

dal quale si ricava il peso totale della pilastrata

$$\sum_1^n G_i = \beta_n P - n P = P(\beta_n - n)$$

ed il coefficiente d'incremento, per il peso del piano tipo, pari a

$$\psi = \frac{\sum_{i=1}^n G_i}{n P} = \frac{\beta_n}{n} - 1 =$$
$$= \frac{\chi^{n+1} - (n+1)\chi - n}{n\chi - n}$$

Il ragionamento innanzi illustrato comporta le approssimazioni alle quali si e' gia' accennato: infatti, dimensionando i pilastri in base agli sforzi normali che si ottengono moltiplicando P per il coefficiente ψ , si ricavano aree, e quindi pesi propri, maggiori di quelli che sono intervenuti nel ragionamento che si e' utilizzato per determinare lo stesso ψ ; solo alla base dell'edificio il valore dello sforzo e' esatto. Quindi anche lo sforzo assiale effettivo nella struttura risulta ovunque maggiore per l'aumento del peso proprio in tutti i pilastri rispetto a quello minimo strettamente necessario. Il proporzionamento e' quindi fatto con vantaggio di statica.

Per i primi tre o quattro piani in sommita', puo' avvenire invece, come si e' gia' detto che lo sforzo normale teorico sia minore di quello effettivo, perche' le dimensioni dei pilastri non possono andare al di sotto di un minimo tecnologico per il materiale. Per evitare cio', la sollecitazione σ_c che compare in K, dovrebbe assumersi minore, anche di parecchio, di quella che e' valida per i piani inferiori dell'edificio.

Per edifici di pochi piani questo effetto puo' essere importante; per edifici molto alti esso puo' essere trascurato.

E' facile verificare che, nel caso del cemento armato la percentuale d'incremento, per il peso proprio dei pilastri, risulta dell'ordine di grandezza $d_n/100$ (ad es. per 10 piani del 10%). Per pochi piani, tenuto conto delle considerazioni innanzi illustrate e per maggiore comodita', puo' convenire introdurre, nel pilastro convenzionale equipesante anche il peso del pinto di fondazione ed, inoltre, arrotondare il risultato per tener conto, oltre che dei citati incrementi, di una certa percentuale per errori di valutazione (*).

Ad esempio, per un edificio di otto piani, si arriva cosi' ad assumere percentuali di incremento del $12 \div 15\%$ (in luogo dell'8%) con il vantaggio di realizzare una maggiore sicurezza nel proporzionamento dei pilastri e di avere alla base direttamente lo scarico sul piano di posa.

Al lume di queste considerazioni risulta anche chiaro che, per pochi piani (fino a 20) sarebbe, sufficiente e vantaggiosa una determinazione di ψ teoricamente meno perfetta, ma ottenibile attraverso una espressione di piu' facile applicazione numerica. Nel paragrafo successivo si ricava tale espressione.

(*) La percentuale dovuta ad errori di valutazione e' fissata discrezionalmente dal progettista.

5.4.2.2) Procedimento approssimato.

Si considera, a tal fine, solo il peso di pilastro che corrisponde (all'incirca) alle prime due approssimazioni del ragionamento iterativo. (cfr. nota a pag. 170).

Il procedimento e' schematizzato nel prospetto che segue.

Nella prima colonna e' riportato lo schema dello edificio con la stessa ipotesi del precedente paragrafo che i carichi P trasmessi dai singoli piani tipo siano eguali tra loro.

I pesi $G_1, G_2, G_3, \dots, G_n$ dei pilastri, indicati nella colonna (0), ai vari piani sono incogniti e si assumono inizialmente nulli.

Nella seconda colonna sono allora trascritti solo i carichi P eguali come si e' detto, a tutti i piani.

La terza colonna contiene le somme parziali della colonna precedente e fornisce quindi, alla base dell'edificio di n piani, lo sforzo normale totale pari ad nP , valido se i pilastri, hanno peso nullo.

Nella quarta colonna ad ogni piano e' riportato il peso che avrebbe il pilastro di quel piano se lo sforzo assiale fosse quello determinato nella colonna (3)

Nella quinta colonna ad ogni piano e' riportata la somma dei pesi contenuti nella colonna (4) relativi a tutti i pilastri superiori compreso quello del piano stesso. I valori della colonna (5) rappresentano quindi il primo incremento dello sforzo normale corrispondente ai valori dei pesi propri dei pilastri contenuti nella colonna (4).

Nella stessa colonna si determinano ad ogni piano (cosi' come si e' fatto nella colonna (4)) gli incre

(3)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
		Par- zia- li	N_i^I tota- li	G_i^I Par- zia- li	N_i^{II} totali	G_i^{II} parziali	N_i^{II}
G_1		P	P	KP	KP	K^2P	K^2P
G_2		P	2P	2KP	3KP	$3K^2P$	$4K^2P$
G_3		P	3P	3KP	6KP	$6K^2P$	$10K^2P$
G_4		P	4P	4KP	10KP	$10K^2P$	$20K^2P$
G_5		P	5P	5KP			
G_6		P	6P	6KP			
G_7		P	7P	7KP			
G_8		P	8P	8KP			
G_n		P	nP	nKP	$\frac{n(n+1)}{2} KP$	$\frac{n(n+1)}{2} K^2P$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{5} K^2P (*)$

Fig. 5 5

(*) Per la colonna (6) si ottiene:

$$\frac{\sum n(n+1)}{2} K^2P - \frac{\sum n^2 + n}{2} k^2P - \frac{K^2P}{2} (\sum n^2 + \sum n) = \frac{K^2P}{2} \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right)$$

$$\frac{K^2P}{12} [n(n+1)(2n+1) + 3n(n+1)] - \frac{K^2P}{12} (n(n+1)(2n+1) + 3) = \frac{K^2P}{6} n(n+1)(n+2)$$

menti di peso dei pilastri di ogni piano necessari per che sopportino l'incremento di carico assiale determinato nella colonna (5).

Nella settima colonna si sommano di nuovo ad ogni piano tutti i pesi che nella colonna (5) sono compresi tra il piano in esame e la sommita' e si ottengono così i nuovi incrementi di sforzo assiale dovuti agli incrementi di peso determinati nella colonna (5).

Il procedimento chiaramente ricorrente, tende a determinare i carichi assiali, ad ogni piano, per successive approssimazioni; con le iterazioni effettuate nella tabella si tratta di sommare ad ogni piano i valori delle colonne (3)-(5)-(7).

Si ottiene così lo sforzo assiale, al piano n^{mo}, come somma di tre termini:

$$\begin{aligned} N_n &= nP + \frac{n(n+1)}{2} KP + \frac{n(n+1)(n+2)}{6} K^2P = \\ &= nP \left(1 + \frac{n+1}{2} K + \frac{(n+1)(n+2)}{6} K^2 \right). \end{aligned}$$

Essendo K in genere molto minore di 1, il terzo termine tra parentesi contenente K², ha importanza solo se il numero n dei piani e' molto elevato. In questo caso si puo' porre con sufficiente approssimazione n+n+1=n+2 e quindi l'espressione di N_n puo' semplificarsi

$$N_n = nP \left(1 + \frac{nk}{2} + \frac{n^2 k^2}{6} \right).$$

A titolo di esempio si considerino i seguenti valori dei parametri validi per un normale conglome

rato:

$$\gamma = 2500 \text{ kgm}^{-3} \quad \sigma_c = 40 \text{ kgcm}^{-2} (*) \quad , \quad h = 3 \text{ m} .$$

Risulta

$$k \approx \frac{1}{50}$$

e quindi

$$N_n = nP \left(1 + \frac{n}{100} + \frac{n^2}{15000} \right) .$$

L'espressione e' sufficientemente approssimata per pochi piani.

Infatti per 10 piani

$$\begin{aligned} N_{10} &= 10P \left(1 + \frac{10}{100} + \frac{100}{15000} \right) = 10P (1+0,10+0,01) = \\ &= 10P \times 1,11 ; \end{aligned}$$

dal valore del terzo termine risulta che l'approssimazione raggiunta e' soddisfacente (**).

Invece per 100 piani risulta

$$N_{100} = 100P \left(1 + \frac{100}{100} + \frac{10000}{15000} \right) = 100P (1+1+0,6)$$

L'approssimazione risulta chiaramente insufficiente ed, inoltre, il peso del pilastro gia' sulla base dei valori ottenuti sarebbe 1,6 volte del peso portato

(*) Occorre ricordare che per la sollecitazione conviene assumere un valore convenientemente minore del massimo ammissibile.

(**) Per pochi piani puo' trascurarsi il termine in $\frac{n^2}{15000}$ e quindi il peso della pilastretta risulta l' n% del peso portato nP

Il peso della pilastrata eguaglierebbe il peso portato per circa 70 piani, che e' l'ordine di grandezza del numero dei piani delle piu' alte realizzazioni in cemento armato.

In caso di acciaio invece

$$\gamma = 7800 \text{ kgm}^{-3} \quad \sigma_f = 1600 \text{ hgcm}^{-2} \quad h = 3 \text{ m}$$

risulta

$$K = \frac{7 \cdot 800 \times 3,00}{1600 \times 10 \cdot 000} = \frac{1}{700}$$

si ha

$$P_n = nP \left(1 + \frac{n}{700 \times 2} + \frac{n^2}{700^2 \times 6} \right) = nP \left(1 + \frac{n}{1400} + \frac{n^2}{3 \times 10^8} \right)$$

Il termine tra parentesi diventerebbe eguale a 2 all'incirca per $n = 900$, ma l'approssimazione e' anche in questo caso inaccettabile e deve essere usata la prima teoria.

5.5) La flessione nei pilastri.

Nelle lezioni precedenti si e' discusso il problema della determinazione dello sforzo assiale. Ma, come si e' detto all'inizio, i pilastri sopportano anche momenti flettenti (in piu' direzioni), oltre che taglio e torsione, che si trascurano in normali edifici.

Per tener conto della flessione si puo', nel dimensionamento dei pilastri e specialmente ai piani piu'

alti, assumere una sollecitazione ammissibile, convenientemente inferiore al valore massimo, che corrisponderebbe ad un carico perfettamente centrato, con condizione che puo' ritenersi verificata solo ai piani inferiori, in assenza di azioni orizzontali agenti sullo edificio. Fissate cosi' le dimensioni dei pilastri, e' possibile, attraverso i procedimenti suggeriti dalla bibliografia (ad esempio il calcolo a telaio), determinare le flessioni iperstatiche e quindi eseguire le verifiche di resistenza a pressoflessione.

I momenti flettenti dovrebbero essere, a rigore, determinati risolvendo lo schema spaziale dello scheletro dell'edificio; ma tale valutazione e' generalmente troppo laboriosa e si affronta con l'ausilio di programmi gia' predisposti per elaboratori elettronici, quando la struttura e' sottoposta ad elevate forze orizzontali. Nella normalita' dei casi, quando sono prevalenti i carichi verticali, si assumono schemi meno complessi, scelti di volta in volta in funzione delle azioni esterne che si considerano. Per semplicita' si considereranno solo quattro azioni esterne, che sono pero' tra le piu' frequenti e significative. La loro trattazione seguira' l'ordine che pone per ultime quelle che piu' frequentemente si considerano effettivamente per le verifiche di stabilita':

- 1) variazioni termiche e ritiro
- 2) eccentricita' di forma;
- 3) carichi verticali;
- 4) carichi orizzontali.

5.5.1) Le variazioni termiche disuniformi ed il ritardo inducono flessioni nei pilastri perché comportano riduzioni (o incrementi) delle dimensioni degli impalcati orizzontali, diverse ai vari piani.

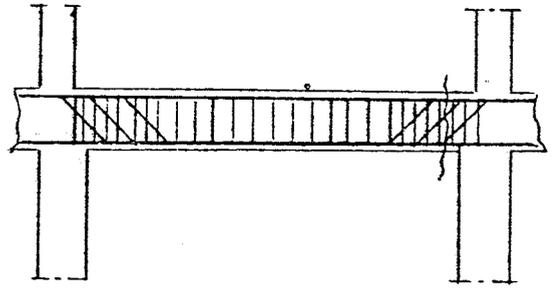
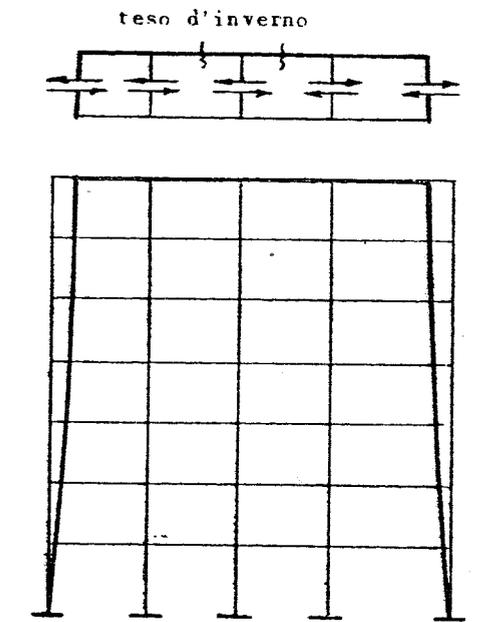
Un edificio, perfettamente concepito dal punto di vista termico, dovrebbe essere protetto da un involucro termoisolante, galleggiante (cioè non collegato alla struttura), capace di rendere uniforme la variazione termica della struttura ed al limite, eguale a quella del suolo (*).

Mancando una siffatta protezione, l'edificio risponde alle variazioni termiche interne ed esterne con dilatazioni e contrazioni disuniformi, i cui effetti sono più cospicui nella parte superiore dell'edificio; a causa del maggiore irraggiamento solare e del più esteso contatto con l'ambiente (pioggia, vento, neve) e nella parte inferiore dell'edificio a contatto con il suolo che, per la sua inerzia termica notevolmente più elevata di quella dell'edificio, presenta un ritardo dei livelli di temperatura.

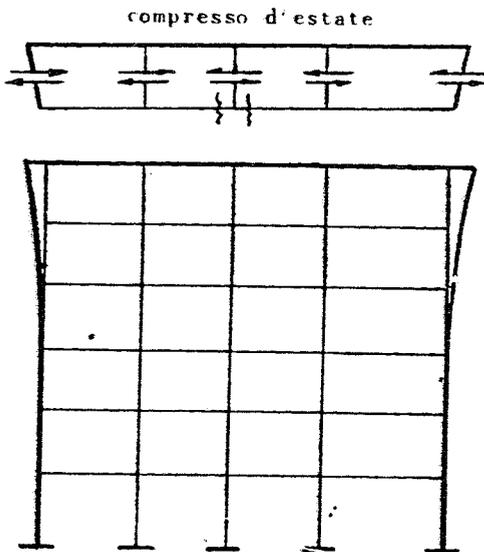
Il solaio di copertura subisce quindi le massime escursioni di temperatura: d'estate si dilata, e d'inverno si contrae, in misura maggiore del solaio immediatamente inferiore. Quindi tutti i pilastri dell'ultimo piano subiscono spostamenti normali relativi e conseguenti flessioni così come è indicato qualitativamente dalle figure 5-6.

I pilastri, inflettendosi, tendono ad opporsi a que

(*) E' questa una condizione praticamente irraggiungibile per le moderne strutture, il cui volano termico si va progressivamente riducendo.



inverno il solaio superiore si
contrae piu' di quello
inferiore



estate il solaio di copertura
si dilata piu' di quel
li inferiori

Fig 5-6

sta deformazione e quindi nell'impalcato di copertura si destano sforzi di trazione d'inverno e di compressione di estate. A questo schema naturale di variazioni termiche si sovrappone l'effetto delle sol-

genti di caldo e di freddo, sempre piu' diffuse negli edifici moderni. Tutti questi effetti statici si sovrappongono poi, al regime flesso-tagliante dipendente dai carichi esterni che, per le travi e per i solai, è stato già considerato. L'effetto termico si scinde in due aliquote: la prima, di semplice dilatazione uniforme, e la seconda, con andamento a farfalla lungo l'altezza delle travi e dei solai, che determina rotazioni e flessioni iperstatiche.

Da questo insieme di fatti molto spesso dipendono i fenomeni fessurativi, che si localizzano preferenzialmente nelle travi di copertura degli edifici.

Alla base dell'edificio, invece, sono piu' sentiti gli effetti del ritiro, perche' i pilastri del primo ordine, in seguito alla contrazione del primo solaio, subiscono un avvicinamento delle teste, mentre al piede restano ancorati alla fondazione, vincolata al suolo. Ai piani superiori il ritiro induce spostamenti relativi di minore entita', perche' dovuti solo allo sfasamento cronologico delle date di realizzazione e quindi al fatto che il fenomeno di ritiro, per ogni solaio, ha inizio quando una parte di quello relativo al solaio inferiore è già esaurita. In caso di eccesso d'acqua nei getti di conglomerato, gli effetti del ritiro sono ovviamente maggiori. Naturalmente gli sforzi di trazione, che insorgono nelle travi e nei solai, crescono con la rigidità dei pilastri che si oppongono agli spostamenti dei propri estremi; quindi l'effetto del ritiro va crescendo verso la base dell'edificio, traducendosi in sforzi di trazione nelle travi e nei solai. Essi possono produrre lesioni, caratterizzate da bordi tra loro quasi paralleli, localizzate nel

la parte centrale dell'edificio (fig. 5.), e nelle sezioni meno armate (*) nei solai esse si manifestano parallelamente ai travetti e nelle travi subito dopo la zona di rialzamento dei sagomati, dove l'armatura inferiore subisce bruscamente una notevole riduzione(**)

Questa prima causa di flessione dei pilastri normalmente non viene considerata esplicitamente nei calcoli statici degli edifici, sebbene il vigente regolamento ne faccia espresso obbligo, quando si assumono sollecitazioni ammissibili superiori ad un certo limite. E' peraltro da osservare che le sollecitazioni, che teoricamente ad essa corrisponderebbero nella struttura, sono elevatissime e, per di piu', di segno variabile in concomitanza con i cicli termici stagionali, il che, come e' noto, riduce la capacita' di resistenza della struttura. Tuttavia e' anche vero che le fessurazioni che ne conseguono riducono automaticamente la entita' delle sollecitazioni stesse. (fig. 5-7).

E' opportuno tener presenti, almeno qualitativamente, queste considerazioni in sede esecutiva (cercando ad esempio di ridurre in valore assoluto il ritiro, riducendo al minimo l'eccesso di acqua dei getti) e, in sede di progetto (prevedendo, ad esempio, rivestimenti galleggianti di materiali termoisolanti a prote

(*) Giova qui evidenziare il vantaggio derivante dalla disposizione nelle travi di armature con ferri dritti, che fronteggiano meglio dei sagomati gli sforzi di trazione che si destano negl'impalcati per effetto del ritiro; giova ancora richiamare la opportunita' di disporre armature e travetti di ripartizione nei solai a nervature parallele.

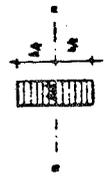
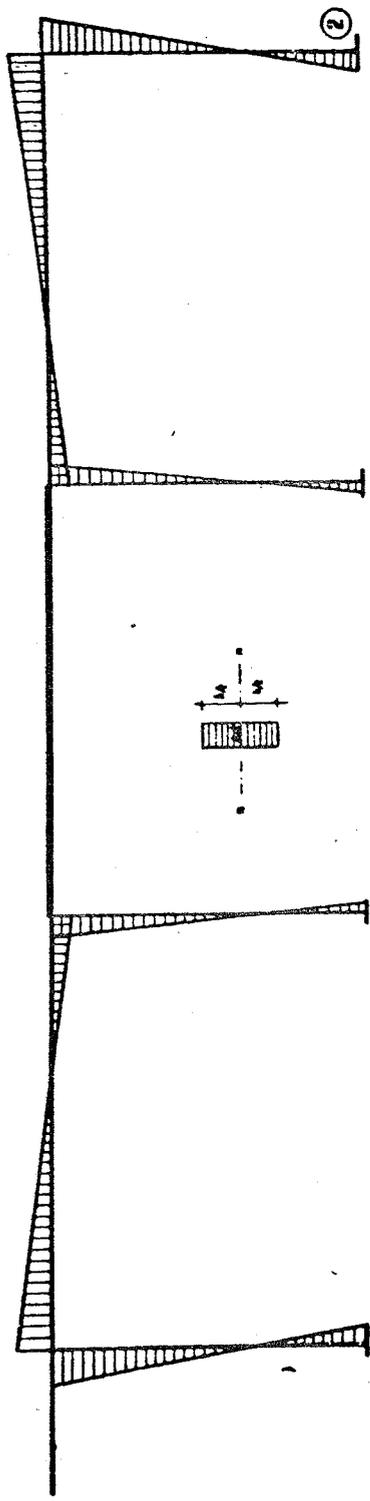
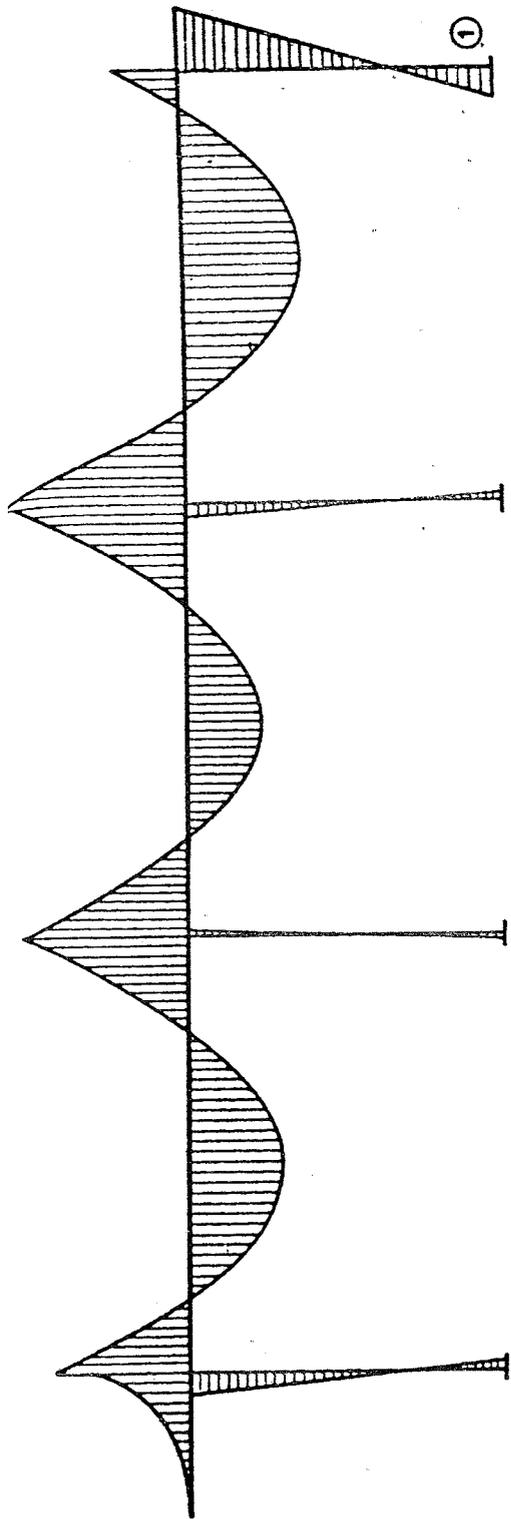
(**) Se le lesioni si verificano quando l'edificio non e' ancora completo la successiva messa in opera dei rivestimenti in genere maschera queste lesioni, che successivamente si riproducono in forma ridotta.

zione delle strutture, che sono a contatto con l'esterno, come i solai di copertura dell'edificio, di copertura di cantinati non riscaldati, ecc.). In sede patologica, infine, occorre tener presente questo fenomeno tra le possibili cause di manifestazioni fessurative.

Si e' gia' detto all'inizio che si puo' spesso attribuire una buona aliquota del degrado delle strutture nel tempo ("vetusta'") proprio all'alternarsi di sollecitazioni termiche e che la presenza stessa delle lesioni riduce notevolmente gli effetti statici che le hanno provocate. La struttura, cioe', si presenta, in seguito alle lesioni, come snodata e, al limite, dilatabile liberamente; in queste condizioni, peraltro, si riduce la protezione delle armature dalla aggressione degli agenti atmosferici ed aumenta il conseguente degrado per sollecitazione chimica.

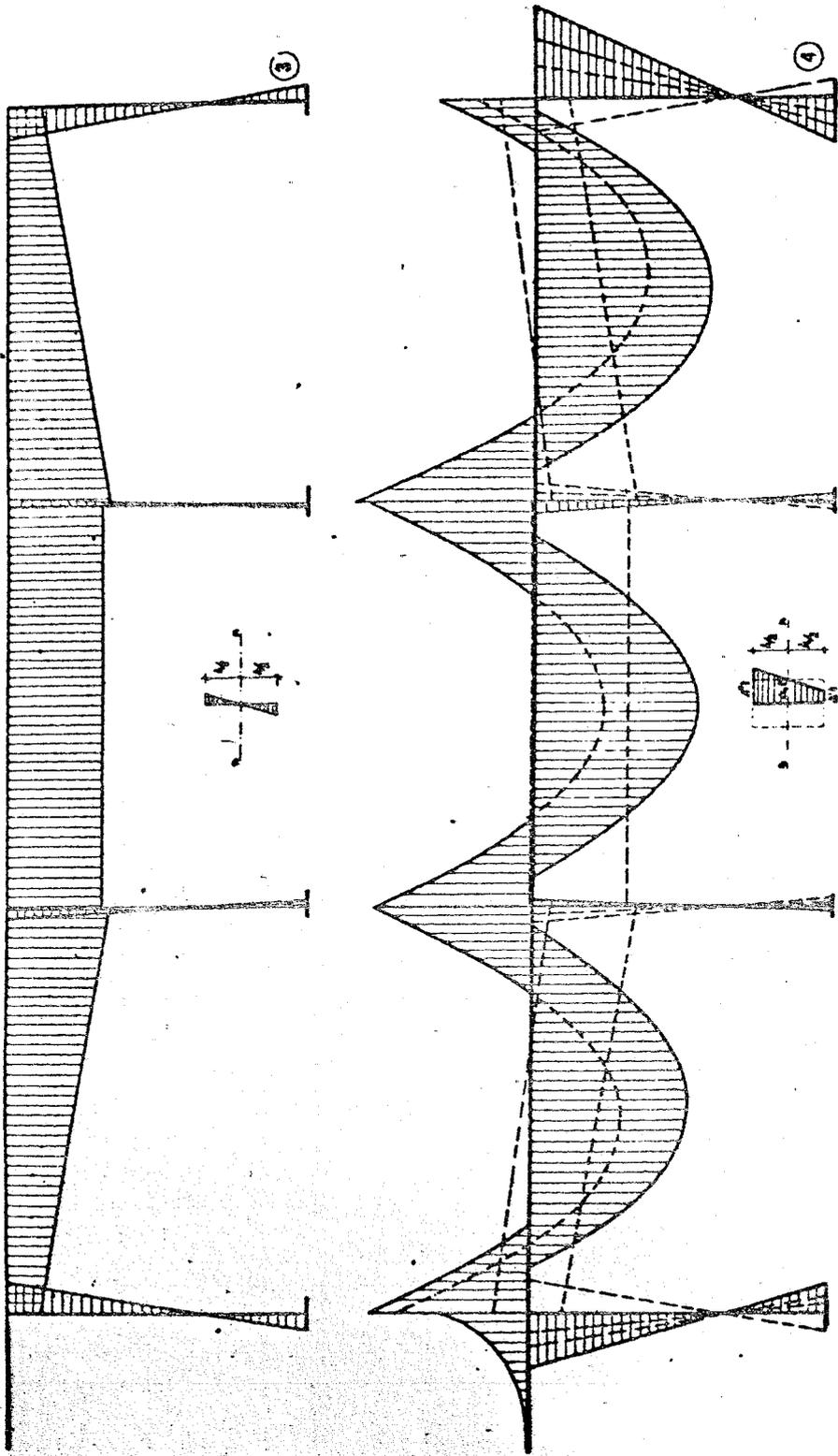
Il problema e' tuttora aperto alla discussione.

... 5.5.2) Con l'effetto "ferma" indicheremo la circostanza che i pilastri hanno dimensioni che generalmente variano, riducendosi lungo l'altezza dell'edificio, senza mantenere gli assi su una stessa verticale. Ad esempio, per i pilastri di perimetro, le facce, corrispondenti alle pareti esterne dell'edificio, devono mantenersi negli stessi piani verticali e le riseghe sono solo all'interno; per i pilastri interni le esigenze architettoniche spesso impongono che essi non siano visibili negli ambienti piu' impor



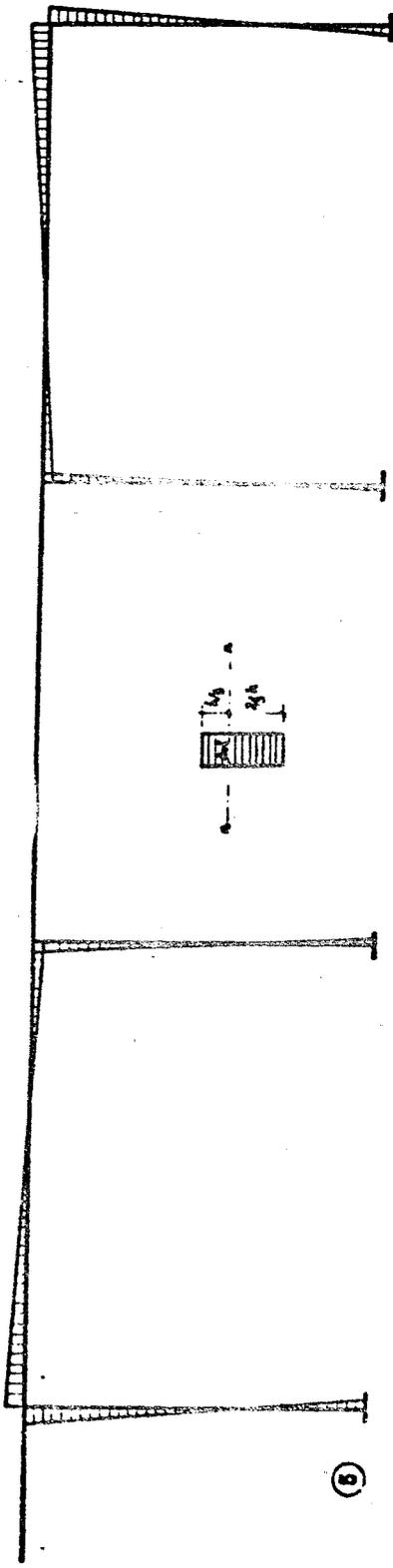
- ① Diagramma dei momenti flettenti dovuti ai carichi permanenti ed accidentali
- ② Diagramma dei momenti per $\angle t$ 20 uniforme nel traverso supporto omogeneo

11-12-1911 (228tc)

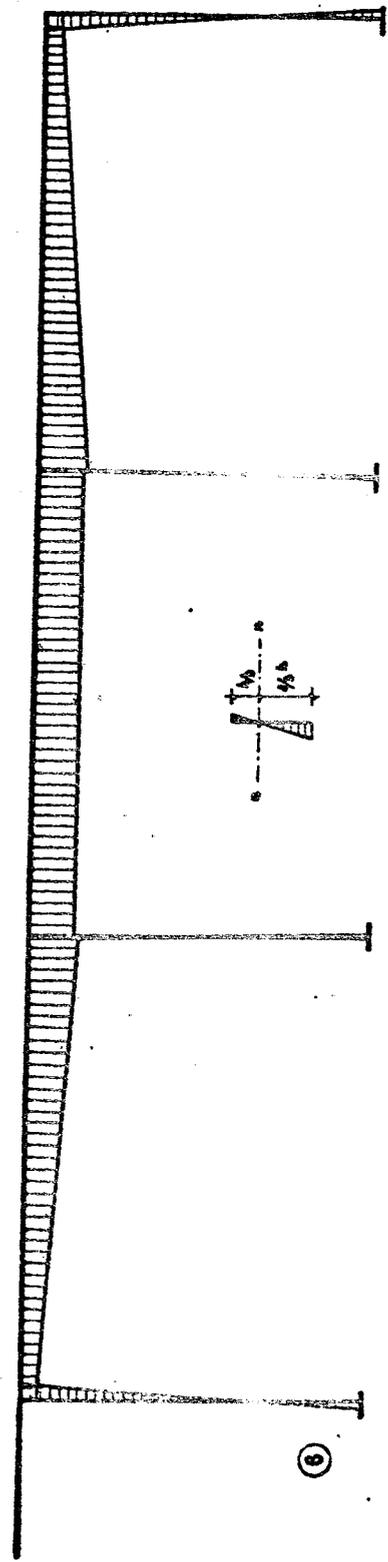


③ Diagramma dei momenti per Δt e t 10" a farfalla nel traverse supposto omogeneo (non parzializzato)

④ Massimi e minimi momenti ottenuti per sovrapposizione dei precedenti tre diagrammi



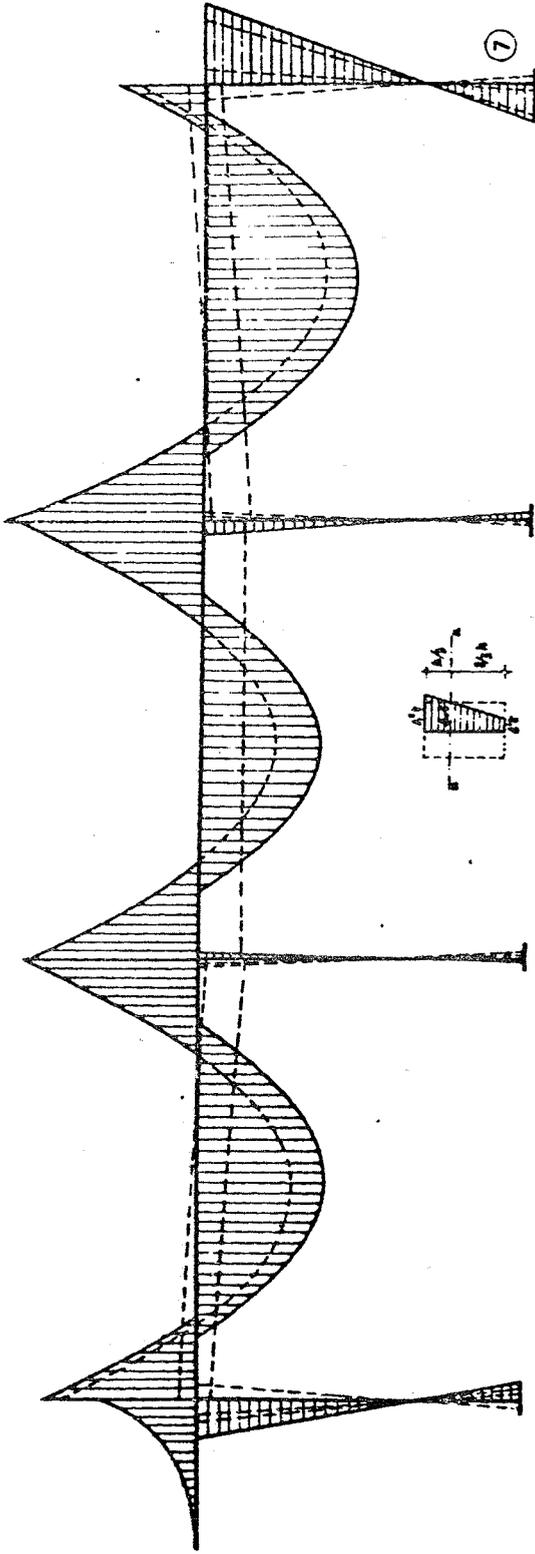
(5)



(6)

(5) Diagramma dei momenti per effetto termico eguale a (2) ma con traverso avente sezioni parziali: zate (il momento d inerzia si è considerato convenientemente ridotto);

(6) Diagramma analogo al (3) con traverso parzializzato



⑦ Sovrapposizione di ⑤ e ⑥ e facile osservare dal confronto con ④ che la eventuale parzializzazione conseguente ai momenti ④ conduce ad una riduzione dei momenti flettenti;

tanti e che la forma degli ambienti (e non la posizione degli assi dei pilastri) risulti invariabile da piano a piano, per una migliore "tipizzazione" della distribuzione interna.

In definitiva, per molti pilastri, le dimensioni trasversali si riducono senza mantenere fissa la verticale baricentrica, ma un altro punto della sezione (*) (ad esempio il punto di mezzo di un lato della sezione trasversale oppure un vertice, oppure, ancora due vertici consecutivi). In ogni caso ne deriva una eccentricita' di forma e conseguenti flessioni, nei pilastri, che si valutano quantitativamente considerando applicati ai nodi del telaio, al quale i ritti appartengono, i momenti dovuti agli sforzi assiali di piano moltiplicati per la eccentricita' di forma che esiste allo stesso piano.

Nel calcolo del telaio questi momenti flettenti si ripartiscono fra le aste (travi e pilastri) concorrenti nei nodi e quindi il momento flettente, in ciascun pilastro, e' dell'ordine di grandezza della meta' del momento applicato al nodo. Una ripartizione del momento a "nodi fissi" e' rigorosa solo nella ipotesi che l'intera ossatura sia dotata di due assi di simmetria, tra loro ortogonali, oppure che le eccentricita' diano luogo, nel complesso, ad azioni orizzontali di taglio tra loro equilibrate.

In pratica anche questo secondo effetto di flessioni nei pilastri raramente si considera esplicitamente, nelle verifiche dei pilastri degli edifici, perche' per normali valori delle riseghe (< 5 cm) risulta

(*) Si tratta dei "punti fissi" già menzionati al paragrafo 5.3.

trascurabile. E' opportuno, peraltro, tenerlo presente nel disegno della pilastrata evitando valori eccessivi delle "riseghe". Nei casi in cui, per particolari ragioni, esse dovessero essere di notevole entita' (maggiore ad esempio di 10-15 cm) i conseguenti effetti si valterebbero nel modo che si e' indicato.

5.5.3) Flessioni dei pilastri derivanti dai carichi verticali.

I momenti flettenti, nei pilastri, dipendenti dai carichi verticali agenti sulle strutture orizzontali dell'impalcato, sono di entita' rilevante la' dove, rifacendosi al principio di equivalenza, lo schema dei momenti equivalenti d'incastro perfetto, presenta notevoli squilibri e nella struttura si verificano rotazioni. cioe':

- a) lungo tutto il perimetro della pianta, nel caso che manchino sbalzi capaci di equilibrare i momenti di incastro perfetto del solaio o della trave.
- b) all'interno della pianta, quando esistano notevoli dissimmetrie di luce o di carichi tra travi e solai adiacenti ad uno stesso pilastro.

Abbiamo gia' discusso in precedenza gli schemi limite da adottare per le travi. Abbiamo detto che uno di essi (valido anche per i solai) e' quello di "trave continua su appoggi semplici", in cui cioe' i pilastri sono considerati di rigidezza nulla e l'altro e' di "cunee separate" perfettamente incastrate agli estremi (confronta il capitolo sulle travi)

Per la verifica dei pilastri occorre invece considerare lo schema limite (indicato solo per i solai(*)) in cui il solaio (o la trave in questo caso) e' elasticamente solidale con il pilastro e valutare l'aliquota di momento che esso assorbe, che risulta proporzionale al rapporto tra rigidezza del pilastro e rigidezza del nodo.

I momenti, nei pilastri, sono maggiori nel caso di travi deformabili (a spessore di solaio) e sono, comparativamente, minori nel caso di travi rigide (emergenti); lungo il perimetro essi sono notevoli quando il solaio e' sottile (**), e di grande luce (***), la trave di bordo e' torsionalmente rigida e mancano sbalzi equilibranti.

5.5.4) Flessioni nei pilastri dovute a forze orizzontali.

La quarta causa, che provoca flessioni nei pilastri, e' costituita dalle forze orizzontali agenti sull'edificio. Tali forze, dovute al vento o a scosse sismiche, come si e' gia' detto piu' volte in precedenza, si fanno assorbire dallo scheletro, calcolato come struttura spaziale o come insieme di telai, oppure da un sistema di pareti verticali ed orizzontali di rigidezza notevolmente maggiore di tutti i pilastri. Solo in questo ultimo caso le flessioni nei pilastri diventano trascurabili. Questo argomento sara' trattato nel quarto volume relativo alle strutture sottoposte a forze orizzontali.

(*) Confronta pag. 44.

(**) L'attuale regolamento indica, per lo spessore dei solai, un limite per il rapporto tra spessore e luce ($S > \frac{l}{30}$).

(***) Luci maggiori di 7 m