'opera: la trattazione di De Saint Venant è completamente applicata, infatti, per esempio, gli archi reticolari (Fig. 17) sono a parete piena per una dimensione pari alla distanza di estinzione. Se si considera la sezione trasversale degli archi pari a sei metri circa, la parete piena è non minore di 7÷8 metri per consentire alle azioni concentrate nella cerniera di diffondersi all'interno della sezione trasversale che poi diventa reticolare. Come anticipato nel capitolo 2 questi esempi mostrano come la qualità del calcolo sia in ogni passaggio insidiata non dalla qualità del calcolo numerico, spesso semplice, ma dalla difficile materializzazione delle ipotesi di calcolo o viceversa come sia difficile modellare accuratamente la realtà.

6. Modelli tridimensionali globali

I modelli tridimensionali sono d'uso corrente già da tempo, ma fino a non molti anni fa si faceva la distinzione tra sistema piano e schemi tridimensionali sia per la complessità dell'elaborazione che per la lentezza dei computer; i sistemi tridimensionali erano riservati a strutture parti-

colarmente complesse. Oggigiorno è molto più semplice modellare un edificio tridimensionale piuttosto che un insieme di sistemi piani, in quanto tutti i programmi di calcolo per impieghi applicativi utilizzano direttamente il modello ricavabile dallo schema architettonico fatto con un programma di grafica.

I modelli tridimensionali di base più antichi sono i cosiddetti modelli a *stick*, cioè quelli che sintetizzano le caratteristiche elastiche e dinamiche in uno schema monodimensionale a masse concentrate. Questi modelli oggi si stanno riscoprendo, nel senso che possono essere un comodo e valido ausilio alla progettazione, come schemi di analisi dinamica o di verifica globale preliminari.

Poiché le masse di ogni piano sono concentrate in un punto e lo sviluppo verticale del fabbricato è rappresentato attraverso un elemento monodimensionale di rigidezza opportuna, qualora ci siano variazioni della posizione del baricentro delle masse lungo l'altezza, questo deve essere schematizzato attraverso degli elementi che consentano di cogliere anche i fenomeni torsionali. Per tale motivo lo *stick-model* è particolarmente indicato per edifici a sviluppo verticale, edifici multipiano, ciminiere, torri e campanili regolari (Fig. 18).

Nonostante la semplicità del modello dinamico monodimensionale la soluzione può essere considerata sufficientemente affidabile se si controllano le due principali variabili, la distribuzione delle masse e la rigidezza equivalente. Il più diffuso errore che si compie è quello della defi-

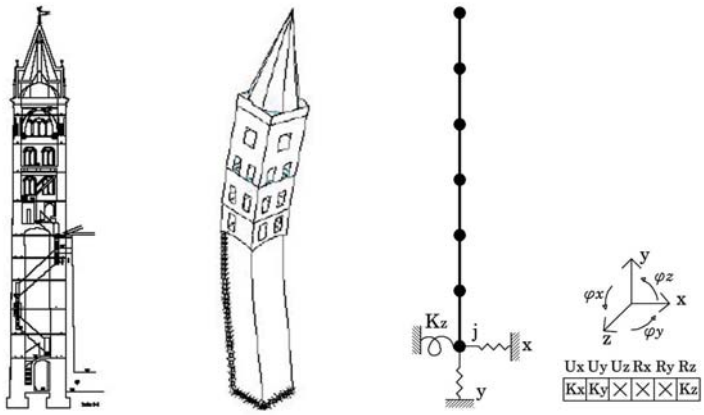


Fig. 18. Un campanile e lo *stick-model* equivalente

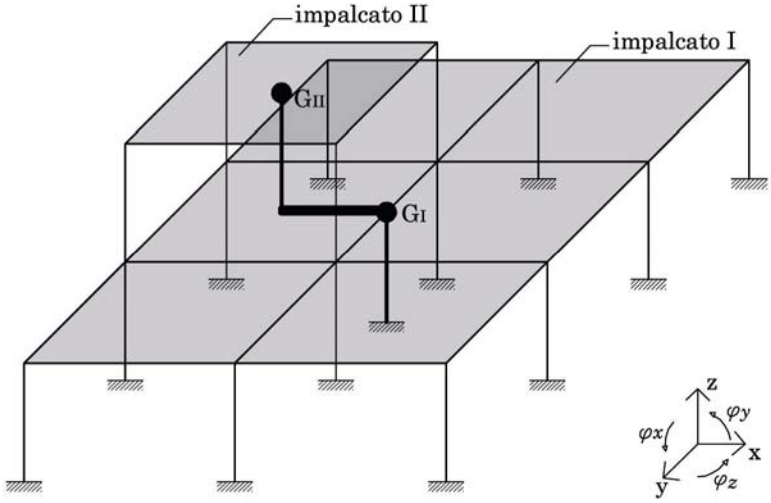


Fig. 19. *Lo stick-model* in strutture irregolari

nizione delle masse: le masse traslanti non danno problemi in quanto sono semplicemente la somma delle masse distribuite e concentrate presenti alla generica quota sugli impalcati, le inerzie rotazionali sono quelle che descrivono l'effettiva centrifugazione delle masse rispetto al nodo considerato (Fig. 19). La corretta valutazione delle inerzie rotazionali è fondamentale per cogliere i modi di vibrazione torsionali di bassa frequenza e dunque con elevati coefficienti di partecipazione modali. Il problema è meno sentito se le strutture (gli impalcati) hanno una forma molto compatta come accade per una torre o un campanile. In termini espliciti, se si indica la massa distribuita per unità di superficie con $m = p/g$, essendo p il peso per unità di superficie e g l'accelerazione di gravità, la massa totale e l'inerzia rotazionale totale delle masse valgono

$$M_x = M_y = \int_A m\, dA = m\, A \qquad \text{e} \qquad I_{zz} = \int_A m\,(x^2 + y^2)\, dA$$

dove quest'ultimo rappresenta il momento d'inerzia polare delle masse rispetto al nodo considerato. Con riferimento alle figura 19 e al sistema di riferimento adottato, per ogni nodo bisognerà indicare M_x, M_y, I_{zz}.

Tornando ai modelli tridimensionali "veri", il modello più generale con impalcato deformabile, in cui ogni nodo mantiene tutti i gradi di libertà (Fig. 20a), è il meno indicato per le strutture ordinarie in c.a. nelle quali a causa della presenza dei solai dotati di soletta continua gettata

in opera non si mobilitano in maniera significativa tutti i gradi di libertà dei nodi. Ad esempio le flessioni delle travi nel piano della soletta sono chiaramente trascurabili. Conviene quindi adottare il modello tridimensionale a piani rigidi (Fig. 20b) nel quale, nell'ipotesi di impalcato infinitamente rigido, si impiegano solo tre variabili cinematiche per ogni impalcato, due traslazioni ed una rotazione di un nodo, il baricentro delle masse (nodo *master*), nel quale applicare M_x, M_y, I_{zz}. Gli altri nodi hanno gli spostamenti legati ad esso, per cui sono chiamati *slaves*. Questa schematizzazione ha una conseguenza molto forte, in quanto rende nulli gli sforzi assiali nelle travi, il ché non è soltanto una semplificazione numerica ma anche teorica, in particolare ai fini delle verifiche e – nel c.a. – delle disposizioni delle armature. Se si utilizza il modello tridimensionale a impalcati deformabili, tutte le travi sono soggette anche a sforzo normale e a flessione nel piano dell'impalcato (sia pure con valori modesti) e considerando tutte le combinazioni di carico questo comporta una complicazione estrema, perché tutte le aste dovrebbero essere verificate a presso o tensoflessione deviata con tutte le complicazioni attinenti alla disposizione delle armature, delle staffe, dei ferri di parete e sagomati.

Proseguendo nella descrizione del modello tridimensionale a piani rigidi, i programmi ammettono diverse modalità di creazione del nodo master e dei nodi dipendenti, perché la congruenza degli spostamenti è numerica. Per imporre l'uguaglianza di un parametro cinematico appartenente ad oggetti diversi, come un elemento *piano* ed un elemento monodimensionale, occorre anche la compatibilità analitica; per questo mo-

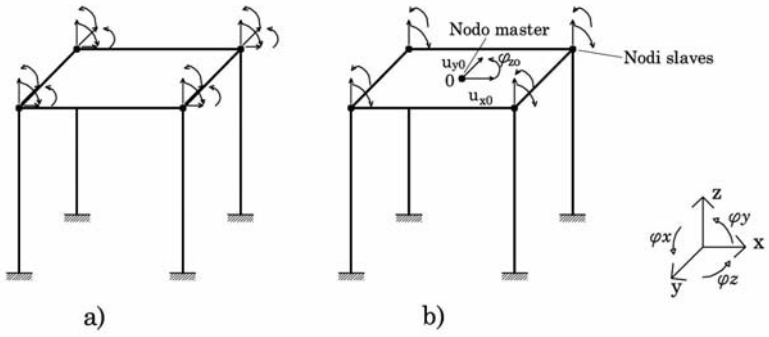


Fig. 20. Modello tridimensionale con impalcato deformabile e con piano rigido

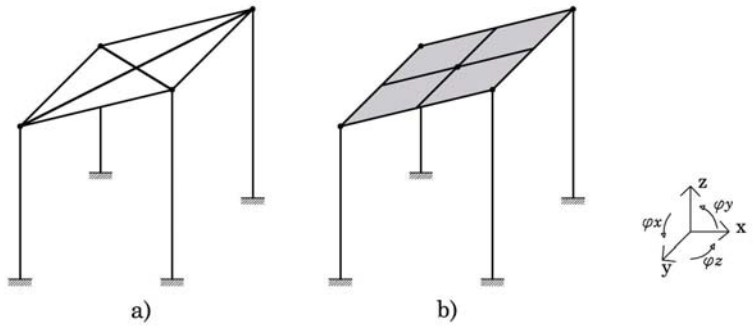


Fig. 21. Modellazione di impalcati inclinati con elementi equivalenti e veri.

tivo non tutti i programmi consentono di collegare direttamente al nodo master i nodi di qualsiasi elemento finito. Ci sono dei programmi che ad esempio non consentono di collegare al nodo master gli estremi delle lastre, per ragioni di compatibilità analitica.

Altro problema applicativo nell'uso di schemi tridimensionali a piani rigidi è l'impossibilità di imporre il piano rigido alle strutture inclinate (Fig. 21a, b). Questo problema può essere aggirato attraverso l'introduzione di superfici generate con elementi lastra o con elementi piastra dotati di bassissima rigidezza flessionale o con elementi pendolari di rigidezza equivalente. Nell'analisi dinamica occorre fare attenzione alla massa che si introduce attraverso questi elementi diagonali o attraverso gli elementi lastra o piastra poiché il numero di deformate modali potrebbe crescere vertiginosamente rendendo difficile il raggiungimento della percentuale di masse eccitate previsto dalle norme.

7. Problemi di dettaglio in strutture in cemento armato

Problemi importanti della modellazione sono connessi alla definizione della rigidezza delle travi, dei pilastri e delle pareti inserite in schemi tridimensionali di strutture in c.a.

Un aspetto preliminare consiste nella definizione della dimensione della sezione trasversale della trave, che dovrebbe tenere in considerazione la larghezza delle fasce piene del solaio, ma dipende anche dal segno delle caratteristiche della sollecitazione flettente. Se si rappresenta la sezione trasversale, trave più solaio, nella zona della fascia piena del

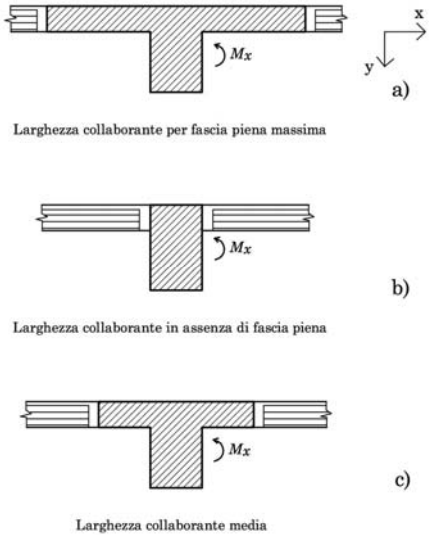


Fig. 22. Larghezza del solaio collaborante per flessione positiva

solaio si genera infatti una trave a T di dimensioni variabili in funzione della geometria e del segno della flessione (Fig. 22). Inoltre le fasce piene spesso hanno un peso paragonabile a quella della trave ma in termini di rigidezza occorre fare attenzione poiché, se queste non sono ben allineate, la presenza di un solo laterizio più arretrato nell'ala della T può ridurne drasticamente la rigidezza.

Un aspetto più problematico è rappresentato dall'incrocio tra travi e pilastri. Nella figura 23 è rappresentata una porzione di telaio, nel caso più semplice in cui i pilastri hanno la stessa dimensione a tutti i piani. Se si tracciano le linee d'asse e il contorno delle aste si individuano dei tratti che sono i nodi teorici. Una parte, minore o maggiore, dell'asta

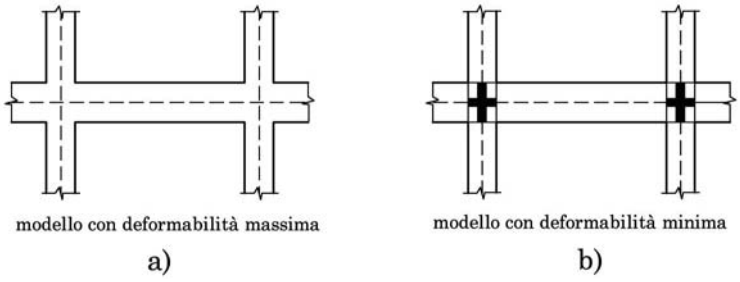


Fig. 23. Modellazione dei telai e rigidità nodale

all'interno del nodo può essere considerata come rigida. Sulla dimensione del tratto realmente rigido si discuterà più avanti. La figura 23 mostra due modellazioni estreme. Il modello a telaio dotato di massima deformabilità, in cui si ipotizza che anche il "cuore" dei nodi sia deformabile (Fig. 23a) e quello di minima deformabilità del telaio, in cui si ipotizza che l'intero nodo sia indeformabile (Fig. 23b), anche se questa seconda ipotesi non è conservativa né in termini di spostamenti né di caratteristiche della sollecitazione.

Come esempio degli effetti della rigidità nodale sugli spostamenti e sulle caratteristiche della sollecitazione è riportato nella figura 24 un semplice telaio con gli assi e con i relativi tratti rigidi; in basso sono ri-

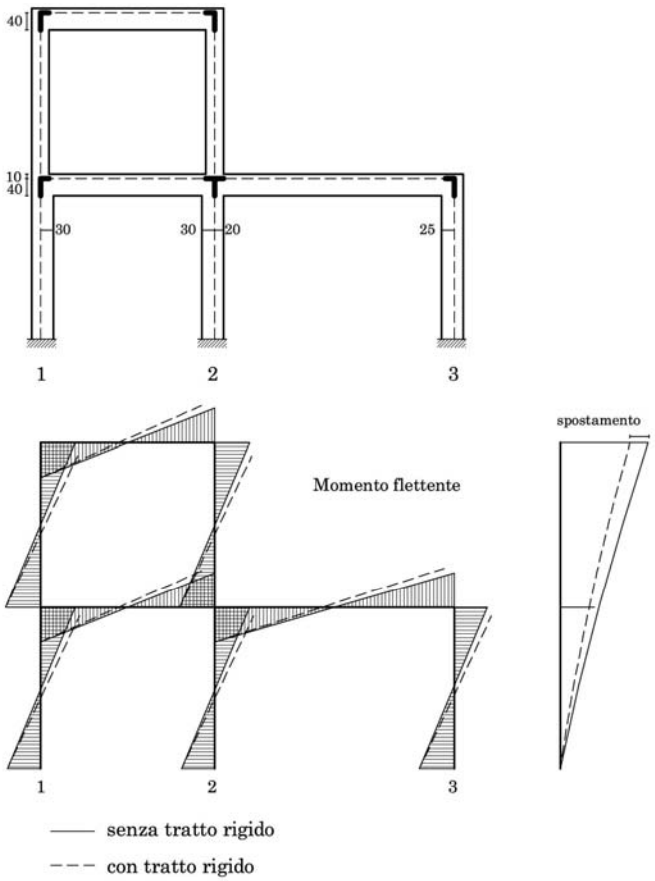


Fig. 24. Effetto della rigidità nodale su spostamenti e caratteristiche (Ghersi e Lenza, 1988)

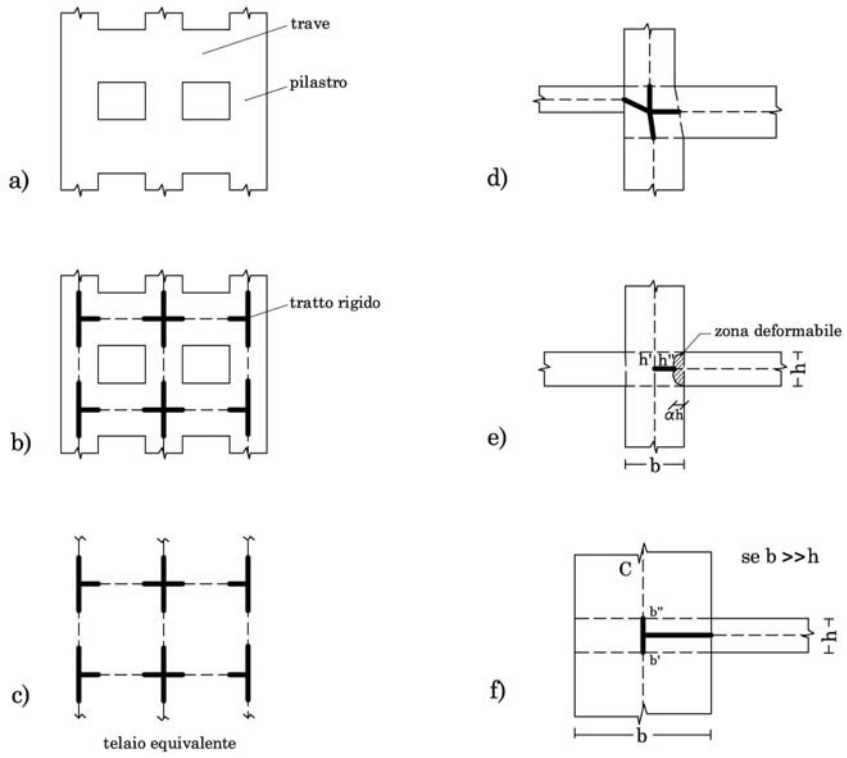


Fig. 25. Dimensione dei tratti rigidi nodali

portate graficamente l'entità delle variazioni del momento flettente e degli spostamenti a seconda del calcolo effettuato con o senza tratto rigido. La rappresentazione grafica mostra che, nonostante le dimensioni del telaio siano molto ridotte, a parità di azioni orizzontali le differenze tra gli spostamenti, nell'ipotesi di massima e minima deformabilità delle aste superano il 10÷15%. La corretta definizione dei tratti rigidi è quindi particolarmente importante ai fini della definizione del periodo di oscillazione di una struttura nelle analisi dinamiche.

L'utilizzo di tratti rigidi può essere molto conveniente per modellare una parete forata nella quale il rapporto tra la dimensione di parti forate e parti piene è tale da poter ancora individuare un telaio (Fig. 25a-c). Esso consente di effettuare il calcolo della struttura solo con elementi monodimensionali, di più semplice e immediato controllo, ed è quindi da preferire, quando possibile, rispetto alla soluzione con elementi bidimensionali.

Questa modellazione è utile anche nei telai quando le aste che convergono nel nodo sono di dimensioni diverse tra loro (Fig. 25d). In tal caso gli assi baricentrico delle aste, indicati con la linea tratteggiata, sono collegati al punto individuato come nodo mediante tratti rigidi inclinati che evidenziano il nodo rigido teorico considerato nella sua interezza.

Storicamente i primi studi sulla dimensione del tratto rigido sono stati effettuati da K. Muto (1974) che con esperienze di laboratorio ha determinato l'ampiezza nel tratto deformabile che è la zona tratteggiata nella figura 25e, indicando come dimensione media deformabile del nodo quella che è indicata con $\alpha\, h$, dove h è l'altezza della trave che penetra nel nodo. Il tratto rigido della trave h'-h" è pari a $b/2 - \alpha\, h$ e secondo Muto in media $\alpha = 0{,}25$ quindi h'-h" = $b/2 - 0.25\, h$.

Altrettanto dibattuta è la questione di una trave che s'innesta in un setto, perché se il setto ha una dimensione molto maggiore della trave (Fig. 25f) e quindi $b >> h$ la lunghezza del tratto deformabile verticale si può anche annullare. Se il setto è tanto più ampio della trave, questo non risente affatto dell'intersezione, ma c'è solo una deformazione locale in corrispondenza della trave. Se ci si riferisce esclusivamente ai setti, in bibliografia c'è un'altra indicazione di Michael (1967), che pone la dimensione di α pari a 0,5, cioè il tratto deformabile che penetra nel setto viene posto pari a metà dell'altezza della trave.

Molti programmi di calcolo hanno a disposizione elementi finiti monodimensionali dotati di tratti rigidi la cui definizione può avvenire senza aggiungere ulteriori nodi interni (cfr. paragrafo 1, Fig. 3). Questa è una notevole semplificazione poiché i tratti rigidi si definiscono senza aumentare il numero dei nodi. Tuttavia la loro applicazione è specifica per ogni programma di calcolo e deve essere compresa attentamente anche attraverso la soluzione di schemi elementari, perché i tratti rigidi influenzano sia la fase di calcolo variando la rigidezza delle aste, sia la rappresentazione dei carichi e la disposizione delle armature.

Innanzitutto molti programmi estendono il carico applicato sull'asta soltanto alla zona deformabile. Se i tratti rigidi sono piuttosto ampi questa scelta può influenzare in maniera significativa l'analisi dei carichi, sottostimando lo sforzo normale nei pilastri. Inoltre le caratteristiche della sollecitazione vengono fornite quasi sempre agli estremi dei tratti

rigidi e questo è importante in quanto le armature saranno determinate in questi punti. Ci sono poi altri programmi che trattano separatamente la dimensione del tratto rigido e la cosiddetta "spuntatura" delle caratteristiche cioè il punto in cui effettuare il calcolo delle armature che può essere diverso dalla dimensione del tratto rigido.

Bisogna fare particolare attenzione al caso in cui si modella un elemento setto piuttosto tozzo con aste monodimensionali, in quanto quasi tutti i programmi inseriscono in automatico i tratti rigidi in tutte le direzioni; in tal modo si altera la deformabilità globale e si rende l'elemento molto più rigido, cosa che non avviene se si usano gli elementi monodimensionali privi di tratti rigidi.

8. Validità dell'ipotesi di rigidità di impalcato

La validità dell'ipotesi di impalcato rigido deve essere attentamente verificata; oggi la sua applicazione diventa invece sempre meno ragionata, perché ottenuta con qualsiasi programma semplicemente individuando una finestra attraverso il mouse nel modello numerico.

Si consideri ad esempio la pianta di figura 26 che rappresenta due corpi di fabbrica rettangolari sfalsati in pianta, collegati solo dal pianerottolo di arrivo del corpo scala. La striscia che collega i due semi impalcati appare molto deformabile e rappresenta il punto più vulnerabile dell'edificio. La nuova normativa sismica complica notevolmente l'analisi di questo semplice fabbricato in quanto bisogna applicare le eccentri-

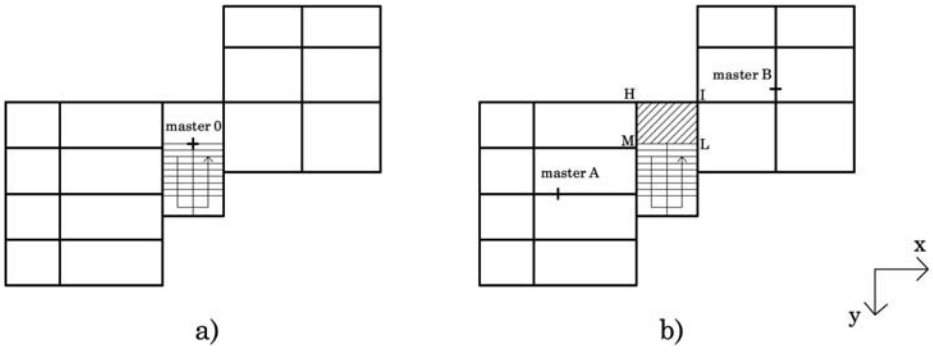


Fig. 26. Discontinuità nella rigidità dell'impalcato

cità accidentali dei baricentri delle masse e ciò rende le combinazioni di carico diventano innumerevoli (si vedano però le considerazioni fatte più avanti, nel capitolo 5).

Se nella modellazione si adotta un unico piano rigido (Fig. 26a) si perde il dettaglio deformativo e tensionale del pianerottolo e si falsa la realtà fisica. Infatti osservando la figura si nota che il fabbricato si può assimilare a due blocchi strutturali, dotati di nodi master 1 e 2 a tutti i piani (Fig. 26b) e collegati da elementi di rigidezza K_{ip} ai pianerottoli. In prima approssimazione il fabbricato è modellabile come due oscillatori a più gradi di libertà (due *stick model*) connessi elasticamente dai pianerottoli modellati con lastre, elementi equivalenti o diagonali (Fig. 27).

Pertanto se non è possibile tagliare l'edificio in corrispondenza della scala per avere due blocchi più regolari, senz'altro è opportuno considerarle due zone collegate da elementi deformabili ma con la complicazione delle eccentricità accidentali ("in fase" e non).

Problemi di modellazione nascono anche nel caso di impalcati molto allungati, come l'edificio con struttura in acciaio e nuclei scala-ascensore in c.a. alle estremità mostrato in figura 28a. Lo spostamento della zona centrale può essere più rilevante rispetto allo spostamento che subiscono i due nuclei alle due estremità e, poiché spostamenti e sollecitazioni sono legati tra loro, sottostimare gli spostamenti del tratto centrale (come avviene se si assume l'impalcato rigido) significa sottostimare le ca-

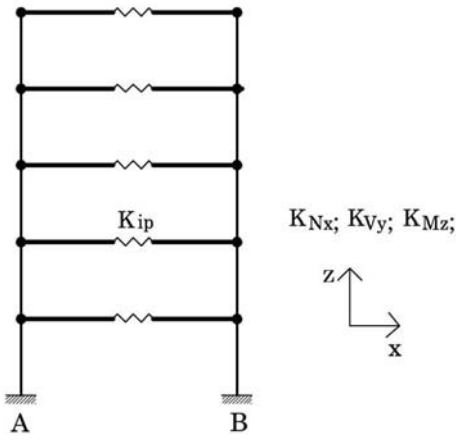


Fig. 27. *Stick model* dell'edificio (K_{ip} = rigidezza pianerottoli)

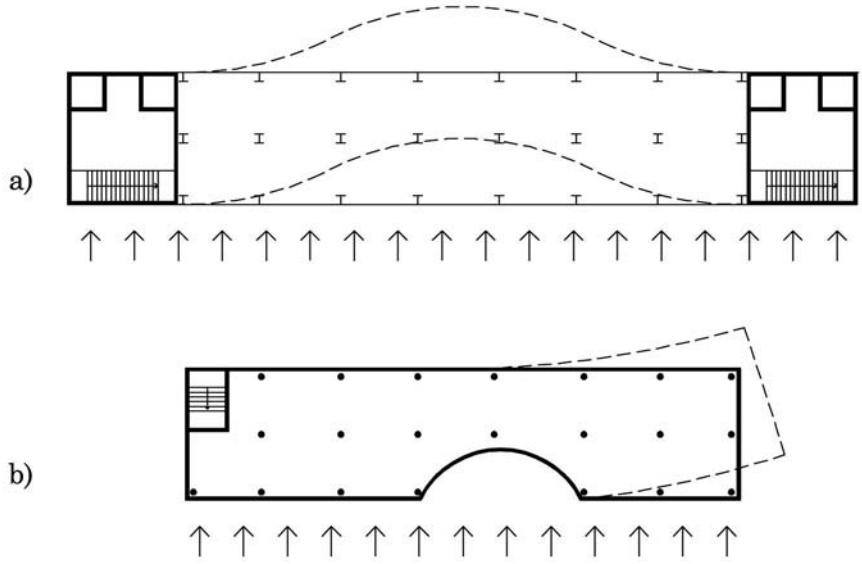


Fig. 28. Impalcati allungati

ratteristiche della sollecitazione. In questo esempio l'errore può tuttavia essere modesto, perché le colonne in acciaio sono molto deformabili e i nuclei assorbono la maggior parte delle azioni orizzontali; le colonne interne sono quindi sollecitate da una piccola aliquota residua e l'incremento ottenuto tenendo conto della deformazione dell'impalcato sarà percentualmente elevato ma modesto in assoluto.

La figura 28b mostra quello che accade quando c'è una brusca rientranza nell'impalcato ed è un problema analogo alla figura 28a, ma in questo caso al problema della rigidezza si associa probabilmente quello della resistenza nella zona di minima sezione.

Prima di esaminare altre situazioni bisogna quantificare gli effetti del problema. Come spesso accade nelle strutture il problema non è assoluto ma relativo, nel senso che la deformazione dell'impalcato è significativa se paragonabile agli spostamenti relativi di interpiano (*interstory drift*, Fig. 29) che generano le caratteristiche della sollecitazione, in particolare dei pilastri. La deformazione massima dell'impalcato δ_{imp} calcolata in un generico punto deve quindi essere confrontata con gli spostamenti relativi d'interpiano δ_{ij} del medesimo punto. In genere si ipotizza trascurabile la deformazione dell'impalcato rispetto al *drift* se

Fig. 29. Valutazione dell'influenza della deformabilità dell'impalcato

$\delta_{imp} << 1/20\ \delta_{ij}$. Se tale condizione non è soddisfatta e quindi l'impalcato non può considerarsi rigido bisogna incrementare proporzionalmente le caratteristiche della sollecitazione nei pilastri che subiscono incremento di spostamento relativo, oppure passare ad una modellazione che tenga conto della deformabilità dell'impalcato.

Una valutazione semplificata delle deformazioni e sollecitazioni di un impalcato può basarsi su modelli di trave, in cui gli elementi verticali particolarmente rigidi come i nuclei vengono assimilati a vincoli esterni (Ghersi, 1986). Ad esempio, l'impalcato di figura 30a trova in due punti i vincoli esterni, e a causa del rapporto dimensionale può essere assimilato a una trave semplicemente appoggiata agli estremi, mentre quello in figura 30b può essere calcolata come una trave su tre appoggi. Questo secondo sistema è però iperstatico, per cui l'entità delle sollecitazioni nell'impalcato dipende dalla rigidezza dei vincoli.

Nel caso di figura 30c non ci sono nuclei, né setti irrigidenti in cui si concentra la rigidezza orizzontale, ma telai, e la modellazione del solaio può essere fatta come una trave su n appoggi cedevoli. La cedevolezza di questi appoggi è assimilata alla rigidezza tagliante di ogni telaio intercettato alla quota del solaio considerato.

Problemi possono insorgere anche in edifici geometricamente regolari, sia planimetricamente che altimetricamente, ma non regolare in termini di distribuzione delle masse. Ad esempio, nell'edificio riportato in pianta e sezione nella figura 31 la distribuzione delle masse nell'ultimo piano è perturbata dalla presenza di una massa concentrata m_3 disposta asimmetricamente (es. serbatoio, impianti di condizionamento, impianti di trattamento acqua, deposito), quindi di entità e posizione

bruscamente variate rispetto ai solai sottostanti. Poiché le azioni di origine sismica sono proporzionali alle masse, è evidente che le azioni orizzontali sono applicate in punti non allineati sulla verticale. Questa brusca variazione del baricentro delle masse, spostando le azioni orizzontali, cimenta maggiormente l'impalcato in quanto compete ad esso il compito di ridistribuire il tagliante tra gli elementi verticali. In questo caso c'è un impegno maggiore sia della soletta che dei pilastri che intercettano questo solaio.

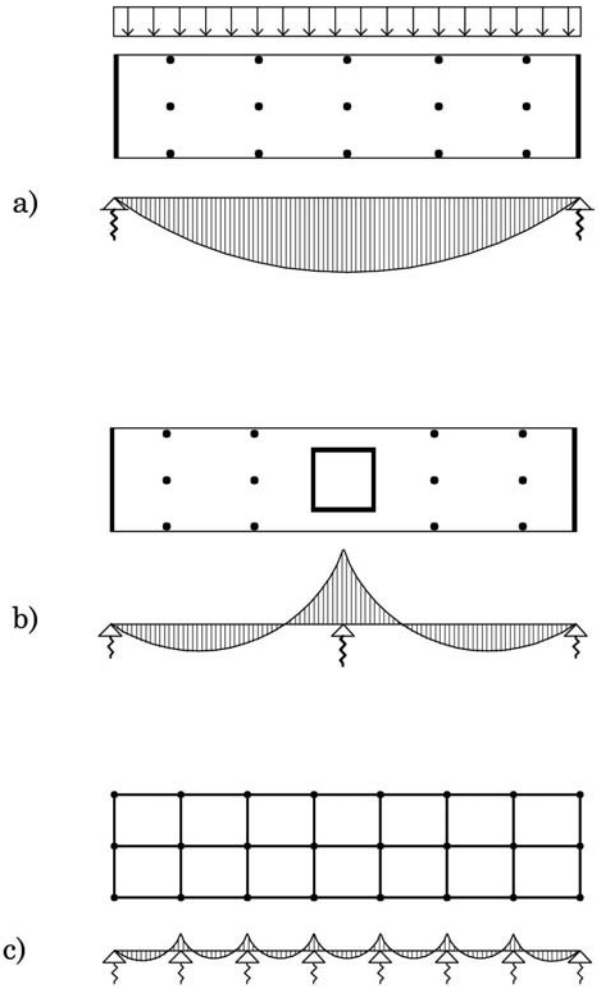


Fig. 30. Verifica dell'impalcato, analogia con la trave

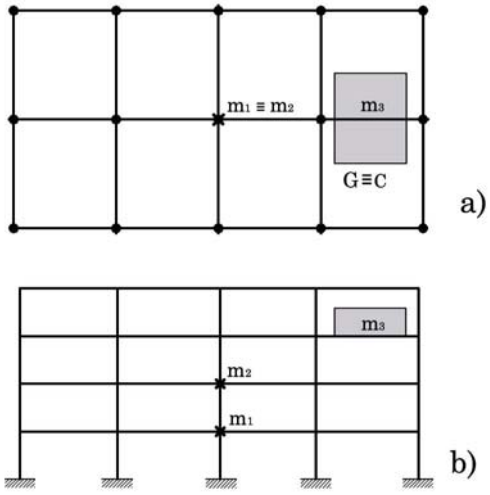


Fig. 31. Distribuzione irregolare delle masse

La scelta di utilizzare un modello tridimensionale a piani rigidi o tener conto esplicitamente della deformabilità degli impalcati ha risvolti importanti anche nell'applicazione delle normative sismiche più recenti, come l'OPCM 3274 e successive modifiche o l'Eurocodice 8. Queste norme considerano gli effetti della casualità della distribuzione delle masse sugli impalcati attraverso le cosiddette eccentricità accidentali, consentendo così di tener conto della rotazione torsionale in pianta sugli elementi strutturali più distanti dal centro delle rigidezze, in particolare dei pilastri che possono avere rilevanti sollecitazioni di presso-flessione deviata. Una tale indicazione è ben comprensibile ed evidente se si adotta l'ipotesi di impalcato rigido, ma le norme non chiariscono come ci si debba comportare se questa ipotesi non è verificata.

Il caso più eloquente è quello dei sistemi strutturali prefabbricati con montaggio a secco. In assenza di una soletta gettata in opera gli elementi orizzontali, come ad esempio tegoli a π, possono traslare reciprocamente a causa di modeste deformazioni dell'impalcato. La rotazione/traslazione rigida globale dell'impalcato non può verificarsi, per cui le pericolose amplificazioni degli spostamenti a carico degli elementi più distanti dal centro di rotazione non si verificano. Pertanto, il calcolo può condursi rimuovendo l'ipotesi di rigidezza dell'impalcato; non dovranno però essere considerate eccentricità fittizie, ma semmai si potranno con-

siderare distribuzione disuniformi delle masse corrispondenti ai carichi variabili.

9. Applicazioni del piano rigido nei modelli numerici

Una volta accertata la validità fisica dell'ipotesi di piano rigido, si deve discutere della sua applicazione pratica che in qualsiasi programma è semplice in quanto basta individuare una finestra con il mouse per definire una serie di punti che appartengono al medesimo impalcato rigido.

Se si considera il telaio di figura 32, per i primi cinque impalcati del telaio la presenza dei piani rigidi non da adito a nessun dubbio, in quanto l'ipotesi corrisponde a imporre l'uguaglianza degli spostamenti orizzontali dei nodi appartenenti al medesimo solaio. Se si traccia una finestra tra il nodo R e il nodo Q questi hanno il medesimo spostamento orizzontale, ma la copertura a falde realizzata senza il pilastro intermedio, fa si che si formi un arco iperstatico alla quota del tetto. Applicando l'impalcato rigido tra R ed Q, si realizza una catena infinitamente rigida che però risulta scarica (N=0). Nella realtà questa asta, oltre ad essere inflessa dai carichi verticali, è anche tesa dall'arco, ma la trazione va persa nel modello per questa erronea applicazione del piano rigido.

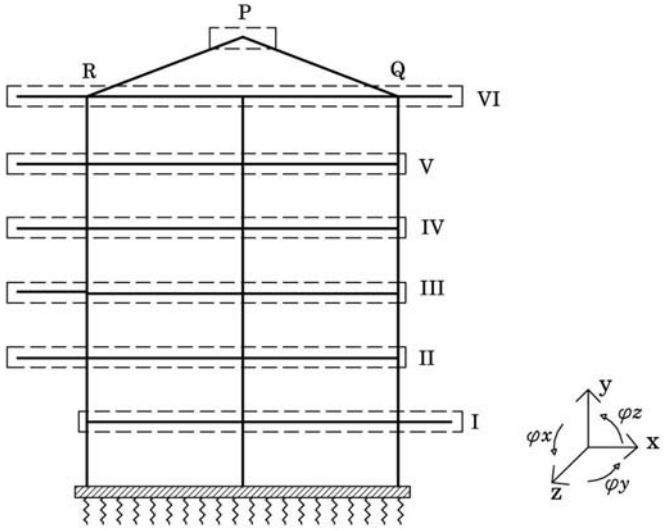


Fig. 32. Applicazione impalcato rigido

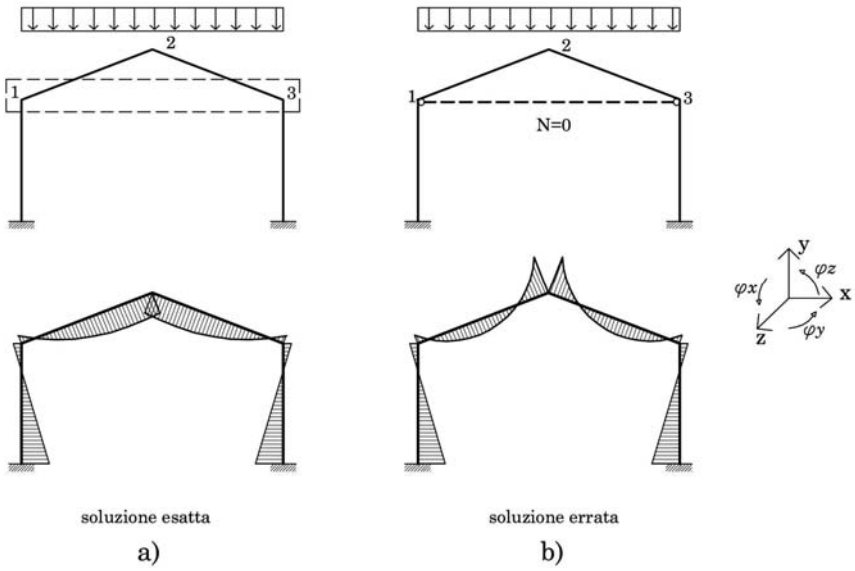


Fig. 33. Strutture spingenti

Il problema del tetto spingente è ancora più chiaro nella figura 33 che mostra la sezione di un capannone nel quale, per esigenze funzionali, non è stato possibile applicare la catena, per cui il tetto risulta spingente. Il diagramma dei momenti corrispondente al carico applicato è indicativamente rappresentato in figura 33a. Se all'applicazione del piano rigido con il mouse si intercettano i nodi 1 e 3 si genera una catena invisibile infinitamente rigida, per cui il diagramma cambia totalmente di intensità e forma (Fig. 33b), cosa pericolosissima se il fabbricato è in cemento armato poiché le armature principali sono disposte in funzione del segno del diagramma dei momenti. Tuttavia nelle aste 1-2 e 2-3 continua ad essere presente lo sforzo normale e questo può trarre in inganno sulla correttezza della soluzione.

Nel caso di figura 34 l'applicazione del piano rigido sul solaio I, interrotto, è errata in quanto in un edificio con galleria gli spostamenti relativi tra *i* e *j* sono consentiti nella realtà ma impediti nel modello da un piano rigido fittizio.

Altro esempio di erronea applicazione dell'ipotesi di impalcato rigido riguarda la classica sezione delle pensiline sui binari ferroviari con due sbalzi inclinati per il convogliamento delle acque (Fig. 35). L'ipotesi

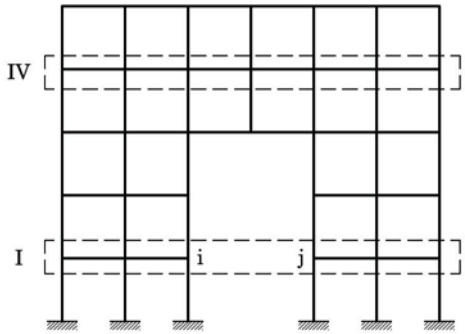


Fig. 34. Applicazione errata del piano rigido nel caso di impalcati interrotti

di impalcato rigido impone l'uguaglianza degli spostamenti, quindi è come se fosse applicata tra i nodi 1 e 4 la catena di un arco rovescio. Per effetto del carico verticale il punto 1 e il punto 4 si abbassano e si riduce la lunghezza delle aste oblique; pertanto nasce nel modello un sforzo normale nelle aste 1-2 e 3-4, che non è reale in quanto dipende soltanto dall'erronea applicazione dei vincoli interni.

Come ultima ma non esaustiva testimonianza dell'importanza della rigidezza dell'impalcato si osservi una prescrizione dell'EC8 relativa agli edifici multipiano dotati di "zatterone", classica soluzione di un edificio alto munito di un ampio piano terra con negozi-garage etc. Se l'edificio di figura 36 fosse dotato di impalcati infinitamente rigidi il tagliante complessivo T applicato su 4 pilastri, giunto al primo impalcato si ripartirebbe su tutti i 15 pilastri del piano terra. In realtà l'impalcato non è tanto rigido da diffondere uniformemente il tagliante, tanto che prudenzialmente l'EC8 stabilisce di assegnare ai 4 pilastri della torre comunque l'80% di T, indipendentemente dal numero di pilastri al piano terra.

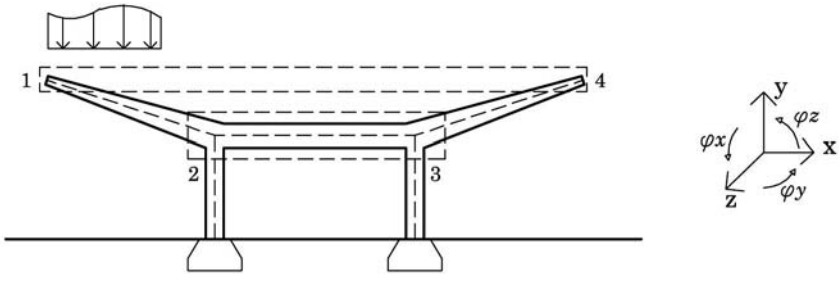


Fig. 35. Applicazione errata del piano rigido in una pensilina

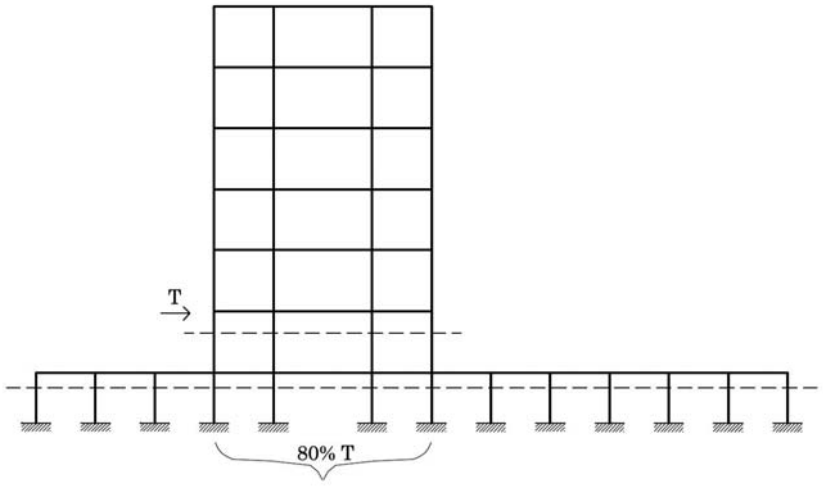


Fig. 36. Rigidezza impalcato e ripartizione tagliante

Dietro questa percentuale ci sono anche altri motivi legati alla duttilità globale e alla fragilità della rottura a taglio dei pilastri, ma questi fatti esulano dagli obiettivi del testo.

10. Problematiche relative alle scale

Il telaio piano di figura 37a presenta una scala realizzata con travi a ginocchio, con nodi 1, 2, 3 e 4; sul telaio parallelo che regge la scala si trova l'altra rampa, individuata dai nodi 5, 6, 7 e 8 (Fig. 37b). Nel primo telaio la posizione della rampa rispetto ai carichi verticali genera un arco iperstatico, l'asta1-2-3, e pertanto il regime di sollecitazione è di pressoflessione; il contrario accade per le aste del secondo telaio, dove la trave 5-6-7 è una trave a ginocchio che a causa della concavità rispetto ai carichi verticali è soggetta ad un regime di tensoflessione. Modellando la struttura con piano rigido che comprende i nodi 1, 2, 5 e 6 si coglie il comportamento globale ma si perde il regime estensionale nei due tratti orizzontali, quindi l'asta 5-6 non sarà verificata a tensoflessione e la 1-2 a pressoflessione.

Questo esempio evidenzia il fatto che la modellazione delle scale può essere fatta in vario modo, ma sempre in funzione del tipo di impiego dei risultati ottenuti. Sia che si tratti di scale a ginocchio o a soletta

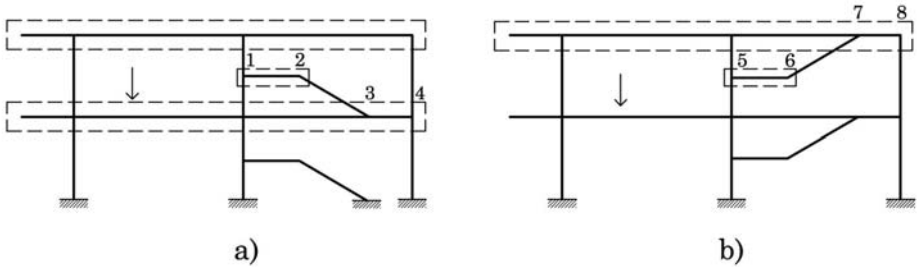


Fig. 37. Scala con travi a ginocchio e gradini a sbalzo

rampante, queste devono essere modellate in maniera accurata se le caratteristiche della sollecitazione si devono usare per la determinazione delle armature. Se si modellano solo per rilevare l'effetto irrigidente si possono rappresentare come elementi monodimensionali di rigidezza e sezione equivalente senza eccessiva accuratezza del dettaglio geometrico. L'importante è considerare comunque la loro presenza: poiché sono costituite da elementi diagonali, esse generano infatti forti azioni taglianti ed assiali nei pilastri che intercettano, sia che si tratti di scale a ginocchio che a soletta rampante.

Soprattutto ai fini dell'incremento della rigidezza tagliante dei pilastri intercettati dal pianerottolo di riposo (otto volte più rigidi a taglio dei pilastri di altezza pari all'interpiano), la presenza delle scale può essere molto insidiosa in zona sismica, soprattutto quando è decentrata. L'unico modo per ovviare al problema è quello di inserire una scala "priva di rigidezza laterale", che è la cosiddetta scala alla Giliberti[1]. Questa scala (Giliberti, 1987) si basa su un accorgimento geometrico semplice ma molto efficace: le due generiche rampe di un interpiano sono indipendenti l'una dall'altra perché il pianerottolo di riposo è tagliato a metà.

In figura 38a è riportata la struttura della prima rampa individuata dai nodi da 6 a 10 che si sagoma nello spazio (con tratto pieno); la seconda rampa è individuata dai nodi da 1 a 5 (Fig. 38b). La particolarità di questa scala sta dunque nell'essere realizzata col pianerottolo diviso in due parti. Ogni rampa è realizzata a soletta rampante e, ripiegandosi, torna ad ancorarsi sull'impalcato di partenza. La rampa 1-5 è solida-

[1] Aurelio Giliberti (1924-1999), docente di Complementi di Tecnica delle Costruzioni all'Università degli Studi di Napoli

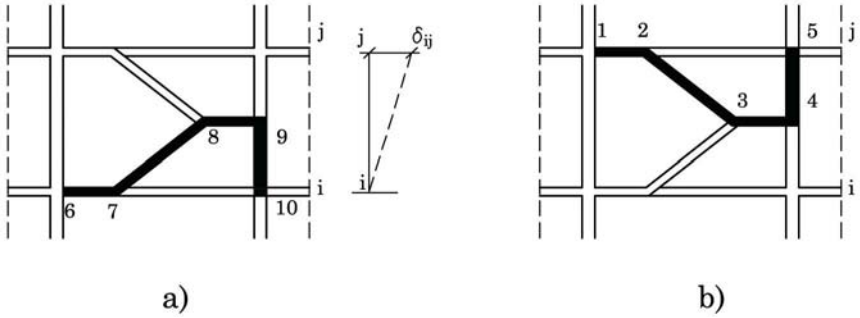


Fig. 38. Scala alla Giliberti

le all'impalcato *j* e indipendente da *i*; la rampa 6-10 è solidale all'impalcato *i* ed è indipendente da *j*. È fondamentale il fatto che il pianerottolo di riposo sia tagliato a metà perché così i bordi dei semi-pianerottoli, 3-4 e 8-9 sono assolutamente indipendenti. In tal modo si garantisce che non ci siano elementi che collegano i due impalcati adiacenti *i* e *j*. Inoltre non c'è trave che sostiene il pianerottolo di riposo quindi tutti i pilastri hanno la medesima altezza e rigidezza; è la stessa soletta che ripiegandosi genera il semipianerottolo di riposo. Si noti che con tale modalità costruttiva l'asta 4-5 risulta tenso-inflessa e l'asta 9-10 risulta presso-inflessa.

Per quanto detto in precedenza è fondamentale non applicare piani rigidi nella modellazione della scala, in quanto la rigidezza laterale della scala sarebbe totalmente alterata. Solo in assenza di tale vincolo fittizio gli spostamenti d'interpiano δ_{ij} non sono ostacolati da nessun elemento della scala, che quindi può definirsi a "rigidezza nulla".

11. La modellazione del suolo di fondazione

L'obiettivo principale che ci si è posti è la modellazione delle strutture e l'interfacciamento con il mondo esterno, per cui anche la modellazione del suolo è vista in tale ottica. La geotecnica è materia recente e complessa tanto da poter costituire da alcuni anni un indirizzo di studio autonomo, pertanto si riprendono solo i concetti di base e quelli che influenzano direttamente la modellazione della sovrastruttura.

Il terreno è un mezzo trifase solido, liquido, gassoso, del quale il comportamento sotto carico è ben rappresentato dal modello reologico di Terzaghi (1948). Il principio delle tensioni efficaci da esso derivante spiega la ragione del comportamento fortemente non lineare del terreno: la pressione totale nel suolo si suddivide in una pressione efficace sullo scheletro solido ed una pressione neutra agente sull'acqua. Dopo un certo intervallo di tempo dipendente dalla permeabilità del mezzo, brevissimo per i terreni a grana grossa e lunghissimo per quelli a grana fine, con l'espulsione dell'acqua e dell'aria, la pressione si incrementa solo sullo scheletro solido. Questo fenomeno segnala la presenza di due tipologie di cedimenti uno istantaneo ed uno differito nel tempo la cui somma, depurata dell'eventuale rigonfiamento, fornisce il cedimento finale.

Una prima osservazione sugli effetti dei cedimenti può trarsi dalla durata dei lavori di costruzione delle strutture.

Le opere di fondazione, salvo casi eccezionali, sono realizzate in cemento armato gettato in opera per cui i fenomeni viscosi possono influenzare l'assetto definitivo delle strutture. Per comprendere l'effetto bisogna considerare che nei materiali composti come il calcestruzzo, la rigidezza intrinseca si acquisisce in un certo intervallo di tempo. Per la normativa italiana, la resistenza e rigidezza convenzionali sono quelle che si raggiungono al ventottesimo giorno dal confezionamento del calcestruzzo. È noto che il modulo E_c finale del calcestruzzo si raggiunge in tempi molto lunghi, infatti la rigidezza convenzionale che si assume nei calcoli corrisponde a circa il 75% di quella a tempo infinito.

L'andamento dei cedimenti viscosi raggiunge il massimo nel primo anno dalla costruzione. Visti i normali tempi di costruzione e di applicazione dei carichi fissi è intuitivo che in assenza di una struttura di fondazione molto più rigida della sovrastruttura non si può evitare che gli effetti dei cedimenti e del fluage si propaghino a tutti gli elementi strutturali. Dunque, è piuttosto azzardato ipotizzare che gli effetti dei cedimenti differenziali delle fondazioni siano trascurabili in quanto mediati dai fenomeni viscosi del calcestruzzo. Poiché i cedimenti producono distorsioni e quindi caratteristiche della sollecitazione sulle strutture iperstatiche, in genere gli effetti dei cedimenti aumentano al crescere dell'iperstaticità dello schema strutturale e al crescere della rigidezza

del materiale, per cui il fluage non può sempre "riparare" alle distrazioni sulla modellazione del suolo.

Ad esempio le strutture interrate, tipo grossi tombini scatolari realizzati a piè d'opera, o le strutture prefabbricate, risentono per intero gli effetti dei cedimenti differenziali in quanto sono poste in opera con il materiale già rigido. Invece nelle fondazioni realizzate in opera insieme alla sovrastruttura solo una parte delle deformazioni produce caratteristiche della sollecitazione. Le strutture iperstatiche in acciaio risentono invece per intero degli effetti dei cedimenti del suolo e del fluage nel calcestruzzo delle fondazioni.

La consolidazione subita dal suolo determina nella struttura uno stato tensionale che si sovrappone a quello generato dai carichi esterni, per cui soprattutto nel caso di terreni a grana fina occorre agire sulla rigidezza della fondazione per evitare che lo stato deformativo si propaghi integralmente sulla sovrastruttura. Infatti, a causa della bassa permeabilità del suolo, i cedimenti differiti nel tempo si manifestano anche a distanza di anni. Questo fatto si amplifica ulteriormente nel caso di sopraelevazioni, ampliamenti o incremento di carichi sulle strutture quando a distanza di anni cambia nuovamente lo stato di equilibrio tensionale e deformativo senza possibilità di mediazioni da parte dei fenomeni viscosi.

Eseguire la modellazione e il calcolo della sovrastruttura separatamente da quello di fondazione e terreno può continuare ad avere un senso ancora oggi a patto di rispettare alcune ipotesi fondamentali: che la sovrastruttura sia isostatica o poco iperstatica e molto deformabile, come un capannone; oppure che la rigidezza della fondazione sia molto più elevata della sovrastruttura.

Fondamentalmente trascurare l'interazione suolo-struttura di fondazione ha senso fisico corretto solo se la rigidezza dell'oggetto a contatto col suolo (trave, piastra, palificata) e la distribuzione dei carichi sono tali da far verificare sostanzialmente l'ipotesi dei vincoli fissi (o a livello) per la sovrastruttura. Senza questa ipotesi l'iperstaticità del sistema fa risentire fino alla copertura gli effetti dei cedimenti differenziali alla base ed un calcolo più approssimato delle struttura risulta molto complesso in quanto non lineare nella geometria in funzione del tempo, dei carichi esterni e dei vincoli.

L'altra ipotesi il cui uso è invalso è quella del contatto liscio tra suolo ed opere di fondazioni superficiali. Questa ipotesi è la più veritiera tra tutte quelle che facciamo poiché, vista l'entità degli spostamenti subiti dalle strutture interrate, considerare nulle le tensioni tangenziali non produce effetti apprezzabili.

Nella modellazione di un problema potenzialmente anche monolatero, è essenziale verificare il rispetto dell'equilibrio e della congruenza. In particolare per la seconda è essenziale che le grandezze in gioco abbiano un senso fisico reale ma soprattutto che le grandezze siano quantitativamente corrette e fisicamente misurabili. Quanto asserito appare ovvio, ma non è di semplice definizione; infatti la determinazione di parametri fisici ha determinato la fortuna o l'abbandono di metodologie di modellazione del suolo per quasi tutti i modelli derivati da Winkler come si vedrà di seguito.

Un approccio a se meriterebbe il comportamento dinamico del complesso suolo-struttura. Come già detto in precedenza la geotecnica costituisce ormai una scienza quasi indipendente per cui anche i programmi di calcolo si sono sviluppati in tale direzione. Sono quindi pochissimi i programmi che affrontano in maniera sufficientemente rigorosa contemporaneamente i problemi geotecnici e strutturali. Per ragioni "storiche" se ne cita uno solo, il FLUSH (Lysmer, 1975) che consente di eseguire analisi dinamiche non lineari del suolo e della struttura; coevo del DRAIN-2D (Prakash, 1993) è stato sviluppato a Berkley alla fine degli anni settanta per studiare l'interazione dinamica del suolo e della struttura.

I programmi con queste caratteristiche non sono dedicati all'uso professionale per cui anche oggi i buoni programmi per lo studio dinamico dei suoli considerano le strutture solo attraverso la loro massa e i programmi dedicati alle strutture civili adottano per il suolo modelli semplificati, quasi tutti derivati dall'intramontabile modello di Winkler. Di seguito si esaminano alcuni modelli per il calcolo di fondazioni superficiali a partire dai più antichi, nati prima della geotecnica.

11.1. Modello del trapezio delle tensioni

Il metodo del trapezio delle tensioni si basa sull'ipotesi di rispetto dell'equilibrio e non della congruenza. Per una fondazione rettangolare di

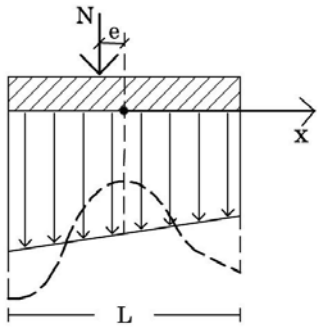


Fig. 39. Metodo del trapezio delle tensioni.

larghezza B e lunghezza L, soggetta ad una forza N applicata con eccentricità e (Fig. 39), la pressione sul suolo nel generico punto vale:

$$p(x) = \frac{N}{B\,L}\left(1 - \frac{6\,e}{L} + \frac{12\,e\,x}{L^2}\right)$$

Questo modello è chiamato erroneamente modello della trave rigida su suolo elastico in quanto associa alla infinita rigidità della fondazione la linearità delle pressioni sul suolo, cosa come ben noto errata. Infatti la distribuzione delle reazioni (pressioni) reale è affine a quella indicata, ad esempio, da Boussinesq col modello di semispazio elastico, che ad eccezione degli asintoti verticali teorici sui bordi rispecchia abbastanza bene il comportamento fisico del suolo (indicato con linea tratteggiata in figura 39 e differenziato in funzione del tipo di terreno e della rigidezza della fondazione in figura 40).

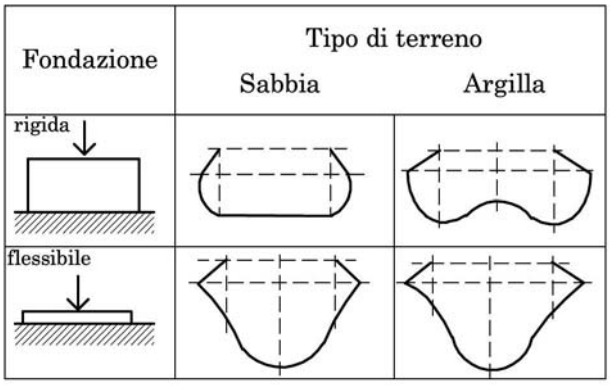


Fig. 40. Diagrammi qualitativi delle reazioni del suolo.

Inoltre la soluzione è palesemente errata in quanto indipendente dalla tipologia dei carichi. Infine, questo modello, contrariamente all'evidenza fisica, nel caso di carico distribuito costante (idrostatico) produce sollecitazioni nulle nella fondazione, come il modello di Winkler.

11.2. Winkler & Co.

Si affronta ora il problema della modellazione delle fondazioni superficiali a partire dal classico modello di Winkler, che da un secolo sopravvive a tutti i tentativi di miglioramento.

Il modello di suolo proposto da Winkler assimila il terreno ad una distribuzione di vincoli semplici bilaterali elastici tra loro non interagenti, per cui esiste una relazione lineare fra il cedimento w in un punto e la pressione di contatto p nello stesso punto, cioè

$$p = kw \qquad \text{dimensionalmente: } \left[FL^{-2}\right] = \left[FL^{-3}\right] \cdot \left[L\right]$$

pertanto k che è la costante di sottofondo o coefficiente di reazione del terreno ha l'unità di misura di un peso specifico. In definitiva è come se si stesse calcolando la fondazione assimilandola ad una barca col fondo piatto immersa in un liquido di peso specifico k.

L'uso del metodo di Winkler richiede la valutazione della costante di sottofondo, ed è noto che questa non è una esclusiva proprietà del terreno, ma dipende dal cedimento e conseguentemente dal valore del carico applicato, dalle proprietà del terreno, dalla forma e dimensione della fondazione. Non bisogna quindi commettere ancora oggi l'errore di classificare la costante di sottofondo per i diversi tipi di terreno.

La costante k si esprime come rapporto tra il carico p ed il cedimento unitario w della fondazione per cui facendo riferimento ad un mezzo elastico omogeneo. Il cedimento w di una fondazione nastriforme di larghezza B soggetta ad un carico unitario q vale:

$$w \approx \frac{qB}{E_{ed}}$$

da cui risulta

$$k = \frac{E_{ed}}{B}$$

Di conseguenza, in prima approssimazione, la stima della costante di sottofondo si può ricondurre alla determinazione del modulo edometrico E_{ed} del suolo.

Per determinare k è possibile ricorrere ad un approccio sperimentale che prevede di valutare k_1 e cioè quel valore della costante di sottofondo misurabile eseguendo una prova di carico su piastra "standard" di forma quadrata o circolare di lato o diametro pari a 30 cm. Avendo fissato la forma e la dimensione della piastra, k_1 dipende esclusivamente dal tipo di terreno per cui ha senso fornirne valori per terreni tipici. È poi possibile passare da k_1 a k, tenendo conto delle dimensioni della fondazione. In particolare, con riferimento ad un terreno coesivo (sovraconsolidato), assimilabile ad un mezzo elastico omogeneo, risulta

$$k = k_1 \frac{b}{1.5\,B}$$

essendo b il lato della piastra e B la larghezza della fondazione.

Per un terreno incoerente, invece per semplicità è possibile utilizzare la seguente relazione empirica di Terzaghi e Peck (1948):

$$w = w_1 \left(\frac{2\,B}{B+b} \right)^2 \qquad \text{da cui} \qquad k = k_1 \left(\frac{B+b}{2\,B} \right)^2$$

Nelle tabelle 2 e 3 si riportano i valori tipici di k_1, rispettivamente per terreni coesivi (argille) e per terreni incoerenti (sabbie).

Tab. 2. Valori tipici di k_1 [N/cm^3] per terreni coesivi (Viggiani, 1993)

Consistenza	Compatta $c_u = 50 \div 100 kPa$	Molto compatta $c_u = 100 \div 200 kPa$	Dura $c_u = \geq 200 kPa$
Campo	18÷35	35÷70	≥70
Valore consigliato	25	50	100

Tab. 3. Valori tipici di k_1 [N/cm^3] per terreni incoerenti (Viggiani, 1993)

Tipo di sabbia		Stato di addensamento		
		Sciolto	Medio	Denso
Campo		7÷20	20÷100	100÷350
Non satura	Valore consigliato	15	50	175
Satura	Valore consigliato	10	30	110

Il problema fondamentale nella rappresentazione del suolo con il metodo di Winkler consiste nel fatto che assimilando il terreno ad una distribuzione di vincoli elastici indipendenti esso ignora la continuità trasversale del suolo e conseguentemente non tiene conto del fatto che le deformazioni indotte si diffondono anche all'esterno dell'impronta della fondazione.

Nonostante i limiti intrinseci, il metodo di Winkler risulta utilizzabile in molte applicazioni a patto di non lesinare sulle dimensioni (rigidezza) della fondazione e di prestare molta attenzione alle applicazioni in cui c'è una variazione di k nell'ambito della medesima struttura di fondazione. Consci dei limiti del metodo di Winkler nel tempo sono stati sviluppati molti metodi correttivi, in particolare per tener conto delle deformazioni del suolo esterne all'impronta della fondazione. Tuttavia tutti i modelli hanno il difetto di non avere un chiaro significato fisico nelle parti correttive, o meglio difficilmente si riesce ad attribuire un'entità numerica e fisicamente chiara agli elementi aggiunti al modello di Winkler. In figura 41 sono riportati i modelli derivati da Winkler. Interessanti i modelli b) di Filonenko et al (1940) e c) di Hetenyi (1946), ma ci si deve chiedere quale senso fisico e quindi quali grandezze assumere per la membrana del modello b) e quale spessore e materiale scegliere per la piastra per il caso c).

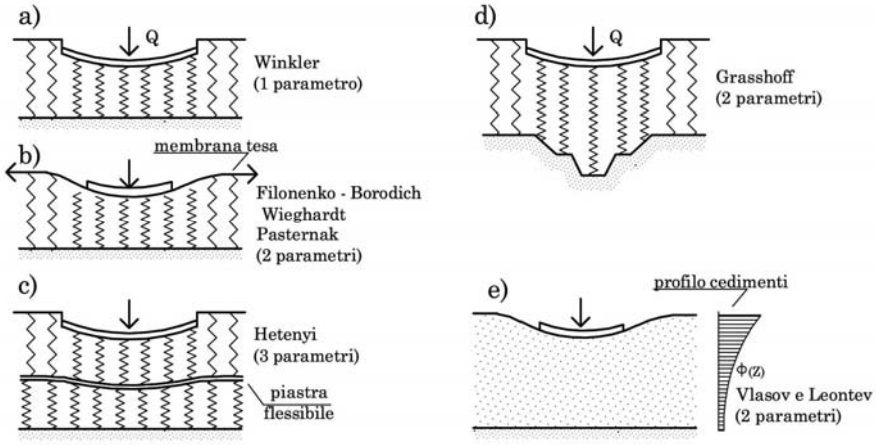


Fig. 41. Modelli sottosuolo derivati da Winkler (rielaborazione da Viggiani, 1993)

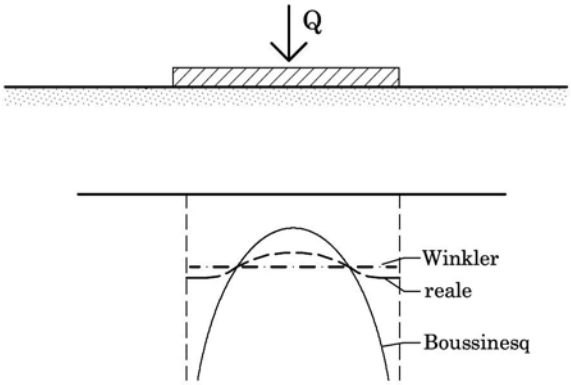


Fig. 42. Piastra rigida su suolo elastico: diagrammi di reazioni

Tra quelli riportati il modello più utilizzato in quanto più semplice e più affine alla risposta reale è quello di Grasshoff del 1951 (Fig. 41d). Per una piastra rigida su suolo reale, le reazioni nei casi limite sono indicate in figura 42: costante con Winkler, con asintoti verticali con Boussinesq e quella reale indicata con tratteggio. Nel modello di Grasshoff le "molle" più cedevoli nella zona media simulano la reazione effettiva nel caso di fondazione rigida su suolo elastico. Pertanto una semplice applicazione numerica di questo modello si può ottenere suddividendo la piastra in tre o più aree ed attribuendo il valore medio a k nella zona II, assegnando poi alla zona I e III rigidezze rispettivamente incrementate e ridotte del 30% rispetto al valore medio (Fig. 43).

Nell'evoluzione del metodo di Winkler è opportuno citare il metodo di Barden, che schematizza il sottosuolo come un semispazio elastico, omogeneo ed isotropo e quindi come un mezzo continuo in cui si verifica la diffusione delle tensioni e deformazioni al disotto della fondazione e

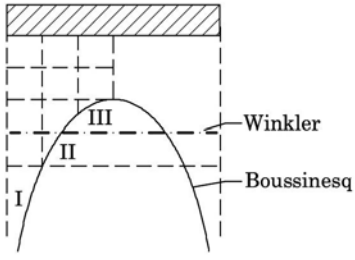


Fig. 43. Applicazione semplificata del modello di Grasshoff.

lateralmente ad essa. Ne consegue che il cedimento in un punto della superficie del terreno dipende non solo dal carico applicato in quel punto ma da tutti i carichi applicati in altri punti circostanti. Questo modello tuttavia non è molto utilizzato in quanto usa come sottosuolo il modello di Boussinesq che non sempre si adatta bene ai suoli reali.

Nel periodo 1970-90 diversi ricercatori, tra cui si segnala Gazetas, si sono cimentati nella determinazione delle rigidezze orizzontali e verticali di fondazioni dirette, sia superficiali che approfondite (non profonde). I metodi di calcolo utilizzati sono stati i più vari, ed in particolare i metodi analitici, semianalitici, agli elementi finiti, empirici e misti. Circa i modelli di sottosuolo si ricordano quello di Gibson o di semispazio continuo elastico disomogeneo che risale al 1967 e quello di Koenig e Sherif (1975) o di strato continuo elastico omogeneo di spessore finito.

Il metodo di Koenig e Sherif assume come modello per il sottosuolo quello di uno strato elastico di spessore finito poggiante su di un substrato indeformabile. L'approccio è analogo a quello di Barden con l'unica differenza che le espressioni utilizzate per determinare lo spostamento nel generico punto non sono quelle del semispazio elastico (teoria di Boussinesq) ma le analoghe relative al caso di strato di spessore finito (teoria di Steinbrenner).

Finora si è parlato genericamente di fondazioni superficiali e dei metodi di calcolo che in definitiva mirano tutti a determinare in modo più o meno realistico la rigidezza del suolo in un'unica direzione, quella verticale. Anche per le più comuni fondazioni superficiali il problema dell'interazione suolo struttura è molto complesso quindi nell'ottica di una modellazione chiara e maneggevole occorre un giusto compromesso tra semplificazione della realtà e modellazione. È parere di chi scrive che attualmente una buona mediazione tra le varie esigenze si riscontra

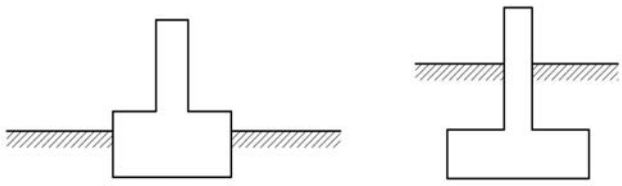


Fig. 44. Fondazioni superficiali e approfondite

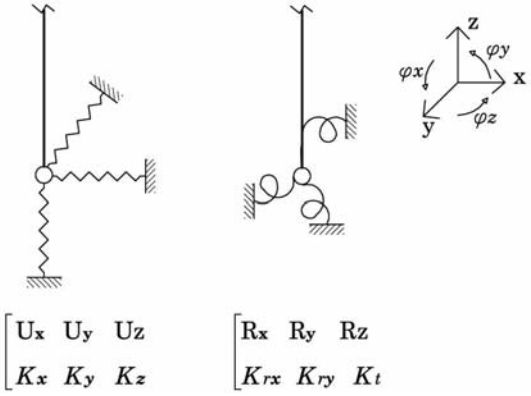


Fig. 45. Rigidezze di fondazioni superficiali

negli studi di Gazetas che ha ricavato per molti casi reali le sei rigidezze da attribuire alle fondazioni, sia superficiali che "ricoperte" (Fig. 44). Con le espressioni riportate di seguito è possibile determinare in modo molto agevole le rigidezze delle fondazioni superficiali, in maniera sintetica e globale, evitando modellazioni complesse di suolo e strutture di fondazione solo apparentemente più accurate. Per tale ragione si reputa utile riportare le formulazioni di Gazetas per alcune fondazioni ricorrenti.

Fondazione di forma qualunque, inscritta in un rettangolo 2 L × 2 B

Modello del suolo: semispazio elastico omogeneo.

Assumendo $L > B$ e detta A_b l'area di impronta della fondazione, si pone $\chi = A_b / 4\,L^2$; si definiscono inoltre I_x, I_y e I_z momenti d'inerzia rispettivamente intorno all'asse x, y e z dell'area di impronta della fondazione.

$$K_z = \frac{2GL}{1-\nu}\left(0{,}73 + 1{,}54\chi^{0{,}75}\right) \qquad K_{ry} = \frac{3G}{1-\nu} I_y^{0{,}75}\left(\frac{L}{B}\right)^{0{,}15}$$

$$K_x = K_y - \frac{0{,}2}{0{,}75-\nu} GL\left(1-\frac{B}{L}\right) \qquad K_{rx} = \frac{G}{1-\nu} I_x^{0{,}75}\left(\frac{L}{B}\right)^{0{,}25}\left(2{,}4 + 0{,}5\frac{B}{L}\right)$$

$$K_y = \frac{2GL}{2-\nu}\left(2 + 2{,}5\chi^{0{,}85}\right) \qquad K_t = 3{,}5GI_z^{0{,}75}\left(\frac{B}{L}\right)^{0{,}4}\left(\frac{I_z}{B^{-4}}\right)^{0{,}2}$$

Fondazione di forma qualunque o nastriforme

Modello del suolo: semispazio elastico disomogeneo.

Modulo di taglio G variabile con la distanza z dalla superficie secondo la formula $G = G_0(1+\alpha\,\zeta)^n$ dove $\zeta = z/L$ (nel caso di fondazione quadrata 2 $L \times 2\,L$), $\zeta = z/B$ (nel caso di fondazione nastriforme 2 B $\times \infty$), n è compreso tra 0 ed ∞.

$$K_{vv} \cong \frac{0{,}73}{1-\nu} G_0 (1+2\alpha)^n$$

K_{xx} non definito

$$K_{yy} \cong \frac{2}{2-\nu} G_0 \left(1+\frac{2}{3}\alpha\right)^n$$

Φ_{vv} non definito

Φ_{xx} non definito

$$\Phi_{yy} \cong \frac{\pi}{2(1-\nu)} G_0 L^2 \left(1+\frac{1}{3}\alpha\right)^n$$

K_{xy} e K_{yx} non definiti

Fondazione circolare di raggio R

Modello del suolo: strato omogeneo su semispazio indeformabile.

$$K_z = \frac{4GR}{1-\nu} \cdot \left(1+1{,}3\frac{R}{H}\right)$$

$$K_x = K_y = \frac{8GR}{2-\nu} \cdot \left(1+0{,}5\frac{R}{H}\right)$$

$$K_t = \frac{16}{3} GR^3 \cdot \left(1+0{,}1\frac{R}{H}\right)$$

$$K_{rx} = K_{ry} = \frac{GR^3}{3(1-\nu)} \cdot \left(1+0{,}17\frac{R}{H}\right)$$

K_{xry}, K_{yrx} non definiti

Fondazione nastriforme

Modello del suolo: strato omogeneo su semispazio indeformabile.

$$K_y \cong \frac{2G}{2-\nu} \cdot \left(1+2\frac{B}{H}\right)$$

$$K_{rx} = \frac{\pi G B^2}{2(1-\nu)} \cdot \left(1+0{,}2\frac{B}{H}\right)$$

K_t non definito

K_{ry} non definito

K_{xry} e K_{yrxt} non definiti

Fondazioni dirette approfondite

È opportuno segnalare che l'approfondimento di una fondazione superficiale produce, a parità di altri fattori, un aumento di rigidezza; fondamentalmente c'è un incremento del grado di incastro nelle sei variabili.

Occorre tener presente che, in primo luogo, generalmente la rigidezza del terreno aumenta con la profondità, per cui trasmettendo i carichi ad un terreno più rigido si manifesta una deformabilità minore di quella della fondazione superficiale, a parità di ogni altra condizione. Tuttavia, se la rigidezza del terreno occasionalmente diminuisce con la profondità, la rigidezza della fondazione deve anche essa diminuire, circostanza questa non prevista da alcuna delle formule di Gazetas riportate di seguito. Di conseguenza appare necessario assicurarsi preliminarmente che il deposito sia realmente omogeneo e di sufficiente spessore, quindi fissare un valore del modulo di taglio G sufficientemente rappresentativo alla quota di approfondimento.

Altro fattore di irrigidimento riguarda il terreno che circonda lo scavo sul fondo sul quale poggia la fondazione; esso esercita un'azione di confinamento riducendone ulteriormente la deformabilità (effetto trincea).

Infine le forze normali e di taglio che si sviluppano sulle pareti dello scavo al contatto con la fondazione trasferiscono al terreno circostante una parte del carico applicato alla fondazione aumentando di fatto la rigidezza di quest'ultima, anche se comunque il contatto suolo struttura è unilaterale per cui si corre il rischio opposto, quello di generare sovra rigidezze non realistiche. (Maugeri et al. 2004).

Anche per le fondazioni superficiali approfondite Gazetas ha utilizzato metodi di calcolo empirici.

Fondazione nastriforme approfondite

Modello del suolo: strato omogeneo su semispazio indeformabile

Si è indicato con d l'altezza della superficie di contatto tra parete verticale della fondazione e terreno; si è inoltre disposto il lato $2\,B$ secondo l'asse y, valutando le rigidezze relativamente ad una lunghezza unitaria in direzione x.

$$K_z \cong \frac{0{,}73G}{1-\nu}\cdot\left(1+3{,}5\frac{B}{H}\right)\cdot\left[1+0{,}2\left(\frac{d}{B}\right)^{2/3}\right]\cdot\left(1+3{,}5\frac{B}{H-D}\right)$$

$$K_y \cong \frac{2G}{2-\nu}\cdot\left(1+2\frac{B}{H}\right)\cdot\left(1+0{,}5\frac{d}{B}\right)\cdot\left(1+1{,}5\frac{D}{H}\right)$$

$$K_{rx} = \frac{\pi\cdot GB^2}{2(1-\nu)}\cdot\left(1+0{,}2\frac{B}{H}\right)\cdot\left(1+\frac{d}{B}\right)\cdot\left(1+0{,}65\frac{D}{H}\right)$$

$$K_{yrx} \cong \frac{d}{3}\cdot K_y$$

K_{ry} , K_x , K_t , K_{xry} non definiti

12. Fondazioni su pali

Ai fini della definizione delle varie rigidezze, molto più complessa della modellazione delle fondazioni superficiali è quella dei pali. I programmi di calcolo di strutture in genere modellano il palo con approccio alla Winkler, dunque circa il grado di accuratezza nulla di nuovo rispetto a quanto detto nel paragrafo precedente. Per tale ragione si rimanda ad un ottimo testo di riferimento per tutti i dettagli (Viggiani, 1993).

L'analisi della risposta dei pali sotto i carichi di esercizio finalizzate al calcolo delle rigidezze è un problema piuttosto complesso analiticamente e per una corretta applicazione richiede un accurata caratterizzazione del suolo. Occorre poi tenere presente che sperimentalmente è stato visto che l'applicazione del carico sul palo genera una elevata concentrazione di sforzi tangenziali in un sottile strato di terreno intorno al fusto e questi sforzi producono cedimenti fortemente non lineari. La resistenza ultima a taglio del suolo si raggiunge localmente anche per bassi valori del carico per cui si verificano scorrimenti che accentuano la non linearità della risposta. In definitiva un qualsiasi modello lineare è inadatto a descrivere la risposta del palo; ancora più complesso e ricco di fonti di errori è il caso del gruppo di pali.

Una curva carico-cedimento ottenuta da una prova di carico su palo singolo è del tipo riportato in figura 46.

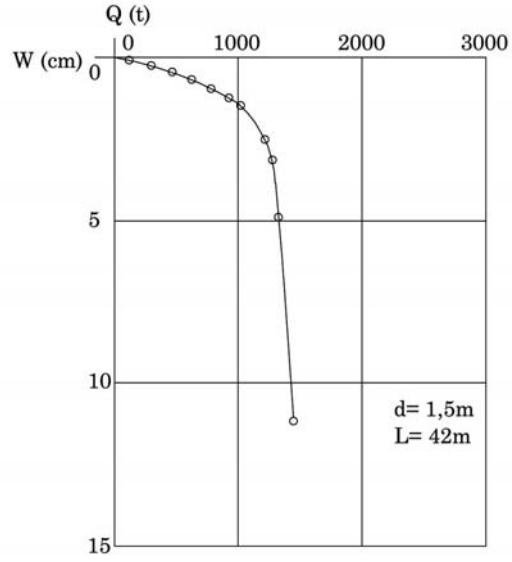


Fig. 46. Curva carico-cedimento ottenuta da una prova di carico

Un primo rudimentale modo di ricavare la rigidezza secante, ovvero solo la rigidezza verticale del palo è stata proposta da Meyerhoff (1959); per pali battuti in terreni incoerenti il cedimento vale:

$$W_s = \frac{d}{30} \cdot \frac{Q}{Q_{\lim}}$$

essendo

W_s cedimento palo singolo
d diametro palo
Q carico agente
Q_{lim} carico limite

che nel caso di pali in argilla diventa

$$W_s = \frac{d}{100} \cdot \frac{Q}{Q_{\lim}}$$

Le formule sono abbastanza attendibili solo se $\frac{Q_{\lim}}{Q} \geq 3$

Importanti passi in avanti nella ricerca del comportamento delle fondazioni profonde sono stati fatti negli anni '60; nel filone del metodo delle *curve di trasferimento* si collocano i metodi semi empirici proposti da Coyle e Reese (1966). Il metodo si basa su dati sperimentali di prove

di carico nelle quali sono stati determinati sforzi nel palo e spostamenti a varie profondità. Da questi dati si sono determinate le curve di trasferimento che correlano tensioni tangenziali e cedimenti lungo il fusto. In ciò il metodo delle curve di trasferimento è molto affine a quello di Winkler. Un'applicazione più moderna attraverso il metodo degli elementi di contorno (BEM) è data da Poulos e Davis (1980) i quali sfruttando le equazioni di Mindlin (1936) per il calcolo degli spostamenti nel semispazio elastico indotti da tensioni tangenziali, propongono un metodo numerico per il calcolo dei cedimenti del palo singolo e del gruppo. Tuttavia anche questo modello soffre delle ipotesi di linearità che lo rendono di incerta applicazione in quanto è difficile assegnare un unico modulo di elasticità del terreno E_t. Poulos e Davis poi, sulla base delle sperimentazioni al vero, precisano che i valori di E_t ricavati da prove di laboratorio sono in genere molto minori di quelli ricavati dalle prove di carico su palo.

Ultimo problema riguarda il comportamento del gruppo di pali, infatti è noto che un gruppo di pali, mostra cedimenti maggiori del palo singolo egualmente caricato (Viggiani,1973).

In conclusione, la definizione della rigidezza verticale del palo è di grande complessità e richiede molte prove geotecniche per la caratterizzazione del suolo alle varie profondità. Inoltre tutti i modelli più affidabili non sono implementati nei normali programmi di calcolo di strutture. Visti i costi delle prove e le inevitabili incertezze sui cedimenti del palo è parere di chi scrive che la migliore soluzione sia quella di ricavare la legge carico-spostamento da una prova di carico su palo singolo. Questa via, nonostante il costo della prova, ha il grande vantaggio di rendere la palificata meno costosa in quanto le norme italiane consentono di abbassare il coefficiente di sicurezza della palificata in seguito ad una prova di carico, per cui le fondazioni possono avere un decremento di costi anche maggiore del 15%. Per l'elaborazione dei risultati della prova, la definizione del carico limite Q_{lim} e della rigidezza del complesso paloterreno si rimanda alla bibliografia più autorevole (Poulos e Davis, 1968, 1974, 1980; Viggiani, 1993).

13. Stabilità dell'equilibrio delle strutture

Le strutture costituite da aste o da superfici sottili, al crescere del carico esterno e ovviamente dello stato tensionale interno, oltre ad una configurazione indeformata dell'equilibrio, che è quella che determiniamo con i metodi classici della scienza delle costruzioni, possono assumere una configurazione cosiddetta deviata dell'equilibrio. A questa nuova configurazione non corrisponde in genere il collasso. Se la struttura è costituita da materiale elastico, può assumere il nuovo assetto equilibrato senza collasso restando in campo elastico. Questo fenomeno corrisponde all'instabilità euleriana in campo elastico, in letteratura straniera *buckling*. Il fenomeno ovviamente può portare il materiale in campo elasto-plastico, riducendo il valore del moltiplicatore critico del carico. Dal punto di vista analitico, il problema consiste nella ricerca degli autovettori $\mathbf{x}$ di spostamento dati dal sistema

$$\mathbf{A} - \lambda\, \mathbf{B} \cdot \mathbf{x} = 0$$

per il quale la soluzione non banale è data dall'equazione caratteristica

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\, \mathbf{B}) = 0$$

che fornisce gli autovalori λ. Trovati gli autovalori si ricavano gli autovettori $\mathbf{x}$ che verificano l'equilibrio per configurazioni deformate dell'equilibrio. Il problema equivale matematicamente alla ricerca dei modi di vibrare della struttura.

Si possono verificare diversi tipi di instabilità. Ad esempio raggiunto il carico critico la struttura può abbandonare la configurazione indeformata attraverso un processo dinamico istantaneo e assumere una diversa configurazione di equilibrio; da questo punto in poi il carico teorico può continuare a crescere ulteriormente. Si parla in questo caso di equilibrio di instabilità con diramazione stabile. Diversamente si deve ridurre il carico esterno applicato affinché sia ancora valida la configurazione deviata dell'equilibrio, e dunque si parla di instabilità per diramazione instabile. Oppure si verificano altri fenomeni di instabilità per i quali la non linearità della configurazione geometrica diventa il fattore predominante. L'esempio classico è quello del cosiddetto *salto della corda* a discapito di strutture spingenti molto ribassate, esempio di instabilità per cedimento progressivo.

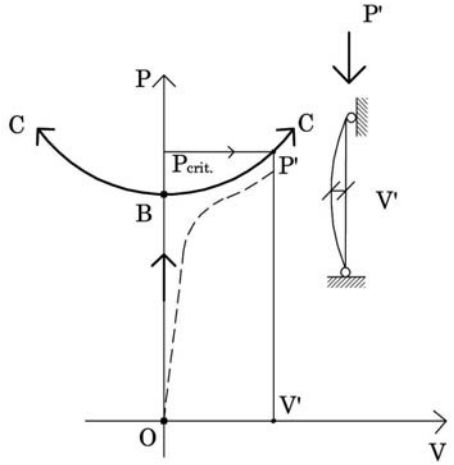


Fig. 47. Instabilità con post-critico stabile

Se si analizza un'asta isostatica perfettamente rettilinea caricata di punta (Fig. 47) si nota che inizialmente essa mantiene la conformazione rettilinea, con spostamenti solo assiali. Superato il valore P_{crit} del carico (carico critico), oltre alla conformazione rettilinea essa può assumerne una deformata, detta deviata, con spostamento orizzontale V della sezione in mezzeria. Al crescere del carico si possono dunque verificare due possibili percorsi: la struttura può seguire la configurazione deviata, con spostamento V che cresce rapidamente col carico; oppure può continuare a mantenersi rettilinea e quindi il carico può crescere con V=0. In questo secondo caso la struttura può, ad un certo carico P', abbandonare la configurazione rettilinea ed incurvarsi con un fenomeno dinamico, detto *snap*, assumendo in mezzeria lo spostamento V'.

Nella realtà i casi di instabilità istantanea sono molto rari ed il comportamento delle strutture è più comunemente quello descritto dal percorso tratteggiato, perché è difficile che il carico sia esattamente centrato e che le aste siano perfettamente rettilinee. La curvatura dell'asse delle aste è ammessa anche dalla normativa vigente; in particolare per le aste in acciaio esistono imperfezioni geometriche che tutto sommato risultano convenienti, perché evitano l'instabilità improvvisa durante il percorso di carico.

Molto più insidioso è il fenomeno dell'instabilità per diramazione instabile (Fig. 48). Le strutture più ricorrenti per la quali si verifica que-

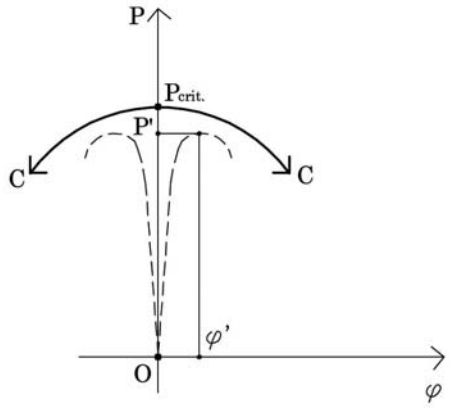


Fig. 48. Instabilità con post-critico instabile

sto fenomeno sono le travi reticolari con nodi continui. Quando la deformata critica è asimmetrica, così come indicato in figura 49, il carico, raggiunto il valore *P'* in corrispondenza della rotazione φ‘, non può crescere ulteriormente. Pertanto una volta che la struttura ha assunto la configurazione deformata con rotazione φ‘, l'equilibrio è compatibile soltanto con una riduzione del carico, che caratterizza la deformazione post critica della struttura. Analogo è il caso di strutture dotate di imperfezioni iniziali con rotazioni di costruzione φ‘.

Un ultimo tipo di instabilità è quella definita per cedimento progressivo (Fig. 50). Questo fenomeno è caratterizzato dalla pronunciata riduzione della rigidezza, evidenziata in figura dal fatto che la pendenza, dal punto O al punto B, si riduce progressivamente, fino a raggiungere un valore nullo quando sull'arco è applicato il carico *P* pari al carico critico. Arrivati al punto B si verifica il cosiddetto fenomeno del salto della corda, *snap through*, un improvviso fenomeno dinamico durante il

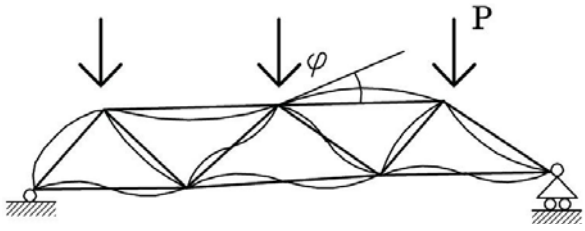


Fig. 49. Deformata critica asimmetrica

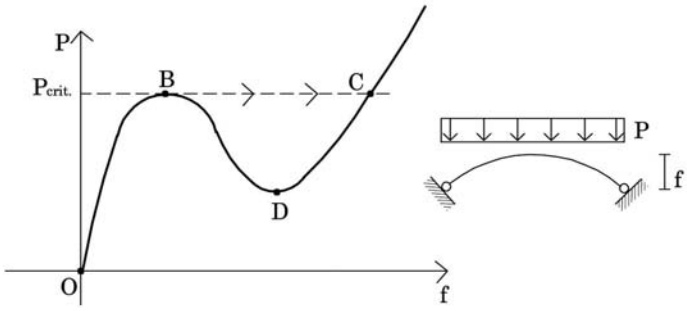


Fig. 50. Instabilità per cedimento progressivo

quale la struttura cambia configurazione geometrica. L'arco si configura improvvisamente in una fune e da convesso diventa concavo, quindi il ramo che effettivamente si osserva percorrere alla struttura è il ramo BC, dopo di che diventa lineare perché quella che si va a configurare dopo il punto C è la rigidezza di una fune. Il ramo BDC è teorico in quanto percorribile solo a patto di ridurre il carico, cosa impossibile nelle strutture reali. Questo ovviamente è un caso limite perché le strutture, se subiscono un effetto dinamico così importante, normalmente non sopravvivono e crollano nel momento stesso in cui si raggiunge il carico critico al passaggio dal punto B a D.

La validazione di un problema di instabilità euleriana deve passare attraverso le seguenti fasi:

- controllare la qualità dei vincoli reali e della geometria iniziale, per dimostrare che i vincoli esterni ed interni che determinano le forme critiche sono realizzate con la rigidità necessaria;
- valutare l'entità delle imperfezioni che possono essere insite nel montaggio della struttura e nelle singole aste;
- valutare l'entità dei cedimenti subiti dalle fondazioni che costituiscono i vincoli esterni;
- fare una valutazione anche approssimata sull'effettiva linearità del comportamento della struttura dal punto di vista geometrico e meccanico;
- valutare l'influenza della non linearità meccanica ovvero controllare se il materiale è ancora in campo elastico al raggiungimento del carico critico $P_{crit.}$.

Se si tratta di strutture in acciaio occorre valutare anche la stabilità degli elementi strutturali parziali, con i vincolo provvisori applicati durante il montaggio.

Dopo questo riepilogo sintetico delle forme principali di instabilità, si esamina a titolo di esempio un edificio a telaio con struttura in acciaio per testare la sensibilità del carico critico al variare di un unico parametro, in particolare della costante di Winkler.

Si consideri un telaio a tre piani con due campate di luci diseguali (Fig. 51), con fondazione a trave rovescia in cemento armato di ingombro massimo 1 × 1 metro e spessore sia dell'anima che delle ali di 30 cm. Le colonne sono realizzate con profili HE 240A e le travi sono IPE 300. Il calcolo è stato condotto considerando la non linearità geometrica. L'obiettivo è quello di determinare il moltiplicatore dei carichi $\alpha\, q$ che porta la struttura ad una configurazione deviata dell'equilibrio, così come anticipato nel paragrafo. Per la determinazione del carico critico si è utilizzato il metodo standard che prevede due fasi di calcolo della struttura. Nel primo si calcola la riposta elastica della struttura al fine di determinare gli sforzi normali nei vari elementi strutturali; nel secondo, noti gli sforzi normali nei vari elementi strutturali si calcola la matrice di rigidezza globale come somma della matrice di rigidezza elastica (già calcolata nel precedente passo) e della matrice di rigidezza geometrica che è rappresentativa degli effetti della azione assiale sulla rigidezza.

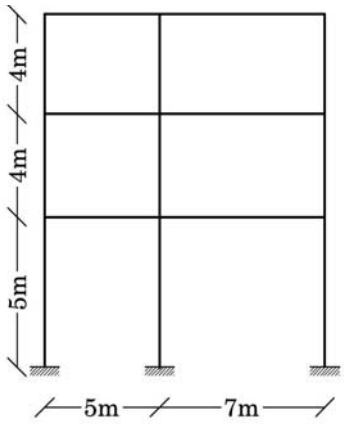


Fig. 51. Telaio in acciaio con fondazione superficiale.

La condizione di annullamento del determinante della matrice di rigidezza globale permette di determinare i valori dei carichi critici della struttura.

La struttura è stata caricata, oltre al peso proprio, con un carico distribuito su ogni campata del valore di 20 kN/m e una forza concentrata pari a 40 kN applicata in ogni nodo in elevazione. L'analisi è stata effettuata al variare della costante di sottofondo a partire dal valore di 0.4 N/cm^3 (0.04 kg/cm^3) fino al valore di 300 N/cm^3 (30 kg/cm^3) e si è valutata la variazione del moltiplicatore dei carichi che porta la struttura in condizione di instabilità al variare della costante di sottofondo. In tutte le elaborazioni si è riscontrato che la deformata critica è data dalla deformata tipica di una mensola incastrata al piede più una rotazione globale del telaio, rotazione che tende a ridursi al crescere della costante di sottofondo. Come si può vedere in figura 52 il carico critico della struttura è fortemente influenzato dal valore della costante di sottofondo specie quando il terreno è molto soffice, mentre non ne risente per valori alti di k. Al crescere di tale parametro il carico critico tende a raggiungere un valore massimo coincidente con quello della struttura incastrata alla base.

In corrispondenza del valore minimo considerato per k, 0.4 N/cm^3, il terreno è estremamente deformabile e quindi il grado di incastro è legato alla rigidezza della trave scelta. Contemporaneamente, a causa della asimmetria dello schema, il terreno molto deformabile accentua la non linearità geometrica della risposta. Questo effetto fa ridurre il moltiplicatore dei carichi in maniera pronunciata.

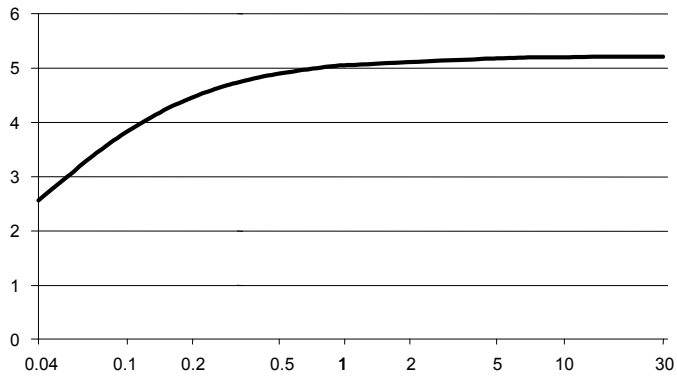


Fig. 52. Moltiplicatore dei carichi al variare di k

Dal grafico si evidenzia che la sola variabilità della costante di Winkler è in grado di dimezzare il carico critico rispetto a quello determinato ipotizzando un incastro perfetto alla base.

Bibliografia

1. A. Bove, *Introduzione ai programmi di calcolo strutturale,* Flaccovio, Plaerm, 1993.
2. E. Bruzzese, A. Ghersi, A. Perretti, *Comportamento sismico di telai in acciaio con nodi semirigidi,* Atti del XVI Congresso CTA, "Giornate Italiane della Costruzione in Acciaio", Ancona, ottobre 1997.
3. M. Capurso, *Introduzione al calcolo automatico delle strutture,* Cremonese, Roma, 1977.
4. L. Corradi Dell'Acqua, *Instabilità. delle Strutture*, Clup, Milano, 1975.
5. E. Cosenza, A. De Luca, C. Faella, *Stabilità di telai metallici a nodi semirigidi,* Nuova Italsider, Genova, [s.d.].
6. V. Franciosi, *Stabilità dell'equilibrio,* Liguori, Napoli, 1965.
7. V. Franciosi, *Scienza delle costruzioni,* vol. III, Liguori, Napoli, 1970.
8. G. Gazetas, J.M. Roesset, *Forced vibrations of strip footings on layered soil,* Methods of Structural Analysis, ASCE, 1, 155, 1976.
9. G. Gazetas, J.M. Roesset, *Vertical vibrations of machine foundations,* Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 105, GTG12, 1435, 1979.
10. G. Gazetas, *Analysis of machine foundation vibrations: state of the art,* Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol.2, n.1, 2-42, 1983.
11. G. Gazetas, *Formulas and charts for impendances of surface and embedded foundations,* Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 117, n.9, 1991.

12. A. Ghersi, *Edifici antisismici con struttura intelaiata in cemento armato*, CUEN, Napoli, 1986.

13. A. Ghersi, P. Lenza, *Teoria degli edifici*, Liguori, Napoli, 1988.

14. A. Ghersi, R. Landolfo, F. M. Mazzolani, *Design of metallic cold-formed thin-walled members*, SPON Press, London and New York, 2002.

15. E. Giangreco, *Ingegneria delle strutture. Volume terzo. Progettazione strutturale*, UTET, 2002.

16. A. Giliberti, *Una più razionale struttura della scala per edifici in zona sismica*, CUEN, Napoli, 1987.

17. J. Gordon, *Strutture sotto sforzo*, Zanichelli, Bologna, 1991.

18. ITALFERR, SIS T.A.V. S.p.a, *Studio sugli effetti dell'interazione binario-struttura,* C.E.S.P.I., S.r.l. Roma, Aggiornamento maggio, 1996.

19. J. Lysmer, T. Udaka, C.F. Tsai, H.B. Seed, *FLUSH - A computer program for approximate 3-D analysis of soil-structure interaction problems,* Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Report n. EERC 75-30, november, 1975.

20. M. Nicoletti, *S. Musmeci, Organicità di forme e forze nello spazio*, Universale di Architettura, Torino, 1999.

21. M. Maugeri, R. Massimino, A. Perretti, *Cattedrale di Noto: analisi dinamica con spettri sito dipendenti*, XXII Convegno nazionale di geotecnica, valutazione delle condizioni di sicurezza e adeguamento delle opere esistenti, Palermo, 22-24 settembre 2004.

22. D. Michael, *The Effect of Local Wall Deformation on the Elastic Interaction of Cross Wall Couplet by Beams,* Tall Building Symposium, Moscow,1967.

23. S. Musmeci, *La statica e le strutture,* Cremonese, Roma, 1971.

24. R. Park, T. Paulay, *Reinforced concrete structures*, Wiley, New York, 1975.

25. H.G. Poulos, E.H. Davis, *The settlement behaviour of single axially loaded incompressible piles and piers,* Géotechnique, vol.18, 1968.

26. H.G. Poulos, E.H. Davis, *Elastic solutions for soil and rock mechanics,* John Wiley and sons, 1974.

27. H.G. Poulos, E.H. Davis, *Pile foundation analysis and design,* John Wiley and sons, 1980.

28. V. Prakash, G.H. Powell and S. Campbell, *Drain-2DX, Base Program description and user guide,* version 1.10, 1993.

29. K. Terzaghi, R.B. Peck, *Soil Mechanics in Engineering Practice,* Wiley, New York, 1948.

30. S. Timoshenko, J. Gere, *Theory of elastic stability*, Mc Graw Hill, New York, 1961.

31. S. Toniolo, P.G. Malerba, *Metodi di discretizzazione dell'analisi strutturale*, Masson, Milano, 1981.

32. A.S. Veletsos, B. Verbic, *Basic response functions for elastic foundations,* Journal of engineering mechanics division, ASCE, N100, EM2, 1974.

33. A.S. Veletsos, *Dynamics of structure foundation systems,* Structural and Geotechnical Mechanism, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New York, 1977.

34. C. Viggiani, *Fondazioni,* CUEN, Napoli, 1993.

35. H.L. Wong, J. E. Luco, *The application of standard finite element programs in the analysis of soil structure interaction,* Proc. 2nd SAP User's Conf., University of Southern California, Los Angeles, 1977.

36. L.C. Reese, H.M. Coyle, *Load Transfer for Axially Loaded Pile in Clay*, Journal of Soil Mechanics and Foundation Div., Proceedings, ASCE, V. 92, No. SM, 1966.

37. *Manuale di ingegneria civile,* vol.3, Cremonese, Roma, 1982.

Capitolo 4

LA QUALITÀ DELLA MODELLAZIONE NELLE STRUTTURE REALI

Antonio Perretti

1. La qualità numerica della soluzione

A proposito della rappresentazione grafica degli oggetti strutturali in relazione al loro significato fisico, nei modelli FEM c'è un pericolo insito nella semplicità della modellazione grafica delle strutture nei programmi di calcolo. Come dovrebbe essere chiaro, la rappresentazione non è esplicita perché gli elementi monodimensionali, bidimensionali e tridimensionali hanno un significato fisico assolutamente indipendentemente dalla veste grafica. Si può creare un modello numerico utilizzando soltanto elementi lineari e bidimensionali, ma in termini analitici questi oggetti possono rappresentare anche cinque o sei modelli meccanici diversi.

Ad esempio, nell'ambito degli elementi monodimensionali (*trave o beam o frame*), ci sono elementi trave che possono o meno rappresentare il fenomeno dell'instabilità, oppure che possono cogliere o meno la non linearità geometrica o la non linearità meccanica; analogamente nel campo bidimensionale, come quelli equivalenti, bidimensionali veri, isoparametrici. In altre parole nello stesso modello che è stato costruito soltanto con un elemento geometrico, si può avere una grande ricchezza di elementi con uguale veste grafica ma con diversa rappresentazione matematica della realtà.

Il filo conduttore è il miglioramento della soluzione, ovviamente in senso ingegneristico applicativo, dunque un miglioramento che prelude e può contribuire alla verifica della validità delle ipotesi di base del calcolo e dei risultati.

In questo capitolo, dopo una sintetica introduzione alla "soluzione esatta" di un modello discretizzato, si esaminano delle strutture elementari e dei problemi sull'uso contemporaneo di elementi mono e bidimensionali. Nell'ultimo paragrafo è riportato l'esempio di un telaio testato al variare di molti fattori di progettazione.

2. Affidabilità del calcolo numerico

Al mondo esistono molte organizzazioni che si occupano della formazione dei tecnici che utilizzano calcolo numerico per le più svariate attività, come il NAFEM, *The International Association for the Engineering Analysis Community (*www.nafems.it), in quanto da sempre progresso informatico e formazione non avanzano parallelamente.

In particolare c'è un organismo molto prestigioso l'ICOLD, *International Commission On Large Dams* (www.icold-cigb.net), commissione delle grandi dighe nata nel 1928, che si occupa di confrontare i progressi scientifici nel campo del calcolo delle grandi dighe a livello mondiale. Questa commissione da alcuni anni si sta occupando del problema della verifica del calcolo numerico di queste strutture, nonché della validazione dei mezzi di calcolo utilizzati.

L'ICOLD rappresenta un punto di riferimento autorevole del calcolo numerico in questo settore, perché è un organismo che rappresenta quanto di meglio si riesca a fare nel calcolo delle dighe; i membri sono rappresentati da organismi dall'altissima specializzazione, prevalentemente universitari. Nei convegni periodici vengono proposti dei problemi numerici dei quali, nel convegno successivo, vengono presentate le soluzioni.

Di seguito è riportato il problema della diga ad arco proposto nel 1995, con i risultati confrontati nel workshop dedicato al calcolo numerico presentati l'anno successivo a Madrid. Il problema posto era quello di calcolare l'apertura del giunto di una diga ad arco (Fig. 1), dati il livello dell'acqua, le dimensioni del giunto da calcolare oltre alle caratteristi-

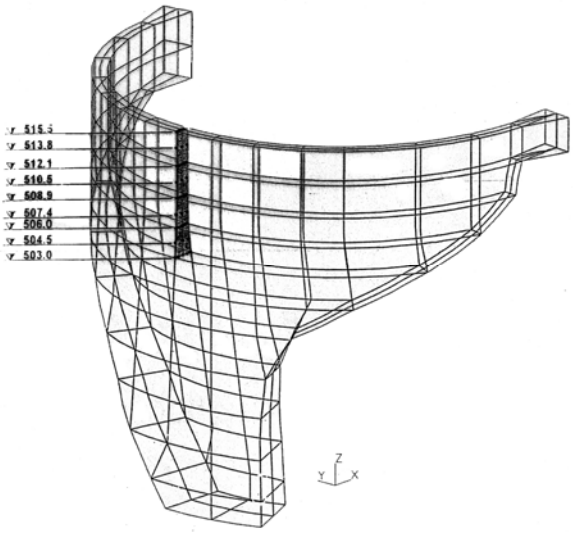


Fig. 1. Modello diga, ICOLD, Madrid 1996 (fonte ICOLD)

che dei materiali. Sono state date a tutti i partecipanti le indicazioni per eseguire il calcolo con un qualsiasi programma, comunque le elaborazioni presentate sono state condotte solo con Ansys® ed Abaqus®.

Si è detto che l'ICOLD rappresenta il punto più avanzato della ricerca scientifica nel settore, ma nonostante ciò un aspetto importante, dal punto di vista formativo, emerge dal grafico in figura 2 che rappresenta lo spostamento che subisce il coronamento della diga ad arco per effetto dell'innalzamento del livello dell'acqua: la soluzione n° 3 rispetto alla n° 6, presenta quasi un ordine di grandezza di differenza. Questo esempio è eloquente delle insidie che tutt'ora ci sono nel calcolo numerico, ovvero "non c'è programma che tenga". La lezione da trarre è che nei confronti del calcolo numerico occorre umiltà scientifica e attenzione, nel senso che un qualsiasi programma non dà la certezza della correttezza della soluzione. In un problema come quello di figura 1 fortemente iperstatico, con non linearità geometrica e meccanica si rischia di non riuscire a trovare neppure un intervallo della soluzione piccolo.

Si ribadisce che nello spirito del lavoro il miglioramento della soluzione è da intendere in termini ingegneristici applicativi e non in chiave rigorosamente analitica, per la quale si rimanda ai testi "sacri" come per esempio quello di Zienkiewicz, 1994.

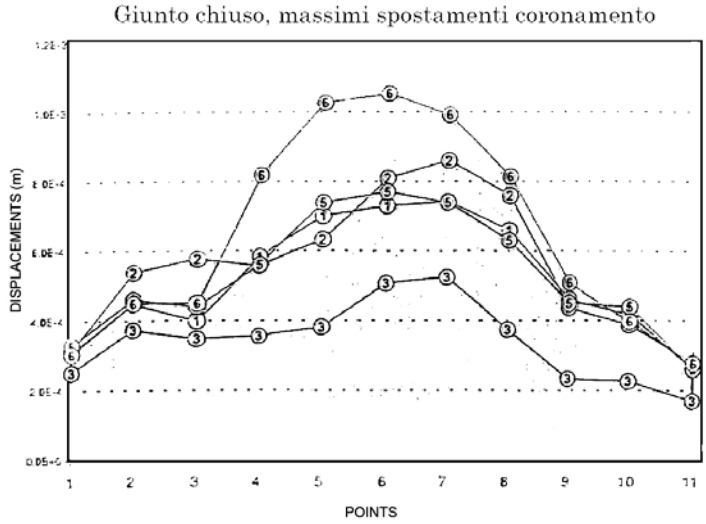


Fig. 2. Diagramma ampiezze giunto diga (fonte ICOLD)

3. Le basi della modellazione FEM

Nel 2006 il nome e il concetto di elemento finito nella versione moderna hanno compiuto cinquant'anni. Un'età di tutto rispetto, ma nonostante sia trascorso mezzo secolo la portata della scoperta è confermata dal fatto che la ricerca nella direzione individuata da Tarner, Martin, Clough e Topp (1956) ha avuto continuo sviluppo in tutte le discipline scientifiche: si può parlare dunque di rivoluzione epocale.

Nell'ingegneria strutturale, i modelli matematici descrittivi sono correntemente espressi in due modi:

a) un sistema di equazioni differenziali con le relative condizioni iniziali ed al contorno (la cosiddetta formulazione forte);
b) un principio di estremalità per una funzione *F*. La funzione è una espressione che contiene le equazioni che sintetizzano il problema (la cosiddetta formulazione debole), come la minimizzazione dell'Energia Potenziale Totale.

Attraverso metodi numerici si può ottenere una soluzione approssimata delle equazioni a (per esempio. metodo delle differenze finite) oppure attraverso una minimizzazione della funzione *F* (per i modelli b).

La soluzione in forma chiusa dei modelli matematici è molto rara e difficilmente in uso per scopi professionali per cui da tempo si cerca di percorrere la seconda via.

Il metodo degli elementi finiti è una tecnica numerica di estremalizzazione approssimata come indicato in b ed è affine al metodo di Rayleigh e Ritz del 1909. Col metodo di Ritz nella forma classica, si esprimono le funzioni incognite come combinazioni di un numero finito di funzioni assegnate definite nel dominio di esistenza e nel trovare i coefficienti per i quali la funzione F è minimizzata. La minimizzazione di F si basa sulle ipotesi base che le funzioni assegnate (funzioni di forma) siano continue con le derivate e verifichino le condizioni al contorno.

Nel Metodo degli Elementi Finiti il dominio è suddiviso in sottodomini detti appunto elementi finiti connessi in un numero finito di nodi dove le funzioni incognite sono espresse come combinazioni di un numero finito di funzioni dette *funzioni di forma*. La differenza con gli altri metodi è che ognuna di queste è definita in un elemento finito e le caratteristiche di continuità e derivabilità sono verificate in corrispondenza dei nodi. Inoltre tali funzioni devono poter rappresentare stati di deformazione costante e spostamenti rigidi; questa condizione è detta di *completezza*. Inoltre anche lungo i contorni deve essere rispettata la *congruenza*.

Il Principio della Minima Energia Potenziale Totale, assicura che, se il modello di spostamento scelto soddisfa alle condizioni di ammissibilità e completezza, l'energia potenziale totale della struttura discretizzata è maggiore di quella corrispondente alla deformazione effettiva e al crescere del numero di elementi l'energia potenziale totale tende al suo valore esatto. Il metodo di minimizzazione dell'EPT, da cui discende il metodo degli elementi finiti, ha oltre centotrenta anni perché è stato introdotto da Rayleigh nel 1871 e perfezionato da Ritz nel 1909. Nella forma originaria è di più complessa applicazione di quella del metodo FEM, in quanto la configurazione deformata è definita attraverso una funzione definita in un unico dominio.

Le funzioni approssimanti, dette funzioni di forma, sono in genere dei polinomi, di modesto grado e ciò per accelerarne la convergenza numerica.

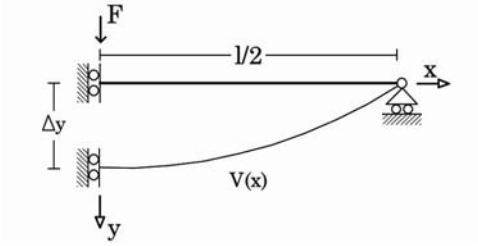


Fig. 3. Esempio del metodo di Ritz

Se si considera una trave elementare isostatica (Fig. 3) e la funzione di forma che rappresenta l'abbassamento

$$V(x) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x^2$$

con la condizione al contorno

$$x = l/2 \rightarrow V(x) = 0$$

$$x = 0 \rightarrow V(x) = \Delta y$$

applicando il principio di minimo EPT si ottiene $\Delta y = FL^3 / 64EI$ con un errore del 33% rispetto alla soluzione esatta $\Delta y = FL^3 / 48EI$.

Aumentando il grado del polinomio

$$V(x) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x^2 + \alpha_2 \cdot x^4$$

si ottiene la soluzione più vicina a quella esatta $\Delta y = FL^3 / 48{,}8EI$ con un errore del 2%.

Come si osserva gli abbassamenti calcolati con queste funzioni sono sempre inferiori rispetto a quelli effettivi; al crescere del grado del polinomio si tende alla soluzione esatta, (Toniolo, 1981; Brebbia, 1978), ma in generale il modello discreto è più rigido del sistema reale.

4. Criteri base per il miglioramento della soluzione

Si è detto che la determinazione della condizione di equilibrio di un sistema discretizzato per mezzo della minimizzazione dell'Energia Potenziale Totale, quindi la convergenza del problema verso la soluzione esatta, è ottenuta attraverso la convergenza monotona in energia. Trattandosi dell'EPT complessiva, il miglioramento della soluzione può ottenersi nei seguenti due modi: senza un infittimento complessivo della maglia

ma con incremento del grado del polinomio in tutti gli elementi finiti; oppure può essere sufficiente infittire la *mesh* solo nelle zone dove è atteso il massimo gradiente degli spostamenti, cioè incrementando il numero di elementi finiti.

In figura 4a è presentata una mensola realizzata con 6 elementi piani: si può migliorare la soluzione optando per la scelta rappresentata in B o quella rappresentata in C.

La prima strada percorribile ed anche la più semplice (Fig. 4b) è quella di ridurre la dimensione degli elementi finiti e aumentarne il numero. Le funzioni di forma restano sempre le stesse ma dovendo descrivere il campo di spostamenti in un intervallo più piccolo, lo approssimano con maggiore precisione. Questa via per il miglioramento della soluzione è sempre efficace ma comporta un notevole incremento di nodi con il relativo appesantimento numerico della soluzione. Più efficace dell'infittimento generalizzato della maglia è quello effettuato solo nelle zone dove è fisicamente prevedibile un maggiore gradiente degli spostamenti incogniti con un modesto incremento di elementi finiti.

In figura 4c è rappresentato l'altro metodo per migliorare la soluzione, mantenendo costante il numero di elementi. Si noti la presenza di altri nodi intermedi i quali consentono una migliore interpolazione delle funzioni di forma senza aumentare il numero di elementi.

Un problema anticipato nel paragrafo precedente è quello della "rigidità" dei modelli numerici discretizzati, legata al numero di gradi di libertà ed alle funzioni di forma che descrivono il campo degli spostamenti.

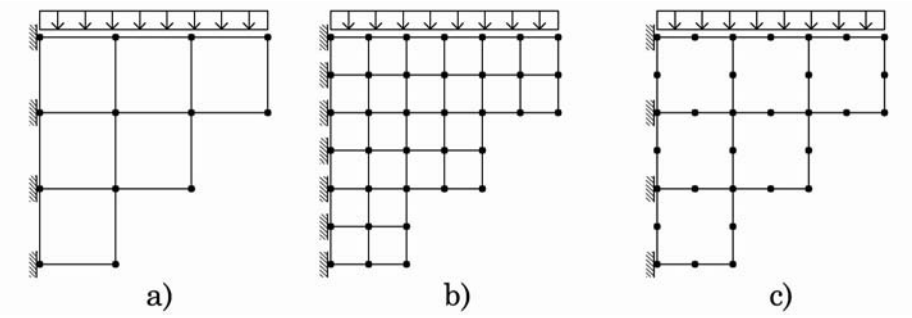


Fig. 4. Miglioramento della soluzione

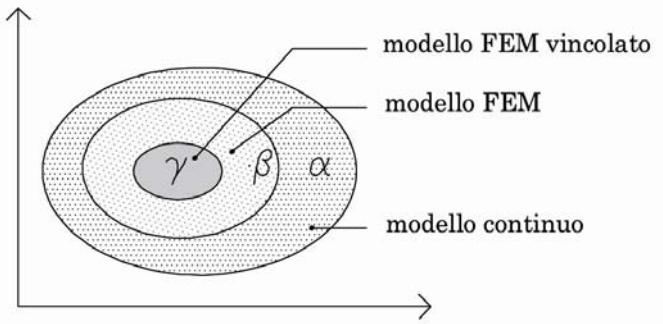


Fig. 5. Gradi di libertà disponibili

In figura 5 nell'ovale più esterno è racchiuso lo spazio α degli spostamenti nel continuo reale; con un numero inferiore di gradi di libertà c'è l'ovale interno, indicato con β, che rappresenta il campo degli spostamenti descrivibili dal modello FEM. Mentre lo spazio degli spostamenti ammissibili per il modello discreto vincolato è quello indicato con γ.

Il modello discretizzato rappresenta la realtà con un ridotto numero finito di gradi di libertà per cui i polinomi interpolatori (funzioni di forma) non possono descrivere interamente l'insieme delle configurazioni ammissibili, pertanto i modelli numerici in generale sono più rigidi dei sistemi continui reali.

Ai fini della determinazione dell'equilibrio, cioè della determinazione del minimo in termini di energia potenziale totale, in una rappresentazione a curve di livello (Fig. 6), il minimo dell'energia potenziale totale del sistema continuo è rappresentato dalla depressione delle curve di livello nel minimo della "depressione", mentre la zona campita rappresenta le configurazioni congruenti del sistema discretizzato. Pertanto il punto dell'ovale più vicino al minimo della depressione (spazio delle configurazioni congruenti) rappresenta il minimo di energia potenziale totale del modello approssimato. Però questo punto è incognito, per cui occorre verificare in altro modo di essere prossimi al minimo delle configurazioni congruenti del sistema discreto. Questo, si può fare controllando la stabilità numerica della soluzione ovvero verificando che l'incremento del numero di elementi finiti o l'infittimento della *mesh* o l'aumento dei termini del polinomio interpolatore non porta più significative differenze sulla soluzione. Vuol dire che si è in prossimità del punto η; quindi il

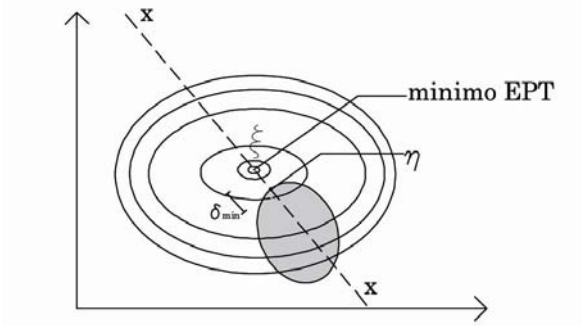


Fig. 6. Grado di precisione del modello discreto

punto ξ è il minimo assoluto perché riguarda la struttura reale, il punto η non si conosce neppure, però si sa di trovarsi in prossimità di esso. Anche quando la soluzione è ormai diventata stabile la distanza δ_{min} resta comunque una incognita, anche se si fa variare il numero di elementi.

Da questa ultima osservazione si comprende quanto sia pericoloso fare un unico modello e prendere per buona l'unica soluzione ottenuta, perché si deve tenere ben presente che, se nel modello non ci sono labilità, il programma fornisce sempre e comunque una soluzione equilibrata e congruente.

Il punto di minimo, il punto η di figura 5, può essere trovato empiricamente: si consideri la mensola di figura 7a con un carico verticale; le concentrazioni di deformazioni sono nei punti A e B. Passando dal modello di figura 7b a quello di figura 7c si ha già un miglioramento della soluzione, avendo un infittimento solo nelle zone dove sono attesi i massimi gradienti di deformazione. Se poi si fa un'ulteriore suddivisione, fa-

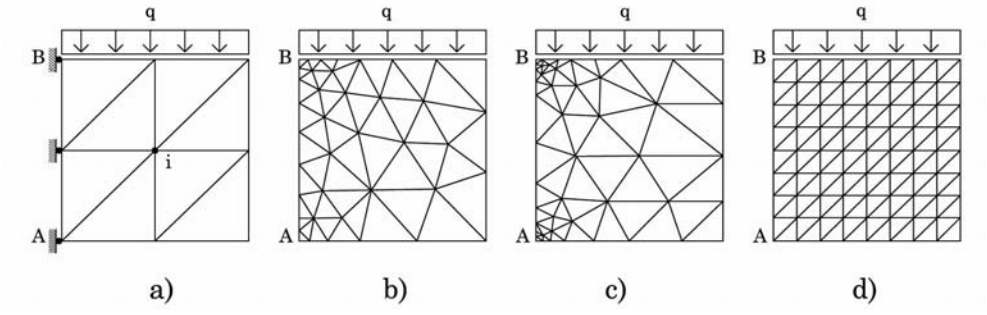


Fig. 7. Miglioramento delle soluzioni

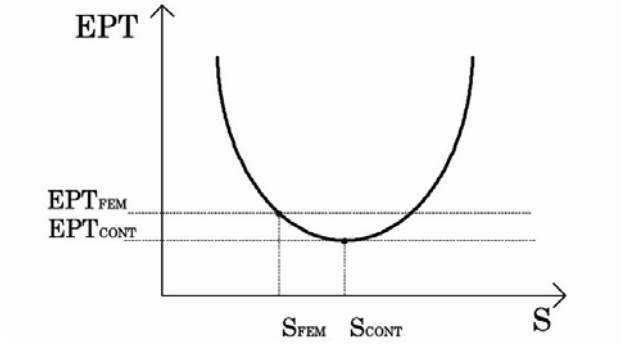


Fig. 8. Relazione tra EPT ed energia elastica S.

cendo un infittimento della zona in prossimità dell'incastro e la soluzione cambia pochissimo in termini percentuali, vuol dire che si è raggiunto il minimo relativo in termini di energia potenziale totale del sistema discreto. Questo fatto attesta che si è ottenuta la migliore soluzione compatibile con la qualità degli elementi finiti a disposizione dello specifico programma di calcolo adottato.

Nella figura 8, affine alla rappresentazione grafica della sezione *x*-*x* di figura 6, è rappresentato l'andamento dell'energia di deformazione elastica accumulata nel sistema e la corrispondente energia potenziale totale. La figura evidenzia qualitativamente che l'energia elastica accumulata nel sistema discretizzato in corrispondenza dell'equilibrio, non potendo questo descrivere l'intero campo degli spostamenti del sistema reale, è maggiore dell'energia elastica del sistema continuo*.

Non tutti i programmi per uso professionale di fascia media dispongono di elementi finiti con diverso grado di approssimazione, per cui la sequenza di figura 4 non è sempre percorribile; in particolare l'opzione in figura 4e non sempre è disponibile. Pertanto la sequenza obbligata di ottimizzazione di modelli è quella di figura 7, dove l'infittimento è guidato dall'intuito fisico e dalla concentrazione di sforzi. In figura 7d c'è il più facile infittimento della suddivisione (*mesh*) che si può realizzare anche automaticamente, infatti, c'è la semplice suddivisione in parti

* Quesito per i neofiti del FEM: se si esegue il calcolo del carico critico euleriano di un generico sistema discretizzato, il moltiplicatore critico dei carichi risulta sempre maggiore di quello teorico?

uguali della maglia iniziale e tale infittimento è l'unico ottenibile in automatico con qualsiasi programma di calcolo.

L'ottimizzazione "intelligente" della mesh è disponibile da qualche anno solo per il programmi più evoluti; il principio è molto semplice ma, ad esempio, i modellatori solidi con ottimizzazione delle *mesh* hanno richiesto molti anni per il loro corretto sviluppo. Se si considera un generico nodo *i* (Fig. 7a) e gli elementi in esso convergenti, gli sforzi calcolati dovrebbero essere esattamente coincidenti se non ci fossero troncamenti nelle funzioni di forma, ma ciò non si verifica. Allora si può migliorare la soluzione andando a diminuire le dimensioni degli elementi fintanto che la differenza di sforzi tra gli elementi convergenti in *i* non raggiunge il valore desiderato; analogamente per gli altri nodi.

Questa è l'essenza dell'ottimizzazione della mesh che invece è stata eseguita manualmente solo con l'ausilio fisico nella sequenza delle figure 7 a, b, c.

5. Un esempio elementare

Di seguito si riporta un esempio che può apparire banale ma che è fatto per comprendere le reali potenzialità degli elementi finiti in uso allo specifico programma di calcolo: una trave isostatica a sbalzo.

Si considerino le figure 9 e 10. In esse è rappresentata la medesima trave modellata con elementi mono e bidimensionali; la mensola di cal-

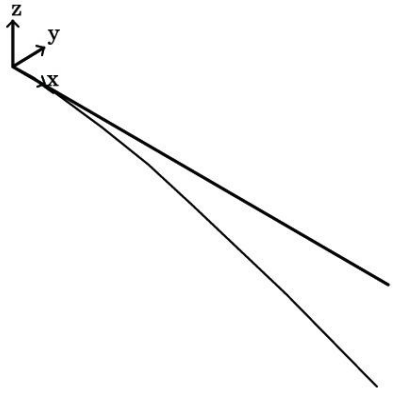


Fig. 9. Test n° 1 su elementi monodimensionali

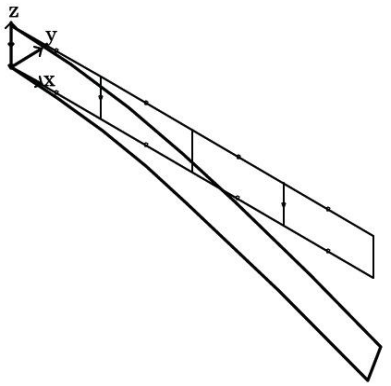


Fig. 10. Test n° 10 su elementi isoparametrici (Brebbia, 1978)

cestruzzo presenta una lunghezza di 400 cm e sezione 40×40, con un carico distribuito di 4 kN/m, peso proprio nullo e modulo di Poisson ν=0,1.

La trave è stata modellata con elementi finiti monodimensionali, bidimensionali equivalenti a 4 nodi e con elementi piani e bidimensionali a 8 nodi (isoparametrici). A parità di geometria complessiva è stata variata la geometria e la densità delle suddivisioni.

Se le soluzioni non fossero approssimate, queste dovrebbero essere numericamente vicine tra di loro e prossime al *target*: noto il momento all'estremità la tensione agli estremi dovrebbe essere molto prossima al valore teorico $\sigma = M/W$ (con $W = b\ h^2/6$ modulo di resistenza di una sezione rettangolare).

L'esempio è banale nella versione presentata ma dall'esempio della mensola, molto noto in bibliografia, si possono ricavare tante indicazioni sulla qualità numerica degli elementi finiti; per *benchmark* studiati per queste problematiche si rimanda ai testi classici o di NAFEMS.

Volendo eseguire verifiche in ordine di approssimazione, dopo gli elementi monodimensionali si è passati all'uso di elementi piani equivalenti e poi agli isoparametrici (Brebbia, 1978).

Ai fini della validazione del calcolo l'operazione più semplice da fare è verificare la stabilità della soluzione al variare del numero degli elementi e ciò per acquisire anche sensibilità sulla qualità della soluzione in funzione della dimensione e del numero degli elementi.

Ciò non deve apparire ovvio poiché la qualità delle soluzioni difficilmente evince dai manuali dei normali programmi per uso professionale.

Tornando all'esempio, la struttura è stata risolta con diversi modelli:

1. elemento finito « Trave », sezione 40 cm×40 cm;
2. trave 1shell a 4 nodi, 400 cm × 40 cm, s =40 cm;
3. trave 2shell a 4 nodi 200 cm × 40 cm, s =40 cm;
4. trave 4shell a 4 nodi 200 cm × 20 cm, s =40 cm;
5. trave 6shell a 4 nodi 133 cm × 20 cm, s =40 cm;
6. trave 10shell a 4 nodi 80 cm × 20 cm, s =40 cm;
7. trave 20shell a 4 nodi 40 cm × 20 cm, s =40 cm;
8. trave 1shell a 8 nodi (isoparametrico) 400 cm × 40 cm, s =40 cm;
9. trave 2shell a 8 nodi (isoparametrico) 200 cm × 40 cm, s =40 cm;
10. trave 4shell a 8 nodi (isoparametrico) 200 cm × 20 cm, s =40 cm;
11. trave 4shell a 8 nodi (isoparametrico) BIS 1000 cm × 40 cm, s =40 cm.

Per ognuno di questi è stata riportata la soluzione in termini di spostamento dell'estremità della trave (Tab. 1).

Tab. 1. Mensola. Test sulla qualità della soluzione

MODELLO	Abbassamento estremità	errore
1. Trave di De Saint Venant	1,03	0%
2. Trave 1shell a 4 nodi (equivalente)	0,74	-27,8%
3. Trave 2shell a 4 nodi (equivalente)	0,94	-8,5%
4. Trave 4shell a 4 nodi (equivalente)	0,95	-7,5%
5. Trave 6shell a 4 nodi (equivalente)	0,98	-4,6%
6. Trave 10shell a 4 nodi (equivalente)	1,00	-2,7%
7. Trave 20shell a 4 nodi (equivalente)	1,01	-1,7%
8. Trave 1shell a 8 nodi (isoparametrico)	0,94	-8,5%
9. Trave 2shell a 8 nodi (isoparametrico)	1,00	-2,7%
10. Trave 4shell a 8 nodi (isoparametrico)	1,00	-2,7%
11. Trave 4shell a 8 nodi (isoparametrico)BIS	1,01	-1,7%

Dalla tabella emergono le seguenti informazioni:

- gli elementi monodimensionali forniscono soluzioni quasi "esatte"; in un caso così semplice la soluzione numerica coincide con quella teorica.
- gli elementi piani equivalenti convergono molto lentamente alla soluzione e con 20 elementi l'errore è ancora del 2%.
- gli elementi isoparametrici hanno una grande velocità di convergenza al *target*, con soli 4 elementi l'errore è identico al caso precedente.

Si noti infine quanto detto in precedenza: la soluzione numerica dei modelli discretizzati fornisce spostamenti ridotti rispetto a quelli teorici, confermando che i modelli discretizzati sono più rigidi di quelli teorici.

6. Accoppiamento di elementi mono e bidimensionali

Oggi quasi tutti i programmi dispongono di elementi finiti piani con comportamento a lastra dotati del cosiddetto controllo del *drilling*, cioè della possibilità di gestire il grado di libertà rotazionale dei nodi (Fig. 11). Ovviamente questa è una forzatura concettuale del comportamento della lastra (membrana piana); il controllo del *drilling* avviene con diversi artifici e non c'è un modo univoco per tale operazione, per cui bisogna scoprirlo con esempi di strutture semplici. In figura 12 sono riportati due esempi d'impiego di elementi piani dotati di controllo del *drilling*; se si osserva lo stato tensionale nell'elemento finito caricato così come indicato in figura 12a, al margine dell'elemento si rileva uno strano stato tensionale di membrana (tensioni ideali), con un andamento che non ha un chiaro corrispondente fisico, anzi nessuno. Nella trave caricata con la forza F nasce un momento flettente, ma che questo generi sforzi di membrana con l'andamento di figura 12a o 12b è un artificio matematico.

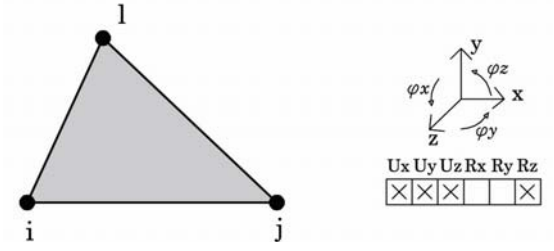


Fig. 11. Elemento piano con controllo del *drilling*

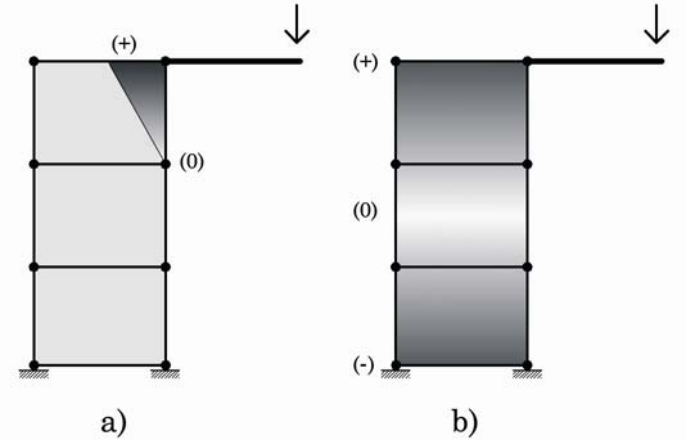


Fig. 12. Controllo del *drilling*: stato tensionale "virtuale" negli elementi

In particolare il carico determina una deformazione della mensola con rotazione in senso orario che implica un diagramma di tensioni bitriangolare sulle fibre orizzontali; invece, lo stato tensionale mostrato dal programma indica un diagramma con tensioni di segno opposto sulla verticale con un'inversione del segno fisicamente inspiegabile.

Pertanto, come detto per altre approssimazioni, questo tipo di modellazione può essere utile per cogliere il comportamento globale ma non per cogliere il dettaglio delle tensioni nella membrana. Ma attenzione, perché parlando di strutture in c.a. non ci si dimentichi che con queste caratteristiche errate il programma progetta le armature ed esegue le verifiche.

Forse il modo fisicamente più corretto di modellare questa condizione di collegamento tra un elemento monodimensionale ed uno bidimensionale, è quello di trascurare il *drilling* e poi operare sostanzialmente in due modi. Innanzitutto, a proposito della deformabilità dei nodi, occorre tener presente che la trave penetra nella lastra e si deforma con essa per una dimensione che è pari almeno ad $h/2$ (cfr. cap. 2). Un'alternativa fisicamente più chiara è riportata in figura 13a dove la suddivisione della lastra coincide con l'altezza della sezione trasversale della trave, per cui per avere un grado di incastro della trave, questa è munita di un braccio rigido, di estremi *r e q* che, simula meglio gli effetti della penetrazione della trave nel setto e la zona dove si diffondono questi.

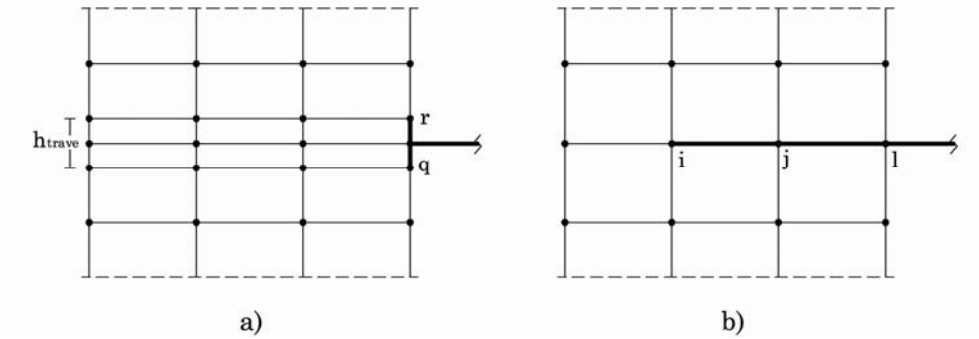


Fig. 13. Modellazione degli effetti locali (lastra - trave)

Passando alla figura 13b l'incastro si ottiene facendo penetrare la trave nei nodi *i, j, l* ed anche questa è un'approssimazione perché la congruenza degli spostamenti tra la lastra e la trave non si verifica in maniera rigorosa lungo tutta la trave ma solo nei nodi *i, j, l*. Inoltre la seconda scelta è di più semplice applicazione in quanto non occorre modificare la mesh della parete, cosa invece necessaria in figura 13a.

Nell'uso dei programmi che producono anche le carpenterie in automatico bisogna fare attenzione alle armature della trave che si estendono su tutto il tratto *i, j, l*; ovviamente sono calcolate su caratteristiche della sollecitazione errate in quanto la trave si "fonde" nel setto. Per le ragioni chiarite in precedenza a proposito della rigidità nodale, le armature della trave sono ancora efficaci nel setto per una lunghezza non maggiore di *h*/2, con *h* pari all'altezza della trave; poi basta proseguire le armature per un tratto pari alla lunghezza di ancoraggio.

Passando ad un modello tridimensionale, il comportamento puramente membranale (a lastra) è impiegabile se realmente le azioni ortogonali sono trascurabili o sono assorbite integralmente da altre lastre ad esso ortogonali. Può essere invece poco efficiente nel caso di pareti di taglio accoppiati a telai poiché, mentre per azioni complanari al setto il contributo irrigidente del telaio è molto modesto, per quanto riguarda invece le azioni ad esso ortogonali, se la rigidità dei telai ortogonali non è prevalente, si potrebbero perdere sollecitazioni flessionali del setto importanti per la stabilità globale.

Ciò può essere evidenziato con un semplice esempio, quale l'edificio rappresentato in pianta nella figura 14a e 14b.

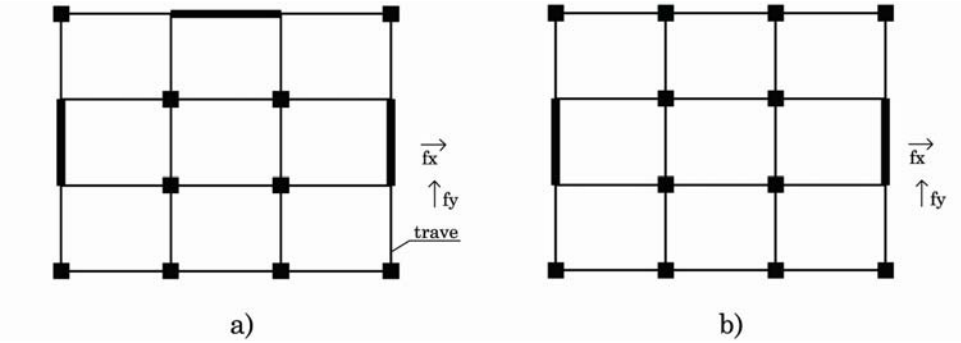


Fig. 14. Sistemi misti telaio-setti

Il primo schema mostra una classica disposizione con tre setti che, per la differenza di rigidezza rispetto ai telai, assicurano la rigidità trasversale e rotazionale e possono assorbire interamente le azioni orizzontali nelle due direzioni.

Nel secondo schema vi sono soltanto due setti, scelta che può essere dovuta ad esempio a motivi architettonici. Si noti che per azioni orizzontali f_y la situazione non cambia rispetto al caso precedente. Per azioni f_y è invece importante modellare gli elementi piani come lastra-piastra facendo attenzione ad individuare il corretto spessore efficace a flessione dei setti (se in c.a. o muratura o mista).

Questa precisazione può apparire strana, ma non lo è se si fa riferimento ai moderni programmi di calcolo dedicati al grande pubblico; molti programmi, infatti, per ragioni economiche e commerciali, sono pericolosamente "*friendly*". L'aspetto negativo cui ci si riferisce è quello relativo alle denominazioni esclusivamente "tecnologico – architettoniche" di molti elementi finiti. Molti programmi abbandonano l'esatto significato matematico di questi oggetti (piastra, lastra, membrana) denominandoli: muro, parete, setto, setto su fondazione, solaio, muro di cantina, tamponatura. Per cui, tornando al caso della figura 14b, quale elemento finito modella realmente il comportamento flessionale-estensionale desiderato: il muro, la parete, il setto o altro? Come si nota non è un problema di lessico ma di chiarezza analitica. In alcuni programmi si possono applicare gli elementi tamponatura ma tale parete è un oggetto bidimensionale o un puntone o una coppia di puntoni equivalenti o semplicemente un carico?

Altro problema riguarda la rigidezza delle fondazioni. Si è detto che i setti, nei fabbricati ordinari, hanno normalmente una rigidezza di lastra molto più elevata della rigidezza dei telai e pertanto i setti incastrati alla base assorbono la maggioranza delle azioni orizzontali. Ma non si può dire quasi mai con certezza quanto sia vera l'ipotesi di incastro al piede. Si segnala questo problema in quanto esso è stato fonte di errori in molti degli interventi di adeguamento sismico eseguiti nel passato, quando si è adottata la tecnica di inserire nuovi setti nei telai esistenti, ma con setti fondati su fondazioni superficiali.

Nel fabbricato di figura 15a quasi tutte le azioni orizzontali sono assorbite dai setti modellati come incastrati al piede, poiché si è confidato nel fatto che il setto ha una fondazione molto estesa, anche se superficiale. Questo in genere è un errore di sovrastima di rigidezza poiché il tagliante assorbito dal setto è strettamente legato alla reale rigidezza del complesso terreno-fondazione.

Una piccolissima rotazione φ del setto provocata dalla cedevolezza del terreno fa si che le azioni taglianti assorbite dal setto migrino nuovamente ai telai, vanificando di fatto l'intervento di applicazione del setto nel telaio. Si è già detto che il vincolo incastro è il più difficile e costoso da ottenere, per cui ingegneristicamente bisogna subire comunque una rotazione φ, piccola ma non nulla.

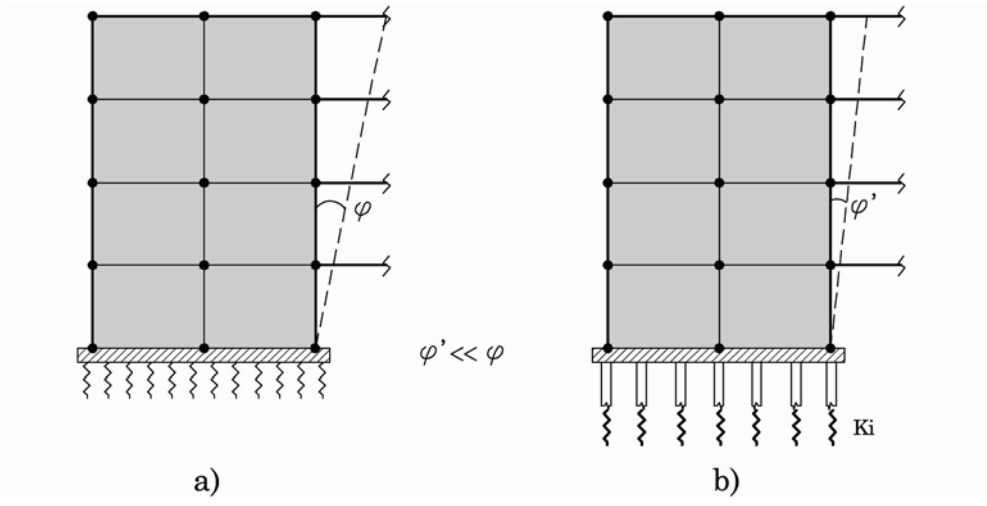


Fig. 15. Rigidezza della fondazione, a) superficiale, b) profonda

Al solito il problema è quantificarla. La rotazione φ può essere rilevante specialmente quando si ha a che fare con una fondazione superficiale, a tal fine sono quindi più vantaggiose le fondazioni profonde proprio per cercare di rendere l'angolo φ quanto più piccolo possibile (Fig. 15b).

In questo secondo caso si può prescindere dalla presenza del terreno e modellare soltanto le fondazioni profonde, considerandole per semplicità anch'esse come reagenti solo con la rigidezza verticale K_i (rigidezza estensionale del complesso palo-terreno). Ma occorre prestare attenzione, anche se si hanno a disposizione i risultati di una prova di carico su palo, poiché per alcuni pali cambiando segno dello sforzo cambia anche la rigidezza che a trazione è in genere molto più piccola che a compressione.

Il problema dell'accoppiamento telai-setti è esemplificato in figura 16 che mostra una parete AB con un telaio con due pilastri C e D. Si è modellato l'incastro delle travi facendole penetrare nella parete nei nodi (1, 2, 3), (21, 22, 23), (31, 32, 33) e quindi nel piano del setto con c'è alcun problema circa l'efficacia del grado di incastro. La parete tra i nodi A e B può essere modellata, ai fini nel comportamento globale della struttura, con qualsiasi tipo di elementi finiti, equivalenti o veri.

Dalla figura 16b emerge un problema con le travi che si intersecano ortogonalmente alla parete nei nodi 10, 20, 30. Le travi che convergono in questi nodi hanno un grado di incastro che dipende dai seguenti fattori: qualità della rappresentazione della parete, grado di infittimento della *mesh*, qualità numerica dell'elemento finito. In particolare per queste travi bisogna fare molta attenzione al grado di incastro perché un elemento finito piano troppo rigido, come nel nodo 30, sopravvaluta il grado di incastro spostando dunque una maggiore armatura all'estradosso della trave riducendola in campata; nel nodo 10 invece avviene il contrario, ossia un elemento bidimensionale troppo deformabile opera a vantaggio di statica in campata ma provoca una riduzione di armatura nel lembo superiore della trave. Di conseguenza in questi nodi, per non essere costretti ad infittire ulteriormente la mesh o per fare modellazioni diverse che comunque non eliminano i dubbi sul grado di incastro delle travi, è opportuno incrementare adeguatamente le armature sia in campata che all'incastro.

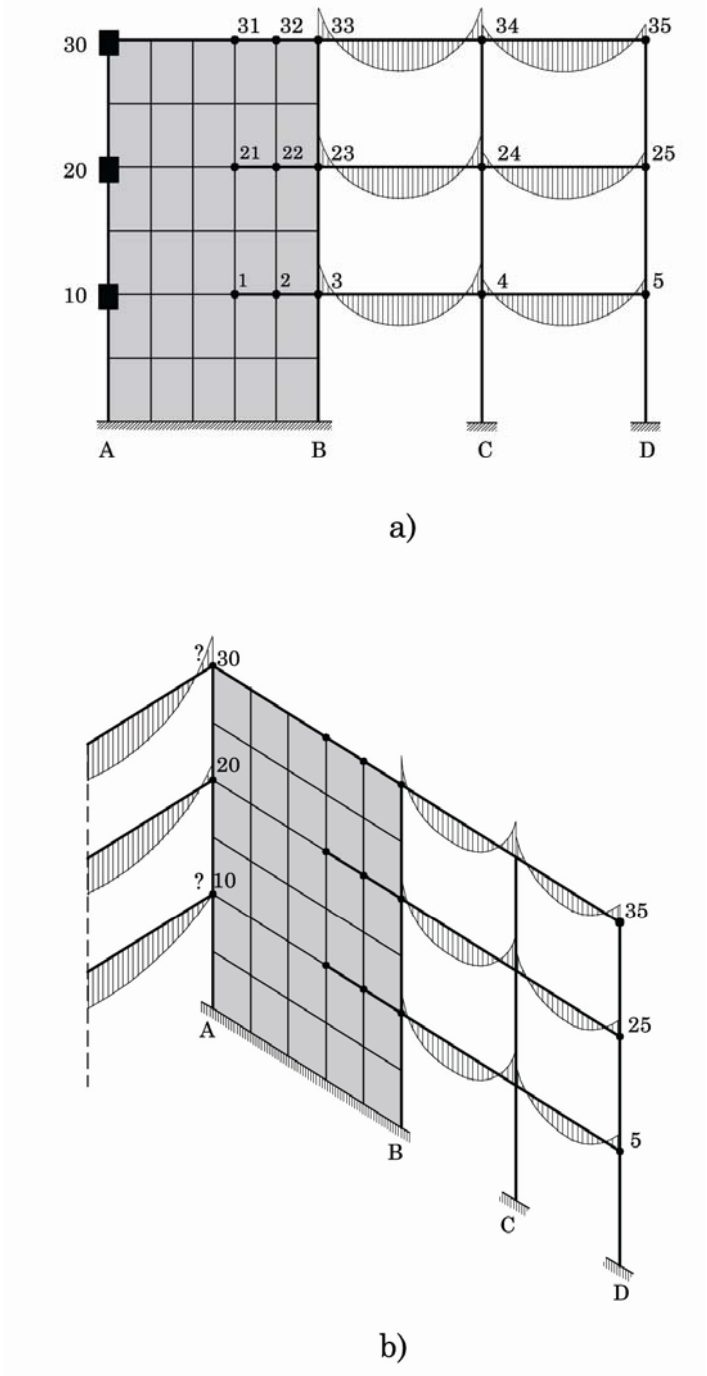


Fig. 16. Accoppiamento pareti-telai

7. Sovrapposizione di elementi strutturali e loro modellazione

Per realizzare l'incastro della trave 3-4-5 nella parete di figura 16a si potrebbe continuare la trave all'interno di tutta la parete, ovvero far coincidere il nodo 1 con il nodo 10. Ciò aumenta il grado di incastro nel nodo 10 per la trave ortogonale al setto, ma provoca anche delle sollecitazioni torcenti virtuali nella trave 10-1-3-5. Anche questo, che può apparire un problema di dettaglio, nasconde invece il problema della sovrapposizione degli elementi finiti di identica o diversa specie, che può essere anche rilevante ai fini delle rigidezze e delle verifiche.

Si torni al problema emerso con la trave 3-4-5; ancora una volta si deve distinguere il problema fisico da quello numerico. La parete in calcestruzzo, ad esempio di 30 cm di spessore, fonde in un unico elemento piano tutti gli elementi in essa convergenti e complanari. Nel modello numerico qualunque sia il numero di oggetti che si sovrapponga, questi non si fondono, la loro rigidezza si somma algebricamente. In figura 16 le travi ortogonali alla parete in 10, 20, 30 risentono anche della rigidezza torsionale delle travi "fuse" nel setto, e le travi complanari sono soggette a torsione anche se queste sono fisicamente inesistenti.

Un altro esempio di sovrapposizione riguarda la modellazione delle fondazioni superficiali riscontrate in un edificio esistente realizzato su un terreno particolarmente scadente, dove la modesta portanza del terreno non ha escluso l'impiego di fondazioni superficiali. Il risultato di ciò sono travi rovesce con la base di oltre tre metri (per un edificio di due piani!). In figura 17 sono riportate le impronte di due travi in corrispondenza di un pilastro d'angolo; la zona d'intersezione è ampia circa 10 m^2 e per quanto detto in precedenza nel modello numerico questa è computata due volte anche in termini di portanza. Quindi l'errore c'è ai fini della verifica di resistenza delle travi ma ancor di più in quello connesso ai fini della verifica del carico limite del terreno. Anche questo sembra un problema di poco conto in quanto nella diagnostica dei programmi c'è il controllo degli elementi duplicati, ma questa verifica automatica accerta solamente se ci sono elementi interamente sovrapposti. La sovrapposizione parziale non viene segnalata anche se fonte di errori così importanti come in questo caso.

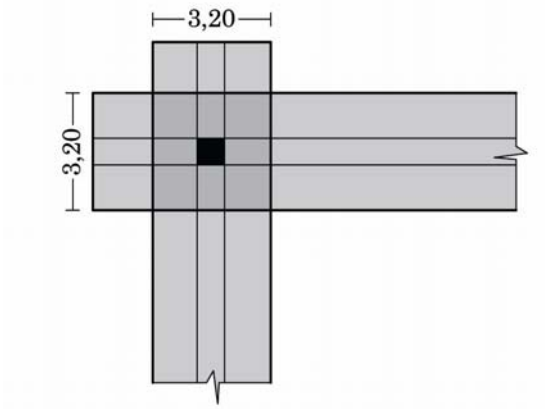


Fig. 17. Fondazioni superficiali

Si conclude il paragrafo con un problema di accoppiamento di elementi finiti di diverso tipo, piano e lineare. Si consideri una platea di fondazione che, per necessità di rigidezza, si è realizzata nervata (Fig. 18).

I programmi di calcolo normalmente elaborano i disegni strutturali solo per gli elementi strutturali di base, ma la tentazione di avere in automatico le carpenterie per qualsiasi elemento strutturale è forte. Per questa ragione l'accoppiamento errato più comune è quello di sovrapporre ad una platea su suolo alla Winkler delle travi rettangolari su suolo elastico, col risultato mostrato in figura 19.

Gli errori grossolani sono evidenti, anzitutto si sottostima la rigidezza in quanto le nervature sono schiacciate nel piano della platea ed in termini inerziali la riduzione è notevole. Altro errore riguarda lo stato tensionale che, a causa dell'abbassamento dell'asse neutro, provoca un errato calcolo delle armature nelle travi che in alcune zone risultano

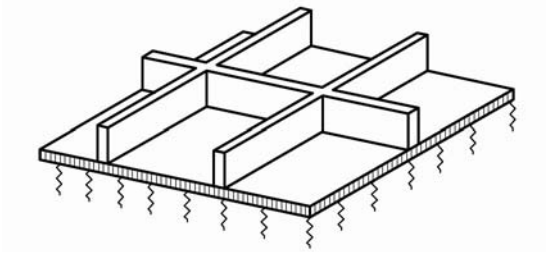


Fig. 18. Platea nervata

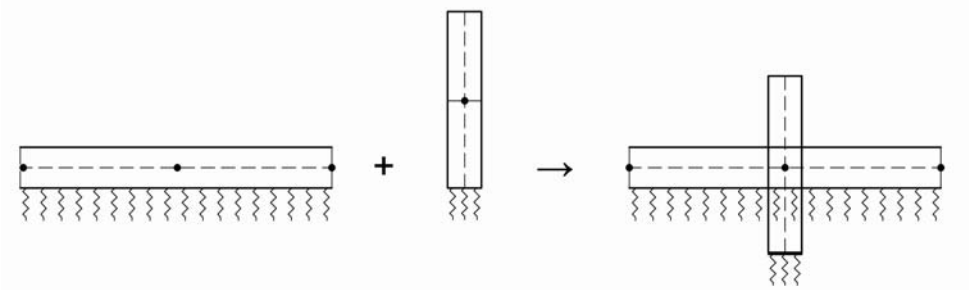


Fig. 19. Accoppiamento errato di elementi

in eccesso ma in altre in difetto e questo è l'errore più insidioso. L'altro errore riguarda rigidezza del suolo in quanto la costante di sottofondo si raddoppia in corrispondenza delle costole.

Per aggirare questo problema ci sono molte strade, tutte artigianali, che però, se usate con saggezza, rappresentano il giusto compromesso tra rigore analitico e applicazioni professionali. Sfruttando il fatto che la platea nervata può guardarsi costituita da travi a T rovesce con ali di larghezza pari alla fascia collaborante delle piastre (in genere si pone pari a 10 volte la larghezza dell'anima della trave), si possono ancora usare gli elementi trave su suolo elastico ed avere in automatico le armature, senza grandi errori, ma apportando qualche semplice modifica alla platea.

Per contenere gli errori anticipati, nelle zone CD (Fig. 20) occorre usare elementi piastra ordinari (non su suolo elastico) e ridurre ad esempio di un terzo lo spessore della piastra, solo per queste zone CD.

Questo, in genere, rappresenta un buon compromesso tra rigidezza complessiva, stato tensionale e quantitativo di armatura. Con questa modellazione, a vantaggio di statica, si riscontra solo un lieve incremen-

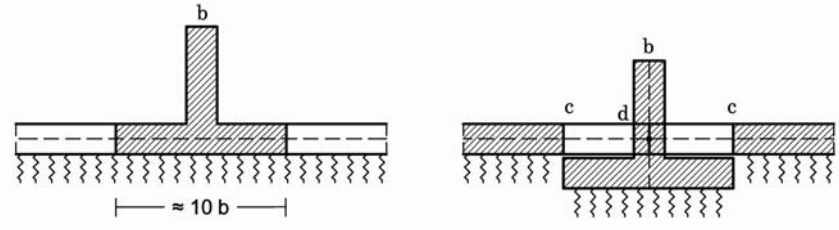


Fig. 20. Modellazione platea nervata

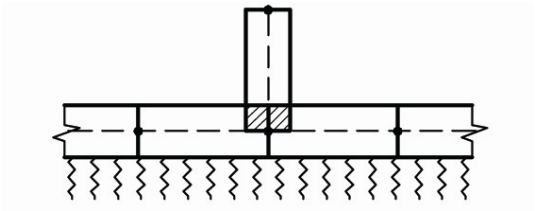


Fig. 21. Modello con elementi lastra e piastra su suolo elastico

to di armature all'estradosso delle piastre nelle zone medie dei campi tra le travi. Infine, per evitare inutili complicazioni formali, conviene escludere dalle verifiche, e dal disegno, le zone CD delle piastre.

Per evitare tutti questi artifici, ma rinunciando al disegno automatico della armature, si possono utilizzare elementi piastra su suolo elastico con elementi lastra ad essi ortogonali. Anche in questo caso l'inerzia della zona campita in figura 21 è computata due volte e come sempre, che sia trascurabile o significativa, dipende dal caso specifico.

8. Modellazione di elementi non strutturali

La nuova normativa sismica italiana, al pari delle altre straniere, basa la sicurezza sulle riserve delle strutture in campo ultra elastico e pertanto divide gli elementi strutturali in due famiglie: duttili e fragili. Gli elementi non strutturali sono fatti quasi esclusivamente di materiali fragili, dunque la verifica è fatta in termini di resistenza.

Nella porzione di telaio di figura 22 con un pannello murario inserito al suo interno si vede che, per azioni orizzontali da sinistra verso destra, ci sono le estremità A e B della diagonale che tendono a schiacciarsi contro gli spigoli del telaio. Poiché il pannello murario è un elemento fragile realizzato successivamente alla costruzione del telaio, la perfetta solidarietà tra pannello murario e telaio non si realizza mai ed in particolare lungo il lato superiore il contatto tra la muratura e la trave è molto incerto, in quanto è tecnologicamente difficile realizzare la perfetta aderenza tra la muratura e la trave superiore. Questo fatto, aggiunto al ritiro delle malte, provoca un fisiologico distacco del pannello murario dalla maglia del telaio; pertanto, all'atto dell'applicazione delle forze o-

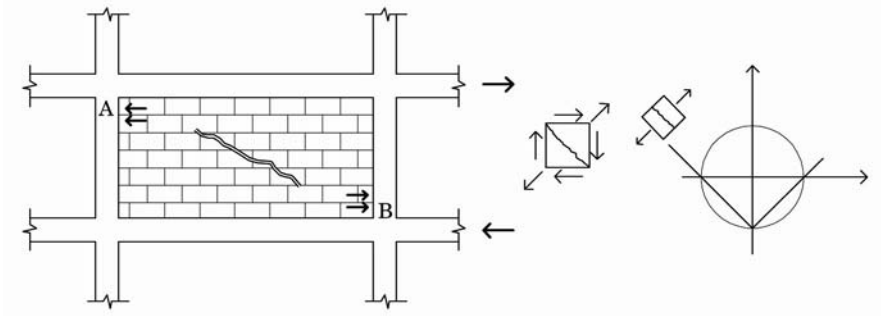


Fig. 22. Azioni concentrate nei pannelli murari

rizzontali come mostrato in figura, il contatto non si esplica lungo tutto il perimetro del pannello ma soprattutto nelle zone A e B.

Questa osservazione deve far riflettere sulla modellazione dei pannelli murari inseriti nei telai; se si modellano con elementi bidimensionali non si opera a vantaggio di statica, indipendentemente dalla *mesh*, in quanto si simula un contatto continuo sul perimetro tra pannello murario e trave, che nella realtà non esiste. Per questa ragione i pannelli murari si modellano in genere in maniera poco approssimata, con bielle diagonali, in quanto interessano solo gli effetti globali piuttosto che il dettaglio tensionale.

La presenza dei pannelli murari nei telai in zona sismica fa si che si generino azioni concentrate nei nodi, pertanto anche in virtù del quadro fessurativo che si manifesta nei pannelli murari al crescere delle azioni orizzontali, l'azione del pannello murario fessurato si avvicina a quella di un puntone "equivalente" la cui larghezza dipende innanzitutto dalla geometria del pannello murario.

Ci sono molte formulazioni per la determinazione della larghezza del puntone equivalente. Una di questa, riportata nella vecchia normativa successiva al sisma dell'Irpinia (del 23/11/1980), fissa una larghezza convenzionale del puntone pari a 1/10 della lunghezza della diagonale. Se si considera il pannello murario libero sul perimetro tranne negli spigoli, risulta molto credibile la rappresentazione dello stato tensionale attraverso il cerchio di Mohr che individua le direzioni principali di trazione che si manifestano attraverso la formazione della tipiche lesioni a 45°. Le azioni sismiche hanno segno variabile pertanto le diagonali si

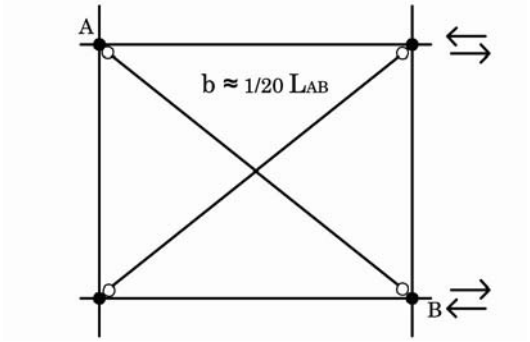


Fig. 23. Puntoni equivalenti per analisi dinamica

attivano in entrambe le direzioni ma non contemporaneamente. Nel modello numerico, poiché queste sono bielle iso-resistenti mentre le diagonali in muratura sono etero-resistenti, per non sovrastimare la rigidezza delle diagonali si attribuisce ad ogni diagonale solo la metà della dimensione prima definita (Fig. 23).

Sempre in relazione alla validazione, poiché la presenza delle tamponature condiziona in modo rilevante la risposta del fabbricato, occorre verificare la reale efficacia dei pannelli murari e la loro permanenza nel tempo. Quest'ultimo aspetto è fondamentale, perché anche se una parete non viene asportata del tutto ma subisce l'apertura di un vano portafinestra, questa subisce una radicale riduzione di resistenza e rigidezza. In bibliografia sono reperibili molti modelli per la determinazione della dimensione della diagonale in presenza di aperture. Ma fondamentalmente un pannello murario forato è già notevolmente predisposto per la fessurazione, sono proprio questi i primi che vedono il propagarsi di fessure a partire degli spigoli delle aperture. Pertanto in un approccio globale questi possono essere direttamente trascurati per tenere in conto solo di quei pannelli murari che per motivi geometrici e destinazione d'uso si è certi che non subiranno delle trasformazioni nel tempo.

Passando alla figura 24, si noti che l'azione esercitata dal pannello murario è spostata di alcuni decimetri rispetto all'asse geometrico delle travi e dei pilastri. La componente orizzontale dell'asse del puntone genera un'azione tagliante molto pericolosa per il pilastro, come confermato dalle rotture a taglio dei pilastri con fessurazioni analoghe a quelle rappresentate in figura 24, riscontrate soprattutto ai piani bassi dei

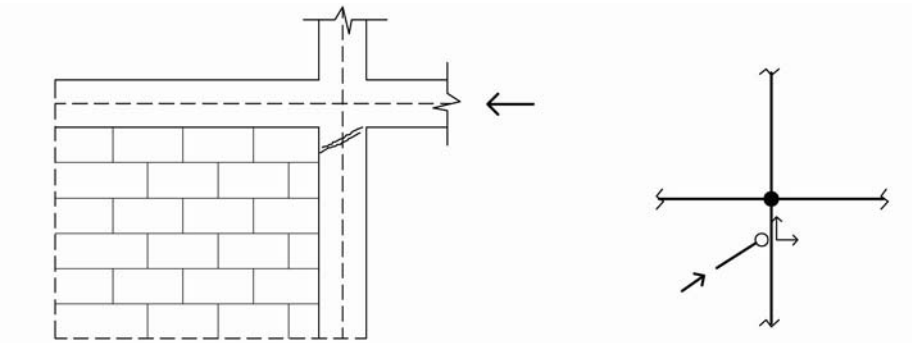


Fig. 24. Posizione effettiva della reazione del puntone equivalente

fabbricati in conseguenza di sismi di notevole entità. Ancora una volta nasce il problema della qualità della modellazione in relazione alle finalità; occorre porsi la domanda se il puntone equivalente ha solo la funzione irrigidente, o se è utilizzato per la verifica dei pilastri.

È nello spirito di una modellazione per l'esame della risposta globale che si riporta anche una rappresentazione del puntone molto utilizzata dopo il sima dell'Irpinia del 1980, anche perché tarata sull'esperienza del terremoto del Friuli del 1976. Sono le Istruzioni contenute nella legge n. 219 del 14/5/1981 e nella circolare n°21745 del Ministero dei LL.PP. del 30/7/1981. Secondo queste un pannello murario racchiuso nella maglia di telaio $h \times l$ con diagonale pari a d può essere equiparata ad una maglia di telaio con vincolo cedevole in testa di rigidezza opportuna (Fig. 25). La rigidezza orizzontale della diagonale muratura K_{AB} si può porre pari a $(E_m A_m) / (l \cos^3 \alpha)$ con E_m modulo elastico della muratura, α inclinazione del pannello murario, $A_m = t\,d / 10$ area della sezione trasversale della diagonale, t spessore del pannello murario, d lunghezza della diagonale. Il modulo elastico è pari a 39600 τ_k, con τ_k pari alla tensione tangenziale di rottura del tipo di muratura. Proprio perché si tratta di una normativa emanata per l'adeguamento sismico delle strutture danneggiate, nella tabella 2 tratta dalla circolare 30 luglio 1981 è riportata per i vari i tipi di muratura la σ di rottura e la τ di rottura per murature non lesionate, nuove e consolidate. Ovviamente questi sono valori indicativi della resistenza delle murature; tuttavia bisogna tener presente che questa modalità è stata utilizzata per più di un decennio per l'adeguamento sismico di migliaia di fabbricati esistenti, quindi è

stata sufficientemente collaudata, anche se certamente è migliorabile, ed è accettabile per un modello semplificato. Per altre informazioni sulla modellazione dei pannelli murari ci si riferisca ai testi riportati in bibliografia, in particolare a Pagano (1975).

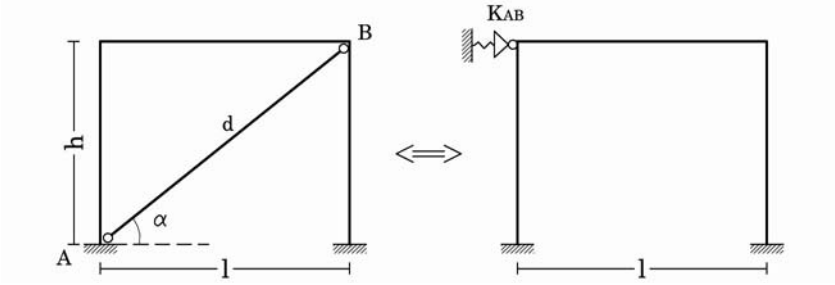


Fig. 25. Calcolo della rigidezza orizzontale del puntone equivalente

Tab. 2. Circolare del Ministero dei LL.PP. 30 luglio 1981, n°21745

	Tipo di muratura	τ_k (t/m²)	σ_k (t/m²)
MURATURE NON CONSOLIDATE E NON LESIONATE	Mattoni pieni Malta bastarda	12	300
	Blocco modulare(con caratteristiche rispondenti alle prescrizioni del D.M.3-3-75) (29x19x19) Malta bastarda	8	250
	Blocco in argilla espansa o calcestruzzo Malta bastarda	18	300
	Murature in pietra (in presenza di ricorsi di mattoni estesi a tutto lo spessore del muro, il valore rappresentativo di k, può essere incrementato del 30%) a) pietrame in cattive condizioni b) pietrame grossolanamente squadrato e ben organizzato c) a sacco in buone condizioni	2 7 4	50 200 150
	Blocchi di tufo di buona qualità	10	250
MURATURE CONSOLIDATE	Mattoni pieni, pietrame squadrato, consolidate con due lastre in calcestruzzo armato da 3 cm (minimo)	18	500
	Pietrame iniettato	11	300
	Murature in pietra a sacco consolidate con due lastre in calcestruzzo armato da 3 cm (minimo)	11	300
MURATURE NUOVE	Mattoni "pieni" con fori circolari Malta cementizia Rm 1450 t/m²	20	500
	Forati doppio UNI rapp. vuoto/pieno = 40% Malta cementizia Rm 1450 t/m²	24	500

9. Esempio: telaio multipiano

L'esempio commentato in questo paragrafo non riflette esattamente una struttura reale, ma solo perché la modellazione geometrica è alquanto semplificata.

L'edificio è a 8 piani, con struttura a telaio e travi di fondazione su suolo elastico alla Winkler; le travi si mantengono a sezione costante a tutti i livelli mentre i pilastri subiscono delle rastremazioni, simmetriche. I carichi sono uniformemente distribuiti sulle travi.

In figura 26 è riportata a sinistra la numerazione dei nodi, a destra il tipo di sezione utilizzata per le aste, le cui caratteristiche sono descritte in dettaglio nella tabella 3.

La struttura, molto semplice, è studiata per evidenziare l'influenza di principali fattori che contribuiscono a determinare il comportamento globale. È stata considerata anche la variabilità di alcune grandezze, quali il modulo di Poisson e la rigidezza del calcestruzzo, spesso trascurate o date per costanti.

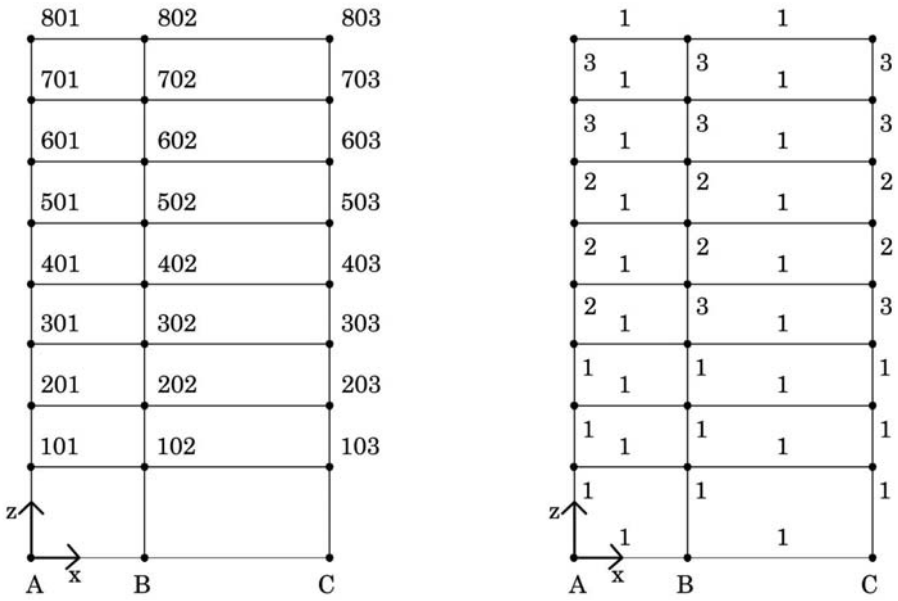


Fig. 26. Numerazione dei nodi, numerazione sezioni

Tab. 3. Geometria della struttura

codice asta	*tipologia*	*lunghezza aste*	*sezioni*	*carichi, oltre al peso proprio*
1	trave	4 m - 6,50 m	30×50	G_k= 30 kN/m Q_k= 12 kN/m
1	pilastri primi 3 impalcati	4 m - 3 m - 3 m	30×50	
2	pilastri impalcati intermedi	3 m - 3 m - 3 m	30×40	
3	pilastri ultimi 2 impalcati	3 m - 3 m	30×30	
1	travi rovesce di fondazione su suolo alla Winkler	4 m - 6,50 m	b = 40 cm, H = 180 cm, B = 250 cm, h_{ala} = 40cm	

Si rinvia alla lettura dei grafici e delle relative indicazioni per l'interpretazione del modello, dei carichi e delle altre grandezze utilizzate.

Si è assunta l'ipotesi di piani infinitamente rigidi. Sono state condotte analisi per soli carichi verticali sia in regime statico (in seguito indicato con STATICO) che includendo l'effetto del sisma valutato in regime dinamico (in seguito indicato con DINAMICO) e si è studiata l'influenza di ciascuna grandezza.

Valgono le seguenti ipotesi ai fini del calcolo dinamico, svolto utilizzando il DM 14/10/2005, Norme Tecniche per le Costruzioni:

- zona sismica 2, ovvero a_g/g = 0,25;
- smorzamento ξ=5%;
- tipo di suolo A; S=1;
- si è considerato il solo spettro di risposta per gli stati limiti ultimi per forze orizzontali (T_B=0,15 s, T_C=0,4 s, T_D=2,0 s);
- fattore di struttura q = 4,095;
- unica direzione del sisma 0° (da sinistra verso destra);
- fattori di partecipazione per il calcolo delle masse pari ad 1, ad eccezione dei sovraccarichi accidentali per cui si è assunto un valore pari a 0,15;

- per la combinazione di carico il valore dei coefficienti di combinazione è unitario, ad eccezione dei sovraccarichi accidentali per cui si è assunto il valore di 3/10;
- per l'analisi dinamica è stato utilizzato il metodo SRSS, sempre che il valore della differenza percentuale tra i modi di vibrare è inferiore al 5%.

9.1. Influenza della variazione della costante di sottofondo, o costante di Winkler *k*

È stato considerato un intervallo di variazione di k ampio ma ingegneristicamente significativo.

Le variazioni del periodo (grafico 1) sono rilevanti soprattutto per terreni soffici e medio soffici; infatti nell'intervallo di k da 5 a 50 N/cm^3, che è quello più usuale per i terreni sciolti, il periodo si riduce di circa un terzo. Questo deve far riflettere su quanto possa essere significativo l'errore che si commette attribuendo al terreno un valore della costante k poco realistico o senza prove in sito. Occorre non farsi trarre in inganno dalla formula che fornisce il valore della semilunghezza d'onda λ della trave elastica su suolo elastico di Winkler

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{E\,I_b}{k\,B}}$$

nella quale il valore di k compare sotto radice quarta e per questo potrebbe sembrare poco influente.

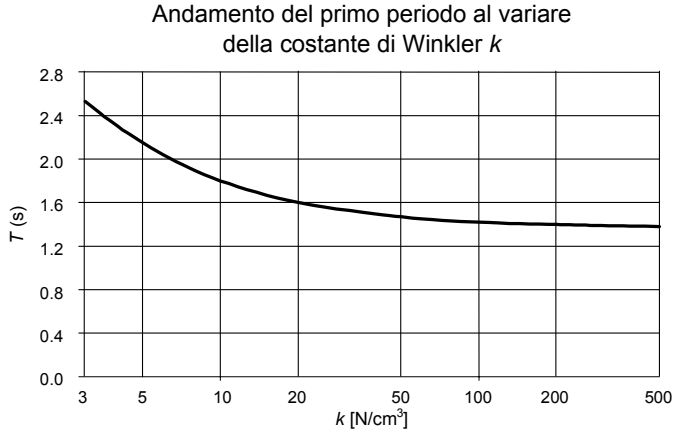


Grafico 1

Circa la pressione sul suolo (grafico 2), tra il caso statico (soli carichi verticali) e quello dinamico (cioè con sisma) c'è una differenza del 30÷40% che si mantiene quasi costante nell'intervallo di k ingegneristicamente significativo. Nel grafico 3 sono riportati gli stessi dati del grafico 2, evidenziando però la differenza percentuale tra i valori ottenuti per un generico k e quelli forniti dal valore k=10 N/cm^3 che è molto diffuso per i terreni soffici.

Il grafico 4 mostra lo spostamento vettoriale dall'ottavo solaio (ottenuto componendo gli spostamenti verticali ed orizzontali) in corrispondenza della colonna A, calcolato con riferimento alla condizione statica

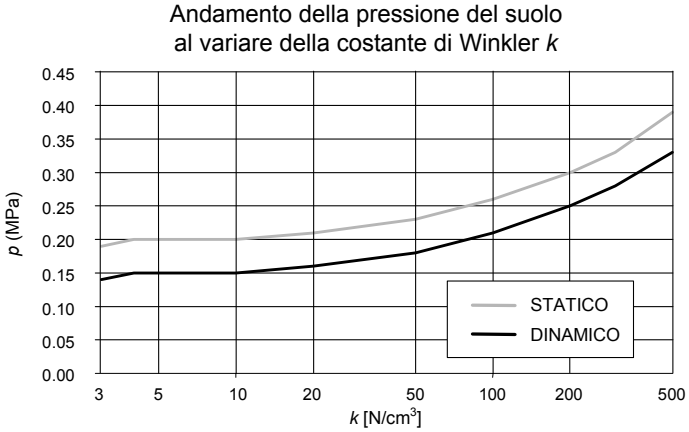


Grafico 2

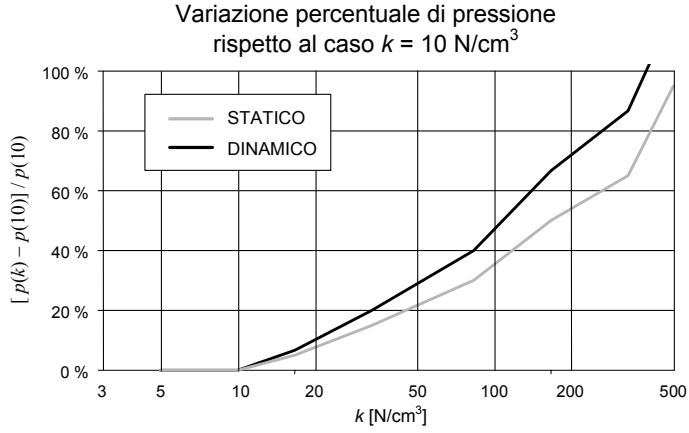


Grafico 3

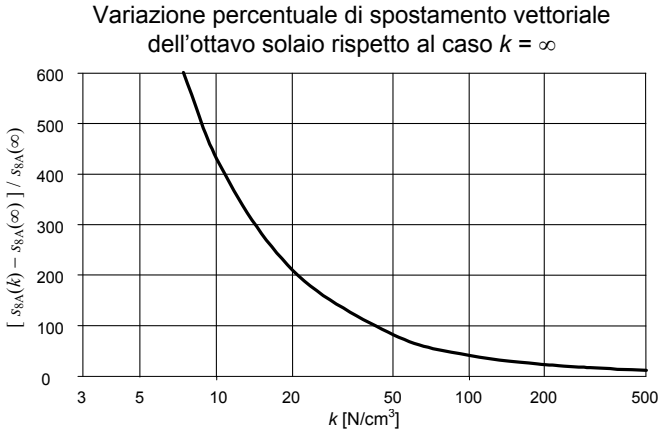


Grafico 4

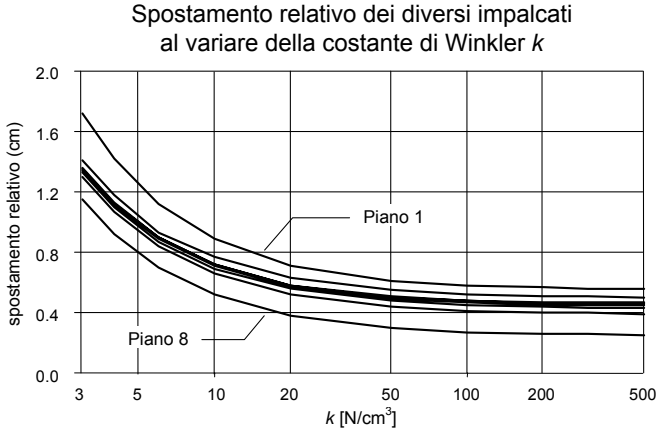


Grafico 5

(soli carichi verticali). In particolare, sono riportate le differenze percentuali rispetto alla situazione di incastro alla base ($k \to \infty$). Le variazioni sono molto alte; infatti per valori compresi tra 5 e 50 N/cm^3 si legge uno spostamento 4 o 5 volte maggiore; passando da 10 a 20 N/cm^3 si verificano variazioni del 100%. Questo è un campanello d'allarme per quanto riguarda lo stato limite di deformazione.

Nel grafico 5 è riportato l'andamento dello spostamento di interpiano (*interstorey drift*) in condizioni dinamiche sismiche, al variare di k. Per valori di k superiori a 50 N/cm^3 l'andamento si mantiene pressoché costante, mentre per valori inferiori si hanno variazioni importanti. Il

grafico 6 mostra la variazione percentuale dello spostamento relativo rispetto allo schema con incastro alla base ($k \to \infty$). In questo caso si è diagrammata la variazione in funzione del piano, mostrando come essa sia fortemente condizionata da k ma dipende in misura modesta dal piano.

Il grafico 7, che mostra la variazione percentuale dello sforzo normale alla base del pilastro A rispetto al caso di suolo infinitamente rigido, in funzione della costante k. Le differenze, analoghe nel caso statico e in quello dinamico, non sono trascurabili per valori bassi di k perché possono arrivare al 6-8%, nonostante la trave di fondazione scelta sia molto rigida. Le differenze si riducono notevolmente per valori elevati di k.

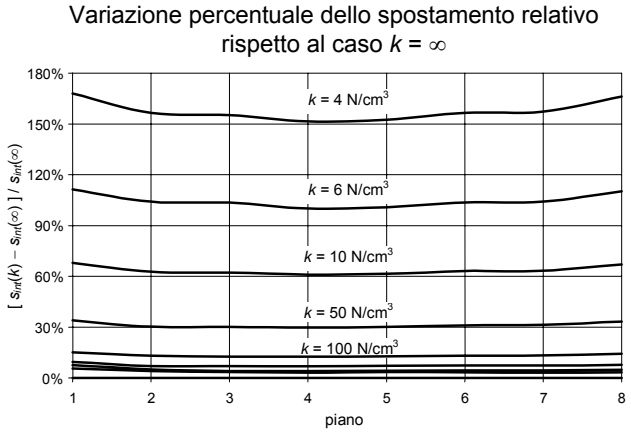


Grafico 6

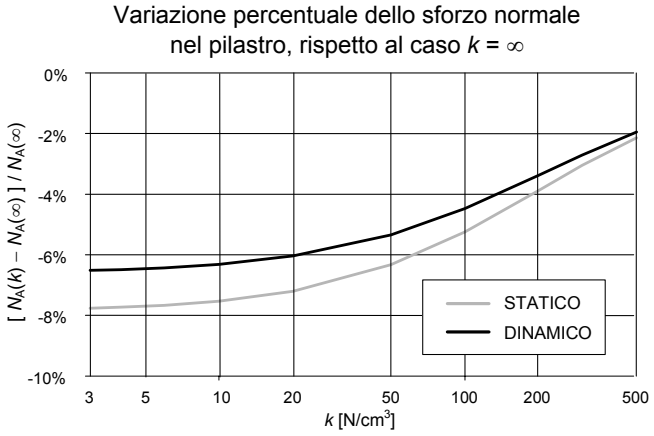


Grafico 7

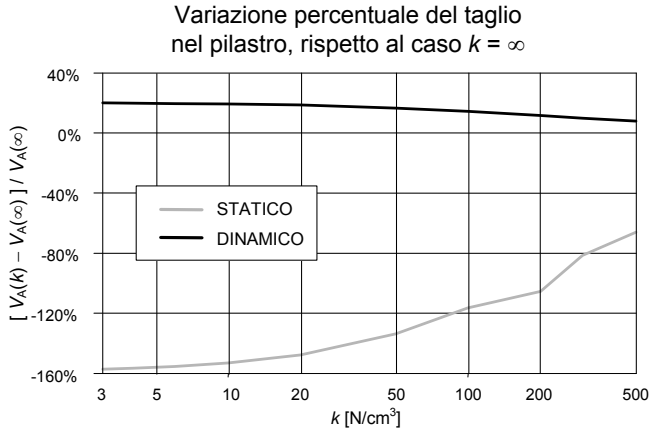


Grafico 8

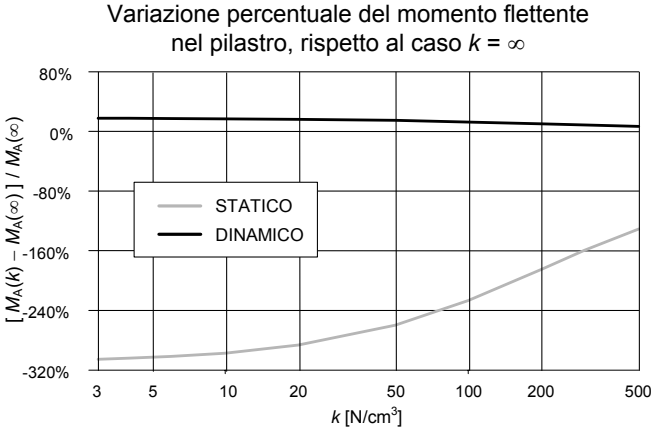


Grafico 9

Il grafico 8 mostra che, nel caso di analisi dinamica, il taglio in un pilastro presenta variazioni non trascurabili ma comunque non troppo rilevanti (fino ad un massimo del 20%) rispetto alla condizione di incastro alla base. Invece nel caso statico (soli carichi verticali) le differenze percentuali diventano molto elevate nel caso di terreni soffici. Occorre però ricordare che in questo caso i valori assoluti del taglio sono nettamente minori rispetto a quelli sismici e quindi le variazioni assolute sono minori.

Il momento flettente nel pilastro (grafico 9) mostra analoghe variazioni nel caso dinamico e differenze percentualmente maggiori (fino al 300%) per quello statico.

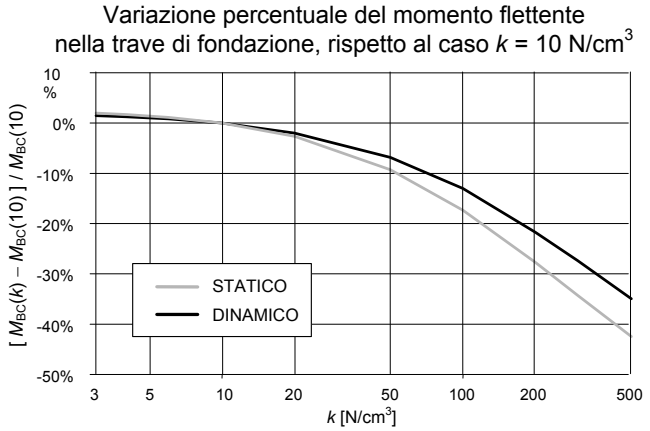


Grafico 10

Il grafico 10 si riferisce alla seconda campata, BC, della trave di fondazione e riporta la variazione percentuale del momento flettente, valutata in questo caso rispetto ai risultati ottenuti per k=10 N/cm^3. Per valori bassi di k le differenze sono modeste mentre per terreni rigidi le differenze diventano importanti. Al crescere di k aumenta infatti la rigidezza del terreno e quindi, diminuendo la curvatura della trave in campata, il momento flettente si riduce (si riduce il rapporto di rigidezza tra trave e suolo).

Osservazioni alle analisi sulla variazione di k

Il periodo fondamentale della struttura, T_1=1.36 s per telaio incastrato alla base è un valore che si ritrova per k=1000 daN/cm^3. Si è visto che per i valori più diffusi di k, tra 0.4 e 30 daN/cm^3, molti parametri subiscono variazioni di notevole entità, quindi è importante investire in prove di caratterizzazione geotecnica del suolo e ancor meglio con prove dirette (su piastre o su palo) per poter cogliere l'effettivo comportamento della struttura. In assenza di dati sufficientemente sicuri su k è inevitabile dover ampliare la fascia di comportamento con i conseguenti aggravi sui costi dell'opera complessiva. In definitiva bisogna prestare molta attenzione ai suoli deformabili in quanto piccole variazioni di rigidezza producono rilevanti alterazioni nella risposta dinamica della struttura.

9.2. Influenza della variazione del modulo di elasticità *E*

Sono state svolte elaborazioni per la struttura in esame, considerandola fondata su un terreno abbastanza soffice (k=10 N/cm^3). La classe R_{ck} del calcestruzzo è stata fatta variare da un minimo di 15 MPa ad un massimo di 50 MPa. Il modulo di elasticità è stato valutato secondo l'espressione del D.M. 9/1/96, in funzione della classe di calcestruzzo.

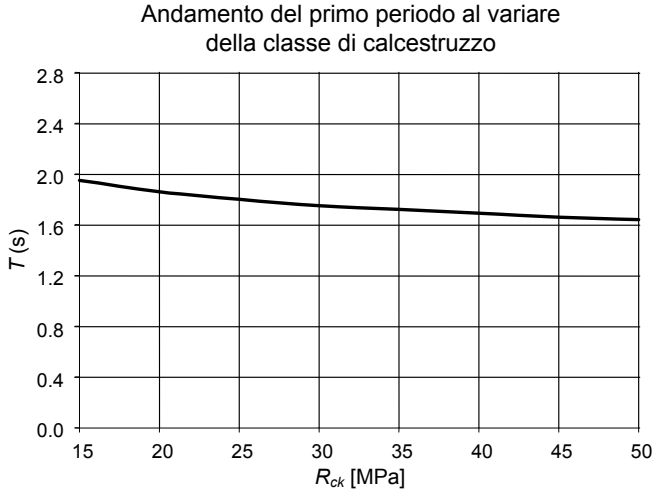


Grafico 11

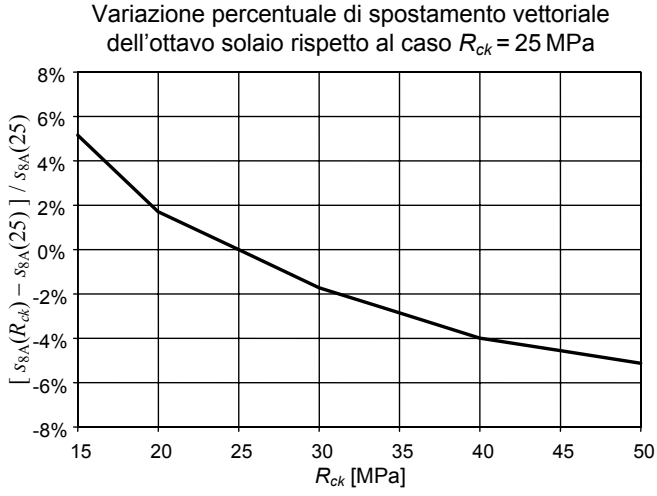


Grafico 12

La variazione del periodo non è molto significativa (grafico 11), perché si passa da 1.65 s a 1.95 s. Se la struttura non fosse a base fissa l'effetto potrebbe però essere più rilevante (vedi cap. 6).

Nel grafico 12 sono riportati gli spostamenti vettoriali (verticali più orizzontali) dell'ottavo solaio nello schema di carico con soli carichi verticali, normalizzati rispetto ai valori ottenuti per un calcestruzzo ordinario (R_{ck}=25 MPa). Si ha incremento di spostamento per calcestruzzi scadenti, riduzione per calcestruzzi migliori, con differenze massime dell'ordine del ± 5%.

Nel grafico 13 sono riportati gli spostamenti orizzontali assoluti dei vari impalcati, dovuti all'azione sismica dinamica. Si noti che all'ottavo piano lo spostamento varia da un massimo di 6.5 ad un minimo di 4.5 cm, all'aumentare della classe del calcestruzzo.

Gli stessi risultati, ma normalizzati rispetto ai valori ottenuti per R_{ck}=25 MPa, sono riportati nel grafico 14. Le differenze percentuali superano il ± 15% per calcestruzzi di resistenza più scadente o elevata.

Nel grafico 15 sono riportati gli spostamenti relativi di interpiano, sempre per la condizione sismica dinamica. Le differenze sono analoghe a quelle commentate in precedenza. Si noti che l'andamento dello spostamento relativo tra i vari piani è curvilineo per l'influenza dei modi successivi al primo.

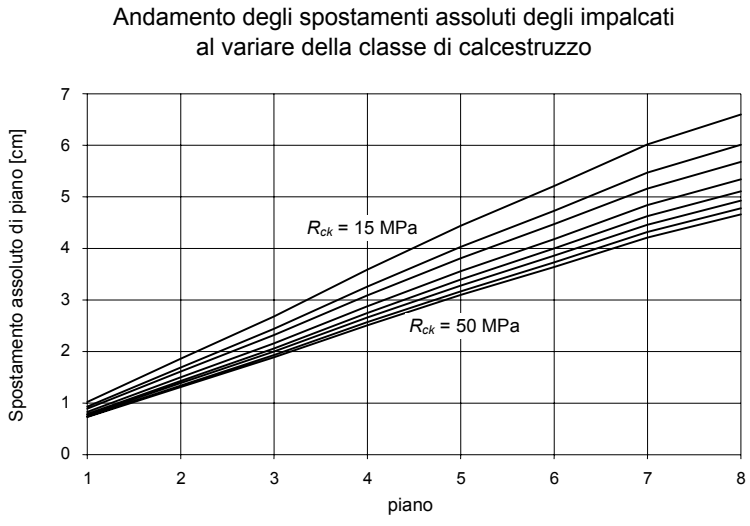


Grafico 13

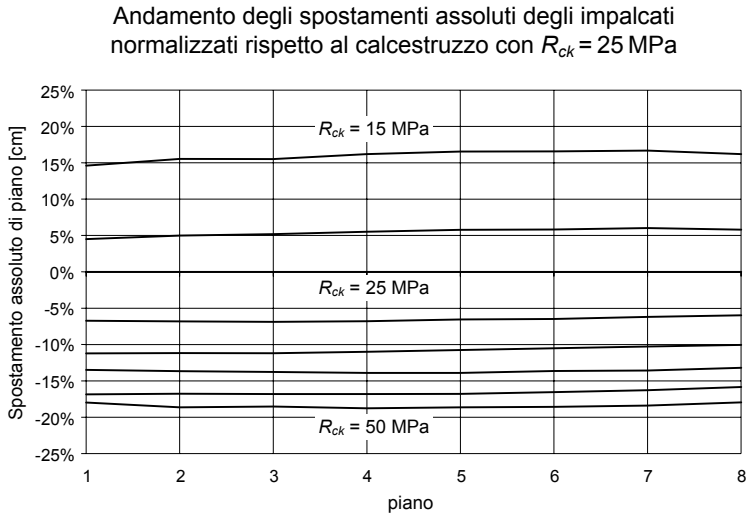


Grafico 14

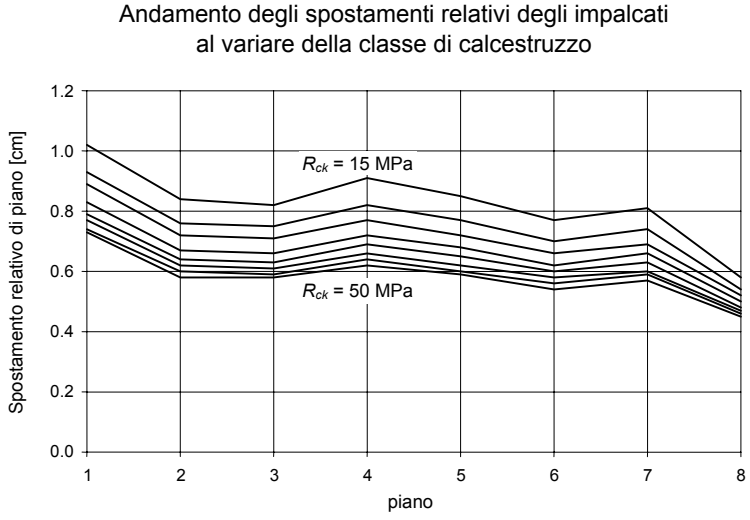


Grafico 15

Il grafico 16 mostra che la caratteristica della sollecitazione assiale non è influenzata dalla resistenza caratteristica del calcestruzzo; le differenze infatti non raggiungono neanche l'1%, indipendentemente dall'aver effettuato una analisi sismica statica o dinamica.

Il taglio (grafico 17) è solo poco più sensibile alla variazione di resistenza. Nell'ambito delle variazioni ordinarie delle caratteristiche del materiale le differenze sono infatti dell'ordine dell'1-2%. Analoghe differenze si riscontrano per il momento flettente nei pilastri (grafico 18) e nelle travi di fondazione (grafico 19).

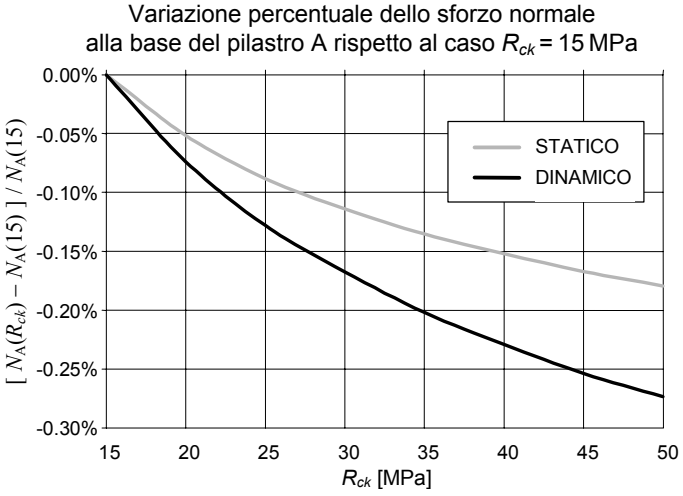


Grafico 16

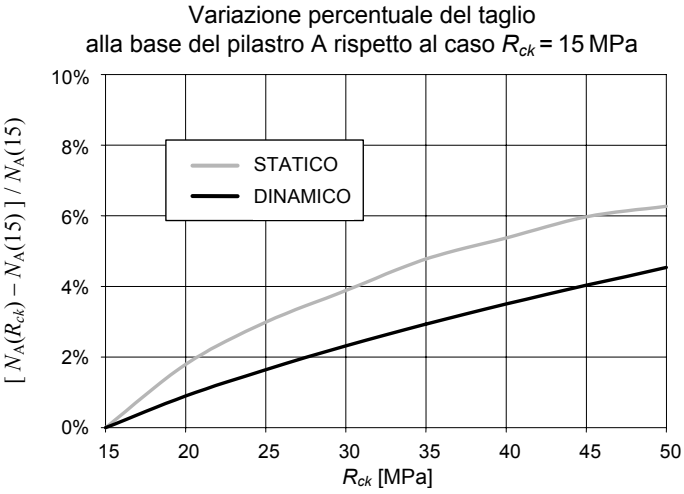


Grafico 17

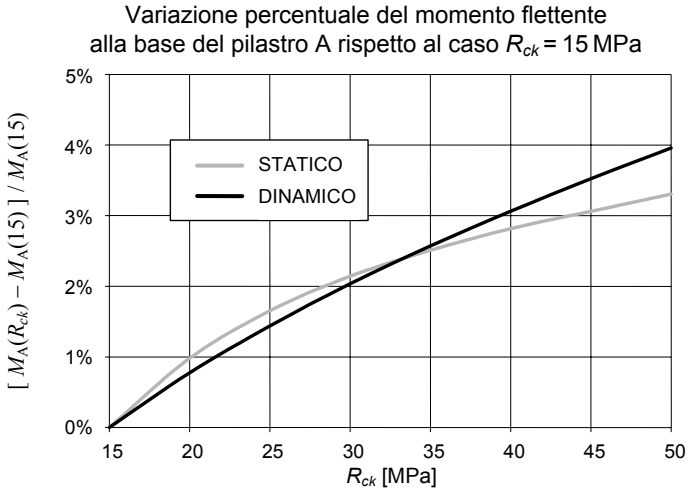


Grafico 18

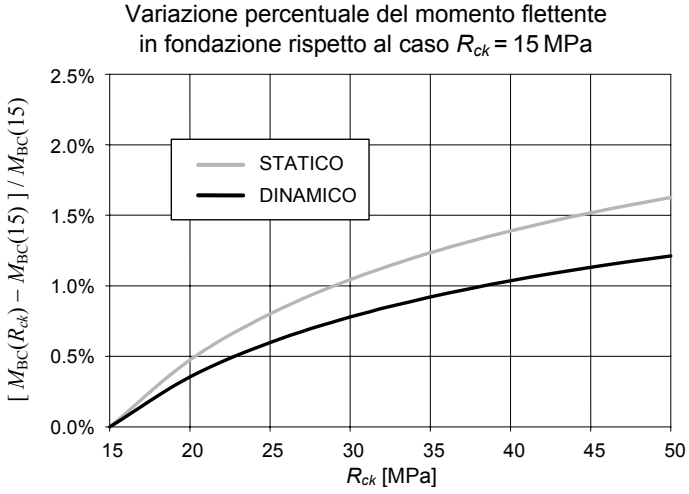


Grafico 19

In conclusione si può ritenere che la variazione della classe di resistenza caratteristica del calcestruzzo non influenza in maniera significativa le caratteristiche della sollecitazione e non condiziona quindi le verifiche di resistenza. Può avere invece qualche importanza sulle verifiche di esercizio, nel controllo della deformazione.

9.3. Influenza della variazione del modulo di Poisson ν

Tutte le elaborazioni svolte mostrano che l'influenza della variazione del modulo di Poisson ν è in pratica trascurabile. Il periodo fondamentale della struttura (grafico 20) rimane sostanzialmente costante al variare del modulo di Poisson. Lo sforzo normale (grafico 21) presenta variazioni massime dell'ordine dello 0.12% in caso di analisi statica ed ancora inferiori in caso di analisi dinamica. La variazione del taglio nei pilastri (grafico 22) è un po' più rilevante, essendo pari ad alcuni punti percentuali quando si effettua l'analisi statica (soli carichi verticali), molto minore in caso di analisi sismica dinamica.

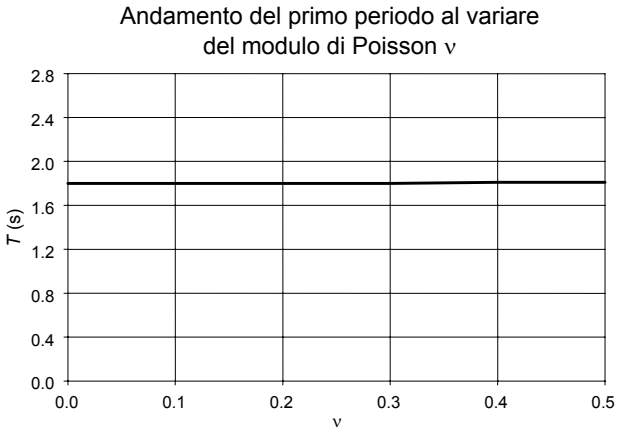


Grafico 20

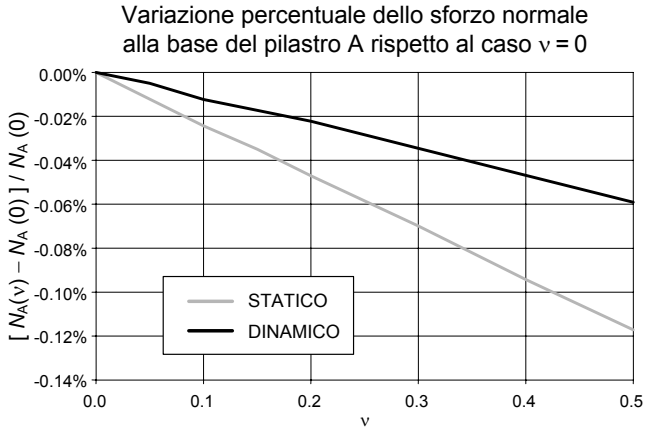


Grafico 21

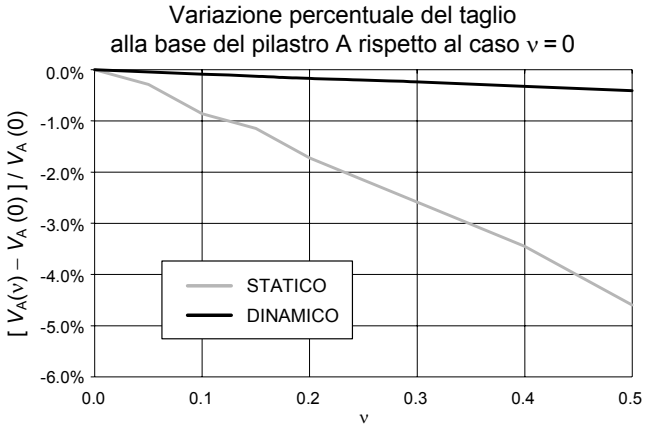


Grafico 22

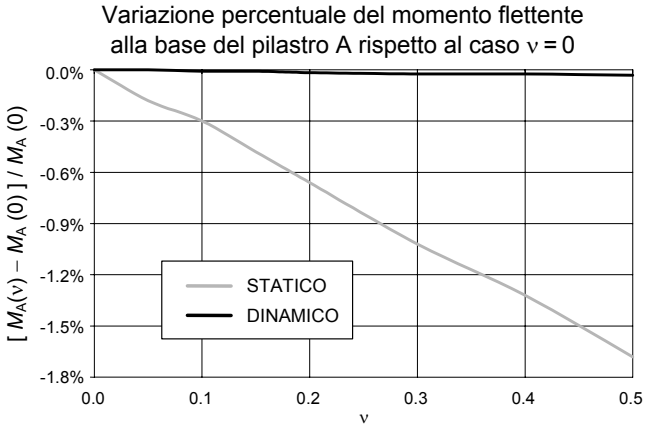


Grafico 23

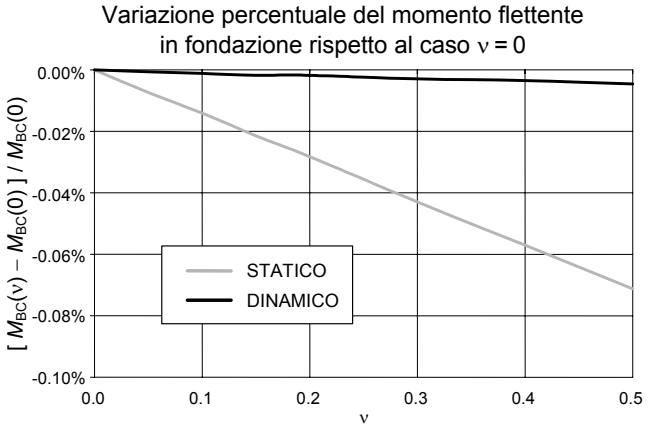


Grafico 24

Analoghe differenze si riscontrano per il momento flettente (grafico 23). Infine le differenze sul momento flettente in corrispondenza della campata BC della trave di fondazione (grafico 24) sono del tutto trascurabili.

9.4. Influenza della variazione del grado di incastro

I programmi di calcolo oggi in commercio consentono di regolare la continuità nodale in relazione alle sei caratteristiche di spostamento. È infatti possibile ridurre le rigidezza flessionale, tagliante o assiale simulando la presenza di calcestruzzi più o meno fessurati.

Questo tipo di modellazione si può ottenere mediante i *fixing factor* "*ff*" che possono variare con continuità da 0 a 100 per tutte le caratteristiche della sollecitazione.

I risultati riportati si riferiscono ad analisi sismiche dinamiche effettuate per la struttura realizzata con calcestruzzo di classe R_{ck}=25 MPa e posta su un suolo abbastanza soffice (k=10 N/cm^3).

Il grafico 25 mostra l'influenza del grado di incastro tra travi e pilastri sul primo periodo della struttura. La variazione di periodo è molto elevata, passando da 1.95 s nel caso di aste perfettamente incastrate ai pilastri (*ff*=100) al valore di 9.5 s nel caso di collegamento a cerniera (*ff*=0) che trasforma la struttura in un insieme di mensole collegate da pendoli.

Lo spostamento vettoriale dell'ottavo solaio, risultante della componente verticale ed orizzontale (grafico 26), provocato dai soli carichi ver-

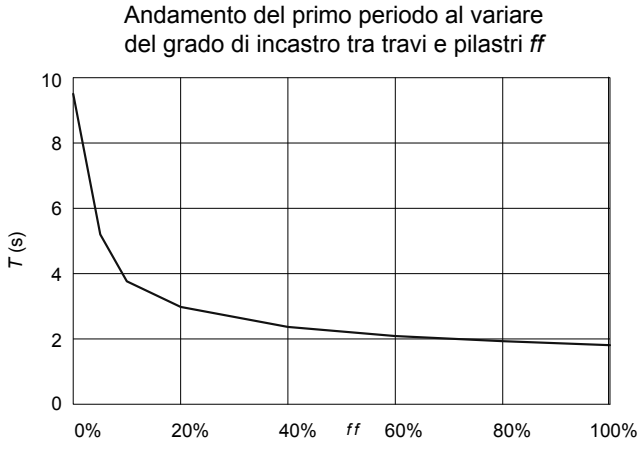


Grafico 25

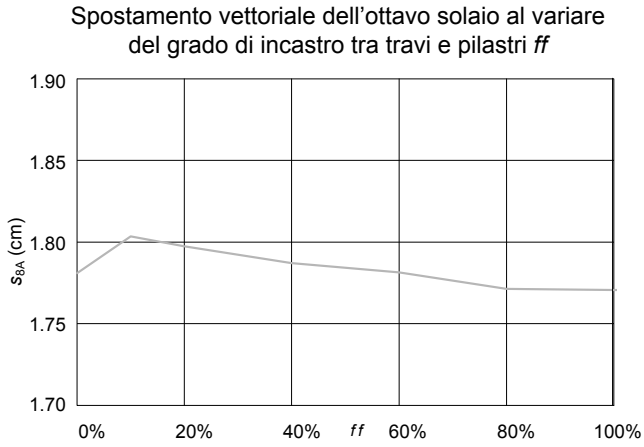


Grafico 26

ticali mostra un andamento variabile col gradi d'incastro che merita qualche considerazione. Lo schema incastrato presenta spostamenti sia verticali che orizzontali, questi ultimi dovuti alla dissimmetria dello schema. Al ridursi del grado d'incastro delle travi ai pilastri la deformabilità laterale del telaio aumenta e crescono conseguentemente gli spostamenti orizzontali. Quando però il grado di incastro tende a zero la dissimmetria dello schema tende a ridursi e questo comporta una riduzione degli spostamenti orizzontali.

In presenza di azioni orizzontali, invece, gli spostamenti crescono sempre al ridursi del grado d'incastro, come mostrato dal grafico 27 che

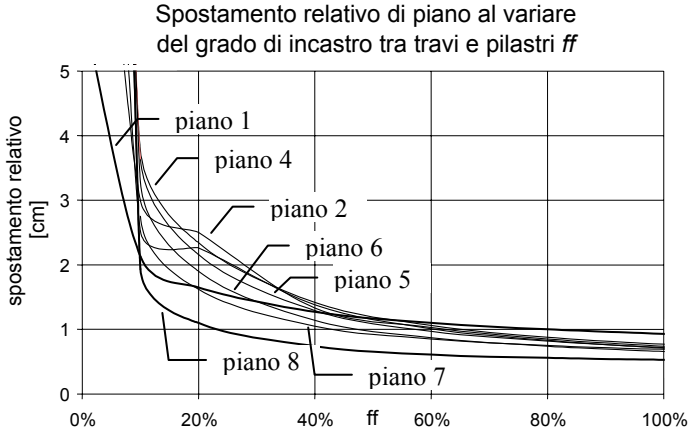


Grafico 27

descrive gli spostamenti relativi dei diversi piani valutati con il caso dinamico. In particolare, gli spostamenti crescono in maniera rilevante quando *ff* è minore del 20%, coerentemente con il rapido incremento di periodo già mostrato dal grafico 25.

Per quanto riguarda le caratteristiche di sollecitazione, lo sforzo normale (grafico 28) risente in misura modesta – inferire al 5 % – del grado di incastro travi-pilastri nel caso statico (soli carichi verticali). Più rilevante è invece l'influenza nel caso dinamico, perché al ridursi del grado di incastro diminuiscono momenti flettenti e tagli nelle travi (ed il taglio nella trave aumenta o riduce lo sforzo normale del pilastro, a seconda della posizione di quest'ultimo); l'effetto è particolarmente rilevante quando *ff* scende al di sotto del 25%.

Il taglio nel pilastro (grafico 29) non subisce molte variazioni nel caso dinamico. In effetti, il taglio globale di piano tende a ridursi con il grado di incastro, perché con esso cresce il periodo e si riduce l'accelerazione spettrale. Si ha però contemporaneamente una variazione della rigidezza relativa dei pilastri ed una ridistribuzione del taglio globale, con effetti non sempre facilmente prevedibili. Nel pilastro in esame, solo per valori molto bassi di ff si ha una riduzione del taglio, che non supera il 5%. Nel caso statico, invece, Il taglio risente molto, in percentuale, del grado d'incastro. Occorre però ricordare che per soli carichi verticali il taglio è nettamente inferiore a quello provocato dal sisma; le variazioni assolute del taglio sono quindi molto meno rilevanti di quanto appare dal grafico.

Infine, il momento flettente nella sezione di base del pilastro (grafico 30) è influenzato sensibilmente dal grado di incastro, sia nel caso statico che in quello dinamico. Per soli carichi verticali l'incremento del momento è strettamente correlato a quello del taglio, anche se di entità percentualmente minore perché al ridursi del grado di incastro si riduce il momento trasmesso dalle travi ai pilastri. Nella condizione sismica il momento flettente cresce notevolmente al ridursi del grado di incastro, nonostante il taglio rimanga costante o si riduca, perché la flessibilità del collegamento trave-pilastro trasforma il telaio in una mensola, spostando verso l'alto il punto di nullo del diagramma del momento (ed il momento al piede è il prodotto di taglio per distanza dal punto di nullo).

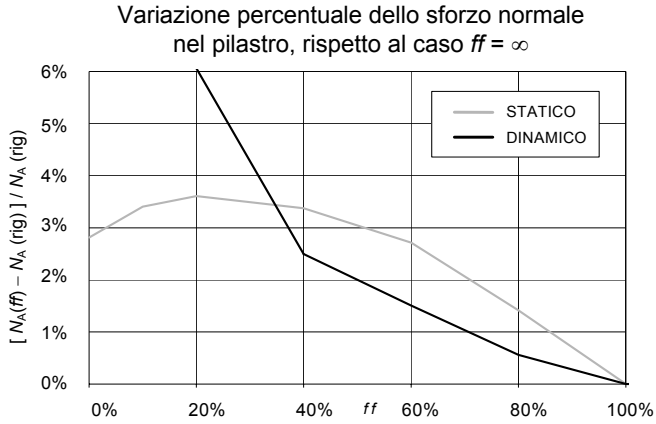


Grafico 28

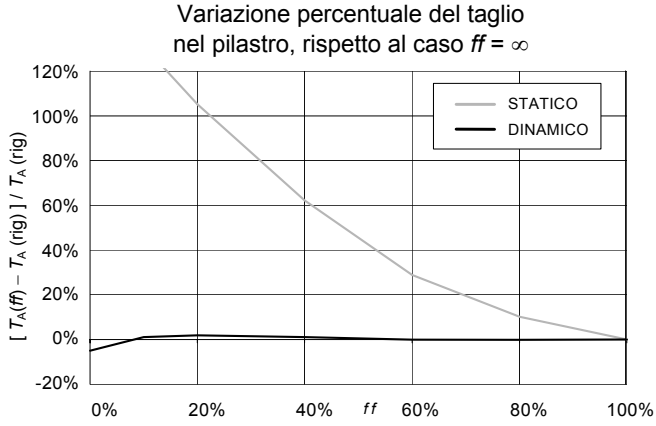


Grafico 29

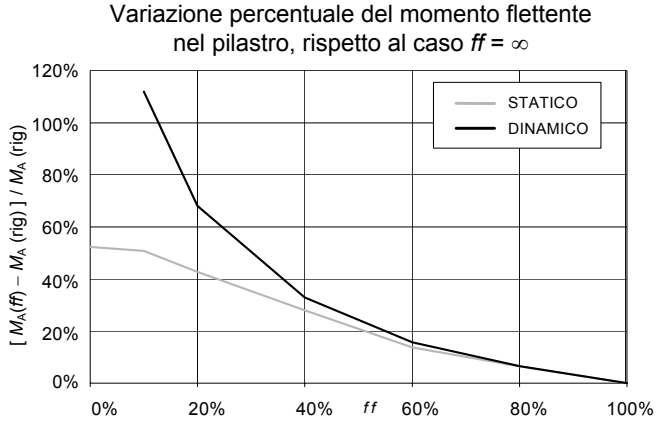


Grafico 30

In conclusione, l'esempio svolto mostra quanto sia importante la corrispondenza tra ipotesi di calcolo e realtà materica e quanto possano variare i risultati in funzione delle ipotesi fatte. È importante che questa corrispondenza esista sia in fase progettuale che nell'esecuzione dell'opera. Non a caso la "Relazione sulla qualità e dosatura dei materiali", che si allega alla relazione di calcolo, deve essere firmata in maniera congiunta dal progettista e dal direttore dei lavori; il primo si assume la responsabilità dei calcoli basati sull'uso di determinati materiali, il secondo deve avvalorare le ipotesi in chiave esecutiva. Con riferimento alla fase esecutiva, occorre inoltre ribadire che l'effettiva qualità del prodotto finale dipende anche dalle imprese e dalle maestranze disponibili; nel caso di ditte e maestranze ordinarie si eviti di richiedere prestazioni speciali ai materiali!

Bibliografia

1. O. Belluzzi, *Scienza delle costruzioni,* Zanichelli, Bologna, 1982.
2. A. Bove, *Introduzione ai programmi di calcolo strutturale, Sap90 Supersap Cosmos*, Flaccovio, Palermo, 1993.
3. F. Braga (coordinatore), Ordine degli Ingegneri della Provincia di Potenza, *Edifici esistenti: accertamento ed adeguamento antisismici. Manuale per la valutazione della sicurezza nei confronti del sisma e per l'adeguamento antisismico*, Potenza, 1992.
4. C. A. Brebbia, J. J. Connor, *Fondamenti del metodo degli elementi finiti*, CittàStudi, Milano, 1978.
5. L. Camarda, *Calcolo delle strutture piane col metodo agli elementi finiti, strutture reticolari, telai, lastre,* Flaccovio, Palermo, 1997.
6. Ph. Chantrain, J. B. Schleich, Y. Conan, Th. Maner, *Manuale di Progettazione per edifici in Acciaio controventati o a Nodi Fissi relativo all'Eurocodice 3,* ECCS, N°85 IT, ed. 1996.
7. E. Cosenza, G. Magliulo, M. Pecce, R. Ramasco, *Progetto Antisismico di Edifici in Cemento Armato*, IUSS Press, Pavia, 2004

8. L.Finzi, E.Nova, *Elementi strutturali*, Italsider, Milano, 1971.
9. A. Ghersi, *Edifici antisismici con struttura intelaiata in cemento armato*, CUEN, Napoli, 1986.
10. E. Giangreco, *Ingegneria delle strutture, Volume terzo, Progettazione strutturale*, UTET, Torino, 2002.
11. A. Giliberti, *Una più razionale struttura della scala per edifici in zona sismica*, CUEN, Napoli, 1987.
12. L. Corradi Dell'Acqua, *Le teorie strutturali e il metodo degli elementi finiti*, 2., McGraw-Hill libri Italia srl, Milano, 1993.
13. M. Mele (a cura di), *Interazione terreno-struttura in prospettiva sismica*, International Centre for Mechanical Sciences, CISM, Udine 1990.
14. M. Monanni, *Tecnologia delle costruzioni*, Edilprom, Perugia, 2004.
15. M. Pagano, *Teoria degli edifici vol.3,* Liguori, Napoli, 1975.
16. U. Perego *"Metodi per elementi finiti", appunti dal corso,* vol.I, Politecnico di Milano*,* ottobre, 1996.
17. F. Scaramuzzino, *Calcolo strutturale con gli elementi finiti*, Etaslibri, Milano, 1995.
18. B. A. Schrefler, A. Cannarozzi (a cura di), *Analisi per elementi finiti: modellazione e controllo dei risultati,* International Centre for Mechanical Sciences, CISM, Udine, 1991.
19. M.J. Turner., R.W. Clough, H.C. Martin, L.J. Topp, *Stiffness and deflection analysis of complex structures*, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 23, n. 9, 1956.
20. O. Zienkiewicz, R. Taylor, *The Finite Element Method*, McGraw-Hill, 1994.

Capitolo 5
EDIFICI IN ZONA SISMICA

Aurelio Ghersi

1. Validazione del calcolo: perché? e come?

Progettare una struttura in zona sismica è un compito che presenta una peculiarità, che lo rende diverso dalla progettazione di strutture soggette solo a carichi verticali, per quanto complesse. Una buona parte dei carichi verticali sollecitano la struttura immediatamente, fin dalla sua realizzazione (nel caso di strutture in cemento armato, dal disarmo dalle casseforme). Di conseguenza, errori clamorosi nella progettazione vengono quasi sempre messi subito in evidenza, con rilevanti incrementi di deformazioni o ampie fessurazioni. Al di là delle fasi iniziali della sua vita, il collasso di una struttura per soli carichi verticali avviene quasi sempre a causa dell'indebolimento provocato dal progressivo degrado in assenza di adeguata manutenzione, oppure per problemi di instabilità. Al contrario, un edificio sito in zona sismica può stare tranquillamente in piedi per anni e anni, senza segni di dissesto, e manifestare le sue debolezze (e gli errori di progettazione) solo quando avviene un terremoto di forte intensità. La mancanza di un implicito ed automatico "collaudo" della struttura appena realizzata rende quindi particolarmente importante la validazione dei calcoli per le strutture antisismiche. E ciò non tanto come fatto formale, per rispettare una norma, quanto piuttosto come esigenza fondamentale per la tranquillità di chi, firmando un progetto, se ne assume a pieno la responsabilità civile e penale.

Ma cosa vuol dire "validare il calcolo" e in che modo lo si può fare? Io ritengo che in sostanza occorra seguire i punti e rispondere alle domande di seguito riportate.

1. Sono in grado di prevedere, indipendentemente dai calcoli, quale sarà il comportamento della struttura in occasione di un terremoto? Cosa mi aspetto?
2. Guardando i risultati del calcolo, riesco a capire che comportamento esso mi indica per la struttura soggetta al terremoto?
3. Il comportamento mostrato dai calcoli corrisponde sufficientemente al comportamento che avevo previsto?

A questi tre punti ne aggiungerei anche un quarto, che ritengo importante soprattutto ai fini della convenienza economica della struttura (progettare non vuol dire solo realizzare strutture che non crollino, ma anche ottimizzarle):

4. Il comportamento della struttura è ottimale, o può essere migliorato?

Trovandomi spesso a chiacchierare sia con studenti che con professionisti, ho sentito più volte affermare che, visto il livello medio di chi oggi si occupa di strutture, pretendere una risposta a queste domande è pura utopia. Ma ho contemporaneamente potuto constatare che, sia i giovani che i meno giovani, se opportunamente stimolati acquisiscono rapidamente almeno la capacità di base per affrontare queste problematiche, capacità che potrà poi essere via via arricchita dall'esperienza.

2. Prevedere il comportamento di una struttura

Acquisire esperienza sul comportamento per carichi verticali è abbastanza semplice. Basta aver calcolato poche volte un solaio, una trave continua o anche un telaio soggetto a carichi verticali per notare qualitativamente come tali schemi si deformano e come sono sollecitati. Osservando in una deformata qualitativa dove siano le fibre tese (superiormente o inferiormente) è facile capire quale sarà l'andamento del diagramma dei momenti. Ed anche i casi particolari, come il permanere del momento negativo in una campata intermedia corta o poco caricata, risultano presto familiari. Anche il passaggio a stime qualitative non è difficile e formulette banali, come un $q\,l^2/10$ o $q\,l^2/12$ per il momento

negativo e $q\,l^2/16$ (o qualcosa di simile) per quello positivo diventano di uso comune.

Valutare l'effetto del terremoto su un telaio spaziale, schema comune per gli edifici, appare assai più complicato, sia perché il telaio spaziale è molto più complesso e molte volte più iperstatico di una semplice trave continua, sia per la difficoltà a schematizzare l'azione del sisma. Il progresso è forse addirittura deleterio, perché l'uso ormai standard dell'analisi modale (che molti professionisti non hanno mai studiato nel loro corso di studi) non facilita le cose. Il mio consiglio è di iniziare a ragionare facendo riferimento all'analisi statica e cercare di prevedere il comportamento della struttura soggetta a forze orizzontali, per passare poi, solo in un secondo momento, all'analisi modale. Un po' d'attenzione va infine dedicata, nella fase finale dello studio, anche al comportamento oltre il limite elastico: una sua valutazione numerica (sotto azioni statiche – analisi pushover – o dinamiche), anche se consentita dalle nuove norme, non rientra nella prassi progettuale; tuttavia, una corretta progettazione non si può dire completa senza una riflessione qualitativa su tale argomento.

2.1. Comportamento qualitativo per forze orizzontali

Per iniziare a comprendere il comportamento di un telaio spaziale (con impalcati rigidi nel loro piano) soggetto ad azioni orizzontali basta pensare che, nel garantire l'equilibrio complessivo della struttura alla traslazione (e alla rotazione), ogni elemento contribuisce in proporzione alla sua *rigidezza*. Lo sviluppo dell'analisi matriciale, che è alla base di qualsiasi programma di calcolo, ci porterebbe a parlare di *matrici di rigidezza*, oggetti matematicamente importanti ma lontani dalla percezione fisica. Io invito invece a mantenere e rivalutare quella sensibilità, caratteristica fondamentale di un buon ingegnere, che fa "sentire" che un pilastro a sezione rettangolare è nettamente più rigido, nei confronti di una azione orizzontale, quando il lato lungo è orientato nella stessa direzione della forza, piuttosto che quando è girato "di piatto". In effetti, se il pilastro fosse accoppiato a travi infinitamente rigide, che impediscono la rotazione dei suoi estremi, la sua rigidezza sarebbe rigorosamente pari a $12\,E\,I/h^3$, e quindi – a parità di altezza h – proporzionale

al momento d'inerzia *I* della sua sezione. La rigidezza si riduce però in maniera notevole se le travi non sono rigide (ad esempio se sono travi a spessore). Nel passato sono state proposte anche formule approssimate per tener conto dell'influenza della sezione delle travi sulla rigidezza dei pilastri, ma non credo che una quantificazione di tale effetto sia realmente importante. Mi basta la convinzione che la rigidezza dipenda dal momento d'inerzia della sezione del pilastro e sia fortemente ridotta se non vi è, almeno da un lato, una trave emergente abbastanza rigida da vincolare alla rotazione l'estremo del pilastro.

Una volta chiarito cosa si intende per rigidezza, si può prendere in esame la carpenteria dell'edificio (piano per piano), evidenziando – per ciascuna delle due direzioni del sisma – quei pilastri che maggiormente contribuiscono ad assorbire le azioni orizzontali, cioè i pilastri con sezione allungata nella direzione delle forze e collegati ad almeno una trave emergente orientata nella stessa direzione. Le scelte progettuali fatte nel dimensionamento possono rendere più o meno complesso questo schema semplificato. Io in genere preferisco usare sezioni abbastanza allungate e mantenere il più possibile una uniformità di sezioni a ciascun piano; come caso limite, quindi, potrei ritrovarmi evidenziati pilastri tutti della stessa sezione. Altri preferiscono una maggiore varietà di sezioni, ed in tal caso è necessario assegnare alle sezioni evidenziate un "peso" per differenziarle. Oppure, tendono ad avere sezioni poco allungate, ed in tal caso il contributo dei pilastri girati "di piatto" può avere un certo peso (che io stimerei ad occhio).

Lo schema semplificato, così ottenuto, può essere ora esaminato per comprendere il comportamento della struttura sotto forze orizzontali, per ciascuna delle due direzioni. Confrontando il numero di pilastri "che contano" per l'una e per l'altra direzione si può capire se la struttura è irrigidita in maniera uniforme, o se una direzione è più debole dell'altra. Guardando poi la posizione in pianta, rispetto al baricentro delle masse (che si può assumere coincidente col centro geometrico dell'impalcato) si può controllare se la disposizione degli elementi rigidi è ben bilanciata in pianta, o se vi è un estremo più debole che tenderà a spostarsi di più, facendo ruotare l'impalcato.

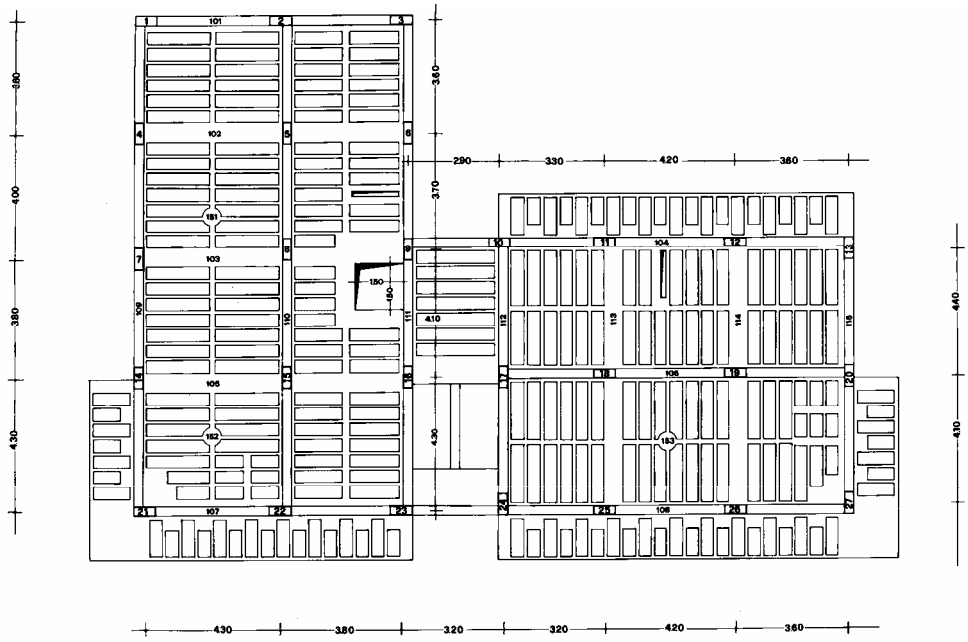


Fig. 1. Carpenteria del piano tipo

Come esempio di questo approccio, riporto in figura 1 la carpenteria di un edificio che ho analizzato in un mio vecchio libro (Ghersi, 1986), del quale sto preparando una edizione completamente rinnovata. I pilastri hanno tutti sezione 30×70, le travi sono in parte emergenti, con sezione 30×60, e in parte a spessore. La figura 2 riporta uno schema semplificato di carpenteria. Per ogni telaio sono conteggiati i pilastri che contano ai fini dell'assorbimento delle azioni orizzontali. Si può notare, innanzi tutto, che il numero di pilastri rigidi è uniforme nelle due direzioni (13 contro 14). Per quanto riguarda la distribuzione planimetrica, i pilastri che principalmente resistono ad azioni sismiche nella direzione *x*, orizzontale in pianta, sono disposti in maniera sufficientemente equilibrata rispetto all'asse baricentrico (6 da un lato – tre dei quali più eccentrici – e 7 dall'altro). Nei confronti di azioni sismiche nella direzione *y*, verticale in pianta, si nota, invece, una debolezza della parte destra (che presenta 5 pilastri, dei quali 3 più eccentrici, che non bastano a compensare i 9 pilastri situati a sinistra dell'asse). È prevedibile quindi

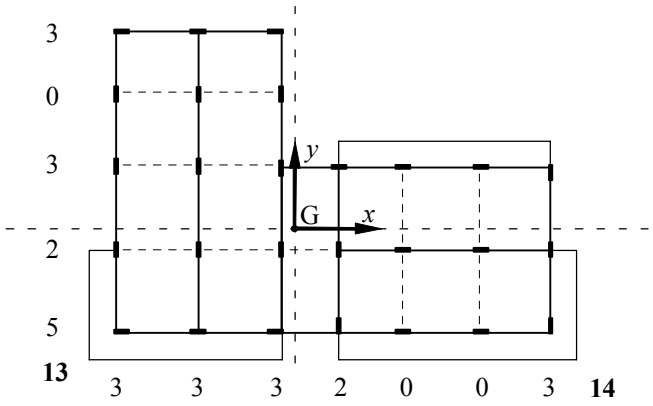


Fig. 2. Schema semplificato della carpenteria

una rotazione non trascurabile, con incremento di spostamenti e di sollecitazioni nella parte destra dell'edificio.

2.2. Stima quantitativa del comportamento per forze orizzontali

Per poter effettuare una stima delle sollecitazioni indotte dal sisma nella struttura occorre preliminarmente valutare, in maniera approssimata, masse e forze orizzontali.

La capacità di valutare con immediatezza le masse presenti a ciascun livello è importante anche per consentire successivamente un controllo dell'elaborazione svolta, dato che la quasi totalità dei programmi calcolano automaticamente la massa di piano. Basta calcolare poche volte le masse di piano, o controllare con accortezza la valutazione fatta dal computer, per rendersi conto che in edifici in cemento armato il rapporto tra massa di piano e superficie dell'impalcato non varia molto. Per un piano tipo si può andare da un minimo di 1.0 t/m^2 ad un massimo di 1.1 ÷ 1.2 t/m^2, valori che possono essere raggiunti se la struttura è particolarmente pesante. Valori minori (in genere da 0.8 a 1.0 t/m^2) si riscontrano nell'impalcato di copertura, soprattutto per la minore incidenza delle pareti di tamponamento. Come esempio si riportano in tabella 1 i valori stimati per le masse di piano dell'edificio citato nel paragrafo precedente; l'incidenza a metro quadro esatta sarebbe stata, in questo caso, 0.82 (in copertura), 0.95 (al piano tipo) e 1.07 t/m^2 (al primo impalcato).

Tab. 1. Masse e forze di piano

piano	superficie [m²]	incidenza stimata [t/m²]	massa stimata [t]	forza [kN]
5 + torrino	379.9	0.9	341.9	720.5
4	323.5	1.0	323.5	548.7
3	323.5	1.0	323.5	415.7
2	323.5	1.0	323.5	282.7
1	263.2	1.0	263.2	121.7

Per passare dalle masse alle forze occorre scegliere lo spettro di risposta (in base alle caratteristiche del suolo), assegnare il fattore di struttura q (in funzione della regolarità e della classe di duttilità della struttura) e stimare il periodo proprio (usando le formule suggerite dalla normativa). Nell'esempio, si è pensato ad un suolo di tipo B, ad una struttura regolare con classe di duttilità B (e quindi $q = 4.095$) e si è valutato il periodo $T = 0.61$ s. Le forze ottenute sono riportate nell'ultima colonna della tabella 1.

Prevedere il taglio e il momento flettente che cimenta i singoli pilastri può sembrare un compito arduo, ma i ragionamenti fatti parlando di comportamento qualitativo della struttura soggetta ad azioni orizzontali ci vengono in aiuto. Il taglio di piano (somma delle forze applicate negli impalcati sovrastanti) si ripartisce tra i pilastri in funzione delle loro rigidezze (più un incremento dovuto alla eventuale rotazione dell'impalcato). Anche se la rigidezza non è una quantità rigorosamente nota (perché dipende dal momento d'inerzia del pilastro ma anche dalla sezione dalle travi ad esso collegate), lo schema semplificato ha messo in luce quali sono gli elementi che contano in ciascuna direzione. Il taglio va quindi ripartito tra questi, in parti uguali se sono tutti della stessa sezione, o in proporzione al loro "peso"; eventualmente, un'aliquota forfetaria può essere assegnata ai restanti pilastri, che si sono trascurati. Passare poi dal taglio V al momento flettente M è abbastanza facile, se si osserva che in presenza di travi sufficientemente rigide il punto di nullo del momento è circa a metà altezza del pilastro (e quindi $M = Vh/2$, sia in testa che al piede). Solo al primo ordine il punto di nullo si sposta verso l'alto, e si può quindi in genere ipotizzare che M valga $0.4\,Vh$ e

Tab. 2. Taglio di piano e caratteristiche della sollecitazione previste

piano	taglio totale [kN]	taglio pilastro [kN]	momento pilastro [kNm]	momento trave [kNm]
5	720.5	55.4	88.7	44.3
4	1269.2	97.6	156.2	122.4
3	1684.9	129.6	207.4	181.8
2	1967.5	151.3	242.2	224.8
1	2089.3	160.7	231.4 – 405.0	236.8

0.7 Vh, rispettivamente in testa e al piede. Nell'esempio, mostrato nella tabella 2, il taglio di piano è stato ripartito in parti uguali tra 13 pilastri (terza colonna) ottenendo così i valori del momento flettente riportati nella quarta colonna. Per quanto riguarda le travi, si può ipotizzare che la somma dei momenti flettenti al piede del pilastro superiore ed in testa al pilastri inferiore si ripartisca tra le due travi adiacenti (supposte ugualmente rigide), ottenendo così una previsione del momento flettente nelle travi emergenti (quinta colonna).

Ovviamente i valori così determinati per i pilastri sono solo indicazioni di massima, perché la presenza di una o due travi emergenti, e la lunghezza di queste, influisce sulla reale rigidezza del singolo pilastro. Anche i valori previsti per le travi emergenti dipendono in realtà dalla loro lunghezza, oltre che dall'avere due travi emergenti o una sola in adiacenza al pilastro rigido. Tutti i valori andrebbero inoltre incrementati per tener conto della rotazione dell'impalcato, dovuta a un cattivo bilanciamento dei pilastri oppure all'eccentricità accidentale imposta dalla norma (per quest'ultima si potrebbe considerare un incremento del 15-20% per le aste più eccentriche). L'uso dell'analisi modale, al posto di quella statica, può portare ad ulteriori variazioni, che non dovrebbero però essere di entità tale da modificare in maniera eccessiva la previsione fatta. In ogni caso, però, questa stima deve trovare un sostanziale riscontro nell'output del programma di calcolo, nel senso che l'ordine di grandezza deve essere questo e che gli elementi che si ritiene più rigidi debbano essere effettivamente quelli più sollecitati. La stima può essere anche utile per esprimere, prima di procedere al calcolo, un giudizio sulla accettabilità delle sezioni previste per gli elementi strutturali.

3. Modellazione e calcolo della struttura

3.1. Modellazione

Le problematiche generali relative alla modellazione di una struttura sono ampiamente discusse negli altri capitoli di questo libro. La tipologia cui si sta facendo qui riferimento, l'edificio a struttura intelaiata con l'eventuale presenza di pareti, sembra quasi banale, rispetto a ponti, grandi coperture o altre strutture di elevata complessità. Occorre tuttavia notare che il progressivo aumento delle potenzialità dei programmi di calcolo spinge a modellazioni sempre più sofisticate, che dovrebbero servire ad una migliore conoscenza del comportamento della struttura ma che contemporaneamente aumentano il rischio di scelte scorrette, e quindi di ottenere risultati molto peggiore di quelli forniti da modellazioni più semplici.

Il problema principale nasce dal fatto che la struttura reale è costituita da aste (travi e pilastri) con sezioni di dimensioni non trascurabili ed assi in generale non perfettamente allineati e non convergenti in singoli punti nodali. Il modello di insieme spaziale di telai piani, ormai quasi del tutto abbandonato, consentiva una maggiore flessibilità nella descrizione della struttura, grazie alla sostanziale indipendenza dei telai ortogonali. Il modello di telaio spaziale, oggi riferimento base per tutti i programmi di calcolo, impone invece una precisa definizione della posizione in pianta dell'asse del singolo pilastro, amplificando le discrepanze tra luci di calcolo e luci reali delle travi. I programmi più sofisticati consentono attualmente di assegnare offset e tratti rigidi, che dovrebbero consentire di superare queste imprecisioni. Ma mi è capitato di riscontrare, in schemi che usano questa modellazione, strani ed inspiegabili salti nel diagramma del momento flettente che mi lasciano perplesso e mi fanno pensare che a volte il rimedio possa essere peggiore del male (perlomeno, se queste modellazioni non sono utilizzate con piena consapevolezza e preparazione).

Un altro serio problema è la modellazione delle pareti in cemento armato, spesso utilizzate per conferire rigidezza e resistenza alle strutture. Per tali elementi aumentano notevolmente le possibilità di modellazione: da una singola asta deformabile anche a taglio, con annessi

tratti rigidi per le travi, a più aste che simulano il comportamento complessivo della parete, per finire alle mesh anche molto fitte di elementi bidimensionali. Una tale varietà aumenta certamente le potenzialità dell'utente, ma richiede una maturità e preparazione che può essere ottenuta solo con lunghe riflessioni ed analisi comparative. Esempi applicativi di quanto qui detto sono riportati più avanti, nel settimo capitolo.

3.2. Calcolo: 32 (o più) condizioni di carico?

Una delle cose che maggiormente colpisce della nuova normativa sismica è l'attenzione dedicata ad aspetti finora trascurati, come la possibile variazione di posizione del centro di massa, dovuta alla distribuzione dei carichi variabili (la cosiddetta eccentricità accidentale), e l'effetto contemporaneo delle due componenti orizzontali del sisma. Una generica condizione di carico dovrebbe quindi tener conto di carichi verticali, più o meno le forze, agenti in una direzione o nell'altra, più o meno la relativa eccentricità accidentale, più o meno il 30% delle forze nella direzione ortogonale, più o meno il 30% dell'eccentricità accidentale nella direzione ortogonale. Come si vede, vi sono cinque scelte da fare, ciascuna con due possibili alternative, e questo porta a 2^5, cioè 32, diverse condizioni di carico. A queste si deve poi aggiungere una ulteriore condizione, con carichi verticali massimi e niente sisma. Volendo, si potrebbero esaminare ulteriori condizioni, con carichi verticali variabili disposti a scacchiera.

Di fronte a un numero così elevato di condizioni di carico la reazione del progettista è semplice: io non posso farci niente, lasciamo che faccia tutto il computer. Ma questo vuol dire, spesso, non esaminare in dettaglio i risultati e limitarsi ad uno sguardo rapido all'inviluppo delle infinite condizioni di carico, inviluppo dal quale neanche un esperto riesce a capire molto. In sostanza, rinunciare ad ogni controllo ed aspettarsi soltanto un si o un no (la struttura sta o non sta bene). Spesso anzi, specie per le strutture in cemento armato, il programma non esprime neppure un giudizio e si limita a calcolare l'area di ferro necessaria nella sezione. Capita raramente, ma purtroppo capita, di ricevere in cantiere elaborati progettuali che prevedono una quantità di barre che è impossibile disporre nella sezione, frutto di scelte progettuali errate e della mancanza di un controllo, sia pure sommario, da parte del progettista.

Che fare, allora? Cosa richiedere, anzi pretendere, come output? Io penso che per poter esprimere un giudizio motivato sui risultati del calcolo sia necessario poter esaminare separatamente i sei schemi di calcolo base:

1. Carichi verticali massimi, in assenza di sisma ($g_d + q_d$).
2. Carichi verticali ridotti, in presenza di sisma ($g_k + \psi_2\, q_k$).
3. Forze orizzontali in direzione x (forze statiche oppure analisi modale con centro di massa nella sua posizione nominale).
4. Effetto dello spostamento delle forze applicate in direzione x di una quantità pari all'eccentricità accidentale. La norma consente di tenerne conto applicando un momento pari al prodotto delle forze statiche per l'eccentricità accidentale. Se invece si preferisce effettuare una analisi modale con centro di massa spostato, è bene considerare qui la differenza di risultati rispetto allo schema con centro di massa nella sua posizione nominale.
5. Forze orizzontali in direzione y.
6. Effetto dello spostamento delle forze applicate in direzione y di una quantità pari all'eccentricità accidentale.

Sommando in valore assoluto i risultati degli schemi 3 e 4 si ottiene l'effetto complessivo delle forze in direzione x (ad ogni valore attribuirei il segno che si ha nello schema 3, se si è usata l'analisi statica). Gli schemi 5 e 6 danno, analogamente, l'effetto complessivo delle forze in direzione y. Questi risultati possono essere ulteriormente combinati (100% di uno e 30% dell'altro) per ottenere l'effetto complessivo del sisma, che va sommato e sottratto all'effetto dei carichi verticali agenti in presenza di sisma (schema 2); i valori ottenuti andranno infine confrontati con l'effetto dei carichi verticali massimi, in assenza di sisma (schema 1). Ma questo lavoro è effettivamente compito del computer (anche se, organizzato così, può essere facilmente controllato da chiunque)…

4. Esaminare e giudicare i risultati del calcolo

Eccoci dunque di fronte a un bel pacco di risultati, presentati come numeri o grafici a seconda del programma utilizzato. Come detto in precedenza, occorre capire da questi il comportamento della struttura e con-

frontarlo con quanto previsto. La mia attenzione è rivolta innanzi tutto agli schemi 3 e 5, cioè all'effetto delle forze applicate nel centro di massa (o alla corrispondente analisi modale). I ragionamenti da fare sono leggermente diversi a seconda che si sia usata l'analisi statica oppure quella modale, e saranno quindi presentati in due distinti paragrafi. Solo in un secondo momento passo ad esaminare l'effetto dell'eccentricità accidentale e dell'accoppiamento delle due componenti del sisma.

4.1. Effetto di forze statiche

L'attenzione dei professionisti è in genere rivolta quasi esclusivamente alle caratteristiche di sollecitazione, perché sono queste principalmente a dover rispettare dei limiti. Ma il mio punto di partenza nell'esame dei risultati sono sempre gli spostamenti orizzontali. Non ho fornito alcuna indicazione su come prevederne l'entità, ma ho sottolineato come la distribuzione delle rigidezze possa far pensare a spostamenti maggiori nell'una o nell'altra direzione e a rotazioni più o meno rilevanti dell'impalcato. Ad esempio, per l'edificio già citato si ottengono gli spostamenti mostrati in figura 3. Si nota che lo spostamento medio non varia molto

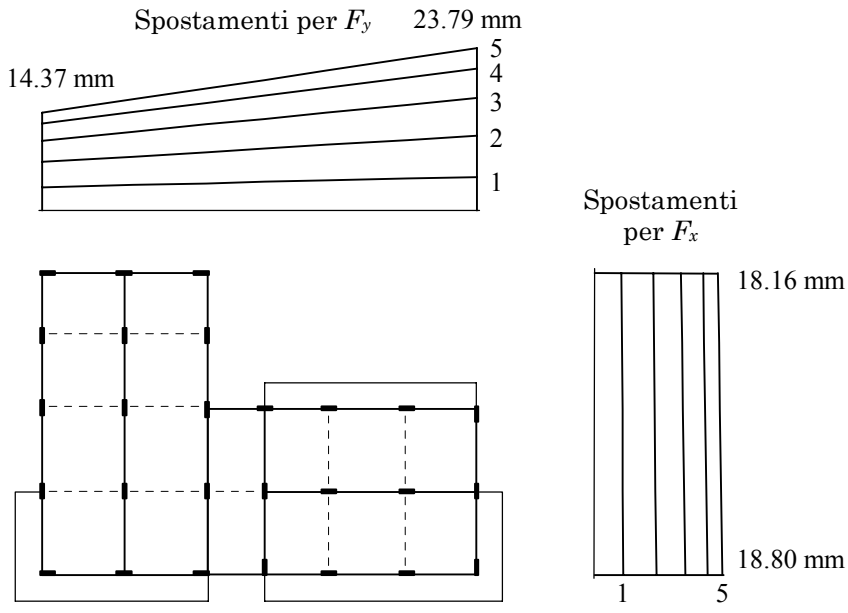


Fig. 3. Spostamenti dei diversi impalcati per forze statiche

tra le due direzioni. Si ha però una sostanziale traslazione per forze in direzione *x*, ma rilevanti rotazioni per forze in direzione *y*, con incremento di spostamento della parte destra di quasi il 25% rispetto al valore medio e di oltre il 50% rispetto all'altro estremo; questo comportamento si ripete con regolarità ai diversi piani. I risultati ottenuti concordano con quanto previsto.

Gli spostamenti orizzontali sono anche indicativi per le sollecitazioni taglianti e flettenti, perché queste – a parità di sezione – saranno maggiori nei telai che si spostano di più. Esaminando i risultati, si trova effettivamente una sostanziale uniformità nelle sollecitazioni indotte dalle forze in direzione *x*, con valori massimi di poco inferiori rispetto alle previsioni (tabella 3, pilastro 22 e trave 22-23). Alla rotazione indotta dalle forze in direzione *y* corrispondono variazioni delle sollecitazioni, con valori massimi superiori di circa il 25% rispetto a quelli riscontrati nell'altra direzione (tabella 3, pilastro 20 e trave 20-27) e quindi maggiori, anche se non di molto, di quelli previsti. Si noti inoltre che la rotazione induce nei pilastri anche momenti flettenti intorno all'altro asse (non mostrati in tabella). Questi valori sono però modesti, non superiori al 15% dei momenti indotti dalle forze in direzione *x*; una verifica a pressoflessione deviata, seppur opportuna, non darà quindi risultati molto diversi rispetto ad una verifica a pressoflessione retta.

I risultati ottenuti sono utili anche per esprimere un giudizio qualitativo sul comportamento strutturale e per cercare di migliorarlo. Forti differenze di spostamenti tra le due direzioni non sono di per se negati-

Tab. 3. Tagli e momenti flettenti provocati dalle forze orizzontali

piano	pilastro 22		trave 22-23	pilastro 20		trave 20-27
	V [kN]	*M* [kNm]	*M* [kNm]	*V* [kN]	*M* [kNm]	*M* [kNm]
5	45.8	83.9	45.0	59.8	108.6	58.6
4	83.7	148.9	112.1	105.9	187.0	144.6
3	111.5	189.5	161.4	141.5	239.0	210.6
2	133.2	214.2	198.8	170.2	277.1	258.3
1	139.4	192.4 309.5	209.7	154.0	207.0 347.4	265.8

vi, ma spesso indicano problemi di sollecitazioni eccessive nella direzione più flessibile. Sicuramente peggiore è la presenza di forti rotazioni, sia per la disuniformità delle sollecitazioni che per l'accoppiamento che crea tra le due componenti del sisma. Ad esempio, la rotazione riscontrata nella struttura esaminata è di entità tale da suggerire modifiche della impostazione strutturale, con irrigidimento della parte destra dell'edificio.

4.2. Risultati dell'analisi modale

Anche quando effettuo l'analisi modale il mio punto di partenza è l'esame degli spostamenti, in questo caso delle deformate modali. Un telaio spaziale con impalcati indeformabili nel loro piano ha tre gradi di libertà dinamici per ogni piano. Se la struttura ha due assi di simmetria, le deformate modali sono disaccoppiate, cioè costituite solamente da traslazioni secondo x, traslazioni secondo y oppure rotazioni. L'ordine con cui queste si alternano dipende dalla rigidezza degli elementi strutturali. Se questi sono posizionati uniformemente (nelle due direzioni e come distribuzione in pianta) i modi avranno a tre a tre periodi molto prossimi tra loro: i primi tre presenteranno spostamenti o rotazioni tutti nello stesso verso (corrispondendo quindi al primo modo di uno schema piano); i secondi tre avranno una inversione dei segni (come per un secondo modo), e così via. Differenze nelle rigidezze corrispondono a differenze nei periodi ed i modi in tal caso possono "accavallarsi" (ad esempio il primo modo in una direzione potrà venire dopo il secondo modo nell'altra direzione). Strutture non simmetriche presentano invece modi accoppiati, con la presenza contemporanea di spostamenti nelle due direzioni e rotazioni. Il primo controllo consiste nel verificare che l'accoppiamento o il disaccoppiamento dei modi e l'ordine con cui essi si alternano corrisponda effettivamente alla distribuzione di rigidezze riscontrata nell'analisi sommaria dell'edificio. Dal punto di vista, invece, di giudizio qualitativo del comportamento strutturale, sarebbe preferibile avere modi pressoché disaccoppiate; è inoltre da evitare che i moti torsionali abbiano periodo superiore a quelli traslazionali, perché questo è indice di una scarsa rigidezza torsionale della struttura. I primi tre modi per l'edificio usato come esempio sono riportati in figura 4. Il primo mostra

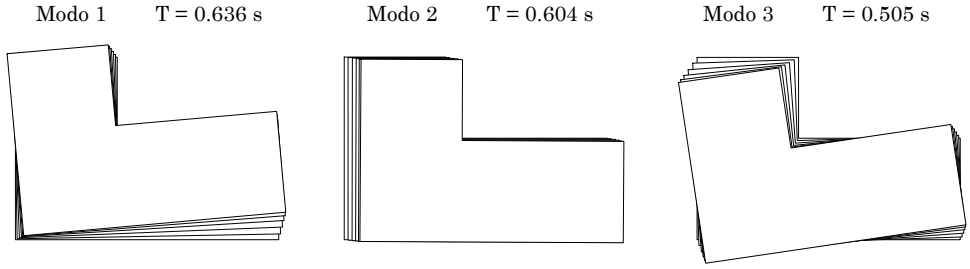


Fig. 4. Deformate modali per i primi tre modi

spostamenti in direzione *y* ma anche forti rotazioni; il secondo è quasi esclusivamente di traslazione in direzione *x*; il terzo è prevalentemente di rotazione. Questi risultati confermano la buona distribuzione delle rigidezze in direzione *x* e la bassa rigidezza (in direzione *y*) della parte destra dell'edificio. La rigidezza rotazionale appare adeguata, perché il moto rotazionale ha un periodo minore degli altri.

Il passo immediatamente successivo consiste nell'esaminare il contributo che i singoli modi danno al moto complessivo della struttura. Questo dipende dalla direzione del sisma e può essere facilmente individuato dalla massa partecipante (o massa modale), dato fornito dalla quasi totalità dei programmi. La norma prevede di un numero di modi tale da includere almeno l'85% della massa partecipante (o da non trascurare modi con massa partecipante superiore al 5%). Ovviamente, i modi che presentano forte traslazione secondo *x* danno un contributo rilevante per sisma in direzione *x*, e analogamente per l'altra direzione. Molto spesso vi è un singolo modo che fornisce un contributo nettamente prevalente rispetto agli altri. Si può anzi affermare che la presenza di più contributi di analoga entità non è positiva, perché è indice quasi sicuro di irregolarità e accoppiamento tra le deformate. Nell'esempio in questione, per sisma in direzione *x* il secondo modo fornisce una massa partecipante pari all'83.7% ed il quinto modo un ulteriore 9.1%. Per sisma in direzione *y*, invece, il primo modo fornisce una massa partecipante pari all'60.8%, il terzo il 22.8%, il quarto il 7.0%. Anche questi valori confermano il diverso comportamento nelle due direzioni e la cattiva distribuzione della rigidezza dei telai in direzione *y*. L'inviluppo degli spostamenti modali, mostrato in figura 5, ribadisce tutte le considera-

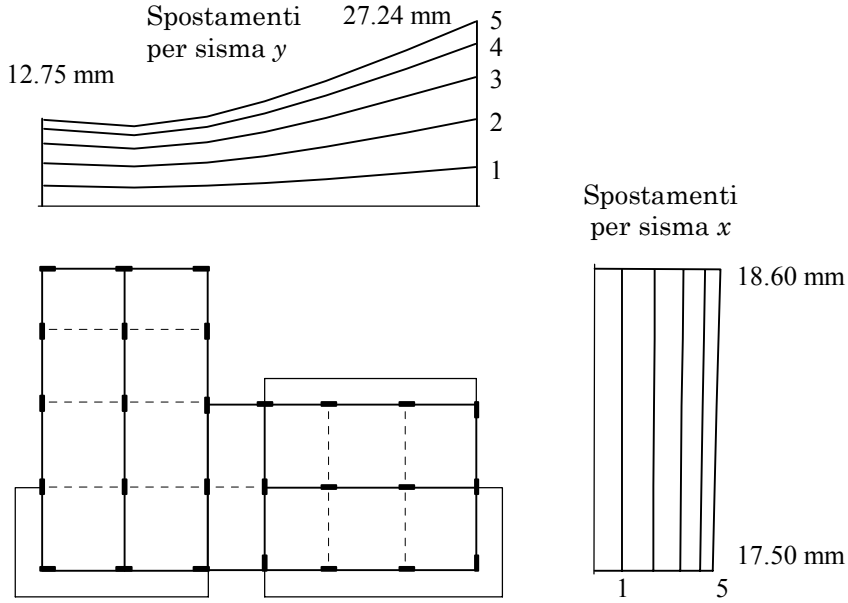


Fig. 5. Spostamenti dei diversi impalcati per analisi modale

zioni già fatte. Un confronto con i valori forniti dall'analisi statica mostra una sostanziale corrispondenza di spostamenti in direzione x ed un accentuarsi della rotazione per sisma in direzione y.

Anche in questo caso le caratteristiche di sollecitazione (tabella 4) sono legate agli spostamenti e seguono il loro andamento. Rispetto alle previsioni sommarie effettuate inizialmente si ha una sostanziale concordanza per le aste in direzione x, mentre per gli elementi in direzione

Tab. 4. Tagli e momenti flettenti forniti dall'analisi modale

piano	pilastro 22		trave 22-23	pilastro 20		trave 20-27
	V [kN]	M [kNm]	M [kNm]	V [kN]	M [kNm]	M [kNm]
5	41.9	76.5	41.0	68.1	123.2	66.5
4	77.5	138.2	102.7	121.5	215.0	164.3
3	104.6	178.6	149.8	164.3	278.5	242.0
2	126.9	205.2	187.4	199.9	324.5	300.4
1	134.7	186.7 298.4	200.5	180.6	243.4 407.0	311.2

y posti nella parte destra della struttura si ha un forte incremento dovuto alla rotazione, ancora più rilevante di quello mostrato dai risultati forniti dall'analisi statica.

4.3. Effetto dell'eccentricità accidentale

Passiamo ora ad esaminare i risultati degli schemi 4 e 6 per comprendere quale sia l'effetto dell'eccentricità accidentale e_a. Nei paragrafi precedenti si è più volte sottolineata la stretta correlazione esistente tra spostamenti e caratteristiche della sollecitazione. Io baso quindi il giudizio sull'effetto dell'eccentricità accidentale principalmente sull'esame degli spostamenti indotti dalle coppie (forze per eccentricità) e sul confronto rispetto ai valori forniti dall'applicazione di forze statiche nel centro di massa nominale (o dalla corrispondente analisi modale). Le coppie provocano una rotazione (positiva o negativa) e quindi un progressivo incremento (in valore assoluto) degli spostamenti dei telai in funzione della loro distanza dal centro di rigidezza (asse intorno al quale ruota l'edificio).

Ciò che interessa principalmente è la variazione percentuale dello spostamento massimo. Incrementi prossimi al 15-20% sono usuali ed indicano una adeguata rigidezza torsionale della struttura. Valori maggiori evidenziano invece una minore rigidezza torsionale, che andrebbe evitata sia per ridurre l'aggravio di sollecitazioni nei telai perimetrali che per evitare forti accoppiamenti tra le due componenti del sisma e forte aggravio dei pilastri dovuto alla pressoflessione deviata. Si noti che la normativa consente di non valutare espressamente l'effetto dell'eccentricità, a patto di amplificare di un fattore δ le sollecitazioni dovute alle forze applicate nel centro nominale di massa, essendo

$$\delta = 1 + 0.6 \frac{x}{L_e}$$

con x distanza dal centro geometrico dell'edificio ed L_e distanza tra gli elementi resistenti posti ai due estremi, entrambe misurate perpendicolarmente alla direzione dell'azione sismica considerata. Questa espressione deriva dal considerare una serie di elementi resistenti di uguale rigidezza e distribuiti uniformemente in pianta, senza alcun contributo di elementi resistenti ortogonali. Se il baricentro è posto giusto a metà dell'edificio la formula fornisce un incremento del 30% per i telai estre-

mi (per i quali $x = L_e / 2$). In una corretta progettazione la rotazione sarà minore, sia per il contributo dei telai ortogonali che per la tendenza ad irrigidire maggiormente i telai perimetrali. Dopo aver effettuato la risoluzione dello schema soggetto a coppie ed aver determinato la conseguente rotazione, si potrebbe utilizzare l'espressione di normativa calibrandola specificamente per il caso in esame, cioè assumendo

$$\delta = 1 + \frac{v_{M,\max}}{v_{F,\max}} \frac{x}{x_{\max}}$$

essendo $v_{M,\max}$ e $v_{F,\max}$ gli spostamenti massimi all'estremo dovuti rispettivamente alle coppie e alle forze ed $x_{\max}$ la distanza dell'estremo dall'asse di rotazione. L'effetto dell'eccentricità accidentale per l'edificio usato come esempio è mostrato in figura 6. Si nota che, indipendentemente dall'aver effettuato un'analisi statica o modale, l'incremento massimo è pari a circa il 10% per gli spostamenti in direzione x e 18% per gli spostamenti in direzione y. Il primo valore è minore del secondo perché il contributo rotazionale dei telai diretti secondo y è maggiore, ma entrambi i valori sono pienamente logici ed accettabili.

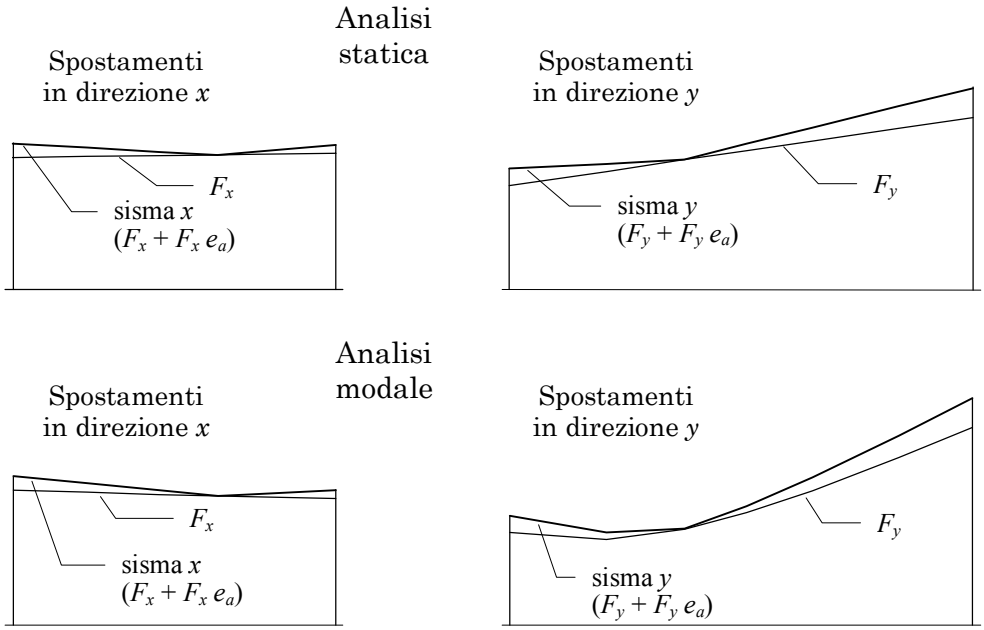


Fig. 6. Spostamenti del quinto impalcato: influenza dell'eccentricità accidentale

4.4. Contemporanea presenza delle due componenti del sisma

L'effetto della contemporanea presenza delle due componenti del sisma può essere giudicato ancora una volta esaminando gli spostamenti. Si deve considerare come effetto del sisma in direzione x la somma in valore assoluto dell'effetto delle forze e dell'eccentricità, ed analogamente per il sisma in direzione y. Per ciascuna direzione del sisma occorre evidenziare gli spostamenti nell'una e nell'altra direzione.

Credo sia più semplice proseguire il discorso facendo esplicitamente riferimento al solito edificio (figura 7). Il già citato sbilanciamento in direzione y fa sì che gli spostamenti in direzione x provocati dal sisma y

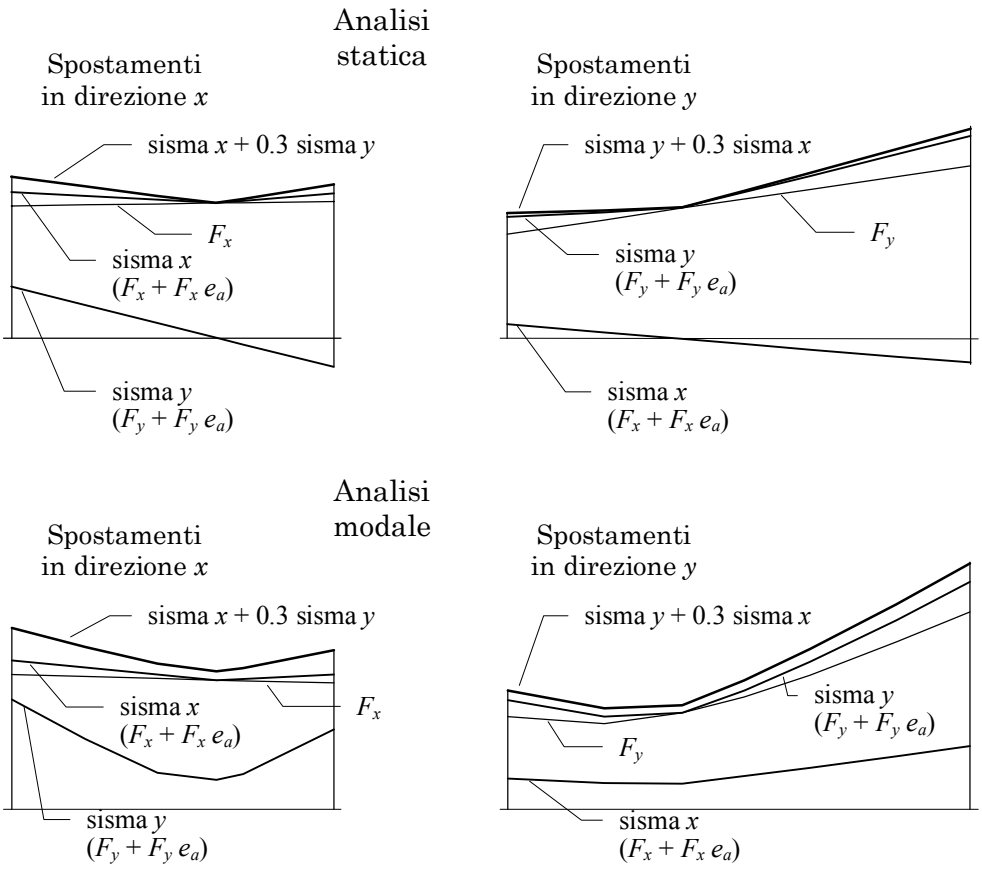


Fig. 7. Spostamenti del quinto impalcato: accoppiamento delle due componenti del sisma

siano di una certa entità; quindi considerando il sisma $x + 0.3$ del sisma y si ha un ulteriore incremento di circa il 10% degli spostamenti di estremità (se si è usata l'analisi statica). Viceversa, gli spostamenti in direzione y provocati dal sisma x sono minimi (e dovuti essenzialmente all'eccentricità accidentale) e quindi l'accoppiamento delle due componenti modifica in misura proprio trascurabile gli spostamenti in direzione y (meno del 5%). Si noti che usando l'analisi modale gli spostamenti nella direzione ortogonale al sisma risultano sempre maggiori e quindi l'effetto dell'accoppiamento delle due componenti è un po' più rilevante (20% in direzione x, 8% in direzione y). Una migliore impostazione progettuale, tale da eliminare o ridurre sostanzialmente lo sbilanciamento in direzione y, avrebbe ridotto sensibilmente questo incremento, indipendentemente dall'usare l'analisi statica o quella modale.

Gli incrementi innanzi discussi analizzando gli spostamenti trovano riscontro nelle caratteristiche di sollecitazione, che crescono quindi delle percentuali sopra indicate. Per quanto riguarda i pilastri occorre però soffermarsi ulteriormente sulle due componenti di momento flettente che li cimentano. Pensando, ad esempio, ad un pilastro a sezione rettangolare con lato più lungo parallelo a y, il massimo momento flettente M_x si ha per il sisma $y + 0.3$ sisma x (proporzionale agli spostamenti massimi secondo y mostrati in figura 7). Ad esso si accoppia il momento flettente M_y, provocato dalla stessa condizione di carico, e valutabile dai corrispondenti spostamenti secondo x (non mostrati in figura, ma facilmente ottenibili dai valori ivi riportati). In una struttura ben bilanciata rotazionalmente, questi sono sostanzialmente il 30% degli spostamenti massimi (dovuti a sisma $x + 0.3$ sisma y). In un recente articolo (Ghersi, Muratore, 2004) e nel mio libro sul cemento armato(Ghersi, 2005) ho messo in evidenza come in questo caso, operando allo stato limite ultimo, sia sostanzialmente accettabile progettare i pilastri a pressoflessione retta con i massimi momenti agenti nelle due direzioni. Nel caso in esame gli spostamenti (ed i momenti flettenti) in direzione trasversale superano in più casi il 50% dei valori massimi, rendendo quindi necessario tenere espressamente conto per molti pilastri della pressoflessione deviata e quindi, soprattutto, aumentare ulteriormente l'armatura. Anche questa osservazione rientra nello spirito di analizzare criticamente

il comportamento dell'edificio per cercare di migliorarlo, e rafforza ulteriormente il suggerimento di rivedere l'impostazione della struttura, irrigidendone la parte destra.

Bibliografia

1. A. Bencivenga, A. Castellani, A. De Stefano, C. Faella, A. Ghersi, G. Masciandaro, R. Ramasco, *Calcolo Strutturale e nuova normativa*, ACCA software S.p.A., Montella (AV), 2005.
2. A.K. Chopra, *Dynamics of Structures*, Prentice Hall International, Inc., London, 1995.
3. E. Cosenza, G. Maddaloni, G. Magliulo, M. Pecce, R. Ramasco, *Progetto Antisismico di Edifici in Cemento Armato*, II edizione aggiornata, IUSS Press, Pavia, 2005.
4. D.J. Dowrick, *Progettazione antisismica*, Hoepli, Milano, 1981.
5. A. Ghersi, *Edifici antisismici con struttura intelaiata in cemento armato*, CUEN , Napoli, 1986.
6. A. Ghersi, *La regolarità strutturale nella progettazione di edifici in zona sismica*, in *Problemi attuali di Ingegneria Strutturale*, CUEN Napoli, 2000.
7. A. Ghersi, M. Muratore, *Verifica e progetto allo stato limite ultimo di pilastri in c.a. a sezione rettangolare: un metodo semplificato*, Ingegneria sismica, n. 3, 2004.
8. A. Ghersi, *Il cemento armato. Dalle tensioni ammissibili agli stati limite: un approccio unitario*, Flaccovio, Palermo, 2005.
9. F.M. Mazzolani, R. Landolfo, G. Della Corte, B. Faggiano, *Edifici con Struttura in Acciaio in Zona Sismica*, IUSS Press, Pavia, 2006.
10. L. Petrini, R. Pinho, G.M. Calvi, *Criteri di Progettazione Antisismica degli Edifici*, IUSS Press, Pavia, 2004.
11. M.J.N. Priestley, *Myths and Fallacies in Earthquake Engineering, Revisited*, IUSS Press, Pavia, 2003.

Capitolo 6

VALIDAZIONE DEL CALCOLO DI STRUTTURE ISOLATE ALLA BASE

Antonio Perretti

1. Sistemi di protezione sismica

Dopo il violento terremoto di Northridge del 1994 la ricerca sulle strutture antisismiche si è spostata verso il contenimento dei danni economici e verso la immediata operatività delle strutture strategiche (www.fema.gov[1]). Le norme sismiche italiane, fino alla pubblicazione della OPCM 3274, hanno basato la protezione sismica degli edifici esclusivamente sul criterio del "doppio terremoto" con l'obiettivo di contenere i danni per sismi di breve periodo di ritorno e la salvaguardia delle vite umane per sismi distruttivi, puntando, anche se in maniera non esplicita, sulla duttilità globale dell'edificio. Questo approccio è stato finora efficace soprattutto in termini di salvaguardia delle vite, non altrettanto sul contenimento dei danni. In conseguenza del terremoti di Northridge e di quello di Kobe del 1995 i governi dei paesi industrializzati hanno chiesto garanzie nella progettazione antisismica per il maggiore contenimento dei danni, anche per sismi lievi, in quanto i costi di riparazione sono diventati proibitivi per qualsiasi nazione. Dopo quest'ultimo evento sismico c'è stato,

[1] FEMA, Federal Emergency Management Agency, 500 C Street S.W. Washington: moltissime pubblicazioni gratuite della protezione civile americana sono disponibili all'indirizzo: www.fema.gov/plan/prevent/earthquake/professionals.shtm#1.

in particolare in Giappone, un incremento delle costruzioni protette mediante il sistema di isolamento alla base, sia per quanto riguarda la ricostruzione delle infrastrutture che per la realizzazione di nuovi edifici[2].

Per comprendere la possibilità di questo progresso tecnico, occorre ricordare anche altri aspetti, scientifici e informatici, del periodo in questione.

All'inizio degli anni '90 i computer erano ancora lenti e i metodi numerici, per analisi dinamiche di strutture in regime di non linearità geometrica e meccanica, erano ancora in via di sviluppo. Nel campo della ricerca uno dei codici più diffusi era il DRAIN-2DX (Prakash, 1992) con il quale, non agevolmente, si facevano analisi dinamiche di schemi piani con la possibilità di descrivere i domini di rottura delle sezioni ma senza poter adottare leggi di degrado ciclico.

Solo alla fine degli anni '90 la ricerca, il software e l'hardware hanno avuto rilevanti sviluppi per cui si è concretizzata la possibilità di eseguire analisi dinamiche non lineari in tempi e costi ragionevoli. Si sono così consolidati gli studi sulle modalità di collasso globale, con importanti ricadute sulle normative antisismiche, ad esempio attraverso la definizione esplicita del cosiddetto fattore di struttura (*q-factor*).

Sulla scia di tali studi si sono potuti evolvere anche nuovi sistemi di protezione sismica, raggruppabili in due grandi aree: i *dissipatori* e gli *isolatori*. I primi concentrano in alcuni dispositivi la dissipazione, sotto forma di lavoro plastico, dell'energia immessa dal sisma nel sistema, salvaguardando la struttura da gravi danneggiamenti. Di contro, i secondi tendono a disaccoppiare il moto del suolo da quello del fabbricato, riducendo drasticamente l'energia in ingresso nel sistema; in tal modo tutto quanto posto al di sopra degli isolatori risulta protetto dall'azione sismica, perché soggetto ad accelerazioni molto basse.

Sul breve e medio periodo rimane però un problema di non facile soluzione: informare e formare ad una diversa sensibilità strutturale i committenti, le imprese e i progettisti.

---

[2] Nel mondo gli edifici isolati sono alla fine del 2005 circa 4000 e più della metà di essi è in Giappone. In Italia il primo edificio dotato di isolatori/dissipatori è stato la caserma dei vigili del fuoco di Napoli, progettata dal prof. F.M. Mazzolani nel 1980.

La scelta di dedicare un capitolo all'isolamento sismico nasce proprio da tale esigenza in quanto l'edificio isolato richiede una diversa sensibilità al comportamento dinamico della struttura. Per chi ha progettato solo strutture a base fissa o non si è mai cimentato con la protezione di strutture dalle vibrazioni, la "messa a punto" di un edificio isolato può non risultare di immediata soluzione. Fattori normalmente trascurati in un fabbricato a base fissa, come ad esempio lo smorzamento o l'ampiezza dei tratti rigidi delle aste, possono provocare variazioni della risposta dinamica non trascurabili e di non facile calibrazione, in quanto interdipendenti con molte altre variabili come quella economica. Il costo del sistema di isolamento dipende dai carichi verticali, dallo spostamento massimo orizzontale di progetto, dal numero di tipi di isolatori adottati, dallo smorzamento (solo gomme o gomma-piombo).

2. L'isolamento sismico (*base isolation*)

L'idea dell'isolamento sismico nasce da una semplice considerazione. Le strutture tradizionali, a base fissa, hanno periodi principali abbastanza bassi, che in genere ricadono nell'intervallo in cui l'accelerazione del sisma a_g viene notevolmente amplificata (Fig. 1). Se alla loro base si interpone, tra fondazione e struttura, un elemento molto deformabile in senso orizzontale (Fig. 2) il periodo cresce notevolmente e conseguentemente l'accelerazione si riduce a valori molto più bassi.

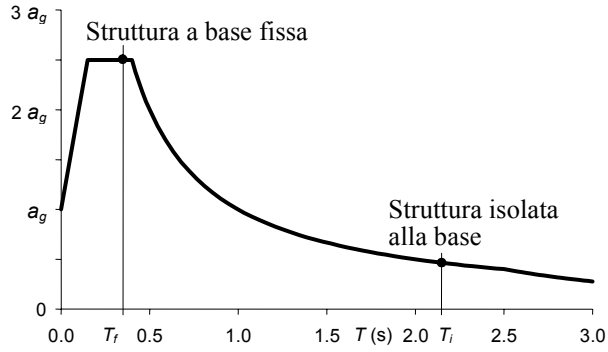


Fig. 1. Spettro di risposta in termini di accelerazioni (suolo A)

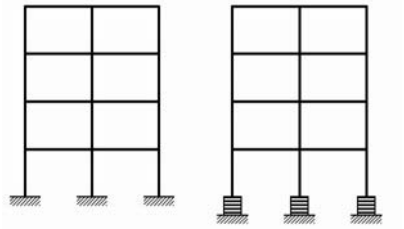


Fig. 2. Edificio a base fissa e a base mobile

Più in dettaglio, la figura 1 mostra lo spettro di risposta elastico per strutture edificate su suoli di tipo A, fornito dalle NTC e dall'OPCM 3274. Lo spettro qui riportato è specifico per gli edifici progettati con isolamento alla base. L'OPCM 3274 impone infatti di assumere, a vantaggio di sicurezza, T_D = 2.5 s (anziché 2 s, come per edifici a base fissa), incrementando quindi – anche se di poco – le accelerazioni spettrali nella zona dei periodi alti. L'andamento dello spettro di risposta dimostra che le accelerazioni spettrali possono essere drasticamente ridotte se si riesce ad aumentare notevolmente il primo periodo della struttura. Infatti, se per strutture ordinarie con periodo $T \cong 0{,}4$ s, ovvero dello stesso ordine di grandezza di T_C, le relative accelerazioni trasmesse sono dell'ordine di 0.6÷0.7 g (in zona sismica 1), per strutture con periodo $T \cong 2$ s, ovvero dello stesso ordine di grandezza di T_D, le accelerazioni spettrali, grazie all'elevato gradiente della funzione sono dell'ordine di 0.15 g.

L'efficacia del sistema di isolamento è tanto maggiore quanto più alto è il rapporto tra il periodo della struttura isolata e il periodo della struttura a base fissa. In bibliografia si raccomanda di incrementare il primo periodo della struttura a base fissa di 2.5÷3 volte. Per ottenere i citati vantaggi in termini di riduzione delle accelerazioni spettrali, i fattori di partecipazione modale dei modi superiori al primo devono però essere trascurabili, ovvero è necessario che le masse partecipanti siano concentrate nei primi modi (si veda più avanti).

La forma degli spettri di risposta fornisce anche indicazioni circa le caratteristiche che deve avere una struttura per poter essere convenientemente progettata con isolamento alla base. Strutture molto alte e con periodo elevato non traggono vantaggi dall'isolamento in termini di riduzione dell'accelerazione spettrale, o meglio, a fronte di una riduzione comunque modesta dell'accelerazione spettrale, c'è il problema degli

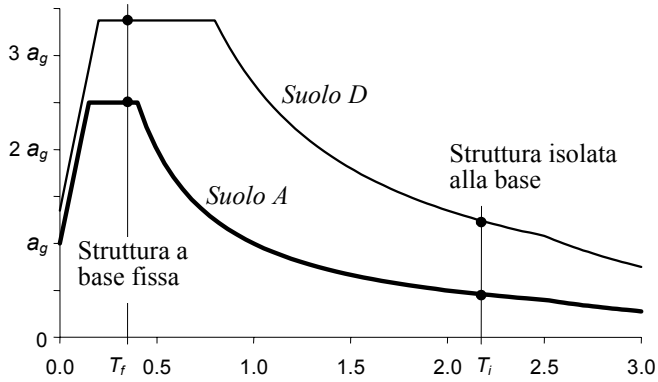


Fig. 3. Spettro di risposta per suolo A (compatto) e D (soffice)

spostamenti che, risulterebbero troppo elevati. Con periodi superiori ai 3 secondi si potrebbero avere spostamenti tali da rendere inagibile il fabbricato; inoltre, i collegamenti verticali, scale e ascensori, condotte idriche, telefoniche, impianti in genere, diventerebbero ingestibili per fabbricati ad uso civile.

Ulteriori considerazioni nascono dal confronto di spettri relativi a diversi tipi di terreno (Fig. 3). Gli spettri forniti dalla normativa per suoli soffici presentano amplificazioni delle ordinate spettrali particolarmente rilevanti per gli alti periodi. Come conseguenza, a parità di rapporto tra periodo della struttura isolata e a base fissa, per questi terreni la riduzione di accelerazione – e quindi il beneficio dell'isolamento – è molto minore.

Anche se questi concetti non erano ancora stati approfonditi dal punto di vista scientifico, l'isolamento sismico è stato applicato, con approccio esclusivamente intuitivo, già nel 1915, nella costruzione del Tokyo Imperial Hotel, opera della genialità di F.L. Wright e purtroppo demolito negli anni '60. Al di sotto delle fondazioni era infatti presente uno strato di limi melmosi, molto deformabile; questo accorgimento consentì al fabbricato di superare indenne il forte terremoto del 1923.

Agli anni '70 risalgono le prime applicazioni in gomma armata con anima di piombo (LRB, *Lead Rubber Bearing*), utilizzate per gli appoggi di travi da ponte.

Solo all'inizio degli anni '80 con la sperimentazione della gomma ad elevato smorzamento (HDR, *High Damping Rubber*) sono cominciati gli

studi più avanzati sull'isolamento. Quelli che hanno dato maggiore impulso alla redazione di normative, nella versione adottata oggi in quasi tutto il mondo, sono stati condotti a Berkley a partire dagli anni '80 (Kelly, 1993).

L'EC8 e l'OPCM 3274 hanno di fatto recepito gli elementi più accreditati di tali studi. In particolare l'OPCM 3274, preso atto del grado di maturazione della tecnologia raggiunto a livello mondiale, ha equiparato l'applicazione del *base isolation* alle tecnologie tradizionali, precisando solo di vigilare con attenzione sul momento esecutivo attraverso il collaudatore che deve essere un esperto del settore.

Gli isolatori elastomerici attualmente utilizzati (Fig. 4) sono costituiti da piastre di acciaio alternate a strati di materiale elastomerico ad alto smorzamento e per edifici di massa ordinari hanno dimensioni vicine al mezzo metro di diametro e meno di trenta centimetri si spessore.

3. Comportamento e problematiche specifiche delle strutture isolate alla base

Un generico edificio multipiano dotato di fondazione solidale al terreno viene modellato come sistema a più gradi di libertà (M-DOF, *multi degree of freedom*). La sua risposta dinamica, condizionata dalla distribuzione delle rigidezze e delle masse in elevazione, può essere descritta mediante l'equazione matriciale dell'equilibrio dinamico, o di D'Alembert

$$\mathbf{m}\,\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{v}\,\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{k}\,\mathbf{x} = \ddot{\mathbf{E}}\,\mathbf{q}$$

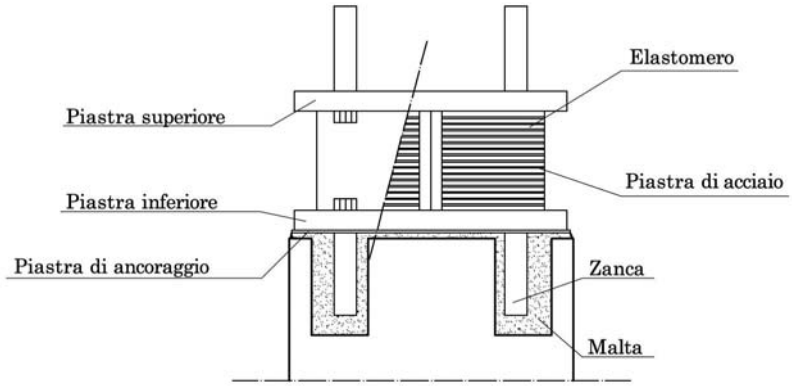


Fig. 4. Schema di un isolatore elastomerico

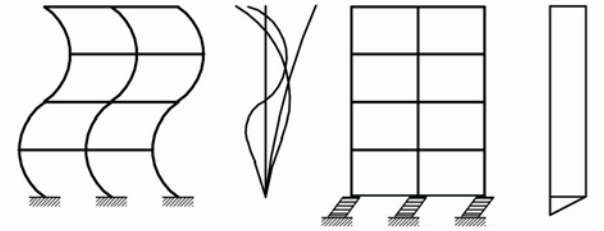


Fig. 5. Deformate modali prevalenti di un edificio a base fissa e isolata

che rappresenta un sistema di equazioni differenziali (con **m** matrice delle masse, **k** matrice di rigidezza, ecc.). La risposta complessiva, alquanto complessa, può essere evidenziata più agevolmente attraverso la determinazione delle forme modali (Fig. 5, a sinistra) e dei fattori di partecipazione modale, cioè la percentuale di massa coinvolta nel generico modo.

Il modo più semplice per analizzare il comportamento sismico di una struttura isolata alla base consiste nell'assimilare il fabbricato, dal punto di vista dinamico, ad un blocco rigido dotato di un unico grado di libertà[3], cioè al cosiddetto oscillatore semplice (S-DOF, *single degree of freedom*). In tal caso la deformata dinamica è quella di figura 5, a destra, e l'espressione matriciale si semplifica, diventando una equazione differenziale ordinaria nell'unica variabile x

$$m\,\ddot{x} + \nu\,\dot{x} + k\,x = \ddot{E}\,q$$

dove m è la massa complessiva del fabbricato, ν è lo smorzamento del sistema di isolamento, k è la rigidezza complessiva degli isolatori posti sotto il fabbricato.

Il comportamento reale è più complesso di quello fornito dal modello di oscillatore semplice, ma il principio dell'isolamento sismico è tanto più vantaggioso quanto più, agendo sulla differenza di rigidezza tra la struttura e il sistema di isolamento (conci di gomma armata), si rende la risposta dinamica del sistema generico M-DOF affine a quella di un oscillatore semplice S-DOF. Questo vale a dire che i fattori di partecipazione dei modi superiori sono trascurabili e il moto della struttura soprastante il sistema di isolamento può essere considerato quasi traslatorio.

[3] Un grado di libertà nel caso di modelli piani; tre gradi di libertà se si considera un modello spaziale.

Per quanto riguarda la valutazione del comportamento dinamico, all'analisi con accelerogrammi di progetto (naturali o artificiali) si preferisce l'analisi con spettro di risposta, in quanto meglio rappresentativa degli effetti sismici medi della zona e di più facile impiego. Gli spettri di normativa sono già tarati in funzione del tipo di terreno, dal più rigido (tipo A) al più soffice (tipo D). Lo spettro rappresenta punto per punto la risposta di un oscillatore semplice, di dato periodo, in genere in termini di accelerazione (ma sono disponibili anche spettri in termini di velocità o spostamento). Pertanto esso consente di visualizzare e di interpretare agevolmente il peso di ogni variabile. Inoltre consente di effettuare rapidi predimensionamenti della struttura isolata visualizzando gli effetti della scelta.

Adottando l'analisi con spettro di risposta, come previsto dalle norme, occorre prendere in considerazione un numero di modi tale da attivare almeno l'85% delle masse. Se si seguono le indicazioni riassunte in precedenza i primi due modi sono traslatori e le masse partecipanti colte sono più del 98% del totale. Le norme forniscono indicazioni specifiche volte a rendere trascurabile l'influenza di modi torsionali; esse infatti prescrivono che la distanza tra baricentro delle masse (totali) e baricentro delle rigidezze (del sistema di isolamento) debba essere non maggiore di 0,03 L, con L dimensione massima del fabbricato (forse sarebbe più corretto parlare di distanza massima tra gli isolatori, in quanto per uniformare il carico verticale nei pilastri il fabbricato potrebbe fuoriuscire a sbalzo lungo tutto il perimetro).

In sostanza, quindi, lo studio di una struttura isolata alla base risulta, almeno in grandi linee, un'applicazione immediata dell'equazione di D'Alembert a schemi S-DOF. In particolare, su questo principio si effettua il predimensionamento degli isolatori.

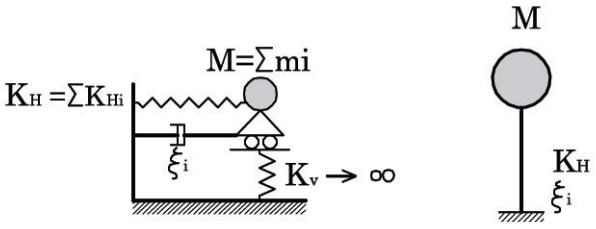


Fig. 6. Modelli elementari equivalenti di edifici isolati

Una importante verifica da effettuare, per poter applicare il calcolo semplificato, è quella del rapporto tra rigidezza verticale e orizzontale degli isolatori. Se la rigidezza verticale fosse modesta, il modello dovrebbe prevedere alla base una molla con due distinte costanti elastiche, orizzontale K_H e verticale K_V (Fig. 6, a sinistra). È necessario garantire che il rapporto tra le rigidezze risulti maggiore di 800, perché tale valore assicura che gli spostamenti verticali siano trascurabili e si possa applicare il modello S-DOF (Fig. 6, a destra); in questo modo le differenze di carico verticale nei pilastri non inducono distorsioni dannose e gli appoggi possono considerarsi a livello durante il moto sismico, anche per grandi spostamenti orizzontali.

Per quanto riguarda la rigidezza orizzontale, l'equazione di D'Alembert mostra che se si utilizzassero isolatori di rigidezza nulla si avrebbero accelerazioni nulle sulle masse, ma a prezzo di grandi spostamenti, incompatibili con una struttura reale. Occorre quindi mediare tra le due esigenze opposte: conferire deformabilità al sistema di isolamento per aumentare il periodo, allontanandolo da quello della struttura a base fissa, ma non eccedere, per evitare spostamenti eccessivi. Il controllo dell'ammissibilità degli spostamenti assoluti (ovvero della deformazione degli isolatori) diventa quindi, in fase progettuale, una operazione preliminare basilare, che segue immediatamente la definizione della rigidezza del sistema di isolamento.

La scelta degli isolatori da utilizzare è resa complessa da fattori tecnologici. Si deve tenere presente che gli isolatori prodotti industrialmente hanno diametro variabile a passi non piccolissimi ed hanno portate verticali che possono essere accoppiate a rigidezze e spostamenti orizzontali non ottimali per ogni problema. Un altro fattore non secondario, è quello economico in quanto nella scelta degli isolatori occorre considerare, ad esempio, che a parità di portata complessiva un isolatore di portata verticale elevata costa meno di due isolatori più piccoli. Inoltre bisogna tener conto del fatto che per ogni tipologia di isolatore impiegato occorre produrre le prove di qualificazione, il che spinge a ridurre il numero di tipi di isolatore contemporaneamente adottati, per evitare un notevole aggravio di spesa.

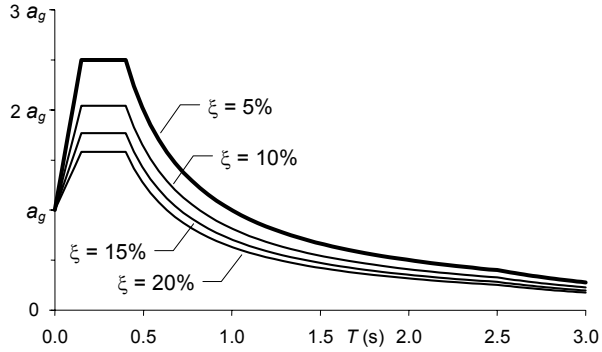


Fig. 7. Spettro di risposta al variare dello smorzamento ξ (suolo A)

Un'altra importante variabile progettuale è lo smorzamento viscoso degli isolatori. Nelle strutture in c.a. a base fissa lo smorzamento si pone convenzionalmente pari al 5% di quello critico; per quelle isolate lo smorzamento diventa invece una variabile di progetto, che è possibile scegliere in un ampio intervallo. Gli isolatori elastomerici più diffusi sono realizzati con 3 tipi di mescole: morbida, media, dura; in genere per mescole morbide e medie si ha uno smorzamento del 10-15% mentre per mescole dure del 15-20%, ma è possibile ottenere smorzamenti anche notevolmente maggiori.

Avere a disposizione un elevato smorzamento è un vantaggio dal punto di vista dinamico, perché al crescere dello smorzamento si riducono le accelerazioni trasmesse (Fig. 7). Le nuove norme sismiche italiane ed europee consentono, per $T \geq 0.8\ T_{is}$, di ridurre le ordinate spettrali mediante un fattore

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5+\xi}} \qquad \text{con } \eta \geq 0.55$$

Quindi al variare della mescola si ha orientativamente

– per mescola morbida ξ≅10% η=0.816;
– per mescola normale ξ≅15% η=0.707;
– per mescola dura ξ≅20% η=0.632.

Per edifici monoplano, scegliere uno smorzamento più elevato è sicuramente conveniente. Nelle situazioni più comuni, di edifici multipiano, la scelta è meno facile. Lo smorzamento dell'isolatore influisce sostanzialmente solo sul primo modo ed un suo incremento eccessivo, oltre

a diminuire le accelerazioni spettrali del primo modo, può provocare un incremento del contributo relativo dei modi successivi. Ciò andrebbe in sostanza contro l'essenza del principio dell'isolamento, cioè il trasformare una struttura dinamicamente complessa in un oscillatore semplice, e potrebbe inficiare le considerazioni fatte circa il predimensionamento.

La modellazione potrebbe essere più complessa, ad esempio utilizzando uno schema a due gradi di libertà (Fig. 8) oppure uno schema a più gradi di libertà. La differenziazione dello smorzamento tra sistema di isolamento e sovrastruttura è però un problema di non facile soluzione teorica e pratica, che non tutti i programmi consentono di affrontare. L'interferenza tra i due sistemi e i relativi smorzamenti cresce al diminuire del rapporto di rigidezza del telaio e del sistema di isolamento e questa è un'altra ragione per avere la sovrastruttura molto rigida rispetto agli isolatori e tendere al moto del corpo rigido.

Occorre infine evidenziare un'altra differenza importante tra strutture a base fissa e strutture isolate alla base. I telai a base fissa ordinari (MRF, *Moment Resistant Frames*) sono caratterizzati da un alto fattore di struttura q in quanto demandano alla elevata duttilità globale la riserva di sicurezza ultima. Essi possono raggiungere un *q-factor* circa pari a sei, quindi le accelerazioni spettrali di progetto sono drasticamente ridotte; ma il prezzo da pagare sono i rilevanti danni che un terremoto forte potrà provocare.

Nei sistemi isolati non si confida nel meccanismo di dissipazione ma sul disaccoppiamento dinamico quasi totale del terreno dal fabbricato e non si sfruttano le riserve plastiche di quest'ultimo, che può essere pro-

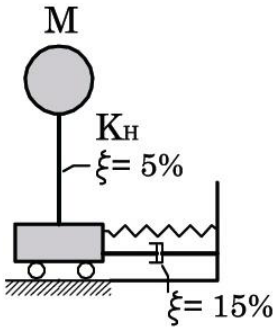


Fig. 8. Smorzamenti differenziati per isolatori e sovrastruttura

gettato a bassa duttilità. Per tale motivo la struttura deve essere verificata con un *q-factor* molto basso, intorno a 1.5. Grazie all'isolamento sismico il periodo principale diventa molto grande e di conseguenza, nonostante la modesta riduzione dovuta a q, le accelerazioni spettrali sono basse. In molti casi la riduzione di ordinata spettrale dovuta all'incremento di periodo può essere comparabile con la riduzione che nelle strutture a base fissa è data dal maggior valore di q. Le caratteristiche di sollecitazione di progetto negli elementi strutturali possono quindi essere comparabili nei due casi. Il grande vantaggio delle strutture isolate sta però nel fatto che al basso fattore di struttura corrisponde un basso danneggiamento, anche in occasione di terremoti molto forti.

Per commentare più agevolmente la validazione del calcolo di sistemi antisismici isolati alla base si fa riferimento, nei paragrafi che seguono, ai progetti di due strutture reali. Il primo è un edificio ordinario, un fabbricato con struttura a telaio in c.a., che in bibliografia è classificato come MRF (moment resistant frame). L'altro un edificio strutturalmente speciale, una chiesa.

4. La progettazione di un edificio isolato

L'edificio che si presenta nella fase definitiva di progettazione[4] (Fig. 9), è ubicato nel comune di Acireale, in provincia di Catania, che è in zona sismica 2, caratterizzata da accelerazione di picco al suolo a_g=0.25 g. Dal punto di vista geologico il terreno di fondazione è stato classificato come suolo B. La struttura (Fig. 10) è costituita da 5 piani fuori terra e un piano cantinato, è realizzata in c.a. ed è provvista di un sistema di isolamento realizzato mediante isolatori elastomerici disposti sulla testa dei pilastri del piano cantinato e sulle pareti perimetrali interrate.

[4] **Progetto**: Favero e Milan Ingegneria srl; Motta Engineering srl; Dott. Ing.Antonino Grasso; Dott. Ing. Giuseppe Meli; Dott. Geol. Bruno Rossi. **Strutture e sistema di isolamento**: Dott. Ing. Antonio Perretti, Phd; Motta Engineering srl. **Consulenza isolamento:** Dott. Ing. Paolo Clemente, Phd, ENEA Casaccia Research Center.

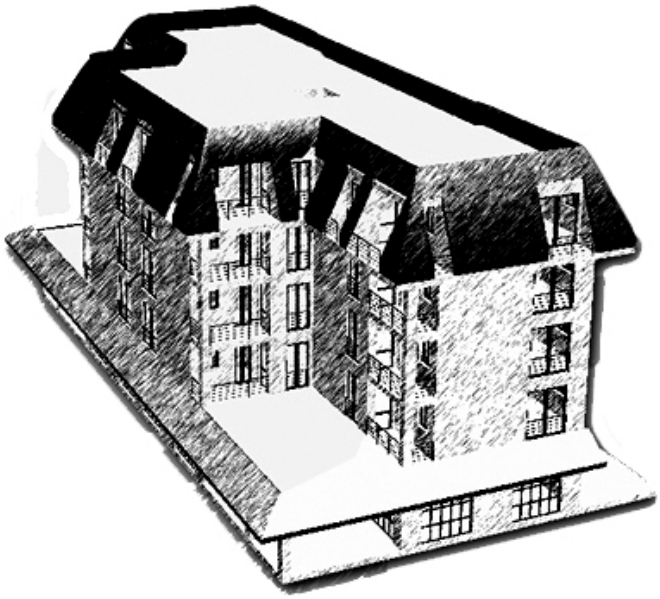


Fig. 9. Alloggi e parcheggio - Contratto di quartiere II - Acireale (CT)

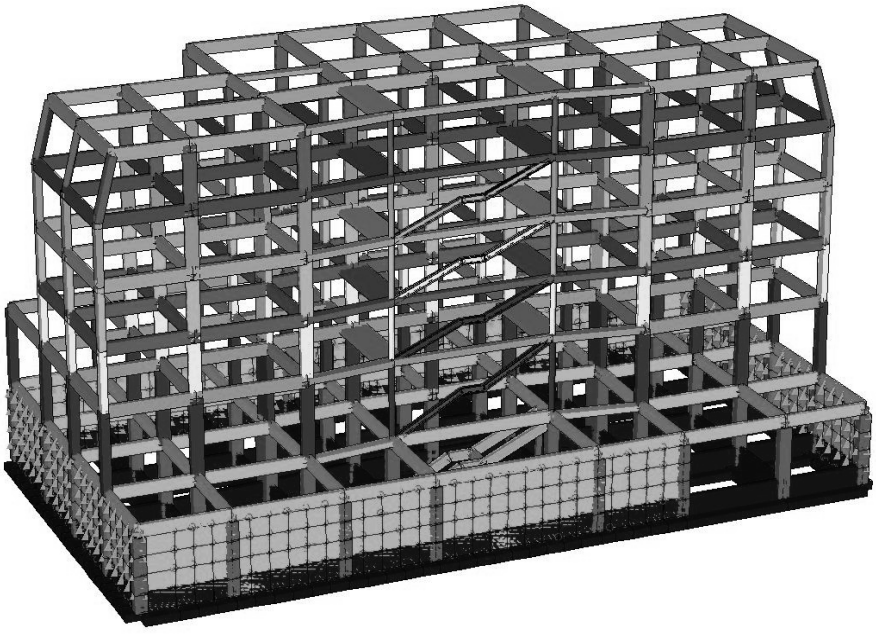


Fig. 10. Vista tridimensionale del modello numerico

Carpenteria piano terra: le travi sono tutte emergenti di dimensioni 30×60, i pilastri sono tutti, tranne due, 40×60. I solai sono latero-cementizi, di spessore pari a 22 cm, prefabbricati; i tamponamenti sono realizzati con doppia fodera di laterizi forati per uno spessore complessivo di 30 cm.

In figura 11 sono riportate le piante del primo impalcato (a livello isolatori), negli altri impalcati gli elementi strutturali rimangono invariati vari piani, cambia leggermente solo la geometria dell'impalcato. La superficie del primo solaio isolato è di circa 745 m², quella del piano tipo è di circa 462 m².

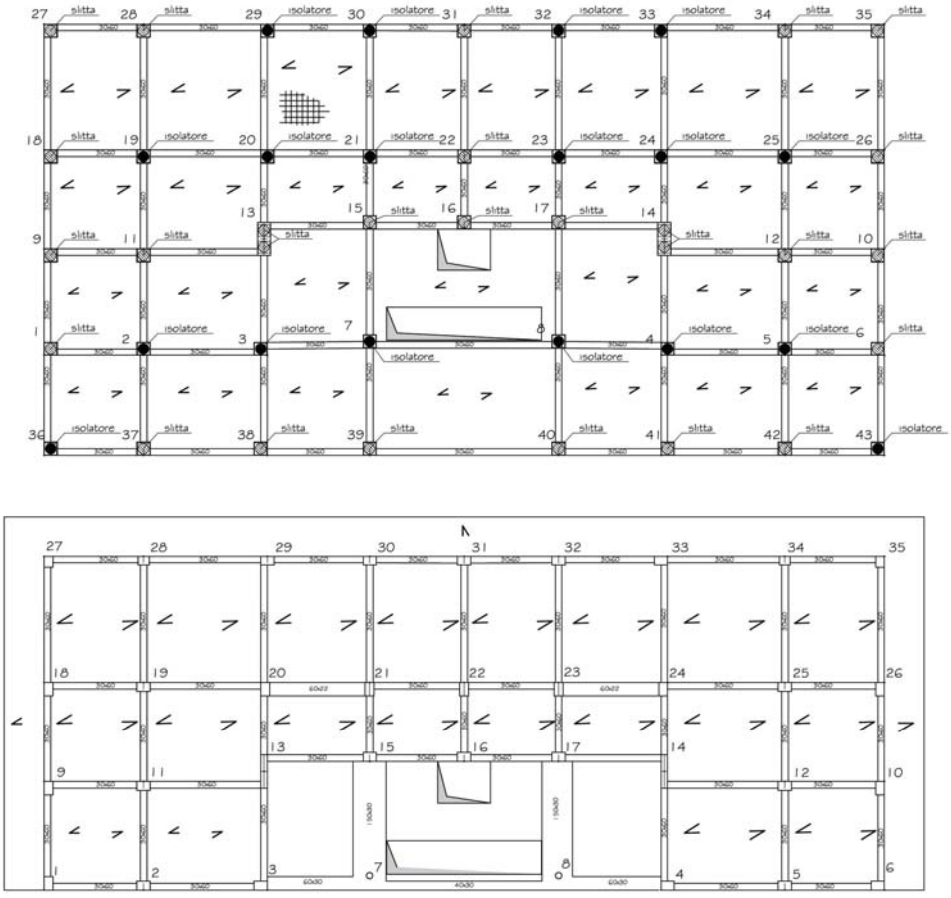


Fig. 11. Primo impalcato isolato e piano tipo

4.1. Caratteristiche dei materiali

Di seguito si riportano le caratteristiche dei materiali utilizzati per il progetto definitivo delle strutture.

Calcestruzzo:

- Classe: R_{ck} 25 MPa
- Modulo di Poisson: $\nu = 0{,}12$
- Peso specifico c.a.: $\gamma = 25$ kN/m³
- Costante di Winkler: $k = 100000$ kN/m³

Acciaio per c.a.: FeB44K

4.2. Analisi dei carichi e valutazione delle masse presenti

Per la combinazione delle azioni sismiche con le altre azioni si è utilizzata la seguente espressione

$$\gamma_1 \, E + G_k + \sum_i \left(\psi_{21} \, Q_{ki} \right)$$

per il calcolo delle masse si è utilizzata la seguente espressione

$$G_k + \sum_i \left(\psi_{E1} \, Q_{ki} \right)$$

Solaio $h = 18+4 = 22$ cm
Peso proprio = 2.80 kN/m²
Sovraccarico permanente= 2.16 kN/m²
Sovraccarico = 2.00 kN/m² Abitazioni
$\Psi_e = \Psi_2 \cdot \varphi = 0.3 \cdot 0.5 = 0.15$
Sovraccarico = 3.00 kN/m² Uffici
$\Psi_e = \Psi_2 \cdot \varphi = 0.3 \cdot 0.5 = 0.15$
Sovraccarico = 4.00 kN/m² Connettivo
$\Psi_e = \Psi_2 \cdot \varphi = 0.8 \cdot 0.5 = 0.4$

Solaio tipo RDB bitrave 9×12 $h = (25+5) = 30$cm Scala
Peso proprio = 4.45 kN/m²
Sovraccarico permanente = 1.16 kN/m²
Sovraccarico = 4.00 kN/m² Connettivo
$\Psi_e = \Psi_2 \cdot \varphi = 0.8 \cdot 0.5 = 0.4$

Solaio in opera $h = (18+4) = 22$cm Copertura
Peso proprio = 2.80 kN/m²
Sovraccarico = 1.45 kN/m²
Sovraccarico variabile= 2.00 kN/m²
$\Psi_e = \Psi_2 \cdot \varphi = 0.2 \cdot 1 = 0.2$

Tamponamento = 2,40 kN/m²

4.3. Modellazione della struttura

Si è ipotizzato un comportamento elastico lineare del sistema e, come specificato nella norma, è stata condotta un'analisi dinamica lineare svolta mediante analisi modale con spettro di risposta; per la combinazione dei modi si è utilizzato il metodo CQC (o combinazione quadratica completa).

Le azioni orizzontali, applicate separatamente nelle due direzioni ortogonali, sono state combinate sommando ai massimi valori ottenuti per l'azione applicata in una direzione il 30% dei massimi valori ottenuti applicando l'azione sismica nell'altra direzione.

Gli elementi strutturali della sovrastruttura sono stati modellati come elementi monodimensionali con piani rigidi. Nella sottostruttura sono invece presenti sia elementi monodimensionali, travi di fondazione e pilastri, che bidimensionali per le pareti di contenimento. Gli isolatori sono stati modellati come conci di materiale di opportuna rigidezza tagliante. Il calcolo di tale valore è stato effettuato considerando elementi monodimensionali incastrati al piede e vincolati in testa mediante vincoli che ne impediscono la rotazione; infatti per la struttura in esame le travi dell'impalcato isolato sono tutte travi emergenti alte 60 cm che di fatto costituiscono un vincolo alla rotazione del nodo.

A questo punto si reputano necessarie alcune riflessioni sull'ipotesi di rigidezza dell'impalcato, sulla presenza della scala (della sua funzione irrigidente) e sulle conseguenze degli errori di modellazione.

Circa la prima ipotesi, questa è meno onerosa rispetto alla necessità di rigidezza per gli edifici a base fissa poiché il tagliante totale è ridotto a causa delle modeste accelerazioni trasferite dagli isolatori. Pertanto per detta ipotesi la verifica è sempre assolta, salvo i casi di impalcati estremamente allungati o deformabili. Un'altra riflessione riguarda la posizione della scala e la sua rigidezza. I nuclei ascensore e le scale sono gli elementi di maggiore rigidezza laterale, pertanto quando per ragioni funzionali non sono ubicabili in prossimità del baricentro diventa complesso ridurre gli effetti rotazionali. Sotto questo aspetto l'isolamento sismico diventa un prezioso ausilio in quanto se il fabbricato isolato ha un comportamento da corpo rigido, quindi con nodi superiori trascurabili, la posizione delle scale e dei nuclei ha un' influenza minima. Pertanto oc-

correrà centrare solo il baricentro delle masse (totali) con quello delle rigidezze (solo degli isolatori) e questo è un grande vantaggio dell'isolamento per la libertà di progettazione strutturale ed architettonica.

Altra influenza positiva dell'isolamento riguarda l'attenuazione degli effetti degli errori o meglio delle approssimazioni sulle ipotesi di base. Se si fa riferimento a tutte le approssimazioni che provocano variazioni del periodo fondamentale si comprende che anche in questi casi il sistema di isolamento ne attenua gli effetti. Si faccia riferimento allo spettro di risposta; per edifici ordinari isolati il periodo fondamentale in genere è maggiore di due secondi. Si noti che per tali valori la funzione $S_a(T)$ ha un basso gradiente per cui anche errori non piccoli (es. 0,1÷0,25 s) sul periodo proprio comportano piccole variazioni di accelerazioni spettrali, con grande vantaggio per la sicurezza. Se si assume lo spettro di figura 12 per suoli tipo B è evidente che per una struttura con periodo di circa 0.6 s, sottostimarne la rigidezza può provocare un rilevante errore nelle accelerazioni spettrali a causa dell'elevato gradiente della funzione $S_a(T)$ prima e dopo il tratto orizzontale (T_B-T_C). Per $T > 3{,}0$ s lo spettro diventa sub orizzontale con accelerazioni piccolissime; pertanto gli errori sulla stima di T provocati, ad esempio, dalla modellazione del suolo, dall'ampiezza dei tratti rigidi, dalla rigidezza del calcestruzzo, sono quasi ininfluenti sulla risposta dinamica della struttura.

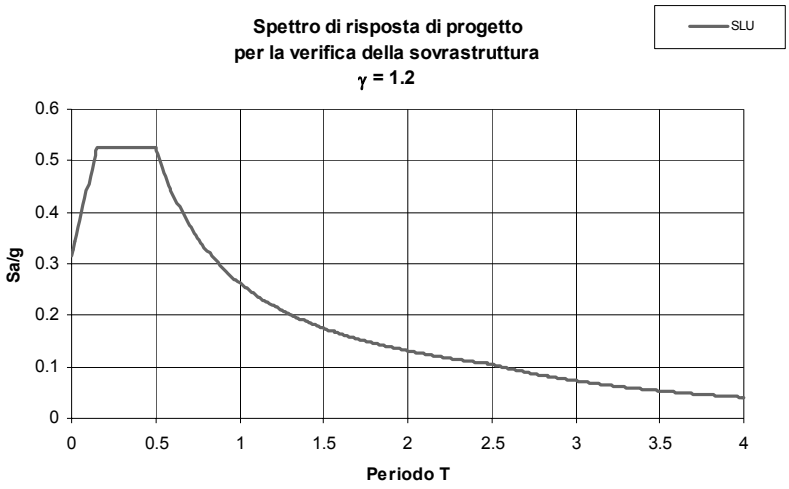


Fig. 12. Spettro di risposta di progetto per suolo tipo B

4.4. La verifica del sistema di isolamento

In base alle prescrizioni della OPCM 3274 per il progetto e la verifica degli isolatori elastomerici bisogna considerare agenti le accelerazioni relative allo spettro elastico definito al capitolo 3 della norma, assumendo T_D= 2.5 s. Lo smorzamento viscoso utilizzato è quello del sistema di isolamento, nel caso specifico ξ = 10%, con η = 0.816. Inoltre su richiesta della committenza è stato considerato un fattore d'importanza pari a 1,2. L'andamento dello spettro di risposta elastico è riportato in figura 13.

Per il progetto e la verifica della sovrastruttura è stato utilizzato lo spettro di progetto allo SLU ottenuto considerando come fattore di struttura:

$$q=1.15\ \alpha_u/\alpha_1$$

Il rapporto α_u/α_1 è assunto pari a 1,3 in quanto si tratta di un edificio a più piani e più campate per cui q=1,495.

Come specificato al punto 10.7.5 dell'OPCM 3431, per l'applicazione del metodo dello spettro di risposta, lo spettro elastico va ridotto per tutto il campo dei periodi $T \geq 0.8\ T_{is}$, assumendo per il coefficiente riduttivo η il valore corrispondente al coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ_{esi} del sistema di isolamento; in tal caso si ha η=0.816.

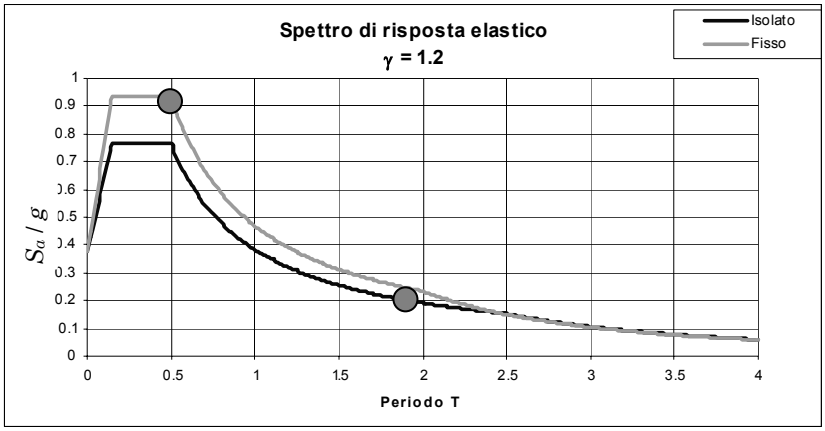


Fig. 13. Riduzione delle accelerazioni da base fissa a mobile

4.5. Il progetto preliminare del sistema di isolamento

Per ottenere l'incremento del periodo ottimale si ipotizza un incremento di 3 volte di quello a base fissa. Noti la massa della struttura e il periodo della stessa a base fissa si calcola la rigidezza che il sistema di isolamento deve avere per ottenere l'allungamento del periodo desiderato mediante la formula:

$$T = 2\,\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$$

La struttura a base fissa ha periodo $T = 0.54$ s. La massa totale dell'edificio, M, è pari a 2840 t. K è la rigidezza orizzontale totale del sistema di isolamento

$$K = \frac{M}{\left(\frac{Tis}{2\pi}\right)^2} = 42{,}7\,\frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

T_{is} è il periodo della struttura isolata che, se posto pari a 3 volte il periodo della struttura a base fissa, vale 1,62 s.

Anche per ragioni economiche, anziché disporre due tipi di isolatori, vengono disposti isolatori elastomerici e dispositivi a scorrimento caratterizzati da rigidezza orizzontale trascurabile, detti di seguito slitte.

La scelta di un tipo di isolatore nonché la disposizione dei diversi isolatori, sono condizionate da vari fattori che interagiscono tra loro rendendo le scelte non sempre semplici e intuitive. Infatti ciascun tipo di dispositivo è caratterizzato da determinati parametri quali carico verticale sismico massimo, rigidezza orizzontale, smorzamento, spostamento massimo, tutti parametri che variano in base a determinati passi.

Tuttavia l'accettabilità della scelta è condizionata dall'entità del carico verticale sismico agente; se per piccoli incrementi di sforzo normale è necessario sostituire il tipo di isolatore, cambia l'entità della rigidezza orizzontale che può compromettere il centramento dei baricentri e quindi condizionare la scelta dei dispositivi.

Altro parametro da controllare è lo spostamento massimo che subiscono gli isolatori, parametro che cresce al crescere del periodo proprio. Ridurre l'entità degli spostamenti significa disporre isolatori più rigidi, quindi ridurre il periodo e pertanto incrementare le accelerazioni spettrali. Il problema è piuttosto delicato perché condiziona in maniera de-

terminante il corretto funzionamento del sistema; infatti se l'isolatore dovesse superare lo spostamento ammissibile si potrebbe rompere o bloccare diventando in qualche istante un appoggio fisso.

Il problema pertanto non è immediatamente convergente. Anche se oggi molti programmi di calcolo forniscono gli strumenti necessari per la progettazione di edifici isolati alla base in regime lineare, certamente questi non possono effettuare le scelte circa il tipo e il posizionamento dei dispositivi. In queste scelte di base risiede la maggiore complessità della progettazione ed è inevitabilmente richiesta una certa dose di esperienza.

Di seguito si mostra come variando alcuni parametri caratteristici di un isolatore si modificano le caratteristiche dinamiche della struttura.

Scegliendo isolatori con *spostamento massimo* diverso:

Rapporti

Tipo isolatore	**SI.H.E500/150**	Spost. Max =	**300**	mm	Ke =	0.84	16.13%
Tipo isolatore	**SI.H.E500/126**	Spost. Max =	**250**	mm	T1 =	1.08	7.95%
					T2 =	1.09	8.57%
					Sx max =	1.10	10.11%
					Sy max =	1.10	10.19%
					a1 =	0.93	7.37%
					a2 =	0.92	7.80%
Tipo isolatore	**SI.H.E500/150**	Spost. Max =	**300**	mm	Ke =	0.68	32.09%
Tipo isolatore	**SI.H.E500/102**	Spost. Max =	**200**	mm	T1 =	1.19	19.50%
					T2 =	1.20	20.25%
					Sx max =	1.23	23.21%
					Sy max =	1.23	23.37%
					a1 =	0.84	16.25%
					a2 =	0.83	16.94%
Tipo isolatore	**SI.H.E500/126**	Spost. Max =	**250**	mm	Ke =	0.81	19.03%
Tipo isolatore	**SI.H.E500/102**	Spost. Max =	**200**	mm	T1 =	1.11	10.69%
					T2 =	1.11	10.76%
					Sx max =	1.12	11.90%
					Sy max =	1.12	11.96%
					a1 =	0.90	9.58%
					a2 =	0.90	9.92%

Se K_e aumenta del 16% — T diminuisce dell'8%; S diminuisce del 10%; a aumenta del 7.5%

Se K_e aumenta del 32% — T diminuisce dell'20%; S diminuisce del 23%; a aumenta del 16.5%

Se K_e aumenta del 19% — T diminuisce dell'11%; S diminuisce del 12%; a aumenta del 9.5%

quindi la diminuzione del periodo e dell'accelerazione trasmessa sono dell'ordine del 50% rispetto all'aumento di rigidezza orizzontale; dello stesso ordine di grandezza diminuiscono gli spostamenti.

I conci rigidi: nella modellazione di una struttura bisogna tener conto della rigidezza dei nodi; quasi tutti i programmi di calcolo consentono di valutarla mediante l'introduzione di tratti rigidi di opportune dimensioni. Tuttavia l'introduzione di questi conci rigidi alle estremità degli elementi strutturali comporta la riduzione del periodo proprio di vibrazione e quindi l'incremento delle accelerazioni spettrali. Nel caso in esame il periodo proprio diminuisce di 0,1 s.

La sottostruttura: è la parte che rimane solidale al terreno e per questo motivo è di fondamentale importanza che sia sufficientemente rigida da non subire oscillazioni che potrebbero modificare e perfino amplificare l'accelerazione trasmessa alla sovrastruttura.

La costante di sottofondo contribuisce in modo piuttosto importante nella definizione del periodo proprio della sottostruttura e quindi nell'efficacia del sistema di protezione sismica:

- k = 4000 kN/m^3 $\begin{Bmatrix} T1 = 0.169s \\ T2 = 0.164s \\ T3 = 0.159s \end{Bmatrix}$ Pressione massima = 197.0 kN/m^2
- k = 100000 kN/m^3 $\begin{Bmatrix} T1 = 0.066s \\ T2 = 0.059s \\ T3 = 0.057s \end{Bmatrix}$ Pressione massima = 246.3 kN/m^2
- k = 300000 kN/m^3 $\begin{Bmatrix} T1 = 0.065s \\ T2 = 0.057s \\ T3 = 0.055s \end{Bmatrix}$ Pressione massima = 296.0 kN/m^2

Caratteristiche degli isolatori: gli isolatori elastomerici scelti per il progetto dell'edificio in oggetto presentano le seguenti caratteristiche:

- rigidezza orizzontale K_e =2.17 kN/mm;
- rigidezza verticale K_v = 1884.95 kN/mm;
- rapporto K_v/K_e > 800;
- coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ = 10%;
- modulo di elasticità tangenziale G = 1.4MPa, mescola dura;

– spostamento massimo = 250 mm comprensivo del 20% di incremento previsto dalla OPCM3431 per le verifiche allo SLU.

Per il calcolo della rigidezza verticale degli isolatori si è proceduto nel modo seguente

$$K_v = \frac{E_c \cdot A}{T_e}$$

dove

– A è l'area dello strato di gomma
– T_e è lo spessore totale degli strati di gomma
– E_c è il modulo elastico dato dalla seguente relazione:

$$E_c = 6 \cdot 0{,}8 \cdot S^2$$

– S, fattore di forma primario, è pari a:

$$S = \frac{R}{2t}$$

dove

– R è il raggio dello strato di gomma
– t è lo spessore del singolo strato di gomma

Per limitare la deformabilità verticale degli isolatori, è bene che S non sia minore di 12, pertanto la rigidezza verticale K_v=1884 kN/mm.

4.6. Posizionamento geometrico degli isolatori sismico

La tabella 1 riporta le coordinate planimetriche degli appoggi, il valore della rigidezza orizzontale del dispositivo posizionato e il conseguente calcolo del baricentro delle rigidezze dei dispositivi di isolamento scelti. La disposizione è mostrata in figura 14. Confrontando le ordinate dei due punti si nota che la distanza reciproca è di 9 cm, valore che la ricerca e le normative ritengono accettabili per contenere gli effetti torsionali di cui si è parlato in precedenza.

L'analisi dinamica della struttura del fabbricato, a base fissa e isolata, ha dati i risultati mostrati in tabella 2 e nelle figure 15 e 16.

Il rapporto tra i periodi della struttura, isolata e a base fissa, è maggiore di 3, quindi si ritiene che il sistema di isolamento sia efficace; inoltre mediante l'isolamento alla base le masse partecipanti risultano del 100% della massa globale nei primi due modi.

Tab. 1. Coordinate vincoli e calcolo baricentro masse e rigidezze

Coordinate dei nodi					K		Ki*xi	Ki*yi
36	X =	0.00	Y =	0.00	2.17	SI-H 500/126	0.00	0.00
37	X =	4.50	Y =	0.00	0	Slitta	0.00	0.00
38	X =	10.10	Y =	0.00	0	Slitta	0.00	0.00
39	X =	14.73	Y =	0.00	0	Slitta	0.00	0.00
40	X =	23.27	Y =	0.00	0	Slitta	0.00	0.00
41	X =	27.90	Y =	0.00	0	Slitta	0.00	0.00
42	X =	33.50	Y =	0.00	0	Slitta	0.00	0.00
43	X =	38.00	Y =	0.00	2.17	SI-H 500/126	82.46	0.00
1	X =	0.00	Y =	4.55	0	Slitta	0.00	0.00
2	X =	4.50	Y =	4.55	2.17	SI-H 500/126	9.77	9.87
3	X =	10.10	Y =	4.55	2.17	SI-H 500/126	21.92	9.87
7	X =	14.73	Y =	5.19	0	Slitta	0.00	0.00
8	X =	23.27	Y =	5.19	0	Slitta	0.00	0.00
4	X =	27.90	Y =	4.55	2.17	SI-H 500/126	60.54	9.87
5	X =	33.50	Y =	4.55	2.17	SI-H 500/126	72.70	9.87
6	X =	38.00	Y =	4.55	0	Slitta	0.00	0.00
9	X =	0.00	Y =	9.40	2.17	SI-H 500/126	0.00	20.40
11	X =	4.50	Y =	9.40	0	Slitta	0.00	0.00
13	X =	9.95	Y =	9.85	0	Slitta	0.00	0.00
15	X =	14.73	Y =	10.30	0	Slitta	0.00	0.00
16	X =	19.00	Y =	10.30	0	Slitta	0.00	0.00
17	X =	23.27	Y =	10.30	0	Slitta	0.00	0.00
14	X =	28.05	Y =	9.85	0	Slitta	0.00	0.00
12	X =	33.50	Y =	9.40	0	Slitta	0.00	0.00
10	X =	38.00	Y =	9.40	2.17	SI-H 500/126	82.46	20.40
18	X =	0.00	Y =	13.90	2.17	SI-H 500/126	0.00	30.16
19	X =	4.50	Y =	13.90	0	Slitta	0.00	0.00
20	X =	9.80	Y =	13.90	2.17	SI-H 500/126	21.27	30.16
21	X =	14.73	Y =	13.90	2.17	SI-H 500/126	31.96	30.16
22	X =	19.00	Y =	13.90	0	Slitta	0.00	0.00
23	X =	23.27	Y =	13.90	2.17	SI-H 500/126	50.50	30.16
24	X =	28.20	Y =	13.90	2.17	SI-H 500/126	61.19	30.16
25	X =	33.50	Y =	13.90	0	Slitta	0.00	0.00
26	X =	38.00	Y =	13.90	2.17	SI-H 500/126	82.46	30.16
27	X =	0.00	Y =	19.60	2.17	SI-H 500/126	0.00	42.53
28	X =	4.50	Y =	19.60	2.17	SI-H 500/126	9.77	42.53
29	X =	9.80	Y =	19.60	0	Slitta	0.00	0.00
30	X =	14.73	Y =	19.60	0	Slitta	0.00	0.00
31	X =	19.00	Y =	19.60	0	Slitta	0.00	0.00
32	X =	23.27	Y =	19.60	0	Slitta	0.00	0.00
33	X =	28.20	Y =	19.60	0	Slitta	0.00	0.00
34	X =	33.50	Y =	19.60	2.17	SI-H 500/126	72.70	42.53
35	X =	38.00	Y =	19.60	2.17	SI-H 500/126	82.46	42.53
				Somma =	39.06	KN/mm	742.14	431.40
				n° isolatori	18			
Coordinate del baricentro delle rigidezze					**X =**	19.00	**Y =**	11.04
Coordinate del baricentro delle masse					X =	19.00	Y =	11.13
				Distanza =	0.00		-0.09	
					OK		OK	

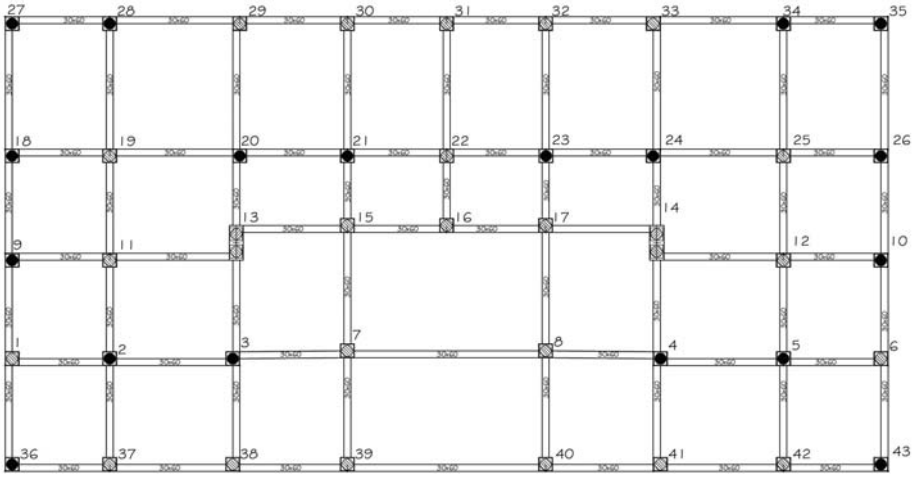


Fig. 14. Pianta del sistema di isolamento (e scorrimento)

Tab. 2. Risultati dell'analisi dinamica

Isolata	$T_1 = 1.81$s	$M_x = 0.00\%$	$M_y = 100.0\%$
	$T_2 = 1.80$s	$M_x = 100.0\%$	$M_y = 0.00\%$
Fissa	$T_1 = 0.54$s	$M_x = 0.00\%$	$M_y = 58.0\%$
	$T_2 = 0.51$s	$M_x = 68.0\%$	$M_y = 0.00\%$

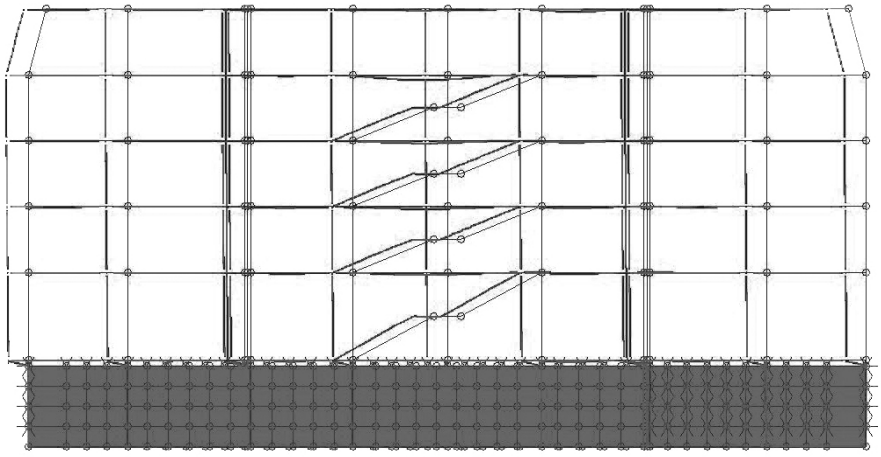


Fig. 15. I deformata modale, direzione x

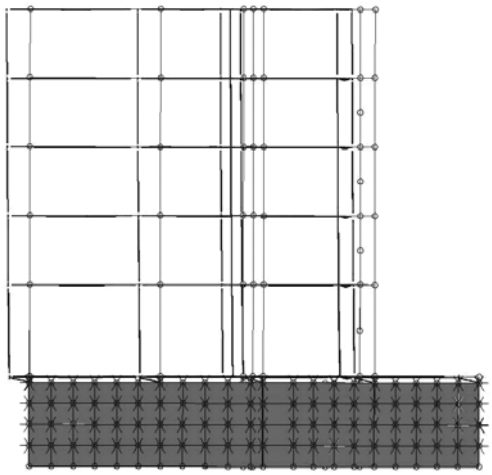


Fig. 16. II deformata modale, direzione *y*

4.7. Calcolo dello spostamento di progetto

Il valore dello spostamento massimo di progetto si ottiene dal rapporto tra il tagliante agente alla quota del sistema di isolamento, relativo all'applicazione dello spettro elastico, e la rigidezza del sistema stesso:

$$S_{De}(T) = \frac{S_e(T) \cdot M}{K_{esi}} = 15\ cm$$

$S_e(T)$ = 0.211 g accelerazione spettrale

$_{Kesi}$ = 39.06 kN/mm rigidezza del sistema di isolamento

4.8. Valutazione degli spostamenti allo SLU

La valutazione degli spostamenti dei dispositivi di isolamento è stata effettuata, in accordo con la norma, utilizzando lo spettro elastico; sono state condotte le analisi considerando 4 posizioni del baricentro delle masse calcolate in base alle dimensioni planimetriche dell'impalcato.

Dall'analisi dinamica con eccentricità nulla del baricentro delle masse, sono stati rilevati valori di spostamento denominati:

- U_{xx} = componente dello spostamento in direzione *x* dovuto al sisma in direzione *x*;
- U_{yx} = componente dello spostamento in direzione *y* dovuto al sisma in direzione *x*;

- U_{xy} = componente dello spostamento in direzione x dovuto al sisma in direzione y;
- U_{yy} = componente dello spostamento in direzione y dovuto al sisma in direzione y.

Gli incrementi di spostamenti derivanti dalle analisi dinamiche effettuate spostando il baricentro delle masse di quantità pari al 5% della dimensione massima ortogonale all'azione sismica agente, sono denominati:

- ΔU_{xx} = componente in direzione x dovuto al sisma in direzione x;
- ΔU_{yx} = componente in direzione y dovuto al sisma in direzione x;
- ΔU_{xy} = componente in direzione x dovuto al sisma in direzione y;
- ΔU_{yy} = componente in direzione y dovuto al sisma in direzione y.

Tali valori sono stati sommati, in valore assoluto, alle rispettive componenti di spostamenti ottenute con eccentricità nulla ottenendo:

- $dE_{x,x} = U_{xx} + \Delta U_{xx}$ componente in direzione x dovuto al sisma in direzione x;
- $dE_{x,y} = U_{yx} + \Delta U_{yx}$ componente in direzione y dovuto al sisma in direzione x;
- $dE_{y,x} = U_{xy} + \Delta U_{xy}$ componente in direzione x dovuto al sisma in direzione y;
- $dE_{y,y} = U_{yy} + \Delta U_{yy}$ componente in direzione y dovuto al sisma in direzione y.

Agli spostamenti corrispondenti al sisma x sono stati sommati i corrispondenti spostamenti ottenuti per sisma y, ma ridotti al 30%, ottenendo:

$$\left(d_{E,x}\right)_1 = d_{Ex,x} + 0.3d_{Ey,x} \qquad \left(d_{E,y}\right)_1 = d_{Ex,y} + 0.3d_{Ey,y}$$

$$\left(d_{E,x}\right)_2 = 0.3d_{Ex,x} + d_{Ey,x} \qquad \left(d_{E,y}\right)_2 = 0.3d_{Ex,y} + d_{Ey,x}$$

Lo spostamento risultante è dato dalla seguente espressione:

$$d_{E1} = \sqrt{\left(d_{E,x}\right)_1^2 + \left(d_{E,y}\right)_1^2} \qquad d_{E2} = \sqrt{\left(d_{E,x}\right)_2^2 + \left(d_{E,y}\right)_2^2}$$

Il maggiore tra i due è lo spostamento di progetto degli isolatori. Il valore più alto calcolato è 204 mm; come specificato dall'OPCM 3431 i dispositivi del sistema di isolamento devono essere in grado di sostenere, senza rotture, gli spostamenti relativi ad un terremoto pari a quello allo SLU amplificato del 20%, che nel caso di sistemi di isolamento a comportamento modellabile come lineare, equivale a maggiorare del 20% lo

spostamento ottenuto col terremoto di progetto; in questo caso si ottiene il valore 245 mm, inferiore allo spostamento massimo per l'isolatore scelto (250 mm).

L'inviluppo dinamico degli spostamenti si è ottenuto sommando ai massimi valori per sisma in direzione *x* il 30% dei massimi per sisma in direzione *y* considerando altresì le eccentricità accidentali del baricentro delle masse così come previsto dalle norme.

4.9. Verifiche allo stato limite di danno

Lo spettro di progetto utilizzato per le verifiche allo SLD della sovrastruttura si è ottenuto riducendo le ordinate spettrali dello spettro elastico di un fattore pari a 2.5; l'andamento è riportato in figura 17.

Gli spostamenti di interpiano (Fig. 18), piccoli in assoluto e lievemente crescenti verso il basso mostrano che la deformata è sub verticale e rende valida l'ipotesi del comportamento affine a quello dell'oscillatore semplice e di tutte le ipotesi di linearità.

Per la citata necessità di rigidezza della sottostruttura e per non interferire con l'azione filtrante degli isolatori e alterare l'accelerazione trasmessa alla sovrastruttura, lungo il perimetro sono state disposte pareti in c.a. di 30 cm di spessore (Fig. 19). Tali pareti hanno sia funzione di contenimento del terreno circostante, essendo la sottostruttura un piano interrato, che creare un effetto scatolare della zona a base fissa.

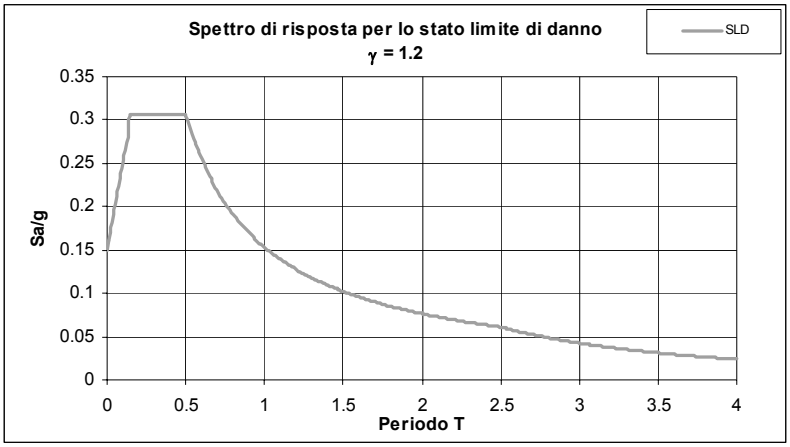


Fig. 17. Spettro di risposta per lo stato limite di danno

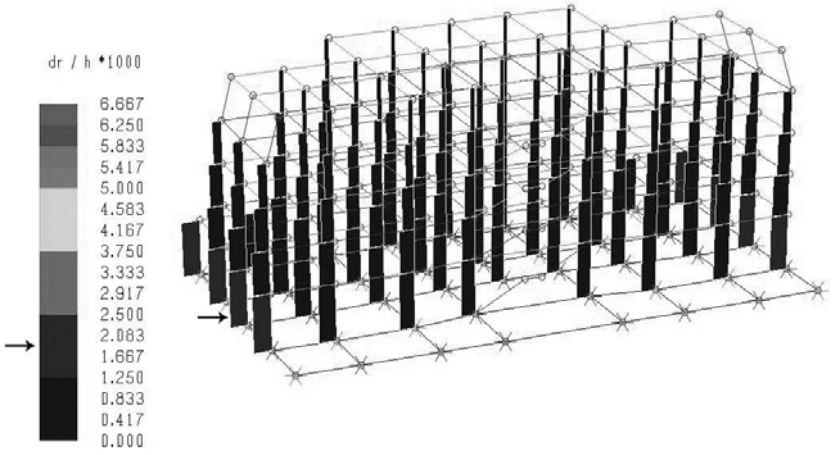


Fig. 18. Spostamenti di interpiano

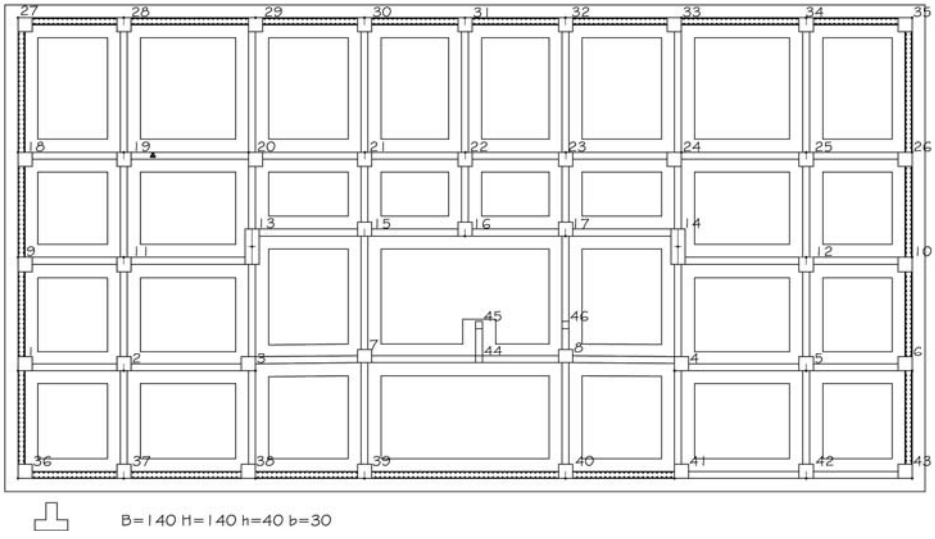


Fig. 19. Pianta delle fondazioni superficiali

Essendo un piano interrato con isolatori in sommità si è effettuata una verifica statica, verificando le pareti allo SLU.

Va segnalato infine che sia la scala che il vano ascensore sono scollegati dal piano interrato (a base fissa) e che tutti i giunti sono protetti da lamiere scorrevoli in modo da evitare la caduta di cose o persone anche in corrispondenza del massimo spostamento di progetto.

5. Edilizia speciale: la Chiesa B.M.V. del Carmelo a Catania

Il complesso parrocchiale dedicato alla Beata Vergine Maria del Carmelo e a S. Maria Goretti[5] (Fig. 20 e 21), ubicata in S. Giorgio a Catania, è strutturalmente composto da sei parti indipendenti:

1. il corpo principale costituito dalla chiesa realizzata con il sistema di protezione sismica definito di isolamento sismico alla base; al di sotto dei conci di gomma armata, il sistema di fondazione è a plinti su pali trivellati di dieci metri di profondità da 400 mm di diametro;
2. gli uffici parrocchiali, un corpo di fabbrica molto regolare a tre piani di forma rettangolare con struttura portante a telai in c.a., fondato su travi rovesce;
3. le opere di sostegno perimetrali e le scale di accesso esterne, strutturalmente legate alle opere di sostegno, tutte in c.a.;
4. la pensilina d'ingresso principale, che occupa tutto il fronte principale della chiesa, realizzata su fondazioni a platea e pilastri circolari dai quali aggetta a sbalzo;
5. la pensilina laterale a copertura della rampa per disabili, anche questa realizzata con fondazione superficiale e strutture verticali realizzate con pilastri e setti dai quali aggetta a sbalzo il solaio;
6. una paratia di contenimento ubicata tra l'edificio adibito ad uffici parrocchiali e la chiesa; la presenza dell'edificio isolato alla base fondato su pali, fa si che sul terrapieno non ci siano sostanzialmente carichi variabili, anche se comunque se ne è tenuto conto egualmente in conto per le fasi transitorie.

La descrizione che segue è rivolta in particolare al corpo principale della chiesa. La struttura da realizzare è sostanzialmente in cemento armato, anche se sono presenti alcune travi alveolate in acciaio all'intradosso dei solai adiacenti la membrana. Essa non può essere inclusa nelle tipologie strutturali classiche, perché la chiesa è realizzata con dieci pilastri, di cui due accoppiati ad una parete, che sostengono un blocco di dimensioni e peso rilevanti costituito dalle lastre-piastre di copertura, che ha

[5] **Progetto**: Prof. Ing. Francesco Papale; Dott. Arch. Serena Papale; Motta Engineering srl Catania. **Strutture e sistema di isolamento**: Dott. Ing. Antonio Perretti, Phd.

scarse capacità dissipative. Gli elementi piani in cemento armato, con funzionamento a lastra-piastra, che costituiscono la copertura hanno uno sviluppo totale di ben 830 m²; lo spessore medio delle membrane è di 11 cm. Il pavimento della chiesa è su solaio isolato, del tipo alveolato prefabbricato la superficie della zona isolata è di circa 530 m². Nel caso in esame il sistema di isolamento è stato disposto immediatamente sopra la fondazione.

Con riferimento al punto 4.7 dell'OPCM 3431, è stato considerato un fattore d'importanza pari a 2.

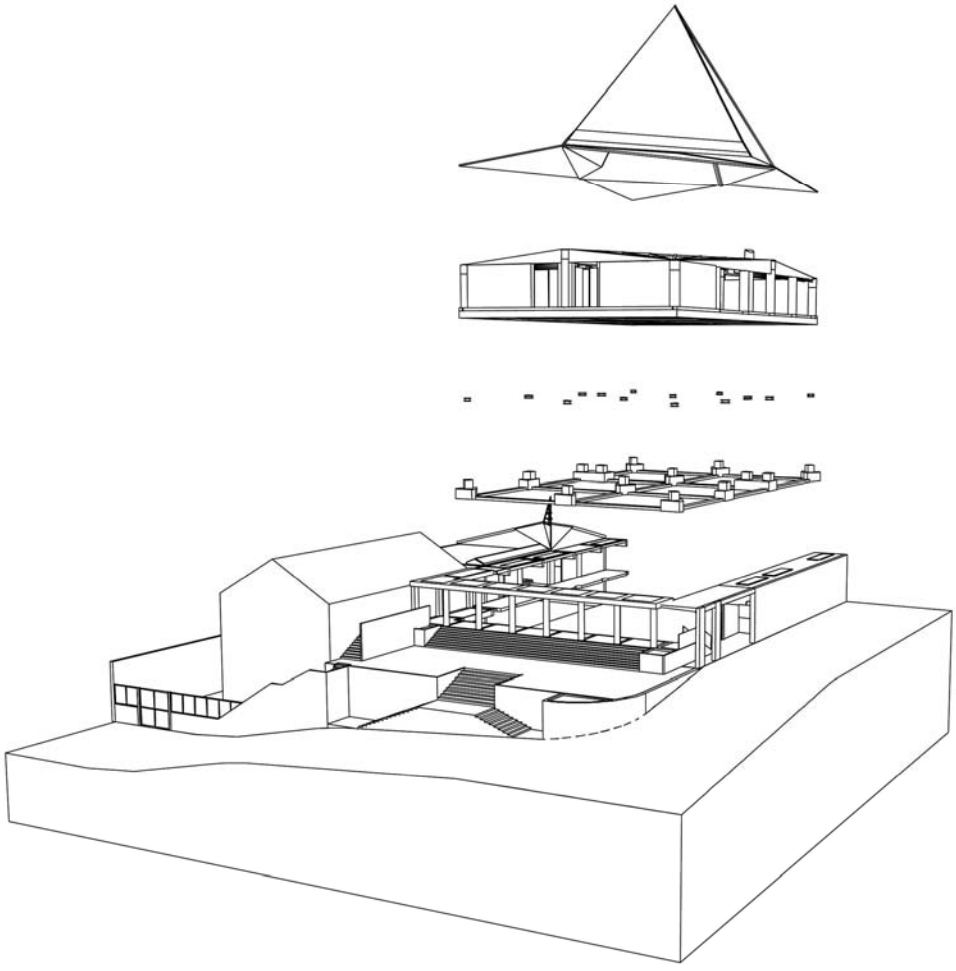


Fig. 20. Chiesa BMV del Carmelo e S.M. Goretti in S. Giorgio a Catania

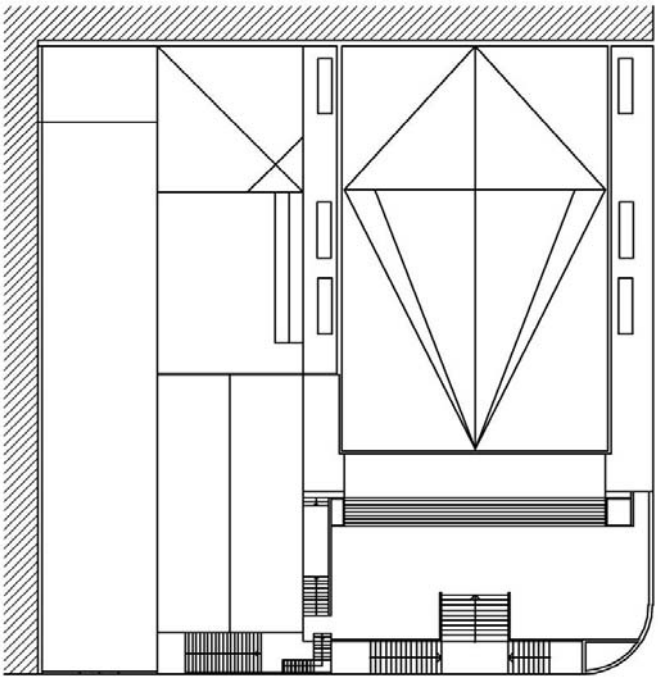


Fig. 21. Planimetria generale

5.1. Analisi dei carichi

I carichi agenti sulla struttura sono riportati di seguito.

Copertura non accessibile:

totale carico permanente	0.15 kN/m²
sovraccarico accidentale	0.50 kN/ m²

Impalcato:

totale carico permanente	6.70 kN/ m²
sovraccarico accidentale	4.00 kN/ m²
tamponamento	8.88 kN/ m²

Carico neve caratteristico q_s 0.60 kN/ m²;
tale carico verrà ripartito così come prevede la normativa.

Dati dei carichi da vento:

pressione del vento	0.63 kN/m²

5.2. Modellazione della struttura

Per la modellazione della struttura è stato utilizzato un codice di calcolo lineare e la risoluzione utilizzata è un'analisi dinamica completa con modellazione generale a 6 gradi di libertà per nodo. Gli elementi finiti utilizzati sono di tipo monodimensionali e bidimensionali a comportamento a lastra e piastra.

Gli isolatori sono stati modellati mediante elementi "link" a comportamento lineare; le analisi svolte sono sia di tipo statico, considerando agenti i carichi verticali, che analisi modali con spettro di risposta.

Il modello unifilare utilizzato è riportato in figura 22.

5.3. Caratterizzazione sismica della zona

Il comune di Catania è ubicato in zona sismica di 2° categoria; il sito sul quale edificare, dal punto di vista geologico, è classificato come suolo B. Per la determinazione dello spettro di risposta di progetto, in accordo

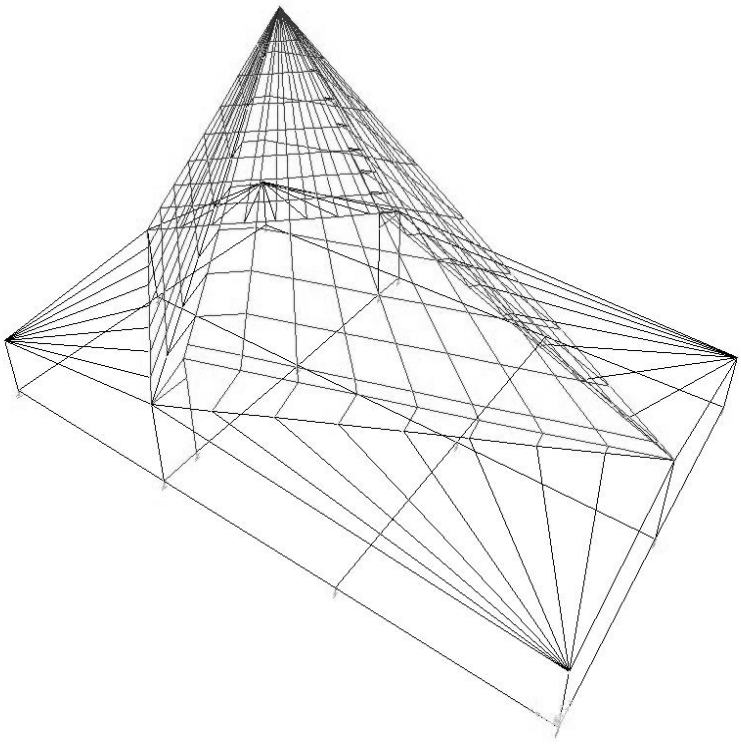


Fig. 22. Modello unifilare

Tab. 3. Dati relativi allo spettro di risposta

Cat. Suolo	s	TB	TC	TD
A	1	0.15	0.4	2
B	1.25	0.15	0.5	2.5
C	1.25	0.15	0.5	2
D	1.25	0.15	0.5	2
E	1.35	0.2	0.8	2

con quanto stabilito dalla normativa sismica, sono stati considerati i valori riportati nella tabella 3.

5.4. La scelta dell'isolamento alla base

La struttura a base fissa, potrebbe essere assimilata alla tipologia a pendolo invertito, caratterizzata da rilevanti masse sostenute da elementi con zone dissipative collocate alla base. Le azioni sismiche di progetto previste dalla nuova normativa sismica per questa tipologia sono notevolmente alte, a causa del basso fattore di struttura imposto, pari a $q = 2$, attribuito alle strutture poco dissipative. Essendo il periodo fondamentale di oscillazione della struttura pari a circa 0,30 s l'azione sismica sulla struttura corrisponderebbe ad una accelerazione $a_g = 0{,}375$ g e quindi forze inerziali sulle lastre-piastre pari almeno a 1,03 kN/m^2.

Per tale ragione sarebbe stato necessario aumentare lo spessore delle lastre-piastre (inizialmente fissato in 11 cm) con ulteriore incremento delle masse e delle azioni sismiche, comportando un processo di incremento di rigidezza, massa e forze inerziali che di fatto avrebbe reso irrealizzabile la struttura.

Inserendo invece un isolamento alla base della struttura il suo periodo fondamentale cresce a quasi 2,00 s. In tal caso, il progetto degli isolatori andrà fatto utilizzando lo spettro di risposta elastico (come indicato nel punto 10.6.1). Per le verifiche allo stato limite ultimo degli elementi strutturali si dovrà utilizzare invece il fattore di struttura determinato, in assenza di indagini specifiche, tramite l'espressione

$$q = 1.15\ \alpha_u/\alpha_1 = 1{,}265$$

Il rapporto α_u/α_1 è assunto pari a 1,1 in quanto si è in presenza di un edificio monopiano. Gli isolatori, con stati alternati in gomma e in ac-

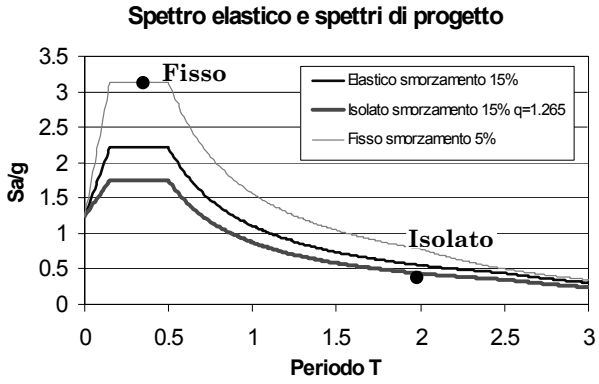


Fig. 23. Spettro elastico e di progetto

ciaio, presentano uno smorzamento molto elevato; si potrà fare riferimento ad uno spettro di risposta valutato per uno smorzamento $\xi = 15\%$.

Come si può osservare dall'andamento degli spettri di risposta per sistema a base fissa e isolato (Fig. 23), con tale valore del fattore di struttura q l'accelerazione di progetto è pari ad $a_g = 0{,}11$ g e quindi le forze inerziali sulla lastra-piastra sono pari a 0,30 kN/m^2. L'allungamento del primo periodo di vibrare, da 0,3 s a base fissa a 2,0 s per il sistema isolato, può pertanto ridurre le accelerazioni spettrali a un punto tale, da rendere le azioni orizzontali d'origine sismica (0,30 kN/m^2) inferiori alle azioni orizzontali prodotte dal vento (0,63 kN/m^2).

5.5. Risultati

I risultati dell'analisi dinamica della struttura della chiesa, a base fissa e isolata, sono riassunti nella tabella 4.

I valori dei periodi e delle masse partecipanti dimostrano l'efficacia del sistema di isolamento; infatti i periodi della struttura isolata alla

Tab. 4. Periodi e masse partecipanti

Isolata	$T_1 = 1.99$ s	$M_x = 97.0\%$	$M_y = 0.0\%$
	$T_2 = 1.98$ s	$M_x = 0.0\%$	$M_y = 99.9\%$
Fissa	$T_1 = 0.30$ s	$M_x = 16.4\%$	$M_y = 0.0\%$
	$T_2 = 0.24$ s	$M_x = 0.0\%$	$M_y = 4.0\%$
	$T_3 = 0.23$ s	$M_x = 3.5\%$	$M_y = 0.0\%$
	$T_4 = 0.20$ s	$M_x = 0.0\%$	$M_y = 35.0\%$

base sono notevolmente maggiori di quelli della struttura a base fissa, conseguentemente le accelerazioni trasmesse risultano molto ridotte; inoltre, mentre con l'isolamento alla base le masse partecipanti raggiungono quasi il 100% della massa globale con i primi due modi, nella struttura a base fissa le percentuali di massa partecipante per i primi quattro modi sono molto basse.

Dai calcoli effettuati si è ottenuto uno spostamento degli isolatori nello stato di massima deformazione di circa 15 cm. Anche amplificando tale valore del 20%, secondo quanto previsto al punto 10.8.2 dell'ordinanza, non si supera lo spostamento massimo ammissibile per l'isolatore, pari a 20 cm.

La normativa sismica imporrebbe di considerare anche l'effetto dell'eccentricità accidentale, nonché la contemporanea presenza di una aliquota dell'azione sismica nella direzione ortogonale a quella principale. Anche se tali effetti potrebbero comportare nel caso in esame, un incremento del 20-30% delle sollecitazioni da sisma, queste rimarrebbero comunque inferiori a quelle prodotte dal vento. Per tale motivo nel calcolo della chiesa, oltre ai carichi verticali ed al vento, sono state considerate solo le due condizioni sismiche di base (sisma in direzione x e sisma in direzione y, centrati); l'incremento suddetto non comporta sollecitazioni superiori a quelle provocate dal vento.

Infine, l'analisi degli stati tensionali agenti sulla struttura dimostra che, rispetto alle sollecitazioni agenti sulla struttura allo SLU, si ottiene un ulteriore coefficiente di sicurezza almeno pari a due.

6. Validazione del calcolo

Dagli esempi riportati emerge che le maggiori incertezze permangono nella definizione della rigidezza del complesso suolo-struttura di fondazione. Si è visto che la rigidità nodale e quella dell'impalcato hanno una influenza molto modesta sul periodo così come la rigidezza del materiale. Solo la rigidezza del suolo e delle fondazioni possono provocare grosse variazioni del periodo allungandolo e benché questo sia un fatto positivo dal punto di vista delle azione esterne in quanto si riducono le ordinate spettrali, dall'altro si possono avere facilmente incrementi di sposta-

menti incompatibili con gli spostamenti massimi consentiti dagli isolatori. Questa è la condizione più pericolosa in quanto il superamento dello spostamento limite può provocare la rottura degli isolatori ma soprattutto un arresto istantaneo della struttura con elevate forze impulsive, una sorta di martellamento al piede della struttura. Si può affermare che per una corretta validazione di edifici isolati, dopo le verifiche ordinarie, si dovrebbe tendere a dimostrare che tutte le incertezze della modellazione che provocano incrementi di periodo, ovvero incrementi di spostamenti siano compatibili con la funzionalità degli isolatori. Inoltre per contenere gli spostamenti potrebbe non essere conveniente scegliere isolatori con smorzamento elevato poiché al crescere di questo crescono anche le proprietà dissipative ma se queste sono troppo elevate ci si sposta verso sistemi di protezione sismica concettualmente diversi. Infine il problema della manutenzione è di semplice attuazione e relativamente economico, con la sostituzione degli isolatori solo dopo 50-60 anni. Inoltre il danneggiamento nullo si può ottenere economicamente solo scollegandosi dal suolo appunto con l'isolamento alla base.

In conclusione è parere di chi scrive che tra i sistemi di protezione sismica solo l'isolamento sismico è applicabile in larga scala poiché economico, di facile applicazione anche per maestranze non specializzate e controllabile da parte di tecnici ordinari.

Bibliografia

1. A. Bahamòn et al., *Arquitectura sismica, prevencion y rehabilitacion,* Centro Politecnico de la Universidad de Granada, Loft Publications, Barcelona, 2000.
2. A. Castellani, F. Faccioli, *Costruzioni in zona sismica,* Hoepli, Milano, 2000.
3. A.K.Chopra, *Dynamics of structures,* Prentice Hall International, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.
4. R.W. Clough and Penzien, J., *Dynamics of structures,* Mc Graw Hill, Inc., 1075.

5. M. Dolce, A. Martelli, G. Panza, *Proteggersi dal terremoto, le moderne tecnologie e metodologie e la nuova normativa sismica,* Ed. 21mo secolo, Milano, 2004.

6. R. Giacchetti, *Fondamenti di dinamica delle strutture e di ingegneria sismica, elementi di base per l'applicazione dell'Ordinanza OPCM 3274,* EPC libri, Roma, 2004.

7. E.L. Wilson, *Three Dimensional Dymanic Analysis of Structures, Computers and Structures*, Inc. Berkeley, California, USA, 1996.

8. J.M. Kelly, *Base isolation: Linear theory and design,* Earthquake Spectra, vol. 6, n°2, maggio, 1990.

9. J.. Kelly, *Earthquake resistant design with rubber,* Oxford press, 1993.

10. S. Martinello, *Effetti delle vibrazioni sulle costruzioni,* Centro Internazionale di Aggiornamento Sperimentale Scientifico, Bolzano 1997.

11. L. Petrini, R. Pinho, G. M. Calvi, *Criteri di Progettazione Antisismica degli Edifici,* IUSS Press, Pavia, 2004.

12. *V. Prakash, G.H. Powell, F. Filippou, DRAIN-2DX : Base Program User Guide,* SEMM Report 92-29, University of California, Berkeley, 1992.

13. Ordinanza P.C.M. n° 3274 del 20 marzo 2003, *Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica,* supplemento ordinario G.U. n°105 dell'8 maggio 2003.

Capitolo 7
ANALISI DI STRUTTURE REALI

Paolo Sattamino, Alessandro Brenna

1. Introduzione

Questo capitolo presenta una serie di applicazioni numeriche su strutture reali aventi lo scopo di approfondire le tematiche presentate nei capitoli precedenti. Gli esempi riguardano alcune tipologie strutturali che il professionista frequentemente si trova a risolvere nell'ambito della sua attività nel settore dell'ingegneria civile.

Per ogni caso esaminato viene introdotto, se necessario, il problema teorico e di seguito vengono evidenziati una serie di aspetti critici seguendo i quali l'utente può sviluppare un adeguato spirito critico di analisi. Questi aspetti riguardano principalmente la fase di modellazione e di calcolo perché, in generale, la maggior parte delle incomprensioni e dei problemi hanno origine in questa fase di lavoro.

Gli esempi numerici sono stati risolti facendo uso sia di software presenti nel mercato del calcolo strutturale (Xfinest, Ansys®/CivilFEM®, Adina®) sia di pacchetti tipicamente di uso accademico (Seismostruct®).

Gli esempi ed i confronti numerici svolti permetteranno al lettore di evidenziare i diversi benefici ottenibili a seconda del tipo di solutore utilizzato, l'effetto sull'esito del calcolo di possibili errori di impostazione del modello e l'importanza di conoscere sempre i limiti del software utilizzato stesso.

2. Analisi di un edificio in cemento armato

L'edificio in cemento armato rappresenta probabilmente la struttura più ricorrente nell'ambito della attività del progettista strutturale.

Sebbene si tratta di una problematica ben nota esistono alcuni aspetti critici di modellazione ed analisi rispetto ai quali l'utente di software di calcolo strutturale deve porre attenzione. Questi aspetti non sono solo legati alle dimensioni dell'edificio od alla sua complessità ma anche al particolare strumento in uso, alla sua impostazione ed alla sua operatività. Rispetto a questi aspetti di diversa origine il progettista deve maturare un'adeguata conoscenza. Gli argomenti sui quali è stata posta l'attenzione sono i seguenti:

- modalità di generazione del modello di calcolo;
- schematizzazione del comportamento degli impalcati;
- ambiti di utilizzo degli elementi bidimensionali a comportamento piastra-lastra;
- schematizzazione del comportamento dei setti verticali;
- modalità di recupero dei carichi nella modellazione con zone rigide o *offset*;
- problematiche di calcolo legate alle analisi sismiche;
- modellazione dei vincoli a terra e di quelli interni agli elementi;
- segnalazioni di errore da parte del solutore in fase di calcolo.

I software di analisi strutturale dedicati alla soluzione delle problematiche in ingegneria civile in generale presentano tre parti tra loro integrate.

La prima è rappresentata dall'ambiente di modellazione o *pre-processing*, caratterizzato da un'interfaccia grafica nella quale l'utente procede all'inserimento di tutti i dati della struttura quali i materiali, le sezioni trasversali degli elementi monodimensionali, gli spessori degli elementi parete o soletta/platea, le quote d'impalcato, ecc. La configurazione dei nodi della struttura e la sequenza dei vari elementi utili a determinare lo scheletro portante viene in genere fatta sfruttando un disegno proveniente da un software CAD (tipicamente le carpenterie dei vari piani dell'edificio) e completando l'input nell'ambiente di modellazione offerto dal software in uso. A valle della definizione del modello si

procede poi alla definizione dei vincoli e dei carichi, suddivisi secondo una sequenza di casi elementari di carico, che saranno poi combinati tenendo conto della particolare normativa utilizzata.

Il modello così generato è trasferito ad un solutore agli elementi finiti che procede alla soluzione del sistema matriciale rappresentativo dell'intera struttura.

A valle del calcolo si attiva la fase di verifica o *post-processing*, nella quale si procede all'analisi dei risultati in termini di configurazioni deformate, diagrammi di azioni interne, esecuzione verifiche e generazione degli esecutivi di progetto tipicamente per elementi in cemento armato ed acciaio, secondo le prescrizioni della normativa in uso. Numerosi software di calcolo integrano al loro interno strumenti per la generazione di disegni di cantiere per elementi in cemento armato ed acciaio. Questo aspetto ha un'importante conseguenza. Gli elementi che costituiscono l'ossatura della struttura (travi, pilastri, ecc.) devono essere visti non solo come oggetti dotati di determinati parametri meccanici ma anche come entità che dovranno essere rappresentate nella loro reale posizione nei disegni esecutivi (si pensi alle carpenterie di piano in cui le sezioni dei pilastri e delle travi devono seguire fedelmente lo schema architettonico dell'edificio). Tenendo conto di questa necessità l'utente dispone di una serie di comandi grafici per la generazione dei vari elementi strutturali.

La fase di modellazione ha una notevole importanza perché, se gestita in modo troppo trasparente, può portare l'utente a non comprendere esattamente quale sia il "vero" modello geometrico. Grazie ai recenti sviluppi nella tecnologia delle interfacce grafiche è divenuto ormai piuttosto semplice generare modelli anche di notevoli dimensioni. Questa facilità in sede di input deve essere sfruttata in modo consapevole da parte del progettista in modo da controllare al meglio le caratteristiche della struttura in ogni passo della modellazione. Inoltre il modello di calcolo risente anche inevitabilmente delle caratteristiche e delle limitazioni del solutore.

È importante che prima di giungere alla fase di verifica sia svolta un'adeguata analisi critica del modello creato e di quello "visto" dal solutore. La fase di verifica rappresenta infatti un riassunto di quanto

stabilito a monte. Gli errori più importanti che l'utente rischia di compiere sono da ricercare principalmente nella prima e, in seconda battuta, nella seconda fase.

2.1. Modalità di generazione del modello strutturale

Allo scopo di approfondire queste problematiche si è presa in esame la modellazione e l'analisi di un edificio avente due piani fuori terra più copertura a falde inclinate. L'edificio è situato in Lombardia, in zona 4 (Fig. 1, 2). La fondazione presenta un graticcio di travi di fondazione ed una platea sotto il vano scala. A partire dalle travi di fondazione di perimetro, su tre dei quattro lati dell'edificio sono state inserite pareti verticali di perimetro aventi spessore pari a 30 cm.

I piani fuori terra presentano travi in spessore di soletta di dimensione 70×24 cm. I pilastri hanno una dimensione tipica di 30×50 cm. Ol-

Fig. 1. Edificio in cemento armato, prospetto

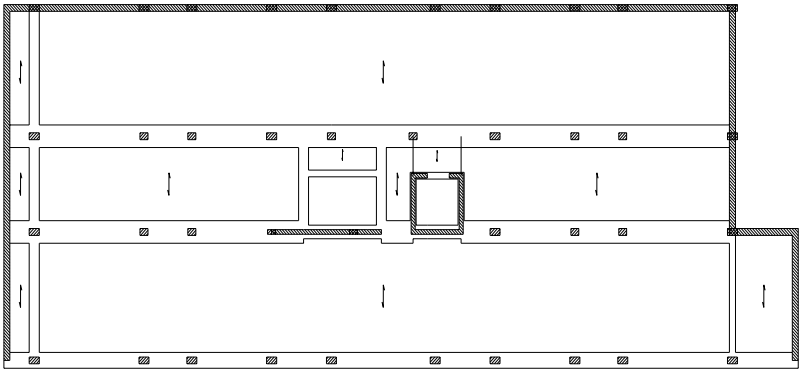


Fig. 2. Edificio in cemento armato, impalcato tipo

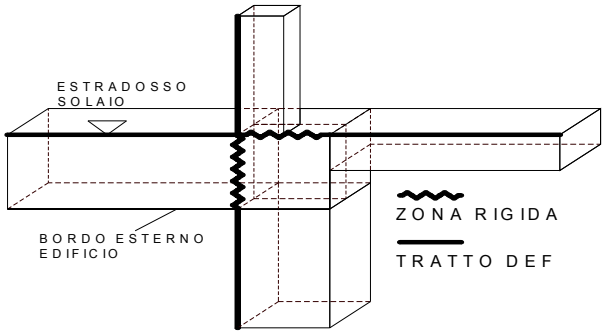


Fig. 3a. Modellazione con riferimento all'estradosso travi

tre al terzo impalcato vi è una struttura di copertura a falde inclinate. Nella parte centrale dell'edificio è stato realizzato un setto verticale irrigidente ed un vano ascensore chiuso su tre lati.

In generale possiamo distinguere tre modalità di schematizzazione di una struttura quale quella in esame:

a) modello in cui gli elementi vengono inseriti in modo che gli estremi superiori dei pilastri e dei muri verticali coincidono con le quote di estradosso solaio e con l'estradosso travi alla stessa quota dell'estradosso solai. Nella figura 3a è riportato un tipico nodo di bordo dell'edificio che riassume questo approccio. Il tratto continuo in linea più spessa rappresenta sia l'unifilare di modellazione sia quello di calcolo. Per ogni elemento strutturale monodimensionale il software crea delle "zone rigide" solo nella direzione dell'asse degli elementi stessi.

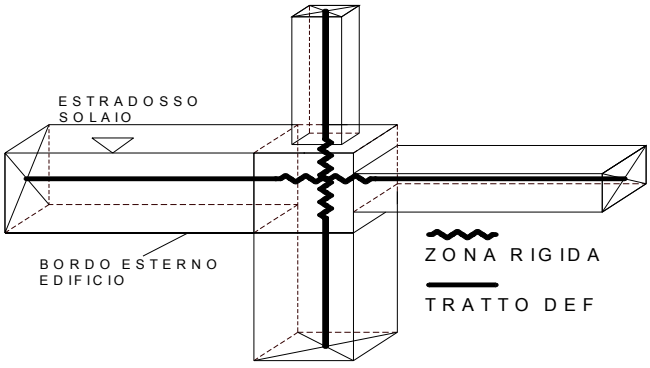


Fig. 3b. Modellazione baricentrica

b) Modello in cui gli elementi vengono definiti senza riferimenti a fili architettonici ma in posizione baricentrica. I nodi delle travi, posizionati in corrispondenza del baricentro, saranno a quota diversa da quella di estradosso solai; la quota dei nodi dei pilastri è pari alla quota del piano medio delle travi. La figura 3b riassume questo schema. Il tratto continuo in linea più spessa rappresenta sia l'unifilare di modellazione sia quello di calcolo. Per ogni elemento strutturale monodimensionale il software crea delle "zone rigide" solo nella direzione dell'asse degli elementi stessi. Non vi sono *offset* nel piano della sezione delle aste.

c) Modello in cui gli estremi superiori dei pilastri e dei muri verticali coincidono con le quote di estradosso solaio. In corrispondenza degli impalcati l'estradosso ed i nodi delle travi sono posti alla stessa quota dell'estradosso solai. In figura 3c è riportato lo schema di questo approccio. In questo caso si deve distinguere tra l'unifilare di modellazione (tratto continuo in linea più spessa) e l'unifilare di calcolo (linea tratteggiata). Per ogni elemento strutturale monodimensionale il software genera delle "zone rigide" sia nella direzione dell'asse degli elementi stessi sia nel piano della sezione dell'asta (*offset* rigidi).

Da quanto descritto potremmo affermare, in prima analisi, che l'ultimo tipo di modellazione sia l'approccio più corretto perché consente di operare una modellazione che sfrutta da una parte lo schema architettonico, dall'altra tiene conto, a livello di calcolo, della reale posizione relativa tra i baricentri degli elementi asta.

Per verificare la differenza tra i tre approcci sono state eseguite due analisi, una statica lineare, l'altra dinamica con il metodo dello spettro

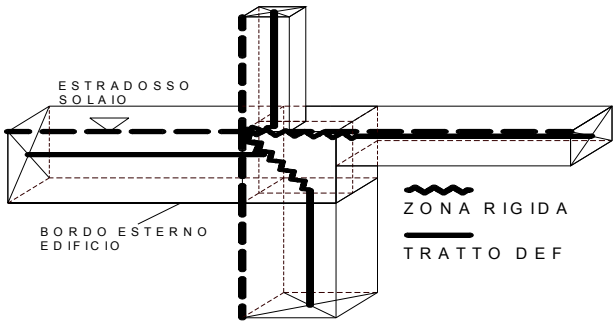


Fig. 3c. Modellazione con riferimento all'estradosso travi + offset

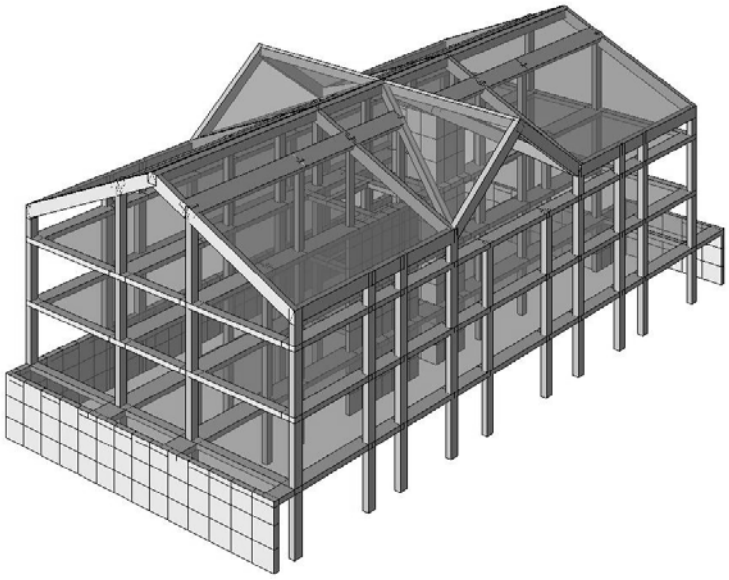


Fig. 4. Modello geometrico

di risposta. I calcoli sono stati svolti facendo uso del software Xfinest®. Nell'analisi statica i carichi considerati sono il peso proprio, il carico permanente, il carico accidentale dei solai ed il carico delle tamponature. Nell'analisi dinamica, oltre ai carichi statici sopra citati, è stato considerato un sisma derivante da una struttura posta in zona 4 e classe di terreno D. La valutazione degli altri coefficienti (fattore di struttura, categorie edificio, ecc.) utili alla generazione degli spettri di progetto viene fatta tenendo conto delle indicazioni della Norme Tecniche per le Costruzioni. La struttura è stata progettata in classe B. Il modello geometrico generale è riportato in figura 4.

Sui tre i modelli si è adottata l'opzione di impalcati infinitamente rigidi (opzione master-slave a livello degli impalcati). Questa è una situazione tipica che si riscontra in moltissimi modelli di edificio e che consente in maniera rapida di modellare l'azione irrigidente, nel piano orizzontale, svolta da parte dei solai. Il confronto tra i risultati viene fatto con riferimento alle travi evidenziate dalle frecce in figura 5a. Per esse si è preso in esame l'andamento dei diagrammi dei momenti flettenti agenti nel piano verticale (che indichiamo con M_y secondo la convenzione riportata in figura 5b).

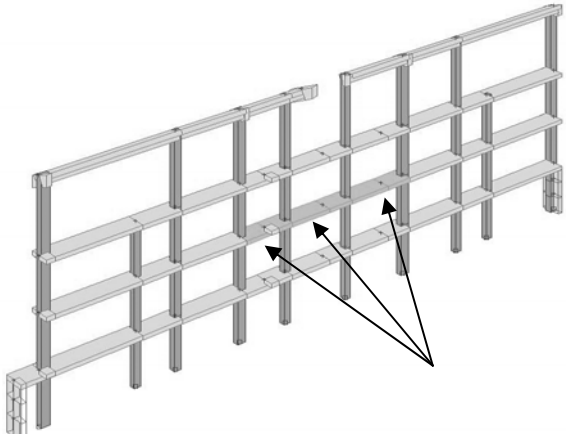


Fig. 5a. Telaio longitudinale

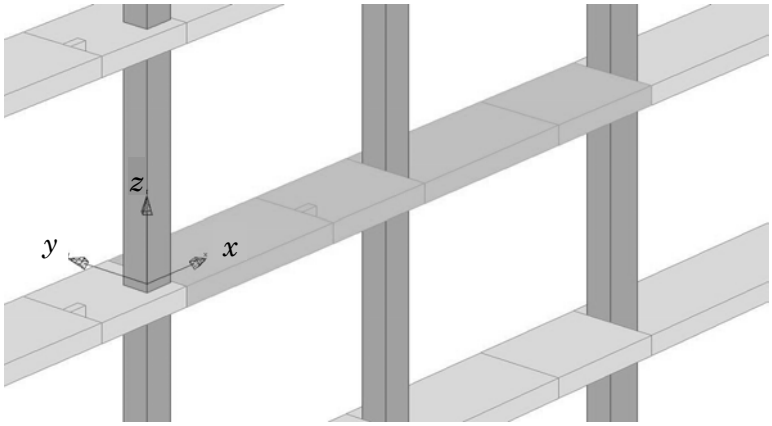


Fig. 5b. Asse locale degli elementi trave

L'esame della figura 6a, relativa alla modellazione tipo A, mostra come a seguito dell'attivazione delle zone rigide i diagrammi vengano interrotti in corrispondenza del bordo pilastro. L'andamento dei diagrammi rispecchia quello tipico di una trave continua su più appoggi.

Nella figura 6b è riportato invece il risultato che si ottiene considerando l'approccio di modellazione B. I diagrammi relativi ai casi A ed B risultano molto simili tra loro. Ciò è confermato dai risultati per il tratto compreso tra i nodi 189 e 148, relativi all'analisi statica, riportati in tabella 1.

Il terzo possibile tipo di modellazione fornisce il diagramma riportato in figura 6c.

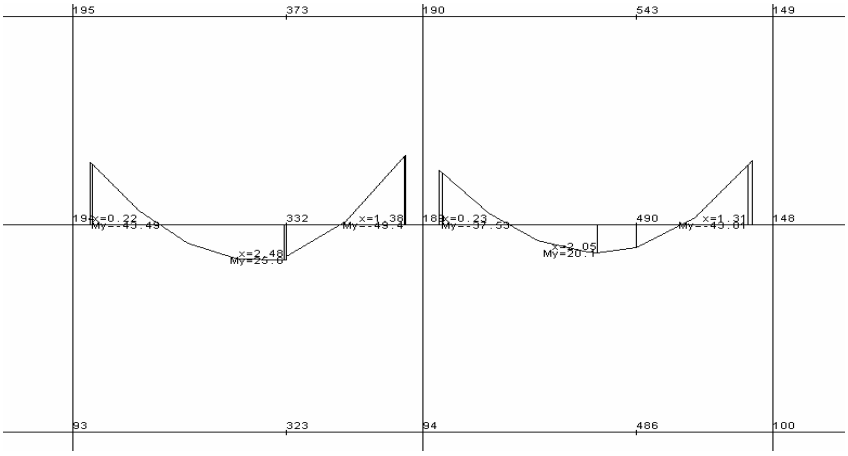


Fig. 6a. Diagramma dei momenti con modellazione tipo A

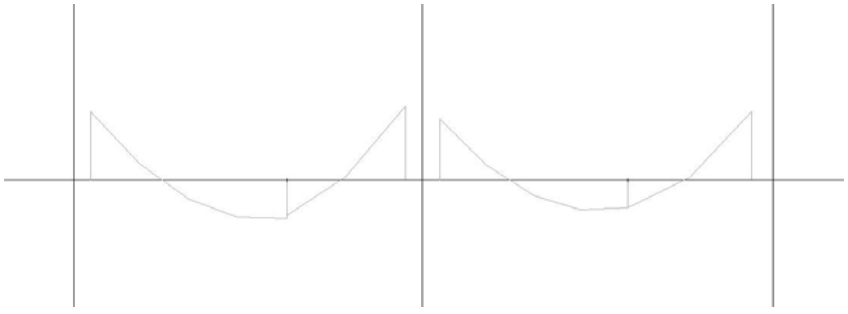


Fig. 6b. Diagramma dei momenti con modellazione tipo B

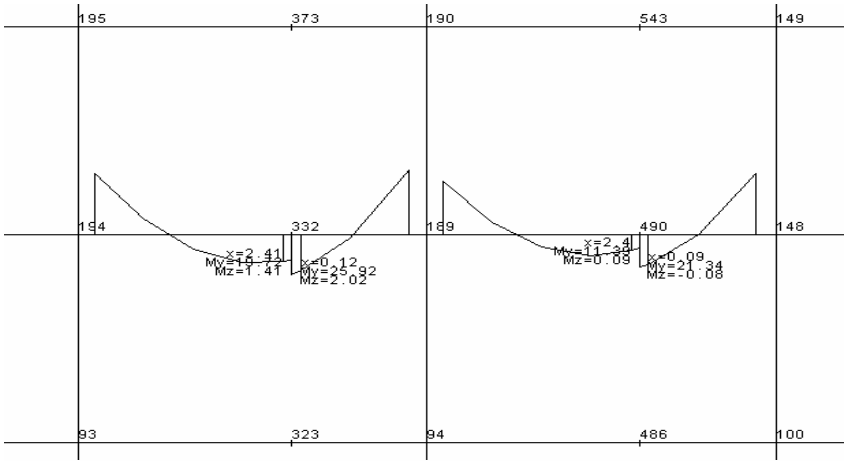


Fig. 6c. Diagramma dei momenti con modellazione tipo C

Il diagramma in figura 6c presenta una discontinuità in corrispondenza dei nodi intermedi di continuità delle aste. La variazione ha origine in quanto l'opzione di piano rigido impone che i nodi dell'impalcato mantengano la stessa distanza relativa nel piano orizzontale, consentendo lo spostamento solo in direzione verticale. Le estremità dei tratti deformabili delle aste non sono situate nel piano dei nodi di impalcato e subiscono degli spostamenti e delle rotazioni che fanno nascere, oltre alle azioni flettenti, anche azioni di compressione o trazione (si veda la figura 7 relativa, per semplicità, ad uno schema piano, in realtà il tratto rigido è costituito, nello spazio, da 2 tratti rigidi sovrapposti tra loro). Se si considera l'equilibrio nel nodo A la parte flettente delle azioni è globalmente equilibrata a patto di considerare anche il contributo generato dal trasporto delle azioni assiali dall'estremità dei tratti deformabili al nodo A. Le azioni assiali risultano anche loro equilibrate tenendo in conto che una parte di sollecitazione viene assorbita dal vincolo di piano rigido. Il diagramma visualizzato in sede di *post-processing* è rappresentato con riferimento al tratto deformabile e quindi "vede" il salto nei valori di momento flettente.

Da quanto discusso risulta chiaro come questa terza modalità di input unita all'utilizzo dell'opzione di piano rigido che agisce in corrispondenza dei nodi strutturali (che potranno essere di estremità o interni ad un'asta per la presenza di forze concentrate), comporta la nascita di una discontinuità "artificiale" nel diagramma delle azioni interne flettenti (relativa al tratto deformabile delle travi) che si somma a quella corret-

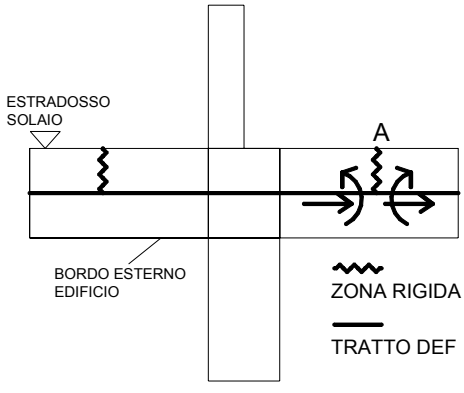


Fig. 7. Azioni nel nodo intermedio

Tab. 1. Momenti flettenti (kNm) per analisi statica (solo carichi verticali)

	Modello A	Modello B	Modello C
Nodo 189	-40.417	-40.341	-38.321
Nodo 490	16.708	18.354	9.568/23.252
Nodo 148	-45.102	-45.190	-43.904

ta ed attesa legata alla presenza di azioni concentrate o azioni esercitate da parti strutturali secondarie.

In tabella 1 sono riportati i valori numerici utili al confronto tra i tre approcci, nel caso di analisi statica per soli carichi verticali, per il tratto compreso tra i nodi 189 e 148 in cui è presente un nodo intermedio. Il doppio valore presente nella colonna relativa al caso C evidenzia la discontinuità nei valori del momento flettente.

È chiaro che la soluzione relativa al caso C, che inizialmente appariva essere quella più corretta, porta a risultati differenti rispetto alle prime due soluzioni. I casi A e B forniscono risultati verificabili anche con un semplice calcolo manuale.

In tabella 2 si è poi riportato il risultato ottenibile nel caso di analisi statica equivalente con sisma in direzione y. In particolare si è considerato il confronto tra gli schemi A e C essendo lo schema B molto simile al primo. La tabella evidenzia come per effetto delle azioni sismiche si ha un amplificazione della discontinuità nel diagramma del momento M_y. Queste differenze avranno importanti ripercussioni in sede di verifica.

Alla luce di quanto esposto risulta importante conoscere che tipo di modello di calcolo stiamo generando e quali opzioni abbiamo a disposizione tramite il software. Una modellazione rapida quanto si vuole ma non controllabile e soprattutto forzata verso un solo tipo di approccio risulta a nostro parere limitante e nel terzo caso non corretta. L'utente

Tab. 2. Momenti flettenti (kNm) per analisi sismica statica

	Modello A	Modello C
Nodo 189	-29.883	-26.477
Nodo 490	13.302	-0.660 / 26.202
Nodo 148	-56.663	-53.923

deve sempre essere in grado di conoscere quale tipo di modello strutturale sta creando. I principali possibili schemi di modellazione e le loro controindicazioni dovranno essere spiegate tramite la manualistica oppure potendo controllare direttamente i file del solutore perché è solo in questo modo che l'utente può accertarsi di quale sia il modello reale di calcolo.

2.2. Modellazione del comportamento degli impalcati

Riprendiamo in esame la struttura studiata nel paragrafo precedente. In questo caso si vogliono analizzare i tipici casi di schematizzazione del comportamento degli impalcati. In generale vi sono le seguenti tecniche:

a) impalcati definiti tenendo conto delle rigidezze date dagli elementi finiti presenti nei vari piani (travi, estremi elementi bidimensionali presenti nei setti) senza aggiungere nessuna ulteriore opzione di vincolo;
b) utilizzo dell'opzione *master-slave* per ogni impalcato;
c) utilizzo dell'opzione di "controventamento" nei singoli solai;
d) utilizzo di elementi finiti bidimensionali nei campi di solaio.

a) Questa opzione è la più semplice perché di fatto non inserisce alcun ulteriore vincolo alla struttura. Il comportamento dei vari piani dipenderà dalle rigidezze degli elementi relativi al piano in questione tenendo conto dei collegamenti degli elementi presenti nel piano con quelli verticali di collegamento tra i vari impalcati (pilastri e setti verticali). Questa tecnica risulterà non corretta nel caso dell'analisi di un edificio in cemento armato che tipicamente presenta solai in latero-cemento, in quanto non consente di cogliere il contributo essenziale di ridistribuzione delle rigidezze e delle masse che si instaura in presenza di azioni sismiche o, in generale, di forze orizzontali. Nel caso invece di strutture in muratura con ad esempio solai in legno o strutture che chiaramente non presentano piani rigidi risulterà utile e corretto operare secondo questo schema.

b) Questa tecnica viene di solito descritta come l'opzione di piano infinitamente rigido. Essa consente di imporre una relazione matematica che obbliga gli spostamenti x ed y e la rotazione rz dei nodi appartenenti ad un impalcato (detti nodi *slave*) ad essere congruenti con quelli di un unico nodo (detto nodo *master*). Gli spostamenti dei nodi sono congruen-

ti con lo spostamento rigido di un piano orizzontale. Il nodo *master* viene creato dal modellatore nel baricentro delle masse e le eventuali forze o masse sismiche orizzontali vengono di solito concentrate in questo nodo. La rigidità deve essere definita solo in direzione orizzontale perché se è corretto che i vincoli non si possono avvicinare o allontanare è altresì importante che verticalmente possano spostarsi in modo da garantire l'inflessione delle travi con la conseguente nascita di momenti flettenti. Nell'utilizzo di questa tecnica è importante verificare la presenza di nodi di elementi bidimensionali nel piano di impalcato. Non tutti i solutori diffusi nel mercato sono in grado di garantire la correttezza dei risultati in questa situazione. È importante poter verificare questa limitazione consultando la manualistica del solutore.

Questa opzione è senz'altro da preferire nel caso di edifici in cemento armato.

c) L'opzione di "controventamento" solai viene di solito risolta tramite l'ausilio del modellatore il quale, per ogni solaio presente nella struttura, procede ad individuare il centro geometrico dove verrà creato un nuovo nodo, collegato ai nodi esistenti sul contorno del solaio con elementi di elevata rigidezza assiale (Fig. 8). Questi elementi sono del tipo biella (*truss*), se disponibili nel solutore, o elementi *beam*, a cui si associano agli estremi set di svincoli gestiti in modo trasparente per l'utente. In questo modo si impone ai nodi di mantenere praticamente

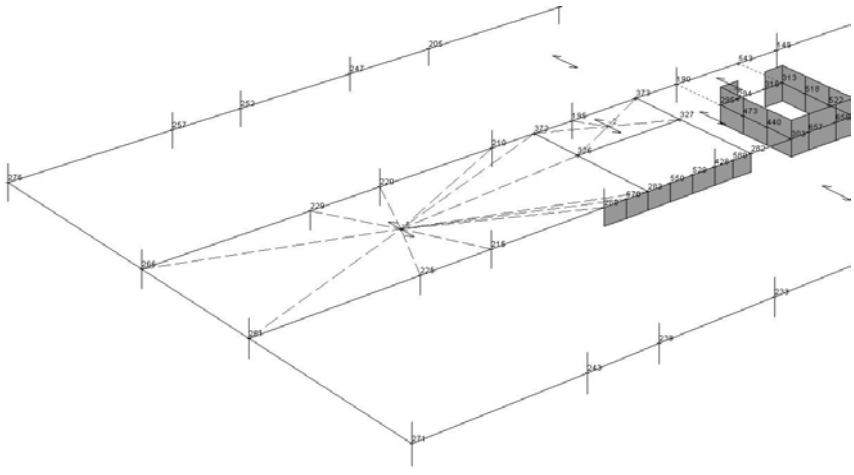


Fig. 8. Aste a raggiera per controvento solai

invariata la loro distanza reciproca nel piano del solaio, anche inclinato. L'introduzione del nodo aggiuntivo centrale necessita di una precisazione: mentre nel caso di solai orizzontali basterà vincolare lo spostamento in direzione *z* e le rotazioni attorno agli assi cartesiani *x* ed *y*, nel caso di solai su piani inclinati, non potendo in generale assegnare vincoli in direzione obliqua, i modellatori introducono una biella perpendicolare al piano che collega il centro del solaio con un nodo in corrispondenza del quale viene assegnato il vincolo sullo spostamento *uz* e sulle rotazioni attorno agli assi *x* ed *y*.

Questa opzione può essere considerata come un alternativa interessante all'opzione B nel caso di edifici in cemento armato. Inoltre ritornerà utile in strutture che non presentano impalcati globalmente rigidi ma parti alle quali si potrà affidare un azione irrigidente.

d) Quest'ultima opzione consiste nell'inserire elementi finiti bidimensionali, opportunamente *meshati*, in corrispondenza degli impalcati allo scopo di simulare l'effetto irrigidente creato dai solai nel piano orizzontale e nei piani delle falde. Se l'obiettivo è quello di integrare nel modello solo l'effetto della "cappa" del solaio sarà sufficiente utilizzare elementi bidimensionali a comportamento puramente membranale ed adottare un materiale a comportamento isotropo. In questo caso la *mesh* potrà anche essere grossolana in quanto non si ha l'esigenza di valutare localmente la risposta della struttura (Fig. 9).

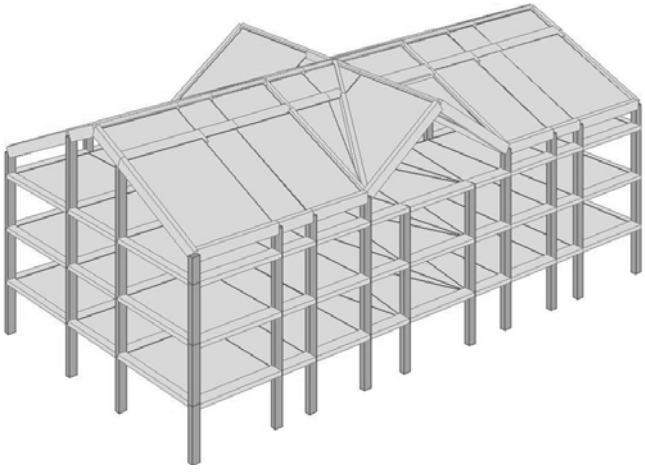


Fig. 9. Modello con elementi bidimensionali per simulazione impalcati

Più complesso è il discorso se si vuole tenere conto della reale ortotropia di un solaio in laterizio. La complessità sarà sia nella necessità di dover definire i parametri meccanici nelle due direzioni di ortotropia del materiale sia nel fatto che l'opzione di piastra ortotropa non si ritrova spesso nei solutori comunemente adottati nel settore dell'edilizia.

Di fronte ad una struttura complessa l'utente dovrà quindi conoscere al meglio le tecniche a sua disposizione per la modellazione del comportamento degli impalcati. Molto utile sarà il poter verificare se a livello di modellazione e di calcolo sarà possibile considerare le diverse opzioni in contemporanea nella stessa struttura.

Quanto scritto finora può anche essere esteso al caso delle falde inclinate. In questo ambito è opportuno aggiungere ulteriori commenti. L'utente deve infatti prestare attenzione all'effetto che le diverse modalità di vincolo degli impalcati precedentemente analizzate avranno sull'azione spingente della falda.

Per chiarire meglio questo aspetto si sono considerati tre modelli nei quali si sono utilizzate le seguenti schematizzazioni:

a) struttura con nodi di copertura non appartenenti ad alcun impalcato (e quindi "indipendenti" tra di loro) ed utilizzo dell'opzione *master-slave* per gli altri impalcati;
b) struttura con nodi di copertura appartenenti ad un unico impalcato ed utilizzo dell'opzione *master-slave* per tutti gli altri impalcati;
c) struttura con i nodi della copertura legati tramite un'opzione di vincolo a livello dei singoli solai, per gli altri impalcati vale l'opzione *master-slave*.

In tabella 3 si riportano i risultati ottenuti, per i tre diversi casi di modellazione, in termini di spostamento del nodo evidenziato in figura 10 e risolti con il solutore Xfinest®.

Tab. 3. Spostamento del nodo di copertura (cm)

	Modello A	Modello B	Modello C
U_x	0.049	0.009	0.064
U_y	-0.032	-0.014	-0.014
U_z	-0.082	-0.089	-0.083

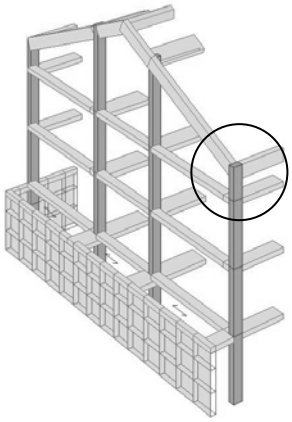


Fig. 10. Nodo al punto di imposta della copertura

L'analisi dei risultati riportati in tabella, mostra come l'abbassamento in direzione *z* risulta simile nei casi B e C. La differenza tra questi ed il caso A è da imputare ai vincoli presenti nelle opzioni B e C. Osservando invece lo spostamento in direzione *x*, nel caso B, a causa dell'opzione di piano rigido, non si hanno praticamente spostamenti nella direzione di spinta della falda. Questo risultato va considerato criticamente perché porta alla perdita dell'effetto spingente della copertura. Le figure 11 e 12 mostrano le configurazioni deformate degli elementi di copertura nei casi A e B.

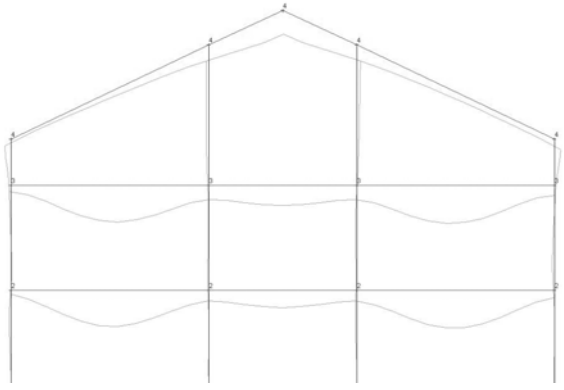


Fig. 11. Configurazione deformata per modellazione tipo A, presenza dell'effetto spingente della copertura

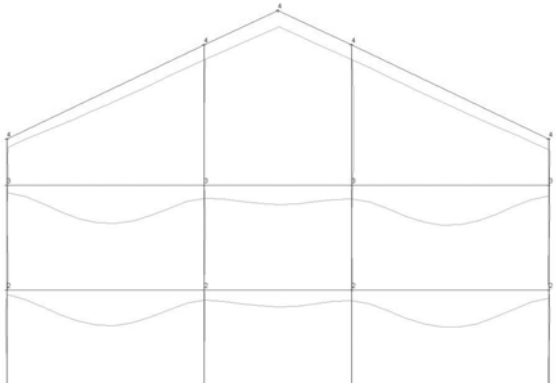


Fig. 12. Configurazione deformata per modellazione tipo B, assenza dell'effetto spingente della copertura

Per quanto riguarda le configurazioni deformate elastiche, quella relativa alla struttura con opzione *master-slave* anche nei nodi di copertura, mostra un comportamento non realistico tenendo conto del fatto che non vi sono nella struttura elementi a livello dei punti di imposta della copertura in grado di assicurare un effetto catena.

A completamento della discussione è opportuno precisare come l'opzione A presenta una variante interessante relativa alla creazione di due impalcati che raccolgono i nodi relativi ai due piani delle falde inclinate. In questo modo è possibile irrigidire le singole falde senza perdere l'azione spingente della copertura.

Infine nel caso in cui si avesse avuto un edificio con copertura impostata a partire dall'ultimo impalcato, la presenza delle travi di piano avrebbe consentito di assorbire l'azione spingente della copertura (Fig. 13).

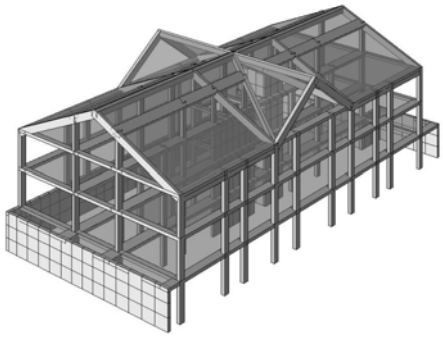


Fig. 13. Edificio con copertura non spingente

I risultati analizzati evidenziano come è necessario, anche in casi del tutto normali, avere piena consapevolezza del modello reale di calcolo. È opportuno che il software in uso metta a disposizione in modo chiaro e consapevole diverse opzioni di vincolo, in modo che l'utente possa operare le proprie scelte conoscendo quale sarà l'effetto prodotto sui risultati. Inoltre si deve sempre essere consapevoli dei limiti di funzionamento del solutore in modo da evitare configurazioni plausibili a livello di modellazione ma non risolvibili.

2.3. Modellazione ed uso degli elementi bidimensionali

Gli elementi finiti bidimensionali vengono correntemente utilizzati nella modellazione di strutture edili allo scopo di modellare il comportamento di setti, vani scale, muri di cantinato, piastre di fondazione, solette in elevazione, ecc. Questi elementi agiscono di solito in collaborazione con elementi monodimensionali quali le travi, i pilastri, le aste di strutture reticolari, ecc. Il loro comportamento è in questi caso sempre duplice: accanto al comportamento a piastra esiste sempre una parte di azioni membranali agente sugli elementi. In questi casi avremo sempre a che fare con elementi del tipo piastra-lastra.

Ai fini di un corretto utilizzo di questi elementi vi sono alcune aspetti che è opportuno conoscere e gestire allo scopo di evitare sorprese in fase di analisi. Questi aspetti sono tipicamente legati al solutore ad elementi finiti e si aggiungono a quelli altrettanto importanti legati alla fase di modellazione e *post-processing*:

a) conoscere la formulazione matematica dell'elemento finito (o di quelli utilizzabili se più di uno) che il solutore adotta;
b) verificare se l'elemento piastra è in grado di funzionare anche in presenza di rapporti lunghezza elemento/spessore piccoli (dell'ordine di 10:1 o inferiori) o se vi sono diversi elementi finiti a seconda del problema in esame;
c) verificare se gli elementi finiti bidimensionali utilizzabili possiedono anche il grado di libertà rispetto alla rotazione nel piano dell'elemento finito stesso (il cosiddetto *drilling degree of freedom*);
d) identificare rispetto a quali punti dell'elemento finito bidimensionale il solutore restituisce i valori delle sollecitazioni (momenti e tagli di piastra, azioni membranali, normali e taglianti).

a) La formulazione matematica degli elementi finiti piastra-lastra, in particolare per quanto riguarda la parte flessionale, è un tema su cui si indaga da molti anni fa e ancora oggi la discussione non può considerarsi esaurita. Numerose sono le formulazioni di elementi piastra che nel tempo sono state proposte e che vengono impiegate negli odierni codici di calcolo (per una descrizione dei principali tipi di elementi si veda Rugarli, 2003).

Senza voler analizzare in dettaglio la materia si può affermare come esistono ormai alcuni elementi finiti che hanno dimostrato di essere decisamente affidabili per applicazioni nell'ambito dell'ingegneria civile.

L'aspetto importante è che tramite la manualistica e gli esempi di validazione presenti nel solutore deve essere possibile risalire alla formulazione degli elementi, al loro ambito migliore di utilizzo e agli eventuali limiti di impiego in casi particolari.

b) Ogni elemento finito bidimensionale presenta un determinato ambito di corretto funzionamento. Uno degli aspetti più importanti è la distinzione tra elementi in grado di lavorare in regime di piastra spessa. Questa situazione è peculiare nell'ingegneria civile in cui frequentemente, specialmente quando si definiscono le platee di fondazione, si hanno elementi con rapporti lunghezza/spessore molto bassi (prossimi ad 1).

In queste condizioni è necessario poter disporre di elementi in grado di gestire anche il contributo della deformabilità a taglio, altrimenti si arriverà a sottostimare i valori degli spostamenti e a non cogliere correttamente le sollecitazioni.

c) Gli elementi finiti bidimensionali tipicamente utilizzati nell'ingegneria civile sono costituiti da 4 oppure 3 nodi. A seconda della formulazione possiamo avere elementi che hanno 5 gradi di libertà per nodo (tre spostamenti e le due rotazioni flessionali) oppure 6 gradi di libertà (tre spostamenti e tre rotazioni di cui due flessionali ed una nel piano dell'elemento).

Uno dei problemi più importanti è quello di valutare l'effetto derivante dall'accoppiamento tra gli elementi bidimensionali e gli elementi trave quando per effetto dei carichi verticali sulle travi la rotazione agli estremi delle travi innesca una rotazione nel piano dell'elemento lastra-piastra.

In questa situazione è opportuno comprendere al meglio il comportamento dell'insieme trave-setto a secondo del tipo di elemento finito bidimensionale che si ha a disposizione. Se l'utente dispone di software che utilizzano elementi bidimensionali con 5 gradi di libertà per nodo di solito si dovrà intervenire bloccando il 6 grado di libertà tramite un vincolo esterno di rotazione. Nel caso invece di elementi a 6 gradi di libertà per nodo esistono diverse strade possibili. La più utilizzata è quella di aggiungere una rigidezza fittizia nella matrice dell'elemento bidimensionale, la cui entità è pari al minimo termine diagonale presente nella matrice moltiplicato per un fattore riduttivo molto piccolo (ad esempio 10^{-3}, 10^{-5} o anche meno). Questo intervento sarebbe in realtà corretto solo nei casi di strutture in cui tale grado di libertà non viene mai attivato in modo da evitare labilità grossolane. Purtroppo questa modifica viene fatta in fase di generazione della matrice del singolo elemento finito, prima dell'assemblaggio e quindi in una fase in cui ancora non si sa quali termini di rigidezza confluiranno su quel grado di libertà. In queste condizioni si ha in generale un aumento di rigidità non realistico. Per capire meglio queste problematiche facciamo riferimento ad alcuni esempi pratici risolti utilizzando software commerciali.

Xfinest possiede due diversi tipi di elementi piastra-lastra: Isoshell e QF46. La formulazione dell'elemento Isoshell (Dvorkin, Bathe, 1984) è molto interessante perché consente di soddisfare i requisiti della teoria dei gusci spessi senza però ricadere nelle problematiche di *shear locking*. Tutte le componenti del tensore delle deformazioni sono integrate, nel piano medio, con ordine di integrazione gaussiana 2×2; il miglioramento introdotto consiste nell'adottare differenti criteri di interpolazione per le componenti nel piano (legate alle azioni membranali ed ai momenti) e fuori piano (associate ai tagli). Se nel definire il comportamento flessionale è utilizzata una procedura che migliora il comportamento, la rigidezza membranale, invece, coincide con quella dell'elemento isoparametrico classico (a 3 o 4 nodi). Vanno quindi tenute presenti tutte le limitazioni alle quali questo tipo di elemento è sottoposto. Per ogni nodo, sono attivi tutti i sei gradi di libertà (tre spostamenti e tre rotazioni) ma la matrice di rigidezza preserva comunque una labilità nella rotazione attorno alla normale al piano medio nel generico nodo: in altri

termini, oltre ai sei autovalori nulli (associati a sei moti rigidi indipendenti), la matrice di rigidezza possiede tanti ulteriori autovalori nulli quanti sono i nodi di incidenza; a questi autovalori, corrispondono autovettori rappresentati da pure rotazioni attorno alle singole normali (*drilling modes*). Per evitare problemi in sede di soluzione del sistema risolvente, viene aggiunta - in ogni nodo - una rigidezza rotazionale nella direzione della normale nel nodo. Tale rigidezza è assunta di default pari a K_{drill} = (minima rigidezza flessionale diretta)×10^{-7}. Questa rigidezza risulta molto piccola e serve solo per evitare la labilità.

L'elemento QF46 (Taylor, Simo, 1985; McNeal, Harder, 1988) è una variante dell'elemento Isoshell, anche per quel che riguarda il tipo di risultati che fornisce. Le principali differenze riguardano la possibilità di avere una rigidezza consistente alla rotazione attorno alla normale (*drilling mode*) e la possibilità di attivare una formulazione tale da migliorare considerevolmente il comportamento membranale (deformazione nel piano) dell'elemento. Questo elemento, a differenza dell'elemento Isoshell, possiede una rigidezza consistente per rotazioni nella direzione della normale al piano medio dell'elemento stesso. Tuttavia è bene che a tale grado di libertà non si dia un vero e proprio significato di rotazione normale del nodo. Tale rotazione è infatti in realtà un grado di libertà che consente di attivare, internamente, funzioni di forma paraboliche piuttosto che lineari, funzioni che per altro sono associate solo agli spostamenti ed hanno lo scopo di migliorare le prestazioni della parte membranale dell'elemento. Pertanto entrambi questi elementi possiedono 6 gradi di libertà per nodo ma con modalità diverse per la determinazione della rigidezza alla rotazione nel piano dell'elemento.

Nella figura 14 si riporta un semplice esempio relativo ad un setto verticale nel quale è inserita in sommità un'asta incastrata. Svolgendo il calcolo della struttura soggetta alla sola azione del peso proprio e facendo uso dei due elementi finiti bidimensionali implementati in Xfinest e prima descritti (Isoshell e QF46) si hanno comportamenti molto diversi. Utilizzando l'elementi Isoshell, il software interrompe il calcolo evidenziando il seguente problema:

WARNING: Il rapporto tra il massimo ed il minimo pivot della matrice è maggiore di 1e14. Il modello può essere numericamente instabile o possono essere presenti labilità di una parte o dell'intera struttura.

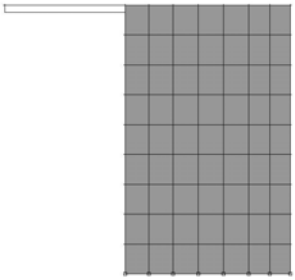


Fig. 14. Mensola inserita nel setto verticale

Utilizzando invece l'elemento QF46 non vi sono problemi. Nel primo caso quindi l'introduzione di una rigidezza molto piccola non impedisce al modello di risultare mal definito a livello numerico. Nel secondo tutto sembrerebbe a posto ma è opportuno sottolineare quanto già introdotto nel capitolo 4. Il risultato va considerato valido solo a livello globale e non allo scopo di valutare le tensioni localmente nell'intorno del collegamento trave-setto. In alternativa sarebbe meglio utilizzare schemi come quelli suggeriti nel paragrafo 7 del capitolo 4 in cui la trave viene fatta proseguire in modi diversi all'interno del setto.

Allo scopo di esemplificare ulteriormente quanto scritto si riporta di seguito l'esito di un confronto tra le diverse tipologie di elementi bidimensionali utilizzando un modello più completo. L'esempio è relativo ad un analisi dinamica con la tecnica dello spettro di risposta eseguita sull'edificio rappresentato in figura 15a. Le analisi sono state svolte facendo uso dei software Xfinest ed Ansys®/CivilFEM®.

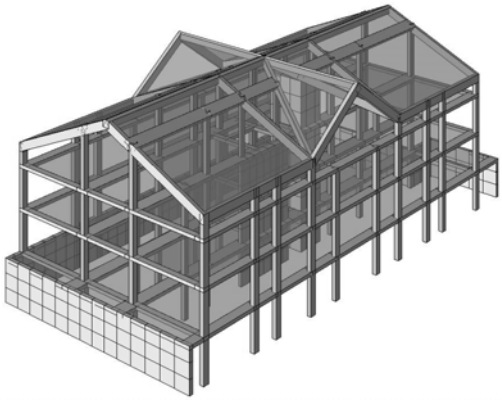


Fig. 15a. Edificio utilizzato per analisi sismica

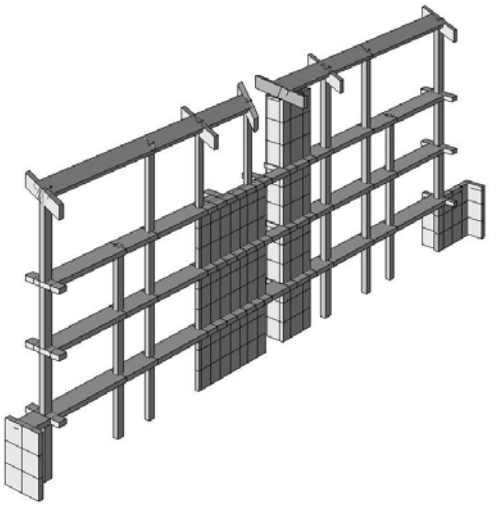


Fig. 15b. Telaio longitudinale

I carichi agenti considerati sono quelli verticali (peso proprio, permanenti, tamponature esterni, carico neve) ed un sisma agente in direzione x, y e z, derivante da una struttura posta in zona 4, classe terreno D, fattore di struttura pari 3.465. Tutti i carichi verticali partecipano come masse ai fini dell'analisi sismica. La combinazione dei modi e delle azioni dovute al sisma nelle due direzioni è stata fatta utilizzando in entrambi i casi la formula SRSS (radice quadrata della somma dei quadrati).

Nei calcoli si è fatto uso degli elementi *Isoshell* e QF46 implementati in Xfinest e dell'elemento *Shell43* implementato in Ansys®/CivilFEM®.

L'elemento *Shell43* di Ansys®/CivilFEM® possiede 6 gradi di libertà per nodo. La formulazione risulta simile a quella descritta nei precedenti due elementi finiti di Xfinest, potendo quindi gestire anche i tagli fuori piano. In merito al sesto grado di libertà, è possibile considerare anche in questo caso una rigidezza significativa nel caso di rotazioni nel piano dell'elemento finito, che viene calcolata secondo una tecnica diversa rispetto a quella implementata in Xfinest. Per i dettagli della teoria si veda la documentazione Ansys, 2005.

Esaminiamo i valori dei momenti di piastra M_y (momenti aventi asse di rotazione orizzontale) presenti nel setto centrale del telaio (Fig. 15b). Le figure 16a, 16b e 16c mostrano i diagrammi ottenuti utilizzando i due elementi finiti bidimensionali di Xfinest *Isoshell* e QF46 e l'elemento *Shell43* di Ansys®/CivilFEM®. In tabella 4 sono riportati i valori massimi.

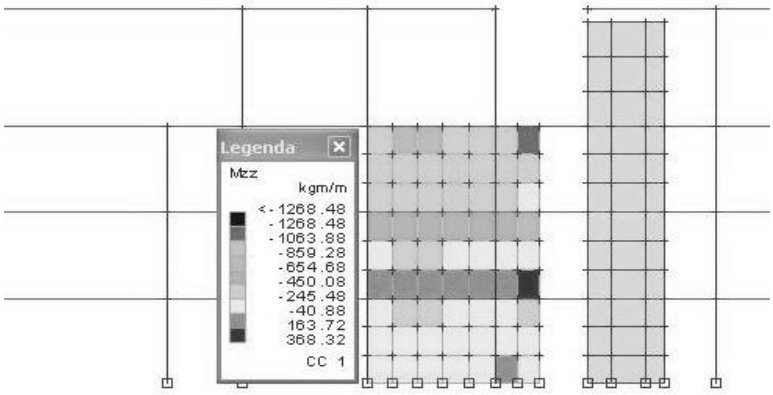


Fig. 16a. Diagramma M_y elemento ISOSHELL Xfinest

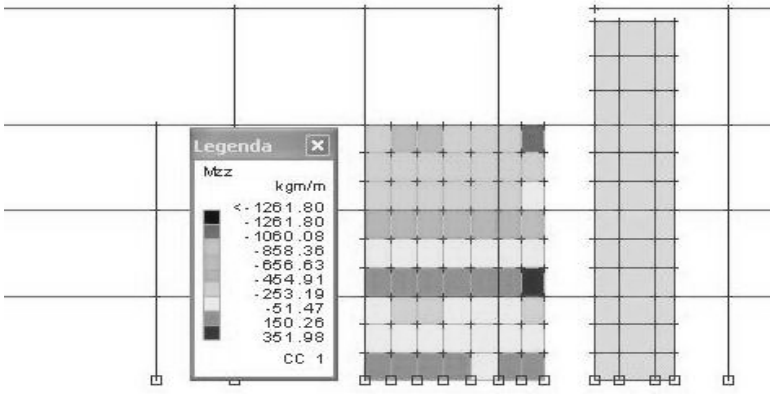


Fig. 16b. Diagramma M_y elemento QF46 Xfinest

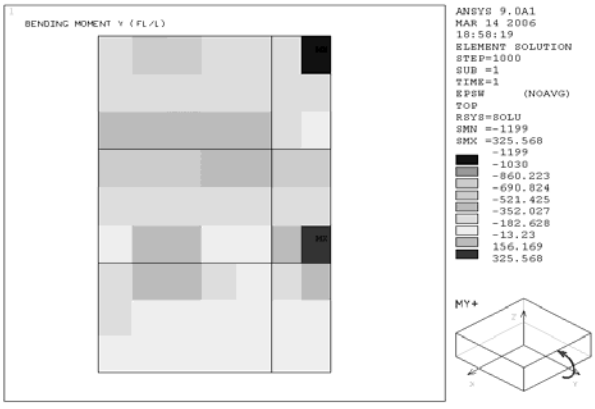


Fig. 16c. Diagramma M_y elemento SHELL43 Ansys®-CivilFEM®

Tab. 4. Valori del momento M_y (kNm/m)

	Xfinest ISOSHELL	Xfinest QF46	Ansys® SHELL43
M_y min	-12.68	-12.62	-11.99
M_y max	3.68	3.52	3.25

I risultati mostrano un buon accordo sia a livello dei valori massimi e minimi sia osservando la distribuzione delle sollecitazioni nella mappe del tipo "locale" (si veda il paragrafo successivo per una più ampia discussione di questo tipo di risultato) in modo da evitare differenze legate alle operazioni di interpolazioni tra i 2 software. Anche in questo caso dobbiamo "diffidare" dei valori di tensione locale nei punti di collegamento trave-setto e sarebbe opportuno proseguire nella modellazione estendendo le travate all'interno del setto, come suggerito nel capitolo 4. Nell'esempio in questione l'utente può utilizzare il risultato per capire che sta lavorando con elementi finiti simili tra loro nelle formulazioni flessionali e membranali e pertanto potrà, a livello globale, svolgere confronti corretti. Rimane poi il suggerimento di insistere di fronte a queste situazioni esaminando in profondità il manuale utente dei software per capire se ad esempio gli elementi bidimensionali possiedono ulteriori opzioni nelle formulazioni membranali (cosa possibile nel caso dell'elemento SHELL43 e dell'elemento QF46) e quali effetti hanno sul calcolo. Di fronte ad una stessa analisi svolta con diverse opzioni e con risultati simili tra loro l'utente certamente non potrà che essere rassicurato sulla bontà del suo calcolo.

d) La ricostruzione delle sollecitazioni in un generico elemento finito viene eseguita facendo riferimento ad alcuni punti "notevoli". Di solito questi punti sono i punti di Gauss, in cui i valori degli sforzi sono più accurati (Bathe, 1982), o il centroide dell'elemento stesso, nel caso degli elementi a 4 nodi. A partire da questi valori, il software procede a valutare gli sforzi nei nodi dell'elemento.

Questa operazione comporta un approssimazione ed allo scopo di ottenere risultati attendibili la *mesh* dovrà essere opportunamente fitta.

Bisogna poi tenere conto che il singolo elemento fa parte di una *mesh* e quindi vi saranno valori nodali per ogni elemento finito da rendere compatibili con quelli degli elementi adiacenti.

Avremo certamente dei valori di sollecitazione differenti tra loro, di entità più o meno grande a seconda del grado di raffinatezza della *mesh*. Nella fase di costruzione del diagramma di azioni viene eseguita una operazione di *smoothing* tramite la quale si arriva a definire una mappa omogenea di valori.

Senza voler analizzare in dettaglio le modalità esecutive di questa operazione ai fini di una corretta e consapevole valutazione dei risultati sarà molto importante poter accedere a risultati grafici non mediati (le cosiddette mappe di colore delle sollecitazioni locali sugli elementi).

L'analisi di una mappa così costruita permetterà di verificare da un lato la bontà delle *mesh* generate e dall'altro darà una visione qualitativa dell'effetto provocato dalla procedura di *smoothing* operata dal software di *post-processing*. In queste situazioni risulterà molto utile poter disporre di mappe relative direttamente agli scarti presenti tra i valori ai nodi dei vari elementi (si veda Rugarli, 2003, per un approfondimento in questo ambito).

Facendo riferimento all'esempio prima trattato, in figura 17a e 17b si riportano due diverse mappe di colore[1] (da vedere in termini qualitativi) che rappresentano rispettivamente lo stato di sollecitazione di tipo "globale" e "locale" presente negli elementi bidimensionali relativi ad uno dei telai longitudinali presenti nell'edificio già analizzato. L'analisi svolta è di tipo sismica statica equivalente. I risultati sono ottenuti facendo uso del software Xfinest.

L'analisi della mappa di colore di tipo locale aiuta l'utente a capire se la *mesh* costruita è adeguata rispetto allo scopo che vogliamo raggiungere. Una buona gradazione dei colori, senza grossi salti, può essere considerata come indice di una buona *mesh* e di risultati ben attendibili. Se l'obiettivo risulta quello di condurre una analisi globale della struttura seguita dalla progettazione degli elementi di parete allora possiamo avere buoni risultati adottando 4-5 elementi per ogni interpiano e

[1] L'output grafico del programma è a colori. Nel presente testo le immagini sono riportate come scale di grigio.

una taglia di circa 50-60 cm in direzione orizzontale. Se però si vogliono analizzare i risultati in dettaglio in alcune zone della struttura ed in particolare vogliamo cogliere i risultati sui bordi stessi degli elementi finiti dovremo per forza raffinare la *mesh*.

Ricordiamo infine che l'operazione di interpolazione a partire da un valore in corrispondenza del baricentro dell'elemento o dei punti di Gauss (che comunque non sono sul bordo dell'elemento) calcola i valori ai nodi degli elementi. Se la dimensione degli elementi non è piccola il valore ottenuto sul nodo può non essere significativo per condurre un analisi dettagliata dello stato di sollecitazione.

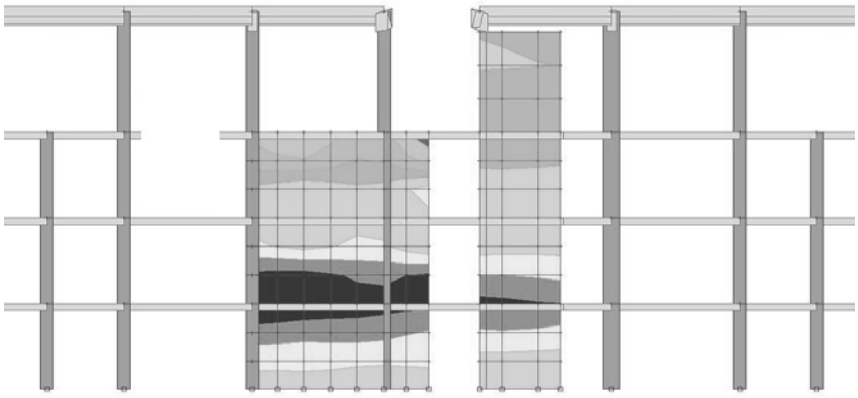


Fig. 17a. Mappa di tipo "globale" su elementi bidimensionali, con operazione di media ai nodi

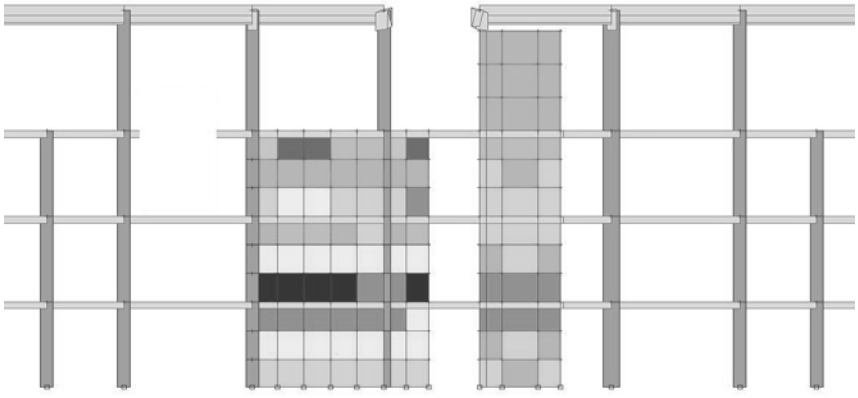


Fig. 17b. Mappa di tipo "locale" su elementi bidimensionali

2.4. Modellazione del comportamento dei setti verticali

Tenuto conto di quanto descritto nei paragrafi precedenti appare chiaro come una volta noto il tipo di elementi finito a disposizione ed una volta controllato la qualità della *mesh* il problema risulta definito e risolubile senza particolari problemi.

In questo paragrafo si vuole introdurre un nuovo aspetto legato alla possibilità di poter modellare i setti verticali o i muri di cantinato facendo uso non di veri elementi finiti ma di elementi bidimensionali simulati tramite un sistema di aste equivalenti. Questa opzione si ritrova in alcuni modellatori presenti sul mercato e può risultare utile perché consente, in modo più rapido e con risultati accettabili, di svolgere analisi su strutture prima di eseguire la *mesh* definitiva e quindi potendo gestire modelli di dimensioni più ridotte.

Allo scopo di esemplificare quanto appena descritto si prende in considerazione l'edifico visualizzato in figura 18.

Lo stesso modello viene realizzato utilizzando in un caso elementi bidimensionali costituiti da aste equivalenti (modello tipo A); nell'altro creando invece una *mesh* di veri elementi bidimensionali (modello tipo B).

Nel caso dei sistemi di aste la trasformazione adottata è la seguente: considerando un generico setto verticale ai lati del muro vi sono due

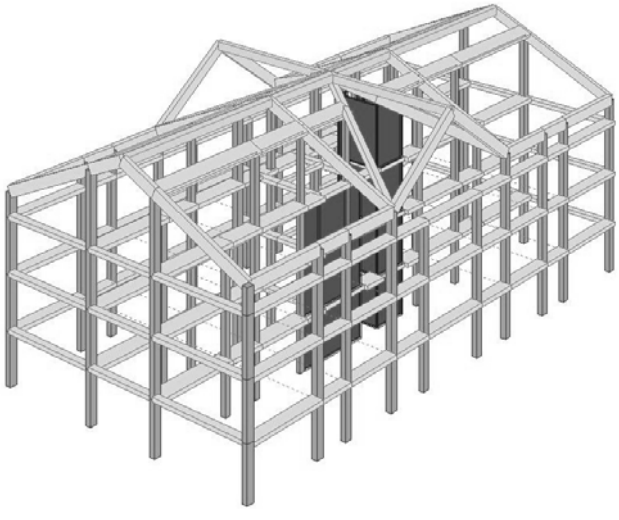


Fig. 18. Edificio con muri con aste equivalenti

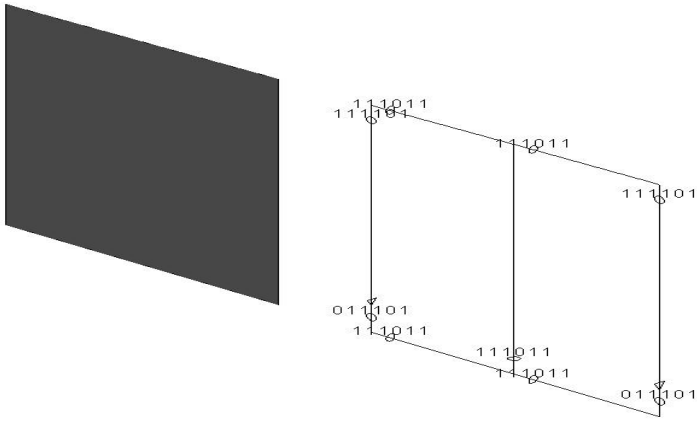


Fig. 19. Aste equivalenti per modellazione setto verticale

ritti non resistenti a sforzo normale e vincolati a cerniera nel piano del muro. Nel piano ortogonale al setto i ritti sono vincolati a incastro o a cerniera a seconda se si vuole o meno considerare una resistenza a flessione trasversale. In testa ed al piede avremo aste aventi una sezione pari a metà del muro e svincolate rispetto alla torsione solo nel primo estremo. Al centro abbiamo un ritto vincolato ad incastro nel piano del muro. Come già descritto per i ritti laterali, nel piano trasversale avremo una cerniera solo nel caso di comportamento membranale del setto. Nella figura 19 è riportato un esempio di setto verticale trasformato in aste equivalenti. I simboli rappresentano i codici di svincolo delle aste (ad esempio il codice 111011 indica un'asta che presenta uno svincolo solo rispetto alla torsione).

Il confronto viene svolto utilizzando il solutore Xfinest ed analizzando i seguenti aspetti:

a) valori del primo periodo a seguito di analisi modale;
b) deformate del telaio longitudinale per analisi sismica statica equivalente;
c) momenti di incastro alla base del vano scala per analisi statica e sismica statica equivalente;
d) spostamento in testa al vano scala per analisi sismica statica equivalente.

Il valore del momento flettente globale alla base del vano scala è stato determinato integrando i valori di sollecitazione derivanti dagli elementi bidimensionali. In figura 20 e 21 sono riportate le deformate di uno dei telai longitudinali per i casi A e B. In tabella 5 si riporta il confronto in termini numerici.

I risultati mostrano come globalmente la modellazione a muri equivalenti coglie bene il comportamento strutturale dell'interno edificio. In presenza invece di un azione sismica e quindi di forze orizzontali la schematizzazione a muri equivalenti porta ad ottenere spostamenti più elevati riuscendo meno a cogliere la reale rigidezza nel piano dei setti verticali.

In linea di principio, in alcuni casi può essere utile eseguire una prima serie di analisi adottando schemi equivalenti. Questo consente all'utente di definire le caratteristiche delle strutture lavorando su modelli più limitati nelle dimensioni. Successivamente potrà essere realizzata la *mesh* trasformando tutti i muri equivalenti in veri elementi bidimensionali.

È sempre importante conoscere che tipo di schematizzazione viene tradotta per il solutore. In questo modo, preso confidenza con le due possibili schematizzazioni si potrà, in alcuni casi opportuni, adottare magari solo una delle due tecniche essendo però certi della bontà dei risultati.

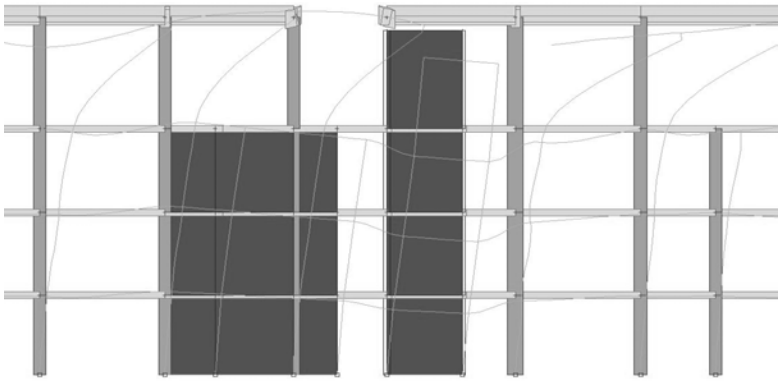


Fig. 20. Configurazione deformata per modello A, muri equivalenti

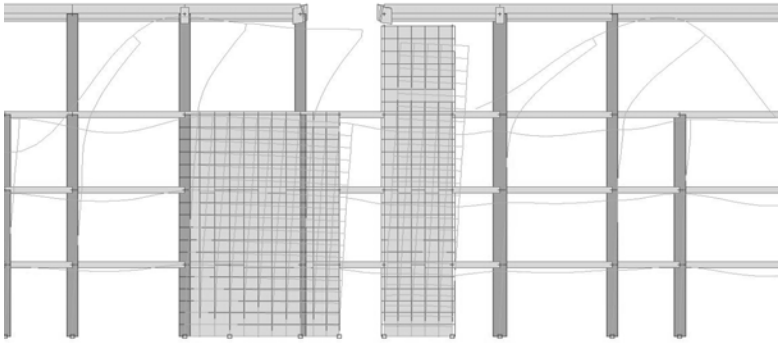


Fig. 21. Deformata per modello B, veri elementi bidimensionali

Tab. 5. Confronto risultati

	Modello A	Modello B
Periodo 1° modo (s)	1.079	1.107
U_x vano scala (cm)	0.080	0.060
M_y vano scala (Stat)	0.026	0.046
M_y vano scala (Din)	-4.387	-0.692

2.5. Le gestione dei carichi verticali sugli elementi

Nel paragrafo 2.1 abbiamo descritto differenti modalità di modellazione di una struttura distinguendo tra modellazione baricentrica, con zone rigide o con *offset*. In questi ultimi due casi è presente una criticità che l'utente è bene possa chiarire.

Quando si procede a definire un modello strutturale e si utilizzano elementi *beam* l'attivazione delle zone rigide o degli *offset* riduce di fatto il tratto deformabile dell'asta sul quale viene considerato agente un eventuale carico distribuito. Si pone quindi il problema di come verrà gestita la parte di carico persa.

In generale i modellatori offrono diverse opzioni di recupero legate o alla sola parte verticale dei carichi oppure anche tenendo in conto l'effetto a livello di momento flettente.

Questa verifica è essenziale altrimenti eventuali test di confronto anche solo manuali non potranno che risultare non soddisfatti in termini di risultanti globali. Se vi sono dubbi si potrà sempre verificare direttamente sul solutore l'entità del carico su alcune aste campione.

2.6. Modalità di esecuzione delle analisi dinamiche con il metodo dello spettro di risposta

L'analisi dinamica riveste ormai un importanza notevole soprattutto alla luce dei recenti sviluppi normativi.

L'analisi dinamica consta di un serie di passi, molti dei quali vengono ormai gestiti in modo automatico e poco trasparente per l'utilizzatore. In queste procedure esistono alcune criticità importanti che non possono essere trascurate e delle quali, come al solito, sarà necessario raggiungere una adeguata conoscenza. Gli aspetti da evidenziare sono i seguenti:

a) modalità di generazione della matrice di massa;
b) modalità di esecuzione della fase di analisi modale ed in particolare la tecnica di estrazione degli autovalori;
c) modalità di controllo delle percentuale di massa coinvolte.

a) La generazione della matrice di massa riveste notevole importanza poiché tale matrice, insieme a quella di rigidezza già nota dall'analisi statica, consente di definire completamente la risposta dinamica della struttura.

Nei termini della matrice di massa compaiono i contributi legati ai carichi gravitazionali agenti sulla struttura che vengono trasformati in masse secondo diverse direzioni. L'aspetto importante consiste nel poter controllare e conoscere quali carichi divengono masse e secondo quali direzioni.

La matrice di massa può essere generata in tre modi diversi: *Consistent*, *Lumped* o un misto tra i due.

La matrice di massa di un generico elementi finito di tipo *Consistent* viene generata facendo uso delle stesse funzioni di forma utilizzate negli elementi per la generazione dei termini delle matrici di rigidezza. In questo modo avremo una matrice "piena", con termini di massa anche fuori diagonale. L' approccio *Lumped* prevede invece che le masse siano concentrate in corrispondenza dei nodi di congruenza della struttura con la conseguenza che la matrice di massa risulterà diagonale. In presenza di un approccio *Lumped* bisognerà chiarire quali dei termini presenti sulla diagonale principale della matrice di massa vengono determinati dal modellatore. In generale i termini non nulli sono quelli solo

legati alle traslazioni nel piano xy ed alla rotazione rispetto all'asse z globale, ipotizzando quindi che le altre masse concentrate abbiano inerzia rotazionale trascurabile. In figura 22 è riportato un semplice schema, relativo al caso di due aste allineate, utile a distinguere i due approcci.

Chiarito questo aspetto esiste poi il problema di verificare in che modo i vari carichi vengono trasformati in massa perché in generale non tutti i solutori consentono di generare matrici di massa *Consistent* per tutti i tipi di carico. Ad esempio, Xfinest possiede opzioni specifiche per la gestione in modo *Consistent* delle masse derivanti dal peso proprio mentre per gli altri carichi bisogna procedere creando masse concentrate ai nodi. Ansys®/CivilFEM® invece mette a disposizione, per i vari tipi di elementi finiti, parametri di massa per unità di lunghezza/area/volume in modo da poter attivare per ogni tipo di carico matrici di massa *Consistent*.

Altro aspetto delicato è l'approccio che viene eseguito dal modellatore che per determinate ragioni potrà sfruttare solo alcune delle opzioni disponibili. Potremmo avere casi in cui un modellatore forzi un approccio di tipo *Lumped* anche se il solutore potrebbe gestire alcuni carichi in modo *Consistent*.

Per chiarire i termini del problema prendiamo in considerazione di nuovo il nostro edificio. Operiamo un confronto tra i due approcci *Lumped* e *Consistent* utilizzando il solutore Xfinest ed Ansys®/CivilFEM®.

L'esito del confronto viene riportato in tabella 6 andando a comparare i risultati in termini del periodo proprio a seguito di analisi modale con estrazione dei primi 4 modi di vibrare.

La tabella mostra come i valori risultano abbastanza simili tra i due solutori e tra i due approcci. Questa vicinanza è anche legata alla tipologia di struttura esaminata. Il comportamento della struttura è infatti

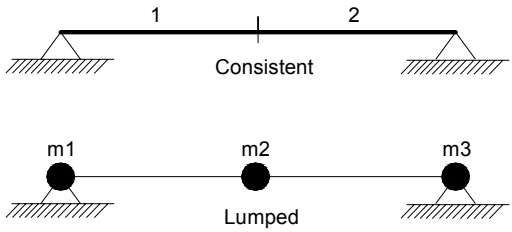


Fig. 22. Schematizzazione *Lumped* e *Consistent*

Tab. 6. Confronto tra i valori del periodo (s) per analisi modali

	Xfinest® *Lumped*	Xfinest® *Consistent*	Ansys® *Lumped*	Ansys® *Consistent*
1° modo	0.642	0.617	0.594	0.594
2° modo	0.378	0.360	0.392	0.386
3° modo	0.293	0.274	0.294	0.285
4° modo	0.257	0.246	0.242	0.241

dominato dalla presenza degli impalcati e dei setti verticali. L'approccio *Lumped* non porta quindi in questi casi a perdere il contributo di modi significativi ai fini dell'analisi modale e sismica dell'intero edificio.

Diverso è invece il caso di strutture molto allungate e composte da elementi *beam* (si pensi ad esempio ad una torre simulata con elementi *beam*). In queste situazioni risulterà necessario, in caso di approccio di tipo *Lumped*, provvedere ad una suddivisione delle aste presenti (almeno un'asta per metro), altrimenti sicuramente andrà perso il contributo di modi e periodi determinanti ai fini della valutazione del comportamento della struttura.

b) La modalità di estrazione degli autovalori è una fase importante in quanto permette di determinare i valori delle frequenze proprie e dei periodi di oscillazione della nostra struttura. In generale esistono diverse tecniche di estrazione degli autovalori; in questa sede non si vuole entrare nel merito matematico dei diversi approcci. I due tipici metodi correntemente utilizzati prendono il nome di metodo di iterazione nel sottospazio e metodo di *Lanczos*. Il primo è uno dei primi metodi sviluppati storicamente ed è certamente il più utilizzato tra i vari solutori. Il secondo presenta un approccio matematico più esteso, utile anche per risolvere problemi con matrici non simmetriche o a termini complessi, ed inoltre si ha una maggiore rapidità di convergenza.

È importante per l'utente verificare quali metodi ha a disposizione in sede di analisi modale e certamente il fatto di disporre di più di un metodo consente maggiore versatilità e la possibilità di risolvere casi particolari in cui magari uno dei metodi non riesce a completare la soluzione oppure risulterà utile per l'operatore eseguire un confronto tra più

tecniche. In generale per analisi di edifici o strutture in ambito civile i due metodi portano a risultati molto simili tra loro. Nel caso di Xfinest sono disponibili entrambe le tecniche di estrazione di autovalori prima descritte (Rugarli, 2003) mentre Ansys®/CivilFEM® dispone, oltre ai due metodi citati, di altri 5 metodi descritti nella manualistica del software.

L'aspetto importante per l'utente è sempre quello di verificare le opzioni gestite per il solutore in uso. In generale sarebbe sempre meglio poter disporre di più di un metodo di estrazione in modo da poter scegliere la tecnica appropriata a seconda del tipo di problema in esame.

c) In fase di esecuzione dell'analisi modale il solutore procede a determinare per ogni modo di vibrare il relativo coefficiente di partecipazione e la percentuale di massa della struttura coinvolta per ogni direzione. Dato che in generale le normative impongono un valore minimo da considerare, l'utente deve essere sempre sicuro che i modi richiesti siano sufficienti a soddisfare questo requisito.

È chiaro che se la scelta è lasciata completamente all'utente, si dovrà in generale procedere per tentativi. Una soluzione a questo problema è quella proposta in Xfinest, dove a partire dal numero di autovalori da estrarre, indicato dall'utente, durante la fase di calcolo viene monitorata la percentuale di massa movimentata e, se non risultasse sufficiente, il software procede in automatico ad estrarre nuovi modi di vibrare finché non viene raggiunta la soglia minima.

2.7. Segnalazioni di errore durante la fase di calcolo

Abbiamo visto come la modellazione di una struttura è un operazione piuttosto complessa perché porta alla realizzazione di un oggetto composto da numerosi elementi finiti tra di loro differenti nel comportamento e nella formulazione matematica. Oltre agli elementi la struttura possiede sempre una serie di carichi base e dei vincoli con il terreno.

Durante la fase di modellazione abbiamo descritto una serie di aspetti critici con i quali l'utente deve confrontarsi e deve raggiungere un adeguata comprensione e controllo.

L'utente ha in generale a sua disposizione diversi strumenti di controllo per verificare la bontà della modellazione. Esistono però alcune criticità che possono essere ben evidenziate durante la fase di calcolo. Il so-

lutore dovrà essere in grado di visualizzare opportuni messaggi di *warning* e se necessario provvedere ad interrompere l'esecuzione dell'analisi.

Riassumiamo di seguito i principali punti critici nei quali è essenziale il ruolo della messaggistica da parte del solutore:

a) problemi di labilità;
b) problemi di "malcondizionamento" strutturale;
c) problemi legati ad elementi bidimensionali distorti.

a) I problemi legati alla mancanza di vincoli o all'eccesso di svincolamenti interni sono sicuramente i più evidenti perché portano all'interruzione del calcolo. In realtà è opportuno evidenziare come alcuni solutori in presenza di configurazioni labili ma in cui i moti rigidi rimasti liberi non vengono direttamente attivati dai carichi possono comunque arrivare alla soluzione. Questa situazione è decisamente pericolosa perché porta l'utente ad interpretare la conclusione del calcolo come indicatore di correttezza comunque del modello. È chiaro che un primo esame, sempre fondamentale, della deformata toglierebbe ogni dubbio sull'esito del calcolo ma la situazione richiederebbe un intervento a monte del solutore che in questi casi non dovrebbe terminare il calcolo. Nel caso dei gradi libertà inattivi (già presentati precedentemente) non bloccati dall'utente, il solutore dovrà segnalare l'anomalia.

b) Il problema del "malcondizionamento" strutturale è legato alle situazioni in cui si hanno strutture che presentano zone in cui la differenza di rigidezza è molto elevata. Il malcondizionamento della soluzione comporta che le soluzioni trovate possono essere "enormemente" sensibili a perturbazioni sui dati iniziali, vale a dire che modeste variazioni dei dati iniziali comportano grande differenze di soluzione, cosa chiaramente non accettabile.

Il motivo per il quale non è tecnicamente possibile ottenere sempre delle soluzioni esatte è che il calcolatore opera in cosiddetta aritmetica finita, lavora cioè con un numero finito di cifre. L'accumulazione degli errori di arrotondamento nella fattorizzazione conduce quindi, nel caso di sistemi malcondizionati, a soluzioni inattendibili. Una efficace modalità di ricerca di situazioni di questo tipo è quella relativa al controllo sui *pivot* (cioè il valore dei termini posto sulla diagonale principale della matrice di rigidezza rispetto ai quali vengono eseguite le operazioni di fattorizzazio-

ne) della matrice di rigidezza della struttura. In fase di calcolo il rapporto tra i pivot massimi e minimi viene raffrontato ad un opportuno valore di tolleranza che dipende dalla precisione della macchina. Nel caso tale rapporto sia molto piccolo si possono distinguere i seguenti casi: nel modello ho una rigidezza molto piccola quindi la soluzione è legata ad una scelta progettuale oppure ho una rigidezza nulla (labilità) che per motivi numerici è ancora un numero molto piccolo. Non è possibile distinguere a priori in quale dei due casi ci si trova, è compito quindi dell'analista capire se il problema è legato al modello o alla scelta progettuale. Senza voler entrare in dettagli tecnici, è opportuno che il software in questa situazione evidenzi un messaggio di attenzione che risulti come un "campanello d'allarme" su come si è modellata la struttura o sulle scelte progettuali stesse.

Nel caso di Xfinest ad esempio vi è un controllo di questo tipo. Se questo rapporto supera il grado di precisione massimo del computer il solutore genera un messaggio di *warning*. Altri software, come ad esempio Ansys®/CivilFEM®, monitorano in maniera più continua questi rapporti segnalando problemi anche per rapporti elevati ma non superiori alla precisione del computer; questo nell'ottica, più che giustificata, di instillare un dubbio nell'utente non solo nei casi estremi.

c) Uno dei problemi tipici è quello legato alla qualità delle *mesh* di elementi finiti bidimensionali. In fase di *meshatura* può capitare che di fronte a forme molto irregolari vengano generate *mesh* con elementi molto distorti in cui ad esempio gli angoli tra i lati di alcuni elementi finiti della *mesh* superano i 180° oppure vi sono elementi triangolari molto allungati (Bathe, 1982). In generale è consigliabile non introdurre elementi con angoli interni superiori a 180° o molto allungati. L'utente può disporre di strumenti di controllo più o meno accurati già in fase di modellazione oppure individuare in modo manuale i punti critici, perlomeno nel caso di modelli semplici. In presenza di modelli di grandi dimensioni e con *mesh* fitte tale controllo risulta molto difficoltoso; diviene importante disporre di adeguati *warning* da parte del solutore in fase di calcolo. Dal punto di vista pratico una operazione molto utile da svolgere, specialmente in presenza di strutture di grandi dimensioni che alla fine presenteranno numerosi elementi *shell*, sarebbe quella di eseguire analisi con il solo peso proprio su parti della struttura senza atten-

dere di completare la modellazione. Ogni analisi svolta sulla struttura fino a quel momento realizzata ci consentirà di intervenire per correggere eventuali anomalie di calcolo riducendo i tempi di intervento finale.

3. Analisi di una struttura in acciaio

3.1. La modellazione dei vincoli

Ogni struttura ai fini del calcolo deve possedere un adeguato numero di vincoli esterni in modo da scongiurare la presenza di moti rigidi che porterebbero inevitabilmente al blocco del solutore in fase di calcolo.

Questo aspetto, a parte errori grossolani viene ben gestito ed è ben riconoscibile sia grazie ad opportuni controlli presente nei vari modellatori strutturali sia perché non consente di terminare il calcolo.

Esistono però altri aspetti sui quali è necessario sviluppare un adeguato spirito critico allo scopo di evitare notevoli incomprensioni in fase di analisi dei risultati:

a) il problema dei gradi di libertà inattivi;
b) la presenza di malcondizionamenti nella matrice di rigidezza della struttura;
c) la modalità di gestione di situazioni di labilità relative a gradi di libertà non direttamente attivati in fase di calcolo.

Su questi tre aspetti è opportuno raggiungere il massimo grado di comprensione in quanto l'esito sui risultati è significativo.

I gradi libertà inattivi rappresentano situazioni in cui nella struttura non sono presenti veri e propri movimenti, ma solo movimenti di alcuni dei nodi. Questo accade quando si ha la connessione tra elementi a differente numero di gradi di libertà (connessione tra elemento *truss* ed elemento *beam* svincolato.

Queste "pseudo-labilità" possono portare a risultati inaccettabili e l'utente deve conoscere come poter procedere per risolverli ma soprattutto conoscere se il solutore interviene in suo aiuto ed in che modo.

Per esemplificare il problema prendiamo in esame una semplice struttura in acciaio (Fig. 23).

La struttura presenta telai trasversali (lungo il lato corto della struttura) secondo uno schema con incastro al piede e cerniera in som-

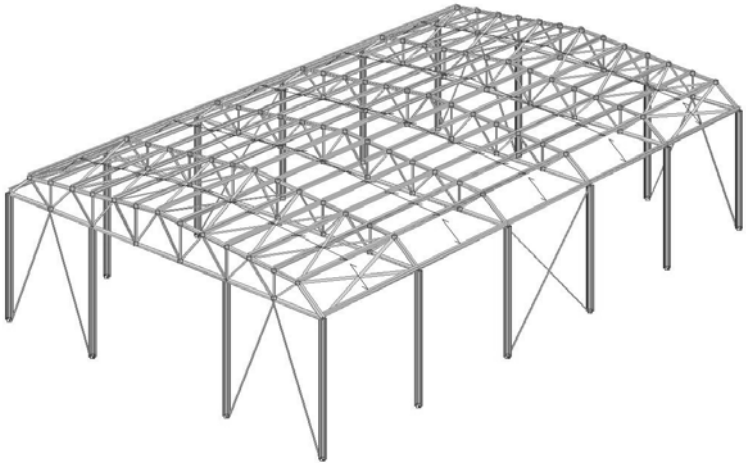


Fig. 23. Struttura in acciaio

mità dei pilastri. I telai longitudinali presentano sempre incastri al piede e allo scopo di irrigidire il loro comportamento per forze orizzontali sono presenti controventi longitudinali secondo uno schema a X.

Gli arcarecci di copertura sono modellati tramite elementi *beam* con svincolo del momento nel piano verticale; i controventi di falda sono schematizzati come *truss*, così come i diagonali ed i montanti nelle travature reticolari. I correnti superiori ed inferiori delle capriate sono modellati con elementi *beam*, con vincoli di continuità agli estremi.

Sulla base di quanto descritto la struttura presenta alcune connessioni *beam-truss* con l'elemento *beam* svincolato agli estremi e quindi non in grado di fornire la rigidezza necessaria nelle rotazioni flessionali. In questi punti di connessione nascono dei gradi di libertà inattivi.

Se si esegue una semplice analisi statica utilizzando Xfinest® anche con il solo peso proprio (operazione che consigliamo sempre quando in una struttura in fase di modellazione si vogliono quanto prima evidenziare eventuali problemi di calcolo) notiamo come il solutore interrompa il calcolo segnalando chiaramente la presenza di un problema. Xfinest riporta questo messaggio sia a video sia sotto forma di testo in un file apposito recuperabile dall'utente, di cui riportiamo uno stralcio:

> Alcune equazioni non hanno rigidezza nelle direzioni globali dopo l'assemblaggio. Verrà aggiunto una rigidezza fittizia molto elevata, ma la soluzione potrebbe avere dei problemi. In particolare potrebbero essere perse rispetto ai gradi di libertà che non presentano rigidezze.

Il solutore evidenzia la presenza di equazioni in cui non si ha alcun contributo alla rigidezza. Il solutore procede comunque nel calcolo aggiungendo una rigidezza fittizia ma segnala che la soluzione potrebbe avere dei problemi. In questi casi per risolvere il problema è possibile agire in due modi:

– modificare opportunamente i vincoli interni delle aste cercando di eliminare i gradi di libertà inattivi;
– aggiungere vincoli esterni alla sola rotazione; questi vincoli non creeranno alcun problema a livello di spostamento, occorrerà però verificare che non nascano reazioni vincolari.

In figura 24 è riportato lo schema di vincolo modificato nella struttura, nella quale sono stati cambiati i vincoli interni delle colonne che ora sono del tipo incastro-incastro nelle colonne negli angoli ed incastro cerniera nelle colonne interne.

Una configurazione di questo tipo non pone alcun problema al solutore.

Se invece siamo in presenza di strutture contenute solo in determinati piani nei quali si definiscono i vincoli ed i carichi, allora già a livello del modellatore si potranno avere strumenti per ridurre i gradi libertà attivi. Altra possibilità potrebbe essere quella, presente ad esempio in Ansys®/CivilFEM®, di impiegare direttamente elementi finiti piani.

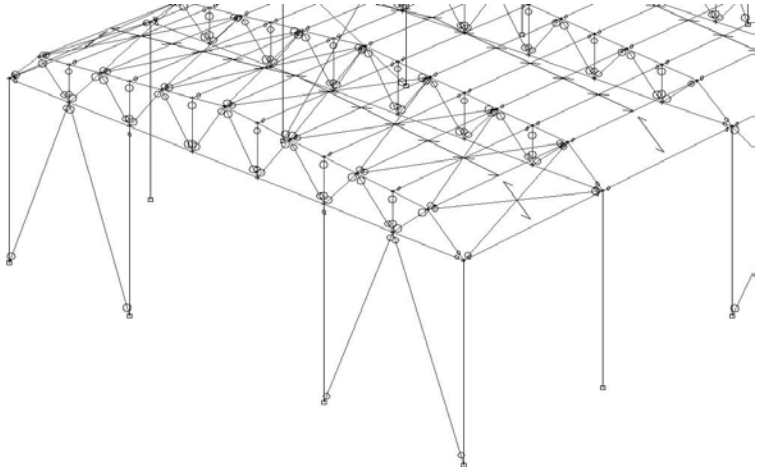


Fig. 24. Configurazione di vincolo interno corretto

4. Analisi di instabilità di una passerella pedonale

L'analisi di stabilità di una struttura è un tema molto vasto e risulta molto interessante esaminarne le problematiche che emergono facendo uso di un software di calcolo strutturale.

In generale il progettista che si trova a risolvere un problema di instabilità ha a disposizione due tipologie di soluzione:

– analisi di *buckling* linearizzata, a seguito di analisi statica;
– analisi di *buckling* non lineare.

L'analisi di *buckling* linearizzata consente di valutare il carico critico di tipo euleriano di una struttura per la quale si assuma un comportamento infinitamente elastico e carichi perfettamente centrati. La procedura non considera alcuna variazione geometrica nella struttura prima del raggiungimento del carico critico ed assume che gli spostamenti siano trascurabili fino a tale limite. In corrispondenza del raggiungimento del carico critico si assume l'esistenza di un punto di biforcazione (Fig. 25) nella curva carico-spostamento rappresentativa della risposta di una generica struttura. In corrispondenza del primo carico critico essa si trova di fronte a configurazioni multiple di equilibrio. Prima del raggiungimento di questo punto tutte le sollecitazioni negli elementi variano proporzionalmente ad unico fattore di carico λ.

Dal punto di vista matematico l'analisi di *buckling* linearizzata consiste nella soluzione di un problema agli autovalori ed autovettori (si veda Ansys, 2005, per un inquadramento teorico). Nella soluzione del problema entrano in gioco la matrice di rigidezza della struttura (**K**) e

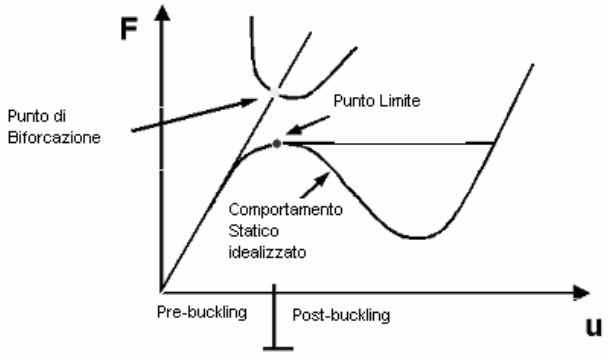


Fig. 25. Differenze tra analisi di stabilità lineare e non

quella degli sforzi ($\mathbf{K}_G$). La matrice degli sforzi rappresenta il contributo degli effetti geometrici e di sollecitazione presenti nella struttura a seguito di un'analisi statica.

La procedura si configura pertanto come basata sui seguenti passi:

- esecuzione di un'analisi statica in cui si valutano le azioni presenti nella struttura per effetto di determinati carichi base;
- generazione di una combinazione di carico relativa a tutti o ad alcuni dei carichi elementari prima calcolati;
- calcolo della matrice degli sforzi tenendo conto delle azioni presenti per la combinazione (o condizione base)di carico definita;
- estrazione dei carichi critici e delle configurazioni deformate di instabilità.

Tra le fasi sopra elencate l'aspetto più delicato è relativo alla costruzione della matrice degli sforzi. Questa non solo deve tenere in conto gli effetti legati alle azioni presenti nella struttura ma deve anche consentire di cogliere le diverse forme possibili di instabilità. Se in particolare si fa riferimento al caso di strutture composte da elementi monodimensionali possiamo avere i seguenti casi.

- instabilità flessionale;
- instabilità laterale o flesso torsionale;
- instabilità torsionale.

Il primo tipo si manifesta con l'inflessione dell'asta per effetto di carichi di compressione. È in genere determinante nel caso di profili laminati a caldo per sezioni aperte e dotate di doppia simmetria e per sezioni chiuse dotate di notevole rigidezza torsionale, sezioni nelle quali il centro di taglio coincide con il baricentro geometrico.

Nel caso di instabilità laterale (o flesso-torsionale) un'asta può sbandare lateralmente e torcersi nel contempo, collassando senza avere raggiunto tutte le risorse flessionali su cui si poteva contare. Il fenomeno è legato a vari parametri quali le rigidezze flessionali e torsionali della sezione traversale, il punto di applicazione del carico rispetto al baricentro della sezione oltre alle dimensioni dell'asta e la distribuzione dei vincoli.

Il terzo tipo di instabilità si genera in presenza di sezioni caricate assialmente o comunque secondo una direzione che non coincide con il centro di taglio della sezione. In questa situazione, per effetto della non

coincidenza nella sezione tra la posizione del centro di taglio e baricentro, si produce una rotazione della sezione che si accompagna all'inflessione laterale.

In presenza di una struttura complessa che presenta sezioni di vario tipo e configurazioni di carico differenti, tutte e tre le tipologie potranno in generale essere attivate e la valutazione dei carichi critici dovrebbe tenere conto di questi fenomeni.

A completamento di queste considerazioni è opportuno segnalare come nella valutazione della rigidezza torsionale di una sezione agiscono in generale due contributi: uno relativo alla torsione alla *De Saint Venant*, l'altro relativo alla torsione per ingobbimento. Questo secondo contributo diviene importante nel caso di profili aperti in parete sottile.

L'analisi di *buckling* linearizzata è un approccio che consente di avere solo una prima idea del vero comportamento di una struttura. Il grafico in figura 25 mostra infatti come nei riguardi di una curva carico-spostamento rappresentativa della risposta di una struttura, a causa della inevitabile presenza delle imperfezioni iniziali (errori o tolleranze in fase di costruzione) nella geometria o nella posizione dei carichi, del comportamento non indefinitamente elastico dei materiali, ecc., il valore del carico critico rappresenta sempre un limite teorico rispetto al valore reale a cui la struttura effettivamente raggiungerà il punto di collasso per instabilità.

Questo valore limite può nella realtà risultare superiore o nettamente inferiore a quello euleriano, a seconda del tipo di struttura in esame. Per poter esplorare con maggiore precisione il comportamento della struttura è opportuno eseguire un'analisi di *buckling* in ambito non lineare.

Questa consiste nell'esecuzione di un'analisi di tipo incrementale in campo statico. Nel processo iterativo, una parte dei carichi viene passo dopo passo incrementata fino a che la struttura non raggiunge una situazione di non convergenza (in cui ad esempio la variazione nei valori degli spostamenti tra un passo ed il precedente supera un certo valore di tolleranza).

Il solutore, in questo caso, non presuppone la presenza di un punto di biforcazione ma procede passo dopo passo ad aggiornare le matrici di rigidezza e degli sforzi tenendo in conto sia il contributo delle azioni e-

sterne ed interne, che vengono valutate a partire dalla configurazione deformata raggiunta in ogni fase di calcolo, sia eventualmente l' effetto delle imperfezioni iniziali e gli effetti non lineari legati al materiale.

Osservando sempre la figura 25 dobbiamo suddividere l'analisi non lineare in due parti. La prima consiste nella valutazione del comportamento della struttura fino al raggiungimento del carico ultimo di collasso di instabilità della struttura (*pre-buckling*). La seconda parte consiste nell'esplorare il comportamento nella parte oltre il punto limite (*post-buckling*).

L'aspetto relativo al comportamento di una struttura in termini di curva forza-spostamento merita una precisazione. Riprendendo quanto descritto nel manuale Xfinest, 2005, in generale possiamo avere comportamenti decisamente diversi tra le strutture. La curva rappresentata in figura 26 rappresenta ad esempio il comportamento, che definiremo di tipo "euleriano", di strutture soggette ad azione di compressione o ad azioni flettenti in presenza di sezioni a doppia simmetria (ad esempio sezioni rettangolare o doppia I), nelle quali la curva carico-spostamento risulta molto vicina a quella ideale fino a valori del carico prossimi a quello critico. L'instabilità si manifesta in modo improvviso con l'aumento repentino dei valori di spostamento e quindi l'impossibilità di raggiungere la convergenza nel calcolo.

In figura 27 abbiamo invece il caso di strutture soggette sempre ad azione di compressione e flessionale ma che presentano sezioni nelle quali il centro di taglio non coincide con il baricentro (sezione a C). Il comportamento in questo caso è di tipo "divergente" in quanto il punto

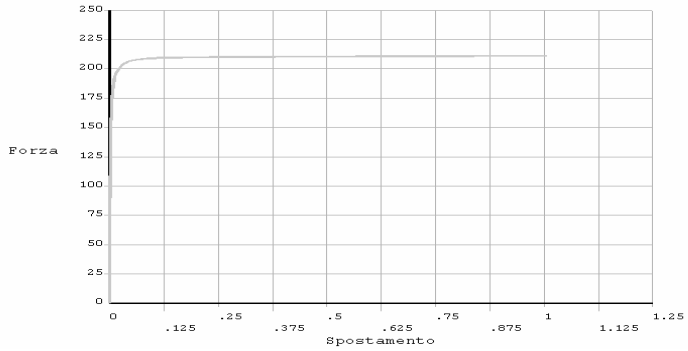


Fig. 26. Comportamento di tipo euleriano (sezioni a I)

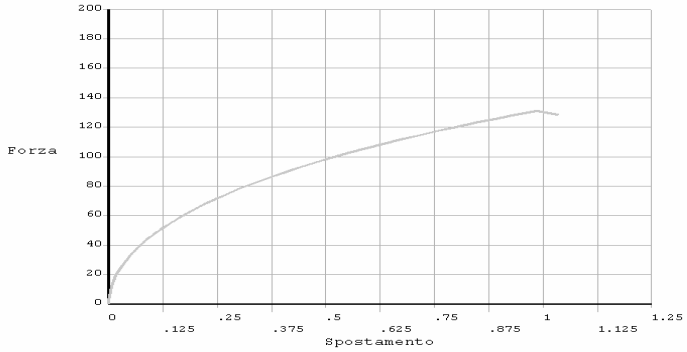


Fig. 27. Comportamento di tipo divergente (sezioni a C)

di collasso viene raggiunto per valori di carico ben al di sotto di quello ideale. Oltre la fase di *pre-buckling* si ha poi un comportamento che dipende anche dalla legge di comportamento del materiale.

In figura 28 abbiamo invece il comportamento denominato *snap-back* (generalizzazione di un fenomeno denominato *snap-through*) evidenziabile nelle strutture ribassate a guscio oppure tralicciate, dove, all'aumentare del carico, la struttura individua un regime diverso di equilibrio attraverso il cambio di comportamento dei componenti strutturali (passaggio "violento" da compressione a trazione).

L'analisi dei modelli caratterizzati da comportamenti tipo *snap-through* oppure s*nap-back* è realizzabile utilizzando algoritmi particolari. Una caratteristica comune di questi algoritmi è aggiungere parametri computazionali in grado di rimediare alla presenza di singolarità oppure indeterminazioni nella matrici di rigidezza della struttura durante

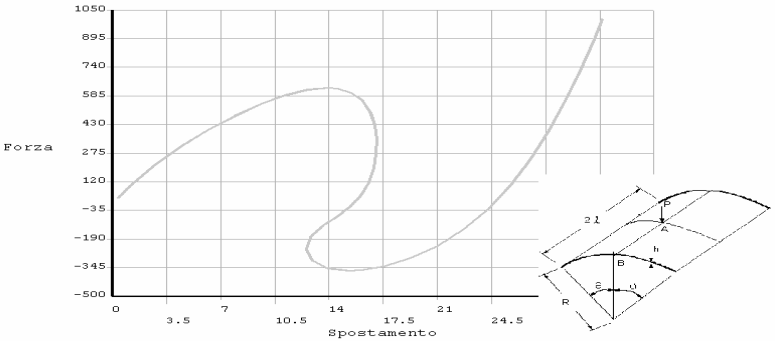


Fig. 28. Comportamento del tipo *snap-back* (volta ribassata)

il processo di fattorizzazione, eventi che elaborati con metodi tradizionali porterebbero a delle soluzioni fisicamente inammissibili.

L'analisi di *buckling* non lineare presenta quindi maggiori complessità ma rappresenta uno strumento di indagine essenziale per poter comprendere il reale comportamento di una struttura.

A conclusione di questo paragrafo è opportuno precisare come la soluzione del problema agli autovalori ed autovettori, citata nel casi dell'analisi di *buckling* linearizzata, può anche essere applicata considerando la matrice di rigidezza e geometrica ricavata a valle di un'analisi non lineare per geometria. Questo approccio è interessante perché consente di sfruttare un'analisi del secondo ordine per estrarre un valore del carico critico più realistico della struttura.

4.1. Criticità in fase di analisi di *buckling* linearizzata

Sulla base di quanto scritto nel paragrafo precedente l'utente deve conoscere i seguenti aspetti relativi alle funzionalità del software in uso:

a) quali tipi di instabilità vengono considerate nella costruzione della matrice degli sforzi;
b) quali sono i metodi di risoluzione utilizzabili per l'estrazione degli autovalori ed autovettori;
c) presenza o meno di tecniche di verifica del numero di autovalori richiesti ed estratti;
d) disponibilità di tecniche di *shifting* per la ricerca dei carichi critici;
e) eventuale gestione del contributo alla rigidezza torsionale derivante dall'ingobbimento impedito (*restrained warping*) della sezione trasversale.

a) Nel momento in cui operiamo un'analisi di *buckling* linearizzata dobbiamo conoscere esattamente che tipo di instabilità possiamo analizzare e verificare. Non è infatti assicurato che il fatto di poter disporre di un elemento finito in grado di svolgere un'analisi di instabilità senza ulteriori precisazioni consenta automaticamente di esplorare in modo completo il problema, anche banale, in esame. Ci sono svariati fattori che possono portare ad un risultato non corretto.

Allo scopo di verificare quanto appena descritto si è svolto un semplice test su di una trave con sezione a C, incastrata ad un estremo e con

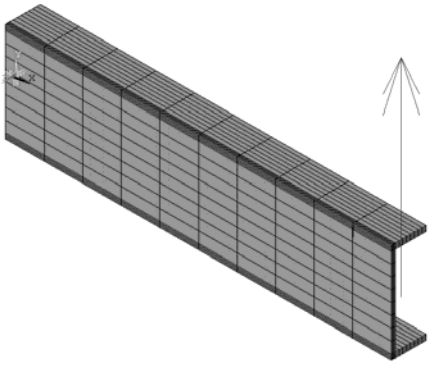


Fig. 29. Mensola con sezione a C soggetta ad instabilità laterale

un carico concentrato nell'altro estremo tale da provocare un'inflessione pari a 100 kN (Fig. 29). L'asta, lunga 1 m, è stata suddivisa in 20 elementi finiti.

Per questo test sono stati utilizzati i software Xfinest e Ansys®/CivilFEM®.

L'elemento *Beam* implementato in Xfinest dispone di tre differenti tipi di formulazioni:

- formulazione, che indicheremo con il nome *Standard*, che tiene conto delle azioni assiali, flettenti (per entrambi i piani e di torsione), di taglio delle inerzie flessionali e torsionali e considera l'accoppiamento tra le azioni di taglio e di flessione e l'accoppiamento tra inerzie flessionali ed azioni assiali;
- formulazione, presente anche nel software *Nastran*®, che tiene conto delle azioni assiali, flettenti (per entrambi i piani e di torsione), di taglio delle inerzie flessionali e torsionali ma non considera l'accoppiamento tra le azioni di taglio e di flessione e l'accoppiamento tra inerzie flessionali ed azioni assiali;
- formulazione semplificata che tiene in conto solo il contributo dell'azione assiale.

Ansys®/CivilFEM® dispone di diversi tipi di elementi monodimensionali. In particolare si sono presi in considerazione:

- l'elemento denominato *Beam4* che permette di indagare solo l'instabilità per effetto dell'azione assiale;
- l'elemento *Beam188* che considera tutti e tre i tipi di instabilità descritti nel paragrafo precedente ed inoltre tiene conto della reale for-

ma delle sezione. Questo elemento considera anche il contributo alla resistenza a torsione dovuto all'ingobbimento.

Le analisi svolte sono:

- analisi di *buckling* linearizzata (Bck L1);
- analisi di *buckling* linearizzata (solo per il software Xfinest) con le matrici di rigidezza e degli sforzi ottenute a seguito di un'analisi non lineare per sola geometria (Bck L2);
- analisi di *buckling* non lineare (NL).

I risultati ottenuti sono riportati in tabella 7. La prima riga della tabella mostra come, in fase di analisi di *buckling* lineare, solo utilizzando l'elemento *Beam188* di Ansys®/CivilFEM® è possibile ottenere un risultato. Negli altri casi (elemento *Beam* di Xfinest e *Beam4* di Ansys®) non è possibile risolvere il problema perché gli elementi non possiedono le formulazioni in grado di cogliere questo fenomeno.

L'elemento *Beam188* consente di cogliere bene il fenomeno dell'instabilità laterale ed è interessante notare come sia possibile anche indagare il contributo alla resistenza torsionale derivante dall'ingobbimento della sezione trasversale (esempio 188W) che in questo caso porta a più che triplicare il valore del carico critico.

È evidente come anche di fronte ad esempi semplici potremmo trovarci nelle condizione di non avere a disposizione un risultato per una analisi che riteniamo scontata. È importante che l'utente conosca le causa di questi risultati.

Nel caso di Xfinest è possibile ritrovare una prima soluzione al problema eseguendo l'analisi di *buckling* linearizzata a valle di una analisi non lineare. Il valore ottenuto, riportato nella riga Bck L2, risulta non molto diverso da quello ottenuto dall'elemento *Beam188* senza il contributo dovuto all'ingobbimento.

Tab. 7. Riassunto test mensola con sezione a C inflessa

	Xfinest *Std*	Ansys *Beam4*	Ansys *188*	Ansys *188W*
Bck L1	-	-	5.43	14.04
Bck L2	5.02	-	-	-
NL	5.34	-	2.81	5.72

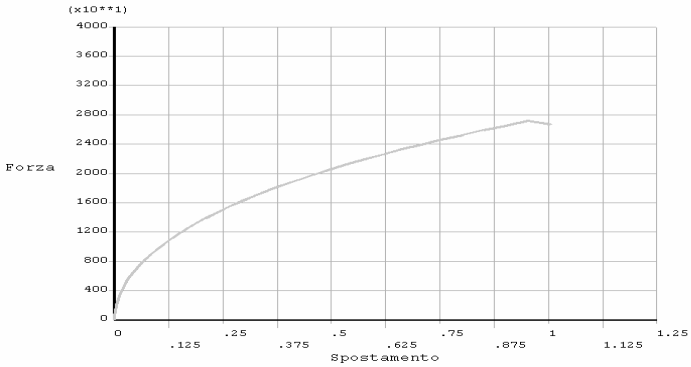


Fig. 30. Diagramma forza-spostamento per analisi non lineare

Rimane ancora evidente il *gap* rispetto al caso 188W a dimostrazione di come, pur avendo eseguito un analisi più sofisticata, il risultato è lontano da quello più corretto in quanto si è fatto uso di un elemento che non considera il contributo della rigidezza per ingobbimento della sezione.

Un ulteriore passo che potremmo compiere è quello di un analisi non lineare.

Nel caso di Ansys®/CivilFEM® osservando il diagramma forza-spostamento (Fig. 30) la struttura mostra un comportamento divergente con un punto limite sempre nettamente al di sotto del carico critico (27170 kN contro 54315 kN).

In termini di configurazione deformata (Fig. 31a), l'asta mostra chiaramente un fenomeno di flesso-torsione fuori dal piano di carico. Nel caso di Xfinest troviamo un valore leggermente superiore a quanto ottenuto con l'analisi di *buckling* linearizzata ma la deformata, che si mantiene sempre nel piano di inflessione, conferma come non è possibile cogliere il fenomeno di inflessione laterale dell'asta.

L'esempio è significativo in quanto permette di evidenziare l'importanza della formulazione relativa al *buckling* implementata negli elementi ed il poter considerare la forma della sezione e la posizione effettiva del centro di taglio rispetto al baricentro.

Questa affermazione è confermata da un calcolo ulteriore che è possibile svolgere nel caso di Ansys®/CivilFEM® in cui l'asta è stata inserita con un *offset* tale da riportare il punto di applicazione del carico nel centro di taglio. L'analisi porta ad ottenere un valore di carico critico pari a

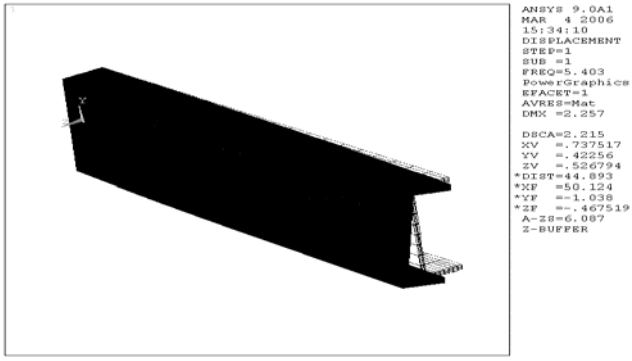


Fig. 31a. Configurazione deformata di tipo flesso-torsionale

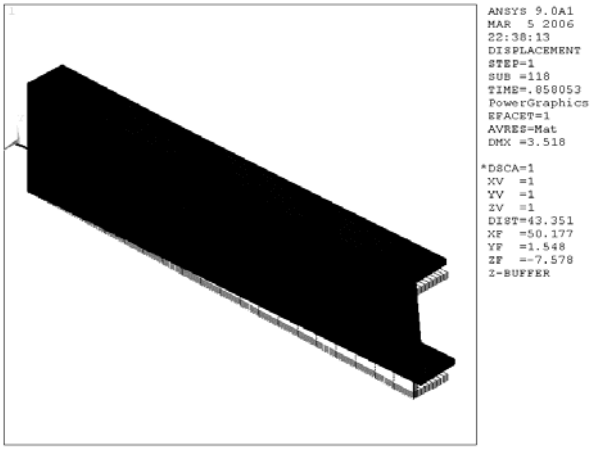


Fig. 31b. Configurazione deformata di tipo flessionale

5.4 ma una deformata sempre contenuta nel piano di inflessione iniziale e quindi perdendo l'effetto flesso-torsionale (Fig. 31b).

b) Riprendendo quanto già citato per il problema dell'analisi modale è importante poter disporre di almeno due metodi di estrazione dei carichi critici, in modo da poter risolvere un maggiore numero di problemi ed eventualmente eseguire dei confronti.

Xfinest dispone dei metodi di "Iterazione nel sottospazio" e del "metodo di *Lanczos*". Ansys®/CivilFEM® dispone, oltre a quelli appena citati, di altri quattro metodi di soluzione che si differenziano tra loro per la possibilità di gestire matrici anche non simmetriche e per la possibilità di gestire anche matrici di smorzamento (Ansys, 2005).

c) Questo aspetto si riferisce alla disponibilità da parte del solutore di gestire tecniche numeriche che garantiscano che i modi critici richiesti saranno effettivamente estratti. La tecnica più nota in questo senso è quella denominata *Sturm Check Sequence* (Bathe, 1982).

d) La tecnica di estrazione degli autovalori rappresentativi dei carichi critici può portare alla individuazione di autovalori negativi che rappresentano situazioni in cui si ha l'inversione dell'azione dei carichi. Questo fatto può, in alcuni casi rappresentare situazioni fisicamente senza senso (si pensi al caso del peso proprio che cambia direzione di applicazione) e pertanto risulta utile poter inserire degli *shifting* in fase di lancio dell'analisi di *buckling* lineare allo scopo di imporre dei *lower bound* nei valori dei carichi critici. Non tutti i software consentono queste opzioni. Xfinest ad esempio assume un valore di *shift* pari a zero, escludendo a priori tutti gli autovalori negativi. Ansys®/CivilFEM® lascia invece all'operatore la possibilità di gestire questo parametro.

e) In presenza di sezioni trasversali aperte (sezioni a C a doppia I, ecc.) è importante poter disporre di elementi con un ulteriore grado di libertà relativo alla torsione non uniforme. Nell'esempio descritto al punto (a) si è evidenziato numericamente l'importanza del contributo legato all'ingobbimento della sezione trasversale. Per completezza di esposizione riportiamo, in figura 32, l'effetto di questo contributo in termini di un diagramma forza-spostamento ottenuto utilizzando l'elemento *Beam188* di Ansys®/CivilFEM®, nel caso della mensola incastrata ad un estremità e soggetta, all'altro estremo, ad un carico verticale che pro-

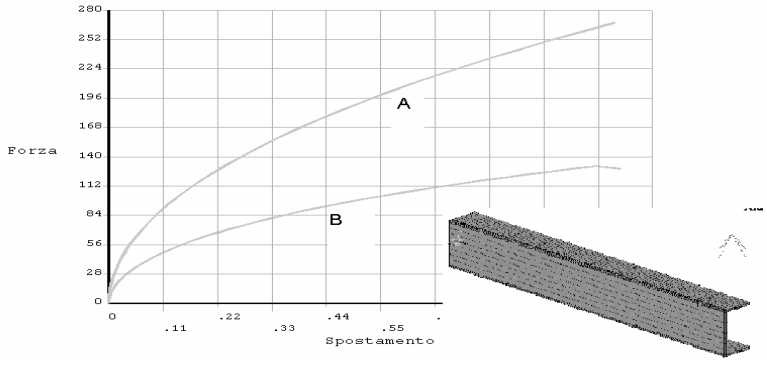


Fig. 32. Effetto del contributo alla torsione per ingobbimento impedito

voca inflessione. La sezione è del tipo a C. La curva A rappresenta il calcolo svolto tenendo in conto l'effetto dell'ingobbimento impedito. La curva B rappresenta il caso senza questo contributo. È evidente come questo aspetto deve essere noto da parte dell'utente.

4.2. Criticità in fase di analisi di *buckling* non lineare

Il problema è certamente più complesso rispetto al caso lineare e coinvolge le seguenti criticità:

a) modalità di controllo evoluzione dei carichi agenti;
b) modalità di inserimento di imperfezioni geometriche;
c) possibilità o meno di aggiungere anche gli effetti non lineari per materiale;
d) possibilità di generazione di curve carico-spostamento allo scopo di visualizzare l'evoluzione del comportamento della struttura;
e) eventuali procedure per analisi in fase di *post-buckling*.

a) E' importante che l'utente accerti come far variare un singolo carico e se è possibile differenziare la variazione in caso di carichi di diversa natura. I software Xfinest e Ansys®/CivilFEM® consentono di stabilire delle tabelle di carico sia per condizioni elementari di carico sia per combinazioni di carichi. Inoltre il software deve disporre di tecniche automatiche di bisezione del carico nel momento in cui si trova in condizione di incipiente collasso.

b) L'effetto delle imperfezioni è fondamentale perché consente all'utente di indagare il comportamento di una struttura che presenta già una configurazione leggermente deformata. In generale la tecnica che si utilizza consiste nell'imporre o una piccola forza perturbatrice o utilizzare la deformata corrispondente al primo modo critico, moltiplicata per un fattore di riduzione (ad esempio un coefficiente di 0.01). È chiaro che la seconda tecnica risulta più efficiente in quanto su di una struttura complessa è difficile stabilire una configurazione di forze perturbanti corretta.

c) Questo aspetto è importante nel caso in cui si voglia indagare anche il comportamento in campo non lineare a livello del materiale. In generale l'accoppiamento non linearità geometrica e di materiale è risolto da solutori tipo Ansys®/CivilFEM® che consentono di accoppiare per

diversi tipi di elementi finiti (*beam*, *truss*, *shell*, solidi, ecc.) analisi non lineari per geometria e materiale. Le leggi di comportamento del materiale sono molteplici e possono anche essere personalizzate.

d) Abbiamo visto come l'analisi non lineare consiste in una serie di passi di calcolo in cui una parte dei carichi viene fatta crescere fino al raggiungimento del punto di collasso. Durante questa procedura è importante poter monitorare alcune entità caratteristiche della struttura. Per ottenere questo è essenziale che il software possa consentire all'utente di controllare il tipo di risultati e la loro sequenza in modo da poter tracciare, a valle dell'analisi curve del tipo carico-spostamento. Questi grafici sono importanti perché rappresentano il reale comportamento della struttura in esame e ci aiutano nel dedurre in quale maniera la struttura raggiunge il punto di collasso. Le figure riportate nel paragrafo precedente rappresentano ad esempio le modalità grafiche di output messe a disposizione dal software Ansys®/CivilFEM®. Accanto ai diagrammi vi saranno ovviamente tabulati numerici sui quali sarà possibile svolgere analisi più specifiche.

e) La conoscenza degli algoritmi di analisi non lineare è essenziale in questi casi. Se non si dispone di procedure quali quelle descritte nel paragrafo precedente è impossibile indagare il comportamento post critico.

Allo scopo di chiarire quanto finora esposto è stata svolta un analisi di *buckling* di una passerella pedonale (Fig. 33).

La passerella ha la struttura a ponte aperto ed è lunga 52.8 m. La via inferiore è caratterizzata da correnti longitudinali del tipo a C, UPN260, affiancati lato schiena. I correnti superiori ed inferiori posti sui due lati della passerella sono collegati tra loro da aste diagonali o-

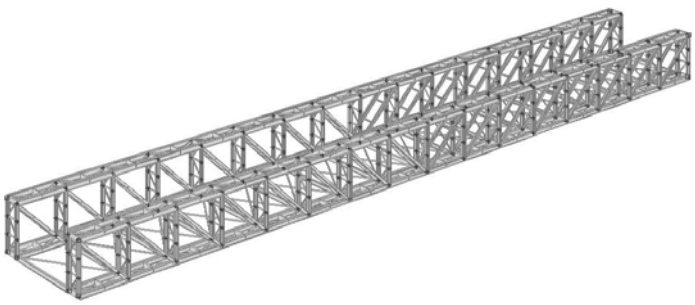


Fig. 33. Passerella pedonale

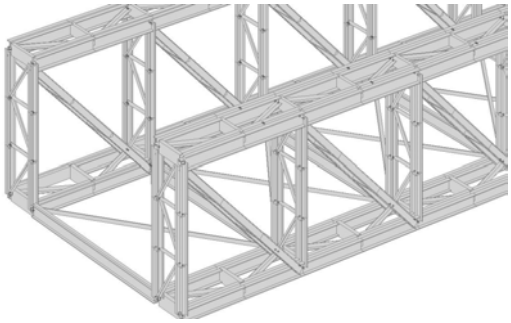


Fig. 34. Particolare delle sezioni trasversali

rizzontali realizzate mediante sezioni del tipo L90×90×9, da aste trasversali aventi sezione IPE270 e da montanti e diagonali verticali di sezione UPN160 (Fig. 34). I carichi agenti sulla struttura sono il peso proprio ed i carichi permanenti intesi come azioni distribuite in corrispondenza delle aste trasversali inferiori.

Le analisi svolte sono le seguenti:

– analisi di *buckling* linearizzata (Bck L1 e Bck L2);
– analisi di *buckling* non lineare per geometria;
– analisi di *buckling* non lineare per geometria e materiale.

I codici *Bck L1* e *Bck L2* rappresentano i calcoli svolti facendo riferimento rispettivamente alle matrici di rigidezza e di sforzo a seguito di analisi statica lineare ed a quelle determinate a valle di un analisi non lineare (Tab. 8).

Le analisi sono state realizzate facendo uso di Xfinest e di Ansys®/CivilFEM®. In particolare, nel caso di Xfinest, sono state utilizzate le formulazioni già descritte nel paragrafo precedente. Stesse considerazioni possiamo fare per il software Ansys®/CivilFEM®. L'analisi è stata svolta trascurando e tenendo in conto il contributo della torsione non uniforme (esempi denominati 188 e 188W). Nel caso di Xfinest allo scopo di approfondire il comportamento della struttura in termini di carico critico è stata anche svolta una seconda analisi di *buckling* linearizzato considerando però le matrici ottenute a valle di una analisi non lineare (si è adottata solo la formulazione *standard*, con approccio secante). In tabella 8 si riporta l'esito dei calcoli.

L'analisi mostra come utilizzando Xfinest e l'elemento *Beam4* di Ansys® si ottengono valori molto conservativi rispetto al valore ottenuto

Tab. 8. Valori del primo carico critico

	Xfinest *Std*	Xfinest *Nastran*	Ansys® *Beam4*	Ansys® *188W*	Ansys® *188*
Bck L1	14.11	14.11	14.23	8.62	2.11
Bck L2	2.78	-	-	-	-

facendo uso dell'elemento *Beam188* per il quale risulta determinante considerare il contributo legato alla torsione non uniforme.

Le differenze dipendono sicuramente dalle diverse formulazioni degli elementi utilizzati e nelle caratteristiche della struttura che presenta molte aste, in particolare i correnti superiori presso-inflessi, con sezione a C. La struttura è dunque sensibile al fenomeno dell'instabilità laterale ed è importante il fenomeno della torsione non uniforme.

Nel caso dell'analisi *Bckl L2*, svolta con Xfinest, il risultato è simile a quello ottenuto utilizzando la *Beam188* di Ansys®, tenendo però presente che in entrambi i casi non viene considerato il contributo alla resistenza torsionale dovuto all'ingobbimento.

È interessante poi osservare le configurazioni deformate relative al primo carico critico. In figura 35 è riportata quella ottenuta utilizzando Xfinest (formulazione *Std*) e l'elemento *Beam4* di Ansys® (le configurazioni deformate sono molto simili tra loro). In figura 36 è mostrata quel-

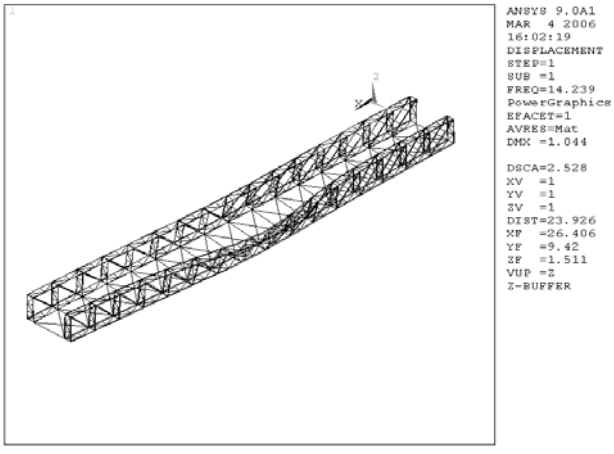


Fig. 35. Configurazione deformata, Xfinest ed Ansys® *Beam4*

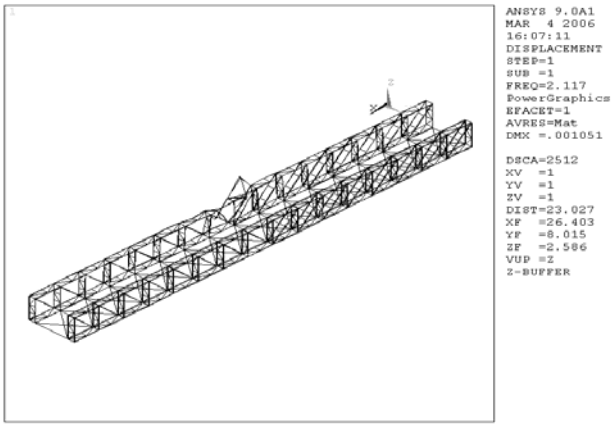


Fig. 36. Configurazione deformata, Ansys® *Beam188*

la relativa all'elemento *Beam188* di Ansys® (senza contributo dovuto all'ingobbimento della sezione).

Si nota come il carico critico calcolato nel caso di Ansys® si riferisce ad un'instabilità di tipo locale mentre Xfinest coglie come primo modo critico una configurazione che interessa l'intera struttura.

Il secondo esempio svolto consiste in un analisi non lineare solo per geometria. L'obiettivo in questo caso consiste nell'analizzare il comportamento della struttura nella parte ascendente della sua curva carico-spostamento rappresentativa andando ad individuare il punto di collasso e verificare quanto questo sia lontano rispetto al valore del carico critico ottenuto tramite l'analisi di *buckling* linearizzata. Non conoscendo a priori il valore finale del vero punto di collasso per entrambi i software è stato assegnato un fattore moltiplicativo dei carichi agenti pari al valore ottenuto dall'analisi di *buckling* moltiplicato per un coefficiente amplificativi pari ad 1.2 in modo da superare leggermente questo valore.

L'analisi è stata svolta facendo uso del software Ansys®/CivilFEM®. L'analisi è stata svolta considerando una imperfezione iniziale pari al primo carico critico estratto a seguito dell'analisi svolta con l'elemento *Beam4*. Questa configurazione deformata iniziale (introdotta con un fattore di riduzione pari a 0.01), evidenziata in figura 35, è di tipo globale e consente di svolgere l'analisi incrementale senza risentire troppo di fenomeni di instabilità locale. In tabella 9 si riporta l'esito del calcolo confrontandolo con quanto ottenuto in precedenza.

Tab. 9. Confronto tra i valori del fattore di carico di collasso

	Xfinest *Std*	Ansys® *Beam4*	Ansys® *188W*	Ansys® *188*
Bck L1	14.11	14.23	8.62	2.11
Bck L2	2.78			
Bck NLG			8.06	2.02

I risultati mostrano differenze significative nei risultati ponendo in evidenza l'importanza dei termini presenti nelle diverse formulazioni utilizzate negli elementi *beam* dei due software utilizzati.

La struttura risulta sensibile agli effetti geometrici del secondo ordine. L'elemento *Beam4* di Ansys® non consente di raggiungere alcun risultato e quindi risulta poco adatto a cogliere il reale comportamento di questo tipo di struttura. L'elemento *Beam188* di Ansys® è il più penalizzante in termini di carico ultimo. È interessante notare la differenza che si ottiene considerando il contributo alla torsione per ingobbamento.

Proseguendo nell'analisi del comportamento della passerella si è eseguito un confronto anche in termini di sollecitazioni e tensioni tra l'analisi statica e l'analisi non lineare allo scopo di evidenziare l'amplificazione delle sollecitazioni per gli effetti del secondo ordine.

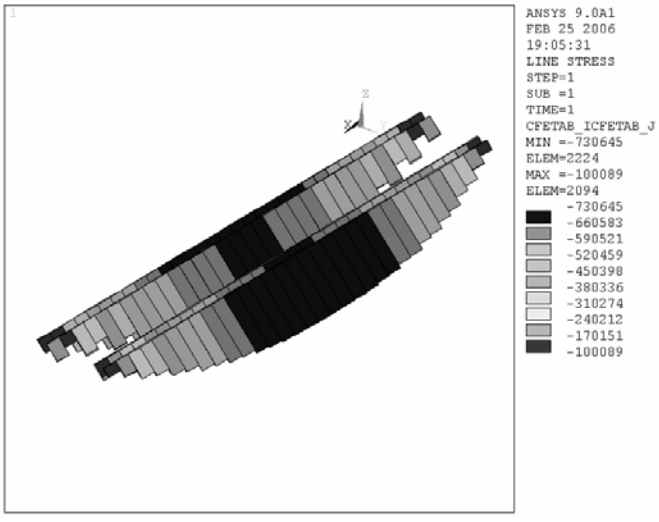


Fig. 37. Azioni assiali per analisi statica

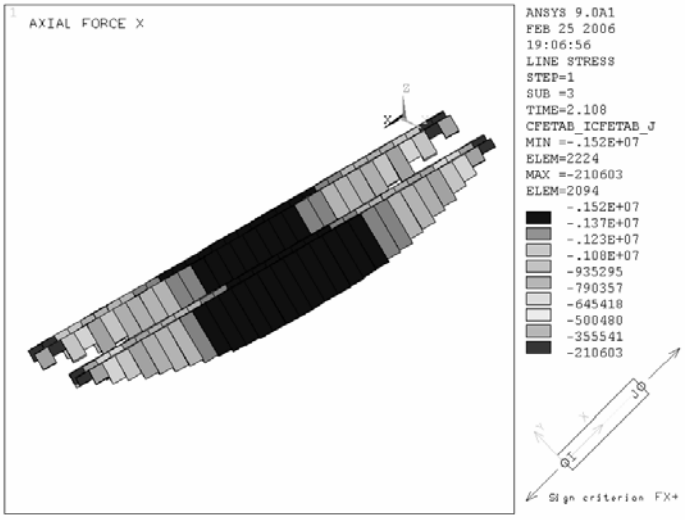


Fig. 38. Azioni assiali per analisi non lineare

Il confronto è stato svolto utilizzando l'elemento *Beam188* implementato in Ansys® e trascurando il contributo alla resistenza a torsione legato all'ingobbimento. In particolare si sono considerati i valori di azione assiale di compressione presenti nei correnti superiori (figure 37 e 38). In tabella 10 è riportato il confronto tra i risultati ottenuti a seguito dell'analisi statica (Statica) e dell'analisi non lineare per geometria (*Bck* NLG). I valori si riferiscono all'azione assiale, alle tensioni in direzione *x* (vedi figura 39 per il caso non lineare) presenti sui correnti superiori compressi ed ai valori di spostamento (le convenzioni adottate prevedono azioni e sforzi positivi se di trazione, spostamenti verticali positivi se verso l'alto).

Osservando la tabella e le figure, notiamo come l'analisi di *buckling* non lineare porta in pratica ad un raddoppio dei valori di azione assiale e di spostamento (Fig. 40).

Tab. 10. Confronto tra analisi statica e non lineare per geometria

	N (kN)	S_x (MPa)	U_z (cm)
Statica	730	-124	-13.6
Bck NLG	1520	-363	-29.4

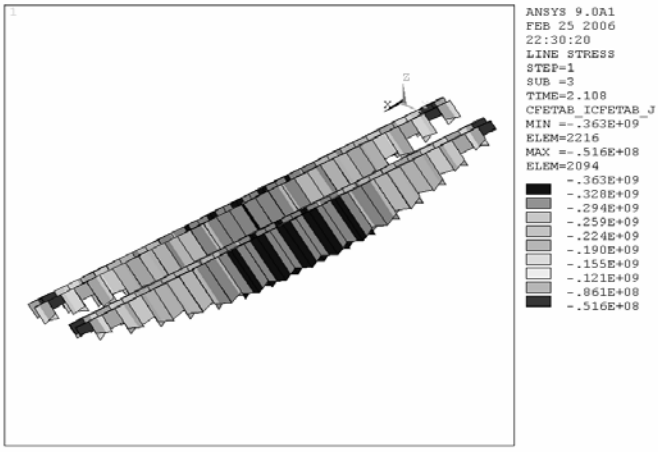


Fig. 39. Tensioni nei correnti superiori per analisi non lineare

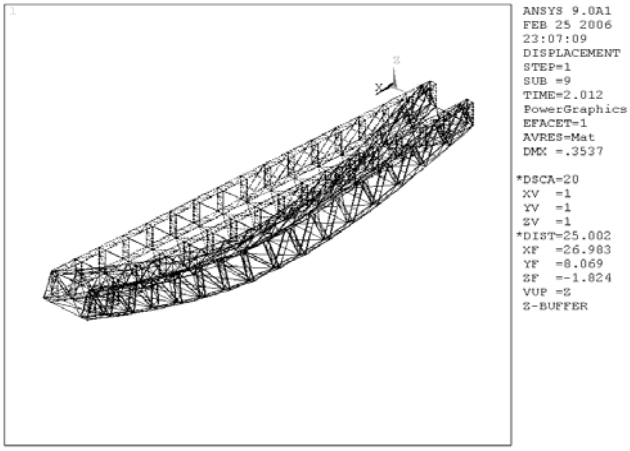


Fig. 40. Configurazione deformata per analisi non lineare

Le azioni assiali nei correnti superiori nella fase statica portano a valori di tensione al di sotto della soglia di snervamento, mentre a valle dell'analisi non lineare per sola geometria superano il limite elastico (Fig. 39) evidenziando la necessità di svolgere anche un analisi non lineare per materiale.

È stata quindi impostata una ulteriore analisi in cui è stata assegnata una legge tensione-deformazione di tipo elastico perfettamente plastico ai materiali di tutti gli elementi presenti nel modello (Fig. 41).

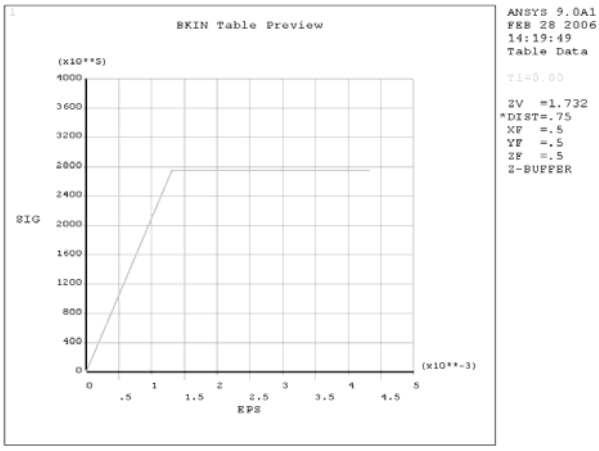


Fig. 41. Legame costitutivo per analisi non lineare

L'analisi è stata svolta con le stesse modalità considerate nel caso di analisi non lineare per sola geometria. I risultati sono visibili in tabella 11.

L'analisi ha portato ad ottenere valori simili in termini di carico di collasso ma grazie alla presenza della plasticità si ha una ridistribuzione dello stato di sollecitazione e sforzo negli elementi della struttura ed un conseguente aumento degli spostamenti che raggiungono un valore quasi triplo rispetto all'analisi statica.

La figura 42 mostra la distribuzione finale di tensioni nei correnti compressi con una zona centrale piuttosto ampia in cui si è raggiunto il valore di snervamento del materiale.

A seguito di quanto discusso e degli esempi trattati risulta chiaro come di fronte ad una problematica complessa quale è lo studio dell'instabilità di una struttura è essenziale utilizzare in modo consapevole gli strumenti di calcolo a disposizione.

Tab. 11. Confronto tra analisi statica e non lineare per geometria

	Molt.	N (kN)	S_x (MPa)	U_k (cm)
Statica		730	-124	13.6
Bck NLG	2.11	1520	-363	29.4
Bck NLGM	2.01	1520	-256	35.3

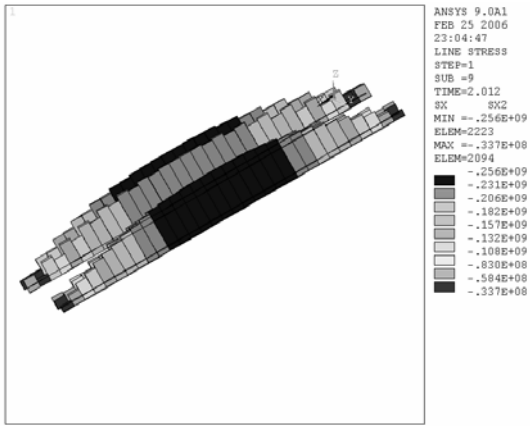


Fig. 42. Tensioni SigmaX per analisi non lineare

Si è infatti visto come già nel caso dell'analisi di *buckling* linearizzata, che viene in generale considerato un approccio semplice ed ormai automatizzato, vi sono insidie legate sia alla conoscenza delle formulazioni utilizzate dagli elementi sia alle modalità di estrazione degli autovalori. Se questi aspetti non vengono chiariti è probabile ottenere dei risultati non comprensibili e non corretti.

È essenziale conoscere, per ogni tipo di problema ed a maggior ragione nel caso delle analisi di instabilità, le formulazioni presenti negli elementi finiti facendo uso della manualistica e dei *test* di validazione. Molto utile risulta poi il ricorso a test semplici svolti in modo autonomo.

Dal punto di vista progettuale è importante sottolineare come il fatto di riconoscere quali fenomeni non è stato possibile cogliere con l'analisi consente di intervenire opportunamente in fase di *post-processing*, cioè nel momento in cui si utilizzano formule convenzionali di verifica. Normative quali l'Eurocodice 3 mettono infatti a disposizione strumenti di controllo che consentono di integrare aspetti non risolti in fase di calcolo (ad esempio il problema dell'instabilità flesso torsionale).

5. Analisi di *pushover* di un telaio piano in cemento armato

Il comportamento non lineare delle strutture in calcestruzzo armato è un argomento di stretta attualità soprattutto alla luce delle richieste introdotte dalla nuova normativa tecnica delle costruzioni.

Nella nuova normativa sismica italiana (D.M. 14/9/2005), a fianco dei consolidati metodi di analisi statica e sismica statica o modale secondo il metodo dello spettro di risposta, è possibile valutare la capacità di resistere ad un evento sismico tramite un analisi non lineare statica che tiene conto del comportamento non lineare del materiale calcestruzzo armato già in sede di analisi e non solo in sede di verifica delle sezioni.

È stata pertanto definita una metodologia per applicare un'analisi di tipo statico non lineare (denominata analisi di *pushover*) a tutti quegli edifici progettati secondo i requisiti di regolarità in altezza ed in pianta. Qualora un edificio non soddisfi queste condizioni (ad esempio un edificio esistente) sarà necessarie utilizzare altre metodologie di applicazione dell'analisi *pushover* in grado di tenere in conto l'effettivo modo di deformarsi della struttura (distribuzione di forze diverse o *pushover* adattiva).

La non linearità del calcestruzzo armato è dovuta a vari fenomeni, quali la fessurazione del calcestruzzo in trazione, lo snervamento delle barre di armatura, la non linearità dei legami costitutivi di acciaio e calcestruzzo, la non linearità geometrica, ecc.

Il calcolo di una struttura che voglia tenere in conto tutti questi aspetti richiede la modellazione di tutti gli aspetti di non-linearità. Per edifici in cemento armato ciò significa modellare il calcestruzzo con elementi continui tridimensionali e ogni singola barra di acciaio con un elemento monodimensionale. I modelli dei due materiali dovrebbero essere tali da poter seguire tutti i comportamenti non lineari che si osservano sperimentalmente (schiacciamento, fessurazione e *softening* del calcestruzzo, snervamento, incrudimento e rottura dell'acciaio). Un modello di questo tipo è complesso e computazionalmente molto oneroso ed è pertanto adatto all'analisi di particolari strutturali o di porzioni di edifici.

Esiste però una classe di modelli di calcolo più semplice, adatti allo studio di strutture a telaio. In questo ambito le tecniche più diffuse per analisi in campo statico non lineare sono le seguenti:

a) modellazione di cerniere plastiche in corrispondenza degli estremi degli elementi asta (approccio a plasticità concentrata);
b) modellazione tramite l'utilizzo di elementi finiti *beam* a fibre (approccio a plasticità diffusa);
c) modellazione tramite l'utilizzo di elementi non lineari generalizzati (approccio a plasticità generalizzata).

a) l'approccio a plasticità concentrata è stato storicamente la prima tecnica di modellazione implementata nei software di analisi strutturale. La tecnica prevede che gli elementi presenti nella struttura rimangano sempre in campo elastico e che vengano introdotti, all'estremità degli elementi monodimensionali, elementi cerniera con comportamento anelastico laddove si presuppone possa formarsi la cerniera plastica. Con questa approccio la non linearità del materiale rimane concentrata in pochi elementi. Il problema da parte dell'utente è duplice: da un lato si dovrà a priori posizionare gli elementi non lineari cercando di prevedere dove si formeranno le cerniere, dall'altro si dovranno individuare le opportune curve caratteristiche che permettano di cogliere il reale comportamento delle cerniere plastiche

b) Nell'approccio a plasticità diffusa si considerano elementi trave con comportamento anelastico nei quali la non linearità è distribuita in tutto l'elemento *beam*, sia longitudinalmente sia trasversalmente attraverso l'utilizzo di elementi a fibre. Lo stato di sforzo-deformazione di una sezione di un generico elemento è ottenuto tramite integrazione della risposta sforzo-deformazione uniassiale non lineare di ciascuna fibra in cui la sezione è stata suddivisa (Fig. 43).

c) L'approccio con elementi non lineari generalizzati consiste nell'utilizzare elementi monodimensionali (o anche bidimensionali) nei quali viene direttamente descritto il comportamento tramite diagrammi azione-deformazione in termini generalizzati. Nel caso ad esempio del comportamento flessionale dovranno essere inseriti i diagrammi momento-curvatura nei due piani di inflessione. Questo approccio, disponibile in solutori quali Ansys®/CivilFEM® e Adina® permette di diffondere la plasticità lungo tutto l'elemento ma richiede la definizione dei diagrammi che nel secondo approccio vengono implicitamente definiti a seguito della doppia integrazione.

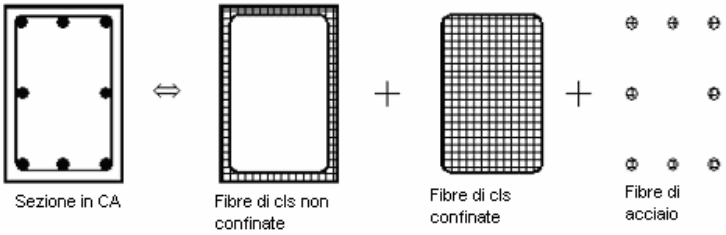


Fig. 43. Discretizzazione di una sezione in cemento armato (Seismosoft, 2004)

Accanto alle tecniche di analisi non lineare appena introdotte l'analisi di *pushover* contempla altre fasi che di seguito riportiamo per completezza di esposizione:

- esecuzione dell'analisi statica non lineare su una struttura soggetta ad un sistema di forze laterali avente distribuzione pari al prodotto delle masse per la deformata individuata dal primo modo di vibrare oppure una distribuzione di forze proporzionali alle masse;
- determinazione delle curva di capacità della struttura rappresentata da un diagramma taglio globale alla base dell'edificio-spostamento di un punto di controllo;
- determinazione delle caratteristiche di un sistema a un grado di libertà a comportamento bilineare equivalente;
- determinazione della risposta massima in spostamento del sistema equivalente con utilizzo dello spettro elastico;
- conversione dello spostamento del sistema equivalente nella configurazione deformata e verifica.

Quanto descritto ci consente di affermare che il voler esaminare la prima fase, relativa allo studio in campo non lineare delle strutture, rappresenta il passo più importante di tutto il processo, perché le altre operazioni comportano solo una rielaborazione dei risultati.

Il primo passo è anche importante perché consente di determinare il valore del coefficiente di struttura q. Questo è un parametro molto importante in quanto permette di tenere in conto le capacità dissipative delle strutture in campo anelastico agendo come fattore riduttivo delle forze elastiche in gioco. Il fattore di struttura q è quindi il rapporto tra lo spettro elastico e lo spettro anelastico.

La normativa riporta dei valori che possono essere utilizzati in sede di analisi sismica dinamica, ma è chiaro che questi valori andrebbero più correttamente valutati a seguito di una analisi statica non lineare. I valori del parametro q di primo livello sono specificati per differenti tipologie strutturali e classi di duttilità.

5.1. Criticità nell'analisi statica non lineare

Nella fase di analisi non lineare l'utente deve sviluppare un adeguato spirito critico perché da essa dipendono tutti i risultati successivi.

Nel caso di modelli a cerniere concentrate si dovranno in generale definire delle curve del tipo momento-rotazione e forza-spostamento. Si dovranno inoltre individuare i parametri principali e la forma completa delle curve create. La normativa mette a disposizione delle formule utili a definire i valori più importanti che definiscono questi diagrammi, quali ad esempio la rotazione per lo stato limite di collasso e le rotazioni relative allo stato limite di danno severo e danno limitato.

Altro aspetto da indagare sarà quello legato all'inserimento delle cerniere plastiche concentrate nel modello. L'utente deve conoscere in anticipo dove posizionare tali elementi. In generale, di fronte ad un telaio soggetto ad azione sismica è plausibile, ma non dimostrabile a priori, che tali cerniere si formeranno agli estremi degli elementi.

Nel caso dei modello a fibre dovremo da una parte conoscere i legami costitutivi dei materiali calcestruzzo ed acciaio ed anche in questo caso dovremo inserire al meglio questi elementi nella struttura. Tenendo conto che l'analisi di *pushover* avviene in genere sotto forze orizzontali che inducono diagrammi di momento lineari "a farfalla" sia sulle travi sia nelle colonne, gli elementi non lineari potranno essere inseriti agli estremi delle aste. Essi avranno una lunghezza tale da comprendere la zona sede di plasticizzazione, stimabile come pari all'altezza della trave/colonna. Per il resto della lunghezza delle aste si potranno inserire elementi a comportamento lineare. La trave viene pertanto rappresentata con quattro/sei elementi finiti, uno o due elementi non lineari all'estremo sinistro, due elementi *beam* nel tratto centrale ed uno o due elementi non lineari all'estremo destro. Stesso discorso vale per la colonna.

Infine nei modelli non lineari generalizzati la difficoltà è legata alla definizione per ogni sezione significativa dei diagrammi momento/curvatura, azione assiale/elongazione, momento torcente/rotazione, ecc. Questi diagrammi rappresentano globalmente il comportamento di una sezione includendo anche il contributo dell'armatura e la loro determinazione richiede comunque il ricorso a procedure automatizzate. Le difficoltà di modellazione sono le stesse che si riscontrano per i modelli a fibre.

Per migliorare la comprensione di questo aspetto si è svolto un confronto dei risultati ottenibili a seguito di un analisi *pushover* svolta sul telaio piano di figura 44. Il telaio presenta le sezioni indicate nelle figure 45 e 46. Le caratteristiche dimensionali sono riportate in figura 47.

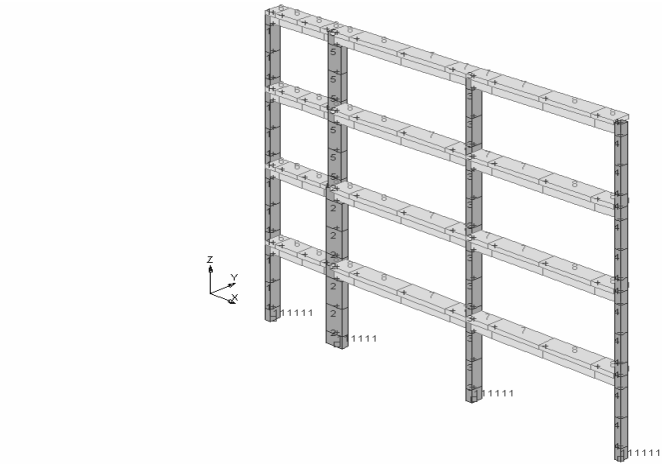


Fig. 44. Telaio per analisi statica non lineare

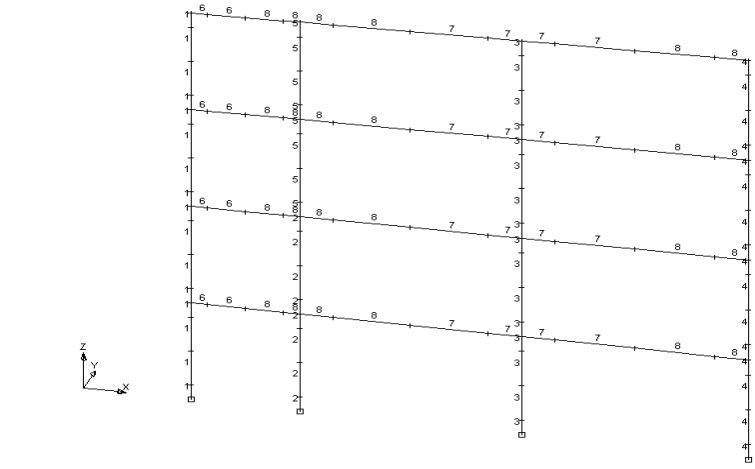


Fig. 45. Codice sezioni utilizzato nell'analisi del telaio

Informazioni Sezioni Aste

Sez. asta	Commento	Tipo	Mem.	Ver.	B <m> Nv Area <mq>	H <m> R <m> Jx <m4>	b <m> s <m> Jy <m4>	h <m> a <m> Jz <m4>	D <m> C <m>	Mat.	Crit.
1	P20x40-1	R	P	C	0.4	0.2				1	1
2	P60x25	R	P	C	0.25	0.6				1	1
3	P20x40-3	R	P	C	0.4	0.2				1	1
4	P20x30	R	P	C	0.3	0.2				1	1
5	P50x25	R	P	C	0.25	0.5				1	1
6	SB1	T	T	C	0.625	0.15	0.25	0.35		1	1
7	SB_4_5	T	T	C	0.625	0.15	0.25	0.35		1	1
8	SB_2_3_6	T	T	C	0.625	0.15	0.25	0.35		1	1

Fig. 46. Tipologia sezioni utilizzata nell'analisi del telaio

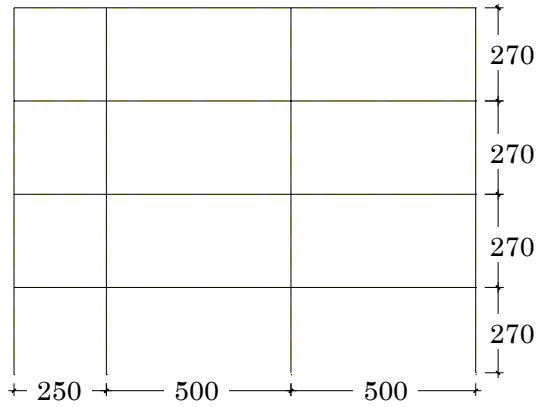


Fig. 47. Dettaglio dimensioni telaio

L'analisi è stata svolta utilizzando gli approcci B e C descritti in precedenza e facendo uso dei software Xfinest (1), Seismostruct® (9), Ansys®/CivilFEM® (6) ed Adina® (12) Nelle analisi eseguite con Xfinest e Seismostruct® si è utilizzato l'elemento a plasticità diffusa (elemento a fibre), in quelle svolte con Ansys®-CivilFEM® ed Adina® si è fatto uso di elementi non lineari generalizzati.

La modellazione dell'edificio per cogliere al meglio la formazione delle cerniere plastiche è quella riportata in figura 48. In questo caso, tenuto conto delle dimensioni del modello, tutti gli elementi hanno comportamento non lineare, a fibre o a plasticità concentrata.

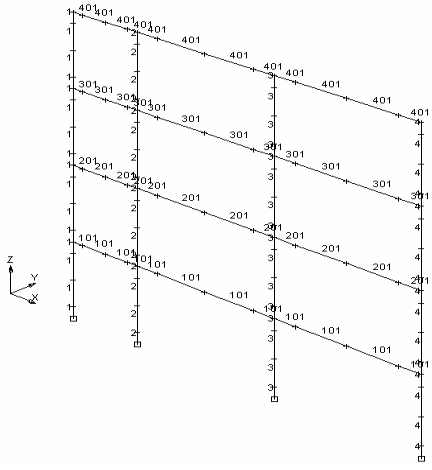


Fig. 48. Suddivisione elementi beam

Nel caso di Xfinest, trattandosi di un elemento a fibre, è stato scelto per il calcestruzzo un modello a confinamento costante (Fig. 49) mentre per l'acciaio si è fatto uso di un classico legame bilineare (Fig. 50).

Nel caso di Ansys®/CivilFEM® ed Adina® partendo dalle configurazioni delle sezioni trasversali in termini di dimensioni ed armature sono stati costruiti i diagrammi momento/curvatura relativi all'inflessione nel piano del telaio. I diagrammi sono stati costruiti per una sequenza discreta di valori di azione assiale. In figura 51 si ha un esempio di diagramma momento/curvatura. Ai fini del calcolo è stato considerato un diagramma elastico, perfettamente plastico.

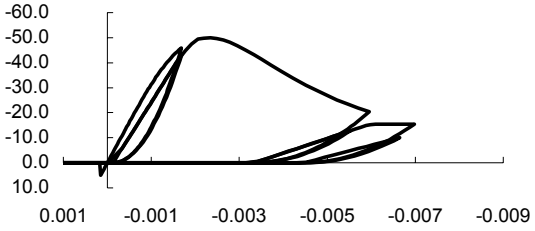


Figura 49. Diagramma sforzo-deformazione per il calcestruzzo (Manuale Xfinest, 2005)

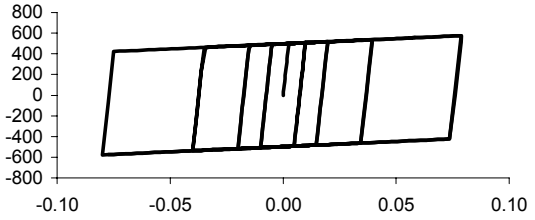


Fig. 50. Diagramma sforzo-deformazione per l'acciaio da armatura (Manuale Xfinest, 2005)

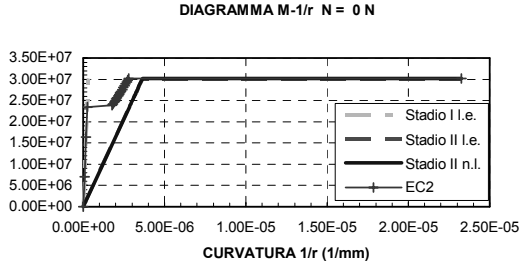


Fig. 51. Diagramma momento curvatura (Ferretti e al., 2002)

Il telaio è stato sottoposto ad un sistema di forze verticali (Fig. 52) e da un sistema di forze orizzontali proporzionali alle masse del piano (Fig. 53).

Il confronto è stato fatto determinando per ogni analisi la curva taglio globale alla base/spostamento di un punto di controllo.

Ai fini di un confronto omogeneo tra i vari software i carichi verticali sono stati tutti riportati ai nodi di estremità delle aste di competenza.

In dettaglio l'analisi è stata svolta nel seguente modo:

- nel primo passo vengono applicati i carichi verticali. La modalità di crescita di questi carichi non influenza il risultato finale delle analisi per cui queste forze sono state applicate in un unico passo;
- nel secondo passo il carico verticale viene mantenuto costante mentre cresce il carico orizzontale da 0 fino al valore di collasso. Il controllo del numero di iterazioni viene eseguito automaticamente da tutti i software considerati che dispongono tutti di un sistema di controllo automatico del valore crescente del carico e, in prossimità del carico di collasso, provvedono a incrementare il carico secondo passi sempre più piccoli fin quando non diviene impossibile raggiungere la convergenza;
- l'analisi è stata svolta in condizione di controllo di forze nel caso di Xfinest, Ansys®/CivilFEM® ed Adina®, con la possibilità quindi di raggiungere solo il picco della curva capacità. Nel caso di Seismostruct® si opera con un controllo della risposta, che di fatto ci consen-

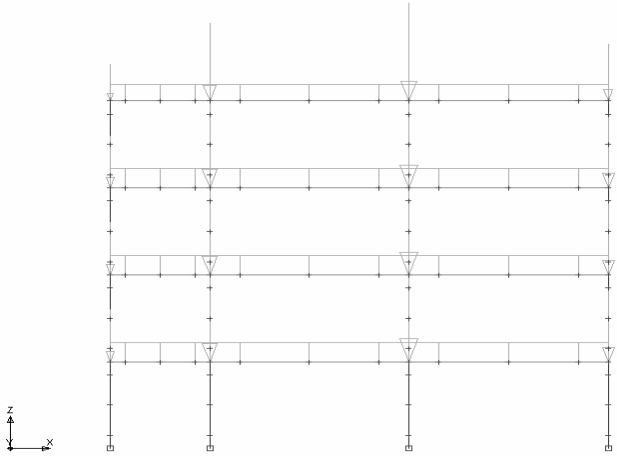


Fig. 52. Carichi verticali agenti sul telaio

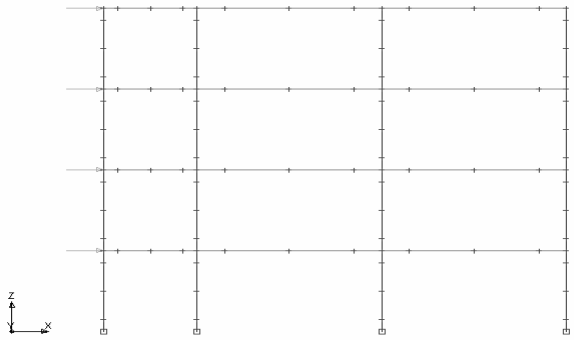


Fig. 53. Forze orizzontali per analisi statica non lineare

te di lavorare in controllo di spostamento e di seguire il comportamento anche dopo il raggiungimento del carico di collasso.

In figura 54 si possono confrontare le diverse curve di capacità ottenute con i diversi software. L'analisi del diagramma consente di osservare come i due diversi approccio portano ad ottenere risultati confrontabili. Nel caso di Ansys®/CivilFEM® e Adina®, il risultato dipende alla definizione a priori dei diagrammi momenti/curvatura. Con questi due software si arriva ad una sottostima dei valori di capacità della struttura. Nel caso di Xfinest e Seismostruct®, la formulazione dell'elemento *beam* non lineare ha una radice comune e ciò è confermato dai risultati.

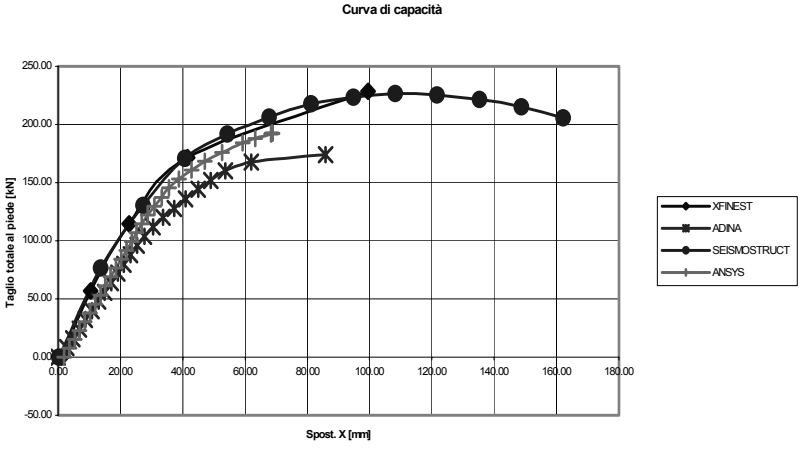


Fig. 54. Curve di capacità

L'approccio con elementi a plasticità diffusa ha quindi un evidente vantaggio perché riesce a valutare il comportamento globale del telaio a partire dalle caratteristiche uniassiali dei materiali mentre nell'approccio a plasticità generalizzata diventa importante l'intervento del progettista nella stima della miglior legge momento/curvatura.

Bibliografia

1. *Manuale Utente Xfinest*, Ce.A.S, novembre 2005.
2. P. Rugarli, *Calcolo strutturale con gli elementi finiti*, Edilizia, Roma, 2003.
3. N. Dvorkin, K.J. Bathe, *A continuum Mechanics Based Four-Node Shell element for general non linear analysis*, Engineering Computations, 1984.
4. L. Taylor, J.C.Simo, *Bending and Membrane elements for Analysis of thick and thin Shells*, Proc. Conf. NUMETA, 1985
5. H. McNeal, R.C. Harder, *A Refined four-node membrane element with rotational degrees of freedom*, Computers and Structures, vol. 28, 1988.
6. *Ansys® 9.0 Documentation*, Ansys Inc, 2005; *CivilFEM® Documentation, version 9.0*, Ingeciber sa, 2005.
7. K.J. Bathe, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, 1982.
8. G. Ballio, F.M. Mazzolani, *Strutture in acciaio*, Hoepli, 1994.
9. Seismosoft, *Seismostruct® - A Computer program for static and dynamic non linear analysis of framed structures*, 2004.
10. D.M. delle Infrastrutture e dei Trasporti, 14/09/2005, *Norme Tecniche per le Costruzioni*.
11. D. Ferretti, I. Iori, M. Morini, *La stabilità delle strutture: il caso delle costruzioni in cemento armato*, McGraw-Hill, Italia, 2002.
12. *Adina® Theory and Modeling Guide*, Adina R&D Inc., 2004.

Conclusioni

L'emanazione delle nuove Norme Tecniche per le Costruzioni nel 2005 ha costituito lo spunto di partenza per affrontare un problema sempre più sentito, quello del corretto utilizzo dei programmi di calcolo strutturale e della validazione dei risultati ottenuti.

Certo, alcuni professionisti preferirebbero potersi cullare nel sogno di un programma tanto efficiente da poter leggere i grafici architettonici, con un minimo abbozzo di impostazione strutturale, e da questi tirar fuori un calcolo perfetto e disegni esecutivi completi, che non richiedano alcun intervento di controllo o integrazione da parte del progettista. Ma forse questo è il sogno di chi tende a ridurre la progettazione delle strutture ad un semplice calcolo di verifica, dimenticando che questa è invece, innanzitutto, un'operazione creativa, che per essere affrontata in maniera valida richiede il "senso della struttura", cioè la capacità di "sentire" come la struttura si comporterà per tutte le azioni che la cimenteranno nella sua vita.

Per questo motivo il "riconoscimento delle strutture", cioè la comprensione qualitativa del loro comportamento, deve essere necessariamente il primo passo della progettazione strutturale. Questo aspetto non è facilmente riconducibile a regolette semplici o a teorie di ampio respiro, e forse anche per questo è raramente affrontato in corsi universitari, né se ne parla molto in ambito professionale. La speranza degli autori è che le "chiacchiere" e gli esempi sviluppati un po' lungo tutto il testo, ma in particolare nel secondo capitolo, possano servire da stimolo per sviluppare pian piano, con l'esperienza, questa capacità.

Il punto immediatamente successivo è il ricondurre il comportamento reale della struttura ad un modello di calcolo. Nel testo si è cer-

cato di evidenziare come la potenza del mezzo di calcolo (programma) utilizzato non è di per se garanzia per l'ottenimento di risultati validi. Il risultato migliore non è sempre legato al fatto di utilizzare software più complessi o comunque in grado di risolvere problematiche molto diverse tra loro. La bontà dell'analisi svolta dipende invece, innanzitutto, dalla comprensione da parte dell'utilizzatore del software delle caratteristiche peculiari del problema in esame e dalla sua capacità di padroneggiare gli strumenti di calcolo che ha a disposizione.

Ampia parte del testo è quindi stata dedicata alla discussione delle problematiche di modellazione, sottolineando l'importanza di cogliere il comportamento globale con modellazioni più semplici, a volte anche estremamente semplici ed approssimate, per passare poi ad un raffinamento progressivo dell'analisi. Si è cercato di evidenziare sia le problematiche principali che quegli aspetti specifici della modellazione che maggiormente vengono incontrati nella professione. Particolare attenzione è stata rivolta a quelle "scelte" che molti programmi fanno in maniera quasi trasparente per l'utente, che sono invece scelte ben precise di modellazione del quale il professionista deve essere conscio e che deve poter accettare o modificare.

In definitiva nel testo, oltre a fornire una serie di informazioni specifiche, utili ai fini applicativi, si è cercato di stimolare lo spirito critico del professionista che si occupa di progettazione strutturale. Al di là delle prescrizioni normative, che vanno e vengono, è proprio questo spirito critico che caratterizza la *serietà* del professionista e gli fornisce la *serenità* necessaria per assumersi responsabilità sempre più gravose.