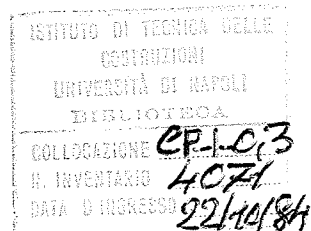


COLLANA DI TEORIA E TECNICA DELLE COSTRUZIONI
DIRETTA DA ELIO GIANGRECO

MICHELE PAGANO

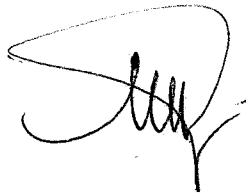


TEORIA DEGLI EDIFICI

(Lezioni del corso di complementi di tecnica delle costruzioni)

① EDIFICI IN MURATURA

LIGUORI EDITORE

A handwritten signature in black ink, consisting of a large, sweeping initial letter followed by several smaller, connected letters.

Publicato da Liguori Editore
via Mezzocannone 19, 80134 Napoli

© Liguori Editore, S. r. l. 1968

I diritti di traduzione, di riproduzione e di adattamento totale
o parziale e con qualsiasi mezzo (compresi i microfilm e le
riproduzioni fotostatiche) sono riservati per tutti i Paesi

Printed in Italy Liguori Editore

ISBN 88- 207- 0479- x

Questo volume dell' amico prof. Pagano sugli edifici in muratura fa parte di un'opera completa nella quale vengono trattati gli edifici in cemento armato, quelli a pannelli portanti e quelli in acciaio, con un discorso unitario ed una metodologia di base che ne costituiscono l'aspetto più interessante.

La raccolta di argomenti sparsi in varie pubblicazioni e testi, con diversità di premesse storiche e di esigenze attuali, ma pure appartenenti ad un unico contesto strutturale costituiscono, a mio avviso, un lavoro particolarmente utile: ma forse l'aspetto più originale che vorrei sottolineare è l'impostazione di fondo, per così dire filosofica, con la quale viene interrogata la fenomenologia e meditata la risposta, sulla base dell'osservazione quotidiana o dell'indagine specifica, con conseguente consapevole assunzione di responsabilità.

È un richiamo etico anche più valido se si guarda alla coerenza dell'Autore che nella sua lunga milizia di studioso e di progettista ha sempre cercato di mutuare la suggestione teorica con la verità sperimentale.

È un insegnamento per i giovani le cui aspirazioni umane e tecniche devono tener presenti i traguardi ideali, ma costruendo e verificando lungo il cammino.

Elio Giangreco

Napoli, Dicembre 1968



P R E F A Z I O N E

Certamente sarebbe stato opportuno che la prefazione generale che precede questa prima parte dell'opera fosse stata scritta prima che le successive parti vedessero la luce. Invece, per agevolare il compito agli allievi in corso nell'anno 67-68, la terza parte, che era più avanti nella sua stesura, è già stampata con una sua prefazione particolare.

L'opera infatti comprende una parte delle lezioni del Corso di Complementi di Tecnica delle Costruzioni ed è quindi, in questo senso, condizionata agli attuali programmi del Corso, sia pure nella prospettiva scientifica di un logico sviluppo e di una maggiore ampiezza.

Quando con il nuovo ordinamento delle Facoltà d'Ingegneria (1960) fu istituito questo Corso, erano dedicate agli edifici solo poche lezioni richieste dagli allievi, che, ormai alla soglia della laurea, sentivano la necessità di non affrontare, del tutto inesperti, i compiti che all'indomani li attendevano. Ben presto però fu chiaro che l'argomento era ben suscettibile di ampio sviluppo nel rigore di una trattazione unitaria e razionale: era cioè possibile formulare una *teoria degli edifici*, suddivisibile in parti dedicate ai singoli tipi strutturali.

Del resto non poteva né doveva esservi contrasto, né tanto meno un solco da saltare dopo la laurea, tra i compiti professionali e l'insegnamento ufficiale, anche senza invocare le finalità che le stesse leggi istitutive dell'università attribuiscono ai corsi universitari.

D'altra parte nel settore degli edifici, a meno di rare eccezioni, manca nella bibliografia una teoria che tratti in rigore scientifico l'argomento, senza divagazioni del tutto astratte o, di contro, senza semplici descrizioni od elenchi di progetti, nel presupposto implicito che l'argomento sia circoscritto ad una *pratica* non suscettibile di teorizzazione.

Di questa situazione bibliografica particolare e del contenuto dei corsi precedenti della facoltà doveva tener conto l'insegnamento e, quindi, quest'opera, sia pure con le necessarie attenuazioni e limitatamente alle parti a ciò dedicate.

Quindi il lettore, specie se esperto, vorrà essere indulgente e scusare sia la forma che le deficienze, che certamente rileverà in dipendenza del suo particolare punto di vista: vorrà tener presente che il discorso può non essere diretto a lui, ma talora agli allievi della nostra Facoltà inque-

drati nel loro specifico corso di laurea, talora invece a finalità di carattere esclusivamente scientifico, specie nei settori, che richiedono ancora parecchio cammino per una stretta più concreta con la realtà.

L'opera si compone di più parti; questa *prima parte* dal titolo: *teoria degli edifici in muratura* per il momento non è oggetto d'insegnamento spinto fino alle applicazioni numeriche.

Si propone, inizialmente, una suddivisione in tre classi degli edifici che presentino elementi portanti in "muratura"; nelle prime due classi si inseriscono rispettivamente: gli edifici *integralmente in muratura* e gli edifici *con ritzi in muratura e con solai in legno o in ferro*; alla terza classe si fanno appartenere i moderni edifici con ritzi in muratura ed impalcati ancorati ad un cordolo in cemento armato ad ogni piano.

Si riporta una indagine bibliografica che, tra i vari Autori, pone in evidenza, all'inizio dello scorso secolo, la grande figura del Rondelet (1800) per l'impostazione e il contributo, tuttora validi, dati allo studio degli edifici della prima classe. Solo recentemente, dopo decenni dalla loro apparizione, la bibliografia si è occupata degli edifici della terza classe; nel settore tecnico-scientifico spiccano gli studi di Haller, relativi alla realizzazione di edifici alti (a sedici piani), e quelli di Angervo-Putkonen, i quali introducono e trattano con rigore scientifico lo schema di telaio con ritzi in muratura; questi studi hanno destato un rinnovato interesse per questo tipo strutturale nella sua più moderna versione.

Notevole interesse bibliografico hanno inoltre il regolamento tedesco e quello russo, per le regole generali e concrete che suggeriscono per una immediata soluzione del problema.

In questo quadro bibliografico questa prima parte inserisce la proposta di un nuovo procedimento di calcolo che presenta sensibili vantaggi, è svolto, con riferimento ad un edificio oggetto di un crollo, un esempio numerico che illustra l'utilizzazione delle tabelle e dei grafici che rendono agevole l'applicazione del nuovo metodo proposto.

Si può, in definitiva, affermare che specie sotto la spinta della prefabbricazione, lo schema degli edifici della terza classe sta uscendo ormai da una penombra di secondo piano per porsi allo stesso livello teorico e tecnico di ogni altro schema di edificio in acciaio o in cemento armato. Tuttavia, come per questi ultimi schemi, occorre ancora e a lungo discutere la validità delle ipotesi di partenza: in questa prima parte si è appena tentato di impostare una discussione, sia pure solo qualitativa, sul suo comportamento effettivo che solo ulteriori studi teorico-sperimentali, particolarmente auspicabili in questo settore, potranno meglio illuminare.

La *seconda parte*, in corso di stampa, è dedicata alla « *teoria degli edifici in cemento armato* » e rappresenta in massima parte il contenuto di una ventina di lezioni del Corso. Ampliando la classificazione iniziata nella prima parte, gli edifici in cemento armato sono inseriti al quarto posto, ovvero subito dopo le tre classi dedicate agli edifici in muratura.

Prima di affrontare il loro studio specifico si illustra il criterio generale che si è assunto per *teorizzarne* il comportamento (*fatto*): ogni « *fatto* », se opportunamente *meditato* (meditazione = $\theta\epsilon\omega\rho\iota\alpha$), può essere racchiuso tra due schemi limite che definiscono così una *fascia* ideale, nella quale esso è compreso.

La *teoria* di una struttura deve cioè indicare i limiti della « fascia » e così permettere all'ingegnere di assumerne la responsabilità.

Nella seconda parte si considerano normali edifici in cemento armato per civili abitazioni per i quali siano prevalenti i carichi verticali. Il comportamento generale dell'ossatura spaziale può scindersi e racchiudersi in un insieme di schemi elementari tanto più semplici quanto maggiore è la larghezza della fascia che si sceglie. È noto che la ricerca si propone di restringere la larghezza di ogni fascia, evitando per quanto possibile strumenti fisico-matematici troppo complessi: occorre caso per caso valutare la convenienza (al momento attuale) nel rispetto del criterio indicato, che può dinamicamente accogliere e valutare ogni risultato dell'evoluzione scientifica.

Nell'ipotesi che siano prevalenti i carichi verticali, ovvero di edifici non disposti in zona sismica o in luoghi ventosi, è conveniente spezzare lo schema spaziale in *componenti* esaminando separatamente *solai, travi, pilastri, scale, fondazioni*.

Nell'esame di ciascun *componente* s'indicano le correlazioni con gli altri *componenti* e si definiscono le corrispondenti *fasce*; parallelamente si analizzano e si descrivono alcuni particolari fino al dettaglio costruttivo, nella misura necessaria alle esigenze più sentite della realtà tecnica; a titolo di esempio, nel caso degli impalcati si considerano gli schemi di sbalzo laterale, sbalzo d'angolo, grandi e piccoli fori, solai ad asse spezzato, ecc.

Particolare attenzione è dedicata ai sostegni verticali, per il *pilastro* appartenente all'edificio multipiano s'introduce il concetto di « *carico convenzionale tipo* » e si forniscono criteri rigorosi ed approssimati per valutarne i singoli addendi con sensibili semplificazioni.

Per ogni *componente* si forniscono criteri concreti per la soluzione del suo problema statico cercando di interpretarne il comportamento effettivo con idonei schemi.

L'ipotesi che siano prevalenti i carichi orizzontali, ovvero il caso di edifici in zona sismica o sottoposti per la loro ubicazione (ad esempio

in riva al mare) o per la loro forma (edifici-torre) a notevoli spinte del vento è trattato nelle parti successive.

La terza parte, di contenuto esclusivamente teorico, è pertanto dedicata ai telai a maglie rettangolari sottoposti a forze orizzontali (e verticali).

Infatti nel caso che l'edificio sia sottoposto a forze orizzontali e si rinunci ancora per semplicità all'analisi dell'intera struttura (spaziale) considerata come un unico insieme - negli usuali procedimenti di verifica si suddivide l'ossatura in schemi di telai piani a maglie rettangolari (i criteri per tale suddivisione e lo studio dell'intera ossatura sono trattati nella quarta parte).

La trattazione prende le mosse dalla nota relazione che lega le forze alle deformazioni; quindi utilizza i tre schemi elementari: di *nodo*, di *piano* e di *traverso*, per sviluppare in modo unitario i procedimenti condotti secondo le due note vie maestre delle forze (Cross - Grinter con rotazioni impresse) e delle deformazioni (Kani con rotazioni impresse).

La unitarietà della trattazione comporta semplificazioni formali e sostanziali non prive di interesse ed originalità. I procedimenti teorici di calcolo dello schema di telaio piano rappresentano uno strumento che è poi utilizzato nella parte successiva.

La quarta parte esamina l'edificio in cemento armato sottoposto a carichi orizzontali; l'intera struttura (spaziale) si considera sia come insieme di telai piani (nello spirito dell'attuale regolamentazione in zona sismica), sia come una unica ossatura. In questa ultima ipotesi è indispensabile l'impiego di calcolatori elettronici attesa la complessità numerica del problema. Si indica anche la possibilità di tener conto della collaborazione dei pannelli di chiusura dei riquadri dell'ossatura principale.

La quinta parte dedicata agli «edifici in acciaio» e la sesta parte dedicata agli «edifici speciali» completano, nell'ambito delle usuali tipologie, il quadro logico di una «teoria degli edifici».

Terminata così questa breve rassegna del contenuto, passo a sciogliere, con vero piacere, i debiti contratti nella lunga stesura di quest'ope-

ra Devo innanzitutto esprimere la mia commossa gratitudine all'amico prof Giangreco per la sua presentazione che eccede i limiti di una semplice formalità.

Devo poi ringraziare tutti gli allievi che nello svolgimento dei vari corsi o di tesi di laurea sono stati i validi interlocutori critici per la discussione e la maturazione di quest'opera, è infatti per me di particolare soddisfazione constatare che si sia creata nel Corso una tradizione di continuità in virtù della quale ogni allievo non si limita ad acquisire l'insegnamento ma contribuisce con una partecipazione critica ad un ulteriore passo in avanti del contenuto delle lezioni.

Un particolare ringraziamento va all'ing Marchetti per il contributo agli sviluppi analitici ed alla discussione della prima parte.

All'Editore dott Rolando Liguori ed all'ing Pedroni, che con affetto diligenza ed intelligenza hanno contribuito alla stampa del testo in una adeguata veste tipografica, va infine un particolare senso di riconoscenza

Napoli, dicembre 1968

Michele Pagano



1) Premessa

Gli edifici in muratura hanno subito nei secoli profonde evoluzioni, pervenendo infine, con la introduzione (parziale) del conglomerato armato, a schemi statici nuovi, che pur essendo apparsi da alcuni decenni sullo scenario delle costruzioni solo recentemente sono stati oggetto di studio della bibliografia tecnica.

Il presente lavoro si propone appunto di fornire un contributo all'esame statico di questi moderni edifici realizzati con:

- a) impalcati orizzontali costituiti da lastre continue di *conglomerato armato* (eventualmente alleggerite con laterizi o nervate con profilati di acciaio) racchiuse e solidali al perimetro con cordoli ancora in c.a., e
- b) sostegni verticali in *muratura* - supposta del tutto priva di resistenza a trazione - costituita, ad esempio, da pietre naturali o artificiali, da conglomerati non armati, ecc.

Questo tipo strutturale è inserito al terzo posto in un tentativo di classificazione che si è limitato agli edifici in *muratura* che presentino caratteristiche corrispondenti alla normale edilizia civile, con esclusione dalle grandi opere, che hanno storia a sé. In questa classificazione gli schemi strutturali, che in ordine cronologico si sono succeduti nei secoli, sono stati sinteticamente ricondotti a tre classi fondamentali. *La prima classe* comprende gli edifici con struttura esclusivamente di *muratura*; *la seconda* gli edifici, in cui solo le strutture verticali

sono in muratura, che forma una scatola autosufficiente e quelle orizzontali sono costituite da travi in legno o ferro; la terza quelli descritti all'inizio. Per le prime due classi ci si limita nel seguito a riportare brevemente, in forma critica, la morfologia dello schema e qualche cenno sulla patologia, che è storicamente significativa, con i metodi di calcolo, in genere approssimati, proposti dalla letteratura.

I tre schemi strutturali, corrispondenti alle suddette classi, sono sostanzialmente diversi tra loro.

Le prime due classi riguardano costruzioni ormai tecnicamente sorpassate, realizzate da epoca remota fino all'inizio di questo secolo; esse interessano ancora i tecnici per i problemi connessi al loro restauro; la terza classe è invece di interesse attuale anche per il progetto di nuove costruzioni: esempi notevoli, molto conosciuti, di siffatte costruzioni multiplane si sono realizzati recentemente in Svizzera; di particolare rilievo gli edifici a sedici o diciotto piani realizzati a Basilea [19] che hanno avuto il merito di rilanciare lo studio di questo tipo strutturale.

Nel paragrafo successivo 2) si propone la suddetta classificazione; nei paragrafi 3) e 4) si svolgono considerazioni statiche e bibliografiche. In particolare si affronta poi lo studio della terza classe nei paragrafi 5) ÷ 8), proponendo al par. 7) un metodo di calcolo, che, aderendo al reale comportamento fisico della struttura, risulti di facile applicazione. Si svolge un esempio numerico nel par. 8, con considerazioni critiche sul quadro generale di questo tipo strutturale. al par. 9).

2) Tentativo di classificazione

2.1) Prima classe: costruzioni costituite esclusivamente da "muratura".

Questa prima classe comprende quegli schemi in cui tutte le membrature portanti siano costituite da *muratura* - per definizione incapace di resistere a trazione - e sopportino quindi i carichi esclusivamente in regime di compressione, generalmente eccentrica. Ne consegue, in particolare, che le membrature chiamate direttamente a sostenere i carichi corrispondenti agli orizzontamenti siano realizzate con schemi spingenti (volte, archi, ecc.), e che le membrature verticali debbano essere capaci di sostenere, oltre che i carichi verticali, anche le corrispondenti spinte.

In questa prima classe e' compresa la gran parte delle antiche costruzioni.

2.2) Seconda classe: costruzioni costituite da:

- a) UNA SCATOLA MURARIA VERTICALE A SOSTEGNO DI
- b) SOLAI ORIZZONTALI FORMATI CON TRAVI NON CONGRUENTI CON LA MURATURA NEI PUNTI DI APPOGGIO

Le travi, generalmente realizzate in legno o in ferro e poggiate sulle murature a convenienti intervalli, sostengono per flessione e taglio i carichi corrispondenti ai vari orizzontamenti; e' eliminato cosi' ogni effetto spingente carat-

teristico della classe precedente con notevole vantaggio statico per la scatola muraria.

Caratteristica di questo tipo strutturale è la autonomia statica della struttura muraria, la cui stabilità cioè prescinde dalla collaborazione delle travi orizzontali. In altri termini queste ultime possono essere sostituite, almeno in parte, senza arrecare pregiudizio alle strutture verticali.

Al limite, nella ipotesi astratta di vincoli "lisci" in corrispondenza dei punti di appoggio delle travi sulla muratura, si annullerebbe ogni interazione orizzontale tra le "travi" e la "scatola muraria". Anzi la presenza delle travi comporterebbe solo un indebolimento della muratura nella zona di contatto sia per la concentrazione locale delle sollecitazioni che per il vuoto corrispondente alla sede di appoggio.

La trave (in legno o in ferro), in questa ipotesi limite, scorre liberamente sulla muratura o per effetto termico oppure per l'inflessione dovuta ai carichi verticali, e deve quindi avere una conveniente rigidità per evitare schiacciamenti locali del bordo interno della muratura di appoggio.

Quindi, sempre nella ipotesi limite di appoggi scorrevoli, le "travi" e la "scatola muraria" rappresentano due sistemi strutturali del tutto indipendenti che si trasmettono solo azioni mutue verticali. Se nella scatola muraria, con il trascorrere degli anni e dei conseguenti cimenti termici stagionali, si verificano fratture verticali tali da renderla incapace di una sua esistenza autonoma, le singole porzioni di muratura - ove non trovino nelle travi la possibilità di un concatenamento - tendono a ruotare, o per l'azione di spinta di archi disposti sui vani aperti nei

muri, o per la eccentricità morfologica delle risultanti dei pesi. Il primo caso è frequente in prossimità degli spigoli dell'edificio, mentre il secondo si verifica lungo i muri di perimetro a causa delle righe che rispettino la verticalità della parete esterna. Per fronteggiare le eventuali conseguenti rotazioni dei muri verso l'esterno si adottano in pratica provvedimenti di emergenza (puntellature, barbaccani, ecc.) o definitivi (catene di acciaio).

Ma nella realtà i vincoli mutui non sono lisci bensì dotati di attrito; inoltre sui vani aperti nei muri possono essere disposte piattabande non spingenti capaci di resistere a flessione e taglio; infine chiavi di ancoraggi possono essere predisposte nelle murature in corrispondenza delle testate delle travi.

Si determina allora un concatenamento tra i due insiemi strutturali che impone la congruenza degli spostamenti orizzontali con notevole beneficio della statica generale dell'edificio; e poi particolarmente importante a tal fine che in corrispondenza delle zone di angolo della pianta il senso di orditura dei soalai sia alternativamente variato ai vari livelli in modo che non esistano muri slegati per tutta l'altezza dell'edificio ma al massimo per due interpiani.

2.3) Terza classe: costruzioni costituite da sostegni verticali murari ed impalcati monolitici congruenti tra loro.

Le Norme attualmente vigenti in Italia (*) impongono che in corrispondenza di ogni impalcato si dispon-

(*) Legge n. 1684, 25 novembre 1962 - art. 4 comma 9: (conforme a meno di indicazioni di dettaglio alle norme precedenti)

ga un telaio orizzontale di piano in cemento armato ("cordolo") sposato alle murature e capace di esercitare la funzione di concatenamento generale dell'edificio; sono così impediti gli spostamenti relativi e si impone anche una particolare congruenza delle rotazioni tra solai e murature; si forma così la terza classe.

Le moderne costruzioni in muratura con solai in cemento armato o in profili in acciaio rientrano in questa ultima classe, che appartiene al secolo in cui viviamo; essa differisce sostanzialmente dalle precedenti classi, come si pone in evidenza nel successivo paragrafo, in cui si fanno alcune considerazioni statiche sulle tre classi.

3) Considerazioni statiche generali

È opportuno un breve cenno comparativo sui procedimenti di calcolo che la bibliografia ritiene applicabili ai tre tipi innanzi illustrati.

3.1) Prima classe.

Per lo schema strutturale relativo alla prima classe di edifici il calcolo presuppone che il materiale sia ovunque e del tutto incapace di resistere a trazione.

Si ritiene cioè che anche in quelle zone murarie, che all'atto della costruzione sono integre e quindi inizialmente sottoposte a sollecitazioni di trazio-

ne, nel tempo si possano verificare fratture e quindi il completo annullamento di ogni resistenza a trazione.

Per la struttura nelle sue condizioni iniziali, di completa integrità, sono localizzabili le zone eventualmente sottoposte a trazione applicando i normali metodi di calcolo validi per ogni altro tipo di materiale e di struttura.

Questa condizione iniziale è stabile nel tempo solo se sono assenti, o, al più, molto piccole, le sollecitazioni di trazione dovute non solo ai carichi verticali, ma anche all'alternarsi del cemento termico stagionale, alle vibrazioni naturali o artificiali, ecc. (*). Ovviamente la resistenza nel tempo è legata alla tecnologia ed alla qualità dei materiali impiegati. Conviene comunque porsi nella ipotesi che al limite ogni resistenza a trazione si annulli e che al termine di tale processo di parzializzazione la struttura si comporti come suddivisa in "conci" tra loro virtualmente separati: si tiene cioè conto solo della capacità di resistenza a compressione e a taglio trasversale, quest'ultima legata all'attrito che nasce tra concio e concio per effetto della compressione stessa esistente tra essi. Questa schematizzazione (finale) significativamente si denomina "a conci scabri". Il calcolo di verifica di una struttura siffatta può svolgersi ancora secondo i canoni di una normale struttura per successive approssimazioni individuando e tenendo conto nei calcoli delle zone che man

(*) L'insieme di questi effetti deterioranti, legato all'età dell'opera, viene talora chiamato significativamente "vetusta" dell'opera.

mano risultano tese; sono peraltro ben noti procedimenti approssimati che conducono alla verifica di stabilità delle singole membrature considerandole isostatiche e, contemporaneamente, imponendo opportuni limiti alla eccentricità dello sforzo normale. E' ovvio che in pratica conviene disegnare la struttura in modo da limitare l'entità delle fratture, negative sia sotto l'aspetto estetico che della manutenzione, specie in presenza di agenti esterni particolari quali ad es. il gelo.

3.2) Seconda classe.

Le strutture appartenenti alla seconda classe (paragrafo 2.2) richiedono la verifica separata dei "solai" e della "scatola muraria".

Le travi in legno o in ferro, che costituiscono i solai, vanno verificate al solito a flessione e a taglio.

Piu' complessa e indefinita e' la verifica della ossatura muraria, costituita da una doppia orditura di muri generalmente intersecantesi ortogonalmente. Essa e' sottoposta al peso proprio, alle forze trasmesse dalle travi dei solai concentrate nei punti di contatto, talora alle spinte degli architravi disposti sui vani e, infine, a tutte le altre ben note azioni esterne naturali (vento, temperatura, vibrazioni, ecc); l'esperienza e la bibliografia insegnano quanto sia lontana da ogni possibile analisi elastica una struttura siffatta e che la scatola muraria col tempo facilmente si degrada presentando fratture verticali che

slegano i muri appartenenti ai due ordini. In presenza di architravi spingenti sui vani e' fatale che ciascun muro si suddivida in fasce verticali comprese tra l'appiombo di vani consecutivi.

Una verifica prudenziale di stabilita', che tenga conto di questa possibilita', deve considerare pertanto l'equilibrio di ogni fascia verticale di muratura sottoposta ai carichi che le competono in assenza di ogni collaborazione laterale sia da parte del resto della scatola che delle travi, il cui contatto si suppone privo di attrito.

Inoltre per i muri di facciata, che per ragioni estetiche in elevazione conservano l'appiombo della parete esterna, interviene l'eccentricita' di forma. La eccentricita' del peso proprio, per la riduzione degli spessori, tende a far ruotare il muro verso l'esterno, mentre azione in senso opposto esercitano i carichi trasmessi eventualmente dai solai, che nella bibliografia si considerano talora, empiricamente e senza alcuna giustificazione, applicati ad un terzo dello spessore del muro a partire dal filo interno.

In definitiva la verifica di stabilita' dei muri si esegue nell'ipotesi che essi si comportino per tutta l'altezza dell'edificio come mensole, nella ipotesi limite di vincoli lisci per le travi e di completa isostaticita', per fratturazione, di ogni muro.

3. 3) Terza classe.

Per gli edifici della terza classe, che sono l'oggetto di questo studio, un procedimento semplificato

di calcolo e' formulato e proposto nel par.5 e nei seguenti. dopo l'esame della bibliografia tecnica svolta nel successivo par.4.

Ci si limita qui solo a porre in evidenza il processo di evoluzione che ha condotto le strutture murarie dalla seconda alla terza classe.

Come si e' detto (par.2.2) in occasione dei dissesti non infrequenti di edifici della seconda classe, il provvedimento di rafforzamento provvisorio piu' spontaneo e' di disporre barbacani o puntelli esterni e, quello definitivo, catene orizzontali inserite nel corpo dell'edificio. In tal modo la struttura gode dei benefici statici conseguenti ai nuovi vincoli interni con incremento notevole della resistenza trasversale globale.

L'avvento della tecnica del cemento armato ha consentito di risolvere razionalmente e preventivamente questo problema includendo nelle murature catene durvolmente protette. Sono cosi' nati i "cordoli" che ad ogni piano costituiscono un elemento strutturale atto ad impedire spostamenti relativi tra le strutture murarie ed i solai che ad esse si ancorano. Non solo, ma in caso di cedimenti locali, ben temibili nelle strutture murarie, o di cedimenti di fondazione si ha facilmente la formazione di archi di scarico, che trovano nei cordoli valide catene. Questo meccanismo statico e' capace di sopperire a notevoli deficienze localizzate e, nel normale comportamento, di ripartire i carichi verticali ad ogni livello. Detta capacita' delle murature a formare archi di scarico in presenza di deficienze locali e' dimostrato anche dalle figg.22 e 23 del par.9. Essa e' talora erroneamente attribuita, invece che al complesso arco-muratura con catena, al-

la rigidità flessionale del solo cordolo; questo ultimo, invece, per la sua forma appiattita e' estremamente flessibile ed incapace da solo di un siffatto contributo statico.

Il cordolo non interrompe la continuità statica verticale delle murature, perché essendo realizzato con getto in opera, ne sposa le superfici di contatto. Esso inoltre introduce per la prima volta nelle strutture murarie la possibilità di realizzare una congruenza (particolare) tra muratura e solaio ed un collegamento continuo ad ogni piano tra tutte le murature dell'edificio.

La differenza tra la seconda e la terza classe e' quindi radicale: lo schema strutturale da quasi isostatico diventa decisamente (e durevolmente) iperstatico con un incremento di solidità dell'insieme tale da giustificare l'intervento della legge, che da alcuni decenni ha reso obbligatorio questo moderno sistema costruttivo sanzionando ufficialmente la estinzione delle due prime classi, di cui e' esplicitamente vietata la costruzione. Per le strutture della terza classe può ritenersi possibile e accettabile l'applicazione della teoria della elasticità.

Gli edifici della terza classe conservano quindi solo una pallida analogia con le tradizionali costruzioni in muratura; essi sono moderni perché hanno praticamente la stessa età delle costruzioni integralmente in cemento armato e perché, specie negli ultimi anni, hanno subito una profonda evoluzione tecnologica più rapida forse di ogni altro tipo strutturale; perché, infine, e' ancora aperto per esse il problema teorico della verifica di stabilità, essendo alquanto complessi i procedimenti di calcolo disponibili.

li.

In seguito, al par.5, come si e' piu' volte detto, ci si occupa di questo problema e si propone un nuovo procedimento di calcolo, che al lume di un esempio numerico si presenta di agevole impiego.

4) Il problema statico nella bibliografia

4 1) Generalita'

Un esame selezionato della bibliografia tecnica degli edifici in muratura, esteso ad un opportuno periodo di tempo, pone subito in evidenza il contrasto tra la notevole mole di realizzazioni e l'esiguo numero di studi teorici. Il suo approfondimento dimostra pero' inequivocabilmente la necessita', che anche per i moderni schemi di edifici in muratura si pervenga ad una teoria razionale che superi gli apparenti contrasti con la pratica realizzativa.

La circostanza che gli edifici murari in gran parte si siano realizzati senza alcun conforto teorico, quando un "esame statico", inteso nel senso attuale, non esisteva affatto e quando mancava addirittura nella societa' la figura dello "ingegnere", non e' infatti in contrasto con questa necessita'. Anzi e' significativo che la figura dello *ingegnere* si sia concretata all'inizio dell'800 - con il nascere delle Scuole di specializzazione degli architetti piu' versati nell'analisi tecnica e teorica delle strutture - proprio con l'espreso scopo di evitare per le costruzio

ni, che all'epoca erano tutte ovviamente in muratura, i difetti che derivavano dall'assenza di ogni sistemati-
ca.

4.2) **Rondelet.**

E' doveroso iniziare l'esame bibliografico dal Ron-
delet, grande figura di architetto vissuto alla fine
del '700 che per trent'anni dedico' la sua attivita'
allo studio delle costruzioni murarie. Egli merita un
ampio riconoscimento e puo' assumersi a simbolo del
movimento cui si e' fatto cenno; con la sua opera ci
mostra come la "teoria delle costruzioni murarie", in-
tesa come problematica di esame completo e sistemati-
co delle strutture, sia sorta con la fondazione delle
prime scuole di ingegneria e ad opera dei suoi fonda-
tori di cui il Rondelet fece parte. Basta infatti ri-
salire di circa centosettanta anni (ben pochi per la
storia delle realizzazioni murarie) per trovare nella
bibliografia la sua fondamentale opera "*Art du bâtir*"
[1], [2], [3].

Il Rondelet ha fornito per primo una "*teoria del-
le costruzioni murarie*".

Per una completa comprensione della portata del
suo contributo basta la lettura della prefazione gene-
rale alla sua opera (*), in cui il Rondelet espone i

(*) Le véritable moyen de contribuer au progrès des arts et d'en retirer tous les avantages dont il sont susceptibles, doit être de considerer le but qu'ils se proposent. C'est en les dirigeant directement a ce but que l'on peut espérer de les perfectionner utilement; en examinant si rien ne les en éloigne et s'ils y

principi fondamentali che lo hanno ispirato.

Per il Rondelet ogni contributo al progresso di un certo campo deve essere diretto al perfezionamento dei metodi e dei procedimenti esistenti in modo da eliminare il superfluo e colmare le deficienze. Nel campo degli edifici cio' si traduce nel renderli piu' solidi ed economici. Orbene l' arte di costruire si esplica attraverso la "teoria" e la "pratica" e dipende dalla unione di queste due parti. La teoria dirige ogni operazione della pratica e puo' essere la migliore gui

tendent par les moyens les plus simples.

Le but essentiel de l' art de bâtir est de construire des édifices solides, en y employant une juste quantité de matériaux choisis et mis en oeuvre avec art et économie.

Cet art comprend deux parties principales, qui son la *théorie* et la *pratique* la perfection de l' art de bâtir dépend de la réunion de ces deux parties.

La pratique, qui est la plus ancienne, est l' art d'extraire le matériaux, de les transporter, de les façonner et des les mettre en oeuvre pour l' exécution de un ouvrage quelconque..

La théorie est une science qui dirige toutes les operations de la pratique. Cette science est le résultat de l' expérience et due raisonnement, fonde sur les principes de mathématiques et de physique appliqués aux différentes opérations de l' art. C' est par le moyen de la théorie qu' un habile constrecteur parvient à déterminer les formes et les justes dimensions qu' il faut donner à chaque partie d' un édifice, en raison de sa situation et des efforts que' elle peut avoir à soutenir pour qu' il en résulte perfection, solidité et économie. C' est par la théorie qu' il peut rendre raison de tous le procedes qu' il emploie pour l' exécution d' un ouvrage; elle sert aussi a le guider dans les cas difficiles et extraordinaires: mais comme on ne peut raisonner juste que sur les choses que l' on connait a fond il en résulte que un théoricien doit joindre: à la connaissance des principes et de l' experience celle des opérations de la pratique et de la nature des matériaux que elle met en oeuvre. Ce sont ces différentes connaissance que j' ai tache de rénnir dans mon ouvrage, afin d' en former, un traite qui renferme tout ce qui est essentiellement utile: a un architecte, et en general à tous ceux qui sont chargés de faire exécuter des travaux relatifs à l' art de bâtir.

Cet ouvrage ne doit pas être considéré comme une simple compilation de ce qui se trouve épars dans différents auteurs qui ont écrit sur la architecture; c' est un ouvrage sur un plan nouveau, qui est le résultat de plus de trente ans d' études, d' expériences et de recherches faites sur toutes les parties de l' art de bâ

da in ogni operazione difficile ed eccezionale; tuttavia, poichè si può ragionare solo di cose che si conoscono bene, un buon teorico ha il dovere di ancor meglio conoscere la pratica.

L'esame di questi due aspetti dell'arte del costruire è svolto dal Rondelet nella sua opera, non come una semplice raccolta di dati e di teorie dovute ad altri, ma come frutto della sua trentennale ricerca sperimentale e teorica in Francia ed in Italia.

È significativo che nel 1800 il Rondelet sentisse la necessità di puntualizzare principi così generali; se oggi una pretesa divergenza tra "pratica" e "teoria" è confinata solo ad alcuni campi della tecnica, tra cui, forse, quello delle costruzioni murarie di tipo antico, all'epoca del Rondelet essa investiva, con le costruzioni murarie, tutto il campo delle costruzioni civili.

E il Rondelet, prima di proporre le sue formule di progetto, oggi in gran parte ancora valide, tiene a ribadire e precisare questo suo punto di vista nell'introduzione al capitolo della sua opera [2] che è dedicato specificamente al proporzionamento strutturale, la cui lettura integrale è quanto mai istruttiva (*).

.....

tir, tant dans les auteurs anciens, dont plusieurs passages ont été mal interprétés par les traducteurs et commentateurs, que par des observations particulières sur les constructions antiques et modernes, que j'ai en occasion au faire dans plusieurs voyages, dont un en Italie fait aux frais du gouvernement pendant les années 1783 et 1784.

(*) Nei precedenti libri abbiamo partitamente considerato le varie nature delle costruzioni sotto l'aspetto materiale dell'arte; tratteremo ora della scienza che ha per oggetto di determinare le forme e le dimensioni che debbonsi dare alle diverse parti degli edifici, onde assicurarne la solidità, e questa scienza costituisce la TEORIA DELLE COSTRUZIONI.

La maggior parte degli autori che hanno parlato della teoria e della prati-

Il Rondelet distingue i "fatti", che costituiscono la "realtà fisica" dalla *meditazione* (dal greco $\Theta\epsilon\omega\rho\tau\alpha$) sui fatti: la "teoria" non può quindi esistere senza i "fatti" che ne costituiscono l'oggetto e la applicazione.

ca dell'arte di edificare le hanno considerate indipendentemente l'una dall'altra. Gli uni per far valere la teoria si compiacquero di presentare la pratica siccome una cieca manualità che opera per sola imitazione senza principi e senza ragionamenti; gli altri all'opposto non trovano nella teoria che astratti razziocini, la applicazione de' quali ben lungi dall'essere di molta utilità nelle arti diviene anzi spesso la sorgente d'inevitabili errori per coloro che la prendono a guida. Ma questi due estremi non esistono, perocché non si trova alcuno de' pratici meno istruiti che sia limitato assolutamente ad una servile imitazione, tanto più che nell'arte di edificare non s'incontrano quasi mai dei casi simili in tutto, sia per la forma, sia per la disposizione, o sia per le diverse qualità dei materiali.

In quanto agli errori che possono risultare da una cieca confidenza nella teoria, ci limiteremo a far osservare che la maggior parte dei dotti che si sono occupati di quistioni relative all'arte di edificare, per rendere più generali le loro formole, hanno fatta astrazione dai metodi dell'arte e dalla qualità de' materiali. Credettero poter supplire con ipotesi più o meno probabili; ma è evidente che malgrado la matematica esattezza delle loro operazioni, il risultamento è sempre condizionale, vale a dire, che non si approssima al vero se non in quanto che le loro ipotesi sono più o meno fondate. Soltanto ammettendo i fatti invece delle ipotesi, e coll'aver riguardo ai casi che precisano lo stato della quistione, si possono ottenere risultamenti da farne conto.

Perciò nell'arte di edificare, i risultamenti teorici debbono essere considerati come soluzioni condizionali sempre subordinate ai casi materiali delle costruzioni.

La più giusta idea che si possa formare della teoria risulta dalla stessa definizione della parola; ond'è che ora ne faremo conoscere l'origine e spiegheremo il senso che ad essa si deve dare.

La parola teoria viene dal greco $\Theta\epsilon\omega\rho\tau\alpha$, che Vitruvio traduce colla voce *ratiocinatio*, il cui senso, a suo avviso, si applica assai più alla arte che alla scienza. Questa parola potrebbe tradursi *ragionamento* ma nondimeno si può dire che il ragionamento è il verso di cui si serve la teoria per far conoscere il risultamento delle sue osservazioni, ed il vero significato di $\Theta\epsilon\omega\rho\tau\alpha$ è contemplazione, meditazione profonda.

Secondo questa definizione il primo oggetto della teoria dev'essere l'osservazione: infatti per poter ragionare con agguistatezza sovra una materia qualun

Il nostro intelletto è incapace di fornire l'esatta "spiegazione" dei fatti e svolge quindi le sue "meditazioni" secondo ipotesi in genere non aderenti alla realtà e che quindi sono delle "astrazioni". Esse attraggono l'intelletto perché trasparenti e prive di difetti come tutte le leggi fisico-matematiche, ma possono assurgere al più alto livello di "teoria dei fatti" solo se i risultati cui esse pervengono concordano almeno approssimativamente con questi.

Sotto questo aspetto l'ingegneria che studia "costruzioni" (e non "astrazioni"), deve innanzi tutto partire da una buona conoscenza dei "fatti", ovvero del comportamento delle costruzioni inteso nel senso più completo, per fornire materia alle meditazioni o per controllare se le "meditazioni" stesse sono valide e ne costituiscono effettivamente una "teoria", se cioè esse forniscono regole rispondenti con accettabile approssimazione alla realtà dei "fatti" e quindi ad essi applicabili.

.....

que e giudicarne acconciamente fa d'uopo prima di tutto conoscerla bene; ma questa conoscenza dipende da molte altre che è difficile riunire. Omettendo questa digressione che non riesce di certa utilità, considererò in questo trattato soltanto la parte di teoria che si riferisce alla costruzione. L'oggetto di questo ramo essenziale dell'arte di edificare è quello di coordinare tutto l'edificio rapporto alla solidità; di esaminare i modi di esecuzione e di economia, avuto riguardo alla specie dei materiali; e di ricercare quali sono le naturali proprietà di essi, e ciò che divengono secondo la maniera di metterli in opera.

Se il calcolo, la geometria e la meccanica sono indispensabili all'analisi profonda delle diverse questioni che in tal caso si presentano all'architetto, pure non costituiscono da se sole la teoria; ma dall'esattezza di cui sono capaci sorge un appoggio al raziocinio con cui si giunge a determinare le resistenze o gli sforzi risultanti dalla combinazione delle parti di un edificio.

Possono quelle scienze col sussidio di sperimenti esatti presi per base di ogni calcolo, contribuire di molto ai progressi dell'arte di edificare,

Fedele a questa impostazione logica il Rondelet nella sua opera trasfuse i risultati di trenta anni di osservazioni e ricerche: sperimentò sui materiali, perfezionò le relative macchine di prova; studiò la storia delle costruzioni risalendo fino alle origini più remote. Egli venne a questo scopo anche in Italia a spese del governo francese e grande fu la sua ammirazione sia per gli antichi romani che per i contemporanei architetti italiani come si evince dalla sua opera in cui le nostre realizzazioni sono ampiamente descritte e commentate.

Egli ebbe modo di esaminare in occasione dei suoi viaggi un numero notevolissimo di edifici; prese scrupolosamente appunti per ogni opera: sul tipo di struttura, sui rapporti tra le dimensioni, sulla natura dei materiali impiegati e sullo stato di conservazione.

Dalla lettura della sua opera (*) si vede chiaramente come egli tentò invano di dare una giustifica-

facilitando all'architetto i modi di giudicare anticipatamente il risultamento di certe difficili operazioni; ma per eseguire utilmente tali applicazioni, fa d'uopo inoltre che conosca i metodi delle arti e gli espedienti ingegnosi da esse impiegati nei casi straordinari.

- (*) Molte cose nell'arte di edificare non possono essere conosciute che per esperienza; infatti, i principi di matematica e di calcolo applicati in modo conveniente possono ben far conoscere la stabilità, lo sforzo o la resistenza delle parti di un edificio relativamente al peso ed alla forma di esse; ma non possono da se soli determinare il grado di stabilità, di forza o di resistenza che costituisce la solidità di tutto il complesso di tali parti avuto riguardo alla situazione di esse, al modo onde sono costrutte ed al suolo su cui sono stabilite; perocché facendo astrazione da tali accidenti, si dimostrerebbe che un muro isolato e verticale potrebbe essere eretto ad un'altezza infinita qualunque fosse il rapporto della larghezza della base con tale altezza; cioè potrebbe avere, per esempio, una elevazione maggiore di cento volte la sua grossezza inferiore. Frattanto l'esperienza dimostra che la sua maggiore altezza non può essere più di dodici in quindici volte tale grossezza, e che i muri isolati più alti sono rovesciati dal più piccolo abbassamento prodotto dalla loro costruzione o dal suolo su cui sono edificati.

zione rigorosa ai risultati di questi suoi appunti "con i principi di matematica e di calcolo applicati in modo conveniente": paragono i risultati di tali analisi con lo stato di conservazione degli edifici, che aveva esaminati, considerati non come una somma di singoli elementi, ma come un unico complesso. Il gran merito del Rondelet sta, forse, proprio in questa visione realisticamente unitaria delle strutture e nella sintesi conclusiva dei suoi studi: quando egli constato che i risultati delle analisi astratte non concordavano con la realta' e non potevano costituirne la "teoria" ma mere "astrazioni", dopo aver denunziato questo disaccordo, ripudio i risultati matematici ed enuncio formule tratte direttamente dai dati osservati. Esse rappresentavano il risultato della sua meditazione sulla realta' e costituivano quindi, secondo la sua definizione etimologica, l'unica "teoria" che si potesse allora formulare. Ecco perche' le formule del Rondelet hanno retto per centosettanta anni e in molti casi reggono ancora.

Le sue regole sono quindi "empiriche" nel senso piu' apprezzato di tale parola perche' sono il frutto di un onesto e doveroso raffronto tra le "astrazioni" possibili e la "realta' dei fatti".

Si e' voluto riportare integralmente in appendice (1) anche il testo originale delle regole cosi' come da lui enunciate, perche' la lettura diretta e' utile per la comprensione dei presupposti logici, che non possono non destare ammirazione per la lucidita' del ragionamento e la felice intuizione fisica.

Peraltro l'effettiva applicabilita' di tale testo e' resa difficile dal fatto che le regole non sono espresse in unita' di lunghezza usuali ne' sono ri

portate con espressioni di forma abituale.

Pertanto si consiglia chi avesse interesse ad una loro effettiva applicazione di riferirsi all'appendice (2) in cui e' trascritto, a tale scopo, il testo integrale del Breyman, che riporta le stesse regole in forma piu' agevole e corredate da illustrazioni.

4.3) Sganzin.

Dopo il Rondelet i progressi sono stati molto lenti.

L'esame bibliografico si sofferma brevemente su SGANZIN [4] che pero' tratta solo il problema tecnologico delle murature, la messa in opera dei muri in pietra ed in mattoni e raccomanda di ben sorvegliare il lavoro degli operai "a causa delle magagne che e' facile occultare".

4.4) Curioni.

Nel 1870 la situazione poteva considerarsi ancora invariata, se nell'opera "Costruzioni" di Giovanni Curioni (*) al capitolo "Nozioni generali sulle grossezze

(*) Le grossezze da assegnarsi ai muri dipendono dalla intensita' e dalla direzione degli sforzi ai quali si trovano sottoposti, dalla natura e qualita' dei materiali che vogliono impiegare nella loro costruzione, dalla loro forma e dalla loro posizione relativa. Queste grossezze si devono determinare in modo che non si abbiano a temere: ne' lo schiacciamento dei materiali alla base, per effetto del peso proprio dei muri e dei carichi sovrastanti; ne' la rottura per scorrimento e per rovesciamento sotto l'azione delle spinte orizzontali prodotte da-

ze da assegnarsi ai muri", dopo un'analisi qualitativa del problema, si finisce, sul piano quantitativo, per rimandare alle "utili e facili regole" del Rondelet.

4.5) Sacchi.

Non si riscontrano progressi esaminando le opere di altri Autori.

Nell'opera "*Le abitazioni*" [7] del prof. Archimede Sacchi viene fissato lo spessore minimo del muro in sommità dell'edificio. Tale spessore limite di $0,35 \div 0,45$ m coincide con quello riportato nel *Manuale dello Ingegnere Civile*. Il Sacchi sostiene che tale limite è imposto dalla larghezza delle gole dei camini incluse nelle murature che è di $0,25$ m.

.....

gli impetuosi venti e molto più, dalle volte e da altre parti dell'edificio a cui i muri appartengono. Nel maggior numero dei casi pratici riesce assai difficile il poter tenere stretto conto di tutte queste circostanze e, neppure la esperienza è giunta a somministrare sufficienti dati valevoli a valutare le resistenze dei diversi materiali e le intensità degli sforzi che possono sopportare prima di essere disgiunti, tenendo conto della loro aderenza, della loro forma e della loro posizione. I lunghi e fastidiosi calcoli da instituirsi per giungere alla determinazione della grossezza di un muro, in seguito alla considerazione delle forze che lo sollecitano e della sua resistenza, possono riuscire indispensabili in casi eccezionali e nuovi; il più delle volte però con viene appoggiarsi ad esempi di costruzioni già esistenti o a regole e formule empiriche, che siano il risultato di numerose ed accurate osservazioni.

Il Rondelet nell'accreditato suo lavoro, *Traité sur l'art de bâtir*, ha date alcune utili e facili regole per giungere a determinare le grossezze dei muri, ed ha considerato a parte il caso di un muro isolato, quello di un muro le cui estremità si congiungono con altri muri che concorrono con esso ad angolo, quello di edifici semplicemente coperti da tetto, e finalmente quello delle fabbriche distribuite in varii piani per mezzo di un certo numero di solai.

Nella sua opera sono esposti criteri generali per la costruzione di un muro. Nel capitolo "spessezza dei muri" (*) è chiaro che ancora una volta l'Autore si

(*) La distanza dei muri, la lunghezza e l'altezza delle tratte comprese fra altri muri, il numero delle porte, delle finestre e delle canne hanno delle influenze nella determinazione della spessezza dei muri di telaio. Negli ordinari edifizii di abitazione però queste influenze non sono tali per cui importi di tenerne conto, e la spessezza dei muri maestri, per le variazioni di queste circostanze, non può variare sensibilmente, se non che eccezionalmente, quando nell'edifizio si devono collocare delle stanze e dei piani di straordinaria ampiezza, e quando il numero dei vani sia molto grande. Nelle costruzioni comuni varia assai il numero dei piani; siccome un edifizio di parecchi piani sovrapposti deve essere considerato, riguardo alla spessezza dei muri di telaio, come parecchi edifizii messi uno sopra dell'altro, così la spessezza dei muri maestri di un piano deve dipendere principalmente dal numero dei piani che si vuole erigere di sopra di quello preso in considerazione. Si determina la grossezza dei muri, e in ogni caso con sufficiente esattezza pratica col mezzo della seguente relazione:

$$G = U + nk .$$

Nella quale G rappresenta la grossezza in metri del muro di un piano qualunque dell'edifizio; U quella grossezza in metri che si assegnerebbe ai muri dello ultimo piano superiore, i quali portano il tetto, ovvero anche corrispondente a un edifizio di un solo pianterreno; k quella dimensione in metri di cui si crederebbe opportuno di aumentare la spessezza del muro per ogni piano che deve essere sovrapposto ad esso, rappresentando n il numero dei piani sovrapposti a quello che si considera. Resterebbe di stabilire i valori di k e di U secondo le norme seguite nella pratica. Il valore di U è determinato principalmente da una condizione assolutamente invariabile in ogni caso particolare. Siccome nei muri maestri si insinuano le gole dei cammini, la di cui larghezza è di circa 0,25 m, così necessariamente, bisogna assegnare ad U un valore compreso fra 0,35 m e 0,45 m in qualunque caso. Col costruire i muri maestri più grossi soltanto nelle parti dove ci siano delle canne, si può talvolta diminuire il valore di U; ma assai di rado può tornare ciò vantaggioso, perché essendo sempre piuttosto grande il numero delle canne ed essendo queste situate anche nelle parti principali dell'edifizio, non conviene di costruire i muri maestri colle facce provviste delle parti in oggetto necessarie per lo stabilimento delle canne. Nei muri d'ambito ordinariamente non si mettono le canne dei cammini, come si dirà in seguito; però questi muri non possono essere molto esili, a motivo del potere conduttore del calore degli ordinari materiali impiegati per la loro costruzione. Il valore di k può variare fra limiti piuttosto grandi. Qualunque muro maestro pel quale abbisognasse una spessezza maggiore di U, già capace di contenere le canne più importanti di un edifizio, do-

trova al bivio tra i risultati forniti da una razionalizzazione fisica del problema, parziale ed insufficiente, e la meditazione ($\theta\epsilon\omega\pi\tau\alpha$) della realta' che suggerisce maggiori spessori delle murature; pertanto mentre l'Autore si preoccupa di richiamare l'attenzione del lettore su come realizzare costante la pressione nel muro aumentandone lo spessore dall'alto verso il basso, sente poi la necessita' di spiegare perche' con le formule del Rondelet i muri esterni soggetti ad un carico minore di quelli interni debbano avere uno spessore maggiore; le cause sono indicate qualitativamente (spinta del vento, maggior cimento termico e rapporto tra vuoti e pieni).

4.6) L'instabilita' dell'insieme nella bibliografia del secolo scorso.

Il problema dell'instabilita' e' la vera ragione di tutte le apparenti limitazioni della bibliografia di quest'epoca.

Infatti durante tutto il secolo scorso, come si constatera' anche per gli Autori che vengono esaminati in seguito, permane l'apparente contrasto logico di consigliare le formule del Ron-

dra' avere nondimeno una spessezza determinata, secondo le qualita' fisiche dei materiali di cui e' costruito, la resistenza e le dimensioni di questi materiali, la situazione che occupa il muro stesso, avendosi riguardo alla natura degli sforzi ai quali e' assoggettato per gli effetti delle costrutture che deve portare. Queste condizioni sono assai numerose ed in generale si potrebbero offrire casi assai svariati. Pero' nella pratica effettivamente basta di avvertire alle condizioni piu' capitali per determinare la spessezza dei muri di telaio degli ordinari edifici di abitazione.

delet, dopo aver invano tentato la ricerca di un procedimento di calcolo attendibile fondato su basi fisico-matematiche. E' opportuno ricordare in proposito che il tipo strutturale di edificio fin qui considerato - scatola muraria con solai realizzati con travi in legno o in ferro - secondo la definizione data all'inizio, ovviamente appartiene alla seconda classe e che per esso e' grave l'insidia della instabilita' dei muri, che, fratturandosi negl'incroci, possono praticamente acquistare una snellezza corrispondente all'intera altezza dell'edificio.

Infatti, come si e' gia' detto, le travi, specie se in legno, non solo non garantiscono un ancoraggio intermedio efficace, ma, talora per loro eccessiva deformabilita' o, piu' spesso, per degrado, costituiscono un innesco di dissesto per le murature.

Nella bibliografia si ritrovano tentativi di risolvere con la sperimentazione il problema della instabilita' dell'insieme multipiano, che dalla patologia delle strutture si riconosceva essere determinante.

Come si e' gia' visto, il Rondelet, che aveva intuito e compreso il problema, per risolverlo era ricorso all'osservazione del comportamento effettivo degli edifici esistenti e quindi le sue formule, sul piano realizzativo, superano globalmente la difficolta' del dimensionamento dei muri perche' comprendono oltre che i problemi tecnologici e di degrado anche il problema della instabilita' dell'edificio.

In tutte le opere successive si tratta principalmente il problema statico e si ritrova solo qualche accenno alla instabilita', sia riferito all'elemento isolato che all'insieme, ma manca sempre una valuta-

zione rigorosa sul piano quantitativo del comportamento dell'edificio considerato sotto tutti i suoi aspetti.

Significative in proposito sono alcune esperienze elementari descritte nell'opera "Resistenza dei materiali" [8] dell'ing. Curioni, che valuto la resistenza di più cubi sovrapposti dello stesso materiale sottoposto a prove di compressione. Essi fornirono una resistenza pari circa ai $2/3$ di quella che presentava ciascuno dei cubi.

A Vicat era risultato invece che il coefficiente riduttivo scende da 1 per un solo pezzo a 0,834 per otto pezzi, quando si abbia una perfetta lavorazione delle facce.

Di questi studi non è riportato come si sia proceduto alla ricerca del valore unitario, il che, dato il grande scarto esistente tra pietra e pietra, rende tale citazione di valore esclusivamente storico.

Le difficoltà della razionalizzazione generale del dimensionamento delle murature ricompare costantemente in tutti gli studi dell'epoca; se Rondelet si preoccupa di non considerare il muro come qualcosa di isolato ma di esaminare la costruzione e di intuire il comportamento strutturale dell'insieme, il Curioni affina tale pensiero sia pure solo in campo statico affermando:

"Siccome però tutti i muri dell'edifizio si trovano ben collegati fra di loro e per la coesione delle malte, e per gli addentellati che esistono fra le pietre, e per l'uso di ben disposti ligati negli angoli, e per l'esistenza delle chiavi e dei radiciamenti, risulta che essi fanno un tutto assieme indivisibile in cui le diverse parti non possono a meno di prestarsi un

"reciproco aiuto; che l'eccesso di stabilita' in
"alcune parti dei muri non puo' a meno, all'occor-
"renza, di avvantaggiare quelle che si trovano in
"condizioni meno favorevoli; che il metodo di ve-
"rificazione della stabilita' dei muri delle fron-
"ti stato da noi proposto, in quanto considera le
"sole parti dei muri stessi le quali si trovano
"nelle peggiori condizioni, riesce sempre in fa-
"vore della stabilita'".

Ancora dell'ing. Curioni e' l'opera "Progetti di
Costruzioni in terra ed in muratura" [10] ed ivi sono ri-
portate due formule empiriche:

$$x_p = (0,45 + 0,12 n) \text{ metri}$$

$$x_t = (0,45 + 0,06 n) \text{ metri}$$

dove i coefficienti p , t indicano rispettivamente i
muri perimetrali e trasversali ed n il numero dei
piani.

Segue pero' una fondamentale avvertenza relativa
ai valori che si ricavano facendo notare che i risul-
tati del calcolo sono solo:

"indicazioni primitive che si possono accrescere
"o diminuire a seconda delle maggiori o minori
"dimensioni delle aperture ed incavature pratica-
"te nei muri, a seconda delle maggiori o minori
"distanze a cui sono collocati ed anche a secon-
"da della minore o maggiore bonta' dei materiali
"che si devono impiegare".

4.7) Rossi.

La situazione permane invariata nei decenni che

seguono; e' del 1883 un'edizione di "Lezioni sulla costruzione" [11] dettate nell'Istituto Tecnico di Napoli dal prof. Giovanni Rossi, ingegnere del Genio Civile, che considera i muri sia come isolati che appartenenti ad un edificio.

Per lo spessore dei muri isolati cita le prescrizioni edilizie di Milano (*).

Per lo spessore dei muri degli edifici viene peraltro ancora citato il Rondelet (**).

4.8) Breymann.

Un'edizione italiana di Vallardi del Breymann, "Costruzioni in pietra e strutture murali" del 1885 [12] dedica il capitolo VIII allo spessore dei muri e delle volte.

Nei primi righe di tale capitolo si legge:

"La determinazione dello spessore dei muri e delle volte e' da annoverarsi fra i piu' impor-

(*) Nell'opera del Rossi compare la grossezza dei muri espressa in funzione della spinta dei venti, che l'Autore ricava dalla verifica al ribaltamento. Inoltre e' calcolata la resistenza allo scorrimento astruendo dall'attrito e da un coefficiente di sicurezza

$$x = \frac{qh}{p}$$

"indicando x la grossezza, q la pressione del vento per metro quadrato (che pe' forti uragani si ritiene uguale a kilog. 277) h l'altezza del muro, p il peso di un metro cubo di muratura."

(**) Il Rondelet a' fatto un accurato studio sulla stabilita' di edifici da lui diligentemente visitati ed a' determinato per molti casi delle regole pratiche da servir di guida nello assegnare a muri, che ci vien dato di costruire, le dimensioni atte a renderne sicuri della stabilita'; regole convalidate anche da altri che anno continuato simili investigazioni.

"tanti ed i piu' difficili problemi della scienza delle costruzioni. Infatti questa determinazione e' importante per l'influenza che esercita sulla forma, sulla durata e sul costo di un edificio, ed e' difficile perche' dipende da una quantita' di fattori e non si e' ancora riusciti a determinare in modo scientifico e sicuro delle formole che diano le dimensioni che si cercano in funzione degli elementi che sono noti, come piu' o meno si e' avuta la fortuna di poter fare cogli altri due principali materiali da costruzione, cioe' col legno e col ferro. La causa di cio' e' facile a trovarsi e sta nel fatto che una struttura murale non e' un corpo omogeneo al pari di un trave in legno od in ferro. Il modo migliore per risolvere questo problema e' quello quindi di consultare razionalmente l'esperienza col debito riguardo alle singole circostanze di ogni caso speciale".

Il Breymann fa dipendere la resistenza di una struttura in muratura dalla qualita' dei materiali impiegati, dal modo e dalla qualita' del collegamento dei materiali stessi ed infine dalla forma e dalle dimensioni della struttura. Comincia cosi' con l'esame dei materiali: mattoni e pietre naturali. Poi esamina il mezzo di collegamento: la malta. E se precedentemente aveva consigliato un coefficiente di sicurezza uguale a 20 per le pietre nulla dice per la malta. Ma arrivati al punto di dover indicare una regola per assegnare lo spessore al muro cita ancora il classico Rondelet, riportandone in forma chiara le citate formole (si e' riportato il testo integrale in appendice 2).

4.9) Donghi: "Baukunde des Architekten"

All'inizio del nuovo secolo si fa finalmente luce

la tecnica del cemento armato che consente la nascita del tipo strutturale appartenente alla terza classe (cfr. par. 2.3 - 3.3).

La traduzione italiana del 1906 dell'ing. Donghi del "*Baukunde des Architekten*" [13] contiene un capitolo dedicato ai muri che fornisce le solite formule e tabelle, ispirate ai criteri già esposti, con la seguente introduzione:

"Nel calcolare la grossezza dei muri delle fabbriche, a motivo delle molteplici circostanze accessorie, avrebbero tale preponderanza i coefficienti sperimentali, che si potrebbe far astrazione dal calcolo; le grossezze dei muri vengono inoltre in molti casi più o meno determinate da prescrizioni dei regolamenti edilizi, prescrizioni che trovano appunto la loro origine nell'esperienza".

Nel testo è contenuto però un importante accenno alla costruzione muraria con solai in conglomerato armato, che è mirabile per l'intuizione tecnica dei nuovi problemi statici che tale novità comportava rispetto alle precedenti costruzioni con solai in legno o ferro. È il primo chiaro accenno bibliografico alle caratteristiche tecniche degli edifici murari appartenenti alla terza classe.

"Ora che si è diffuso l'uso delle impalcature o solai di calcestruzzo armato, le grossezze delle murature possono essere ridotte, poiché non si hanno più spinte sui muri e siccome ogni solaio forma una massa sola, così i muri restano uniformemente caricati e collegati in

"modo da contenerli benissimo senza bisogno di
"chiavi o radiciamenti".

Anche piu' interessante e' il primo accenno agli
edifici intelaiati in cemento armato che sono descritti
come una trasformazione degli edifici in muratura:
infatti si noti come le murature significativamente so-
no realizzate con "pilastrini di calcestruzzo armato"
e le travi sono ancora denominate "piattabande".

"Si usa pure di fare i muri esterni ed interni
"dei fabbricati con pilastrini di calcestruzzo
"armato, collegati ad ogni piano da piattabande
"e di riempire i vani che restano tra i pi-
"lastrini con muratura ordinaria di poca grossez-
"za o con pareti doppie, cio' che rende le pa-
"reti colbenti".

4. 10) *Milani.*

Nell'opera [14] di *G. B. Milani* "L'ossatura mura-
le" del 1920 per il dimensionamento dei muri si ripor-
tano le formule del Rondelet, e per i muri perimetra-
li di edifici a doppio corpo si confrontano con quel-
le del Redtenbacher e del Müller.

$$x = \frac{t + h}{48} \quad (\text{Rondelet})$$

$$x = \frac{t}{40} + \frac{h}{25} \quad (\text{Redtenbacher})$$

$$x = \frac{t}{40} + \frac{h}{36} \quad (\text{Müller})$$

Degna di rilievo e' una nota critica su dette dimensioni, che tuttavia nulla di nuovo apporta a cio' che gia' e' stato detto dai precedenti Autori.

Si discute inoltre il progetto dell'edificio considerato come insieme, della rete murale, dei muri di testata, dei divisori, dei muri di spinta e di scala.

Esso riporta infine a titolo di esempio una tabella degli spessori delle murature consigliati a Baden (fig.1).

4.11) Saliger.

E' dal 1949 un'edizione viennese [15] "*Der Stahlbetonbau*" di Rodolfo Saliger. Al capitolo dedicato al grado di incastro dei solai nelle murature viene svolto un esempio di struttura con ritte in muratura di mattoni e solai in cemento armato, che chiaramente appartiene alla terza classe definita all'inizio. Infatti Saliger introduce il rispetto della congruenza tra "solai" e "muratura" prima di svolgere l'esempio, dove cosi' determina le sollecitazioni nelle murature. In corrispondenza dei piani superiori dell'edificio, in cui la muratura avrebbe dovuto sopportare sollecitazioni di trazione maggiori di 5 Kg/cm^{-2} , il Saliger si limita ad osservare che diminuisce il grado d'incastro, che il nodo e' capace di sviluppare e in conseguenza per il solaio diminuisce il momento di incastro ed au

menta il momento di campata. Il Saliger non fornisce un criterio razionale per la misura di tale riduzione dell'efficienza dell'incastro, ma ne assegna il valore limite ottenuto annullando completamente il contributo della muratura che dovrebbe essere tesa.

Ulteriore approssimazione del Saliger consiste nel valutare la rigidezza dell'incastro circoscrivendo la indagine al singolo nodo. Egli accetta cioè l'approssimazione che in un ritto di muratura parzializzato ad un estremo l'annullarsi della rigidezza, e quindi del momento assorbito, interessa soltanto il solaio che corre in quel nodo e non tutta la struttura e neppure il nodo corrispondente all'altro estremo del ritto. Pur tuttavia, nella bibliografia consultata, questo esempio è il primo ad introdurre per le costruzioni murarie della terza classe la necessità di considerare congruenti le deformazioni tra ritti in muratura ed in palcato in cemento armato.

4. 12) Thomas

F' particolarmente interessante la lettura di una memoria [16] che fornisce nell'introduzione un breve cenno storico delle piu' importanti tappe dello studio delle costruzioni in muratura in America ed in Inghilterra a partire dalle prime esperienze svolte nel 1887 da una Commissione dell'American Society of Civil Engineers; pochi anni dopo, nel 1905, il Royal Institute of British Architects pubblico' un rapporto riassuntivo di altre ricerche eseguite su elementi in muratura.

La [16] riferisce inoltre su numerosi altri lavori sperimentali svolti in America e in Inghilterra, questi ultimi presso la Building Research Station, nonché sul lavoro svolto negli ultimi venticinque anni che costituiva la base per le modifiche da apportare alle norme inglesi in questo settore.

Nel settore che interessa gli edifici in muratura e particolarmente utile la discussione [17] che tra l'altro chiedeva al Dr. Thomas di fornire chiarimenti sul problema della ricerca delle eccentricità nelle murature, che facilmente superava i valori di un terzo della sezione; il richiedente si augurava che tale problema fosse già un tema di studio della B.R.S. Significativa è la risposta del Dr. Thomas che, riconoscendo la difficoltà di tale determinazione, si limita a riferire che il B.R.S. stava effettuando una raccolta statistica dei valori che (arbitrariamente) si erano assunti per le eccentricità in vari progetti di strutture già realizzate. Da tale ricerca era risultato che si erano assunte eccentricità maggiori nel caso di solai in legno anziché nel caso di solai in cemento armato, meno flessibili. L'effetto delle eccentricità era comunque già salvaguardato dalle norme sulle costruzioni con opportune correzioni delle sollecitazioni ammissibili medie. Il Dr. Thomas peraltro nulla dice sulla possibilità teorica della loro determinazione.

4.13) Ciappi.

Nel "Corso di Scienza delle Costruzioni" (1920) del prof. Ciappi [18], non si fa distinzione tra gli edi-

fici che qui si sono considerati appartenenti alla seconda classe ed i nuovi tipi di edificio appartenenti alla terza classe. Tuttavia vi è un serio richiamo alla verifica rigorosa della struttura muraria, anche se, con implicito riconoscimento alla tradizione, vengono citate le formule del Rondelet per il dimensionamento dei muri.

Comunque, insiste il Ciappi,

"l'ingegnere deve in ogni caso rendersi esatto
"conto del carico che devono sopportare tutti
"i muri e dar loro lo spessore che conviene al
"la loro resistenza ed a quella presentata dal
"opera fondale".

4.14) Guerra.

Nel cap.V del volume [19] del prof. G. Guerra: "*Lezioni di Tecnica delle Costruzioni*" è illustrata la schematizzazione dei sostegni in muratura considerati come un "insieme di conci scabri" incapaci di resistere a sforzi di trazione ed atti ad assorbire sforzi di compressione e di taglio attraverso l'attrito che si sviluppa tra le superfici dei conci.

Di un siffatto schema si esamina la patologia con riferimento a cedimenti di fondazione e l'instabilità dell'equilibrio elastico.

4.15) Il Laterizio.

Nel bollettino IL LATERIZIO della R.D.B. [20] vengono esposti i criteri di proporzionamento delle strut

ture orizzontali e si svolge un esempio di calcolo di struttura costituita da ritte in muratura e solai in cemento armato.

Cio' che ivi viene detto non differisce da quanto e' stato scritto dal Saliger nell'opera precedentemente citata a proposito dei gradi d'incastro.

Esso e' il primo esempio in cui e' riportato il calcolo del momento d'inerzia della muratura ridotto per tener conto dei vani in essa esistenti.

Nelle osservazioni relative a tale esempio si legge:

"E' noto inoltre che, come avviene per le strutture in c. a., per le murature non si puo' a rigore ritenere il modulo elastico costante. Esso diminuisce all'aumentare delle sollecitazioni per cui in effetti il momento d'incastro aumenta non in proporzione diretta dei carichi agenti sul solaio ma piu' lentamente di questi. Tutto cio' spiega perche' in molti casi per i quali, stando ai risultati ottenuti con la teoria elastica, si dovrebbero verificare nella muratura delle incrinature per effetto dei momenti flettenti indotti dalle strutture orizzontali, queste non si verificano affatto, probabilmente anche in conseguenza di piccoli cedimenti plastici dei giunti di malta".

4. 16) Haller.

Nel ben noto articolo [21] di Haller del 1958-59, pubblicato dalla rivista *Schweizerische Bauzeitung* dal titolo "Le proprietarie tecniche delle murature in mattoni per case alte" sono riportati i risultati dell'esame

sperimentale fatto su vari tipi di murature in mattoni di laterizio con una pressa alta 6 m da 500 tonn. Haller ha il grande merito di aver riproposto in termini concreti la realizzazione di edifici alti fino a diciotto piani in muratura. Si tratta di una ottima muratura di mattoni: e' significativo che alla base siano stati adottati spessori di soli 40 centimetri; e' questa indubbiamente una moderna soluzione per edifici alti.

I parametri tecnologici considerati da Haller sono tutti quelli che intervengono nella costruzione muraria: i mattoni, la malta, l'inerte che compone la malta, la messa in opera.

I risultati di tale ricerca tecnologica rigorosa e completa sono pero' limitati al tipo di mattone sperimentato.

Per quanto riguarda il dimensionamento dei muri nel paragrafo intitolato: "*Fondamenti del calcolo*", si considera nei nodi il grado d'incastro determinato attraverso la congruenza tra le deformazioni degli elementi murari e dei solai in cemento armato, che concorrono nel nodo.

Non si accenna alla impossibilita' delle murature di assorbire sollecitazioni di trazione; cio' puo' essere giustificato dal fatto che il problema nella fattispecie riguardava la realizzazione di case alte e quindi aveva un interesse prevalente il dimensionamento dei muri ai piani inferiori dell'edificio.

4. 17) Crollo di Barletta.

Nel settembre 1959 crollo a Barletta un edificio con ritte in muratura di pietre naturali e solai in ce

mento armato appartenente quindi alla terza classe. In sede di esame critico del procedimento di verifica della muratura adottato dal perito giudiziario, nella [22] si sosteneva la necessita' che per il calcolo delle sollecitazioni nei muri si dovesse tener conto della congruenza, essendo inapplicabile il criterio (valido solo - ed in certe condizioni - per edifici appartenenti alla seconda classe) di comporre isostaticamente sull'intera verticale i pesi delle murature con i carichi trasmessi dai solai, applicati (arbitrariamente) ad un terzo dello spessore. Non essendo infatti possibili slittamenti di sorta tra muratura e solai in cemento armato, si destavano nei solai reazioni iperstatiche che non era lecito trascurare.

La [22] precisa anche il concetto che il criterio di composizione dei soli carichi verticali disposti arbitrariamente ad un terzo dell' spessore poteva essere applicabile solo nel "caso di putrelle in ferro o travi in legno appoggiate semplicemente sulla muratura per le quali non e' lecito configurare una perfetta solidarieta' trasversale agli spostamenti".

In mancanza (1960) di un metodo di calcolo valido per tutti i piani dell'edificio e in accordo con i risultati parziali riportati dalla bibliografia, si proponeva di determinare le eccentricita' nelle murature dei piani inferiori imponendo, come per i normali telai, il rispetto della congruenza. "Per la valutazione della eccentricita', tenuto conto che al primo e al secondo piano, le murature sono sempre compresse e' lecito, con sufficiente approssimazione, introdurre il rispetto della congruenza tra solaio e muratura".

Infatti l'edificio era a cinque piani ed interessava verificare la resistenza del primo ordine di mu-

ratura, in cui era con certezza ubicato l'epicentro del dissesto.

In tale vicenda anche Giangreco [23] confermava con un suo parere, richiamandosi ad Haller, la necessita' di considerare una struttura siffatta nella sua spazialita' ed iperstaticita'.

4. 18) Angervo Puthonen.

Una trattazione completa ed approfondita di un telaio con ritti non resistenti a trazione appare per la prima volta nel 1961 [24].

Si ritrova ivi la *estensione della teoria della flessione ad una colonna senza resistenza a trazione* con le espressioni analitiche delle rotazioni all'estremita' della colonna e ne vengono graficizzati i risultati.

E' riportato inoltre un esempio numerico di calcolo di un telaio con ritti in muratura che esprime il rispetto della congruenza e dell'equilibrio nei nodi attraverso un procedimento di iterazione che utilizza i suddetti grafici.

Desto qualche perplessita' la trattazione del problema della instabilita'; infatti nella [24] sono riportate ventuno tavole riferite ad uno spettro di valori di $h \sqrt{\frac{F}{EI}}$ compresi tra 0,15 e 0,8. Tale espressione null'altro e' che (cfr. [29] a pag.6)

$$2u = \pi \sqrt{\frac{E}{NE}}$$

Orbene, come è immediato controllare per un rito non parzializzato, ovvero con eccentricità ai due estremi contenute nel nocciolo, attraverso le tabelle del Timoshenko le rotazioni degli estremi nell'intervallo considerato dalla [24] per $2u$ presentano incrementi non maggiori in complesso del 10% (cfr. [29] pagina 521) rispetto al valore corrispondente a $2u = 0$.

Un controllo effettuato sui grafici della [24] confermano in effetti una deviazione del legame momenti-rotazioni trascurabile rispetto alla legge lineare; ma anche nel caso di eccentricità molto spinte, non sembra che lo spettro dei valori $2u$ considerato dalla [24] indaghi il campo in cui effettivamente l'instabilità ha sensibile peso. È poi indubbiamente laborioso dover consultare numerosi grafici per la soluzione di un telaio, tanto più poi che tale maggior lavoro non è giustificato da adeguati risultati numerici in quanto che l'effetto della parzializzazione è quasi sempre di gran lunga preponderante su quello della instabilità, nel campo dei valori di $2u$ considerato dai grafici.

4.19) Regolamenti.

Meritano particolare attenzione per quanto ci riguarda i regolamenti tedesco [25], [26] e [27] e russo [28].

4.19.1) La DIN 1053 [25], [26] dal titolo: "Costruzioni in muratura - calcolo ed esecuzione" al par.2 dal

titolo: "stabilita' dei fabbricati e dei loro elementi" dopo aver precisato che la stabilita' globale si intende assicurata dal sistema spaziale di muri e solai sollecitati nel proprio piano, nel par.2.1 dal titolo: "spessore delle pareti" impone di determinare lo spessore dei singoli muri attraverso un apposito calcolo statico, quando non sia possibile ricondursi con sufficiente sicurezza a validi dati sperimentali. Dati validi sarebbero, ad esempio, quelli forniti dalle DIN 1053 di edifici realizzati con gli spessori indicati nella DIN 4106 [27] per i quali quindi non e' necessario presentare la documentazione del calcolo statico.

La DIN 4106 fornisce infatti schemi di edifici per civili abitazioni di cui indica anche i valori degli spessori delle murature, per dimensioni e carichi assegnati.

In ogni caso non e' possibile adottare spessori dei muri esterni minori di 24 cm; per adottare per le pareti portanti interne spessori minori di 14 cm occorre un apposito permesso delle autorita' che puo' rilasciarlo solo se esse sostengono un solaio continuo di luce minore di 4,50 m.

Ancora la DIN 1053 [25] nel paragrafo 7 dal titolo: "Principi fondamentali per il calcolo" si limita a richiamare la DIN 1055 per l'entita' dei carichi e quindi fornisce regole dettagliate per il calcolo delle piattabande, ma nulla dice circa procedimenti di calcolo delle eccentricita' nelle murature, risultando solo espressa la prescrizione che impone un calcolo classico con verifiche finali riferite al criterio delle sollecitazioni ammissibili; nel successivo paragrafo 8 che si occupa delle sollecitazioni ammissibili pre-

scrive che per carichi eccentrici le sollecitazioni di compressione devono essere calcolate escludendo le zone parzializzate e, poiche' le lesioni non devono impegnare piu' di meta' sezione la eccentricita' non puo' superare $1/3$ della dimensione del muro.

$$(e \leq \frac{1}{3} c ; k = \frac{e}{c} \leq 0,33) .$$

Altro cenno alle flessioni nelle murature e' fatto nel paragrafo 8.12 che si occupa delle sollecitazioni di trazione ed indica i casi in cui si puo' derogare al precedente divieto per valori delle sollecitazioni fino a 2 Kgcm^{-2} purché dipendenti da fenomeni di flessione; altre eccezioni possono essere consentite solo in casi particolari dalle autorità preposte alla sorveglianza delle costruzioni.

Sono tassativamente prescritti i cordoli ("ancoraggi ad anello") solo nelle costruzioni con solai in legno o ferro mentre nel caso di solai in c.a. essi possono essere sostituiti dalla parte terminale del solaio nella muratura, "e possono essere tralasciati per le pareti con direzione parallela all'armatura principale o trasversale di solai in cemento armato se tale armatura interessa tutta la larghezza delle pareti o, se, in edifici di una certa lunghezza, essa va da un giunto all'altro e si estende quasi fino allo spigolo esterno delle pareti".

Si ribadisce cioè l'effettiva funzione del cordolo di concatenare le pareti, funzione che svolge autonomamente nel caso di solai in legno o acciaio, e con la collaborazione dell'intero solaio quando questo e' in cemento armato.

F° interessante poi, ai fini di quanto si dirà in seguito al par.5.3 e 6.1, che solo per un rapporto di snellezza $\frac{h}{d} > 10$ e' richiesta una riduzione delle sollecitazioni; il che convalida le osservazioni già formulate circa la [24].

4.19.2) Il regolamento russo [28], denso di indicazioni sperimentali, fornisce criteri di verifica delle murature per condizioni di sforzo assiale ed eccentrico. Ma quando si tratta di indicare i criteri per il "*calcolo statico dei fabbricati*" ovvero per la determinazione stessa della eccentricità, da introdurre nelle verifiche di edifici multipiani di tipo normale prescrive di considerare (par.9.12):

"che le reazioni dei solai soprastanti risultino applicate nel baricentro della sezione che si esamina; per i carichi del piano considerato si esegue invece il calcolo considerato la eccentricità propria e tenendo conto degli eventuali indebolimenti della sezione dell'elemento. Quando le travi, solai, ecc. appoggiano sulla muratura, il punto di applicazione della reazione di appoggio e' definito dal tipo di vincolo. Quando si tratta di semplice appoggio la reazione e' applicata sull'asse dell'appoggio; in caso contrario si ammette che la reazione risulta applicata, dal filo interno interno della parete ad una distanza pari a 1/3 della profondità di appoggio dell'elemento orizzontale. In ogni caso questa profondità non potrà superare 10 cm.

Secondo questa regola pratica e' quindi evidente che man mano che si procede verso i piani inferiori il

peso percentuale della risultante dei carichi provenienti da tutti i piani superiori aumenta rispetto al solo carico del solaio del piano in esame applicato eccentricamente, ad $1/3$ dello spessore. Questa ultima prescrizione si uniforma ad una arbitraria distribuzione triangolare avente chiaramente come unica giustificazione il supporto della tradizione. Che la risultante dei carichi provenienti dall'alto si assuma invece centrata può essere invece giustificato dalla iperstaticità del sistema che smorza le eccentricità dei piani superiori.

Si tratta comunque di regole arbitrarie, che hanno indubbiamente solo il pregio della semplicità. Resta il contrasto tra la dovizia e la precisione degli studi sperimentali dedicati alla verifica della resistenza del singolo pannello a pressione semplice, con piccola eccentricità, con grande eccentricità e la assenza di ogni rigore teorico nella determinazione della eccentricità, che è in effetti alla base del calcolo stesso.

4.19.3) Procedere alla lettura degli altri regolamenti, sia pure attraverso diligenti recensioni, nulla porta di sostanzialmente nuovo; le avvertenze e le modalità di buona costruzione, la rigidità dell'edificio, le sollecitazioni ammissibili a compressione e a pressoflessione, l'influenza della snellezza sono ovunque trattate più o meno nello stesso modo. Manca costantemente l'esame approfondito del nocciolo del problema: ovvero la determinazione scientificamente rigorosa - o, meglio, razionalmente approssimata - del-

le caratteristiche della sollecitazione da introdurre nel calcolo.

L'unica via aperta resta quella indicata dalla [24], anche se eccessivamente laboriosa per la tecnica militante e insoddisfacente, nel senso già specificato, per quel che riguarda l'instabilità.

Il problema è quindi del tutto aperto e sembra quindi opportuno il contributo offerto dal procedimento che si illustra nel seguito, abordabile più facilmente dalla tecnica applicativa, sulla base di ipotesi comunemente accettate dalla bibliografia.

5) Gli edifici della terza classe.

5.1) Generalità.

Nei paragrafi successivi si espone per gli edifici in muratura appartenenti alla terza classe un metodo di calcolo che presenta vantaggi di semplicità e rapidità rispetto a quelli disponibili nella bibliografia esaminata.

5.2) Ipotesi sullo schema dell'edificio.

Si schematizza (fig.2) la struttura spaziale dell'edificio in un insieme di *telai piani a "nodi fissi"*: i traversi sono costituiti da solai continui in

cemento armato a nervature parallele; i ritti sono in "muratura" (*).

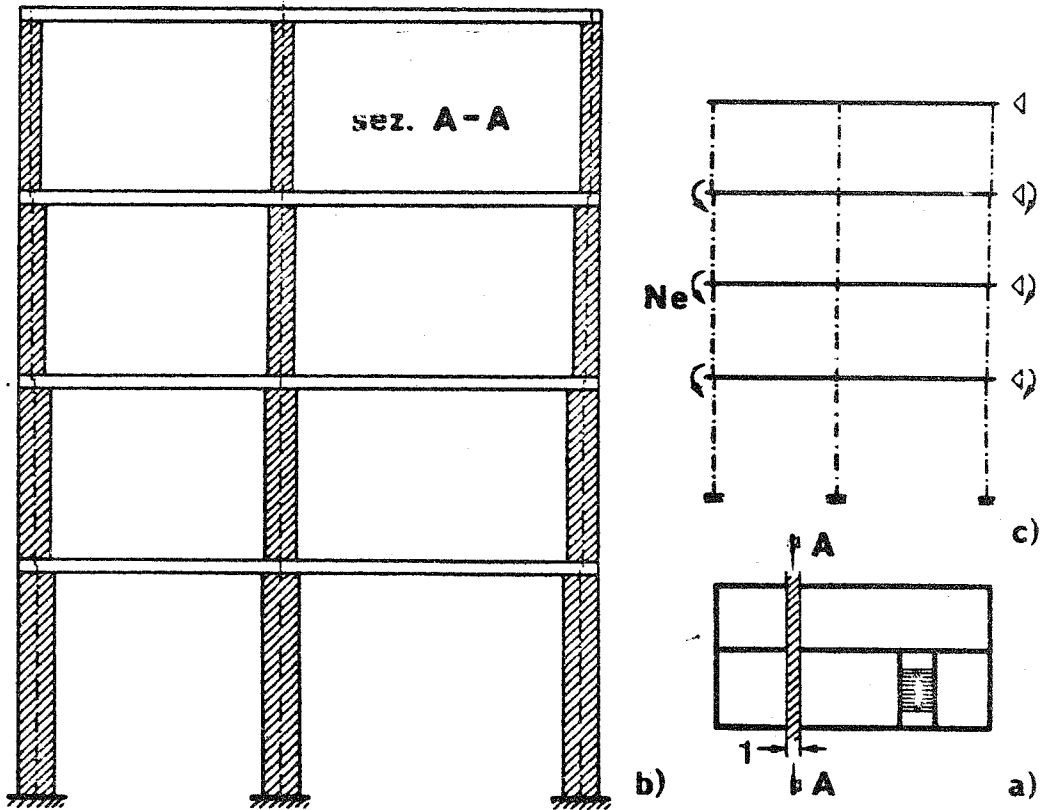


Fig. 2. - Schema di telaio piano estratto da un edificio della terza classe. Il telaio è a nodi fissi rientrando l'edificio nelle ipotesi illustrate nel testo. Delle eccentricità di forma può tenersi conto introducendo ad ogni piano i corrispondenti momenti (Ne), indicati nello schema.

La spazialità dell'edificio interviene nella ipotesi di "nodi fissi": questa è nella realtà verifi-

(*) La dizione "muratura" stabilisce convenzionalmente una totale incapacità di resistere agli sforzi di trazione; ipotesi limite che facilita la trattazione analitica e fornisce un regime certamente più sfavorevole per stabilità.

cata se nell'edificio esistono almeno tre *pannelli murari* non convergenti in un'unica verticale. Essendo essi collegati rigidamente ad ogni livello ai solai (*lastre orizzontali*), sono impediti gli spostamenti orizzontali dei telai, di cui l'edificio si suppone composto; le azioni orizzontali agenti sull'edificio considerato nella sua totalità spaziale possono considerarsi integralmente assorbite dal suddetto sistema di *lastre orizzontali* (solai) e di *pannelli verticali* (murature) di rigidezza molto più elevata di quella dei telai. Questi presentano schemi geometricamente definiti ma elasticamente "variabili" per le *parzializzazioni* che si verificano in dipendenza dei carichi e della geometria nei ritti in muratura. Nell'intento di articolare il procedimento di calcolo secondo la prassi di un normale metodo di rilassamento, occorre quindi in primo luogo definire il significato di rigidezza per i ritti del "telaio": *invariabili* sono infatti le caratteristiche meccaniche dei traversi; mentre il problema presenta sostanziali difficoltà per i ritti, quando si verificano *parzializzazioni* che rendono incognito lo stesso schema del telaio. Nel seguito si discute pertanto i concetti di *congruenza* e di *rigidezza* per adattarli al caso specifico e consentire, per un assegnato schema di carichi, un'agevole ricerca del corrispondente schema di *parzializzazioni*.

Si precisa fin d'ora che nel procedimento si imporrà in tutti i nodi il rispetto dell'*equilibrio* e della *congruenza*. Quest'ultima, nella usuale prassi di calcolo dei telai, si traduce nell'eguaglianza delle rotazioni in corrispondenza degli estremi delle aste concorrenti in uno stesso nodo (fig. 3). Nel caso specifico di ritti in muratura, il distacco che può

verificarsi nei nodi per effetto della parzializzazio

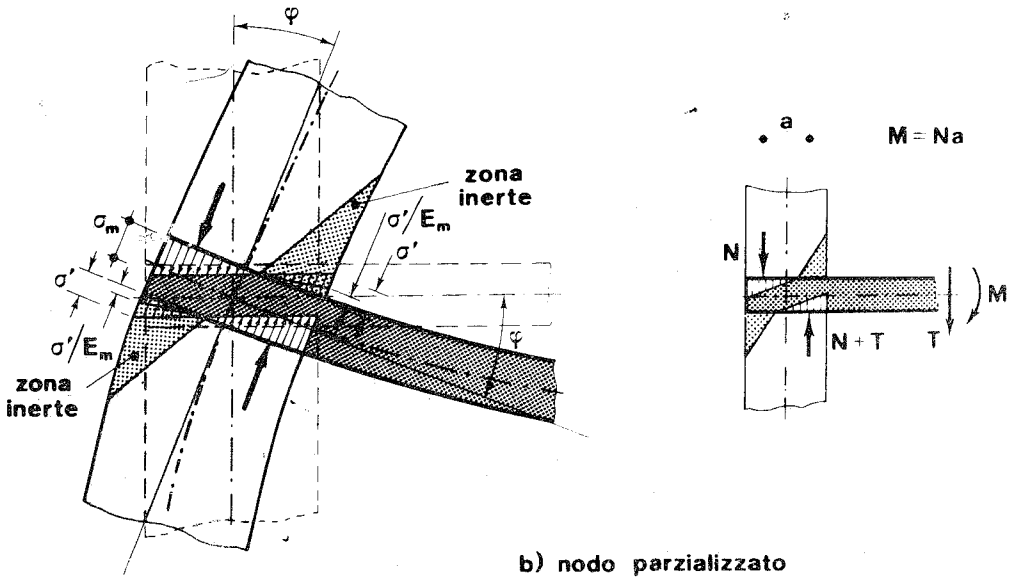
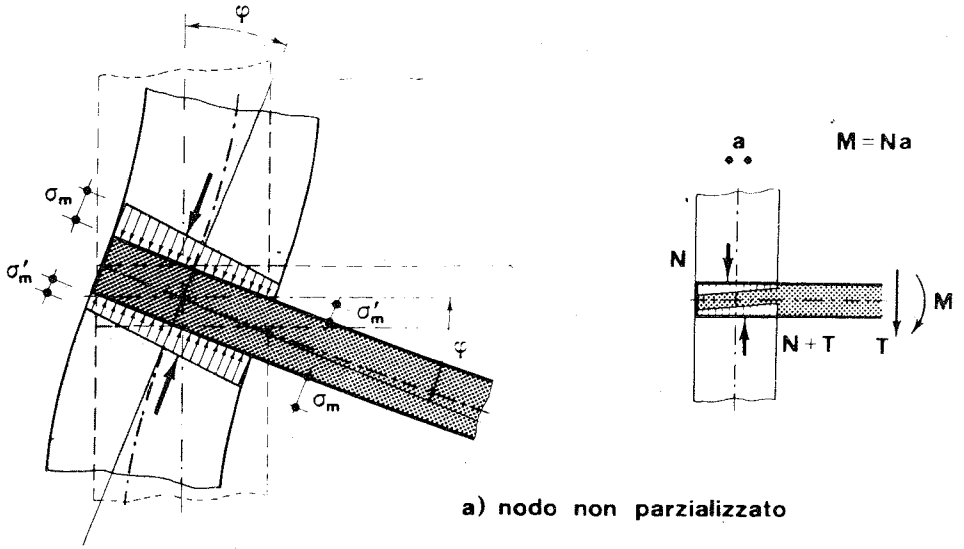


Fig.3 (a) - Nodo non parzializzato: la congruenza e' rispettata in tutti i punti delle sezioni di estremita' dei ritti che restano tutti a contatto con il cordolo.

(b) - Nodo parzializzato: la congruenza e' rispettata nei punti di contatto tra ritto e cordolo appartenenti alla sezione reagente.

ne non altera in sostanza questa condizione, se le zo-

ne inerti si considerano inesistenti; essa cioè resta valida, se limitata allo schema (variato) costituito dalla sola parte reagente dei ritti.

Pertanto, nel caso di parzializzazioni dei ritti, la condizione di congruenza nel nodo generico esprime la eguaglianza tra le rotazioni degli estremi dei solai e dei ritti, privi, quest'ultimi delle zone inerti.

5.3) Lo schema del "ritto in muratura" e sua "rigidezza effettiva".

Le espressioni generali della deformabilità agli estremi del ritto comunque parzializzato sono lo strumento del procedimento iterativo che si propone nel seguito. Si è determinata pertanto la deformabilità in ciascun estremo per ogni possibile grado di parzializzazione: essa rappresenta la "deformabilità effettiva".

Le ipotesi supposte valide per questa ricerca sono:

- a) sezione trasversale del ritto di forma rettangolare;
- b) altezza del ritto preponderante rispetto allo spessore;
- c) conservazione delle sezioni piane, anche in presenza di parzializzazioni;
- d) trascurabilità (come d'uso) delle deformazioni dovute allo sforzo normale centrato ed al taglio ed ogni effetto non lineare, di modo che risulti invariabile lo schema geometrico e di carico del telaio.

anche in conseguenza dell'eventuale parzializzazione;

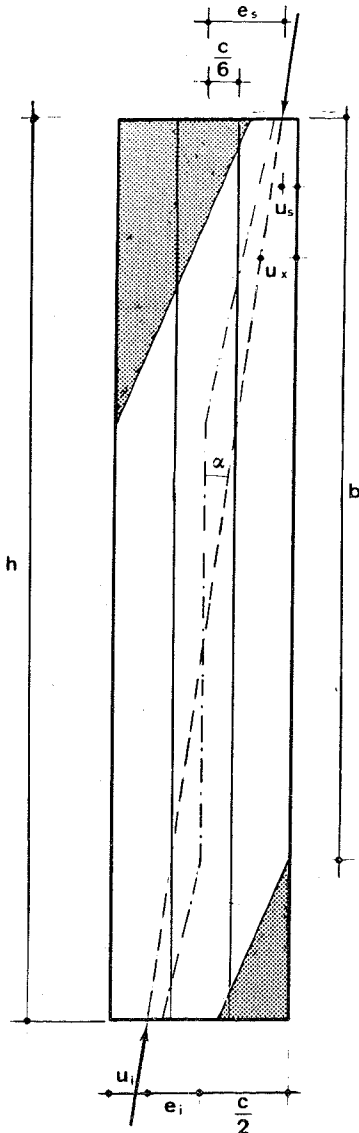


Fig.4 - Rappresentazione di un ritto parzializzato ai due estremi da momenti aventi lo stesso segno. Se si trascura l'effetto del peso proprio le reazioni agenti agli estremi sono direttamente opposte. Si vede chiaramente che l'ampiezza delle zone parzializzate dipende contemporaneamente dalla eccentricita' ai due estremi; la retta di azione delle forze interseca le verticali condotte per i punti che individuano il terzo medio in corrispondenza dei limiti estremi del tratto centrale del ritto non parzializzato.

- e) materiale omogeneo ed isotropo;
- f) assenza di difetti di costruzione e di autotensioni.

In fig.4 e' qualitativamente indicata la presenza di zone parzializzate. In tali zone, che per le ipotesi assunte hanno un contorno rettilineo nella sezione trasversale del ritto, le eccentricita' $e_s(k_s)$, ovvero $e_i(k_i)$, risultano maggiori di $c/6$ ($1/6$) (limite del nocciolo).

E' importante osservare che la parzializzazione non dipende dai valori assoluti di M o di N ma solo dal loro rapporto o meglio ancora dalle eccentricita' relative k_s e k_i ai due estremi.

Le rotazioni alle estremita' del ritto cosi' sollecitato possono quindi esprimersi attraverso una funzione ψ che chiameremo "fattore di rigidezza".

$$\varphi_s = \frac{M_s h}{\psi_s E J} = \frac{M_s}{\psi_s w'} \quad (\text{estremo superiore}) \quad \text{con} \quad \psi_s = \psi_s(k_s, k_i)$$

$$\varphi_i = \frac{M_i h}{\psi_i E J} = \frac{M_i}{\psi_i w'} \quad (\text{estremo inferiore}) \quad \text{con} \quad \psi_i = \psi_i(k_s, k_i)$$
(1)

essendo $w' = \frac{EJ}{h}$ il rapporto che chiameremo *indice di rigidezza primitiva* essendo riferito alla sezione non parzializzata.

Si noti che M_s ed M_i sono i momenti effettivamente applicati ai due estremi e k_s , k_i le eccentricita' relative, ad essi corrispondenti, per un assegnato valore di N . In tal caso il grado di parzializzazione "effettivo" compare attraverso le funzioni ψ_s e ψ_i , definibili univocamente in funzione di k_s e k_i .

Nella prassi abituale del calcolo dei telai dalla rotazione di un estremo si passa alle deformabilita' ponendo eguale ad uno il momento applicato; per i ritti in muratura cio' non e' possibile, perche' per lasciare invariato il grado di parzializzazione occorre che, al variare del momento applicato all'estremo in esame, varino in proporzione contemporaneamente il momento all'altro estremo e lo sforzo normale in modo che k_s e k_i restino invariati. Invece lo sforzo normale nel ritto generico risulta praticamente indipendente dal regime flessionale e quindi trattare le espressioni (1) come deformabilita' e lecito solo se i momenti finali effettivi coincidono con quelli che corrispondono

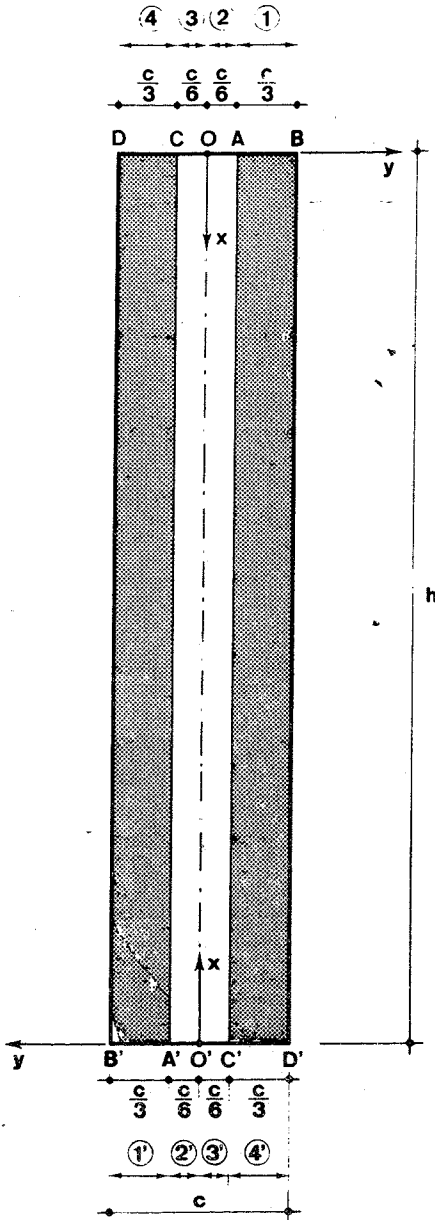


Fig 5 - Ciascuna delle basi del ritto è riferita ad un sistema di assi xy orientato in modo che a momenti orari (positivi) corrispondano eccentricità positive. Ogni base è divisa in zone contrassegnate, ciascuna da un numero. Lo stesso del comportamento procede considerando la risultante esterna in ciascuna di dette zone in tutte le possibili combinazioni tra i due estremi.

agli assegnati k_s e k_i .

Nella realtà inoltre lo sforzo normale nel ritto generico differisce tra sommità e base del valore del peso proprio del ritto stesso e quindi occorre, in rigore, considerare i due valori N_s e N_i in luogo di un unico valore N . Anche per $N_s \neq N_i$ si può accettare però l'approssimazione che i valori di ψ siano determinati supponendo rettilinea la curva delle pressioni lungo il ritto, mentre la presenza del peso proprio la renderebbe a rigore curvilinea.

Nella fig. 5 sono rappresentate le due basi (superiore ed inferiore) del ritto ciascuna riferita ad un sistema di assi cartesiani ortogonali; la larghezza c è suddivisa in tre par-

ti eguali di cui la centrale costituisce il ben noto terzo medio (*).

Spostando la posizione della risultante esterna sulle basi in tutte le possibili posizioni, ne derivano sedici combinazioni che per evidenti ragioni di simmetria si riducono a sei, secondo lo schema che segue, nel quale sono indicate nello stesso rigo le combinazioni che tra loro coincidono e le corrispondenti funzioni ψ .

(*) Attesa la simmetria ed il riferimento cartesiano indicato in fig. 5, sono indicati sull'asse positivo rispettivamente i segmenti \overline{OA} e $\overline{O'A'}$; \overline{AB} e $\overline{A'B'}$ e, simmetricamente disposti, i segmenti $\overline{OC} = \overline{O'C'}$; $\overline{CD} = \overline{C'D'}$ sull'asse negativo.

L'orientamento dell'asse y è stato scelto in modo che il prodotto dell'ascissa (eccentricità) per lo sforzo di compressione abbia lo stesso segno che compete al momento esterno secondo la convenzione usuale che assume i momenti, considerati come azione del nodo sul ritto, positivi se orari. Ad esempio: a k_i negativo corrisponde una rotazione antioraria della base inferiore i e il segno di ψ_i deriva dal segno del momento M_i . Per k_s e k_i contemporaneamente nulli risulta $\psi_s = \psi_i = \alpha$ perché le rotazioni sono ambedue nulle. Ulteriori chiarimenti sono forniti in [30].

Trattandosi di materiale incapace di resistere a trazione, la risultante esterna dello sforzo normale N e del taglio T è necessariamente rivolta su ambo le basi verso l'interno del ritto e può subito controllarsi che in questa ipotesi i semiassi positivi delle y corrispondono a posizioni del punto di applicazione della risultante tali che il momento esterno risulta orario e quindi, positivo.

Per comodità nella fig. 5 i quattro segmenti in cui risulta suddivisa ciascuna base, sono numerati a partire dal tratto B-A dell'estremo B (e rispettivamente B'), al quale appartiene, per un assegnato valore di N , il massimo valore del momento positivo agente alla estremità del ritto. Per considerare tutti i casi possibili si segue l'ordine che si ottiene fissando sulla base superiore la posizione della risultante all'interno del primo segmento e facendo muovere la risultante agente sull'altra base su tutta la larghezza della sezione anch'essa suddivisa in quattro segmenti.

$$\begin{aligned}
 1 - 1' &\equiv 4 - 4' && \rightarrow \psi^I \\
 1 - 2' &\equiv 4 - 3' \equiv (3 - 4' \equiv 2 - 1') && \rightarrow \psi^{II} \\
 1 - 3' &\equiv 4 - 2' \equiv (2 - 4 \equiv 1' - 3) && \rightarrow \psi^{III} \\
 1 - 4' &\equiv 4 - 1' && \rightarrow \psi^{IV} \\
 2 - 2' &\equiv 3 - 3' && \rightarrow \psi^{VI} \\
 2 - 3' &\equiv 3 - 2' && \rightarrow \psi^{VIII}
 \end{aligned}$$

Si riportano qui di seguito le espressioni di ψ^I , ψ^{II} , ψ^{III} , ψ^{IV} , ψ^{VI} , ψ^{VII} , (*); i valori numerici sono riportati nelle tabelle di fig. 20 e graficizzate in fig. 21 (riportate in appendice). In fig. 7 sono rappresentate tutte le combinazioni di eccentricita' agli estremi e la ubicazione nelle figg. 20 e 21.

$$\psi_s^I = \frac{54k_s (k_s + k_i)^2}{\ln [(1,5-3k_s)(1,5-3k_i)] + \frac{4k_s + 2k_i - 1}{-1 - 2k_s} + \frac{1}{3}} \quad (2)$$

$$\psi_i^I = \frac{54k_s (k_s + k_i)^2}{\ln [(1,5-3k_s)(1,5-3k_i)] + \frac{4k_i + 2k_s - 1}{1 - 2k_i} + \frac{1}{3}} \quad (3)$$

$$\psi_s^{II} = \frac{54k_s (k_s + k_i)^2}{\ln (1,5-3k_s) + 3k_s - 0,5 + (k_s + k_i) \left(\frac{2}{1-2k_s} - 3 \right) + \frac{9k_i - 108k_i^2 + 1}{12}} \quad (4)$$

(*) Il procedimento dettagliato per il calcolo delle suddette espressioni e' riportato nella [30], che e' stata svolta contemporaneamente al presente studio da Marchetti al quale esprimo la piu' viva gratitudine per il suo valido apporto.

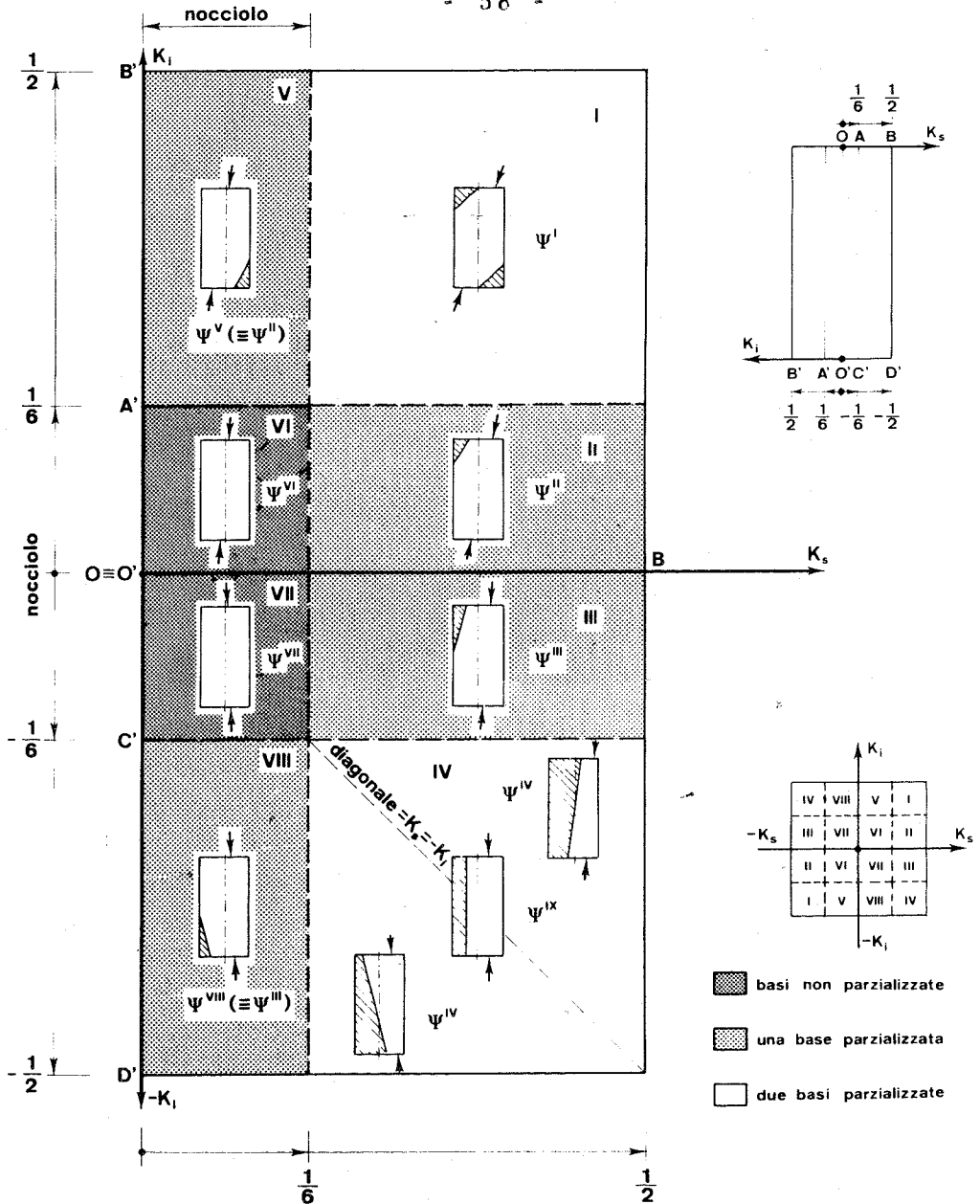


Fig. 7 - Schema delle tabelle di fig. 20 e dei grafici di fig. 21: ogni quadrante corrisponde allo schema in esso rappresentato: solo nel quadrante in basso a destra sono rappresentati tre schemi di cui due differiscono solo per il segno della inclinazione del confine di parzializzazione. Sull'asse delle ordinate è riportato k_s i punti $A'B'C'D'$ corrispondono a quelli già indicati nella fig. 5 e riprodotti in piccolo in alto a destra: sull'asse delle ascisse è riportato solo il semi-asse positivo di k_s . I due quadrati piccoli corrispondono ai casi di assenza di parzializzazione, i quattro rettangoli corrispondono ai casi di parzializzazione ad un solo estremo, i due quadrati grandi corrispondono ai casi di parzializzazioni ai due estremi.

Nella figura in basso a destra è riportato per completezza anche il quadrante negativo k_s ed è indicata la corrispondenza con quello positivo.

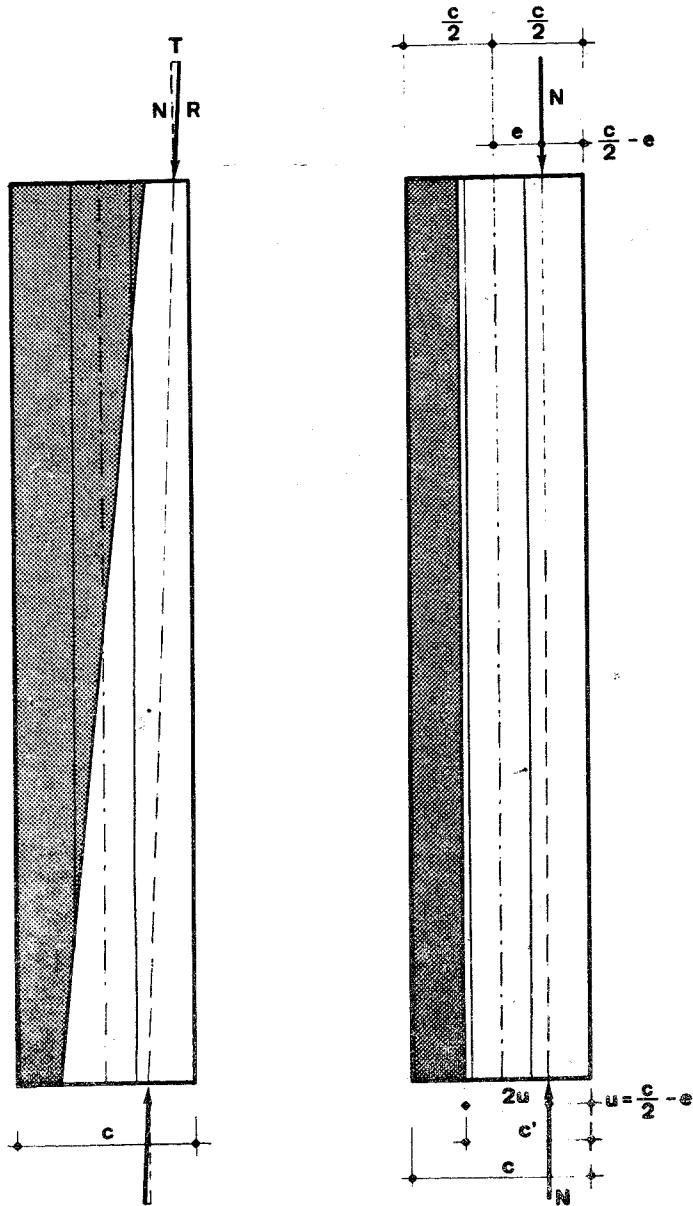


Fig.6 - Nel caso $k_s = k_i$ il solido si riduce ad un ritto a sezione costante di cui sono direttamente note le espressioni della deformabilita .

$$\psi_i^{II} = \frac{54k_i(k_s + k_i)^2}{\ln(1,5-3k_s)+3k_s-0,5 + \frac{108k_i^2(3k_s + 2k_i) - (9k_s-1)}{12}} \quad (5)$$

$$\psi^{III} = \frac{54k_s(k_s - k_i)^2}{\ln(1,5-3k_s)+3K_s-0,5+(k_s-|k_i|)\left(\frac{2}{1-2k_s}-3\right) + \frac{(1+3|k_i|)(1-3|k_i|)^2}{12}} \quad (6)$$

$$\psi_i^{III} = \frac{-54|k_i|(k_s - |k_i|)^2}{\ln(1,5-3k_s)+3k_s-0,5 + \left[\frac{3(k_s-|k_i|)(1-3k_i^2)}{4}\right] \cdot \left[\frac{(1-3|k_i|)(1-3|k_i|)}{9(k_s-|k_i|)(1+3|k_i|)} - 1\right]} \quad (7)$$

$$\psi_s^{IV} = \frac{54(k_s - |k_i|)^2 k_s}{\ln \frac{1-2k_s}{1-2k_i} + \frac{2(k_s - |k_i|)^2}{1-2k_s}} \quad (8)$$

$$\psi_i^{IV} = \frac{-54|k_i|(k_s - k_i)^2}{\ln \frac{1-2k_s}{1-2|k_i|} + \frac{2(k_s - |k_i|)}{1-2|k_i|}} \quad (9)$$

$$\psi^{VI} = \frac{6k_s}{2k_s - k_i} \quad (10)$$

$$\psi^{VII} = \frac{6k_s}{2k_s + |k_i|} \quad (11)$$

$$\psi_s^{IX} = \psi_i^{IX} = 27k(1-2k)^2 \quad (12)$$

La ψ^{IV} per $k_s = -k_i$ (fig. 6) degenera in una forma indeterminata e si rende necessario introdurre un'ulte

riore espressione (sussidiaria) ψ^{IX} (12). Tale particolarità corrisponde fisicamente al fatto che il solido in tal caso invece che essere a sezione variabile, come previsto dalle formule, si riduce ad un ritto a sezione costante di base c' pari ad un'aliquota di c ($c' = 3u$).

6) Introduzione al nuovo procedimento.

6.1) Considerazioni preliminari.

Prima di esporre il procedimento, che utilizza le espressioni di ψ innanzi riportate, sono opportune alcune osservazioni preliminari.

Innanzitutto negli edifici i valori dello sforzo normale crescono ai piani inferiori mentre, nel caso molto comune di traversi egualmente caricati, i valori dei momenti si mantengono dello stesso ordine di grandezza a tutti i piani; pertanto è evidente che mentre ai piani inferiori le eccentricità sono piccole e quindi lo sforzo normale è applicato internamente al nocciolo, ai piani superiori l'eccentricità supera il contorno del nocciolo, con distribuzione delle zone parzializzate analoga a quella illustrata in figura 4, molto comune, nei ritti dei telai a nodi fissi con normali condizioni di carico uniforme sui traversi.

In secondo luogo è noto in generale che ad un incremento di deformabilità del ritto che consegue alla sua parzializzazione corrisponde una variazione del momento che gli compete nello schema iperstatico in

particolare per i ritto in muratura il momento non puo' mai raggiungere il valore limite teorico pari al prodotto dello sforzo normale per la meta' dello spessore del ritto; infatti la sezione estrema del ritto sarebbe in tal caso completamente parzializzata e la sua deformabilita' diventerebbe infinita: ad essa corrisponderebbe allora un momento nullo (*).

Infine si puo' controllare che nella generalita' dei casi reali, lungo l'asse del ritto la zona reagente, anche se di ridotte dimensioni agli estremi, rapidamente cresce se, come avviene quasi sempre, il momento ai due estremi conserva lo stesso segno; a questo andamento delle eccentricita' nel ritto corrisponde quindi una parzializzazione limitata alle sole zone prossime agli estremi, il che giustifica di trascurare effetti instabili conseguenti alla parzializzazione, naturalmente nella ipotesi preliminare che essi siano gia' trascurabili per il ritto non parzializzato.

6.2) Necessita' di considerare una "catena" di schemi variati.

Al lume delle precedenti osservazioni si puo' gia' intravedere che la differenza sostanziale di questo schema rispetto a quello di un normale telaio in cemento armato o in acciaio consiste essenzialmente in questo: che lo schema varia non appena si determina una qualsiasi parzializzazione, che le deformabilita' agli estremi di ogni ritto parzializzato sono condizionate dal valore e dall'andamento della eccentricita'.

(*) Tutto cio' a prescindere dai limiti di resistenza in quanto che per completa parzializzazione la tensione assume valore infinito.

lungo l'asse del ritto stesso e, viceversa, il valore e l'andamento di tali eccentricita' sono condizionati, nell'intero schema iperstatico del telaio, dalle deformabilita' dei ritti parzializzati. Tale interdipendenza rende impossibile una rigorosa e sistematica previsione iniziale del grado di parzializzazione dei ritti e pertanto s'impone in ogni caso un procedimento iterativo che tenda a determinare contemporaneamente lo schema effettivo della struttura ed il regime di flessioni corrispondente: in un procedimento che converga alla soluzione effettiva attraverso fasi che progressivamente tendono ai valori esatti, ad ogni fase corrispondera' un nuovo schema strutturale, diverso, anche se di poco, da tutti i precedenti. E' opportuno quindi che il procedimento, in ogni fase, sia, per quanto possibile, in grado di utilizzare razionalmente i risultati della fase precedente, al fine di creare una "catena" di schemi, tutti distinti tra loro, ma legati nella tendenza al risultato finale.

6.3) Definizione della "condizione di parzializzazione".

In definitiva per un telaio contenente ritte in muratura le due condizioni di equilibrio e congruenza nei nodi devono essere estese e precisate; la condizione di congruenza, intesa come eguaglianza delle rotazioni degli estremi delle aste concorrenti nei nodi deve intendersi limitata per i ritte alla sola parte reagente tenendo cioe' conto del "grado di parzializzazione" e deve introdursi pertanto una nuova condizione che possiamo chiamare convenzionalmente condi-

zione di parzializzazione; essa e' contemporaneamente di equilibrio e congruenza, in quanto che per le forze agenti sul ritto traduce il rispetto della condizione di incapacita' del materiale a resistere a sforzi di trazione e della mancanza di partecipazione di alcune zone del ritto (zone inerti) alla deformazione elastica. Puo' convenire quindi considerare separatamente, sia pure solo convenzionalmente, tre condizioni che caratterizzano e definiscono la soluzione finale: equilibrio, congruenza e parzializzazione.

Prefissato il "grado di parzializzazione" lo schema geometrico elastico risulta definito e possono per esso imporsi nel modo usuale il rispetto dell'equilibrio e della congruenza per ottenere l'incognito regime flesso-tagliante; occorre poi verificare se per esso e' rispettata la "condizione di parzializzazione"; per assegnati sforzi normali al nuovo regime di flessioni corrisponde univocamente un definito grado di parzializzazione, che va confrontato con quello inizialmente assegnato. In altri termini l'insieme delle tre condizioni rappresenta una fase di verifiche tra loro concatenate e, solo se sono tutte contemporaneamente rispettate, definisce la soluzione esatta.

Giova qui ricordare che, invece, nel caso di edifici con ossatura di telai in acciaio (e in cemento armato solo per tradizione di calcolo), lo schema geometrico-elastico e' invariabile e quindi e' sufficiente applicare una sola volta un procedimento che rispetti l'equilibrio e la congruenza per ottenere il risultato finale; questo presupposto cade per i ritti in muratura e quindi si rende necessario svolgere un procedimento somma di piu' procedimenti interattivi perche' seguendo la progressiva variabilita' dello sche-

ma pervenga al rispetto anche della terza "condizione di parzializzazione".

6.4) Considerazioni sul comportamento fisico d'insieme

A conclusione di queste considerazioni preliminari e' importante osservare che se si suppone tutto il carico variabile (fig.8 b) con legge proporzionale $Q = \alpha(G + g + p)$, ed i materiali perfettamente elastici, il comportamento della struttura e' rappresentato dalla curva simbolica (1) della fig.8 c) in cui le ascisse rappresentano la sollecitazione massima (a meno di $\frac{1}{E}$) di compressione in un ritto parzializzato rappresentativo e le ordinate il fattore α di proporzionalita'. Il diagramma e' rettilineo perche' i valori dei momenti flettenti e degli sforzi normali risultano in questa ipotesi proporzionali ad α e quindi le eccentricita' ed il grado di parzializzazione non variano al crescere di α . Al tratto inclinato, nella ulteriore ipotesi di materiale elastoplastico, s'innesta in A un tratto orizzontale AB perfettamente plastico che porta alla rottura.

In effetti pero', (pur supponendo ancora la muratura-almeno in un primo momento per valori ridotti di α - perfettamente elastica a compressione e completamente incapace di resistere a sollecitazioni di tra-

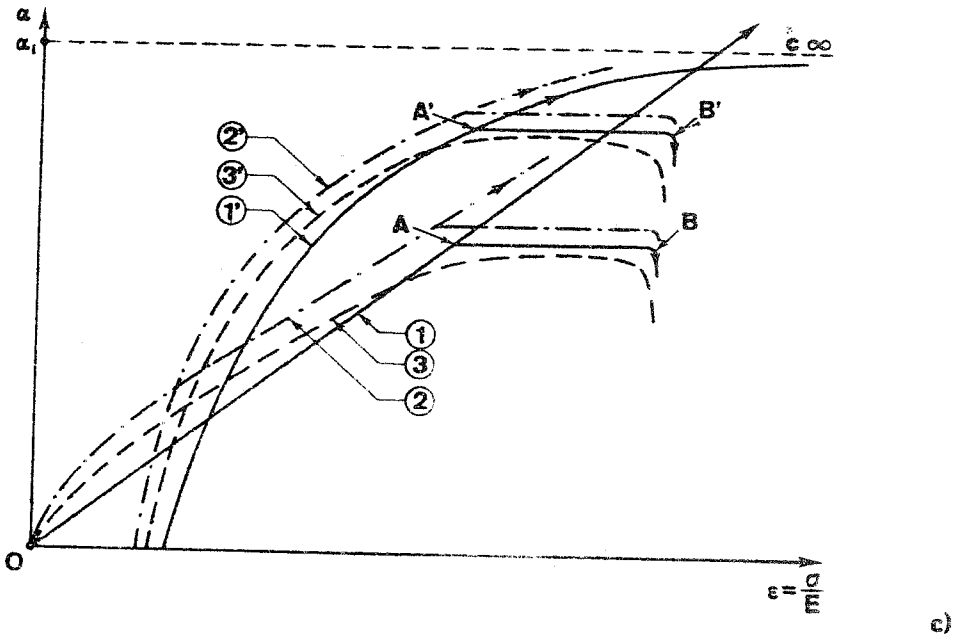
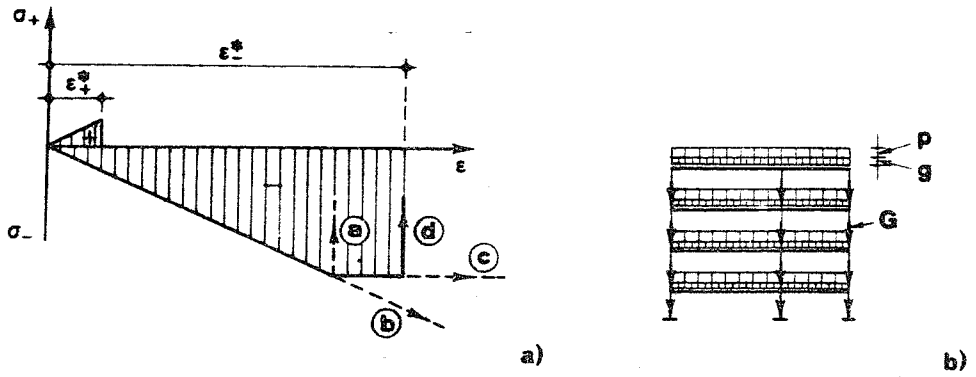


Fig. 8

fig.8 Comportamento della struttura

(a) Diagrammi $\sigma - \epsilon$ per il materiale:

a trazione: andamento lineare e rottura fragile
 a compressione: primo tratto ad andamento lineare (b), successivamente con rottura fragile (a) ovvero con tratto plastico (c) interrotto da rottura fragile (d)

(b) schema dei carichi: G = peso proprio dei ritti; g = sovraccarico permanente e peso proprio solai
 p = sovraccarico utile

c) comportamento simbolico della struttura: α fattore di carico; $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$ sollecitazione di compressione simbolica nel ritto generico in muratura.

curva (1) $[Q = \alpha(G + g + p)]$ comportamento elastico a compressione con assenza di resistenza a trazione (andamento (b) della fig.8a) innesto in A(A') di un tratto plastico con rottura fragile in B(B') (andamento (c) - (d) della fig.8 a); l'andamento curvilineo della curva (1') dipende dal fatto che al crescere di α , che moltiplica solo p, cresce il grado di parzializzazione, che invece per la curva (1) e' invariabile

curva (1')

$[Q = G + g + \alpha p]$

curva (2) $[Q = \alpha(G + g + p)]$ nelle stesse ipotesi precedenti si ipotizza una resistenza a trazione per piccoli valori delle sollecitazioni (cfr. fig.8a); tale resistenza inizialmente rende completamente reagente la sezione; successivamente si conserva in prossimita' dell'asse neutro dove le sollecitazioni sono nei limiti ammessi.

curva (2)

$Q = G + g + \alpha p$

curva (3) $Q = \alpha(G + g + p)$ le curve sono state tracciate in modo arbitrario e rappresentano, simbolicamente, l'effettivo comportamento del telaio.

curva (3')

$Q = G + g + \alpha p$

zione) supponendo che crescano i soli sovraccarichi utili sui traversi, ovvero che sia $Q = G + g + \alpha p$, avviene che i momenti nei ritti crescono piu' rapidamente degli sforzi normali (perche' i pesi propri restano costanti) e quindi lo schema subisce sempre maggiori parzializzazioni anche a prescindere da effetti instabili; il comportamento puo' allora essere rappresentato dall'andamento della curva (1') in cui la sollecitazione (massima) simbolicamente rappresentata sull'ascissa, al crescere delle eccentricita', non parte piu' dalla origine e cresce con legge non lineare, per attingere valore infinito per un valore limite α_1^* di α .

Il comportamento effettivo non puo' pero' prescindere da una certa qual resistenza a trazione; basti pensare che per piccoli valori di α le sollecitazioni di trazione possono essere contenute in limiti sopportabili dalla muratura.

La sezione trasversale del ritto generico e' completamente reagente nel tratto iniziale di (2) e (2'); successivamente al crescere di α si conserva invece solo la resistenza di quella parte della sezione adiacente all'asse neutro in cui la sollecitazione si conserva inferiore al limite ammissibile a trazione. Per elevati valori di α nelle zone compresse la riduzione del modulo elastico ed effetti plastici (specie per malte non cementizie) ancora modificano il comportamento perfettamente elastico della struttura.

D'altra parte le attuali conoscenze consentono di tener conto della resistenza a trazione, sia pure piccola, del materiale solo nel primo tratto, (α molto piccolo) quando e' assicurata ovunque la resistenza a trazione, perche' si e' ricondotti ad un normale schema

di telaio (anzi si vedrà che tale valutazione è implicita e compresa nella fase iniziale del procedimento che si propone). Invece è ben difficile tenerne conto successivamente sia nell'ambito del telaio che della singola sezione, per l'influenza sostanziale che si determina sul grado di parzializzazione e, quindi, sulla stessa forma reagente dei ritti. Tuttavia è da aspettarsi che sia lieve il beneficio per la resistenza, a prescindere dallo svantaggio per la stabilità che ne consegue.

Attenti ed estesi controlli sperimentali sarebbero però ben opportuni non solo per una verifica della corrispondenza tra la realtà, prevista arbitrariamente dalle curve (3) e (3'), e le teorie disponibili ma, principalmente, per la ricerca e la messa a fuoco di ulteriori procedimenti teorici semplificati, che traducano anche una migliore valutazione del grado di sicurezza a rottura; del resto si è già visto dallo esame della bibliografia che la collaborazione tra procedimenti teorici ed empirici non è stata avara in passato di fecondi risultati nel settore degli edifici delle classi precedenti; ma sarebbe auspicabile, nello stesso spirito seguito dal Rondelet, una sperimentazione estesa a intere e numerose strutture e non solo a singoli e sporadici elementi.

Inoltre, e sempre a tal fine, accanto a modelli al vero del tutto fedeli alla realtà costruttiva, potrebbero, anzi dovrebbero, realizzarsi, secondo la prassi sperimentale più aggiornata, modelli convenzionali appositamente dotati di valvole di rottura e preparzializzazioni; non potrebbe inoltre trascurarsi, in un corretto e valido programma di sperimentazione, la possibilità di valutare l'influenza dell'instabilità

(parziale e globale) e della fatica del materiale, sia per effetto dei carichi accidentali che per effetti termici.

Si ritiene comunque che, anche allo stato delle attuali conoscenze, lo studio di carattere teorico oggetto di questa memoria possa rappresentare un contributo al progresso di questo settore, perché il procedimento che si propone tende ad allineare questo schema, almeno per quanto riguarda la possibilità di eseguire convenzionali verifiche statiche, con quelli analoghi degli edifici con ossatura in cemento armato o in acciaio.

Nel paragrafo successivo s'illustra il nuovo procedimento che si propone.

7) Nuovo procedimento

7.1) La catena di schemi variati

Il procedimento assume come schema iniziale quello con ritti tutti integri, - *schema primitivo* - così come per un normale telaio, per pervenire quindi, attraverso una catena di schemi variati, allo schema (finale) effettivo caratterizzato univocamente dal rispetto delle condizioni di *equilibrio*, *congruenza* e *parzializzazione*. Per quest'ultima (cfr. par. 6.2-6.3) il grado di parzializzazione dei ritti ed il regime iperstatico di sollecitazioni si corrispondono biunivocamente. La catena di schemi è caratterizzata dalla tendenza ad ottenere un sempre migliore rispetto del

le condizioni di congruenza e di equilibrio, estese però, come si è detto, per includere la ipotesi di incapacità della muratura di resistere a sollecitazioni di trazione.

7.1.1) Fase iniziale.

La fase iniziale del procedimento coincide con un normale equilibramento alla "Cross" a nodi fissi, in cui anche i ritti in muratura si considerano totalmente reagenti. In base ai *momenti primitivi* così ottenuti sono noti:

- gli *sforzi normali primitivi*
- alla testa ed al piede di ogni ritto le eccentricità assolute e relative in base ai valori degli sforzi normali primitivi che differiscono ai due estremi del peso del pilastro;
- per i traversi e per i ritti non parzializzati il rapporto tra le eccentricità relative ai due estremi ($\beta = k_s/k_i$).

7.1.2) Fase prima.

Ha quindi inizio la prima fase che utilizza convenientemente i risultati della fase iniziale. Può infatti risultare, specie in sommità, che sia $k_0 > 0,50$; il risultato, come si è già detto, non è fisicamente accettabile in quanto lo sforzo normale può cade-

re al di fuori della sezione solo se il materiale e' capace di resistere a trazione.

Per tutte le aste possono determinarsi i valori di $\psi(\psi_s(1); \psi_i(1))$ ai due estremi:

- per i ritti parzializzati in cui la eccentricita' relativa risulta interna alla sezione ma esterna al nocciolo - o in testa, o al piede o, contemporaneamente, alle due estremita' - i valori di ψ si ottengono dalle figure 20 o 21 in base ai valori di $k_{s(0)}, k_{i(0)}$ ottenuti dalla fase iniziale. Se risulta $k_{(0)} > 0,50$ s'introduce un valore arbitrario di $k_{(1)}$ minore di 0,50 per la gia' menzionata condizione che il momento in un ritto deve essere in ogni caso minore del prodotto dello sforzo normale per meta' lunghezza della sezione; per i ritti non parzializzati e per i trasversi al valore di β_0 , (oppure a due valori k_s e k_i arbitrari che abbiano rapporto pari a $\frac{M_s}{M_i}$) corrisponde direttamente una coppia di valori di ψ (fig.20).

In definitiva per tutte le aste la solita ed unica rigidezza $4w'$ della fase iniziale si sdoppia ovunque nelle due rigidezze effettive $(\psi_s(1)w'; \psi_i(1)w')$ che vengono introdotte nella prima fase per la ricerca dei coefficienti di ripartizione in tutti i nodi(*).

(*) Questo concetto di rigidezza effettiva [31] si applica spesso nel calcolo approssimato di una parte di telaio di cui si possa prevedere l'andamento dei momenti. Cosi' ad esempio nel nodo B del telaio rappresentato in fig.9 puo' valutarsi il grado di incastro effettivo del trasverso intermedio assumendo per i ritti la rigidezza effettiva $6EJ/l$ nella ipotesi che i momenti effettivi (finali) nei ritti abbiano valori uguali agli estremi.

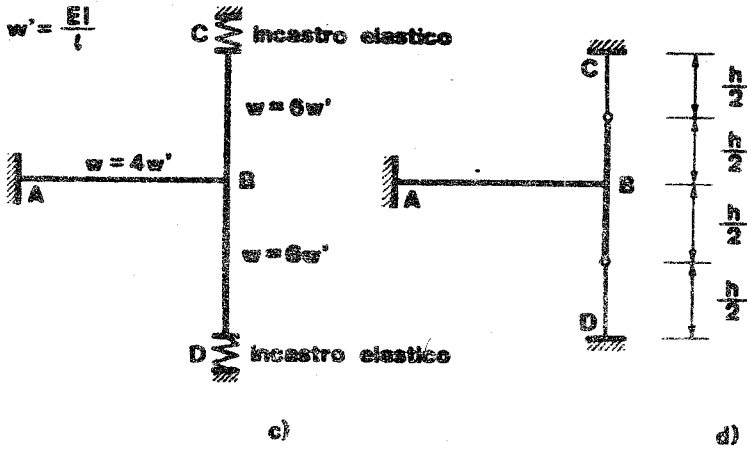
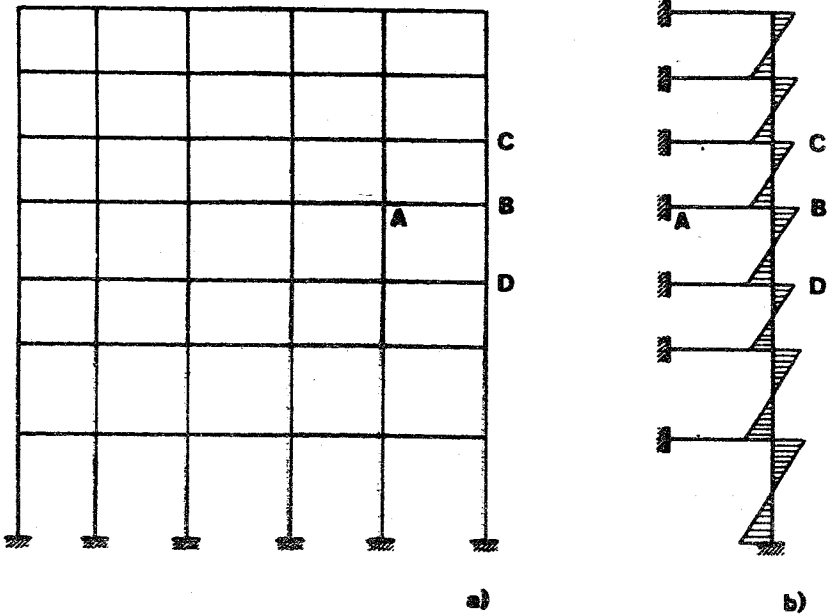


fig.9 - (a) Schema di un telaio multipiano.
 (b) Schema ridotto per valutare i momenti nei nodi perimetrali; si suppone che nei ritti il punto di momento nullo sia a meta' altezza.
 (c) (d) Schema parziale semplificato; la "rigidezza effettiva" vale $6w'$ se si suppongono eguali i momenti agli estremi di ciascun ritto.

Così in un'unica operazione si è prefissato il grado di parzializzazione e si sono valutate le corrispondenti caratteristiche elastiche, supposte per un momento invariabili; implicitamente, ai due estremi di ogni asta sono così già stabiliti i valori degli sforzi normali.

Il successivo procedimento di equilibramento fornisce i momenti che realizzano per lo schema assegnato l'equilibrio e la congruenza; con le "rigidezze effettive" si realizza il notevole vantaggio di effettuare una sola operazione di equilibramento in ogni nodo senza trasporti. Però i momenti ottenuti hanno i valori finali ed esatti solo se coincidono con i valori implicitamente assegnati preventivamente, ovvero, in sintesi, se le eccentricità finali coincidono con quelle iniziali. Questa condizione generalmente nella prima fase non risulta rispettata ed occorrono ulteriori fasi di approssimazione.

7.1.3) Fasi successive.

Per la fase n^{ma} ($n = 2, 3, \dots$) sono noti, o, meglio, si assegnano, in tutti gli estremi i valori $k'_{(n)}$ ($k'_{s(n)}, k'_{i(n)}$: l'apice ' indica che si tratta dei valori d'ingresso della fase n^{ma}); attraverso le figure 20 o 21 si determinano i valori delle rigidezze effettive $\psi_{s(n)}^{w'}$ e $\psi_{i(n)}^{w'}$; dalle rigidezze i coefficienti di ripartizione e quindi i valori dei momenti. Da questi infine, a chiusura della fase n^{ma} , si ricavano le nuove eccentricità $k''_{(n)}$ (l'apice '' indica

che si tratta dei valori di uscita). Se in tutti i nodi risulta $k_n^I = k_n^{II}$ il risultato ottenuto è quello definitivo. In caso contrario occorre procedere alla $(n+1)^{ma}$ iterazione.

7.1.4) Criterio di concatenazione delle fasi.

Resta da fissare un criterio, sia pure approssimato, per utilizzare nella $(n+1)^{ma}$ fase nel modo migliore i risultati ottenuti nella fase n^{ma} . Il problema si concreta nella scelta più opportuna dei valori $k_{(n+1)}^I$ delle eccentricità d'ingresso della fase $(n+1)^{ma}$ essendo noti k_n^I e k_n^{II} .

Giova a tal fine osservare preventivamente che nei ritti in muratura la rigidezza di un estremo aumenta al ridursi del corrispondente valore di k perché si riduce la parzializzazione in prossimità di quello estremo e che in una struttura iperstatica un incremento di rigidezza comporta quasi sempre, a parità di ogni altra condizione, un incremento dell'aliquota di momento assorbito; che in definitiva quindi una riduzione di k in un estremo di un ritto comporta un incremento di momento assorbito nello stesso estremo.

Fissiamo adesso l'attenzione sui risultati già ottenuti nella fase n^{ma} . supponiamo che nello estremo dell'asta generica sia stato $k_{(n)}^I$ il valore di ingresso assegnato all'eccentricità e $k_{(n)}^{II}$ il valore finale di uscita. Nel confronto tra $k_{(n)}^I$ e $k_{(n)}^{II}$

$$k_{(n)}^I \leq k_{(n)}^{II}, \quad (12)$$

scartata l'ipotesi $k_{(n)}^I = k_{(n)}^{II}$ almeno in qualche nodo,

supponiamo, per concretare le idee, che sia

$$k^I_{(n)} < k^{II}_{(n)}. \quad (12')$$

(La ipotesi $k^I_{(n)} > k^{II}_{(n)}$ essendo perfettamente analoga dal punto di vista logico).

Il problema consiste nell'assegnare $k^I_{(n+1)}$ in modo che lo scarto con il valore $k^{II}_{(n+1)}$ nella fase $(n+1)^{ma}$ sia (per lo meno) minore di quello trovato nella fase n^{ma} , tra k^I_n e k^{II}_n .

Occorre subito scartare l'idea che possa scegliersi nella successiva fase: $k^I_{(n+1)} = k^{II}_{(n)}$.

Infatti da quanto si e' osservato in precedenza, cosi' facendo non solo non otterremmo $k^I_{n+1} = k^{II}_{n+1}$, ma quasi certamente la disequazione si invertirebbe ottenendo $k^{II}_{n+1} < k^I_{n+1}$.

Convienne invece assumere k^I_{n+1} nell'intervallo $k^I_{(n)}$, $k^{II}_{(n)}$ e prossimo a k^I_n ; solo in tal modo e' lecito attendersi che risulti anche k^{II}_{n+1} compreso nello stesso intervallo, che il suo valore sia di poco minore di k^{II}_n e che quindi il nuovo intervallo $k^I_{(n+1)}$, $k^{II}_{(n+1)}$ risulti ridotto.

L'esame dell'andamento delle curve di fig. 21 e' utile per la scelta del valore dell'incremento da assegnare a k^I_{n+1} rispetto a k^I_n . L'andamento delle funzioni ci dice che fin quando e' $k < 1/3$ (ovvero lo sforzo normale e' compreso nel nocciolo) la *rigidezza effettiva* varia linearmente con k , mentre, quando e' $k > 1/3$, a piccole variazioni di k possono corrispondere notevoli variazioni di ψ . Quindi si deduce che quanto piu' k^I_n e' esterno al nocciolo tanto piu' il nuovo valore k^I_{n+1} deve essere scelto, nello intervallo tra k^I_n e k^{II}_n , molto vicino a k^I_n . Si consiglia di appoggiarsi, per le

prime esperienze del procedimento, alla seguente formula empirica:

$$k'_{(n+1)} = k'_{(n)} + \alpha \frac{k''_{(n)} - k'_{(n)}}{k'_{(n)}} \quad (13)$$

con $\alpha = 0,05$.

7.1.5) Osservazioni.

a) Innanzitutto una diversa scelta dei nuovi k' non inficia il risultato finale, ma puo' avere solo influenza sulla rapidita' di convergenza.

b) Inoltre per $k'_{(n)}$ molto prossimo a 0,5 (caso che e' da sconsigliare nelle costruzioni) puo' avvenire che, anche applicando la (13), nella fase $(n+1)^{ma}$ si verifichi l'inversione della diseuguaglianza (12'). In tal caso in una successiva fase converra' avvicinare $k'_{(n+1)}$ a $k'_{(n)}$ riducendo convenientemente α in base ai suggerimenti forniti dai risultati stessi del procedimento.

c) E' opportuno ancora tener presente che, specialmente nelle prime fasi di assestamento, la variazione di k operata, in un nodo, su un estremo di un ritto ha influenza anche sul risultato negli altri estremi non adiacenti a quel nodo. Convienne quindi insistere nell'applicazione della (13) anche se i primi risultati numerici sembrano negarne la validita' perche' dopo alcune fasi i risultati si regolarizzano e tendono

a stabilizzarsi nel rispetto della condizione $k' = k''$.

d) La stabilizzazione dei risultati si verifica avanzando dal basso verso l'alto dell'edificio e ben presto il procedimento si può limitare solo alla parte superiore del telaio là dove le eccentricità fuoriescono dal nocciolo; nelle ultime fasi esso si limita generalmente solo ai due piani di sommità.

7.1.6) Il grado di approssimazione del procedimento.

È fondamentale il problema del grado di approssimazione che si desidera conseguire con il procedimento e che ha, naturalmente, stretta attinenza con quello della rapidità di convergenza del procedimento stesso.

Giova premettere che il grado di approssimazione non può stabilirsi, come per altri procedimenti iterativi, con lo spegnersi di squilibri e, neppure, nella fattispecie fissando una percentuale di scostamento tra la coppia k' , k'' di ingresso e di uscita della fase generica.

Considerando l'insieme delle fasi che legano quella iniziale (con ritti tutti integri) con quella finale (teoricamente esatta $k' = k''$) è opportuno separare concettualmente l'insieme, concatenato dalla (13), delle eccentricità di ingresso $k'_{(n)}$ dall'insieme, non concatenato, di quelle di uscita $k''_{(n)}$, che rappresentano la risposta della struttura ai valori assegnati k' . Orbene, la soluzione esatta del telaio comporterebbe teoricamente la coincidenza in tutti i nodi dei k'' con i k' ovvero delle risposte con i valori d'in-

gresso.

Ovviamente nelle prime fasi almeno in alcuni nodi la differenza tra i k' ed i k'' e' notevole: cioe' alla gamma di eccentricita' k' assegnate (che corrisponde ad un determinato schema di parzializzazioni del telaio) la risposta fornisce valori di k'' notevolmente diversi. Nelle fasi successive, applicando sistematicamente il procedimento indicato, le risposte k'' man mano si portano a coincidere con le eccentricita' k' di volta in volta modificate; ma mentre i valori k' si modificano gradatamente (ove si utilizzi la (13)) le risposte k'' presentano valori molto meno regolari sia pure nella tendenza a sposare le k' ; cio' avviene specialmente ai piani superiori, dove sono maggiori le eccentricita' e dove e' quindi elevata la variabilita' delle rigidezze al variare dei k' . Cio' premesso, e' fondamentale l'osservazione che e' molto difficile ottenere una perfetta coincidenza finale tra i k' ed i k'' , anzi che cio' e' impossibile a meno che nelle ultime fasi non si agisse su valori dei k' dotati di un elevatissimo numero di cifre decimali. Ma questa stessa materiale impossibilita' alla quale il procedimento perviene dimostra che l'insieme dei k' assegnati rappresenta gia' con sufficiente approssimazione la soluzione ricercata. Infatti, in queste condizioni, anche se i k'' differiscono dai k' di percentuali generalmente non accettabili in procedimenti numerici, i valori "esatti" di k differiscono da quelli assegnati k' non in proporzione dello scarto con i k'' , ma solo per la cifra decimale che eccede quella disponibile nella tabella di fig.20. Il grado di approssimazione e' quindi piu' che sufficiente per la verifica statica delle sezioni di muratura, a cui le k' stesse si ri

feriscono.

In definitiva per il conseguimento del risultato "numericamente esatto", il procedimento richiederebbe nelle sue ultime fasi di poter assegnare le eccentricita' con un numero di cifre decimali crescente a volonta', il che equivarrebbe ad una suddivisione molto piu' fitta della maglia della tabella specialmente nelle zone corrispondenti ai piu' elevati valori di k ; ma il traguardo numerico dell'unisono finale richiederebbe il prezzo di tabelle che sarebbero troppo ampie per le prime fasi e inutilmente approssimate ai fini delle verifiche statiche, per le ultime. Basta invece osservare che quando il procedimento e' pervenuto ad una buona coincidenza (basta la prima cifra) dei valori di uscita k'' con quelli d'ingresso k' , i valori esatti dei k differiscono da quelli d'ingresso k' solo, e al massimo, per la cifra decimale successiva a quella disponibile nella tabella. La soluzione e' "fisicamente esatta" ed e' quindi giustificato rinunciare alla coincidenza numerica dei risultati finali di k' e k'' .

L'esempio che segue vale meglio a chiarire la prassi del procedimento ed i su riportati ragionamenti sul grado di approssimazione.

8) Esempio numerico.

8.1) Schema geometrico ed elastico.

In fig. 10 e' riportato lo schema oggetto dell'esempio numerico con i dati necessari per il calcolo.

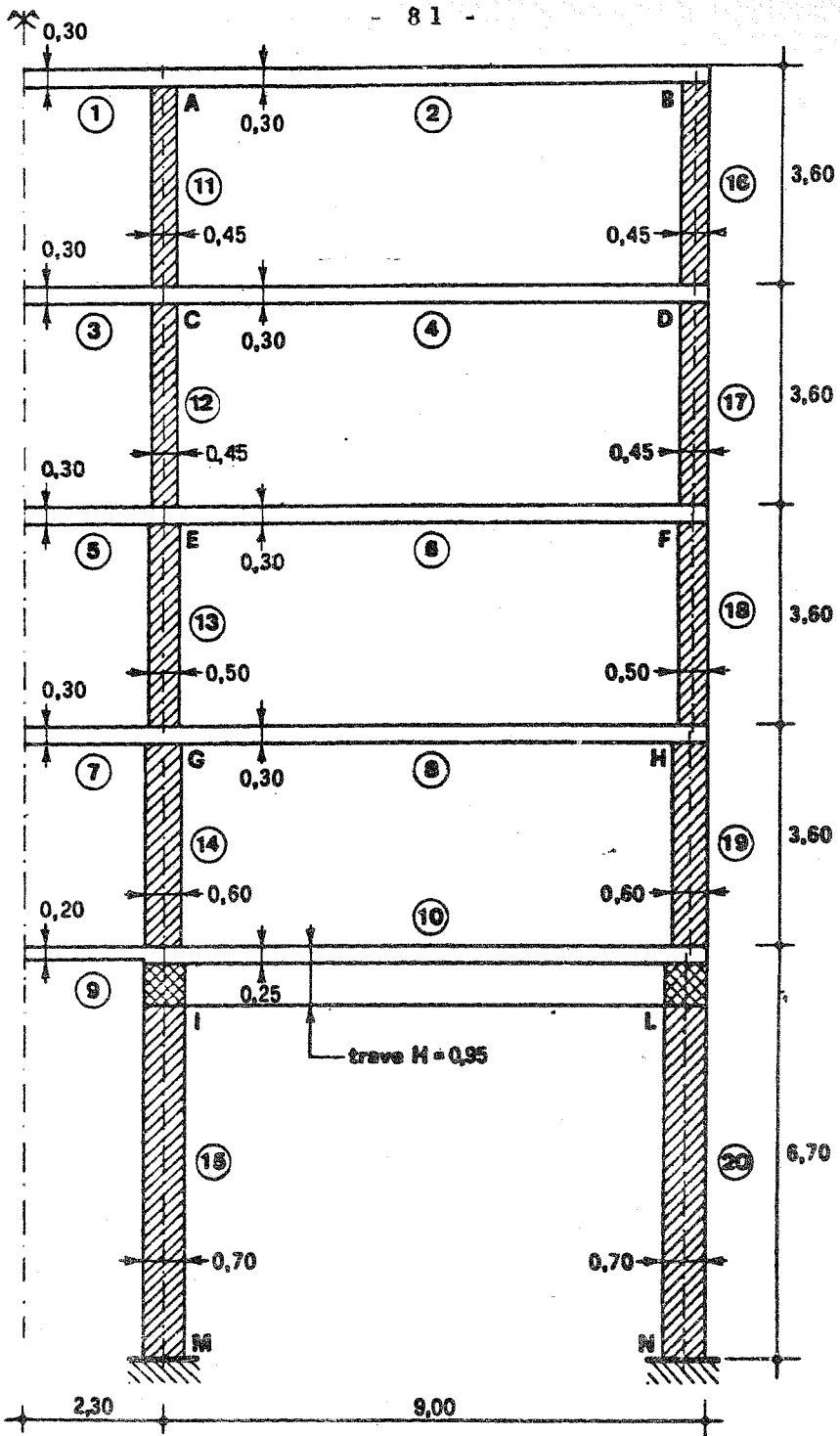


fig. 10 - Schema del telaio oggetto dell'esempio estratto da [22]

Esso e' stato tratto dall'edificio considerato in [22].

I traversi dei quattro piani superiori sono costituiti da solai misti; al piano terra i solai sono a nervature incrociate e quindi sono sostenuti da travi trasversali oltre che dalle murature.

Nella colonna ① della tabella di fig. 11 a) sono riportati i numeri delle aste riferiti allo schema di fig. 10.

Nella colonna ② sono riportate le caratteristiche piu' significative delle membrature costituenti il telaio: al fine della comprensione del procedimento e' sufficiente la conoscenza dei valori delle solite caratteristiche geometrico-meccaniche; altri dettagli sono riportati in [22].

Nella colonna ④ il momento d'inerzia dei solai misti e' stato ottenuto moltiplicando per 1,5 quello della sezione a T del solo conglomerato, per tener così conto del contributo irrigidente dei blocchi; per l'asta ⑩ il momento d'inerzia e' somma di quello del solaio a nervature incrociate e di quello delle travi distribuite nell'interasse da esse servito.

Nella colonna ⑤ sono riportati i valori del modulo elastico dei materiali costituenti le singole aste. ($E = 200.000 \text{ kgcm}^{-2}$ per il conglomerato; $E_m = 8.000 \text{ kgcm}^{-2}$ per la muratura in tufo).

Nella colonna ⑥ e' riportato il valore degli indici di rigidezza primitiva $w_i = E_i J_i / l_i$, a meno del fattore $\frac{1}{E_c}$. Il momento d'inerzia e' tratto dalla colonna ④ che si trasferisce, per i ritti, alla sezione integra primitiva.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------------|--|--------|----------------------|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------------|---|
| Aste | Osservazioni | l [cm] | I [cm ⁴] | E [kgcm ⁻²] | $\frac{IE_i}{E_c l}$ | p [kgm ⁻¹] | = $\frac{pl^2}{12}$ [kgm] | |
| ① : ⑤ ; ③ : ⑦ | solaio di tipo misto: H = 30 cm | 460 | 125.000 | 200.000 | 272 | 655 | 1140 | |
| ② : ⑥ ④ : ⑧ | lo stesso solaio di tipo misto: H = 30 cm | 900 | 125.000 | 200.000 | 139 | 655 | 4400 | |
| ⑨ | solaio di tipo misto: H = 20 cm | 460 | 32.000 | 200.000 | 70 | 670 | 1180 | |
| ⑩ | solaio di tipo misto: H = 25 cm a nervature incrociate + due travi | 900 | 400.000 | 200.000 | 445 | 900 | 6000 | |
| ⑪ : ⑬ ; ⑫ : ⑭ | muratura tufo dello spessore di 45 cm | 360 | 760.000 | 8.000 | 84 | | | |
| ⑬ : ⑮ | idem dello spessore di 50 cm | 360 | 1.040.000 | 8.000 | 116 | | | |
| ⑮ : ⑰ | idem dello spessore di 60 cm | 360 | 1.800.000 | 8.000 | 200 | | | |
| ⑰ : ⑲ | idem dello spessore di 70 cm | 670 | 2.860.000 | 8.000 | 171 | | | |

fig. 11 - Tabella delle caratteristiche geometriche ed elastiche delle aste.

8.2) Fase iniziale.

8.2.1) Coefficienti di ripartizione.

Come si e' detto in precedenza (par.7.1.1) la fase iniziale corrisponde ad un normale procedimento di equilibramento; quindi, i coefficienti di ripartizione si determinano all'estremo di ogni asta in base alle rigidzze primitive, utilizzando gli indici di rigidzza primitiva riportati nella tabella di fig. 11 alla colonna ⑥, che competono ai traversi ed ai ritti nella ipotesi di assenza di parzializzazione.

La rigidzza primitiva in ogni estremo si ottiene moltiplicando tali indici di rigidzza primitiva (parag.5.3) per il coefficiente ψ , che dipende dalle condizioni di vincolo nell'altro estremo. Si tratta di svolgere un normale procedimento di Cross supponendo l'altro estremo di ogni asta impedito di ruotare ($\psi = 4$); nel caso specifico cio' avviene per tutte le aste, escluse quelle della campata centrale alle quali per la simmetria spetta $\psi = 2$. Assumendo, come e' le cito, valori delle rigidzze proporzionali a quelli effettivi, nella terza colonna della tabella di fig. 18 si sono riportati direttamente gl'indici di rigidzza primitiva per tutte le aste e quelli relativi alle aste della campata centrale divisi per due. Nella colonna successiva sono riportati i coefficienti di ripartizione.

8.2.2) Momenti e sforzi normali primitivi.

8.2.2.1) Il lavoro preparatorio della fase iniziale e' cosi' terminato; prima di procedere alle operazioni di equilibramento giova premettere alcune precisazioni circa le approssimazioni che si sono fatte implicitamente in quanto precede.

Non si e' tenuto conto, in questo esempio, della variabilita' delle luci riportate nella colonna (8) della tabella che segue, diverse ad ogni piano, per le campate perimetrali. Tale approssimazione e' normale anche nel calcolo dei telai in cemento armato, per i quali non si tiene conto delle variazioni di luce dovute alle riseghe dei ritti. Si sono anche trascurati i momenti (M'' nella tabellina che segue) esterni additivi che nei nodi laterali rappresentano l'effetto dell'eccentricita' di forma, forniti in ogni nodo dal prodotto dello sforzo normale al piede del ritto superiore per il disassamento esistente nel nodo. Il valore dei momenti trascurati e' riportato nella colonna

(9) :

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|------|-------|-----------------------|-------------------------|-----------------------------|
| traverso | 1 | 1' | $M = \frac{pl^2}{12}$ | $M' = \frac{pl'^2}{12}$ | $M'' = Ne$ |
| 2 | 9,00 | 9,025 | 4.400 | 4446 | $4.848 \times 0 = 0$ |
| 4 | 9,00 | 9,025 | 4.400 | 4446 | $9.879 \times 0 = 0$ |
| 6 | 9,00 | 9,025 | 4.400 | 4446 | $15.065 \times 0,025 = 377$ |
| 8 | 9,00 | 8,95 | 4.400 | 4372 | $20.759 \times 0,05 = 1037$ |
| 10 | 9,00 | 8,90 | 6.000 | 5941 | $30.707 \times 0,05 = 1535$ |

L'influenza di tali approssimazioni si risente

principalmente ai piani inferiori dove la riduzione del momento squilibrato agente sul nodo sarebbe dello ordine del 25% circa e quindi avrebbe peso non trascurabile nelle verifiche di resistenza.

Esistevano, infine, nell'edificio di cui tratta la [20], pilastri in cemento armato con dentellature di appresatura laterale, inclusi nelle murature degli ultimi due piani; per una piu' facile comprensione e sviluppo dell'esempio si e' preferito prescindere per semplicita' da tale particolarita', che avrebbe richiesto l'introduzione di ritri composti, (trattati dal regolamento russo).

8.2.2.2) Cio' premesso si puo' dar corso all'equilibramento della *fase iniziale*. In fig.12 si e' eseguito lo equilibramento dei momenti d'incastro perfetto, ripetuti in fig.11, secondo la normale prassi di calcolo dei telai a nodi fissi, fermando l'approssimazione al secondo giro. Essa sarebbe gia' sufficiente in campo tecnico per un normale telaio, ma lo e' nel caso specifico anche dal punto di vista teorico perche' i valori dei momenti interessano solo per assegnare i valori delle eccentricita' k' d'ingresso alla prima fase, valori che avrebbero potuto essere fissati anche arbitrariamente; anzi per le aste dei piani superiori si vedra' che non e' possibile fare diversamente. In fig.13 e' stato graficamente rappresentato il diagramma dei *momenti primitivi*, relativi cioe' alla *fase iniziale*, che tratta lo schema privo di parzializzazioni.

In base ad essi si sono determinati e tabellati nella fig.14 gli sforzi normali primitivi in analo-

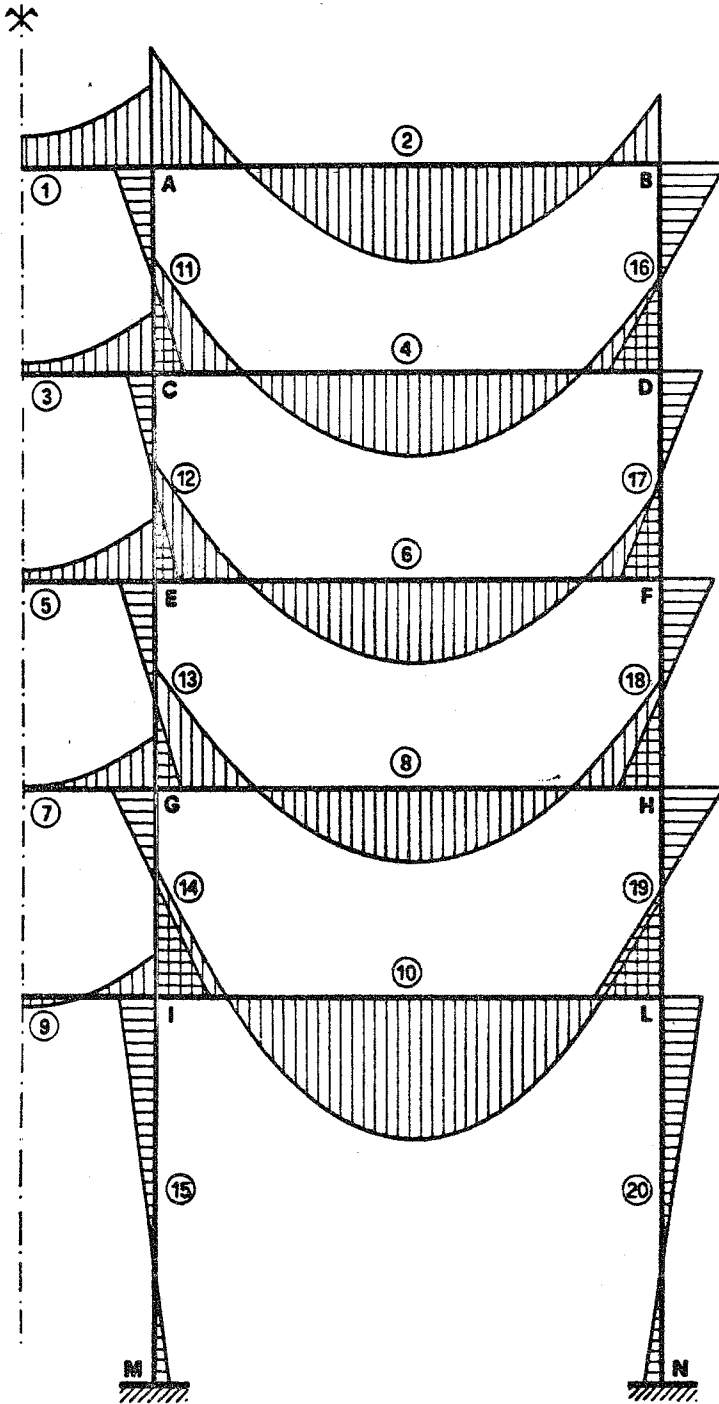


fig. 13 - Diagramma dei momenti primitivi.

SFORZI NORMALI PRIMITIVI

| Asta | Sforzo normale primitivo | Errore % |
|------|--|----------|
| (11) | $N^A_{(11)} = 4.658 \text{ Kg}$ $N^C_{(11)} = 6.764 \text{ Kg}$ | + 4 , 4 |
| (12) | $N^C_{(12)} = 11.239 \text{ Kg}$ $N^E_{(12)} = 13.345 \text{ Kg}$ | + 2 , 9 |
| (13) | $N^E_{(13)} = 17.897 \text{ Kg}$ $N^G_{(13)} = 20.237 \text{ Kg}$ | + 2 , 0 |
| (14) | $N^G_{(14)} = 24.751 \text{ Kg}$ $N^I_{(14)} = 27.759 \text{ Kg}$ | + 1 , 4 |
| (15) | $N^I_{(15)} = 33.549 \text{ Kg}$ $N^M_{(15)} = 39.646 \text{ Kg}$ | + 1 , 0 |
| (16) | $N^B_{(16)} = 2.742 \text{ Kg}$ $N^D_{(16)} = 4.848 \text{ Kg}$ | - 7 , 5 |
| (17) | $N^D_{(17)} = 7.773 \text{ Kg}$ $N^F_{(17)} = 9.879$ | - 4 , 4 |
| (18) | $N^F_{(18)} = 12.725 \text{ Kg}$ $N^H_{(18)} = 15.065 \text{ Kg}$ | - 2 , 8 |
| (19) | $N^H_{(19)} = 17.951 \text{ Kg}$ $N^L_{(19)} = 20.759 \text{ Kg}$ | - 2 , 0 |
| (20) | $N^L_{(20)} = 24.610 \text{ Kg}$ $N^N_{(20)} = 30.707 \text{ Kg}$ | - 1 , 4 |

fig.14 - Tabella degli sforzi normali primitivi; sono riportate le percentuali di variazione degli sforzi corrispondenti ai momenti finali.

gia con i momenti corrispondenti.

Nel seguito si e' trascurata la variazione degli sforzi normali dovuti alle differenze tra i momenti finali e quelli primitivi commettendo una ulteriore approssimazione, che e' stata valutata percentualmente determinando gli sforzi normali che corrisponderebbero ai momenti finali. Tale valutazione, non rigorosa dal punto di vista concettuale, fornisce errori maggiori del 3% solo agli ultimi due piani con una punta del 7,5%. Sarebbe opportuno pertanto procedere nelle successive fasi alla correzione degli sforzi normali almeno agli ultimi piani in sommita' dell'edificio. Osservando tuttavia la variabilita' dei momenti nelle fasi successive si desume che i valori degli sforzi normali si stabilizzano dopo le primissime fasi e le successive variazioni potrebbero essere quindi trascurate in un procedimento destinato ad un caso reale.

Nella ipotesi che la malta delle murature e dei solai leghi inizialmente la struttura anche a trazione, l'insieme dei risultati della fase iniziale - momenti e sforzi normali - da' cosi' la possibilita' di valutare le sollecitazioni di trazione a cui dovrebbe resistere la malta stessa (ovvero la muratura) per mantenere l'integrita' della struttura.

Nelle fasi successive invece, per ipotesi, si prescinde del tutto da ogni resistenza a trazione della muratura e del suo legante.

Nelle prime tre colonne della fig. 17a sono stati riportati i valori: della larghezza c dei ritri, dei momenti primitivi gia' riportati in fig. 13 e degli sforzi normali primitivi (fig. 14).

Nella quarta colonna e' riportato il prodotto $N.c$ che per semplicita', come si e' detto, si e' conside-

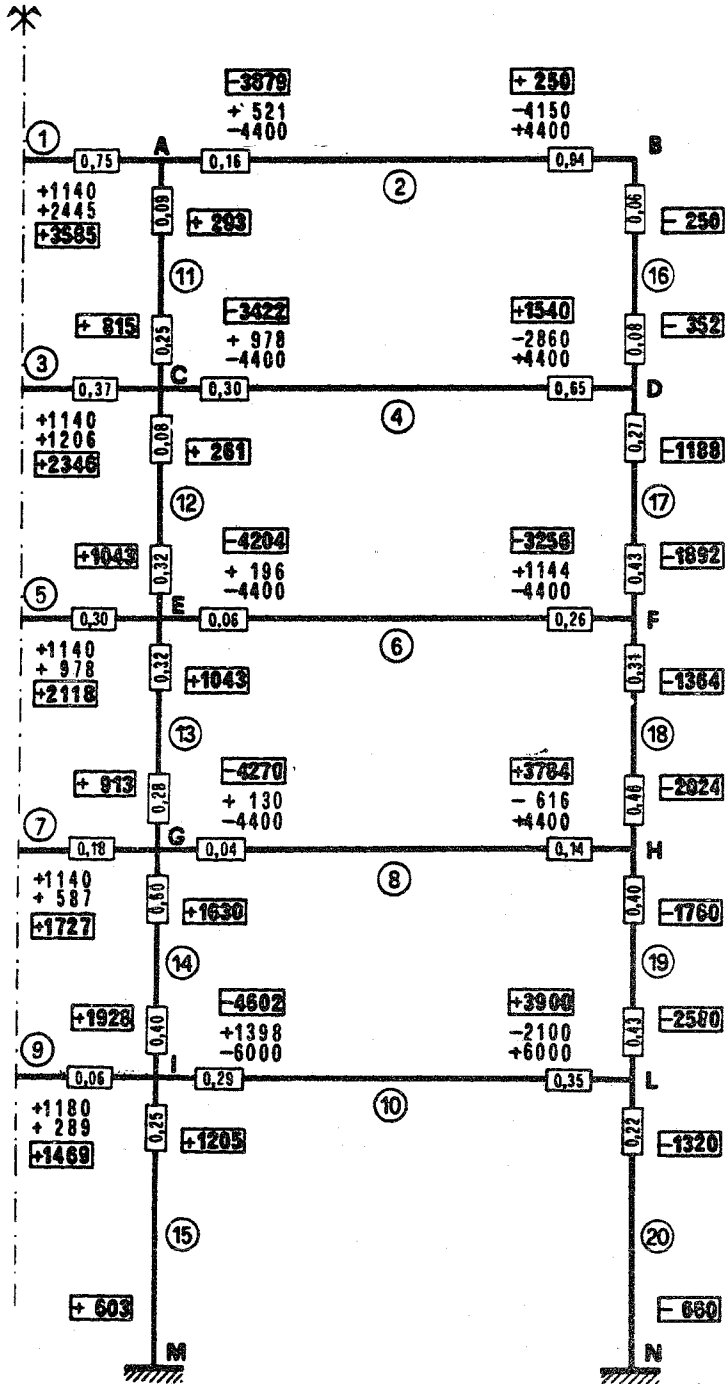


Fig. 15: a) b) c) d) e) f) - Sei fasi concatenate del pro cedimento.

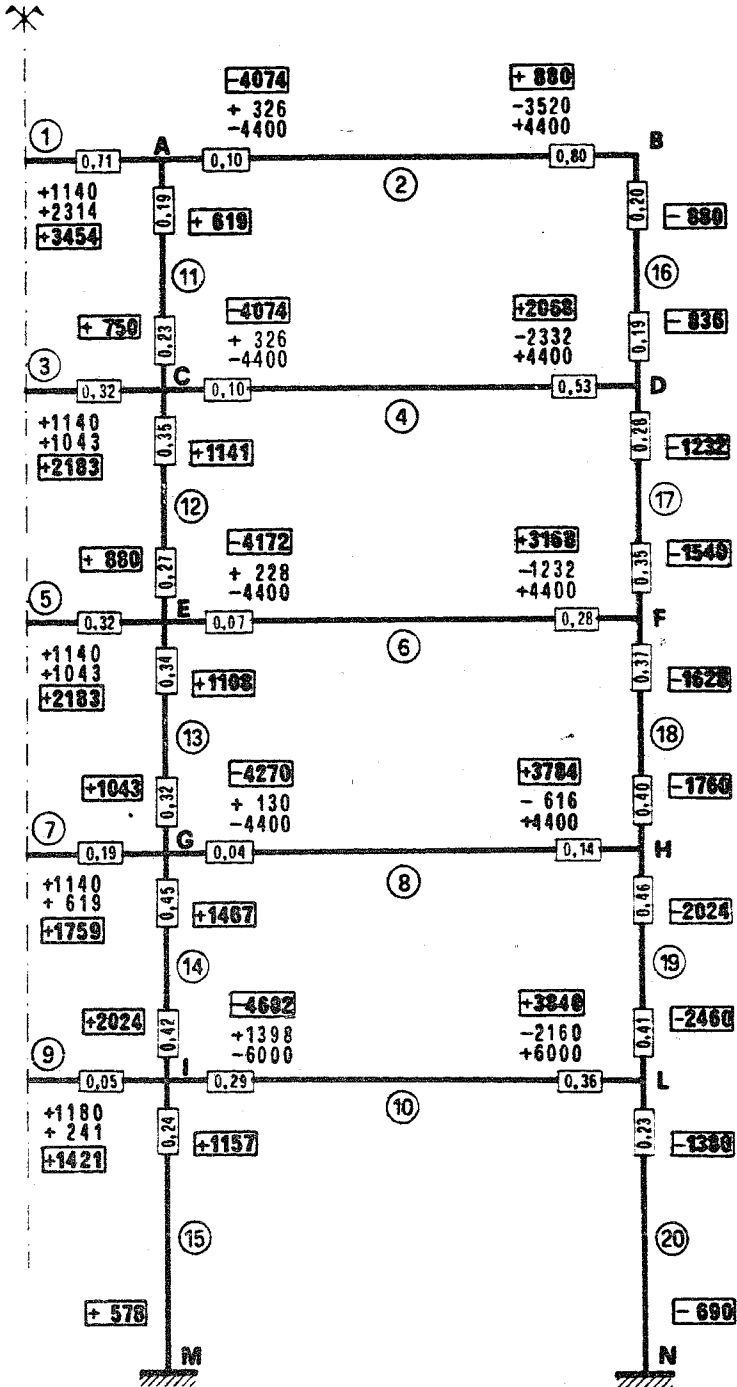


Fig. 15 b)

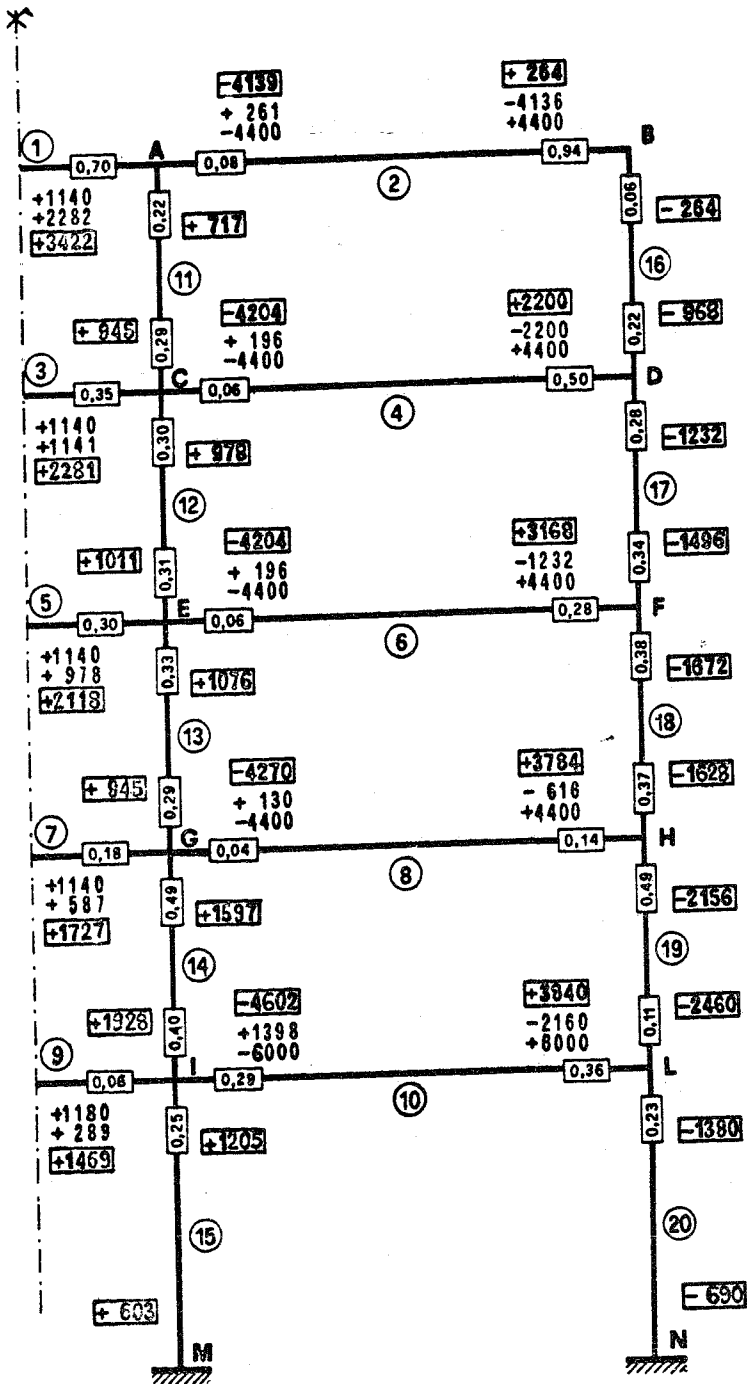


fig. 15 c)

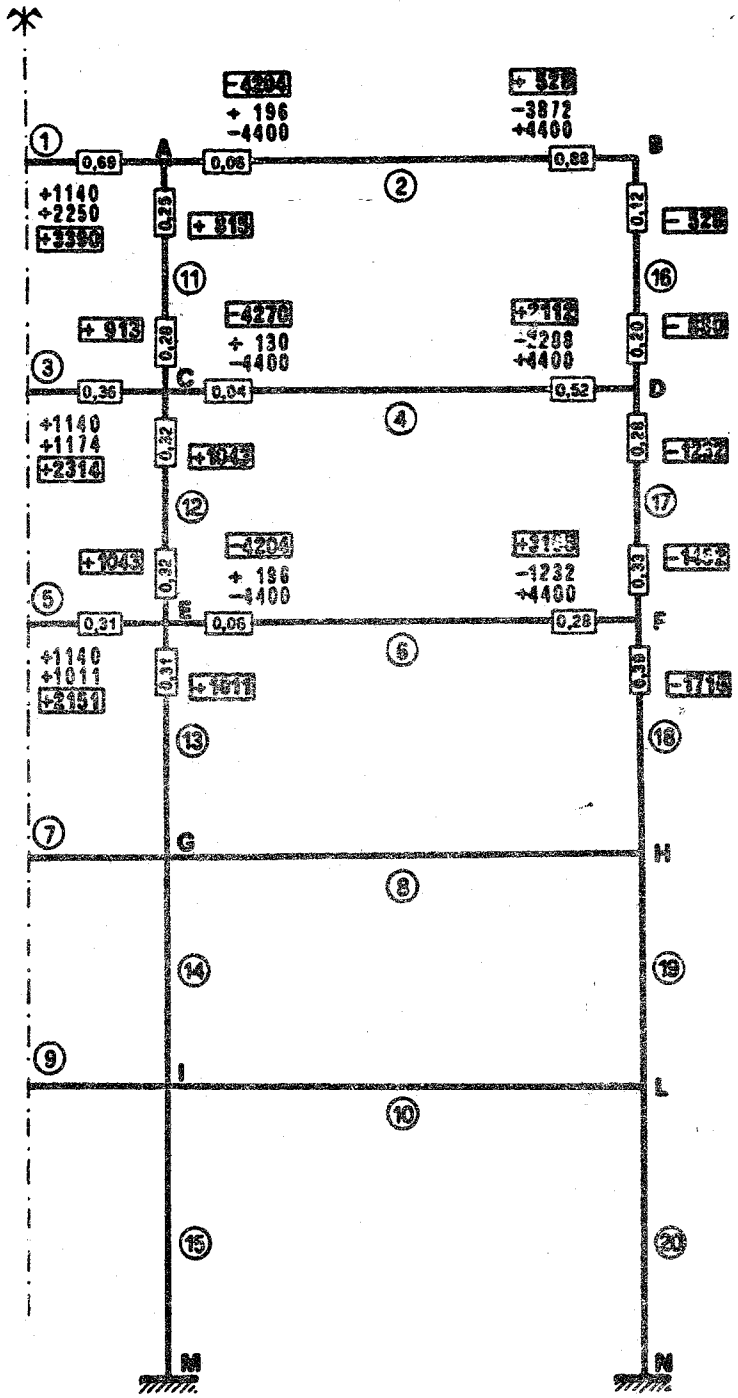


Fig. 15 d)

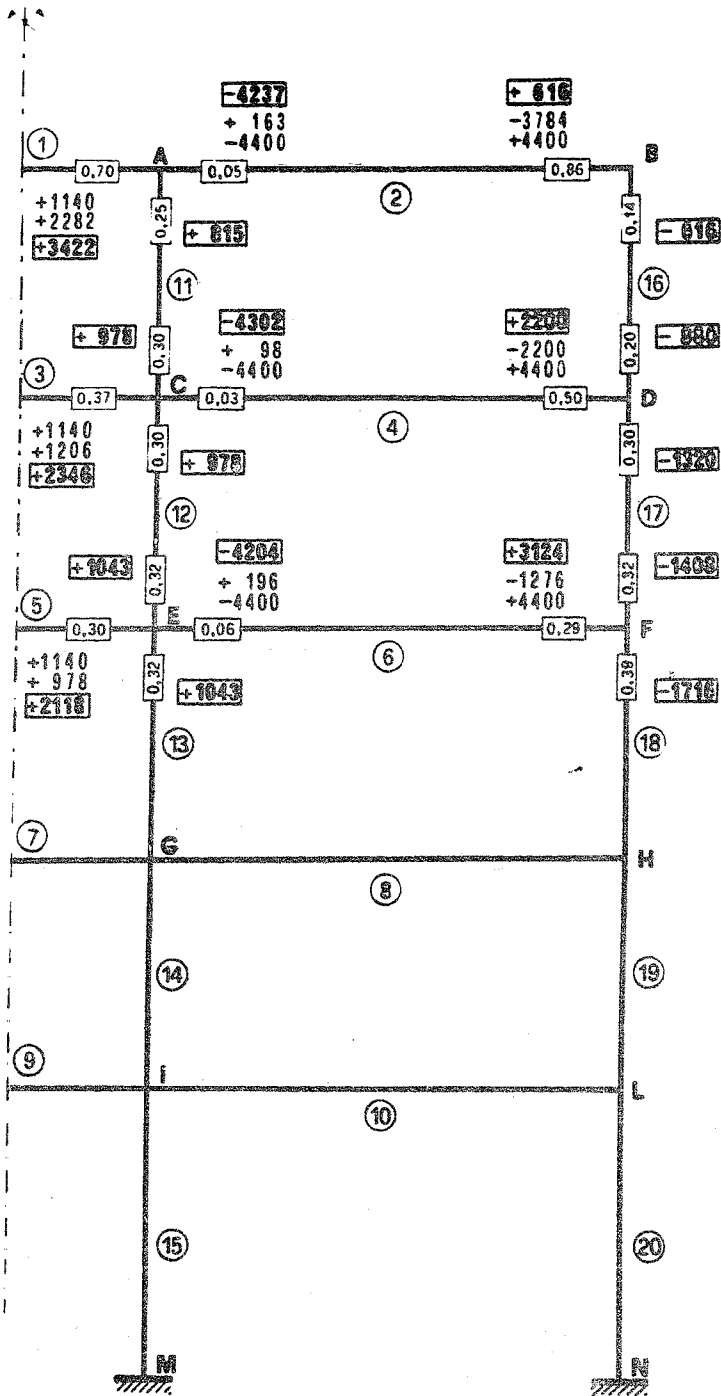
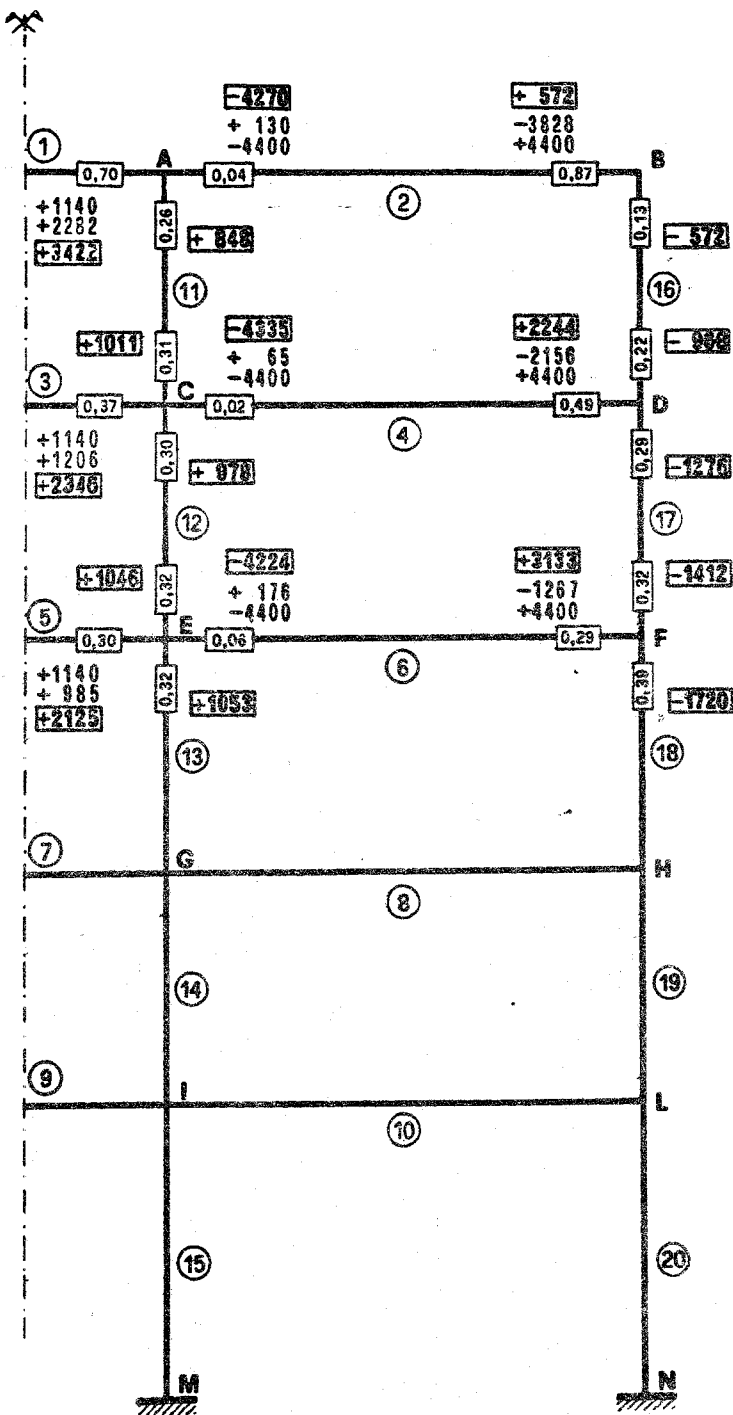


Fig 15 e)



(Fig. 15 f)

rato poi invariabile nelle successive fasi.

Nella quinta colonna sono riportati infine i valori delle eccentricita' primitive $k_{(0)}$, rapporto dei valori delle precedenti colonne ② e ④

8.3) Fasi successive.

Nelle figg. 15 - 16 - 17 e 18 sono riportati, dopo la fase iniziale, tutti gli sviluppi di sette fasi del procedimento iterativo.

8.3.1) Prima fase (1) (fig. 15a).

Dai valori $k_{(0)}$, riportati nella quinta colonna di fig. 17a che chiude la fase iniziale si desumono i valori delle eccentricita' relative d'ingresso $k'_{(1)}$ alla prima fase. I $k'_{(1)}$ si pongono eguali ai $k_{(0)}$ se $k_{(0)} < 0,5$ e di poco minori di 0,5 se $k_{(0)} \geq 0,5$. Questa ultima circostanza si verifica in tre sezioni: in testa al ritto ⑪ dove $k_{s(0)} = 0,63$ ed ai due estremi del ritto ⑫ dove rispettivamente $k_{s(0)} = 1,90$; $k_{i(0)} = 0,83$. In essi si e' fissato arbitrariamente $k'_{(1)} = 0,47$; $= 0,49$ e $0,48$. In ogni riquadro accanto ai valori di k' sono poi stati riportati i valori di ψ che corrispondono alla coppia di k' cosi' fissata ai due estremi; i valori di ψ si sono desunti dalla tabella di fig. 20. Ad esempio per il ritto ⑪ i valori di ψ in testa e al piede sono rispettivamente 0,77 e 4,49. Essi possono desumersi anche dalla fig. 21.

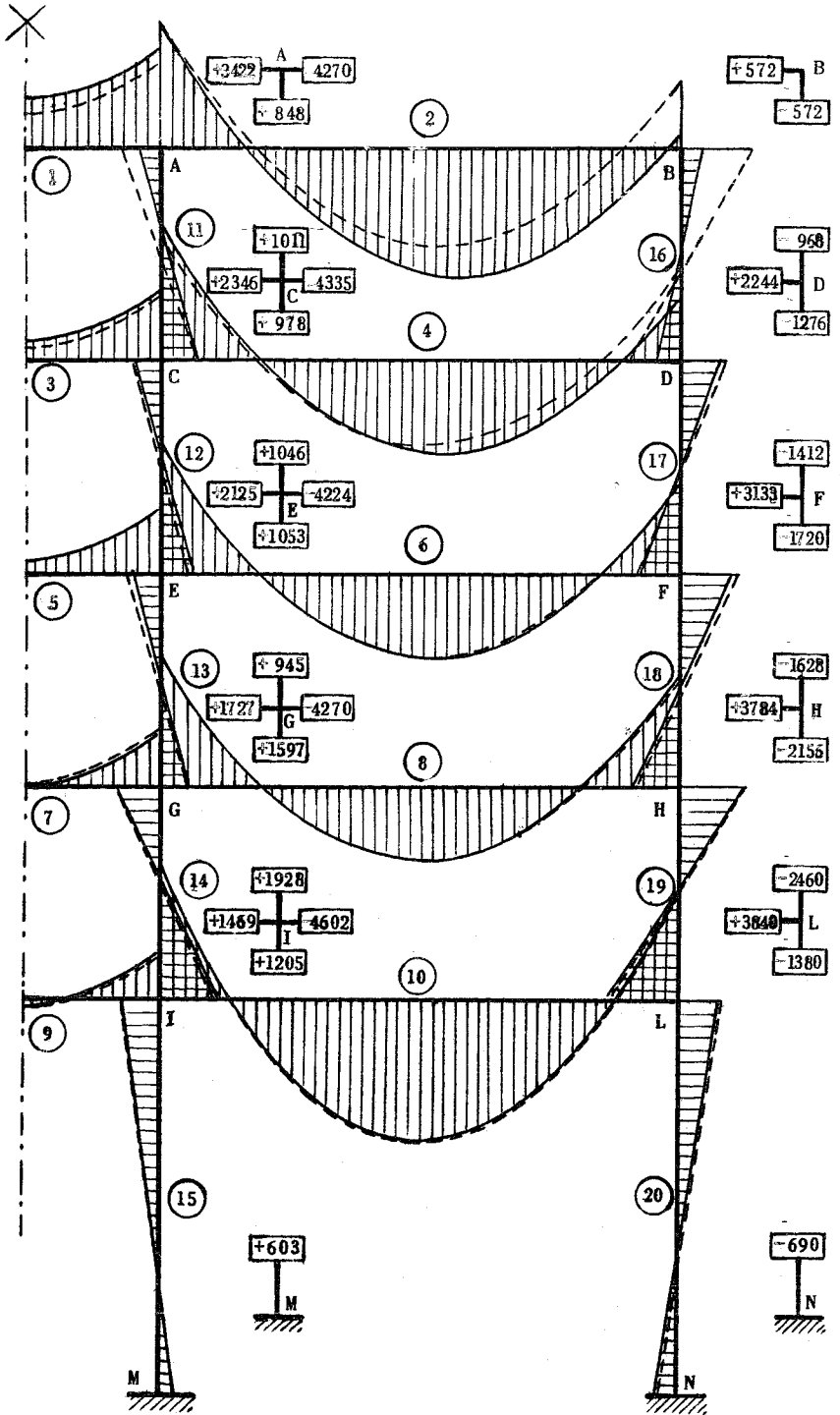


fig. 16-Valori dei momenti finali e confronto grafico con quelli primitivi di fig. 13.

| Asta | Fase Preliminare | | | | | Prima Fase | | Seconda Fase | |
|------|------------------|------|-------|-------|----------|----------------|------------|----------------|------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| | C | M | N | Nxc | k_{pr} | k_1^I | k_2^{II} | k_2^I | k_2^{II} |
| 11 | 0,45 | 1320 | 4658 | 2096 | 0,63 | 0,47 0,77 | 0,139 | 0,435 1,70 | 0,30 |
| | | 1191 | 6764 | 3044 | 0,39 | 4,49 0,39 | 0,267 | 4,65 0,37 | 0,25 |
| 12 | 0,45 | 887 | 11239 | 5058 | 0,174 | 0,174 5,37 | 0,051 | 0,139 7 | 0,225 |
| | | 928 | 13345 | 6005 | 0,154 | 6,90 0,154 | 0,173 | 5,33 0,160 | 0,146 |
| 13 | 0,50 | 1115 | 17897 | 8948 | 0,124 | 0,124 5,00 | 0,116 | 0,119 5 | 0,124 |
| | | 980 | 20237 | 10118 | 0,097 | 7,40 0,097 | 0,09 | 8,25 0,094 | 0,103 |
| 14 | 0,60 | 1485 | 24751 | 14851 | 0,10 | 0,10 7,50 | 0,109 | 0,104 6,65 | 0,009 |
| | | 1946 | 27759 | 16655 | 0,117 | 5,14 0,117 | 0,116 | 5,52 0,116 | 0,122 |
| 15 | 0,70 | 1210 | 33549 | 23844 | 0,0515 | 0,0515 3,75 | 0,0513 | 0,0514 3,75 | 0,049 |
| | | 605 | 39645 | 27752 | 0,022 | 0,022 | 0,022 | 0,022 | 0,021 |
| 16 | 0,45 | 2336 | 2742 | 1234 | 1,90 | 0,49 0,28 | 0,203 | 0,46 1,15 | 0,71 |
| | | 1806 | 4848 | 2182 | 0,83 | 0,59 0,48 | 0,161 | 1,51 0,45 | 0,38 |
| 17 | 0,45 | 1464 | 7773 | 3498 | 0,42 | 0,42 1,95 | 0,339 | 0,41 2,28 | 0,35 |
| | | 1431 | 9879 | 4446 | 0,321 | 7,66 0,321 | 0,426 | 5,70 0,34 | 0,35 |
| 18 | 0,50 | 1853 | 12725 | 6362 | 0,29 | 0,29 4,03 | 0,214 | 0,28 4,33 | 0,256 |
| | | 1505 | 15065 | 7532 | 0,20 | 11,15 0,20 | 0,268 | 9,03 0,21 | 0,234 |
| 19 | 0,6 | 2204 | 17951 | 10771 | 0,204 | 0,204 5,60 | 0,136 | 0,19 6 | 0,188 |
| | | 2362 | 20759 | 12455 | 0,19 | 6,32 0,19 | 0,207 | 5,80 0,194 | 0,198 |
| 20 | 0,70 | 1430 | 24610 | 17227 | 0,083 | 0,083 3,80 | 0,077 | 0,08 3,80 | 0,08 |
| | | 715 | 30707 | 21495 | 0,033 | 0,033 | 0,0307 | 0,033 | 0,032 |

fig. 17 a) - Tabella dei valori k^I e k^{II} corrispondenti alle

| Terza Fase | | Quarta Fase | | Quinta Fase | | Sesta Fase | | |
|----------------|------------|----------------|------------|----------------|------------|----------------|------------|---------|
| 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| k_3^i | k_3^{ii} | k_4^i | k_4^{ii} | k_5^i | k_5^{ii} | k_6^i | k_6^{ii} | k_7^i |
| 0 420 2 06 | 0 34 | 0 41 2 324 | 0 39 | 0 407 2 36 | 0 39 | 0 405 2 41 | 0 405 | 0 405 |
| 5 40 0 354 | 0 31 | 5 136 0 35 | 0 30 | 5 24 0 343 | 0 32 | 5 56 0 34 | 0 332 | 0 339 |
| 0 169 5 52 | 0 193 | 0 176 5 72 | 0 206 | 0 180 5 40 | 0 19 | 0 183 5 38 | 0 194 | 0 186 |
| 6 65 0 155 | 0 168 | 6 65 0 159 | 0 174 | 6 86 0 16 | 0 17 | 6 90 0 163 | 0 174 | 0 166 |
| 0 121 5 143 | 0 120 | 0 12 4 80 | 0 113 | 0 117 5 02 | 0 117 | 0 117 5 02 | 0 117 | |
| 7 50 0 099 | 0 093 | 8 20 0 093 | | 8 20 0 093 | | | | |
| 0 102 7 50 | 0 108 | | | | | | | |
| 5 14 0 119 | 0 116 | | | | | | | |
| 0 05 3 75 | 0 051 | | | | | | | |
| 0 0215 | 0 021 | | | | | | | |
| 0 487 0 335 | 0 21 | 0 475 0 685 | 0 43 | 0 47 0 799 | 0 499 | 0 473 0 722 | 0 464 | 0 472 |
| 2 028 0 442 | 0 444 | 1 840 0 443 | 0 403 | 1 927 0 439 | 0 403 | 2 17 0 435 | 0 444 | 0 436 |
| 0 403 2 56 | 0 35 | 0 397 2 65 | 0 352 | 0 391 2 834 | 0 38 | 0 389 2 85 | 0 365 | 0 386 |
| 5 50 0 342 | 0 336 | 5 34 0 341 | 0 33 | 5 19 0 339 | 0 32 | 5 163 0 336 | 0 318 | 0 333 |
| 0 276 4 45 | 0 262 | 0 274 4 51 | 0 27 | 0 272 4 55 | 0 27 | 0 27 4 55 | 0 27 | |
| 8 32 0 216 | 0 216 | 0 216 | | 8 06 0 216 | | 0 216 | | |
| 0 19 6 32 | 0 20 | | | | | | | |
| 5 85 0 196 | 0 198 | | | | | | | |
| 0 08 3 75 | 0 08 | | | | | | | |
| 0 032 | 0 032 | | | | | | | |

varie fasi (Per la spiegazione riferirsi al par. 6.3.3).

| Asta | Prima Fase | Seconda Fase | Terza Fase |
|------------------|---|---|---|
| 2 | $M_{2A} = + 212$ $k_s = 0,033$ $\psi_s = 0,87$ $\psi_i = 2,80$ $M_{2B} = - 1064$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{2A} = + 521$ $k_s = 0,021$ $\psi_s = 0,581$ $\psi_i = 2,83$ $M_{2B} = - 4150$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{2A} = + 326$ $k_s = 0,016$ $\psi_s = 0,477$ $\psi_i = 2,87$ $M_{2B} = - 3520$ $k_s = -\frac{1}{6}$ |
| 4 | $M_{4C} = + 221$ $k_s = 0,033$ $\psi_s = 0,87$ $\psi_i = 2,80$ $M_{4D} = - 1122$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{4C} = + 978$ $k_s = 0,057$ $\psi_s = 1,21$ $\psi_i = 2,56$ $M_{4D} = - 2860$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{4C} = + 326$ $k_s = 0,022$ $\psi_s = 0,623$ $\psi_i = 2,82$ $M_{4D} = - 2332$ $k_i = -\frac{1}{6}$ |
| 6 | $M_{6E} = + 221$ $k_s = 0,033$ $\psi_s = 0,87$ $\psi_i = 2,80$ $M_{6F} = - 1116$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{6E} = + 196$ $k_s = 0,029$ $\psi_s = 0,794$ $\psi_i = 2,75$ $M_{6F} = - 1144$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{6E} = + 228$ $k_s = 0,031$ $\psi_s = 0,812$ $\psi_i = 2,74$ $M_{6F} = - 1232$ $k_i = -\frac{1}{6}$ |
| 8 | $M_{8G} = + 142$ $k_s = 0,034$ $\psi_s = 0,88$ $\psi_i = 2,79$ $M_{8H} = - 691$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{8G} = + 130$ $k_s = 0,035$ $\psi_s = 0,88$ $\psi_i = 2,71$ $M_{8H} = - 616$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{8G} = + 130$ $k_s = 0,035$ $\psi_s = 0,881$ $\psi_i = 2,64$ $M_{8H} = - 616$ $k_i = -\frac{1}{6}$ |
| 10 | $M_{10I} = + 1411$ $k_s = 0,106$ $\psi_s = 1,66$ $\psi_i = 2,27$ $M_{10L} = - 2209$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{10I} = + 1398$ $k_s = 0,111$ $\psi_s = 1,71$ $\psi_i = 2,27$ $M_{10L} = - 2100$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{10I} = + 1398$ $k_s = 0,108$ $\psi_s = 1,69$ $\psi_i = 2,27$ $M_{10L} = - 2160$ $k_i = -\frac{1}{6}$ |
| 1 3 5 7 | $\psi = 2$ | $\psi = 2$ | $\psi = 2$ |

fig. 17 b) - Tabella dei valori k^I e k^{II} corrispondenti alle

| Quarta Fase | Quinta Fase | Sesta Fase |
|--|--|--|
| $M_{2A} = + 261$ $k_s = 0,0105$ $\psi_s = 0,334$ $\psi_i = 2,91$ $M_{2B} = - 4136$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{2A} = + 196$ $k_s = 0,0085$ $\psi_s = 0,283$ $\psi_i = 2,89$ $M_{2B} = - 3872$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{2A} = + 163$ $k_s = 0,0073$ $\psi_s = 0,235$ $\psi_i = 2,93$ $M_{2B} = - 3784$ $k_i = -\frac{1}{6}$ |
| $M_{4C} = + 196$ $k_s = 0,015$ $\psi_s = 0,451$ $\psi_i = 2,87$ $M_{4D} = - 2200$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{4C} = + 130$ $k_s = 0,0095$ $\psi_s = 0,308$ $\psi_i = 2,90$ $M_{4D} = - 2288$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{4C} = + 98$ $k_s = 0,0075$ $\psi_s = 0,243$ $\psi_i = 2,92$ $M_{4D} = - 2200$ $k_i = -\frac{1}{6}$ |
| $M_{6E} = + 196$ $k_s = 0,026$ $\psi_s = 0,706$ $\psi_i = 2,79$ $M_{6F} = - 1232$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{6E} = + 196$ $k_s = 0,026$ $\psi_s = 0,706$ $\psi_i = 2,79$ $M_{6F} = - 1232$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | $M_{6E} = + 196$ $k_s = 0,026$ $\psi_s = 0,706$ $\psi_i = 2,79$ $M_{6F} = - 1276$ $k_i = -\frac{1}{6}$ |
| $M_{8G} = + 130$ $M_{8H} = - 616$ $k_i = -\frac{1}{6}$ | | |
| $M_{10I} = + 1398$ $M_{10L} = - 2160$ | | |
| $\psi = 2$ | | |

varie fasi (Per la spiegazione riferirsi al par. 6.3.3).

Per i traversi il rapporto delle eccentricità agli estremi, sostituibile con quello dei momenti, è sufficiente per determinare i due valori di ψ negli estremi. In pratica si può procedere assegnando all'estremo in cui il momento è maggiore una eccentricità fittizia pari ad $1/6$ (valore massimo in campo elastico) e all'altro estremo una eccentricità proporzionale al momento in esso agente. La tabella di fig. 20 o grafici di fig. 21 forniscono allora i valori di ψ nei due estremi dai quali poi si deducono le *rigidezze effettive* riportate in fig. 18. Per la prima fase questi valori di ψ per ogni asta sono riportati nella prima colonna della fig. 17b, quali moltiplicatori dell'indice di rigidezza della asta stessa; i due prodotti, sistematicamente indicati nella quarta colonna di fig. 18, rappresentano le *rigidezze effettive* nei due estremi dell'asta.

La fig. 18 raccoglie infatti le operazioni numeriche necessarie per la determinazione dei coefficienti di ripartizione che sono poi introdotti nella fig. 15 dove è svolto il procedimento di equilibramento, che si riduce ad una sola operazione in ogni nodo. Questa fornisce direttamente il momento ripartito, che sommato a quello d'incastro perfetto rappresenta il valore del momento incognito.

8.3.2) Fase n^{a} ($n = (1) \div (m)$) .

Le fasi successive in nulla differiscono dalla prima, a meno dell'introduzione dei valori iniziali $k'_{(n)}$

che si ottengono applicando l'espressione (13) alle $k'_{(n-1)}$, $k''_{(n-1)}$ della fase precedente.

Si richiama ancora una volta l'attenzione sul fatto che non è obbligatorio applicare la (13); essa può

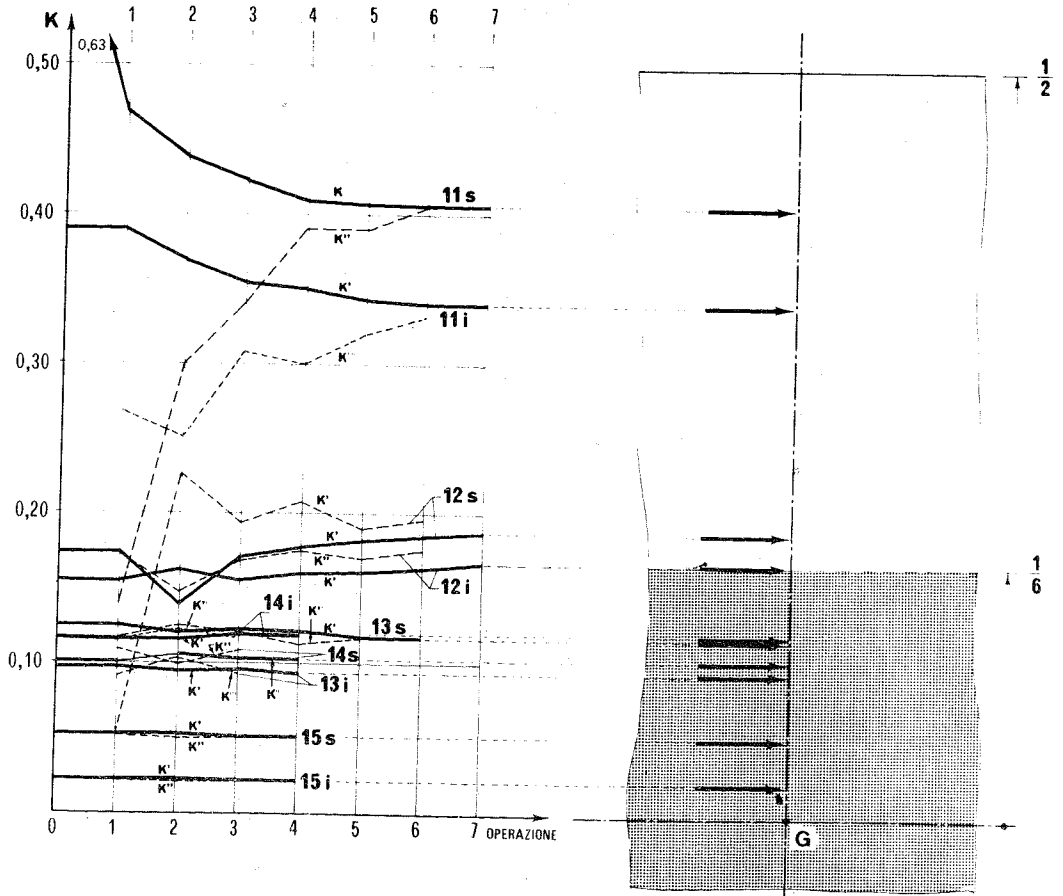


fig. 19 a) - Diagrammi di convergenza del procedimento; sulle ascisse sono riportate le sei fasi, sulle ordinate i valori di k' e k'' . Si noti l'andamento poco variabile di k' e quello più agitato di k'' . I valori di k' si stabilizzano dopo i primissimi giri; la coincidenza con k'' richiede un maggior numero di giri.

essere comunque utile almeno in una prima pratica del procedimento. I procedimenti riportati nelle figure 15 b)c)d) ed e) sono quindi del tutto analoghi a quel

lo di fig.15 a); nelle figg.17 e 18 sono via via determinati e trascritti i valori di $k'_{(n)}$ e $k''_{(n)}$ con i relativi valori di $\psi_{i(n)}$ e $\psi_{s(n)}$. La fig.19 visualizza la convergenza del procedimento: risulta evidente che mentre i diagrammi dei k' hanno andamento regolare, i dia

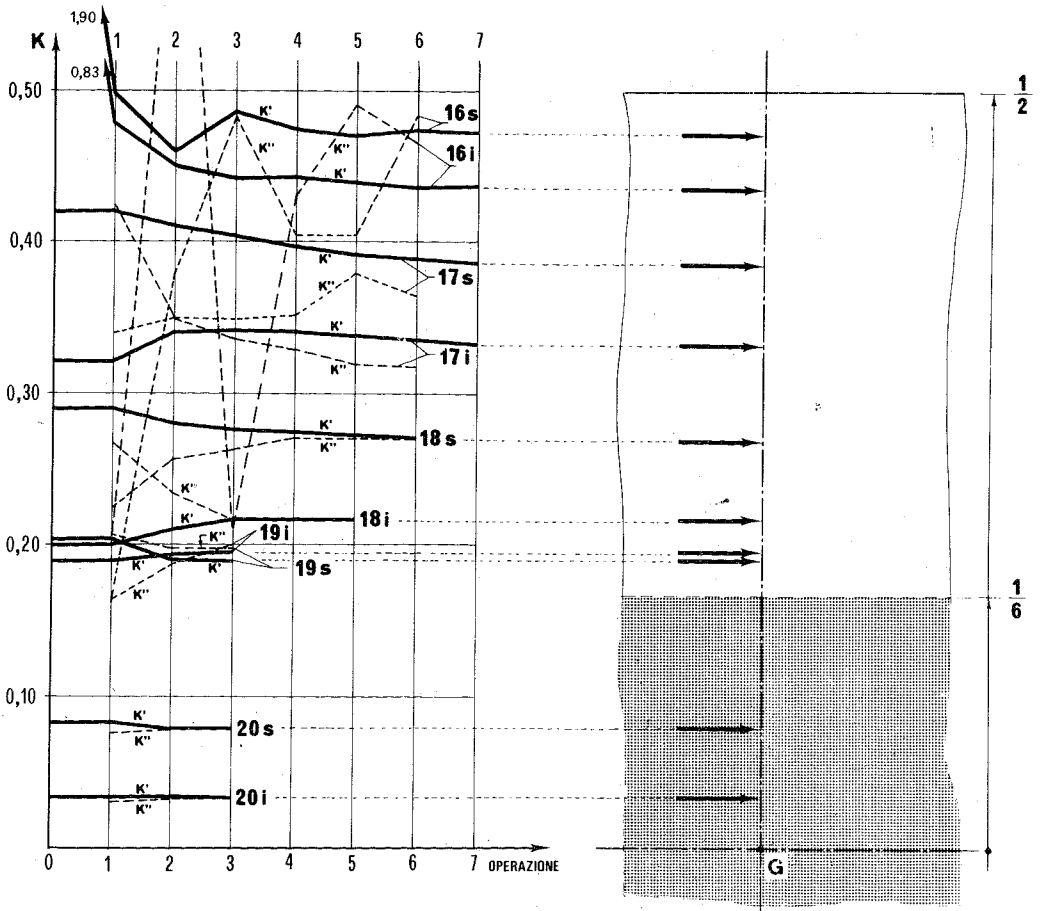


fig.19 b) - Diagrammi di convergenza del procedimento; sulle ascisse sono riportate le sei fasi, sulle ordinate i valori di k' e k'' . Si noti l'andamento poco variabile di k' e quello piu' agitato di k'' . I valori di k' si stabilizzano dopo i primissimi giri; la coincidenza con k'' richiede un maggior numero di giri.

grammi di k'' presentano, almeno inizialmente, notevoli

oscillazioni.

E' interessante osservare che, fin dalle prime fasi, risulta definito l'ordine di grandezza finale della eccentricita', anche nei nodi superiori del telaio dove la rapidita' di convergenza e' minore.

9) Alcune considerazioni conclusive.

Si e' visto all'inizio come appaia chiaro, da una lettura approfondita e generale della bibliografia, che per gli edifici in muratura della terza classe la valutazione del regime statico costituisca un problema interessante ed aperto.

Nel campo teorico, affrontato solo parzialmente da questo studio, la strada e' ancora lunga ed irta di difficolta', sia per quanto attiene l'aspetto analitico che, principalmente, l'interpretazione del fenomeno fisico. Si dovrebbe infatti tener conto:

- a) *per quanto riguarda il materiale*: di una parziale capacita' di resistenza a trazione, di un legame non lineare σ - ϵ con collasso talora di tipo plastico, talora di tipo fragile; inoltre della influenza della sua eterogeneita', che per semplicita' si tende ad omogeneizzare, e degli effetti del tempo, della imbibizione e del gelo sulle sue caratteristiche meccanico-elastiche;
- b) *per quanto riguarda lo schema*: dell'effetto lastra che si determina nei pannelli murari la' dove essi si intersecano con altri pannelli trasversali; del

la possibilità effettivamente concessa allo spostamento dei nodi, in assenza di tali irrigidimenti; della instabilità, sia considerata nei suoi effetti globali che nei suoi effetti particolari in relazione alle singole membrature;

- c) per quanto riguarda il comportamento fino al collasso, delle fasi di successivo degrado della struttura dalla sua integrità iniziale alla rottura in regime instabile-elastoplastico, o elastofragile, alorché si verificano progressive parzializzazioni al crescere dei sovraccarichi;
- d) per quanto riguarda infine i difetti di costruzione e le irregolarità locali, la fin troppo estesa gamma di possibilità morfologiche e tecnologiche.

Sono auspicabili quindi numerosi studi e in più di reazioni, che superino l'attuale tendenza di stabilire solo la capacità di resistenza a rottura di singoli elementi, ma si rivolgano allo studio dell'intero edificio come unico organismo.

Solo a titolo di esempio, si fa un brevissimo cenno ad alcuni modesti saggi sperimentali eseguiti in laboratorio in occasione dello studio eseguito con la [22], aventi scopi molto limitati.

Le figg. 22 - 23 e 24 rappresentano altri esempi di ricerca che collegano un fatto locale ad un fatto globale; si studia, in analogia, un fenomeno di possibile carico critico globale innescato da una riduzione locale del grado di incastro di una trave (da incastro monolitico a semplice cerniera) in un solo nodo; si comprova in tal modo la possibilità che in una struttura muraria possa così determinarsi un fenomeno di carico critico globale; l'esame iniziato [22] per le mu

rature fu proseguito (nelle Memorie da [32] a [33]) solo per il settore, piu' facile dal punto di vista analitico, delle strutture completamente in acciaio. Infatti ben piu' difficile ed incerta e' l'analisi del problema nel settore delle murature, sempre a causa della variabilita' dello schema dovuto alla parzializzazione della muratura stessa.

Ma ancora piu' importante e di interesse generale sarebbe uno studio teorico-sperimentale di telai in muratura che consenta di determinare, in modo piu' immediato per la pratica tecnica, il valore delle eccentricita' da introdurre nei calcoli di verifica ed indichi cioe' una teoria soddisfacentemente approssimata, che sia immediatamente accessibile alla pratica tecnica e che possibilmente tenga conto del fenomeno effettivo ovvero anche della instabilita' in regime non lineare.

Nel vasto orizzonte che si apre alle moderne strutture in muratura molta luce puo' attendersi da una stretta collaborazione della teoria con l'esperienza, in cui la teoria cioe' suggerisca opportuni programmi sperimentali e l'esperienza, ben organizzata e saggiamente interpretata, attraverso un continuo intrecciarsi di sintesi ed analisi, possa rappresentare oggetto e strumento della teoria, guida efficace e banco di prova per ogni meditazione, per la formulazione cioe' di una θεωρησις intesa alla maniera del Rondelet.

BIBLIOGRAFIA

- [1] G. RONDELET "Art du bâtir"
- [2] G. RONDELET "Arte di edificare"
Tomo IV, Ed. Mantova 1834
- [3] G. RONDELET "Arte di edificare"
Tomo IV, Napoli 1841
- [4] M. J. SGANZIN "Riassunti delle lezioni D'UN CORSO DI COSTRUZIONE"
(Traduzione in italiano dalla terza edizione parigina)
Tipografia dell'Omnibus, 1835
- [5] G. CURIONI "Costruzioni civili, stradali ed idrauliche - ARTE DI FABBRICARE"
A. F. Negro - Torino 1870
- [6] G. CURIONI "Costruzioni - ARTE DI FABBRICARE"
A. F. Negro - Torino 1872
- [7] A. SACCHI "LE ABITAZIONI: Alberghi, case operaie, fabbriche rurali"
Ed. Hoepli, Milano, 1874
- [8] G. CURIONI "Resistenza dei materiali e stabilità delle costruzioni - ARTE DI FABBRICARE" A. F. Negro - Torino, 1874

- [9] G. CURIONI "ARTE DI FABBRICARE"
Vol. IV - Ed. A. F. Negro, Torino, 1881
- [10] G. CURIONI "Raccolta di progetti di costruzioni in terra ed in muratura"
1881
- [11] G. ROSSI "Lezioni sulle Costruzioni"
Tip. Accademia Reale delle Scienze, Napoli, 1883
- [12] G. BREYMANN "Costruzioni in pietra e strutture murali" Vol. I del "Trattato Generale sulle Costruzioni"
Ed. Vallardi, 1885
- [13] D. DONGHI Manuale dell'Architetto
Vol. 7, Torino 1906
- [14] G. B. MILANI "L'ossatura murale. Parte I: La Stabilità"
Ed. Crudo - Torino, 1920
- [15] R. SALIGER "Der Stahlbetonbau"
Vienna 1949
- [16] F. G. THOMAS "The Strength of Brickwork"
The Structural Engineer - vol. XXXI
febbraio 1953
- [17] Discussione su [16] - luglio 1953
- [18] A. CIAPPI "Corso di Scienza delle Costruzioni - Parte II: Stabilità delle costruzioni isostatiche"
Ed. Cremonese - Roma 1920

- [19] G GUERRA "Lezioni di Tecnica delle Costruzioni Le strutture murarie degli edifici"
Fd Pironti Napoli 1949
- [20] IL LATERIZIO "Proporzionamento delle strutture orizzontali"
Il Laterizio - Boll. Tecn. R. D. B., n° 19, 21 e 22 aprile, agosto ed ottobre 1953
- [21] P HALLER "Die technischen Eigenschaften von Backsteinmauerwerk für Hochhäuser" Schweizerische Bauzeitung marzo 1958 - luglio 1959
- [22] M PAGANO "Crollo di edificio in Barletta" Parere sulla perizia di ufficio, 20 gennaio 1960
- [23] E GIANGRECO "Parere sul calcolo degli edifici in muratura", 1961
- [24] KYOSTI ANGERVO "Erweiterung der theorie der biegung eines pfeilers ohne zugfestigkeit"
Helsinki, 1961
- [25] DIN DIN 1053 - Mauerwerk - Berechnung und Ausführung, novembre 1962
- [26] DIN DIN 1053 - Beiblatt - Mauerwerk - Berechnung und Ausführung (Erläuterungen) settembre 1963
- [27] DIN DIN 4106 - Wanddicken für Wohnungsbauten, maggio 1953

- [28] **REGOLAMENTO RUSSO**: Regolamento Russo - Norme e regole edilizie - Parte II - Se. B. - Cap. 2,
Ed. statale Mosca, 20 luglio 1962
- [29] **S. P. TIMOSHENKO** "Theory of elastic stability"
McGraw-Hill, New York 1961
- [30] **F. MARCHETTI** "Sul calcolo di strutture con aste di materiale non resistente a trazione"
Atti Congresso ANDIL, giugno 1968
- [31] **L. TOSCANI** "Il metodo delle rigidzze reali per la risoluzione dei telai e delle travi continue"
1964
- [32] **M. PAGANO** "Sul carico critico dei telai elastici multipiani"
Costruzioni Metalliche, n. 2, 1960
- [33] **M. PAGANO** "Il calcolo di verifica dei telai piani alle soglie dell'instabilita'"
G. ZINGONE
Costruzioni Metalliche, n. 3, 1961
- [34] **M. PAGANO** "La rovina in regime elastoplastico ideale dei telai rigidi in acciaio"
Costruzioni Metalliche, n. 4, 1963
- [35] **M. PAGANO** "Theoretical investigations on the instability of steel frames in the elastoplastic range"
G. MORABITO
International Journal of Solids and Structures, vol. 3, 1967

- [36] M. PAGANO
F. M. MAZZOLANI
"Indagine sperimentale al vero
sull'instabilità elasto-plasti-
ca di due telai multipiani in ac-
ciaio"
Costruzioni Metalliche, 4/5/6,
1966
- [37] C. ROZZA
"Calcolo pratico dei muri degli
edifici"
Ed. Vitali e Ghianda, Genova 1955
- [38] M. PAGANO
"Problema statico degli edifici
in muratura"
(Relazione sul presente volume
in corso di stampe) Atti del Con-
gresso ANDIL giugno 1968 .



fig. 22 — Un cedimento localizzato in un pannello murario o la presenza di un vano provocano la formazione di un arco di scarico. La presenza di una catena cordolo assicurerebbe lo scarico con lo schema di arco a spinta eliminata. (tratto dal testo di C. Russo: Lesioni dei fabbricati. Utet, vol. I, pag. 60, VIII ed.)

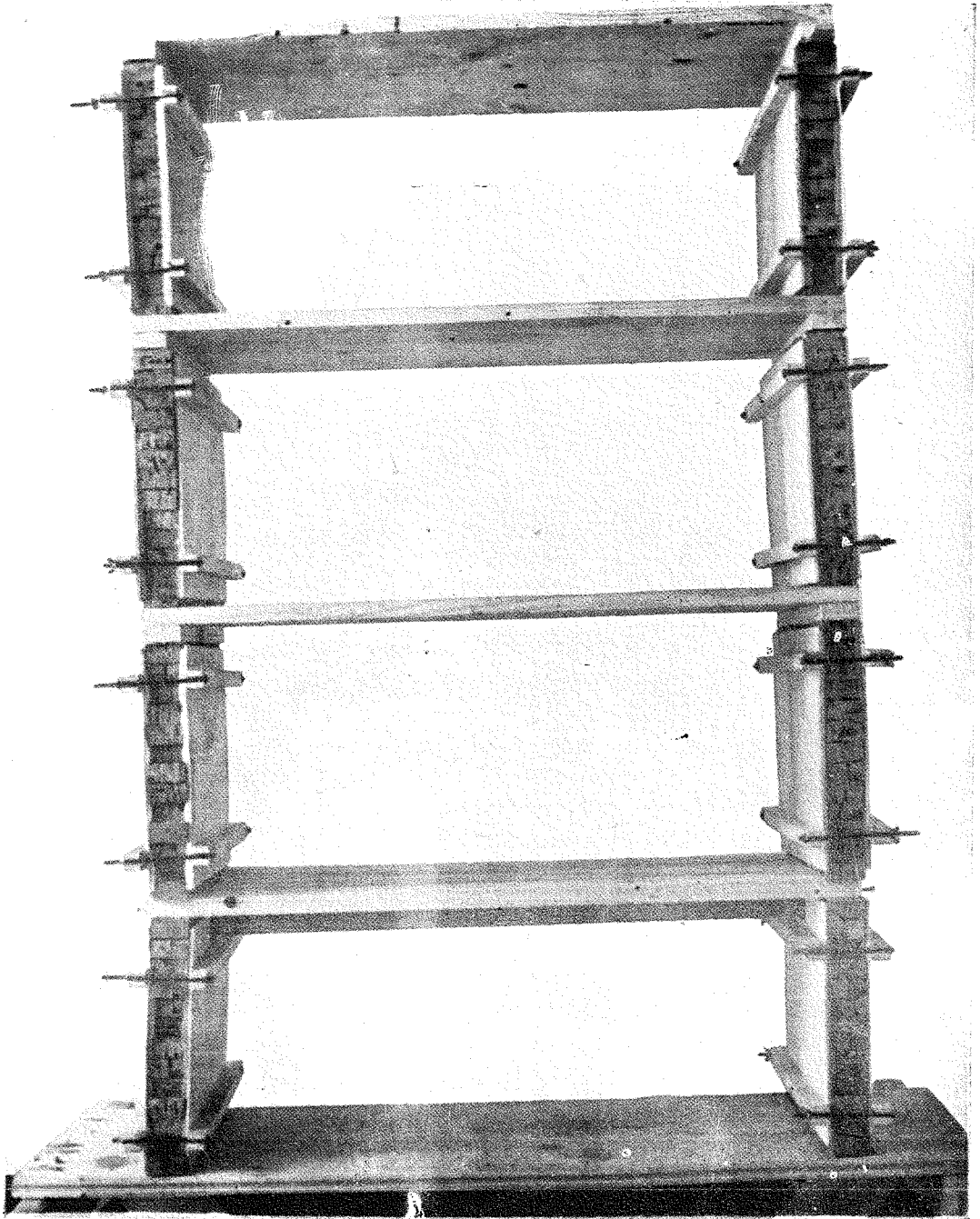


fig. 23 (a) — Modello di un edificio in muratura: i solai sono in legno e le pietre in sughero prive di alcun collante. — Il primo solaio è realizzato con strisce affiancate prive di collegamento trasversale che simula un solaio a nervature parallele; al centro è disposta una striscia di maggiore inerzia che nella similitudine rappresenta una trave emergente.

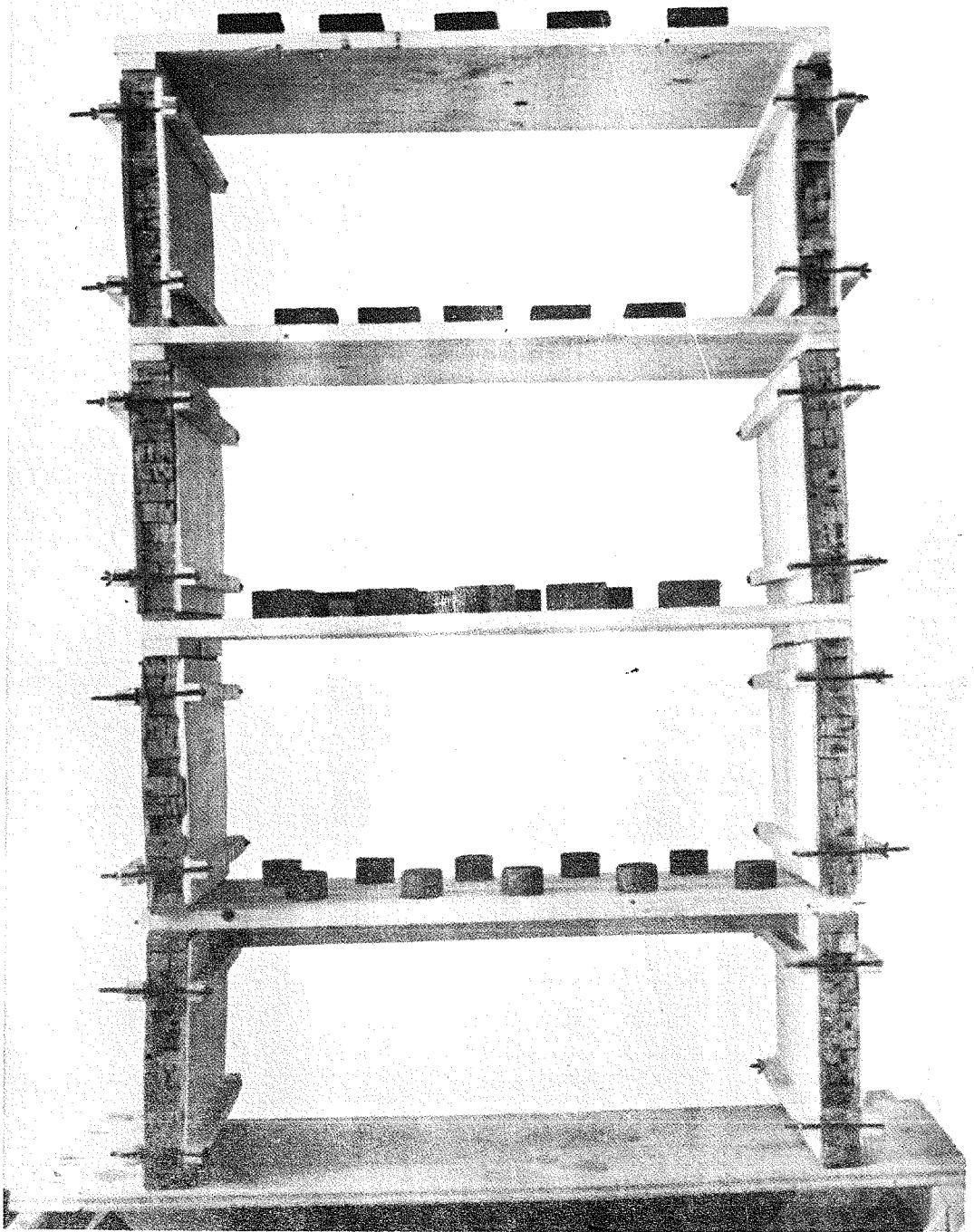


fig. 23 (b) — Si dispone il carico ai vari piani per poter eliminare le lastre provvisorie che sono disposte per la sistemazione preventiva dei singoli pannelli.

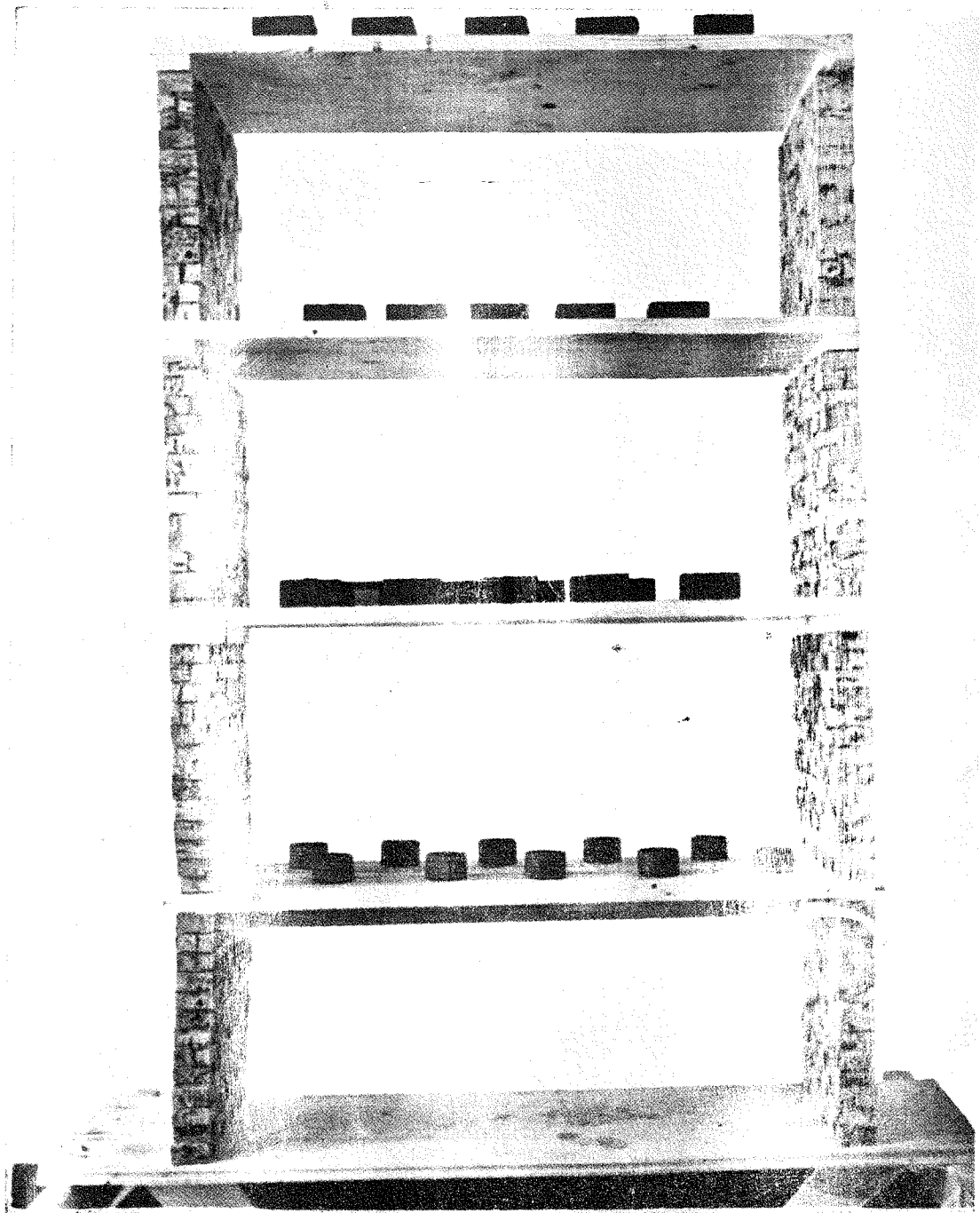


Fig. 23 (c) — Il modello è così pervenuto alla sua definitiva morfologia.

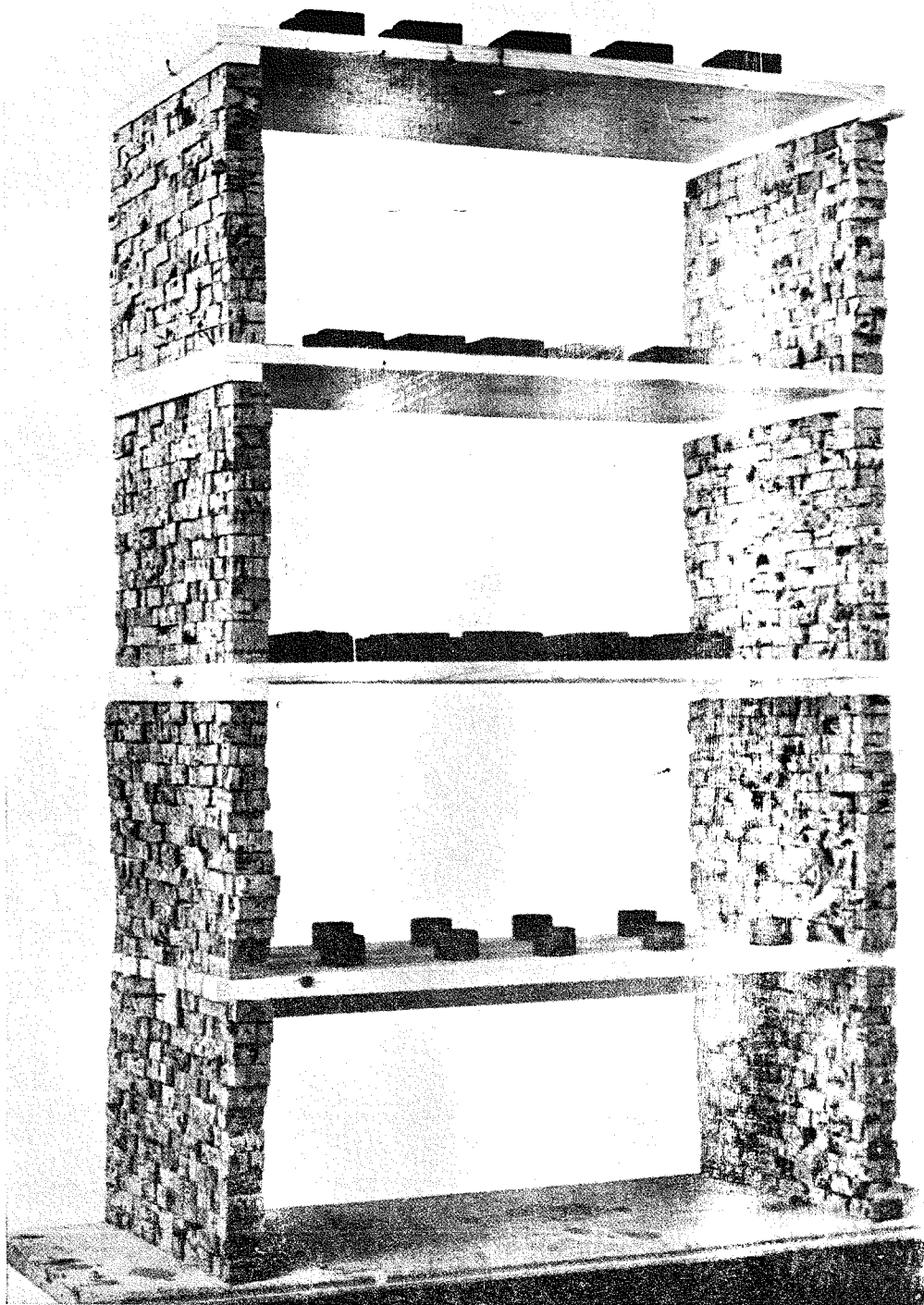


Fig. 23 (d) — Il fronte laterale evidenzia la presenza di cordoli a tutti i piani escluso il primo.

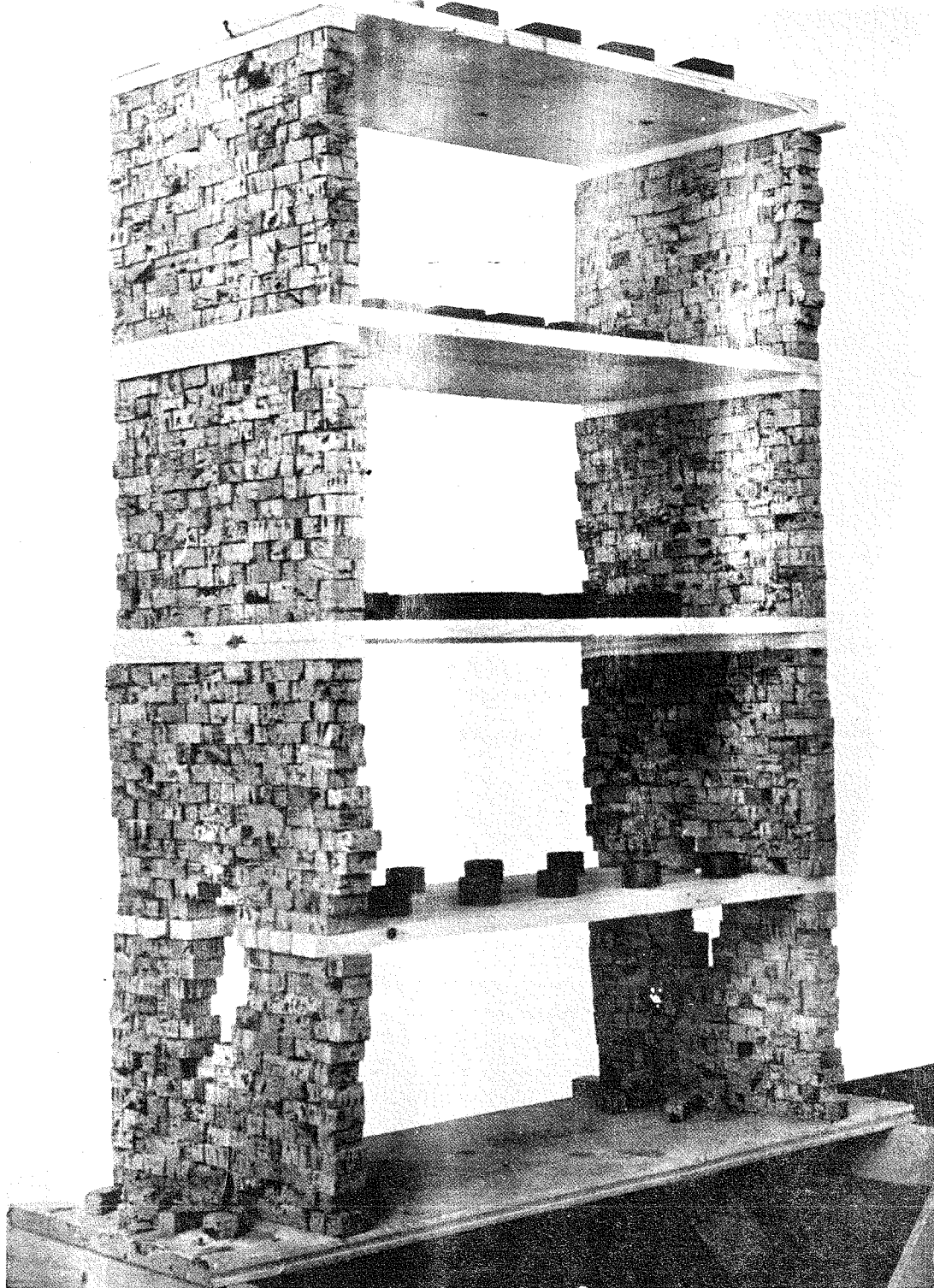


Fig. 23 (e) — L'eliminazione della trave emergente induce una ripartizione locale che riporta i carichi provenienti dall'alto ai due tratti adiacenti al foro. L'equilibrio è garantito dai cordoli dei piani superiori, che legano i pannelli dei piani superiori. Un arco di scarico si forma in corrispondenza del vuoto, di modo che un cedimento localizzato in corrispondenza della trave non incida la stabilità dell'intera struttura.

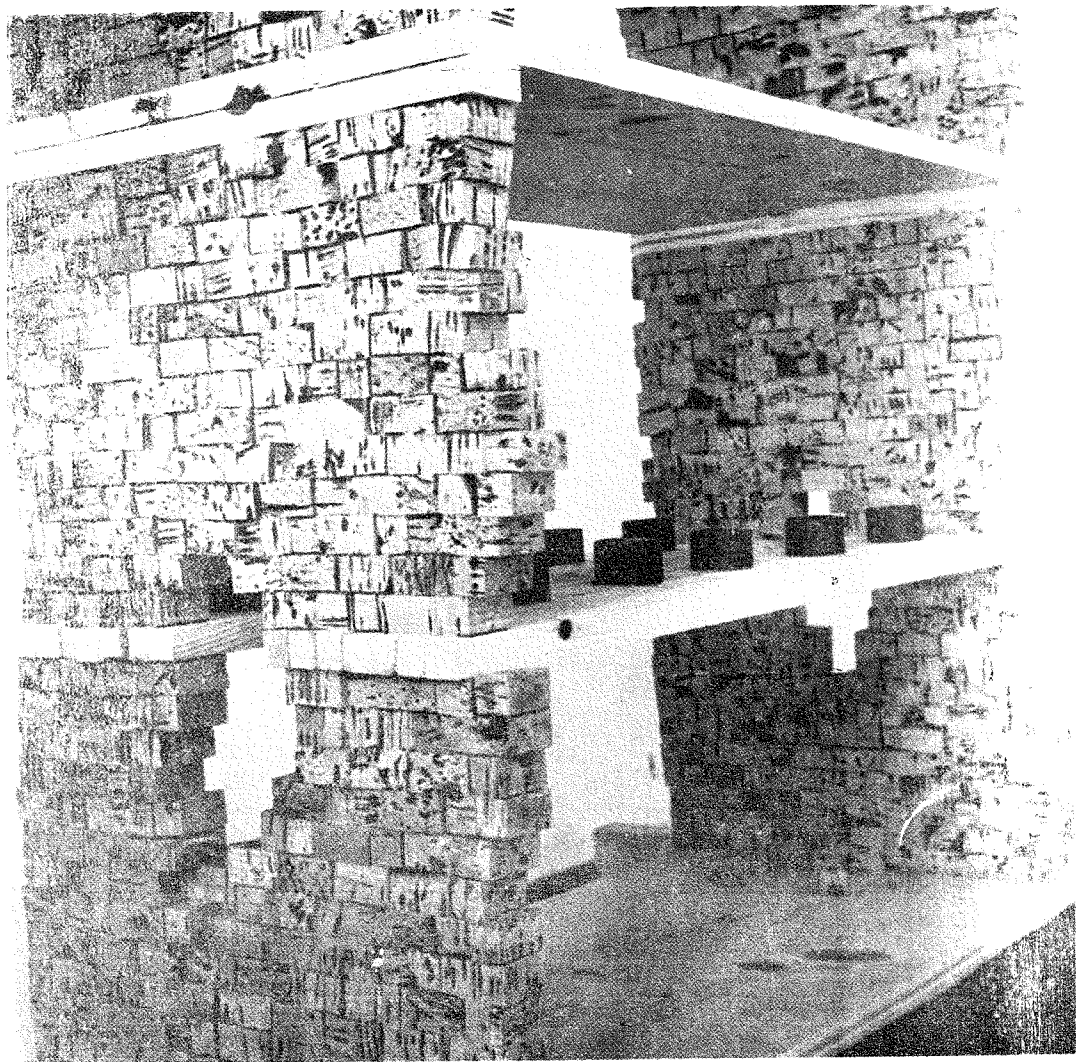


fig. 23 (f) — L'eliminazione della trave emergente induce una ripartizione locale che riporta i carichi provenienti dall'alto ai due tratti adiacenti al foro. L'equilibrio è garantito dai cordoli dei piani superiori, che legano i pannelli dei piani superiori. Un arco di scarico si forma in corrispondenza del vuoto, di modo che un cedimento localizzato in corrispondenza della trave non inficia la stabilità dell'intera struttura.

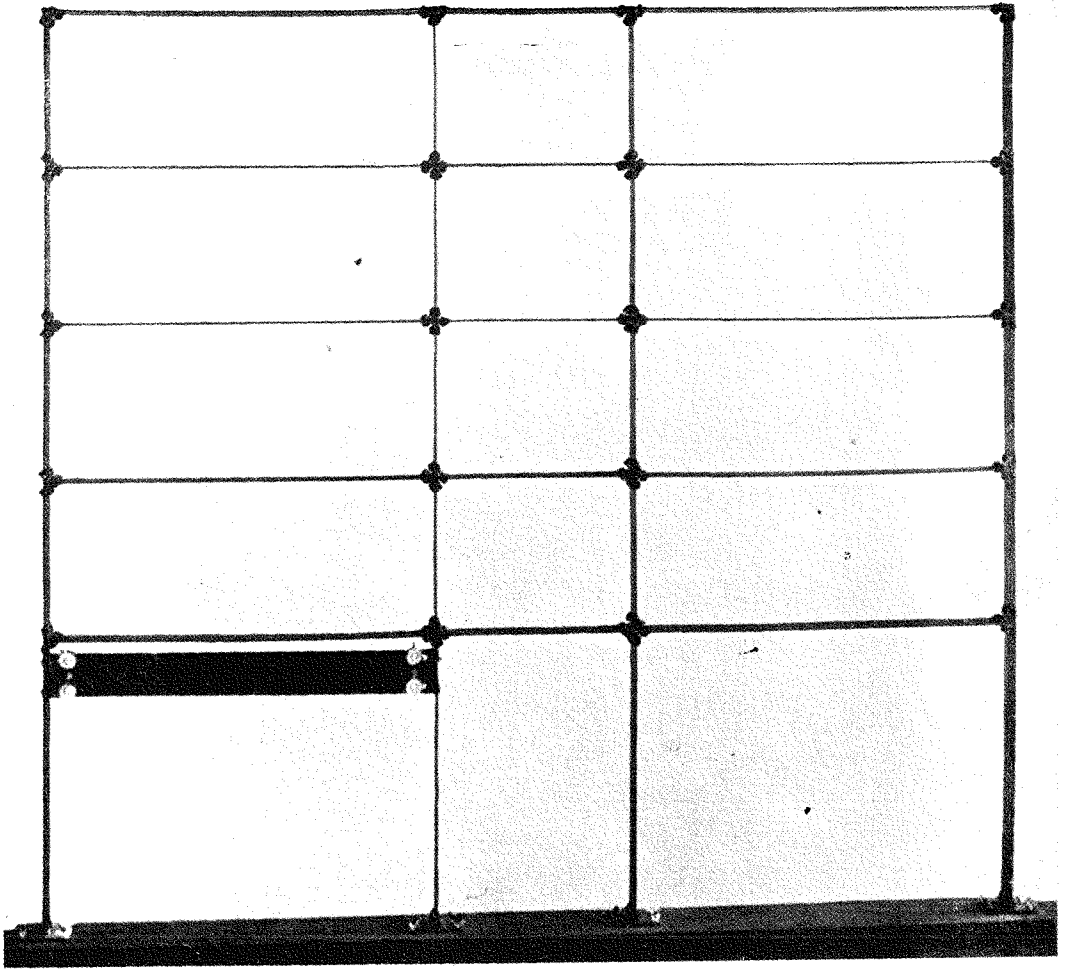


fig. 24 (a) — Telaio in acciaio analogo allo schema di fig. 10.

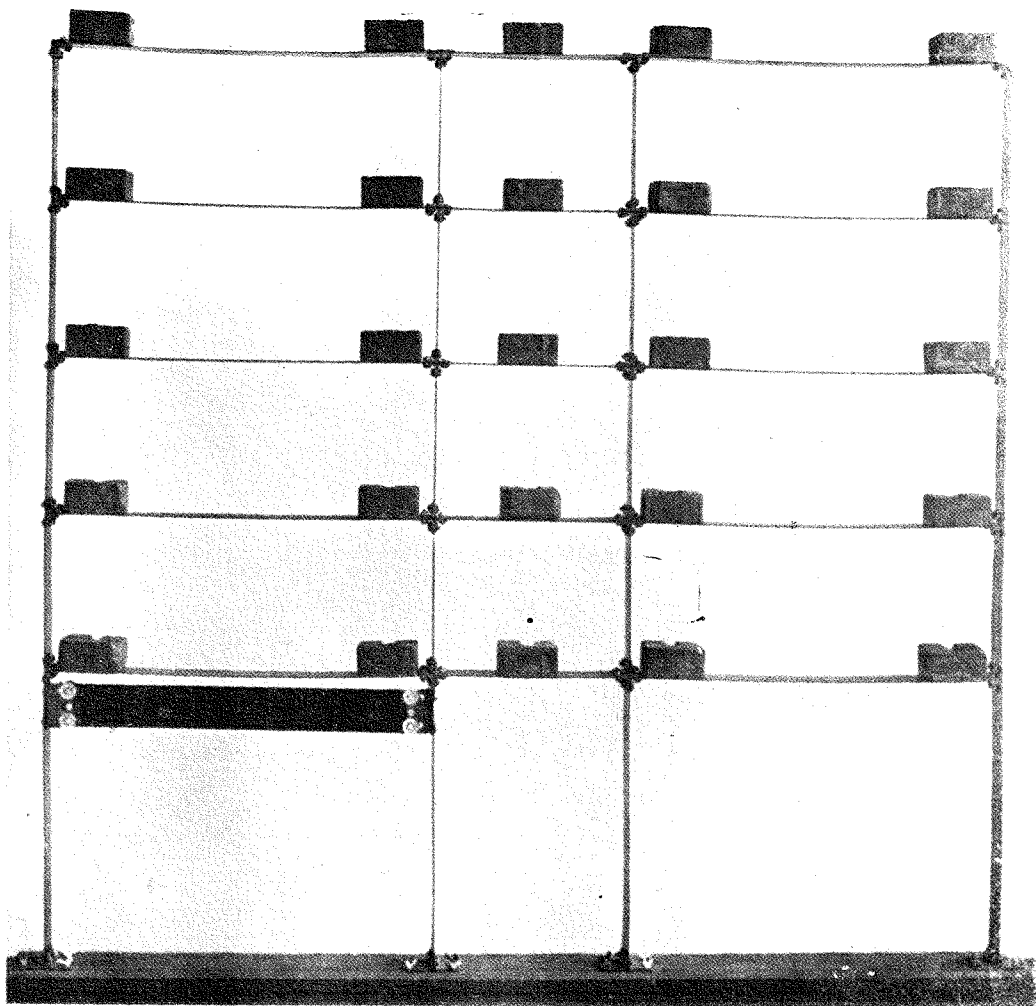


fig. 24 (b) — Il telaio è sottoposto ad un carico verticale; gl'incastri della trave emergente al primo traverso sono bloccati.

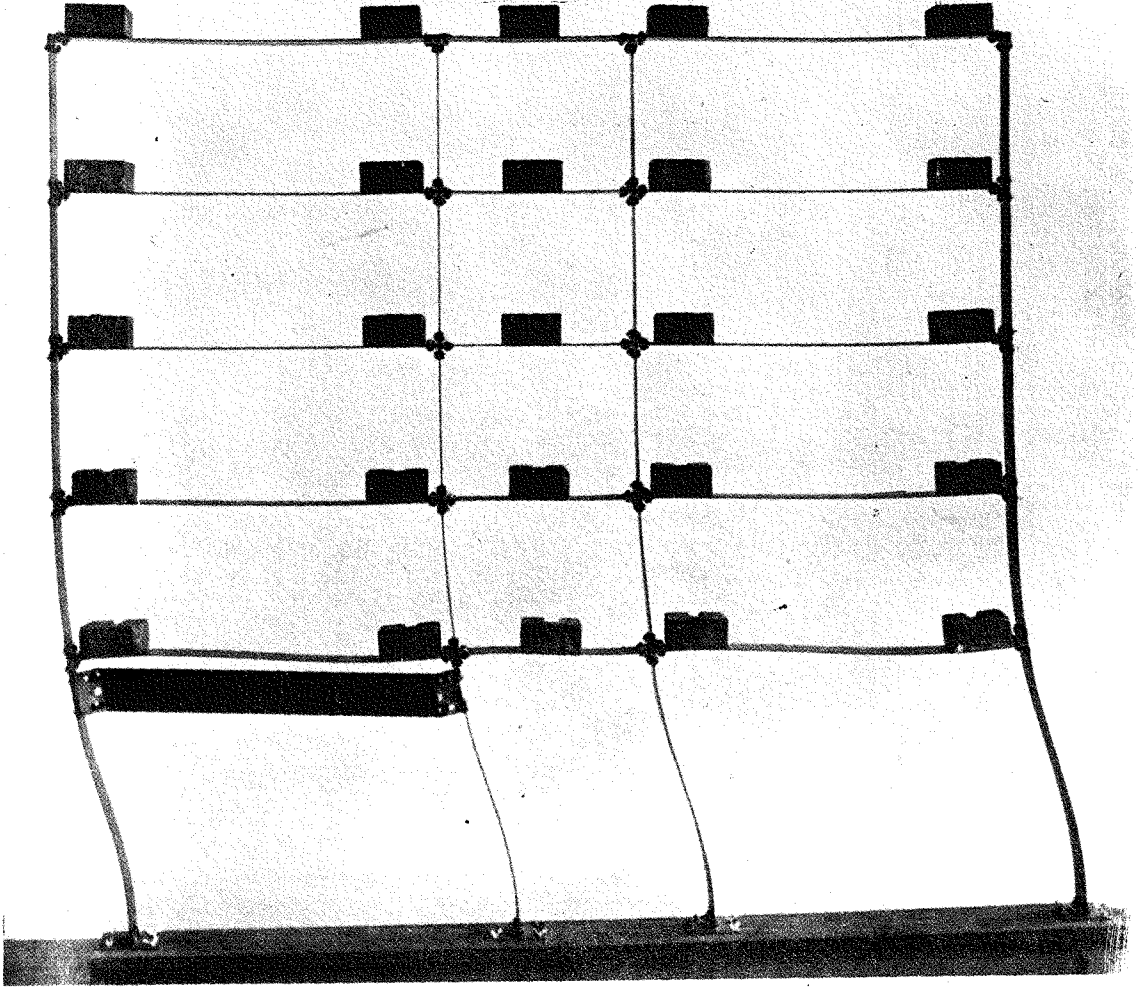


fig. 24 (c) — Sbloccando gl'incastri il telaio supera la soglia del carico critico globale l'esperienza dimostra che svincolando una sola trave ai suoi estremi può provocarsi un collasso totale.

SIMBOLOGIA

| | |
|---------------------------------|--|
| k | eccentricita' relativa $\frac{M}{Nc}$ |
| $k_s, (k_i)$ | eccentricita' relativa nella base superiore (inferiore) |
| $k_{s(o)}, k_{i(o)}, k_{(o)}$ | eccentricita' relativa nella base superiore s (inferiore i) nella fase iniziale (primitiva). |
| $k_{s(n)}, k_{i(n)}$ | eccentricita' relativa nella base superiore s (inferiore i) nella fase ennesima (n) (n = 1, ... n...) |
| $M, M_s, (M_i)$ | momento flettente; momento flettente nella superiore (inferiore); nei traversi l'indice s puo' indicare sia l'estremo di sinistra che di destra (l'indice di i l'altro estremo). |
| $N, N_s, (N_i)$ | sforzo normale; sforzo normale nella base superiore (inferiore) |
| c | larghezza del pilastro in muratura |
| h | altezza del pilastro in muratura |
| $\varphi, \varphi_s, \varphi_i$ | rotazione della linea elastica: generica; in s; in i. |
| ψ, ψ_s, ψ_i | coefficienti di rigidezza: generico; in s; in i. |
| $W' = \frac{EJ}{h}$ | indice di rigidezza |
| $\rho = \frac{k_s}{k_i}$ | $\equiv \frac{M_s}{M_i}$ per i traversi; per essi si assume $K_s = \frac{1}{6}$; $K_i = \pm \frac{1}{6} \frac{M_i}{M_s}$ con segno positivo se i segni di M_s ed M_i sono concordi, negativo se discordi. |
| e_s e_i | eccentricita' assolute sulla base $\left\{ \begin{array}{l} \text{superiore} \\ \text{inferiore} \end{array} \right.$ |

(Tratto da RONDELET - Arte di Edificare -
Tomo IV - Napoli 1841 - pag 81 e segg.)

APPENDICE I

TEORIA DELLE COSTRUZIONI

ARTICOLO II

DELLA SPESSEZZA DA DARSÌ AI MURI DEI FABBRICATI CHE NON SONO A VOLTA.

Questi muri, ordinariamente situati a distanze meno grandi di quelli che formano recinti coperti, si sostengono con minore spessezza, soprattutto quando sono riuniti da solai, oppure da tetti disposti in modo conveniente.

Vi sono grandissimi edifici, come le antiche basiliche di Roma, che non sono coperte che d'un tetto; altri hanno un semplice soffitto sotto il tetto; i palazzi ed i fabbricati di abitazione hanno spesso molti ordini di solai al di sotto del tetto.

Cominceremo dagli edifici che non sono coperti che da un solo tetto di legname, come i piu' semplici dopo i muri di cinta.

Fra gli edifici di questo genere ve ne sono di quelli che hanno dei punti di appoggio continui, come i muri che si collegano e si sostengono reciprocamente, altri hanno dei punti di appoggio isolati, come piloni, colonne o pilastri che si riuniscono con archi.

Quando l'ossatura di legname che forma il tetto di

un edificio e' ben intesa, lungi dal nuocere alla solidita' dei muri o dei puntidi appoggio che lo sostengono, serve anzi a contenerli.

.....*Omissis*.....

Fa d'uopo notare che la spessezza da dare ai muri puo' dipendere tanto dalla maniera con cui essi sono costrutti e dai materiali che vi si impiegano quanto dalla loro elevazione e dal loro carico. Un muro in pietrame o in pietra di taglio, di 12 pollici, in cui tutte le pietre formano la spessezza di muro, e' qual che volta piu' forte che uno di 18 a 20 pollici formato di pietre che non hanno che la meta' o il terzo di questa spessezza, il cui mezzo non e' che un riempimento di pietruzze che gli operai impiegano sovente con polvere senza malta. Così' sono costrutti a Parigi la maggior parte dei muri divisori; io ne ho veduti di quelli che si separano in due sotto il carico dei solai, quasi sempre piu' pesanti da una parte del muro che dall'altra. Ma non bisogna perdere di vista che piuttosto la stabilita' che la forza, costituisce la solidita' degli edifici; perche' e' certo che un muro di pietra dura, di 4 pollici di spessezza, sarebbe piu' forte che non occorre per sostenere il carico che portano i muri di 18 pollici di spessezza nelle case piu' elevate, cioe' di cinque a sei piani; eppure e' evidente che un muro simile non avrebbe abbastanza stabilita', a motivo della poca larghezza della sua base.

L'esame particolare da me fatto su circa 280 edifici di ogni genere, antichi e moderni, situati tanto in Francia che in Italia, mi ha fatto conoscere che in quelli coperti da un semplice tetto a due falde composti da armature di legno con soffitto o senza, e disposti in modo da impedire l'allontanamento dei mu-

ri, la spessezza minore dei muri ben costrutti, in pietrame o in mattoni, e' il ventiquattresimo della larghezza, in opera, cioe' presa fra le parti interne.

Nelle case particolari divise in molti piani con solai, abbiamo trovato che la spessezza dei muri di facciata e' dai 15 pollici sino ai 24; quella dei muri intermedi, di 13 a 20 pollici, e la spessezza dei muri di spartimento dai 12 ai 18.

Nei fabbricati piu' importanti, i muri di facciata hanno da 2 fino a 3 piedi di spessezza; i muri interni di da 20 a 24 pollici, ed i muri di spartimento, da 15 a 20 pollici.

Nei palazzi e grandi edifici, il cui pianterreno e' a volta, i muri di facciata hanno dai 4 piedi fino a 9 piedi, ed i muri di spartimento da 2 fino a 3 piedi.

E' utile far osservare che nel gran numero di edifici che abbiamo avuto l'occasione di esaminare, non abbiamo sempre trovato la spessezza dei muri e dei punti di appoggio proporzionata alla loro positura, agli spazi che racchiudono, ne' ai pesi ch'essi sopportano. In alcuni, grandissimi spazi e carichi considerabili corrispondono a muri e punti di appoggio debolissimi; e in altri, muri solidissimi racchiudono picciolissimi spazi, e forti punti di appoggio non hanno pressoche' niente da sostenere.

Affine di stabilire una regola sicura e facile per determinare la spessezza dei muri negli edifici che non sono a volte, abbiamo considerato che le asticciuole delle armature di legname che formano i tetti, essendo sempre posate nel senso della larghezza, come pure le travi dei solai, devono servire a sostenere i muri opposti; ma a motivo della elasticita' e della flessibi-

lita' di cui i legni sono suscettibili, essi non lasciano di gravare i muri in ragione della piu' grande larghezza degli spazi che racchiudono; donde risulta che la larghezza e l'altezza dei pezzi sono quelle che devono servire a determinare la spessezza dei muri.

Regola prima.

Nei fabbricati che non sono coperti che da un semplice tetto, se i muri sono isolati da due lati in tutta la loro altezza, fino sotto le asticciuole delle armature del tetto, come indica la figura 1 della Tavola CLXXX tirata la diagonale BD, vi si portera' sopra da B in b e da D in d, la dodicesima parte dell'altezza AB; quindi dai punti b e d si condurranno delle parallele a BA e DC, che formeranno con queste linee il profilo e la spessezza dei muri.

Conosciuta l'altezza AB e la larghezza AD, si puo' trovare la spessezza Ac col calcolo, osservando che

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} ;$$

conoscendo il valore di BD, si avra' quello di cA facendo la proporzione cA : AD = Bb : BD ; donde

$$cA = \frac{AD \times Bb}{DB} .$$

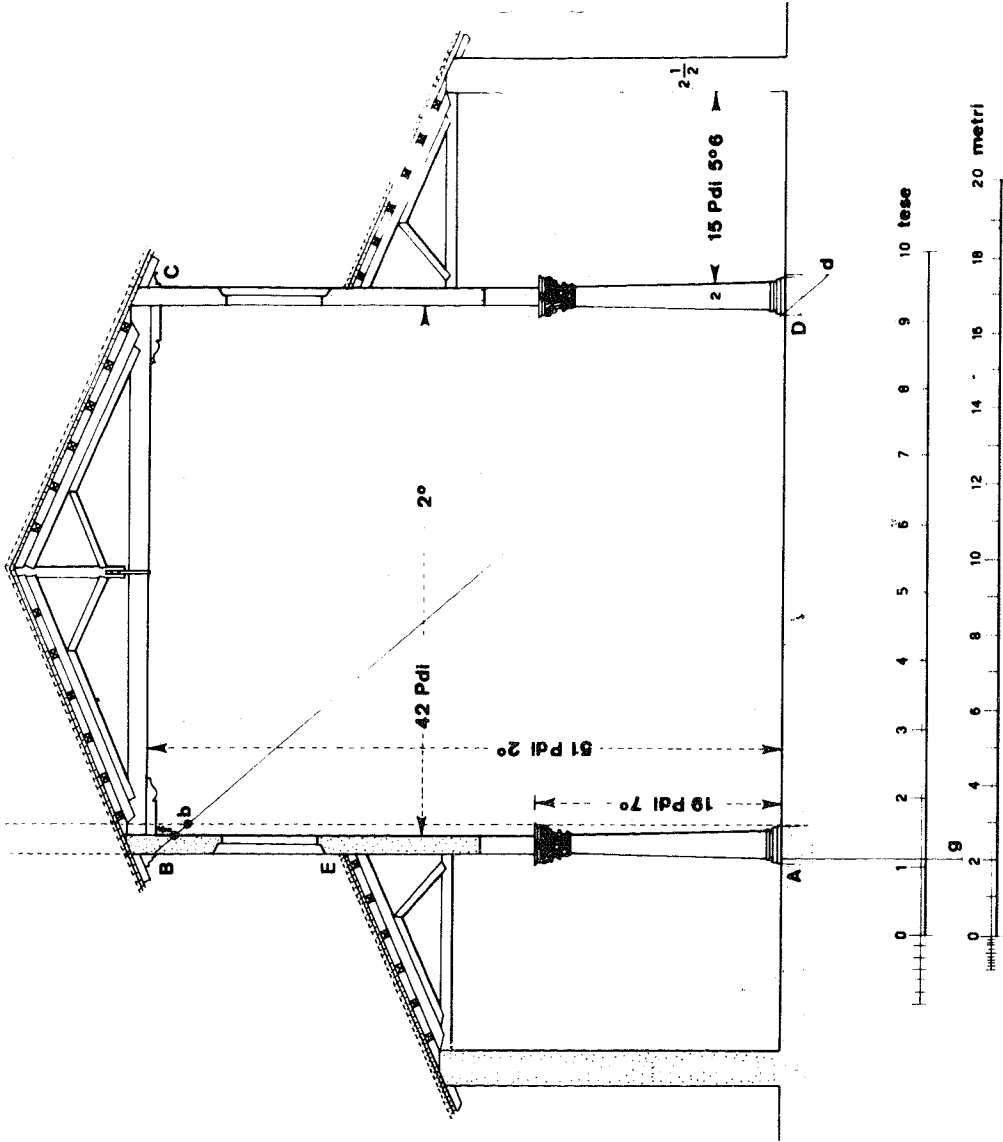


fig.1 Tav. CLXXX

Prima applicazione (1)

Supponendo la larghezza AD di 24 piedi, e l'altezza Ab di 32, si avra'

$$\sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{24 \times 24 + 32 \times 32}$$

che fatti i calcoli indicati diviene

$$BD = \sqrt{576 + 1024}, = \sqrt{1600} = 40,$$

quindi BD sara' di 40 piedi; Bb, che indica la dodicesima parte di AB, oppure di 32 piedi, sara' 2 piedi 8 pollici; la spessezza del muro espresso da

$$\frac{AD \times Bb}{BD}, \text{ sara' } \frac{24 \times 2 \frac{2}{3}}{40},$$

che danno dopo aver fatte le operazioni indicate, I piede $\frac{3}{5}$, oppure I piede 7 pollici 2 linee, per la spessezza cercata.

Se i muri che sostengono il tetto fossero sostenuti ad una certa altezza da altre costruzioni o dai tetti inferiori, come nelle chiese e nelle basiliche, si porterebbe sulla diagonale BD, da B in e, la dodicesima parte dell'altezza al di sopra dell'appoggio, e la ventiquattresima di quella al di sotto da e in f; si condurrebbe dopo dal punto f una parallela a AB, che determinerebbe la spessezza Af cercata; oppure, ed e

(1) Quest'opera essendo stata composta gran tempo prima che si stabilissero le nuove misure, si sono dovunque coaservate le espressioni in piedi, ove la specie di misura e' indifferente, senza aggiungervi l'equivalente in metri.

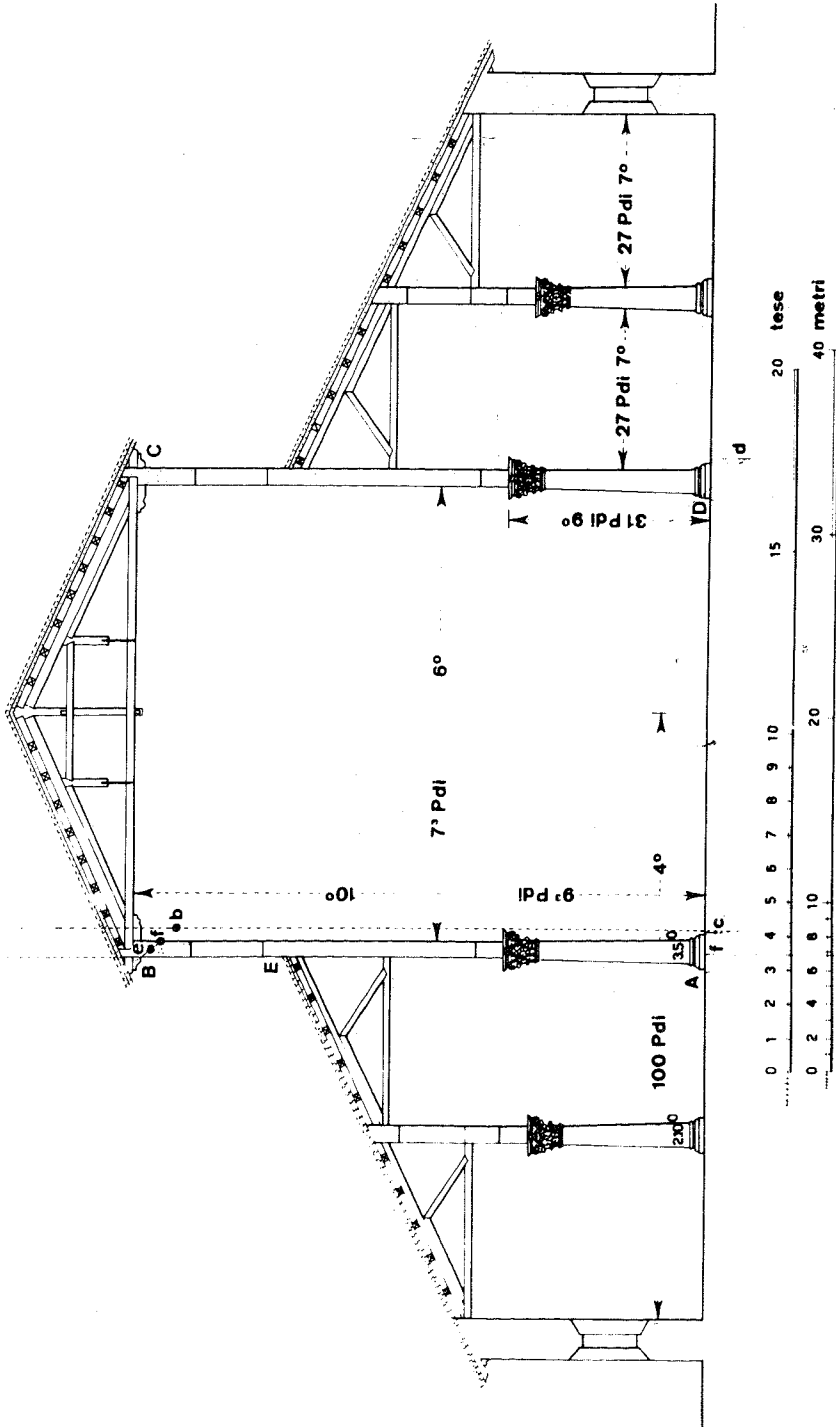


fig. 2 Tav. CLXXX

lo stesso, si somma insieme l'altezza totale AB dello interno, e quella EB dell'esterno, al disopra dell'appoggio E , di cui si prendera' la ventiquattresima parte, che si trovera' eguale a Be piu' ef .

Seconda applicazione

Omissis

Seconda regola per gli edifici composti di molti piani separati da solai.

Questa regola e', come la precedente, il risultato di una infinita' di ricerche e di osservazioni fatte sopra un gran numero di edifici di questo genere, ai quali noi abbiamo applicato il calcolo dietro i principi di meccanica, affine di stabilire un metodo sicuro e facile, fondato sulla teoria e sulla esperienza.

Nelle case comuni, ove l'altezza dei solai non oltrepassa i 12 in 15 piedi, per trovare la spessezza dei muri interni oppure di tramezzo, e' d'uopo avere riguardo solamente alla larghezza dello spazio ch'essi dividono, ed al numero dei solai che devono sostenere. Quanto ai muri di facciata, che sono isolati da una parte in tutta la loro altezza, e' mestieri avere riguardo alla spessezza del fabbricato ed alla sua elevazione. Così un corpo di casa semplice esige muri di facciata piu' solidi che un corpo di casa doppio dello stesso genere e della stessa altezza, perche' la

loro stabilita' e' in ragione inversa della loro larghezza.

Supponiamo un corpo di casa semplice, figura 1, tavola CLXXXII, la cui spessezza sia 24 piede e l'altez

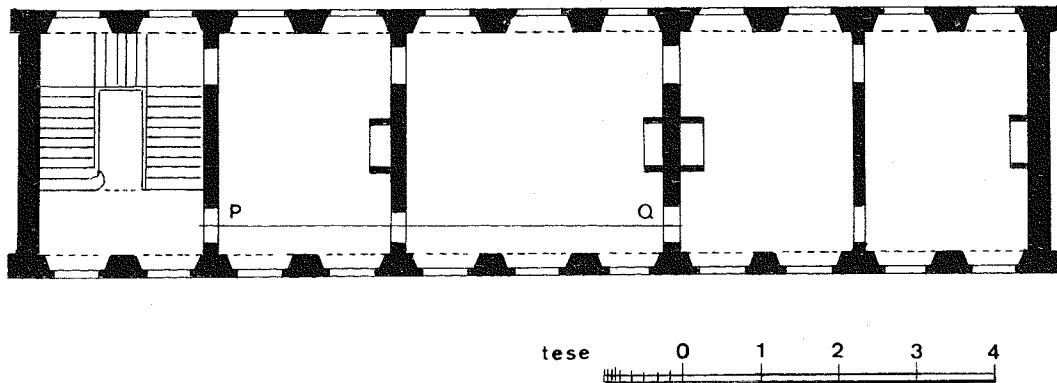


fig. 1 Tav. CLXXXII

za fino al di sotto del tetto di 36 piedi; si aggiungera' a 24 piedi la meta' dell'altezza 18, e si prendera' la ventiquattresima parte della somma 42, cioe' 21 pollici per la spessezza media di ciascuno dei muri di facciata sopra lo zoccolo o prima risega a pianterreno. Per una costruzione mediocre, si aggiungera' 1 pollice, e 2 pollici per una costruzione solida.

Se si ha un corpo di casa doppio, Figura 2, la cui spessezza sia 42 piedi sopra la stessa altezza del precedente, si sommerara' insieme la meta' dell'altezza e della lunghezza del fabbricato, cioe' 21 e 18 e si prendera' la ventiquattresima parte della somma, che dara' 19 pollici e mezzo per la spessezza di ciascuno di questi muri.

Per determinare la spessezza dei muri di spartimento, si aggiungera' allo spazio che questi muri devono dividere l'altezza del piano, e si prendera' la

trentesimasesta parte della somma C si per trovare la spessezza del muro IA, che divide in due lo spazio IM, di 32 piedi, si aggiungera' l'altezza del piano, che io suppongo di 10 piedi, il che dara' 42 piedi, la di cui trentesimasesta parte e' 14 pollici. Si puo' aggiungere a questa spessezza un mezzo pollice per ciascun piano al di sopra del pian-terreno; cosi' per tre piani la spessezza del muro al basso sarebbe di 15 pollici e mezzo. Questa proporzione e' quella che conviene per le costruzioni in mattoni ed in pietra di medio cre durezza.

Se si e' costretti ad impiegare pietre tenere ovvero tuffi, in uso in alcuni dipartimenti, si aggiungera' 1 pollice per piano, in luogo di mezzo pollice: cosi' per l'esempio precedente, si aggiungera' ai 14 pollici dati dalla regola, 3 pollici pei piani al di sopra del pian-terreno, il che portera' la sua spessezza a 17 pollici.

Per il muro AB, che divide lo spazio compreso fra i due muri di facciata che si trovera' di 35 piedi, si aggiungera' all'altezza, 10 piedi; e la trentesimasesta parte della somma, 45 piedi, che e' 15 pollici, sara' la spessezza da darsi a questo muro, se non e' elevato che un piano se sale piu' alto, si aggiungeranno, come ho detto poc' anzi, tanti mezzi pollici quanti piani sosterra' al di sopra del pianterreno. Operando del pari per gli spazi NO, PQ, RS delle piante, Figure 1 e 2 Tavola CLXXXII, si trovera' la loro spessezza.

Per citare un esempio faremo l'applicazione di questa regola ad una casa della via dell'Inferno presso il Lussemburgo, conosciuta sotto il nome di Palazzo di Vendôme (fig. 3 Tav. CLXXXII): questa casa, fabbri-

cata sul disegno di Le Blond, architetto di Pietro il Grande, si trova nel Corso di architettura di Daviller. Il fabbricato ha 46 piedi di spessezza in fronte alla parte meno sporgente dell'edificio e 47 nel mezzo, per 33 piedi di elevazione, dal pavimento fino sopra al cornicione: quindi per avere la spessezza dei muri di facciata FF si prendera' la meta' della somma dell'al

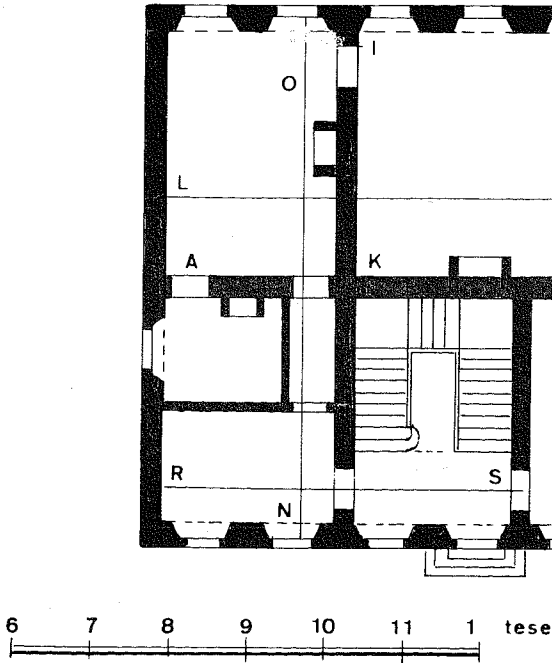


fig. 2 Tav. CLXXXII

tezza e della lunghezza che e' $\frac{47 + 33}{2} = 40$ piedi, la cui vigesimaquarta parte e' 20 pollici; ma siccome e' una costruzione solida, aggiungendovi 2 pollici, si troveranno 22 pollici in luogo di 2 piedi ch'essi hanno

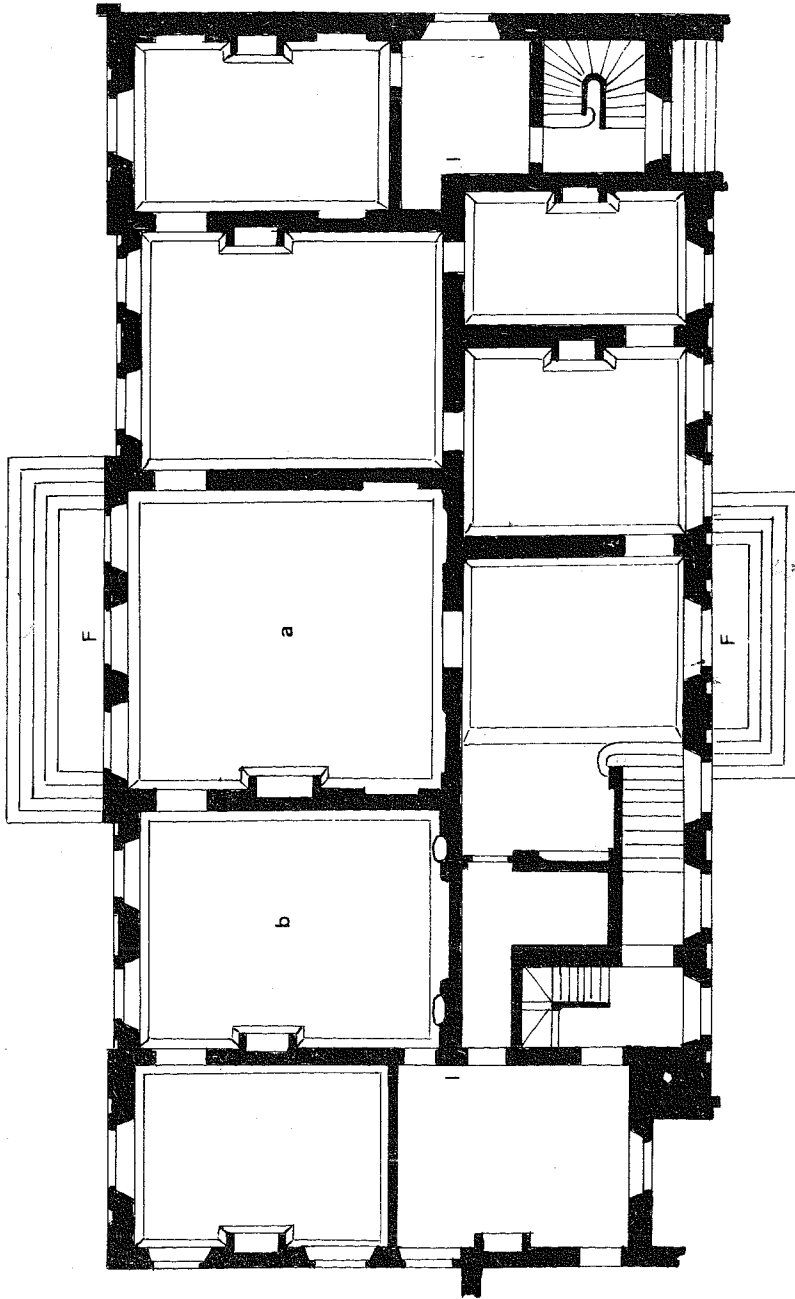


fig. 3 Tav. CLXXXII

in esecuzione.

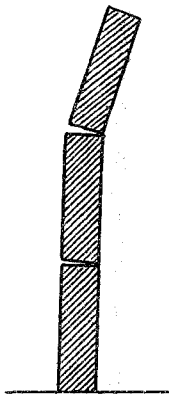
Per la spessezza del muro interno che attraversa il fabbricato secondo la sua lunghezza, lo spazio fra i due muri di fronte essendō di 42 piedi, e l'altezza di ciascun piano di 14 piedi, la spessezza di questo muro dovrebbe essere di $\frac{42 \times 14}{2}$, cioè di 18 pollici 8 linee, in luogo di 18 pollici che l'autore ha dato ad esso.

Colla stessa operazione, si trovera che la spessezza del muro R che separa il salone che ha 22 piedi di larghezza, dalla sala da pranzo, che ne ha 18, e 14 piedi di altezza, dovrebbe essere 18 pollici 6 linee, invece di 18 pollici, ma siccome i muri di facciata costrutti in pietra di taglio hanno 2 piedi di spessezza, la loro stabilita' essendo piu grande che non esige la regola, i muri interni si trovano trattenu- ti, e non hanno piu' bisogno di una si grande spessezza, come abbiamo gia' spiegato, parlando delle pic- ciole colonne che sostengono la volta della chiesa di Ognissanti di Angers, rappresentata dalla Tavola CLXXIX (non riportata).

Siccome, malgrado tutto cio' che abbiamo detto sul la stabilita', si potrebbe essere maravigliati dalle spessezze che abbiamo proposto e per i muri e punti di appoggio in pietra di taglio e per quelli in pie- trami, ovvero in mattoni, la cui forza non e' molto piu grande di quella della malta o del gesso che li unisce, noi facciamo osservare di nuovo che quando un mu- ro o punto di appoggio puo' essere mantenuto bene a piombo sopra la base, per l'effetto delle parti circo- stanti, esso puo' sostenere un peso proporzionato al- la estensione della sua superficie; e siccome le

pietre piu' tenere, che hanno minor consistenza della malta o del gesso possono ancora sostenere 500 libbre ogni pollice superficiale, il che da' 72 mila libbre per piede, mentre il risultamento di tutti i calcoli che noi abbiamo fatto sopra fabbricati di cinque a sei piani, non danno che 10 a 12 mila libbre, cosi' e' evidente che i muri in pietre tenere mantenuti ben a piombo, hanno, secondo le dimensioni indicate dalla regola, una forza piu' che sufficiente; ma che se sono

fuori di a piombo, per una base abbastanza larga onde procurar ad essi la stabilita' che loro conviene, tutto lo sforzo portandosi sopra uno degli spigoli della spessezza dei muri, come si vede dalla fig. A della Tavola CLXXVIII, questo spigolo deve schiacciarsi, qualunque sia la durezza della pietra, perche' lo sforzo, invece di portarsi sopra una faccia di 15 a 18 pollici di larghezza, agisce sopra una linea o una superficie che non ha quasi nessuna larghezza.



Omissis

fig. A Tav. CLXXVIII

(Tratto da G.A. BREYMANN - *Costruzioni in pietra e Strutture murali* -
Vol. 1° - Quinta edizione ed. Vallardi 1889 - pag. 309 e segg.).

APPENDICE 2

DELLO SPESSORE DEI MURI E DELLE VOLTE

* * *

2 - Muri e pilastri

Quando si deve parlare dello spessore di un muro, e' necessario prendere a base una certa qualita' di materiale ed un certo grado di precisione nel lavoro.

Quanto al primo punto riterremo, che il materiale consista di mattoni di bonta' media e di malta ordinaria di calce grassa e di sabbia, perche' i mattoni sono universalmente noti e sebbene se ne trovino di diversa bonta', pure questa ipotesi non induce facilmente negli errori, in cui si incorrerebbe prendendo a base la pietra naturale. Quanto al secondo punto dobbiamo tenere una via di mezzo, supponendo che il lavoro sia mediocre, ma che il collegamento e la disposizione del materiale pero' siano sempre regolari ed esatti.

Abbiamo gia' piu' sopra dichiarato, che non vogliamo addentrarci in speculazioni teoriche, perche' non

fruttano a niente! - Poi ammesso anche, che si potesse calcolare con precisione l'influenza esercitata dal materiale e dalla bontà del lavoro, dovremmo sempre conoscere anche la grandezza e la direzione delle forze che tendono a distruggere il muro, per poter trovare una formola per lo spessore del muro stesso. In certi casi queste forze si possono determinare con discreta precisione, ma molto più spesso non lo si possono nemmeno approssimativamente; infatti, per es., come si può determinare la forza e la direzione di un turbine violento, che agisca su un muro isolato?

Perciò impareremo a conoscere le regole desunte dall'esperienza, seguendo l'opera di Rondelet, che si appoggia a numerosissime esperienze e fornisce regole, che coincidono abbastanza bene colla pratica.

E per tenere un certo ordine considereremo i muri nelle singole condizioni, in cui ordinariamente si trovano in pratica.

4 - Muri isolati

Devesi anzitutto osservare, che nella maggior parte dei casi non si fa alcun conto della pressione esercitata dal peso proprio di un muro, perchè lo spes

sore, che si determina in base agli altri elementi lo si assume tanto grande, che lo sforzo reale resta sempre inferiore al carico ammissibile per centimetro quadrato.

Lo spessore da assegnarsi ad un muro dipende molto piu' dalla sua lunghezza ed altezza, che non dalla resistenza del materiale di cui consta.

Rondelet ha desunte le sue regole dai muri, che ancora si trovano in piedi nelle rovine della Villa Adriana, nella campagna Romana presso Tivoli, che da piu' di mille anni rimasero esposti all'influenza delle intemperie, e dal tempo sembrano essere stati ridotti all'altezza cui si possono conservare i muri isolati di pari spessore, quando non devono reggere o volte o coperti. Egli distingue tre sorta di stabilita': *grande* quando lo spessore del muro e' l'ottava parte dell'altezza; *media* quando e' la decima parte; e *piccola* quando e' la duodecima parte; ed a questa distinzione egli e' venuto in seguito a numerosissime osservazioni intorno allo spessore di muri appartenenti a fabbricati nelle condizioni piu' diverse.

E' facile capire, che un muro di data lunghezza ha piu' stabilita', quando forma un angolo che quando ha una direzione rettilinea continua, che ne ha ancora piu' quando presenta due flessi e che ne ha una ancora maggiore, quando forma un circuito chiuso; in modo che oltre l'altezza influisce definitivamente sullo spessore del muro (a direzione costante) anche la sua lunghezza.

Rondelet da' la seguente regola per i muri, che comprendono un perimetro chiuso: si tracciano, fig. 1, la lunghezza del muro ab e l'altezza bc in modo da comprendere un angolo retto fra loro e si tiri l'ipotenù

sa ac: si divida l'altezza bc in 8, 10 o 12 parti secondo che si vuole assegnare al muro una stabilita' grande, media o piccola; si porti una di queste parti da c in d su ac, e si tiri de parallela a bc; allora eb rappresenta lo spessore da assegnarsi al muro. Per esprimere analiticamente, questa dimensione si tiri df parallela ad ab,

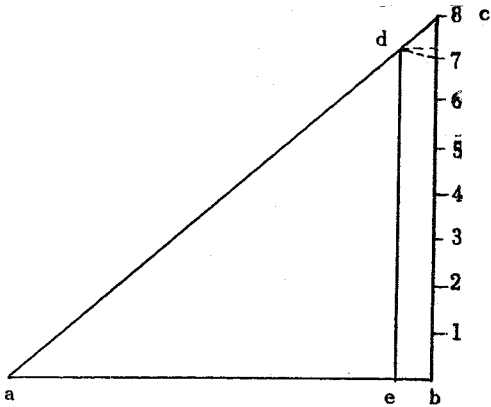


fig. 1

allora $df = bc$ ed il triangolo abc e' simile al triangolo d'fc, e quindi

di

$$ab : df = ac : dc$$

Ponendo $ab = l$, e $cb = h$, si ha

$$l : df = ac : dc$$

e ponendo anche per generalita' $cd = \frac{1}{n} b$, $df = x$, siccome $ac = \sqrt{ab^2 + bc^2}$,

$$l : x = \sqrt{ab^2 + bc^2} : \frac{1}{n} h$$

$$x = \frac{l \cdot h}{n \sqrt{l^2 + h^2}}$$

Quindi se per es. si ha $ab = l = 20^m$, $bc = h = 10^m$

ed $n = 8$, si trova

$$x = \frac{20 \cdot 10}{8 \sqrt{20^2 + 10^2}} = 1,18^m .$$

Se il muro fosse stato isolato si sarebbe ottenuto lo spessore di $\frac{h}{n} = \frac{10}{8} = 1,25^m$.

Ma siccome ammettiamo, che si tratti di un muro in mattoni, così invece di $1,18^m$ dobbiamo prendere 9 teste, e 10 teste invece di $1,25^m$.

Secondo poi quanto abbiamo già indicato nel par. 1 di questo stesso capitolo, se il muro va costruito con pietre di natura sedimentaria bisogna prendere i $\frac{5}{4}$ dello spessore precedentemente calcolato, se con pietrame informe bisogna prenderne i $\frac{15}{8}$, e se con pietra di taglio bastano i $\frac{3}{4}$.

Siccome per le regole su accennate lo spessore del muro cresce con la sua lunghezza, così ne deriva, che per un muro il quale comprendesse una curva chiusa, per es., un circolo, potendosi questo paragonare ad un poligono di lati infinitamente piccoli, lo spessore del muro stesso risulterebbe nullo; allora Rondelet per questo caso dà la regola seguente. Si supponga inscritto nel circolo dato un dedecagono regolare, e ritenendo che il lato di questo sia il cateto di un triangolo rettangolo, che abbia per l'altro cateto l'altezza del muro, si proceda nel modo superiormente indicato; ossia siccome il lato del dodecagono regolare non è di molto maggiore della metà del raggio del circolo circoscritto, si prenda la metà di questo raggio come lunghezza del muro.

Sia, per es., un circolo del diametro di 13^m da

chiudersi con un muro alto 5^m, e si cerchi lo spessore da assegnarsi a questo.

Secondo la regola data, si ha $l = \frac{16}{4} = 4^m$, $h = 5^m$, e prendendo ancora il coefficiente $n = 8$, troviamo

$$x = \frac{4 \cdot 5}{8 \cdot \sqrt{4^2 + 5^2}} = 0,39^m,$$

per cui bisognerebbe prendere lo spessore di 3 teste.

Evidentemente in questo modo col calcolo si può riuscire ad uno spessore minore di quello, indicato nel par. 1 di questo stesso capitolo quale *minimo* per le diverse qualità di materiali; ma naturalmente non si deve mai scendere sotto questo *minimo*.

Questi muri isolati e non portanti alcun carico per solito devono però soddisfare anche alla condizione di opporre resistenza ad un eventuale assalto, ed allora sotto questo riguardo dovrebbero ritenere come minimo di spessore di 3 teste; perché se dal muro si leva allora anche un mattone in chiave, non vi si fa un buco, rimanendo dall'altra parte ancora un file di mattoni in grossezza, cioè che non potrebbe più verificarsi quando il muro fosse grosso solo 2 teste.

4 - Muri di perimetro, o d'ambito, detti anche muri maestri esterni, che portano un coperto od un tetto, ma non volte.

a) Quando portano una sola impalcatura, ossia quando l'edificio è ad un sol piano.

Rondelet suppone, che si tratti di coperti, che

non solo non causino alcuna spinta ai muri dell'edificio, ma che servano mediante le loro travi a collegare i muri stessi, che inoltre l'edificio non abbia mu-

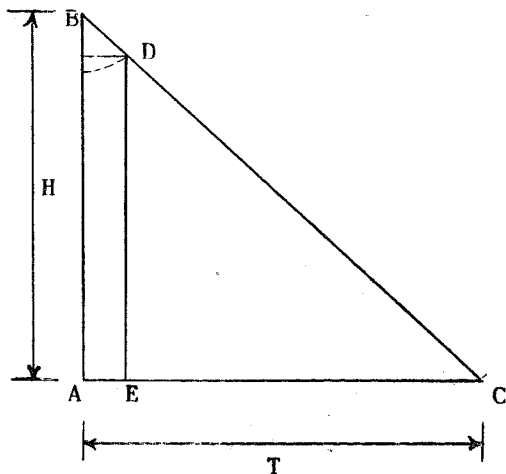


fig. 2

ri stessi; che inoltre l'edificio non abbia muri di tramezza e formi un locale solo, come per es. le cavallerizze, le palestre di ginnastica ecc. e che i muri di fronte siano assolutamente isolati a tutta altezza e lunghezza. Si tiri, figura 2, l'altezza AB presa dal pavimento fin sotto l'impalcatura ad angolo retto colla profondità netta dell'edifi-

cio AC, si tracci l'ipotenusa BC e se ne prenda il segmento $BB' = \frac{1}{12} AB$; allora conducendo da D la DE parallela ad AB si ottiene in AE lo spessore dei muri. Indicando quindi AB con H ed AC con T, o procedendo nel modo visto piu' sopra, si ottiene per lo spessore la espressione analitica:

$$\dot{x} = \frac{HT}{12 \sqrt{H^2 + T^2}}$$

Ma, se ai muri che portano il tetto od il coperto, per una certa altezza si appoggiano altri edifici o tetti di fabbricati vicini, come per es. nel caso delle basiliche ad impalcature, allora fig. 1, tav. 99, li

sogna aggiungere tutta l'altezza dei muri a quella e-
steriore CB, prenderne la 24^a parte, e portare que-
sta sull'ipotenusa BD da B in E; indicando l'altezza
intera con H, e ponendo CB = h ed AD = T, si ottie-
ne per lo spessore del muro:

$$x = \frac{(H^{\circ} + h) T}{24 \sqrt{H^2 + T^2}}$$

Rondelet dimostra l'attendibilita' della sua re-
gola con parecchi edifici, che si trovano in condi-
zioni analoghe e particolarmente con basiliche ita-
liane; e siccome questa regola da' risultati buoni
anche in quei casi pratici, nei quali non si puo' te-
nere conto delle forze esterne, ma solo si puo' cono-
scere il rapporto diretto fra l'altezza e l'a profon-
dita' dell'edificio, cosi' si puo' tenere lo spesso-
re fornito dalla regola stessa almeno come limite mi-
nimo, sotto il quale non devesi mai scendere, anche
nei casi speciali, che si scostano dagli ordinari.

b) Quando gli edifici sono a piu' piani, divisi fra loro da impalcature.

Qui ci troviamo dinanzi ai muri delle ordinarie
case d'abitazione, di cui non difettano ne' esempi,
ne norme pratiche, per modo che ben raramente si
rimarra dubbiosi sullo spessore da assegnarsi a ta-
li muri.

Sullo spessore di questi muri, e particolarmente
su quelli esterni o di fronte, influiscono diverse
circostanze speciali, che frequentemente bastano da
sole gia' a determinare lo spessore stesso. Fra que-
ste circostanze si annoverano, per es. il bisogno di

applicare un cornicione massiccio, le cui dimensioni, nominatamente lo sporto, vincolano lo spessore del muro; poi la necessita' di riparare l'edificio dalle intemperie, cio' che rende necessario un certo spessore nei muri, spessore che staticamente puo' sembrare soverchio.

In alcuni paesi i regolamenti edilizi risparmiano al costruttore la fatica di cercare lo spessore per i muri dell'edifizio che ha da erigere, determinandone essi il minimo. Ordinariamente poi e' prescritto lo spessore minimo dei muri nel piano superiore, in modo che, non dovendosi mai fare quelli nei piani inferiori di grossezza minore, ma al contrario anche per i riguardi statici maggiore, la determinazione del loro spessore riesce facile.

Una regola, che si puo' applicare generalmente alle case d'abitazione ordinarie, e' la seguente: Quando l'edificio e' costituito di un sol piano e questo e' alto $3,3 - 3,6^m$, e quando inoltre le stanze sono profonde non piu' di 6^m , e la lunghezza dei muri frontali non supera $9-10^m$, questi si costruiscono collo spessore di 3 teste; ma quando l'altezza delle stanze rimane al disotto di $3,3^m$, ammesso che il materiale sia buono e che il lavoro sia eseguito con diligenza, e' sufficiente uno spessore di 2 teste. Quando l'edificio e' a piu' piani le dimensioni suaccennate naturalmente valgono per il piano superiore, e solitamente si aumenta di 1 testa lo spessore dei muri per ogni piano inferiore. Pero' se i singoli piani non sono piu' alti di $3,5 - 4^m$ e se non si intende di appoggiare l'impalcatura dei solai sulle riseghe, si puo' serbare costante lo spessore per due piani consecutivi, aumentandolo solo di due in due piani.

Rondelet dà le seguenti regole per determinare lo spessore dei muri di fronte:

Se l'edificio consta di un corpo semplice, ossia di un sol ordine di stanze; e quindi non ha muri di tramezza longitudinali, si aggiunga alla profondità netta dell'edificio, la metà della sua altezza dal suolo fin sotto il tetto, e di questa somma si pigli la 24^{esima} parte come spessore dei muri.

Chiamando t la profondità h , l'altezza ed x lo spessore dei muri, si ha

$$x = \frac{t + \frac{h}{2}}{24} = \frac{2t + h}{48} \quad (1)$$

Quando l'edificio ha due ordini di stanze nel senso delle profondità, ossia consta, come si dice, di un corpo doppio, allora si prende per spessore dei muri la 24^{esima} parte della semi somma della profondità e dell'altezza; ossia attenendoci ancora alle superiori notazioni.

$$x = \frac{\frac{h + t}{2}}{24} = \frac{h + t}{48} \quad (2)$$

Dal testo di Rondelet non risulta se questo spessore vada mantenuto per tutti i piani dell'edificio o serva solo per il piano superiore; ma naturalmente in quest'ultimo caso bisognerebbe tener conto solo dell'altezza dell'ultimo piano.

Confrontando la formola di Rondelet, intesa in quest'ultimo senso, colla regola usuale accennata più sopra, se si pone $l = 6^m$ ed $h = 3,6^m$, colla formola (1),

si ottiene

$$x = \frac{2,6 + 3,3}{48} = 0,32^m;$$

e trattandosi di mattoni si ritiene invece lo spessore di 3 teste, perche' non e' bene scegliere un numero di teste minore, cui corrisponderebbe uno spessore inferiore di quello trovato.

Per muri esterni o maestri fin qui abbiamo sempre inteso quelli frontali, cioe' quelli che portano le travi, non essendo in generale adoperati a tale uso i muri di frontispizio. Quindi questi muri nel caso ordinario si possono costruire piu' sottili; tenendo almeno costante in piu' piani per questi muri di frontispizio lo spessore trovato per i muri maestri nel piano superiore.

E cio' sempre che l'edificio non sia piu' largo, che lungo, e quando inoltre i frontoni siano collegati da uno o piu' muri di tramezza intermedi o longitudinali. Perche' se al contrario l'edificio e' molto largo, e comprende un solo locale (come nelle cavallerizze e nelle palestre ecc), i muri di frontispizio quando non siano rinforzati da altre parti dell'edificio, come da scaloni che vi si appoggino, ecc. sovente si fanno piu' grossi dei muri maestri, non essendo essi legati dall'armatura del tetto, trovandosi di solito esposti ai venti, e frequentemente dovendo anche portare un frontispizio alto e pesante. In questi casi bisognerebbe considerarli come muri isolati, non soggetti a carico, o determinarne lo spessore colle regole gia' date per questi muri.

Per trovare lo spessore da assegnarsi ai muri del

le torri, si può ripartirne l'altezza complessiva in tanti piani dell'altezza di 4,5^m, attribuendo al piano superiore di 2 teste, ed aumentando successivamente di 1 testa lo spessore dei muri nei piani inferiori. Le dimensioni così determinate dovrebbero bastare, perché i muri delle torri non sogliono mai essere molto lunghi, inoltre formano un contorno chiuso e sono rinforzati internamente dalle successive impalcature.

Redtenbacher nella quinta edizione del suo libro "Resultate für den Maschinenbau" edito dal dott. F. Graßhof, dà le seguenti formole per determinare la grossezza dei muri nelle case d'abitazione e negli opifici.

Chiamando t la profondità dell'edificio, cioè la sua dimensione in senso normale al colmo del tetto

h_1, h_2, h_3 , le altezze dei piani a partire dallo alto

e_1, e_2, e_3 , lo spessore dei muri nei piani corrispondenti.

Pone:

$$e_1 = \frac{t}{40} + \frac{h_1}{25},$$

$$e_2 = \frac{t}{40} + \frac{h_1 + h_2}{25},$$

$$e_3 = \frac{t}{40} + \frac{h_1 + h_2 + h_3}{25},$$

Non fa cenno della qualità del materiale, ma e

probabile che abbia sottinteso che sia il mattone, giacché mediante queste formole si può abbastanza ben convertire lo spessore in numero di teste.

4 - Muri interni

Fra i muri interni bisogna distinguere bene quelli che sono destinati a portare travi, che si dicono anche muri maestri interni, da quelli che servono semplicemente a separare i locali fra loro, che si dicono anche muri di tramezzo, perché i primi sovente devono reggere un peso grande, anche maggiore dei muri maestri, e sono soggetti alle scosse delle travi elastiche; mentre gli ultimi non devono portare che se stessi, e non sono soggetti ad alcuna forza che cerchi di smuoverli! Molto frequentemente non si fa il debito conto di questa distinzione, ed i cedimenti tanto frequenti e gravi delle travature nelle case d'abitazione sono da ascriversi a questa trascuranza.

Quando il muro interno di un edificio sorregge un trave nel suo mezzo, allora ne porta egli solo lo stesso peso dei muri d'ambito presi insieme; e se il trave è troppo sottile per il carico che deve portare e quindi si incurva, ne deriva nel muro interno una scossa dannosissima, perché può risentire a diverse altezze pressioni laterali opposte; come si vede, per es., nella fig 3, dove è rappresentato con frecce il movimento, che tende a prendere il muro interno. Ciò quindi giustifica certamente la determinazione di assegnare ai muri interni lo stesso spessore dei muri maestri d'ambito; e di assegnarne anzi loro uno maggiore, quando l'edificio è molto profondo ed ha travi de

boli con un solo muro interno longitudinale.

Quando poi si hanno due muri interni longitudina-

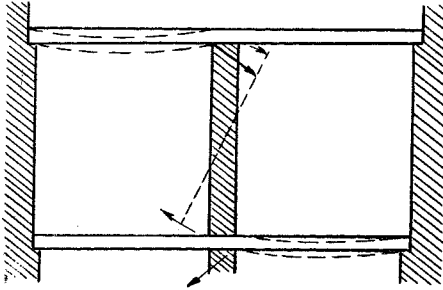


fig. 3

li, che comprendono un corridoio, le spinte rappresentate nella fig. 3 non possono essere sensibilmente dannose, perché la porzione di trave compresa fra i due muri si può considerare come rigida. In questo caso si potrebbe assegnare ai muri interni per tutta la loro altezza lo stesso spessore che si dà ai muri ma-

stri d'ambito nel piano superiore.

Quando i muri interni longitudinali sono due, si potrebbero prendere più sottili i muri d'ambito, perché evidentemente le travi essendo più rigide, essi sono esposti ad uno sforzo minore. Però deve essere osservato che i muri d'ambito sono indeboliti dalle molte aperture di finestra, e che inoltre sono anche soggetti all'azione del vento, e che abbisognano poi anche sempre di un certo spessore, per impedire che penetrino facilmente nell'interno il freddo ed il caldo dell'atmosfera esterna.

I muri interni trasversali di un edificio non devono portare che se stessi, e poi sono assicurati nella loro sede verticale dalle impalcature e dai pavimenti, per modo che si possono fare sottili, quanto lo permette la natura del materiale. Ma però un muro trasversale così fatto, dove cessa, deve portare un cosiddetto corrente da tavolato, che si appoggia sul muro stesso per il lungo, quindi questo muro deve ave-

re lo spessore di due teste, che si può mantenere per più piani senza pericolo; e solo, quando questi sono molto alti e le stanze sono molto larghe, per cui i muri in parola diventano considerevolmente lunghi, tali muri nei piani inferiori abbisognano dello spessore di 3 teste.

Qui si considera solo lo spessore necessario alla stabilità dei muri, ma non occorre alcuna spiegazione per dimostrare che in casi speciali possono anche occorrere spessori maggiori; per es., quando si vogliono praticare nicchie ed armadi, e quando si vogliono disporre canne da camino in un muro di tramezzo, in modo che trovino posto nella grossezza del muro stesso.

Meritano speciale menzione i muri di contorno di una scala. Quando questa, come nel caso più frequente, si stende a più piani, allora i muri della scala si trovano quasi nelle stesse condizioni dei muri di ambito principali, perchè dalla parte della scala dovendosi troncare le impalcature, essi sono liberi a tutta altezza. E, sebbene la scala non sia molto grande, e conseguentemente i suoi muri di contorno non siano molto lunghi, pure per l'uso della scala, specialmente se è in legno, si trasmettono delle scosse non insignificanti ai muri stessi, per cui, quando la scala occupa tutta l'altezza della casa, ai suoi muri bisogna assegnare lo stesso spessore che ai muri interni longitudinali o maestri. Quando le scale sono a volta, abbiamo già visto che ordinariamente si richiede per i muri lo spessore di 4 teste. Uno dei muri di perimetro della scala frequentemente è anche muro d'ambito dell'edificio, e siccome allora non vi si possono fare le riseghe dalla parte della scala, si deve assegnare al muro in parola lo spessore medio degli al-

tri muri maestri d'ambito.

Rondelet fa dipendere lo spessore dei muri interni dalla profondita' dello spazio da dividersi, e dall'altezza del piano, dando la regola di sommare queste due dimensioni e di prendere per spessore del muro $\frac{36}{100}$ parte di questa somma. Se quindi, per es., la profondita' o larghezza dell'edificio e' di 12^m e l'altezza del piano e' di $3,6^m$ e l'altezza del piano e' di $3,6^m$, lo spessore del muro, giusta questa regola, risulta

$$x = \frac{12 + 3,6}{36} = 0,483$$

Lo spessore della muratura nelle pareti intelaiate e nei tavolati dipende dallo spessore dei pezzi di legname, che ne formano la parte principale o portante, non essendo il muro per se' che riempimento. Siccome pero' lo spessore di queste travi di legno, come vedremo, e' molto piccolo, cosi' e' ancora la natura del materiale ond'e' costituito il muro, che influisce decisamente a determinare lo spessore; ed abbiamo gia' visto, nel 1° paragrafo di questo capitolo, che un muro durevole di mattoni non puo' avere lo spessore minore di 1^te sta, ed un muro di pietrame irregolare non puo' scendere sotto quello di $18-20^c m$.

A Torino i diversi piani delle fabbriche civili, eccettuato l'ultimo, superiore, sono generalmente coperti da volte, e nelle fabbriche da costruire con buoni materiali le grossezze dei muri di perimetro e di tramezza si possono ritenere espresse dalle seguenti formole, cioe' chiamando i primi con p ed i secondi con t si ha

$$p = 0^m,43 + 0^m,42 n$$

$$t = 0^m,43 + 0^m,03 n$$

essendo n il numero dei piani superiori a quello che si considera. La grossezza data dall'ultima formola per muri trasversali permette, che nell'ultimo piano vi esistano canne da camino della larghezza di circa $0^m,23$ circondate da un lato da tavolato di quarto e dall'altro da un muro di una testa.

Se si crede sufficiente da far contenere le canne da camino sull'ultimo piano da muri semplici formati da tavolati di quarto (come si pratica il piu' delle volte), si possono anche determinare le grossezze p e t mediante le formole

$$p = 0^m,39 + 0^m,12 n$$

$$t = 0^m,39 + 0^m,03 n$$

Nelle fabbriche *doppie* si assegnera' ai muri la medesima grossezza di quelli di ambito. Per le fabbriche *triple* ai muri d'ambito si danno le medesime grossezze di quelle che convengono alle fabbriche doppie: ed ai muri di mezzo, quando la loro distanza non superi 5^m si assegnano le grossezze eguali a quelle dei muri trasversali; se la distanza dei muri di mezzo e' maggiore di 5^m in allora si assegna la stessa grossezza dei muri di perimetro.

Tratto dagli ATTI CONGRESSO A. N. D. I. L. , Giugno 1968

APPENDICE 3

SUL CALCOLO DI STRUTTURE CON ASTE DI MATERIALE NON RESISTENTE A TRAZIONE

* * *

1. Premesse.

1.1) La realizzazione in Svizzera di edifici multipiani in mattoni, gli studi piuttosto recenti che trattano un procedimento iterativo di congruenza per la risoluzione del calcolo con telai con ritti non resistenti a trazione [1], sono la testimonianza di impegnative costruzioni in muratura e della ricerca di un possibile schema di calcolo valido per tali costruzioni.

Invero l'esame di un crollo di un fabbricato in muratura e solai in c.a. [2] comportò una consultazione bibliografica che si concluse constatando che non vi era un metodo di calcolo rigoroso e di pratico uso per la risoluzione di telai aventi i ritti che possono parzializzarsi. Emerse cioè che per il dimensionamento di una costruzione in muratura, nella pratica corrente, erano disponibili solo i dati del Rondelet ricavati alla fine del '700 da un esame statico relativo ai fabbricati del tempo ovviamente privi del contributo dei cordoli e dei solai in c.a. (*) e che la consuetu

(*) In particolare v. legge 25 nov. 1962, n.1684: Provvedimenti per l'edilizia: art.10. Requisiti delle costruzioni non intelaiate.

dine vigente per la verifica statica, con la esclusione delle condizioni di congruenza, era in contrasto con l'effettivo comportamento fisico. Cio' fu ribadito in [3] che si pronuncia a favore di un normale calcolo di telaio valido in tutte le zone prive di parzializzazioni.

1.2) Per la risoluzione del calcolo di un telaio con ritte non resistenti a trazione che rispettino le condizioni di equilibrio e di congruenza^(*) (possibile schema di un edificio in muratura con cordoli in cemento armato ad ogni piano a cui siano rigidamente collegati i solai), puo' sembrare adatto un qualsiasi metodo iterativo di rilassamento che, dopo una prima fase eseguita considerando i ritte integri (ovvero totalmente reagenti), in ogni fase successiva operi su una struttura variata per le parzializzazioni corrispondenti al regime flessionale determinato nella fase precedente.

Invece, per questa via logicamente accettabile, si perviene a classi di valori delle incognite iperstatiche che non convergono.

In particolare per i ritte dei piani superiori, spesso si verifica l'assurdo statico che le eccentricita'

(*) Nei nodi dove gli estremi dei ritte si parzializzano perche' lo sforzo normale cade all'esterno della area di nocciolo, la condizione di congruenza, si interpreta nel senso ristretto: che all'estremita' di tali aste si realizzi l'uguaglianza delle rotazioni tra la superstite parte reagente della sezione e quella del nodo e che non avvengano sovrapposizioni, ma solo distacchi tra la parte inerte per l'avvenuta parzializzazione e quelle adiacenti.

cita' dello sforzo normale valicano i limiti della sezione.

Un procedimento valido e' quindi quello di assegnare arbitrariamente valori accettabili delle eccentricita' da verificare poi perche' le condizioni di equilibrio e di congruenza siano soddisfatte.

Ad uso di tale verifica l'applicazione di un normale metodo di rilassamento sposta pero' la difficolta' sul piano applicativo perche' per le eccentricita' di valore maggiore del raggio vettore di nocciolo varia, per le conseguenti parzializzazioni, la configurazione geometrica della parte reagente del ritto, rendendo oltremodo laboriosa la determinazione della rigidezza e dei coefficienti di trasporto da inserire nel calcolo.

1.3) Pertanto in questa nota si espone un metodo di verifica degli assegnati valori dei momenti agenti alle estremita' delle aste di un telaio mediante la introduzione di particolari coefficienti di rigidezza che permettono di non effettuare il trasporto del momento ripartito.

Infatti, scelti arbitrariamente i detti valori dei momenti agenti alle estremita' delle aste, e' noto il corrispondente valore della rotazione delle loro sezioni di estremita' anche per un'eventuale loro parzializzazione. Così che la condizione di equilibrio e di congruenza in un qualsiasi nodo si puo' esprimere equilibrando (in una sola volta) la somma dei momenti esterni applicati (telaio a nodi bloccati) mediante coefficienti di ripartizione ricavati da rigi-

dezze equivalenti rispettivamente al valore del previsto momento applicato all'estremità dell'asta che corre nel nodo in esame diviso per il valore della rotazione della sezione di detta estremità'.

A questo punto e' da notare che nella prassi abituale dei metodi di rilassamento la rigidezza di un'asta a sezione costante si ricava dal valore del reciproco del peso elastico moltiplicando per un opportuno coefficiente dipendente dalle condizioni di vincolo mentre nel calcolo di verifica che si propone il detto coefficiente dipende dalle caratteristiche della sollecitazione che insistono alle estremità' della asta e dalle sue eventuali parzializzazioni: donde, si ripete, per aver definita la rigidezza come valore del rapporto tra il momento applicato alla sezione di estremità' dell'asta e la rotazione di tale sezione in un assegnato schema strutturale e di carico per una stessa asta a sezione costante si hanno di solito due valori differenti di questa rigidezza, uno per ogni estremità'.

Invero il concetto di rigidezza e' formalmente sdoppiato rendendo così' possibili separate operazioni di equilibramento ai due estremi del ritto in modo da ridurre la risoluzione del telaio ad un'unica operazione di ripartizione dei momenti esterni applicati da eseguirsi nodo per nodo: si elimina il trasporto dei momenti ed il procedimento non e' piu' iterativo nel senso abituale della parola.

Così' accade che per essere il complesso dei risultati esatto solo se i momenti risultanti in ogni estremo delle aste del telaio coincidono con quelli inizialmente assegnati, si innesca un processo iterativo nel senso che vi saranno un certo numero di tentativi per

arrivare alla soluzione equilibrata e congruente (*) [3].

Pertanto, fissata una rete di valori delle eccentricità che esaurisca le possibili condizioni di carico e le eventuali parzializzazioni di un ritto, nel seguito si valutano i coefficienti che, moltiplicati per il valore reciproco del peso elastico, forniscono i valori della rigidezza teste' definita.

2) *Impostazione generale del problema.*

2.1) Si pone l'ipotesi che il pilastro, resistente a sola compressione, sia omogeneo ed isotropo, a forma di prisma retto con l'altezza preponderante rispetto alle altre due dimensioni, sollecitato soltanto agli estremi da forze uguali ed opposte di notevole valore rispetto al peso del ritto, contenute nel piano mediano passante per gli assi d'inerzia delle sezioni di base e che nella deformazione conservi dette sezioni trasversali piane.

Ovviamente le rotazioni delle sezioni estreme del ritto parzializzato (vedi figg. 2 e 5) sono condizionate dal valore e dal segno delle caratteristiche della sollecitazione M ed N dal loro rapporto che determina l'esclusione di una zona del ritto, se $\frac{M}{N} > \frac{1}{6}$ c. Ovvero, ognuna delle due forze applicate agli estremi può essere interna all'area di nocciolo od esterna ad essa e la loro retta d'azione può incontrarsi con l'asse di simmetria verticale del ritto (fig. 2) e non (fi

(*) A tale citazione bibliografica si associa un sentito ringraziamento al prof. Pagano per aver proposto il tema ed adottato su scala strutturale i risultati di questo studio.

gura 5), così che la parte reagente del pilastro si modifica (*).

Pertanto le deformabilità per i pilastri che risultano parzializzati ($e > \frac{1}{6} c$) devono essere corrette in funzione delle aliquote di parzializzazione.

Esprimendo poi la rotazione della sezione di estremità del pilastro in funzione del solo momento che a detta estremità è applicato si scrive:

$$\varphi_s = \frac{M_s h}{\psi_s EI}; \quad \varphi_i = \frac{M_i h}{\psi_i EI} \quad (1)$$

ove M_s e M_i sono rispettivamente i momenti applicati sulla base superiore ed inferiore del ritto, $\frac{h}{EI}$ il suo peso elastico per essere h l'altezza, E il modulo di elasticità longitudinale, I il momento d'inerzia della sezione trasversale considerata interamente reagente.

Perché le (1) siano valide per qualsiasi valore delle eccentricità (**), le ψ devono tener conto del momento applicato all'altro estremo e delle eventuali parzializzazioni.

(*) In figura le forze applicate agli estremi sono dirette ed opposte infatti si è escluso il peso del ritto. Invero i successivi incrementi che subisce la forza applicata sull'estremo superiore dovuti alle forze elementari verticali che si ottengono pensando di sezionare il ritto con piani orizzontali vicinissimi, modifica il modulo e la direzione della suddetta dando luogo alla curva delle pressioni che termina tangente alla forza applicata sulla base inferiore.

(**) Le formule (1) non hanno significato sulla base ove lo sforzo normale insiste con eccentricità nulla: infatti si ricava $\varphi = 0$ per $\eta = 0$, il che è arbitrario. Ma si può superare tale ostacolo considerando invece del momento nullo un momento diverso da zero di piccolissima entità.

Assunti i momenti positivi se orari e considerando le eccentricità rapportate all'altezza c della sezione del pilastro, si pone per le sezioni di estremità:

$$k_s = \frac{e_s}{c} \quad ; \quad k_i = \frac{e_i}{c} \quad (2)$$

così che si calcolano per le ψ definite nelle (1) i valori relativi all'intervallo:

$$\begin{aligned} 0,01 \leq k_s \leq + 0,49 \\ - 0,49 \leq k_i \leq + 0,49 \end{aligned} \quad (3)$$

essendo esclusi i valori negativi di k_s in quanto irrispettivi valori delle ψ si possono ricavare da quelli positivi con ovvie considerazioni.

In seguito k_s e k_i saranno denominate rispettivamente eccentricità relativa superiore ed eccentricità relativa inferiore.

La tabella^(*) illustrata in fig. I mostra qualitativamente la correlazione esistente tra il valore delle eccentricità relative k_s e k_i e la rispettiva parzializzazione (ove questa avviene) del pilastro; le zone inerti conseguenti alla parzializzazione sono compilate in figura.

Inoltre in ogni riquadro della figura appare anche la denominazione che si è assunta nella seguente fase di calcolo (ad es. i valori delle ψ_s e ψ_i per

(*) La tabella ricavata per le ψ_s è valida anche per le ψ_i e' sufficiente scambiare la base superiore con quella inferiore. Tuttavia per facilitarne l'utilizzazione si sono tabellati separatamente i valori di ψ_s e ψ_i

$0 \leq k_s \leq \frac{1}{3}$ e $0 \leq k_i \leq \frac{1}{3}$ risultano ψ^{VI}).

Nel campo dei valori definito dalle disequaglianze (3) le funzioni ψ saranno nel seguito ricavate per i casi illustrati in figura ed i corrispondenti valori numerici sono tabellati in calce a codesta nota.

3) Calcolo delle funzioni ψ .

3.1) Tra le varie funzioni ψ indicate in fig. I conviene iniziare il calcolo dei loro valori dalle ψ^{VI} e dalle ψ^{VII} che si ricavano immediatamente utilizzando formule ben note dalla teoria delle travi inflesse per travi a sezione costante. (Infatti e' assente il fenomeno della parzializzazione per essere sempre: $k_s \leq \frac{1}{3}$, $k_i \leq \frac{1}{3}$).

In queste condizioni la rotazione della base superiore, per la definizione delle ψ date in (1), si scrive:

$$\varphi_s = \frac{2M_s - M_i}{3 EI} h = \frac{M_s}{\psi^{VI}} \cdot \frac{h}{EI}$$

e sostituendo le (2) per essere $M = Ne$ si ottiene:

$$\varphi_s = \frac{2NcK_s - NcK_i}{3} \cdot \frac{h}{EI} = \frac{NcK_s}{\psi_s^{VI}} \cdot \frac{h}{EI}$$

Pertanto dal secondo e terzo membro dell'ultima u

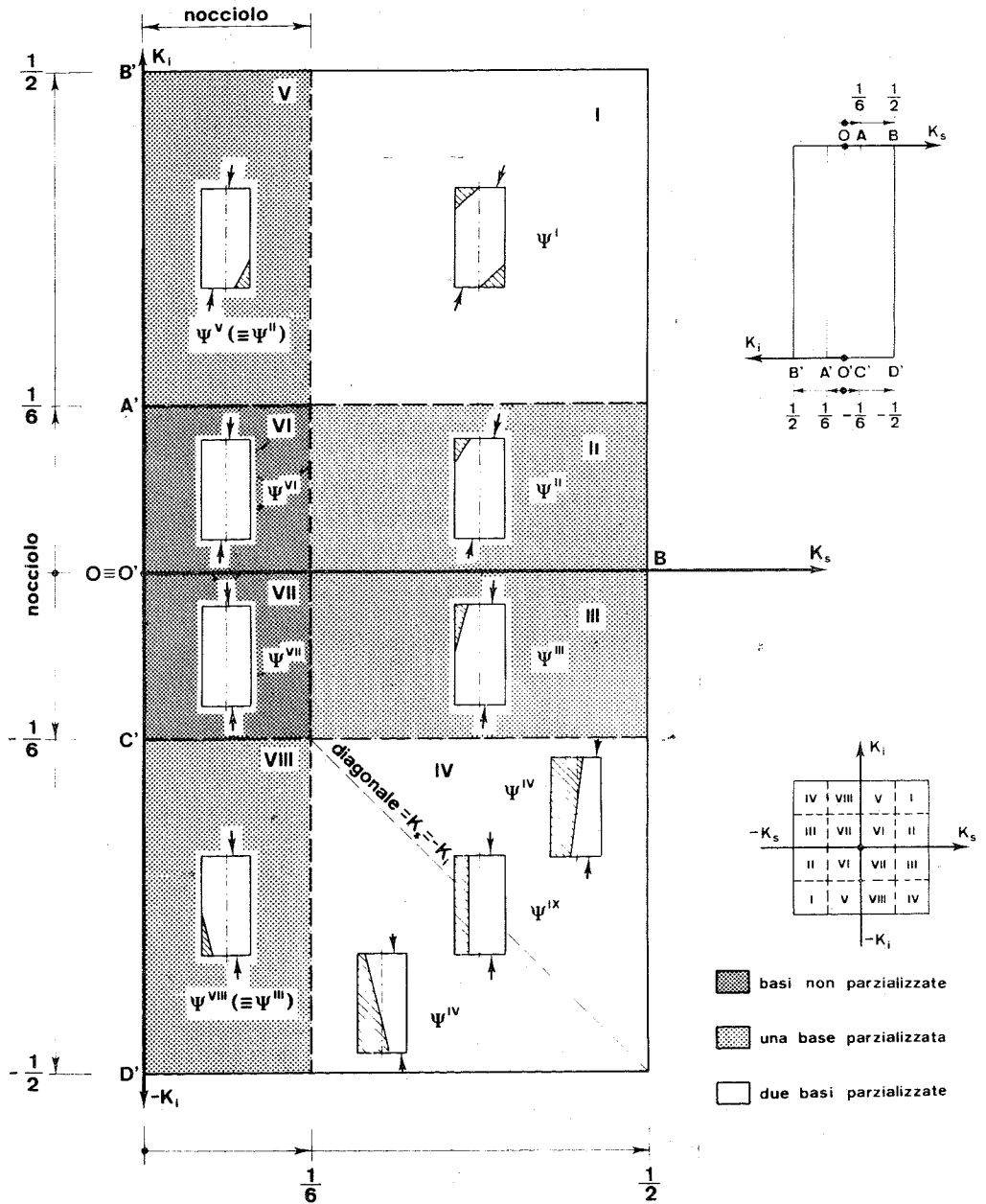


fig. 1 - Rappresentazione qualitativa (per $k > \left| \frac{1}{6} \right|$) delle possibili parzializzazioni di un pilastro resistente a sola compressione. A tale figura corrispondono le tabelle dei valori delle funzioni ψ .

guaglianza si ricava:

$$\psi_s^{VI} = \frac{3 K_s}{2K_s - K_i} \quad (4)$$

Così analogamente da:

$$\varphi_i = \frac{2 K_i - K_s}{3} \cdot \frac{h}{EI} = \frac{3K_i}{\psi_i^{VI}} \cdot \frac{h}{EI}$$

si ricava:

$$\psi_i^{VI} = \frac{6 K_i}{2K_i - K_s} \quad (5)$$

Le ψ^{VII} per essere k_i negativa sono:

$$\psi_i^{VII} = \frac{3K_{s_i}}{2 K_s + K_i} \quad (6)$$

$$\psi^{VII} = \frac{3K_i}{2 K_i + K_s}$$

Per le $\psi^I, \psi^{II}, \psi^{III}, \psi^{IV}, \psi^V, \psi^{VIII}, \psi^{IX}$ invece occorre introdurre il contributo alla deformabilità per la parzializzazione del pilastro.

3.2) Con riferimento alla fig.1 ed alla fig.2 si calcolano le ψ^I .

Invero si determina la rotazione della base inferiore del ritto di fig.2 nell'ipotesi che sia

$$\frac{1}{6} c \leq e_s \leq \frac{1}{2} c \quad \text{sulla base superiore}$$

$\frac{1}{6} c \leq e_i \leq \frac{1}{2} c$ sulla base inferiore

e

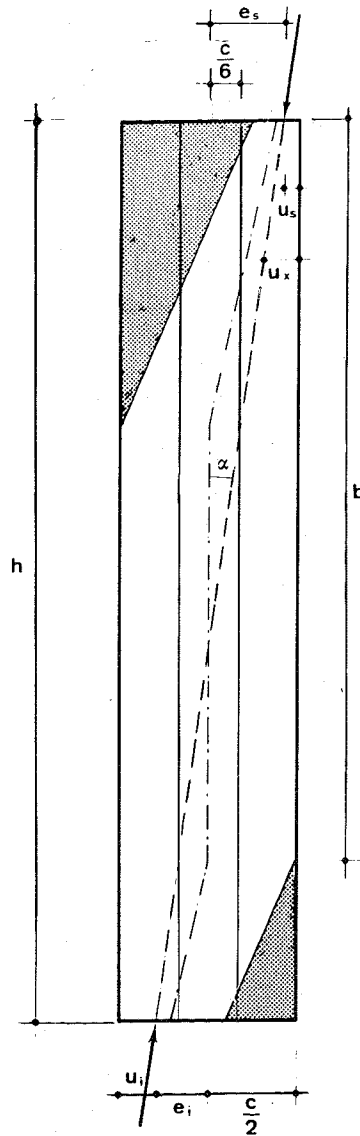


Fig.2 - Parzializzazioni di un ritto resistente a sola compressione e sollecitato alle estremita' da uno sforzo normale con eccentricita' $> 1/6 c$. La linea a tratto e punto indica il nuovo asse geometrico.

Per le ipotesi poste al par.2 si ha:

$$\varphi_i = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{\mathcal{M}(x) \cdot x}{EI(x)} dx = \frac{1}{hE} \int_0^{h_s} \frac{\mathcal{M}(x) \cdot x}{I(x)} dx + \frac{1}{EIh} \int_{h_s}^{h-h_i} \mathcal{M}(x) \cdot x \cdot dx + \frac{1}{hE} \int_{h-h_i}^h \frac{\mathcal{M}(x) \cdot x \cdot dx}{I(x)} \quad (7)$$

Introducendo le posizioni (fig.2):

$$u_x = u_s + x \operatorname{tg} \alpha \quad (8)$$

$$\mathcal{M}(x) = Nu_x \quad (9)$$

$$I(x) = \frac{27}{12} u_x^3 \quad (10)$$

il primo termine diventa un integrale di Cebiceff:

$$\frac{1}{hE} \int_0^{h_s} \frac{\mathcal{M}(x)}{I(x)} = \frac{2}{9} \cdot \frac{N}{hE} \int_0^{h_s} \frac{x dx}{(u_s + x \operatorname{tg} \alpha)^2} = \frac{1}{54} \cdot \frac{Nhc}{EI} \cdot \frac{1}{(K_s + K_i)^2} [\ln(1,5 - 3K_s) + 3K_s - 0,5] \quad (11)$$

per essere:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{e_s + e_i}{h}$$

ed avendo applicato alle rotazioni la convenzione sui segni adottata per i momenti.

Esplicitando poi il secondo termine con le posizioni:

$$e_x = e_s - x \operatorname{tg} \alpha = e_s - \frac{e_s + e_i}{h} x \quad (12)$$

$$I = \frac{c^3}{12} \quad (13)$$

(momento d'inerzia del ritto non parzializzato di

larghezza unitaria) risulta:

$$\frac{1}{EI h} \int_{h_s}^{h-h_i} \mathcal{M}(x) \cdot x \cdot dx = \frac{1}{324} \cdot \frac{Nhc}{EI} \cdot \frac{1}{(K_s + K_i)^2} \quad (14)$$

Infine il terzo termine per:

$$u_i = \frac{c}{2} - e_i \quad (15)$$

risulta essere uguale a:

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{Nh}{Ec^2} \cdot \frac{1}{(K_s + K_i)^2} \left[\ln(1,50 - 3K_i) - (K_s + 0,50) \left(\frac{3K_i - 1}{1 - 2K_i} \right) \right] \quad (16)$$

In definitiva sommando le (11), (14) e (16) si ottiene:

$$\varphi_i = \frac{1}{54} \cdot \frac{Nhc}{EI} \cdot \frac{1}{(K_s + K_i)^2} \left[\ln(1,50 - 3K_s) (1,50 - 3K_i) + \frac{4K_i + 2K_s - 1}{1 - 2K_i} + \frac{1}{6} \right] \quad (17)$$

e per quanto detto:

$$\psi_i^I(K_s, K_i) = \frac{54 K_i (K_s + K_i)^2}{\ln[(1,50 - 3K_s) (1,50 - 3K_i)] + \frac{4K_i + 2K_s - 1}{1 - 2K_i} + \frac{1}{6}} \quad (18)$$

In modo del tutto analogo si ricava:

$$\psi_s^I(K_s, K_i) = \frac{54K_s(K_s+K_i)^2}{\ln[(1,50-3K_s)(1,50-3K_i)] + \frac{4K_s+2K_i-1}{1-2K_s} + \frac{1}{3}} \quad (19)$$

3.3) Si calcolano le ψ^{II} per un pilastro parzialmente caricato da due forze di eccentricità (fig.3):

$$\frac{1}{3} c \leq e_s \leq \frac{1}{2} c \quad \text{sulla base superiore}$$

$$0 \leq e_i \leq \frac{1}{3} c \quad \text{sulla base inferiore}$$

Pertanto si valuta:

$$\varphi_s = \int_0^{h_s} \frac{\mathcal{M}(x)}{EI(x)} \cdot \frac{k-x}{h} \cdot dx + \frac{1}{EI} \int_{h_s}^h \mathcal{M}(x) \frac{h-x}{h} dx \quad (20)$$

con il chiaro riferimento in figura dei simboli adottati.

Con le posizioni assunte in precedenza tale integrazione fornisce:

$$\varphi_s^{II} = \frac{Nhc}{EI} \cdot \frac{1}{54(K_s+K_i)^2} \left[\ln(1,50-3K_s) + 3K_s - 0,50 + (K_s+K_i) \left(\frac{2}{1-2K_s} - 3 \right) + \frac{1}{12} (9K_i - 108K_i^3 + 1) \right] \quad (21)$$

da cui

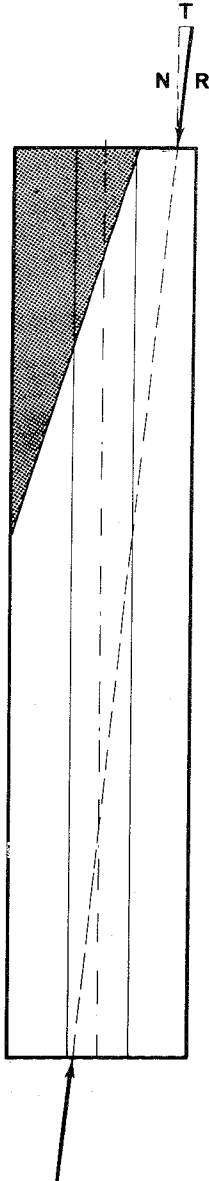


fig. 3 - Parzializzazione di un ritto resistente a sola compressione e sollecitato superiormente da uno sforzo normale agente con eccentricita' $> 1/6 c$.

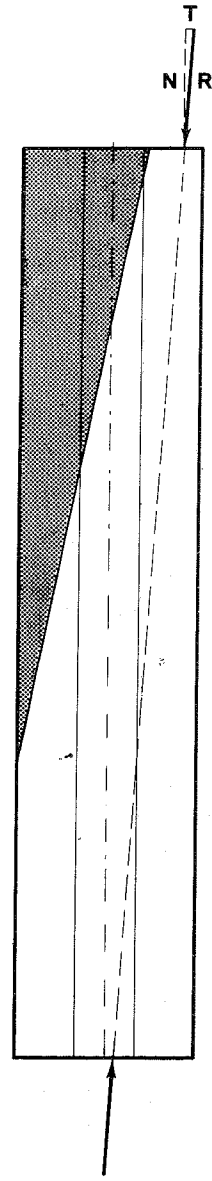


fig. 4 - Parzializzazione di un pilastro resistente a sola compressione e sollecitato superiormente da uno sforzo normale agente con eccentricita' $> 1/6 c$.

$$\psi_s^{II} = \frac{54 K_s (K_s + K_i)^2}{\ln(1,50 - 3K_s) + 3K_s - 0,50 + (K_s + K_i) \left(\frac{2}{1 - 2K_s} - 3 \right) + \frac{1}{12} (9K_i - 108K_i^3 + 1)} \quad (22)$$

Analogamente per la rotazione della base inferiore si ottiene:

$$\varphi_i^{II} = [\varphi_i^{II}]_0^{h_s} + [\varphi_i^{II}]_{h_s}^h = \frac{1}{E} \int_p^h \frac{\mathcal{M}(x) \cdot x}{I(x)} dx = \frac{1}{E} \int_0^{h_s} \frac{\mathcal{M}(x)}{I(x)} dx - \frac{1}{EI} \int_{h_s}^h \mathcal{M}(x) \cdot x \cdot dx \quad (23)$$

essendo il segno negativo giustificato dalla adottata convenzione.

Pertanto da tale integrazione si ottiene:

$$\varphi_i^{II} = \frac{Nhc}{EI} \cdot \frac{1}{54(K_s + K_i)^2} \left\{ [\ln(1,50 - 3K_s) + 3K_s - 0,50] + \frac{1}{12} [108K_i^2(3K_s + 2K_i) - (9K_s - 1)] \right\} \quad (24)$$

da cui si ricava:

$$\psi_i^{II} = \frac{54 K_i (K_s + K_i)^2}{[\ln(1,50 - 3K_s) + 3K_s - 0,50] + \frac{1}{12} [108K_i^2(3K_s + 2K_i) - (9K_s - 1)]} \quad (25)$$

3.4) Si calcolano le ψ^{III} per un pilastro parzializzato caricato da due forze di eccentricita' (fig.4):

$$\frac{1}{3} c \leq e_s \leq \frac{1}{2} c \quad \text{sulla base superiore}$$

$$0 \leq e_i \leq \left| -\frac{1}{3} c \right| \quad \text{sulla base inferiore}$$

Come e' stato detto dalle rotazioni φ si ricava la funzione ψ ; pertanto si pone:

$$\varphi_s^{III} = \frac{1}{hEI} \int_0^{h_s} \frac{\mathcal{M}(x)}{I(x)} (h-x) dx + \frac{1}{hEI} \int_{h_s}^h \mathcal{M}(x) (h-x) dx$$

con la posizione

$$h - h_s = \frac{1 - \beta |K_i|}{\beta (K_s - |K_i|)} h$$

si ottiene:

$$\begin{aligned} \varphi_s^{III} = \frac{1}{54} \cdot \frac{Nhc}{EI} \left\{ \frac{1}{(K_s - |K_i|)^2} \left[\ln(1,50 - \beta K_s) + \beta K_s - 0,50 + (K_s - |K_i|) \left(\frac{2}{1 - \beta K_s} - \beta \right) \right] + \right. \\ \left. + \left[\frac{(1 + \beta |K_i|)(1 - \beta |K_i|)^2}{12} \right] \right\} \quad (26) \end{aligned}$$

da cui si ricava:

$$\psi_s^{III} = \frac{54 K_s (K_s - K_i)^2}{\ln(1,50 - \beta K_s) + \beta K_s - 0,50 + (K_s - |K_i|) \left(\frac{2}{1 - \beta K_s} - \beta \right) + \frac{(1 + \beta |K_i|)(1 - \beta |K_i|)^2}{12}} \quad (27)$$

Analogamente e' :

$$\varphi_i^{III} = \frac{1}{hE} \int_0^{h_s} \frac{\mathcal{M}(x) \cdot x}{I(x)} \cdot dx + \frac{1}{hEI} \int_{h_s}^h \mathcal{M}(x) \cdot x \cdot dx$$

che per

$$h_s = \frac{3K_s - 1}{3(k_s - |k_i|)} h$$

fornisce:

$$\begin{aligned} \varphi_i^{III} = \frac{Nhc}{EI} & \left\{ \frac{1}{54(k_s - |k_i|)^2} \left[\ln(1,50 - 3k_s - 0,50) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1 - 3k_i^2}{72(k_s - |k_i|)^2} \left[\frac{(1+3|k_i|)(1-3|k_i|)}{9(k_s - |k_i|)(2+3|k_i|)} - 1 \right] \right\} \quad (28) \end{aligned}$$

donde

$$\psi_i^{III} = \frac{-54|k_i|(k_s - |k_i|)^2}{\ln(1,50 - 3k_s) + 3k_s - 0,50 + \left[\frac{3(k_s - |k_i|)(1 - 3k_i^2)}{4} \right] \left[\frac{(1+3|k_i|)(1-3|k_i|)}{9(k_s - |k_i|)(1+3|k_i|)} - 1 \right]} \quad (29)$$

3 5) Si calcolano le ψ^{IV} per un pilastro parzialmente caricato da due forze di eccentricità (fig.5):

$$\frac{1}{3}c \leq e_s \leq \frac{1}{2}c \quad \text{sulla base superiore}$$

$$\left| -\frac{1}{3} \right| c \leq e_i \leq \left| -\frac{1}{2} \right| c \quad \text{sulla base inferiore}$$

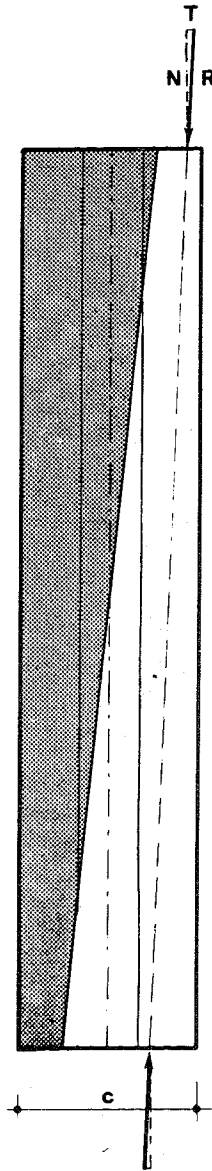


fig.5 - Parzializzazione di un pilastro resistente a sola compressione e sollecitato in testa ed al piede da forze situate all'esterno dell'area del nocciolo. La retta di azione delle forze non incontra lo asse di simmetria verticale del rist.

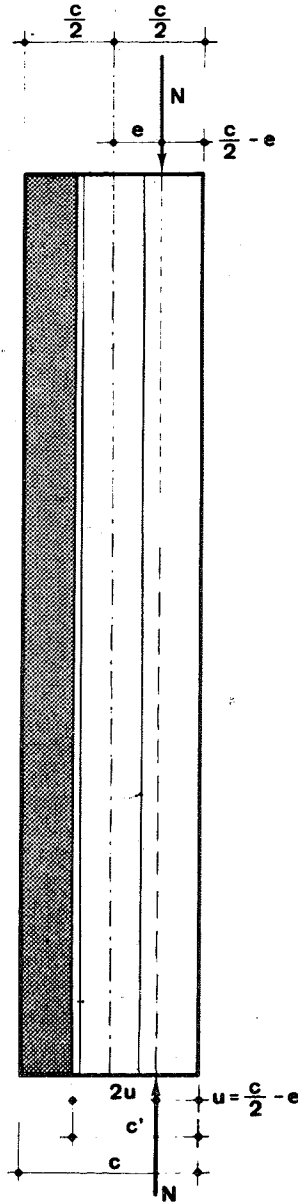


fig.6 - Parzializzazione di un pilastro non resistente a trazione e sollecitato sulle basi da due forze eguali ed opposte agenti con eccentricità $> 1/6 c$ e con retta d'azione parallela all'asse di simmetria verticale.

Infatti e:

$$\psi_s^{IV} = \frac{1}{hE} \int_0^h \frac{M(x)(h-x)}{I(x)} dx = \frac{1}{54} \cdot \frac{Nhc}{EI} \cdot \frac{1}{(K_s - |K_i|)^2} \left[\ln \frac{1-2K_s}{1-2|K_i|} + \frac{2(K_s - K_i)}{1-2K_s} \right]$$

da cui:

$$\psi_s^{IV} = \frac{54(K_s - |K_i|)^2 K_s}{\ln \frac{1-2K_s}{1-2|K_i|} + \frac{2(K_s - |K_i|)}{1-2K_s}} \quad (31)$$

ottenendo invece sulla base inferiore:

$$\psi_i^{IV} = \frac{1}{54} \cdot \frac{Nhc}{EI} \cdot \frac{1}{(K_s - |K_i|)^2} \cdot \left[\ln \frac{1-2K_s}{1-2|K_i|} - \frac{1-2K_s}{1-2|K_i|} + 1 \right] \quad (32)$$

al che corrisponde:

$$\psi_i^{IV} = \frac{-54|K_i|(K_s - K_i)^2}{\ln \frac{1-2K_s}{1-2|K_i|} + \frac{2(K_s - |K_i|)}{1-2|K_i|}} \quad (33)$$

funzione non valida per $k_s = K_i$.

Pertanto la ψ^{IV} per $K_s = K_i$ sarà ricavata direttamente e sarà denominata ψ^{IX} .

Applicando cioè la teoria delle travi inflesse alla parte del pilastro reagente si ha che il momento esterno ha il valore N_e mentre quello che provoca la deformazione alla parte di pilastro reagente ha valore

$N \frac{u}{2}$ (fig. 6).

Percio' esprimendo la rotazione di estremita' in funzione del momento esterno applicato si puo' scrivere:

$$\psi^{IX} = \frac{M_e h}{2EI_r} \cdot \frac{M_d}{M_e} \quad (34)$$

essendo:

M_e il momento applicato

M_d il momento che provoca la deformazione della parte reagente del pilastro con momento di inerzia:

$$I_r = \frac{(3u)^3}{12} = \frac{27\left(\frac{c}{2} - e\right)^3}{12} = \frac{27(c-2e)^3}{8 \cdot 12} = \frac{27c^3(1-2K)^3}{8 \cdot 12}$$

e per essere $\frac{c^3}{12} = I$ cioe' al momento d'inerzia a sezione totalmente reagente si pone:

$$I_r = \frac{27(1-2K)^3}{8} I$$

E' ancora:

$$\frac{M_d}{M_e} = \frac{N \cdot \frac{u}{2}}{N_e} = \frac{u}{2e} = \frac{\frac{c}{2} - e}{2e} = \frac{1-2K}{4K} \quad (35)$$

Sostituendo la (35) e la (36) nella (34) si ha:

$$\psi^{IX} = \frac{Neh}{\frac{27}{4}(1-2K)^3 EI} \cdot \frac{1-2K}{4K} = \frac{Neh}{27K(1-2K)^2 EI} \quad (37)$$

Sara pertanto:

$$\psi_{s_i}^{IX} = \psi_i^{IX} = 27K(1-2K)^2 \quad (38)$$

3.6) Ovviamente i valori delle funzioni ψ verificano

$$(\psi^I)_{k_i = \frac{1}{6}} = (\psi^{II})_{k_i = \frac{1}{6}}$$

$$(\psi^{III})_{k_i = -\frac{1}{6}} = (\psi^{IV})_{k_i = -\frac{1}{6}}$$

in modo da avere valori di bordo coincidenti; inoltre la fig 21 (in calce al testo) mostra l'andamento delle isoipsie delle ψ .

La relazione non lineare esistente tra deformazioni e sollecitazioni li' dove avvengono parzializzazioni si rileva chiaramente da dette curve

3.7) Sull'uso delle tabelle dei valori ψ

Le tabelle in calce alla presente nota porgono in funzione delle eccentricita relative k_s e k_i che so

so rispettivamente l'ascissa e l'ordinata del quadro dei valori, i coefficienti ψ_s e ψ_i . Invero, per comodità d'uso, si sono realizzate due tabelle; la prima per i valori ψ_s e la seconda i valori ψ_i .

A titolo di esempio supponiamo che un pilastro sia sollecitato sulla base superiore da un momento di valore \mathcal{M}_s e da uno sforzo normale di valore N_s ; \mathcal{M}_i ed N_i siano le stesse caratteristiche su quella inferiore.

Sia c il valore dell'altezza della sezione trasversale del pilastro. Si ottengono immediatamente:

$$k_s = \frac{\mathcal{M}_s}{N_s c} \quad ; \quad k_i = \frac{\mathcal{M}_i}{N_i c}$$

Con tali valori delle eccentricità relative dalle tabelle contrassegnate con ψ_s per i valori di k_s e k_i contati rispettivamente come ascissa ed ordinata, si ricava il coefficiente ψ_s e da quelle contrassegnate con ψ_i si ricava il coefficiente ψ_i . Se $\frac{h}{EI}$ è il peso elastico del ritto considerato, si ottengono immediatamente i valori delle rotazioni rispettivamente sulla base superiore e su quella inferiore ponendo:

$$\varphi_s = \frac{\mathcal{M}_s h}{\psi_s EI} \quad \text{e} \quad \varphi_i = \frac{\mathcal{M}_i h}{\psi_i EI}$$

così che le rigidezze del pilastro, in precedenza definite nel testo, sono:

$$W_s = \psi_s \frac{EI}{h} \quad \quad W_i = \psi_i \frac{EI}{h}$$

4) Legami fra eccentricita' e tensione.

Ricavati i valori dei momenti iperstatici incogniti agenti all'estremita' dei ritti mediante l'uso dei coefficienti ψ e delle eccentricita' relative k conviene esprimere rapidamente in funzione di queste ultime il valore della σ di compressione.

Pertanto introdotto un coefficiente di amplificazione ξ per la ben nota;

$$\sigma_{media} = \frac{N}{A}$$

tale coefficiente espresso in funzione delle k (2) in modo da ottenere $\sigma_{max} = \xi \sigma_{media}$ vale:

$$\xi_1 = 1 + \beta k \quad ; \quad \text{per } 0 \leq k \leq \frac{1}{\beta} \quad (39)$$

e

$$\xi_2 = \frac{2}{3(0,5-k)} \quad ; \quad \text{per } \frac{1}{\beta} \leq k \leq 0,50 \quad (40)$$

E' di immediata constatazione che nel primo caso la relazione intercorrente tra ξ e k e' del tipo lineare e nel secondo caso e' del tipo iperbolico. Ne discende che, nell'ipotesi dello sforzo normale costante, nel secondo caso si ottengono grandi variazioni di ξ_2 per piccole variazioni di k per $k \rightarrow 0,50$: ovvero ad un piccolo errore percentuale nella valutazione delle k consegue un errore percentuale di ben piu' grande en

tita nelle valutazioni delle σ quando l'eccentricita' e e' grande. Il coefficiente di sicurezza percio non potra' prescindere da tali considerazioni. In fig. 7 e rappresentata la funzione-

$$\varepsilon = f(k)$$

5) Applicazione.

5.1) Riassumendo quanto si e' detto al par. 2 ed al par. 3 si nota che le assegnate eccentricita' relative k da verificare con i risultati ottenuti dall'equilibramento del nodo condiziona i valori dei coefficienti di rigidezza ψ illustrati in fig. 1 ed i cui valori, ottenuti con un calcolatore elettronico, sono riportati in fine di codesta nota.

Pertanto si puo' operare direttamente sui coefficienti ψ considerando in un primo equilibramento i ritti totalmente reagenti e correggendo poi le rigidezze; ove le eccentricita' ottenute denunciano parzializzazioni con opportuni valori dei detti coefficienti.

La convergenza piu o meno rapida e' anche affidata all'abilita' dell'operatore che sceglie l'ordine di grandezza degli incrementi positivi o negativi da dare ai ψ alla luce dei risultati ottenuti dal precedente equilibramento. Infatti (e si vedra' chiaramente nell'esempio che segue) gli arbitrari valori dei coefficienti di rigidezza introdotti, ad equilibramento avvenuto, corrispondono rispettivamente valori coin-

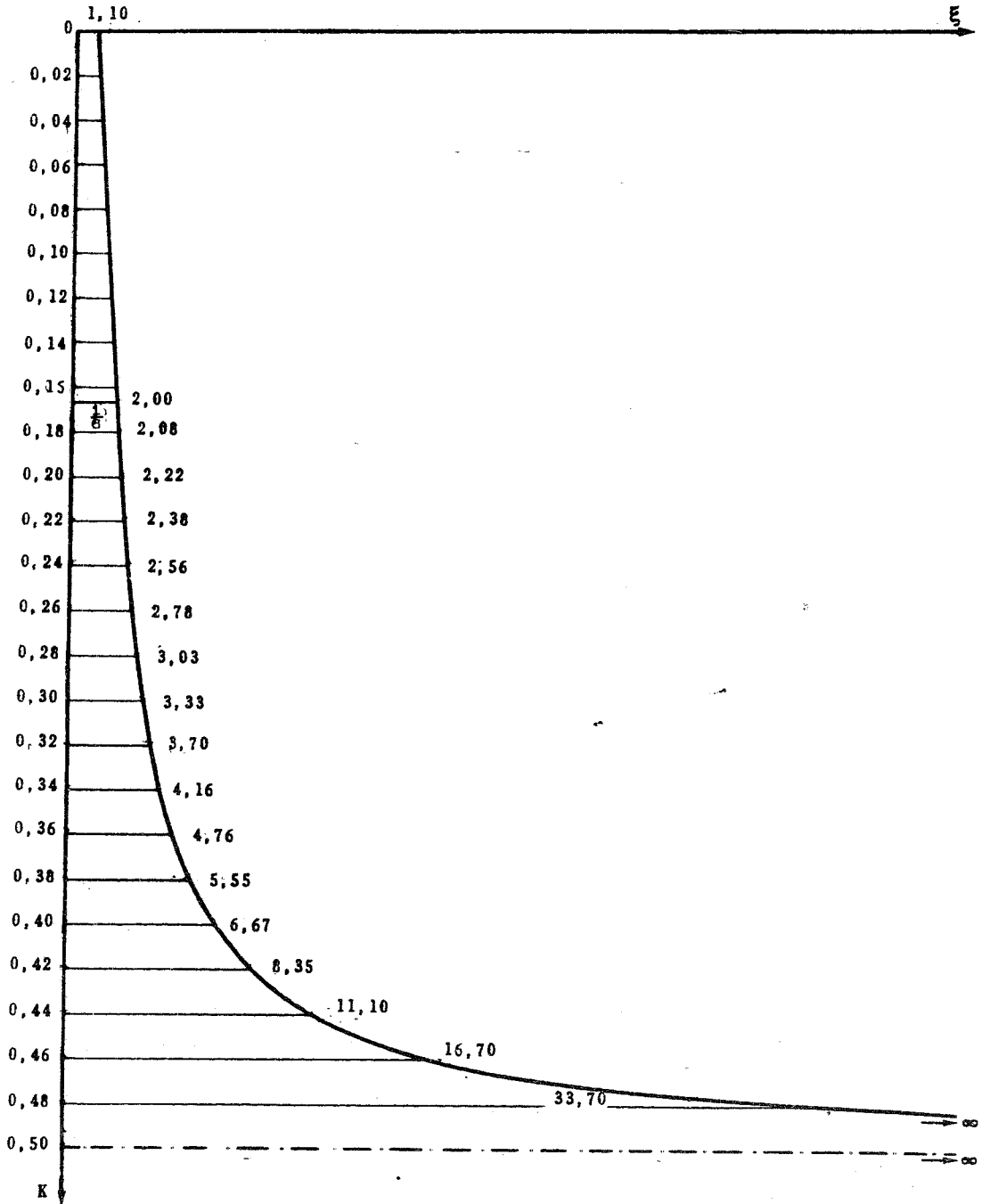


fig.7 - Valori del coefficiente di amplificazione della σ media.

cidenti o differenti a secondo che le condizioni di equilibrio e di congruenza nel nodo siano o non verificate. Sul segno poi da dare agli incrementi dei ψ si opera automaticamente perché, se ad equilibramento eseguito si ottiene un valore maggiore o minore dei corrispondenti ψ introdotti, cioè significa che il valore arbitrariamente assunto era rispettivamente o troppo piccolo o troppo grande.

Concludendo la prassi del procedimento può così riassumersi:

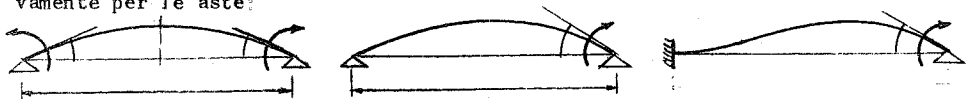
- 1) Risoluzione del telaio col metodo di Cross (si considerano il telaio a nodi fissi e tutte le aste interamente reagenti) (*).
- 2) Se risultano ritto parzializzati si ricercano a mezzo delle tabelle i ψ_s ed i ψ_i di ogni asta per i valori delle k_s e k_i definite dalle (2).
I valori dei ψ_s e ψ_i poi si moltiplicano per il valore reciproco del peso elastico di ciascun ritto ottenendo le nuove rigidezze.

$$\psi_s \frac{EI}{h} \quad ; \quad \psi_i \frac{EI}{h}$$

rispettivamente relative al nodo s ed al nodo i situati agli estremi dell'asta.

Pertanto si esegue un nuovo equilibramento senza effettuare il trasporto dei momenti.

(*) In questo caso i ψ risultano essere i ben noti coefficienti: 2; 3; 4; rispettivamente per le aste:



Infatti in questa prima fase si esegue il trasporto dei momenti.

- 3) Verifica della coincidenza o meno dei valori dei ψ_s e ψ_i di cui al punto 2) con quelli che si ricavano per i valori delle k da questo secondo equilibramento.
- 4) Si correggono i ψ_s ed i ψ_i che non coincidono ottenendo i nuovi valori delle rigidezze ed effettuando un nuovo equilibramento con l'esclusione del trasporto dei momenti.

Si procede così iterativamente fino a ricavare valori dei ψ praticamente coincidenti a quelli del precedente equilibramento.

E' il caso di notare che moltiplicando numeratore e denominatore delle (4), (5) e (6) per Nc le ψ risultano funzione dei momenti agenti all'estremita' della asta.

Pertanto, per le aste interamente reagenti e cariche (travi e solai in c.a.) si puo', applicando il principio di equivalenza, esprimere l'effetto dei carichi come quello di momenti applicati alle estremita' estendendo l'algoritmo dei coefficienti ψ alle dette aste.

5.2) Il capannone ha pianta rettangolare di mq. 13,80x58,30. Lungo i due lati maggiori sono disposti muri portanti in tufo e malta ordinaria.

La copertura in previsione di una futura sopraelevazione deve essere atta a sopportare un sovraccarico utile di 300 kgm^{-2} : essa e' realizzata con solaio a soletta piena e nervature parallele aventi luce netta di m.12. Le figure 8 ; 9 e 10 illustrano i particolari esecutivi.

a) *Analisi dei carichi*

Si considera una striscia di solaio di m 2,50 di

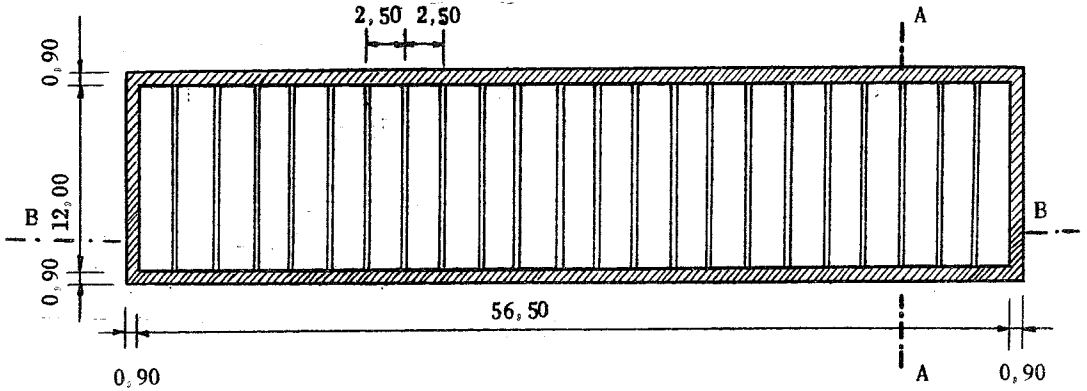


fig.8 - Pianta del capannone

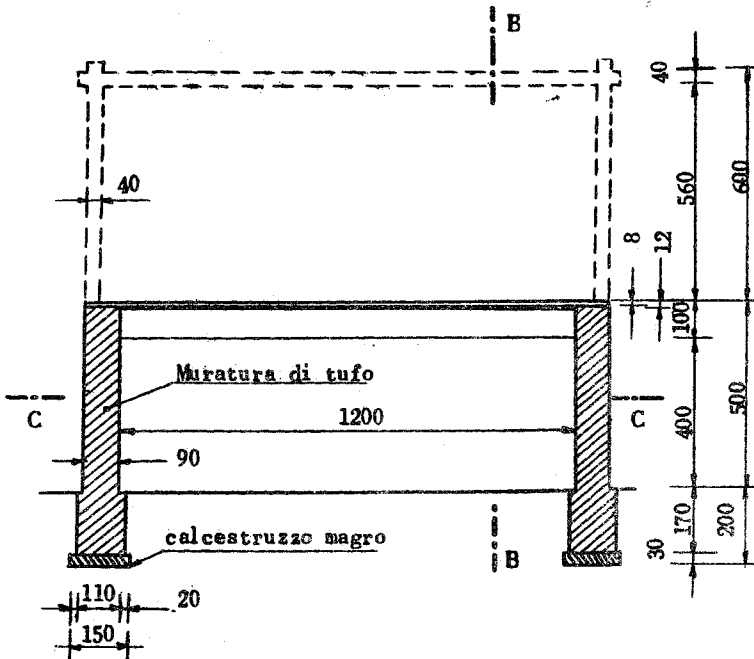


fig.9 - Sezione longitudinale

larghezza ottenendo:

| | |
|--|--|
| peso proprio, soletta, nervatura, | |
| sovaccarichi fissi: | 1273 kgm^{-1} |
| sovaccarico utile: $300 \times 2,50 =$ | <u>1500 kgm^{-1}</u> |
| | 1773 kgm^{-1} |

b) *Caratteristiche geometriche ed elastiche.*

Dai valori delle dimensioni chiaramente mostrate

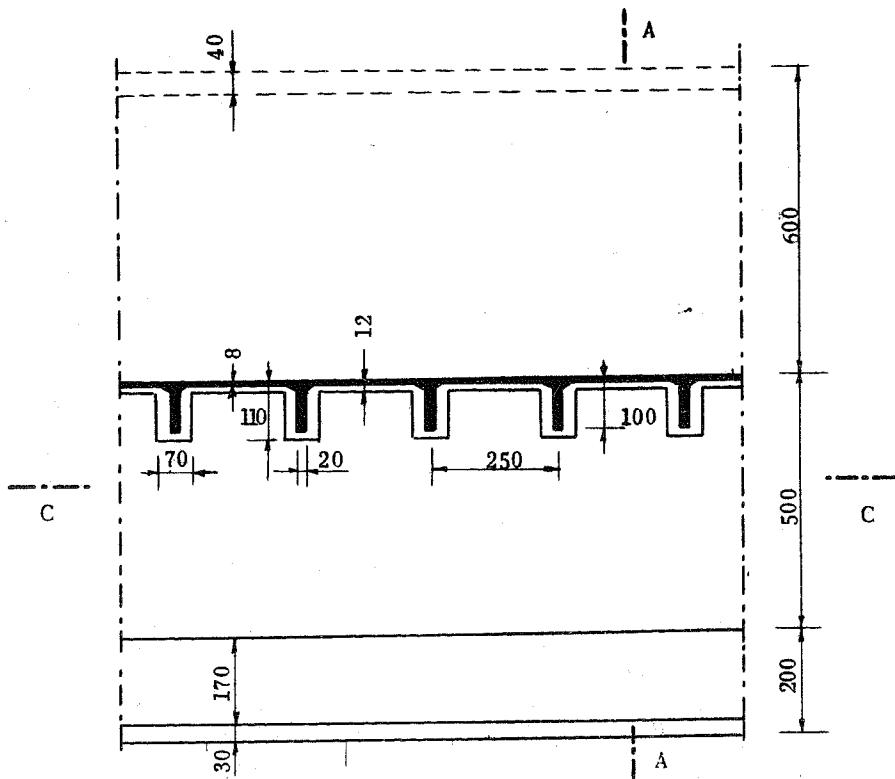


fig. 10 - Sezione trasversale

in figura si ottiene:

$$I_{\text{solai}} = 366 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

ponendo

$$E_{\text{solai}} = 250.000 \text{ kgcm}^{-2}$$

si ha inoltre

$$I_{\text{muratura}} = \frac{250 \times 90^3}{12} = 152 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

assumendo

$$E_{\text{muratura}} = 8000 \text{ kg/cm}^2$$

c) Schema di calcolo:

La figura 11 e' di chiaro riferimento.

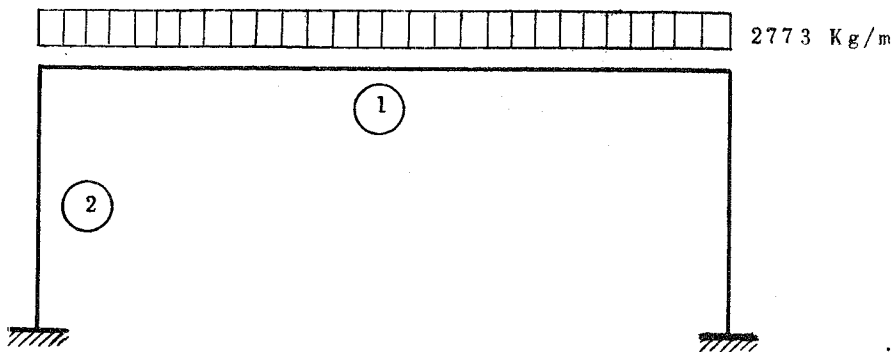


fig.11 - Schema di calcolo del capannone

| | $\frac{EI}{l}$ kgcm. |
|----------|---|
| solaio | $\frac{25 \times 366}{1290} \times 10^8 = 71 \times 10^7$ |
| muratura | $\frac{8 \times 152}{500} \times 10^7 = 243 \times 10^7$ |

Il momento d'incastro perfetto e' :

$$\mu_i = \frac{2773 \times \overline{12,90}^2}{12} = 38.500 \text{ kgm}$$

Lo sforzo normale alla testa di ciascun pilastro e' :

$$N^T = \frac{2773 \times 13,80}{2} = 19.100 \text{ Kg.}$$

d) *Determinazione dei momenti iperstatici e relativa σ_{max} .*

I Caso

S' introducono i coefficienti ψ considerando i ritocchi interamente reagenti ($k \leq \frac{1}{3}$).

Per l'asta (1) l'uguaglianza in valore assoluto

dei momenti di segno diverso agenti all'estremità fornisce $\psi = 2$. Tale valore si ricava dalle tabelle dei ψ per $k_s = -k_i$ e $k \leq \frac{1}{6}$.

Per il ritto (2), considerato interamente reagente, la condizione d'incastro alla base si esprime ponendo $k_s = 2k_i$ per $k \leq \frac{1}{6}$; per tali valori le tabelle forniscono $\psi = 4$.

Ovvero alle ipotesi usuali introdotte rispondono valori convenzionali dei coefficienti ψ .

Pertanto introducendo i rispettivi valori reciproci dei pesi elastici delle aste a meno di 70^7 si ottiene:

| W | $\frac{EI}{l} \cdot 10^{-7}$ | Coefficienti di ripartizione |
|------------|------------------------------|---|
| W (1) | $2 \times 71 = 142$ | $\tau (1) = \frac{142}{151,72} = 0,94$ |
| W (2) | $4 \times 2,43 = 9,72$ | $\tau (2) = \frac{9,72}{151,72} = 0,06$ |
| ΣW | <u>151,72</u> | $\Sigma \tau = 1,00$ |

valori dei momenti iperstatici a ripartizione avvenuta.

$$\mu_i \times \tau (1) = 38.500 \times 0,94 = 36.200 \text{ kgm}$$

$$\mu_i \times \tau (2) = 38.500 \times 0,06 = 2.300 \text{ kgm}$$

L' eccentricità relativa sulla sommità del pilastro (2) vale:

$$k_s^{(2)} = \frac{M_s^{(2)}}{N T \times c} = \frac{2300}{19.100 \times 0,90} = 0,134$$

È dunque $k_s^{(2)} < \frac{1}{6}$ ovvero il pilastro non è suscettibile di parzializzazioni ed il calcolo è valido.

Il coefficiente di amplificazione ξ_1 della σ_{media} vale:

$$\xi_1 = 1 + 3k = 1 + 3 \times 0,134 = 1,804$$

Donde:

$$\sigma_{media} = 1.804 \frac{19100}{250 \times 90} = 1,53 \text{ Kgcm}^{-2}$$

II Caso

Supponiamo invece che la muratura, pur rimanendo invariata nei parametri geometrici, per un valore mag

giore del modulo di rigidezza E diminuisca il valore del suo peso elastico ovvero che alla muratura di tufo con malta di calce ($E = 8000 \text{ kgcm}^{-2}$) ne venga sostituita un'altra di mattoni pieni ($E = 20000 \text{ kgcm}^{-2}$)

Si ottiene così:

| w | $\frac{EI}{l} \cdot 10^{-7}$ | Coefficienti di ripartizione |
|---------------------|------------------------------|--|
| $w \textcircled{1}$ | $2 \times 71 = 142$ | $\tau \textcircled{1} = \frac{142}{166,40} = 0,85$ |
| $w \textcircled{2}$ | $4 \times 6,10 = 24,40$ | $\tau \textcircled{2} = \frac{24,40}{166,40} = 0,15$ |
| Σw | $= 166,40$ | $\Sigma \tau = 1,00$ |

Inizialmente si pone l'ipotesi che il ritto non si parzializzi; pertanto per essere invariate le caratteristiche del solaio e lo schema dei carichi, il momento d'incastro perfetto e quello dello sforzo normale che insiste in testa al pilastro rimangono anche essi invariati. Donde ricavando il valore di M solo per il ritto si ottiene:

$$M = \mu_i \times \tau \textcircled{2} = 38500 \times 0,15 = 5780 \text{ kgxm}$$

e l'eccentricita' relativa k :

$$k \textcircled{2} = \frac{5780}{19100 \times 0,90} = 0,335 > \frac{1}{3}$$

cioe' lo sforzo normale che insiste alla sommita' del

pilastro, lo parzializza perche' cade fuori dell'area di nocciolo.

L'ipotesi d'incastro del pilastro ovvero di rotazione nulla al piede e' $\varphi_i = 0 = \frac{M_i \textcircled{2} h}{\psi^2 EI}$ corrispondente cioe' a $\psi_i \textcircled{2} = \infty$.

Pertanto delle tabelle ψ_i in corrispondenza del loro valore ∞ (e' la linea di separazione dei valori positivi da quelli negativi) per $k_s \textcircled{2} = 0,335$ si ricava: $k_i \simeq 0,175$; con tali valori dei k dalle tabelle ψ_s si ottiene(*) $\psi_s = 3,077 \neq 4$ essendo quest'ultimo il valore adottato nel calcolo precedente.

E' il caso di notare come l'ipotesi del pilastro interamente reagente e' in contrasto con il valore che si ottiene del $\psi_s \textcircled{2}$: minore di quello introdotto stante l'avvenuta parzializzazione del pilastro.

Pertanto nel secondo tentativo si assume arbitrariamente per il coefficiente di rigidezza del pilastro un valore intermedio ad es. $\psi_s \textcircled{2} = 3,50$. Si ottiene

| W | $\frac{EI}{l} \cdot 10^{-7}$ | Coefficienti di ripartizione |
|---------------------|------------------------------|-------------------------------|
| W $\textcircled{1}$ | 2 × 71 = 142 | $\tau \textcircled{1} = 0,87$ |
| W $\textcircled{2}$ | 3,50 × 6,10 = 21,40 | $\tau \textcircled{2} = 0,13$ |
| ΣW | = 163,40 | $\Sigma \tau = 1,00$ |

donde si ricava:

(*) Tale valore si e' ricavato come media aritmetica di 3,128; 2,966; 3,191; 3,024

$$k_s^{(2)} = \frac{38.500 \times 0,13}{19.100 \times 0,90} = 0,29$$

Nelle tabelle ψ_i in corrispondenza del valore ω (condizione d'incastro perfetto alla base) per $k_s=0,29$ si ottiene $k_i \simeq 0,145$.

Nelle tabelle ψ_s per $k_s = 0,29$ e $k_i = 0,145$ si ricava $\psi_s^{(2)} = 3,53^{(*)}$ che e' un valore sufficientemente approssimato a quello assunto arbitrariamente.

Pertanto dalla (40) si calcola per la sommita' del pilastro:

$$M^{(2)} = \mu_i \gamma^{(2)} = 38.500 \times 0,13 = 5000 \text{ kgcm}$$

e quindi:

$$\sigma_{max} = \xi_2 \sigma_{media} = \frac{2}{3(0,50-0,29)} = 2,70 \text{ Kg/cm}^2$$

Lasciando al lettore la valutazione delle sollecitazioni in caso di avvenuta sopraelevazione, si riporta in fig. 12 il diagramma dei momenti flettenti ottenuto eseguendo il calcolo proposto. Ad esso, per un rapido confronto, si e' associato a linea tratteggiata il diagramma dei momenti flettenti nell'ipotesi di trave appoggiata agli estremi.

6) Osservazioni conclusive

I risultati conseguiti possono applicarsi per il calcolo di verifica di una struttura con ritti in μ

(*) Media aritmetica dei valori: 3,57; 3,49.

ratura nel rispetto delle ipotesi poste al par. 4.

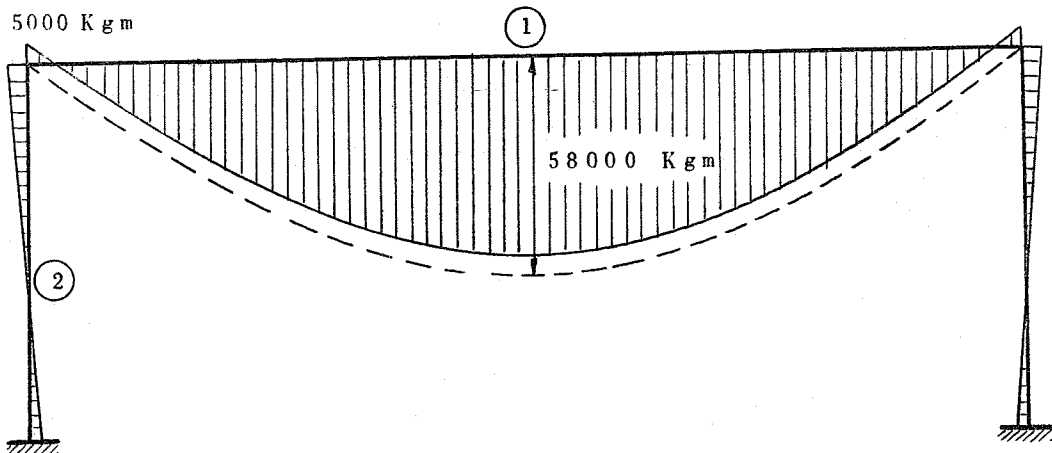


fig. 12 - Confronto grafico del valore del momento di campata ricava con l'uso del metodo proposto con quello relativo allo schema di trave appoggiata.

Con la premessa del comportamento elastico per i materiali fragili, l'omogeneità e la isotropia [5] dell'insieme ed il valore preminente delle forze applicate agli estremi rispetto al peso proprio del ritto permane però in prevalenza la difficoltà della schematizzazione in telaio di una struttura in muratura eseguita secondo i canoni classici.

Infatti la rotazione dei ritti è stata calcolata nell'ipotesi che i vincoli agiscano soltanto alle estremità dei detti. Invece spesso accade che l'effetto delle murature che si innestano normalmente ai detti pilastri (che sono spesso una schematizzazione di murature) è tale da limitarne la deformazione. Ma appare subito evidente quanto sia complesso il calcolo (che non risulta a vantaggio di stabilità) di tale interazione eseguito nell'ipotesi che il materiale reagisca soltanto a compressione. L'esperienza poi mostra scollamenti notevoli nelle croci di muro proprio dove

le deformazioni sono l'effetto di sforzi di trazione

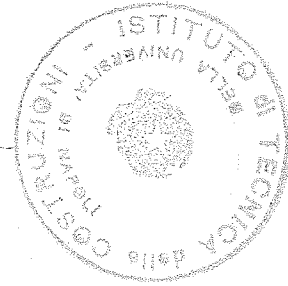
Inoltre non si può escludere la variabile tempo che interviene per la viscosità (pur contrastata) delle malte fresche. Infatti (per citare il caso più semplice) se a sostegno di un solaio in c.a. vi è una muratura eseguita con malta di calce, il suo comportamento viscoso sarà, a parità del componente litoideo e di esecuzione, differente (soprattutto all'atto del disarmo del solaio) da una eseguita con malta cementizia.

Concludendo si nota che con queste prime righe su di un argomento così antico e non ancora risolto non si affronta il problema del telaio a nodi spostabili, quello dell'instabilità, quello della viscosità, quello della resistenza delle malte in funzione dei materiali componenti e quello infine del razionale dimensionamento di una struttura in muratura.

Invero però si spera che questi primi risultati possano avere il vaglio della sperimentazione in modo da poter essere serenamente introdotti nella prassi di un calcolo che ammette evidenti ragioni di equilibrio e di congruenza e che la loro aderenza poi alla realtà fisica possa essere di valido sostegno nelle susseguenti ricerche.

INDICE

| | | |
|---|-----|----|
| 1) PREMESSA | pag | 5 |
| 2) TENTATIVO DI CLASSIFICAZIONE | " | 7 |
| 2.1) Prima classe: costruzioni costituite esclusi vamente da muratura. | " | 7 |
| 2.2) Seconda classe: costruzioni costituite da: a) una scatola muraria verticale a sostegno di b) solai orizzontali fermati con travi non congruenti con la muratura nei punti di appoggio | " | 7 |
| 2.3) Terza classe: costruzioni costituite da sostegni verticali murari ed im- palcati monolitici congruenti tra loro | " | 9 |
| 3) CONSIDERAZIONI STATICHE GENERALI | " | 10 |
| 3.1) Prima classe | " | 10 |
| 3.2) Seconda classe | " | 12 |
| 3.3) Terza classe | " | 13 |
| 4) IL PROBLEMA STATICO NELLA BIBLIOGRAFIA | " | 16 |
| 4.1) Generalità | " | 16 |
| 4.2) Rondelet | " | 17 |
| 4.3) Sganzin | " | 24 |
| 4.4) Curioni | " | 24 |
| 4.5) Sacchi | " | 25 |
| 4.6) L'instabilità dell'insieme nella bibliografia del secolo scorso | " | 27 |
| 4.7) Rossi | " | 30 |
| 4.8) Breymann | " | 31 |
| 4.9) Donghi | " | 32 |
| 4.10) Milani | " | 34 |
| 4.11) Saliger | " | 35 |



| | |
|--|---------|
| 4.12) Thomas | pag. 36 |
| 4.13) Ciappi | " 37 |
| 4.14) Guerra | " 38 |
| 4.15) Il Laterizio | " 38 |
| 4.16) Haller | " 39 |
| 4.17) Barletta | " 40 |
| 4.18) Putkonen Angervo | " 42 |
| 4.19) I Regolamenti | " 43 |
| 5) GLI EDIFICI DELLA TERZA CLASSE | " 48 |
| 5.1) Generalita' | " 48 |
| 5.2) Ipotesi sullo schema dell'edificio | " 48 |
| 5.3) Lo schema del "ritto in muratura" e sua "rigidezza effettiva" | " 52 |
| 6) INTRODUZIONE AL NUOVO PROCEDIMENTO | " 61 |
| 6.1) Considerazioni preliminari | " 61 |
| 6.2) Necessita' di considerare una <i>catena</i> di schemi variati | " 62 |
| 6.3) Definizione della " <i>condizione di par-</i> <i>zializzazione</i> " | " 63 |
| 6.4) Considerazioni sul comportamento <i>fi-</i> <i>sico d'insieme</i> | " 65 |
| 7) NUOVO PROCEDIMENTO | " 70 |
| 7.1) La catena di schemi variati | " 70 |
| 7.1.1) Fase iniziale (0) | " 71 |
| 7.1.2) Fase prima (1) | " 71 |
| 7.1.3) Fasi successive (n) | " 74 |
| 7.1.4) Criterio di concatenazione delle fasi | " 75 |
| 7.1.5) Osservazioni | " 77 |
| 7.1.6) Il grado di approssimazione del procedimento | " 78 |
| 8) ESEMPIO NUMERICO | " 80 |
| 8.1) Schema geometrico ed elastico | " 80 |
| 8.2) Fase iniziale (o) | " 84 |
| 8.2.1) Coefficienti di ripartizione | " 84 |
| 8.2.2) Momenti e sforzi normali pri- mitivi | " 85 |
| 8.3) Fasi successive | " 96 |
| 8.3.1) Prima fase (1) | " 96 |

| | |
|---|----------|
| 8.3.2) Fase n ^{ma} (n = (1) ÷ (m)) | pag. 102 |
| 9) ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE | " 105 |
| APPENDICE 1 | " 114 |
| APPENDICE 2 | " 129 |
| APPENDICE 3 | " 147 |

