

CAPITOLO PRIMO. RISOLUZIONE DI UN TELAIO SPAZIALE.

Aurelio Ghersi

Sommario.

Si esamina l'impostazione di base per la risoluzione iterativa di telai spaziali per edifici. Lo schema geometrico considerato prevede un doppio ordine di telai a maglie rettangolari, ortogonali tra loro, mutuamente collegati da impalcati indeformabili nel loro piano. Il procedimento risolutivo, basato sul metodo delle deformazioni, assume come incognite le rotazioni dei nodi e le componenti di movimento relativo tra gli impalcati. Vengono formulate le equazioni che impongono l'equilibrio dei nodi e dei piani, la cui risoluzione iterativa consente la determinazione del valore delle incognite.

Summary.

The basis for iterative analysis of tridimensional building frames is here presented. The geometrical scheme consists of two sets of vertical plane frames, acting in orthogonal directions, connected by rigid floor diaphragms. The solution technique, based on the displacement method, assumes as unknown the joint rotations and the floor relative displacements. The equations imposing equilibrium of joints and floors are formulated. Their iterative solution supplies the unknown values.

1.1. Schematizzazione.

Ciascun edificio è un insieme di elementi strutturali (solai, travi, pilastri, fondazioni) e non strutturali (tompagni, tramezzi) che interagiscono tra loro e con il terreno che ne costituisce il piano di posa.

Per quantizzare tali interazioni e valutare lo stato tensionale che insorge per effetto di un assegnato insieme di carichi è necessario descrivere la geometria dell'edificio mediante un modello matematico (schema) che, per quanto complesso, implica necessariamente un insieme di semplificazioni. È compito del progettista strutturale la scelta del modello di calcolo ed il controllo della validità delle ipotesi su cui esso si basa.

Schematizzazioni che tengono conto unitariamente dell'interazione tra terreno, fondazione e struttura in elevazione richiedono elaborazioni di elevata complessità, che appaiono giustificabili solo in presenza di fondazioni notevolmente deformabili. È però frequente nella pratica professionale l'adozione di elementi di fondazione di rigidità tale da consentire l'ipotesi che la struttura in elevazione abbia alla base vincoli fissi (incastrati perfetti).

Gli elementi che costituiscono l'elevazione possono essere raggruppati in due distinte tipologie: elementi con una dimensione prevalente rispetto alle altre due (travi, pilastri) o con due dimensioni predominanti rispetto alla terza (solai, sbalzi, rampe di scala, nonché tompagni e tramezzi). È pertanto possibile il ricorso ad un modello generale quale quello agli elementi finiti che schematizza i primi come aste monodimensionali ed i secondi come lastre/piastre bidimensionali, riducendo a collegamenti in singoli punti (nodi) quelli che in realtà sono contatti estesi. L'uso di un tale tipo di analisi, reso possibile dalla continua crescita

degli elaboratori elettronici, non è però ancora in grado di soddisfare le esigenze di semplicità e rapidità di calcolo della pratica professionale.

Una semplificazione frequentemente adottata consiste nell'ipotizzare che ciascun impalcato sia indeformabile nel suo piano e costituisca quindi un vincolo mutuo tra i nodi da esso collegati. Si ottiene così il modello di telaio tridimensionale, o telaio spaziale, cioè un insieme di travi e pilastri collegati da impalcati inestensibili, con l'eventuale aggiunta di elementi bidimensionali o pendolari che schematizzano pannelli murari [7] [11]. L'ipotesi anzidetta si presenta ben aderente alla realtà nei casi di impalcati realizzati con solette piene, ma anche nel caso, più frequente in Italia, di solai alleggeriti con laterizi, purché dotati di soletta di spessore ed armatura adeguati. Essa però può cadere in difetto in presenza di planimetrie irregolari e grossi fori per scale o ascensori (fig. 1.1) che creano sezioni di particolare debolezza, o di irrigi-

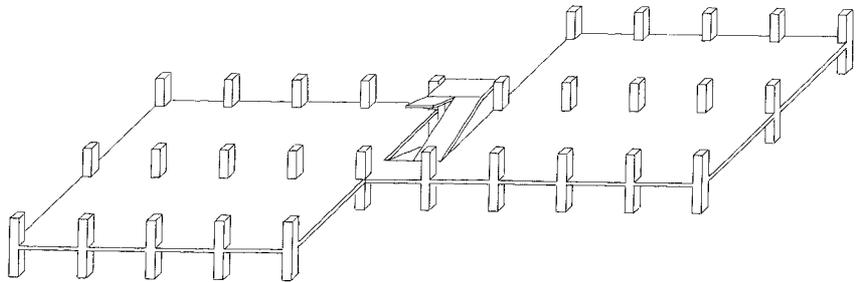


Figura 1.1

dimenti antisismici concentrati (fig. 1.2) che rendono più elevato lo stato tensionale nella lastra di impalcato.

Il modello di telaio spaziale è, nella sua generalità, applicabile alla quasi totalità degli edifici in c.a. e degli edifici in acciaio a nodi rigidi non

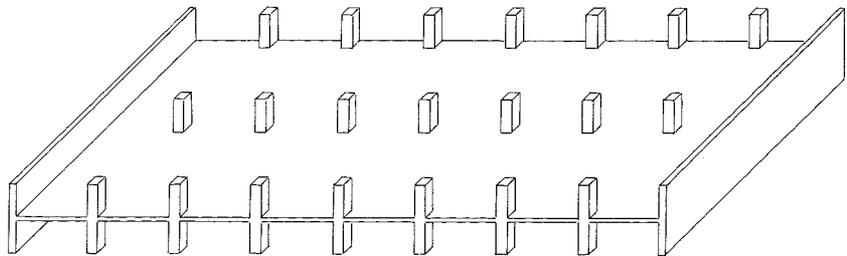


Figura 1.2

controventati. Per numerose applicazioni è tuttavia possibile una ulteriore semplificazione. Si può ipotizzare innanzitutto che l'impalcato sia continuo, cioè colleghi tutti i pilastri. Tale ipotesi esclude solo tipologie particolari quali gli edifici a portici comuni in numerose città settentrionali (fig. 1.3), quelli a piani sfalsati (fig. 1.4) o con impalcati divisi in zone distinte (fig. 1.5). In secondo luogo, si può ipotizzare che i pilastri siano verticali e disposti in pianta secondo un reticolo regolare, in modo da individuare nella struttura un doppio ordine di telai piani ortogonali tra loro. Una tale regolarità è normalmente adottata dai progettisti perché opportuna sia per una razionale ed economica progettazione

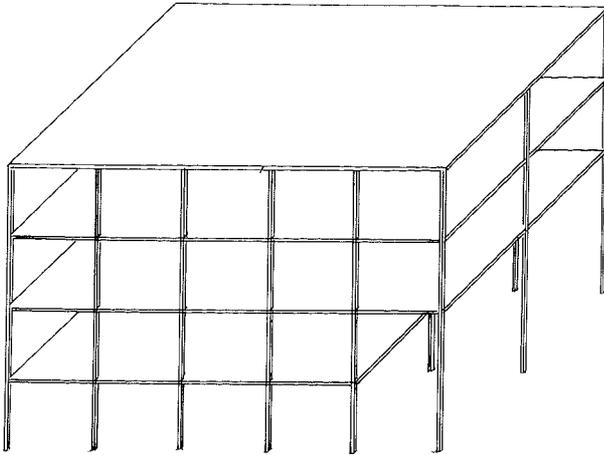


Figura 1.3

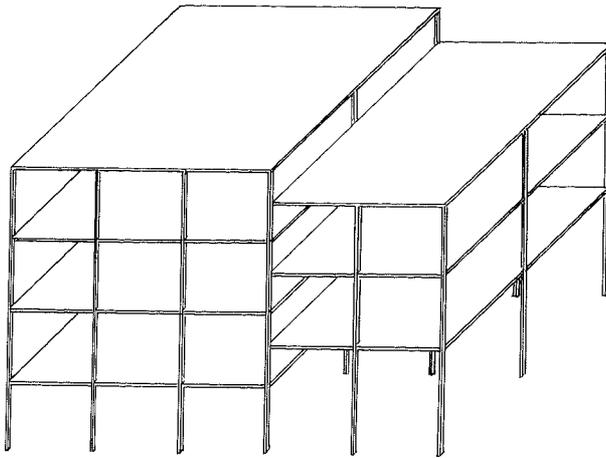


Figura 1.4

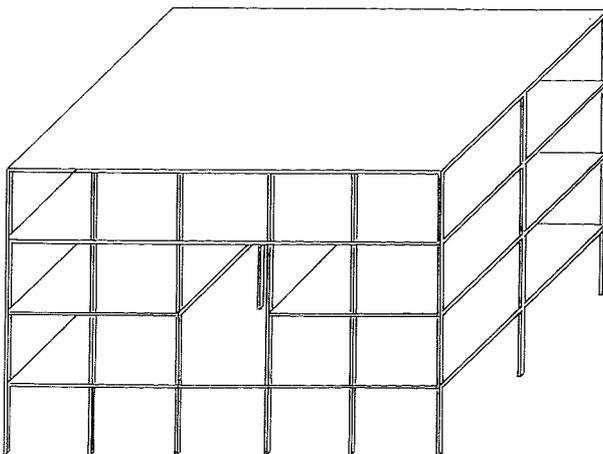


Figura 1.5

architettonica che per ottenere una migliore risposta dell'organismo strutturale alle sollecitazioni esterne, in particolare a quelle sismiche. Essa è inoltre incentivata dal sempre maggior sviluppo della prefabbricazione e dal crescente interesse per una industrializzazione dell'edilizia. Restano escluse solo le tipologie particolari quali quella illustrata in figura 1.6. Si può infine ipotizzare che le travi siano tutte orizzontali e

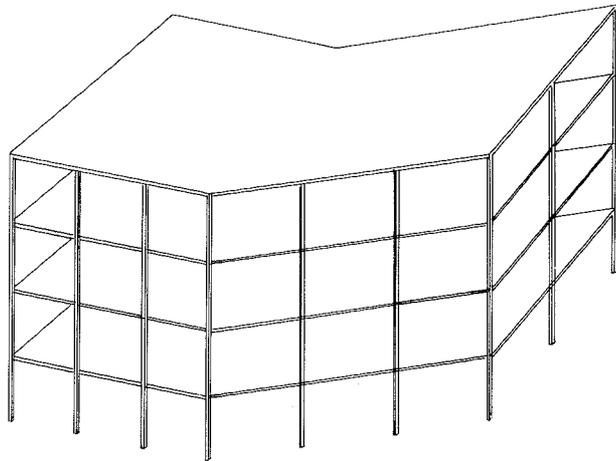


Figura 1.6

disposte a livello degli impalcati. Quest'ultima ipotesi è frequentemente disattesa, dato il comune ricorso a travi a ginocchio per le scale (fig. 1.7). I picchi locali di sollecitazione che insorgono in corrispondenza di esse rendono però sempre più frequente l'adozione di soluzioni alternative per la scala [12] [14], che non alterino l'orizzontalità delle travi.

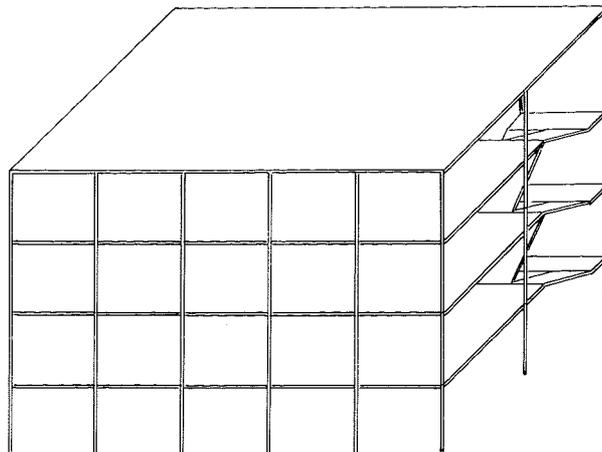


Figura 1.7

Il modello di telaio spaziale a maglie rettangolari così ottenuto (fig. 1.8) può essere analizzato con maggior facilità se si considera nulla la deformabilità estensionale dei pilastri e la rigidezza torsionale delle travi e dei pilastri. La prima è sempre molto minore rispetto alla deformabilità

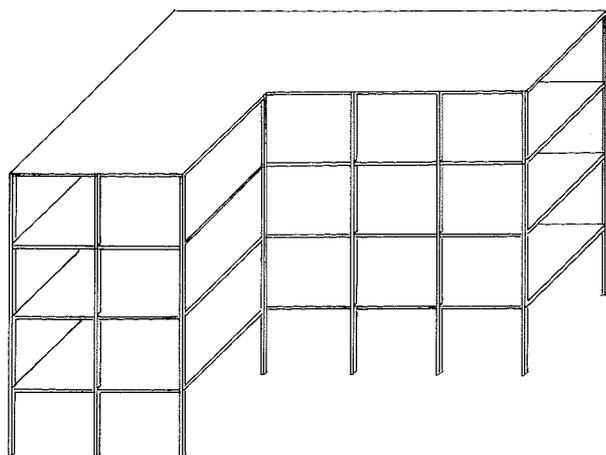


Figura 1.8

flessionale e produce effetti rilevanti solo nel caso di edifici molto alti o in presenza di travi di luce molto ridotta [3] [4] [13]. La seconda è anch'essa modesta rispetto a quella flessionale. Con queste ipotesi, le azioni mutue tra i singoli telai piani componenti la struttura sono esclusivamente quelle trasmesse attraverso gli impalcati che li collegano.

Nell'esaminare il comportamento del telaio spaziale si assume nel seguito che esso sia soggetto a un generico schema di carichi verticali uniformi sulle travi e di azioni orizzontali concentrate in corrispondenza degli impalcati. Questa riduzione è inserita solo per semplicità espositiva e può quindi essere rimossa senza eccessiva difficoltà. Si trascura inoltre in questa fase l'effetto instabilizzante dei carichi verticali e la variazione di rigidezza dovuta alla compressione dei pilastri, che verranno presi in considerazione in seguito. Si ipotizza infine che gli spostamenti dei nodi dell'edificio, provocati dai carichi su esso agenti, siano piccoli rispetto alle sue dimensioni.

Il modello di telaio spaziale regolare innanzi definito può essere descritto e analizzato con riferimento ad un sistema di assi cartesiani ortogonali x, y, z , avente gli assi x ed y paralleli ai due ordini di telai e l'asse z verticale ed orientato verso l'alto. L'ubicazione dell'origine può essere scelta arbitrariamente, e solo esemplificativamente è mostrata coincidente con un vertice della pianta di base (fig. 1.9).

Nel seguito, per individuare il generico telaio piano, o una grandezza ad esso relativa, si userà il simbolo j . Si useranno inoltre le lettere i e k per indicare nodi appartenenti ad un telaio piano ed r per il generico impalcato o interpiano. Ciascuna asta sarà individuata mediante i nodi di estremità, cioè in generale col simbolo ik . Per indicare grandezze relative all'estremo i (o k) di essa si userà l'indice ik (o ki); per enti che assumono uguale valore ai suoi due estremi, o relativi all'intera asta, l'indice sarà invece racchiuso tra parentesi (ik).

Per definire compiutamente la geometria del telaio spaziale occorre indicarne il numero di interpiani n e le relative altezze h_r , il numero di telai paralleli all'asse x ed y , s e t , e la distanza di ciascuno di essi dall'asse cui è parallelo (rispettivamente y_j e x_j). Bisogna inoltre indicare

il numero di campate di ogni telaio m_j e la loro luce $l_{(ik)}$. Le aste sono per ora ipotizzate a sezione costante, definita mediante il momento d'inerzia $I_{(ik)}$. Le caratteristiche del materiale costituente la struttura sono rappresentate dal modulo di elasticità normale E .

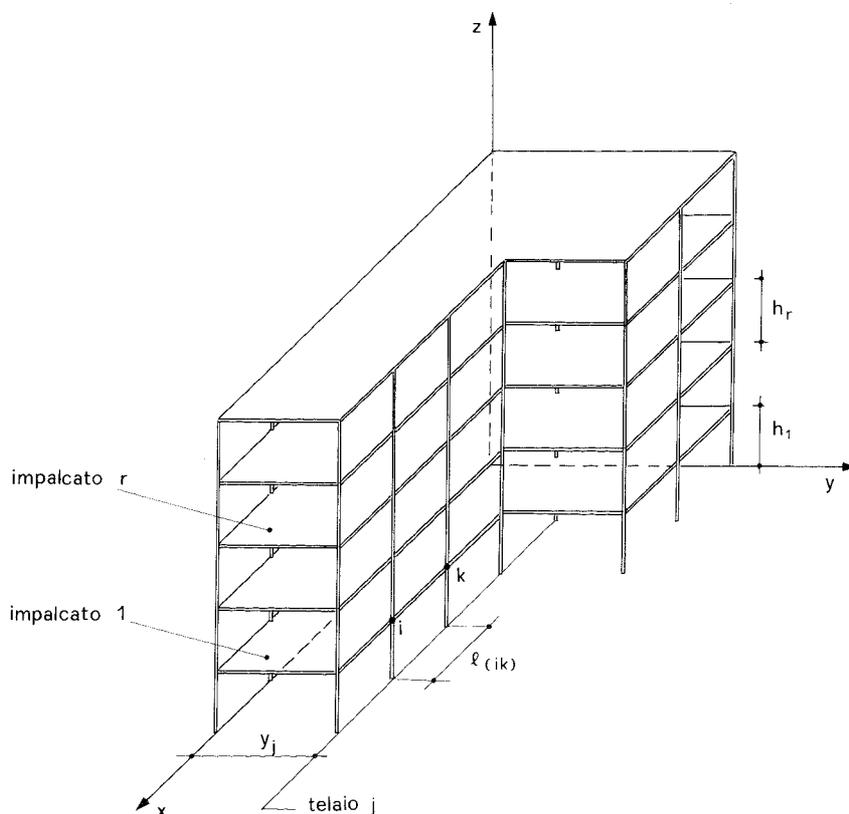


Figura 1.9

1.2. Il procedimento risolutivo.

La risoluzione di una struttura iperstatica può in generale essere effettuata mediante due procedimenti, analoghi e duali rispetto alle grandezze in considerazione [1].

Il primo, metodo delle forze (detto anche metodo delle reazioni), prende in esame uno schema principale ottenuto effettuando sulla struttura delle sconnessioni ed assume come incognite le azioni trasmesse attraverso di esse; opera quindi su un sistema equilibrato. Il valore delle incognite è determinato mediante la risoluzione del sistema di equazioni di congruenza che impone il rispetto delle connessioni eliminate; si individua in tal modo tra le infinite soluzioni equilibrate l'unica che sia anche congruente. Lo stato tensionale e deformativo delle singole aste è ottenuto come somma di quanto determinato sullo schema principale dai carichi e dalle azioni determinate in corrispondenza delle sconnessioni.

Il secondo, metodo degli spostamenti (detto anche metodo delle deformazioni o dei cedimenti), prende in esame uno schema principale ottenuto aggiungendo dei vincoli che impediscono spostamenti e rotazioni dei nodi ed assume come incognite le componenti di movimento

impedite; opera quindi su un sistema congruente. Il valore delle incognite è determinato mediante la risoluzione del sistema di equazioni che impone l'equilibrio in assenza dei vincoli aggiunti; si individua in tal modo tra le infinite soluzioni congruenti l'unica che sia anche equilibrata. Lo stato tensionale e deformativo delle singole aste è ottenuto come somma di quanto determinato nello schema principale dai carichi e dagli spostamenti determinati.

Il metodo delle forze, un tempo molto diffuso, presenta il problema della scelta delle sconnessioni da operare (e quindi delle incognite), che può condizionare sia la semplicità di scrittura delle equazioni di congruenza che l'accuratezza della soluzione.

Il metodo degli spostamenti, che qui si utilizza, consente invece una individuazione automatica delle incognite ed è pertanto molto più idoneo alla realizzazione di programmi per elaboratori elettronici.

La deformazione di un generico telaio piano a maglie rettangolari con aste inestensibili è definita in maniera univoca mediante la rotazione φ_i dei nodi e lo spostamento relativo δ_{jr} dei suoi traversi (fig. 1.10). In maniera analoga, la deformazione del telaio spaziale regolare descritto nel para-

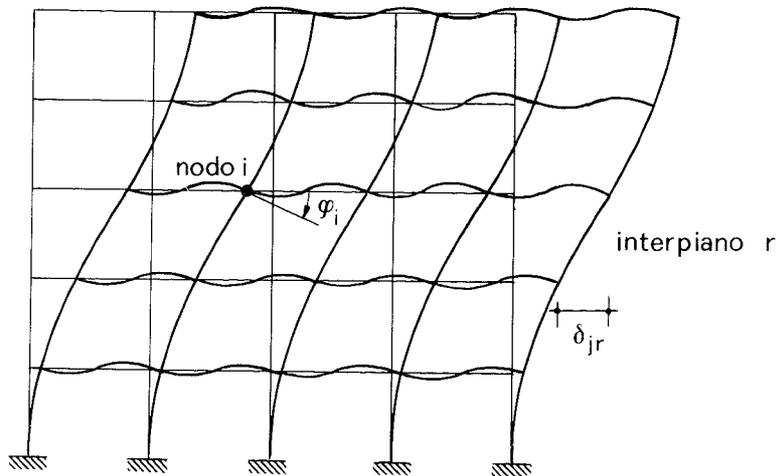


Figura 1.10. Componenti di movimento di un telaio piano

grafo precedente è individuata mediante la rotazione dei nodi dei telai piani che lo compongono e le tre componenti di movimento relativo di ciascun impalcato. Queste sono in generale costituite dallo spostamento di un arbitrario punto G_r rispetto all'impalcato sottostante (avente componenti $\delta_{G_r x}$ e $\delta_{G_r y}$ nella direzione degli assi x ed y) e dalla rotazione relativa tra gli impalcati Φ_r (fig. 1.11). Si assume come verso positivo per la rotazione dei nodi quella che porta il semiasse positivo z sul semiasse positivo x o y (rispettivamente per i telai appartenenti a piani paralleli a xz o yz). Per lo spostamento relativo di un traverso di un telaio piano e per le componenti di spostamento del punto G_r dell'impalcato spaziale si assume positivo il verso concorde con gli assi x ed y . La rotazione relativa degli impalcati è infine considerata positiva se concorde col verso che porta il semiasse positivo z su x .

Lo spostamento relativo tra due traversi consecutivi di un telaio piano può essere determinato in funzione delle tre componenti di movimento relativo degli impalcati cui essi appartengono. Indicando con d_{jr} la distanza tra il telaio j ed il punto G_r , cambiata di segno se il telaio è parallelo all'asse y , e con x_{G_r} e y_{G_r} le coordinate di G_r , si ottengono le seguenti relazioni, il cui significato geometrico è illustrato dalla figura 1.12:

per i telai paralleli all'asse x :

$$\delta_{jr} = y_j - y_{G_r} \quad \delta_{jr} = \delta_{G_r x} + \Phi_r d_{jr}$$

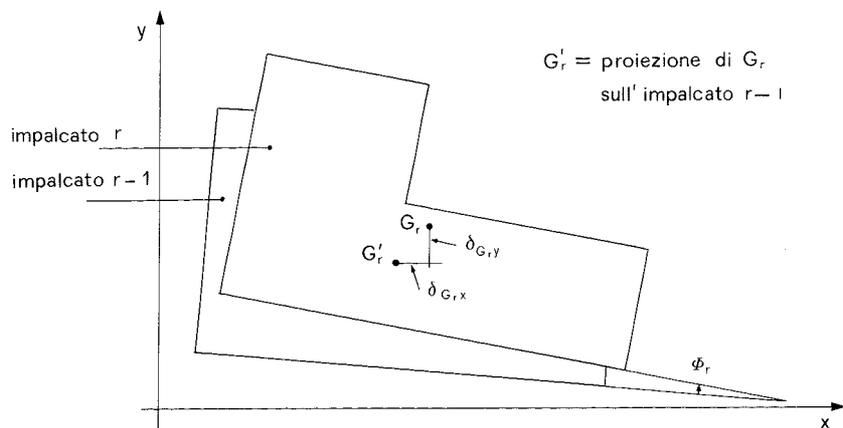


Figura 1.11. Componenti di movimento di un impalcato

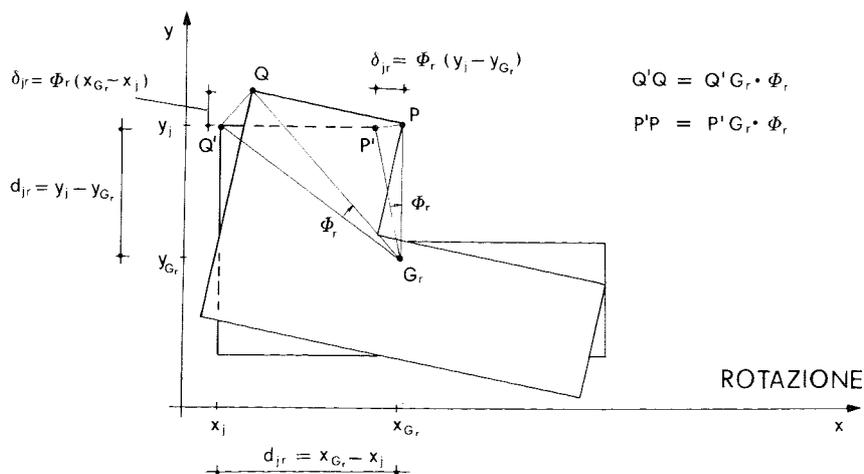
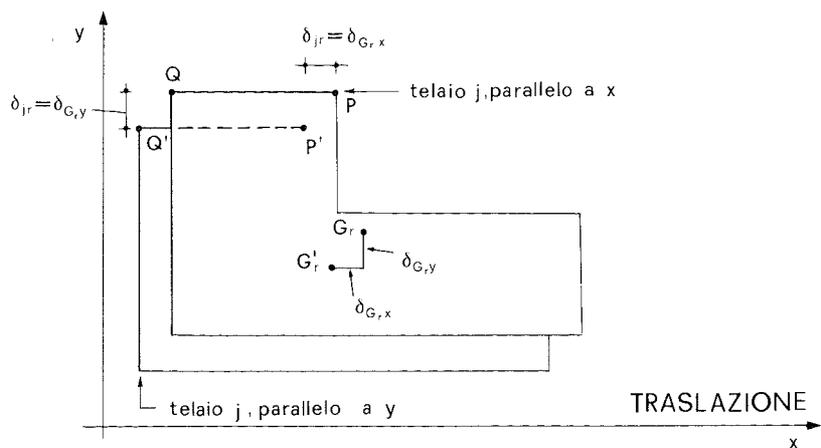


Figura 1.12 Relazione tra componenti di movimento dell'impalcato e spostamenti dei telai piani.

per i telai paralleli all'asse y :

$$d_{jr} = - (x_j - x_{Gr}) \quad \delta_{jr} = \delta_{Gr y} + \Phi_r d_{jr}$$

Nel seguito la relazione tra spostamenti dei traversi e degli impalcati verrà espressa sinteticamente, sottointendendo l'indice x o y relativo alla direzione cui il telaio è parallelo, con:

$$\delta_{jr} = \delta_{Gr} + \Phi_r d_{jr} \quad (1)$$

Nell'applicare il metodo degli spostamenti si possono seguire due impostazioni, sostanzialmente equivalenti ma formalmente distinte.

La prima richiede la scrittura delle equazioni *in forma esplicita* e quindi una analisi teorica preliminare valida solo per il particolare schema geometrico in esame. Essa può quindi risultare vantaggiosa per schemi semplici e di uso comune, come quello di telaio spaziale regolare, mentre può diventare estremamente laborioso tentarne l'applicazione a schemi più complessi. La soluzione del sistema è in genere effettuata in maniera *iterativa*, col metodo di Gauss-Siedel [5]. Questo procedimento ha un preciso significato fisico, perché equivale ad eliminare di volta in volta il singolo vincolo aggiuntivo determinando le deformazioni che insorgono per assicurare l'equilibrio.

La seconda, analisi matriciale [6] [8], partendo dalle relazioni tra azioni e componenti di movimento degli estremi di un'asta (esprese mediante la *matrice di rigidezza dell'asta*), determina automaticamente, in funzione delle connessioni mutue tra le aste, il sistema di equazioni di equilibrio (espresso mediante la *matrice di rigidezza della struttura*). La soluzione del sistema è in genere effettuata con procedimenti *diretti*, cioè con metodi che richiedono un numero predefinito di operazioni. L'uso della notazione matriciale consente una notevole sintesi espressiva e rende semplice l'approccio a schemi anche notevolmente complessi.

Nessuna delle due impostazioni è esente da problemi applicativi. Nella prima, la convergenza del procedimento iterativo è fortemente influenzata dai rapporti di rigidezza degli elementi strutturali. Nella seconda, gli errori di arrotondamento possono esaltarsi in casi particolari (matrici mal condizionate) inficiando la correttezza dei risultati. È da notare che questi problemi spesso insorgono per entrambi i metodi in corrispondenza ad una stessa tipologia (telai con pilastri molto più rigidi delle travi).

I procedimenti iterativi hanno avuto nel passato un forte sviluppo, per la necessità pratica di risolvere manualmente schemi di telai piani regolari. Nel passare a schemi piani più complessi o a schemi tridimensionali si superano ovviamente i limiti fisiologici del calcolo manuale ed aumenta parallelamente la tendenza a ricorrere all'impostazione matriciale. I modelli iterativi sono però profondamente radicati nella cultura dell'ingegnere, che per propria formazione attribuisce un significato fisico ad ogni operazione matematica. Si è quindi ritenuta utile la loro estensione al campo spaziale, al fine di agevolare la comprensione degli algoritmi di calcolo e dei limiti del loro campo di applicazione.

1.3. Azioni agli estremi delle aste.

In maniera perfettamente analoga a quanto avviene nei telai piani, le azioni flettenti e taglianti agli estremi della generica asta ik sono esprese dalle ben note relazioni:

$$\begin{aligned} M_{ik} &= \bar{M}_{ik} + 4 w'_{(ik)} \varphi_i + 2 w'_{(ik)} \varphi_k - 6 w'_{(ik)} \psi_{(ik)} \\ M_{ki} &= \bar{M}_{ki} + 4 w'_{(ik)} \varphi_k + 2 w'_{(ik)} \varphi_i - 6 w'_{(ik)} \psi_{(ik)} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} T_{ik} &= T_{ik}^* + (M_{ik} + M_{ki})/l_{(ik)} \\ T_{ki} &= T_{ki}^* + (M_{ik} + M_{ki})/l_{(ik)} \end{aligned} \quad (3)$$

essendo:

M_{ik}, M_{ki}	i momenti flettenti all'estremo i e k dell'asta generica ik, considerati come azione del nodo sull'asta;
$\bar{M}_{ik}, \bar{M}_{ki}$	i momenti flettenti che agirebbero all'estremità dell'asta ik per effetto dei carichi esterni ad essa applicati se la rotazione e lo spostamento dei nodi fossero impediti;
$w'_{(ik)} = \left(\frac{EI}{I} \right)_{(ik)}$	l'indice di rigidezza dell'asta ik;
φ_i, φ_k	le rotazioni dei nodi i e k;
$\psi_{(ik)}$	la rotazione dell'asta ik; essa è nulla per le travi, mentre per i ritti è pari al rapporto δ_{jr}/h_r ;
T_{ik}, T_{ki}	i tagli all'estremo i e k dell'asta ik;
T_{ik}^*, T_{ki}^*	i tagli che insorgerebbero all'estremità dell'asta ik per effetto dei carichi esterni ad essa applicata nell'ipotesi di cerniere in detti estremi.

Nelle relazioni innanzi riportate le rotazioni e le azioni flettenti esercitate dal nodo sull'asta sono considerate positive se orarie; le azioni taglianti sono positive se il verso della coppia elementare formata dalle forze applicate alle due facce della sezione è oraria.

Analogamente a quanto assunto nel metodo delle rigidità globali per telai piani, si possono utilizzare, nel definire il momento M_{ik} , i seguenti simboli:

$$M_{ik}^{\circ} = 4 w'_{(ik)} \varphi_i \quad (4)$$

$$M_{(ik)}^{\bullet} = -6 w'_{(ik)} \psi_{(ik)} \quad (5)$$

essendo

M_{ik}° il momento che insorge all'estremo i dell'asta ik in conseguenza di una rotazione φ_i dello stesso estremo (con $\varphi_k = \psi_{(ik)} = 0$);

$M_{(ik)}^{\bullet}$ il momento che insorge agli estremi del ritto ik per effetto di uno spostamento relativo δ_{jr} dei due estremi (con $\varphi_i = \varphi_k = 0$).

Poiché lo spostamento δ_{jr} può essere considerato somma di due aliquote, dovute rispettivamente alla traslazione ed alla rotazione relativa dei due impalcati che racchiudono l'interpiano r, si può scrivere:

$$M_{(ik)}^{\bullet} = M_{(ik)}^{\delta} + M_{(ik)}^{\phi}$$

avendo posto:

$$M_{(ik)}^{\delta} = -6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{Gr}}{h_r} \quad (6)$$

$$M_{(ik)}^{\phi} = -6 w'_{(ik)} \frac{\Phi_r d_{jr}}{h_r} \quad (7)$$

ed essendo:

$M_{(ik)}^{\delta}$ il momento conseguente all'aliquota di spostamento dovuta alla traslazione;

$M_{(ik)}^{\phi}$ il momento conseguente all'aliquota di spostamento dovuta alla rotazione.

Il momento M_{ik} è quindi esprimibile sinteticamente con:

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + M_{ik}^{\circ} + \frac{1}{2} M_{ki}^{\circ} + M_{(ik)}^{\delta} + M_{(ik)}^{\phi} \quad (8)$$

Questa espressione differisce da quella utilizzata nel caso dei telai piani esclusivamente per la scissione del momento $M_{(ik)}^{\circ}$ nelle due aliquote $M_{(ik)}^{\delta}$ e $M_{(ik)}^{\phi}$.

1.4. Equazioni di equilibrio.

1.4.1 Generalità.

Nel formulare le condizioni di equilibrio dei nodi e dei piani di un telaio spaziale si possono seguire due differenti impostazioni.

Una prima possibilità consiste nell'utilizzare la relazione tra il momento flettente e i momenti di nodo e di piano, M_{ik}° , $M_{(ik)}^{\delta}$ e $M_{(ik)}^{\phi}$, definita nel paragrafo precedente, ed esprimere quindi le condizioni di equilibrio in funzione di tali grandezze. Si ottiene così una diretta estensione del metodo delle rigidità globali, proposto per i telai piani, al caso del telaio tridimensionale.

Questa impostazione è sicuramente utile perché mostra, a chi abbia familiarità con tale metodo, lo stretto legame tra caso piano e caso spaziale, annullando i timori che possono talora cogliere chi affronta per la prima volta la più complessa problematica delle strutture tridimensionali. Si noterà infatti, da quanto esposto nel presente paragrafo, che il modo di procedere per determinare le equazioni di equilibrio ed il loro stesso aspetto formale non differiscono da quelli già noti per i telai piani, ma sono di essi solo una semplice generalizzazione.

La seconda possibilità consiste nell'utilizzare la relazione tra il momento flettente e le componenti di movimento incognite ed esprimere le condizioni di equilibrio direttamente in funzione di queste ultime.

Questa via, che verrà illustrata in un paragrafo successivo, è senza dubbio preferibile nelle applicazioni mediante elaboratori elettronici. In tal caso, infatti, il ricorso ai momenti di nodo e di piano diventa non solo superfluo, ma addirittura negativo perché richiederebbe una inutile moltiplicazione delle grandezze da memorizzare (ad esempio quattro valori di M_{ik}° per nodo, anziché un unico valore della rotazione φ_i).

1.4.2 Equilibrio del nodo.

La condizione di equilibrio alla rotazione del generico nodo i è espressa da:

$$\sum_k M_{ik} = 0.$$

dove la sommatoria è estesa a tutte le aste che convergono nel nodo.

Sostituendo in essa l'espressione (8) del momento M_{ik} , riportata nel paragrafo precedente, e risolvendo rispetto a $\sum_k M_{ik}^{\circ}$, si ottiene:

$$\sum_k M_{ik}^{\circ} = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \frac{1}{2} \sum_k M_{ki}^{\circ} + \sum_k M_{(ik)}^{\delta} + \sum_k M_{(ik)}^{\phi} \right].$$

Utilizzando la definizione (4) di M_{ik}° e sfruttando la condizione di congruenza che impone che la rotazione degli estremi delle aste che conver-

gono nel nodo sia uguale a quella del nodo stesso si può scrivere:

$$\sum_k M_{ik}^{\circ} = \sum_k 4 w'_{(ik)} \varphi_i = \varphi_i \sum_k 4 w'_{(ik)}$$

quindi:

$$\varphi_i = \frac{\sum_k M_{ik}^{\circ}}{\sum_k 4 w'_{(ik)}}$$

Si ottiene così:

$$M_{ik}^{\circ} = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \frac{1}{2} \sum_k M_{ki}^{\circ} + \sum_k M_{(ik)}^{\delta} + \sum_k M_{(ik)}^{\phi} \right] \frac{4 w'_{(ik)}}{\sum_k 4 w'_{(ik)}} \quad (9)$$

1.4.3. Equilibrio del piano alla traslazione.

Le condizioni di equilibrio alla traslazione nelle direzioni x ed y della parte di telaio sovrastante l'interpiano r sono espresse da:

$$Q_{rx} + \sum_{ik} T_{ik} = 0; \quad Q_{ry} + \sum_{ik} T_{ik} = 0;$$

dove con Q_{rx} e Q_{ry} si è indicata la somma delle componenti in direzione x ed y delle forze agenti al di sopra dell'interpiano r, mentre le sommatorie sono estese a tutti i ritti dei telai paralleli all'uno o all'altro asse, nell'interpiano considerato.

Le due condizioni possono essere rappresentate sinteticamente, sottintendendo l'indice x o y, con:

$$Q_r + \sum_r T_{ik} = 0.$$

Avendo ipotizzato che i carichi agiscano solo in corrispondenza delle travi o degli impalcati, per i ritti si ha:

$$T_{ik}^* = \bar{M}_{ik} = \bar{M}_{ki} = 0$$

e quindi:

$$T_{ik} = \frac{M_{ik} + M_{ki}}{h_r} = \frac{3/2 (M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}) + 2 M_{(ik)}^{\delta} + 2 M_{(ik)}^{\phi}}{h_r}$$

Sostituendo tale valore nella condizione di equilibrio e risolvendo rispetto a $\sum_r M_{(ik)}^{\delta}$ si ottiene:

$$\sum_r M_{(ik)}^{\delta} = - \frac{1}{2} \left[Q_r h_r + \frac{3}{2} \sum_r (M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}) + 2 \sum_r M_{(ik)}^{\phi} \right]$$

Utilizzando la definizione (6) di $M_{(ik)}^{\delta}$ e sfruttando la condizione di congruenza che impone che, in assenza di rotazione, lo spostamento sia uguale per tutti i telai si può scrivere:

$$\sum_r M_{(ik)}^{\delta} = \sum_r -6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{Gr}}{h_r} = \frac{\delta_{Gr}}{h_r} \sum_r -6 w'_{(ik)}$$

e quindi:

$$\frac{\delta_{G_r}}{h_r} = \frac{\sum_r M_{(ik)}^\delta}{\sum_r -6 w'_{(ik)}}.$$

Si ottiene così:

$$M_{(ik)}^\delta = -\frac{1}{2} \left[Q_r h_r + \frac{3}{2} \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) + 2 \sum_r M_{(ik)}^\phi \right] \frac{-6 w'_{(ik)}}{\sum_r -6 w'_{(ik)}}.$$

In base alla definizione (7) di $M_{(ik)}^\phi$ si ha:

$$\sum_r M_{(ik)}^\phi = -6 \frac{\Phi_r}{h_r} \sum_r w'_{(ik)} d_{jr}.$$

In tale espressione, $\sum_r w'_{(ik)} d_{jr}$ rappresenta il momento statico degli indici di rigidezza dei ritti rispetto al punto G_r . Questo punto può essere fissato arbitrariamente, ma se lo si sceglie coincidente col baricentro degli indici di rigidezza dei ritti del piano r la sommatoria anzidetta risulterà nulla. L'espressione del momento di piano $M_{(ik)}^\delta$ diventa quindi:

$$M_{(ik)}^\delta = -\frac{1}{2} \left[Q_r h_r + \frac{3}{2} \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) \right] \frac{-6 w'_{(ik)}}{\sum_r -6 w'_{(ik)}}$$

ovvero:

$$M_{(ik)}^\delta = - \left[\frac{2}{3} Q_r h_r + \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) \right] \frac{-6 w'_{(ik)}}{\frac{4}{3} \sum_r -6 w'_{(ik)}} \quad (10)$$

1.4.4. Equilibrio del piano alla rotazione.

La condizione di equilibrio alla rotazione della parte di telaio sovrastante l'interpiano r può essere scritta con riferimento ad un punto qualsiasi. Imponendo l'equilibrio alla rotazione intorno a G_r si ha:

$$M_r + \sum_r T_{ik} d_{jr} = 0$$

dove con M_r si è indicato il momento rispetto a G_r di tutte le forze agenti al di sopra dell'interpiano r .

Esprimendo in tale relazione il taglio in funzione dei momenti di nodo e di piano e risolvendo rispetto a $\sum_r M_{(ik)}^\phi d_{jr}$, si ottiene:

$$\sum_r M_{(ik)}^\phi d_{jr} = -\frac{1}{2} \left[M_r h_r + \frac{3}{2} (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) d_{jr} + 2 \sum_r M_{(ik)}^\delta d_{jr} \right]$$

Utilizzando la definizione (7) di $M_{(ik)}^\phi$ e sfruttando la condizione di congruenza, implicita in essa perché Φ_r è unico per tutti i telai, si può scrivere:

$$\sum_r M_{(ik)}^\phi d_{jr} = \sum_r -6 w'_{(ik)} \frac{\Phi_r}{h_r} d_{jr}^2 = \frac{\Phi_r}{h_r} \sum_r -6 w'_{(ik)} d_{jr}^2$$

e quindi:

$$\frac{\Phi_r}{h_r} = \frac{\sum_r M_{(ik)}^\phi d_{jr}}{\sum_r -6 w'_{(ik)} d_{jr}^2}$$

Si ottiene così:

$$M_{(ik)}^\phi = -\frac{1}{2} \left[M_r h_r + \frac{3}{2} \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) d_{jr} + 2 \sum_r M_{(ik)}^\delta d_{jr} \right] \frac{-6 w'_{(ik)} d_{jr}}{\sum_r -6 w'_{(ik)} d_{jr}^2}$$

In base alla definizione (6) di $M_{(ik)}^\delta$ si ha:

$$\sum_r M_{(ik)}^\delta d_{jr} = -6 \frac{\delta_{Gr}}{h_r} \sum_r w'_{(ik)} d_{jr}$$

In tale espressione compare nuovamente il momento statico degli indici di rigidezza dei ritti rispetto al punto G_r , che è nullo se il punto è scelto coincidente col loro baricentro. In tal caso l'espressione del momento di piano $M_{(ik)}^\phi$ diventa:

$$M_{(ik)}^\phi = -\frac{1}{2} \left[M_r h_r + \frac{3}{2} \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) d_{jr} \right] \frac{-6 w'_{(ik)} d_{jr}}{\sum_r -6 w'_{(ik)} d_{jr}^2}$$

ovvero:

$$M_{(ik)}^\phi = -\left[\frac{2}{3} M_r h_r + \sum_r (M_{ik}^\circ + M_{ki}^\circ) d_{jr} \right] \frac{-6 w'_{(ik)} d_{jr}}{\frac{4}{3} \sum_r -6 w'_{(ik)} d_{jr}^2} \quad (11)$$

1.5. Risoluzione manuale dello schema.

1.5.1. Procedimento operativo.

La risoluzione del sistema di equazioni definito nel paragrafo precedente può essere effettuata in maniera iterativa, operando di volta in volta sulla singola equazione per determinare i valori degli M_{ik}° relativi alle aste convergenti nel nodo (o degli $M_{(ik)}^\delta$ e $M_{(ik)}^\phi$ dei ritti dell'interpiano) in funzione dei valori correnti degli altri momenti. Si fa riferimento a queste operazioni col termine «operazione di equilibramento del nodo», o semplicemente «operazione di nodo» (ovvero «operazioni di equilibramento del piano alla traslazione e alla rotazione»). Esse equivalgono fisicamente a lasciar libero di deformarsi il singolo nodo (o interpiano) mantenendo tutti gli altri nella configurazione precedentemente raggiunta e determinare i momenti che insorgono al raggiungimento dell'equilibrio dell'elemento rilasciato.

Analizzare in questo modo una struttura spaziale equivale sostanzialmente al risolvere contemporaneamente tutti i telai piani da cui essa è composta. Per schemi contenenti un numero di elementi non molto elevato è possibile affrontare la risoluzione anche in maniera manuale. L'organizzazione dei dati può in tal caso procedere attraverso le seguenti fasi:

- a) determinazione degli indici di rigidezza delle aste;
- b) determinazione dei valori da utilizzare nelle operazioni di nodo: somma delle rigidezze delle aste confluenti nei nodi, momenti di incastro perfetto delle travi e loro somma;

c) determinazione ad ogni piano dei baricentri degli indici di rigidezza dei ritti e delle distanze dei telai da tali baricentri;

d) determinazione dei valori da utilizzare nelle operazioni di piano: somma delle rigidezze dei ritti e loro momento rispetto al baricentro;

e) preparazione degli schemi operativi, uno per ogni singolo telaio piano, da utilizzare nel procedimento iterativo di risoluzione; in tali schemi si riporteranno:

- al centro di ogni asta il relativo indice di rigidezza;

- al centro di ogni nodo la somma dei momenti di incastro perfetto e degli indici di rigidezza delle aste che concorrono nel nodo;

- in corrispondenza ad ogni piano la distanza del telaio dal baricentro degli indici di rigidezza dei ritti del piano stesso;

in uno schema a parte si riporteranno quei valori che si riferiscono alla struttura nella sua globalità, già indicati al punto d.

Come già detto, il procedimento risolutivo consisterà in una sequenza di operazioni di nodo e di piano, i cui risultati verranno via via riportati sugli schemi. Le operazioni di nodo saranno effettuate separatamente su ogni singolo telaio piano e pertanto non presenteranno differenze operative rispetto al metodo delle rigidità globali per telai piani, se non per la presenza per ogni ritto di due termini di piano ($M_{(ik)}^{\circ}$ e $M_{(ik)}^{\phi}$) anziché uno solo ($M_{(ik)}^{\circ}$). Le operazioni di piano verranno effettuate invece sulla struttura nella sua globalità, cioè lavorando su tutti gli schemi operativi. Si noti che i valori $M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}$ dei ritti intervengono sia nell'equilibramento dei piani alla traslazione che in quello alla rotazione (moltiplicati, in questo secondo caso, per la distanza del telaio dal baricentro degli indici di rigidezza); è quindi conveniente riportarne sugli schemi la somma, calcolata per ogni telaio ed ogni piano.

Le operazioni di equilibramento verranno ripetute fino a quando tutti i valori ottenuti non risulteranno stabilizzati, cioè sufficientemente prossimi a quelli forniti dall'iterazione precedente. Giunto così a convergenza il procedimento, si procederà al calcolo dei momenti flettenti nelle singole aste, in maniera analoga al caso dei telai piani.

1.5.2. Esempio numerico.

Per illustrare il procedimento qui esposto, se ne riporta l'applicazione numerica alla struttura illustrata dalle figure 1.13 e 1.14, che ne forniscono le caratteristiche geometriche e lo schema dei carichi agenti, costituiti per semplicità da sole forze orizzontali.

Nell'organizzazione dei dati si sono seguite le fasi elencate in precedenza. In figura 1.14 è riportata la posizione del baricentro degli indici di rigidezza dei ritti a ciascun piano e la distanza di ogni telaio da esso. La figura 1.15 mostra l'organizzazione complessiva degli schemi operativi. Le figure da 1.16 a 1.21 mostrano in dettaglio gli schemi dei telai piani che compongono la struttura; in essi sono riportati gli indici di rigidezza delle aste, espressi in Kgm a meno di un fattore costante pari a 10^5 , la loro somma nei nodi e le distanze dei telai dal baricentro elastico di ogni piano, col segno che loro compete. In figura 1.22 sono infine riportati tutti quei valori che si riferiscono all'intero complesso spaziale.

Si è quindi proceduto alla risoluzione iterativa delle equazioni di nodo e di piano. Per meglio comprendere l'applicazione delle operazioni suddette è utile seguire le prime fasi del procedimento.

Si è iniziato con una serie completa di operazioni di piano, notevolmente semplificata per l'assenza degli M^{ϕ} , inizialmente nulli. Si è poi effettuata una sequenza di operazioni di nodo, iniziando dal primo telaio in direzione x. Esse hanno fornito, ad esempio, per il nodo 1 i

valori $M_{1,2}^{\circ} = 1057 \text{ kgm}$ e $M_{1,5}^{\circ} = 631 \text{ kgm}$, che sono stati riportati sullo schema di figura 1.16, in corrispondenza dell'estremo 1 delle aste 1-2 e 1-3 rispettivamente. Si è quindi calcolata ad ogni piano la somma $M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}$ per i ritti, scrivendo i valori ottenuti in corrispondenza del piano stesso, sulla destra dello schema operativo; per il piano terra del telaio 1 x si è ad esempio ottenuto per tale somma il valore di 4183 Kgm.

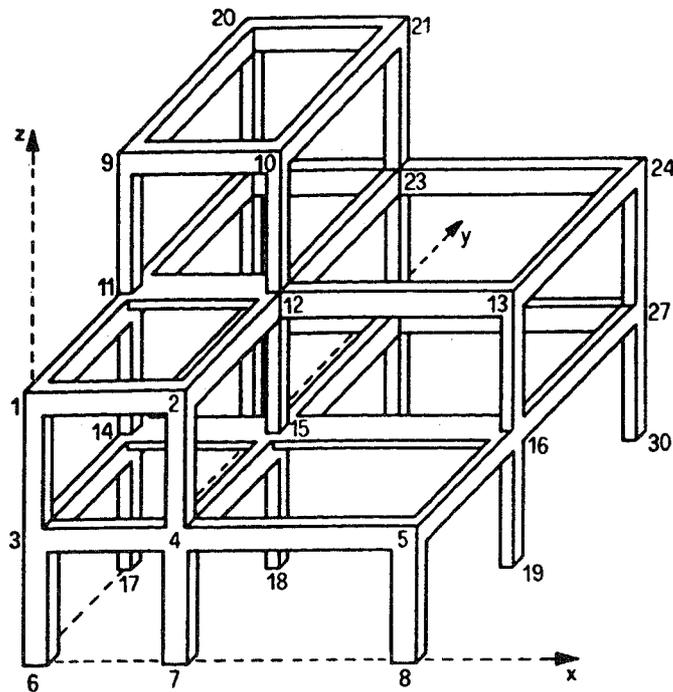


Figura 1.13. Edificio a tre piani. Struttura spaziale composta da travi e pilastri; nella figura non sono riportati i solai, che intervengono però nel calcolo come vincolo mutuo per i nodi di ogni impalcato.

Si è quindi effettuata una seconda serie di operazioni di piano. Nell'equilibrio alla traslazione in direzione x (o y) del piano r intervengono il valore $\frac{2}{3} Q_r h_r$, riportato in corrispondenza del piano nella prima (o seconda) colonna dello schema di figura 1.22, e le somme degli $M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}$ relativi ai ritti, riportate negli schemi relativi ai tre telai paralleli alla direzione in esame. Per esempio, per la traslazione in direzione x del piano terra si utilizzano i valori 21000 kgm (dalla fig. 1.22), 4183 kgm (per il primo telaio, fig. 1.16), 1838 kgm (secondo telaio, fig. 1.17), 1245 kgm (terzo telaio, fig. 1.18). L'operazione di piano fornisce così, per il primo telaio, i valori $M_{(3,6)}^{\circ} = M_{(4,7)}^{\circ} = M_{(5,8)}^{\circ} = -4934 \text{ kgm}$.

Nell'equilibrio alla rotazione del piano, intervengono invece il valore $\frac{2}{3} M_r h_r$, riportato in corrispondenza del piano nella terza colonna di figura 1.22, ed i prodotti delle somme degli $M_{ik}^{\circ} + M_{ki}^{\circ}$ dei ritti per le distanze d_{jr} ; sia le somme che le distanze vanno lette, per ogni telaio, sulla destra del relativo schema operativo, in corrispondenza del piano r.

Il procedimento è stato arrestato dopo altre due serie di operazioni di nodo e di piano. Gli ultimi valori ottenuti per i momenti di nodo e piano sono stati utilizzati per la valutazione del momento flettente, il cui diagramma è riportato in figura 1.23.

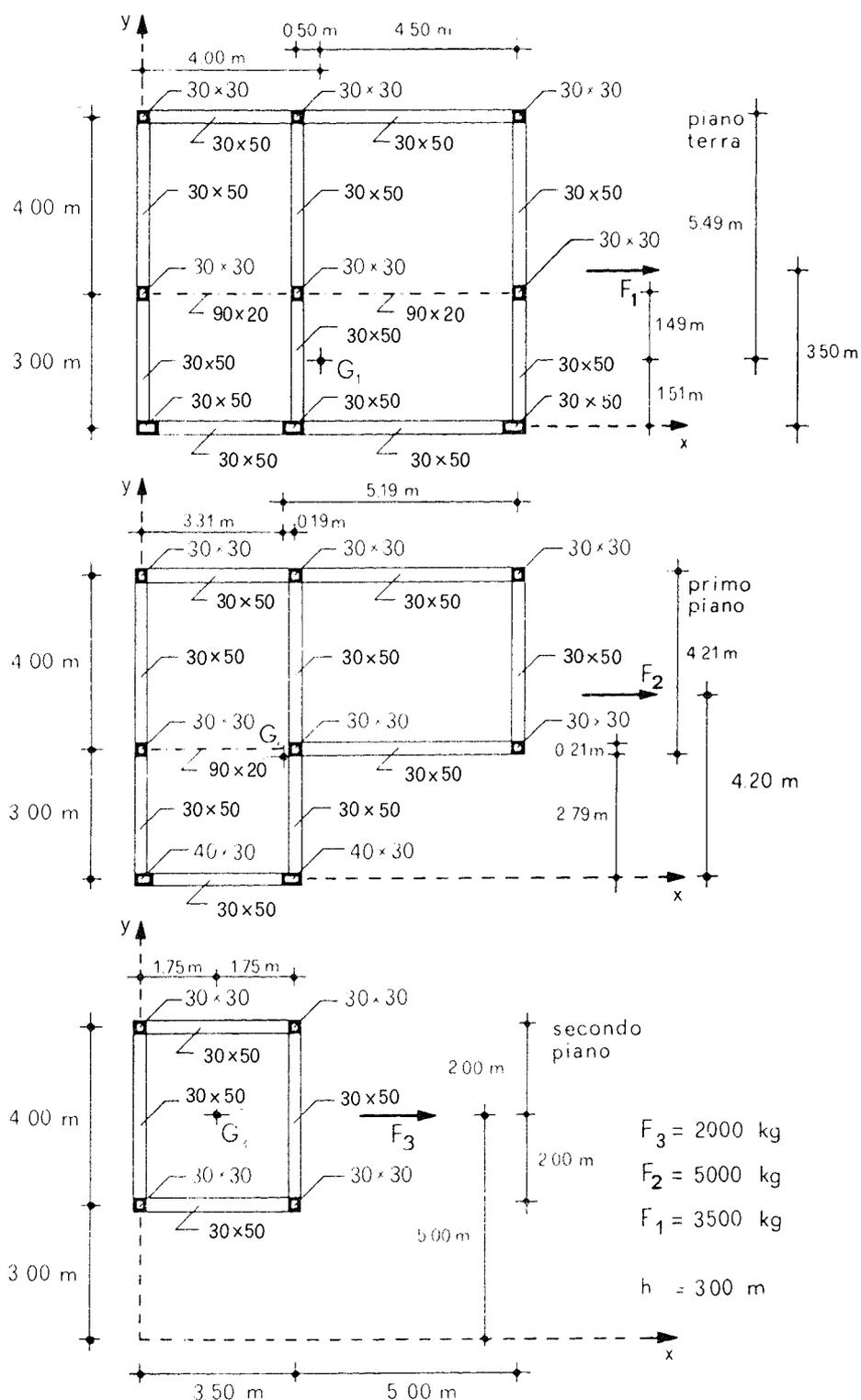


Figura 1.14. Edificio a tre piani. Pianta dei 3 piani e posizione dei baricentri degli indici di rigidità dei ritti di ogni piano; le dimensioni di pilastri e travi sono espresse in cm.

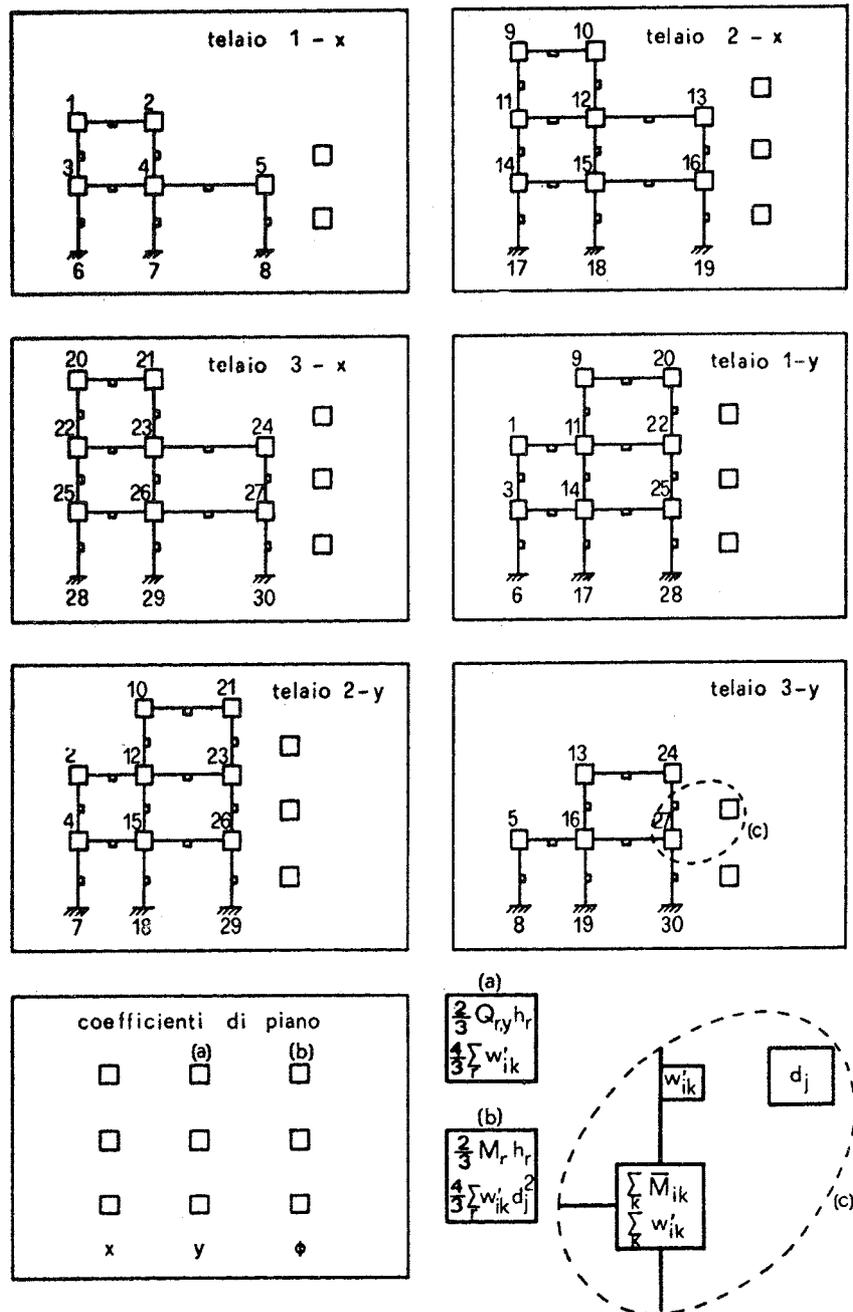


Figura 1.15. Schemi operativi per la risoluzione di un telaio spaziale

Risoluzione di un telaio spaziale

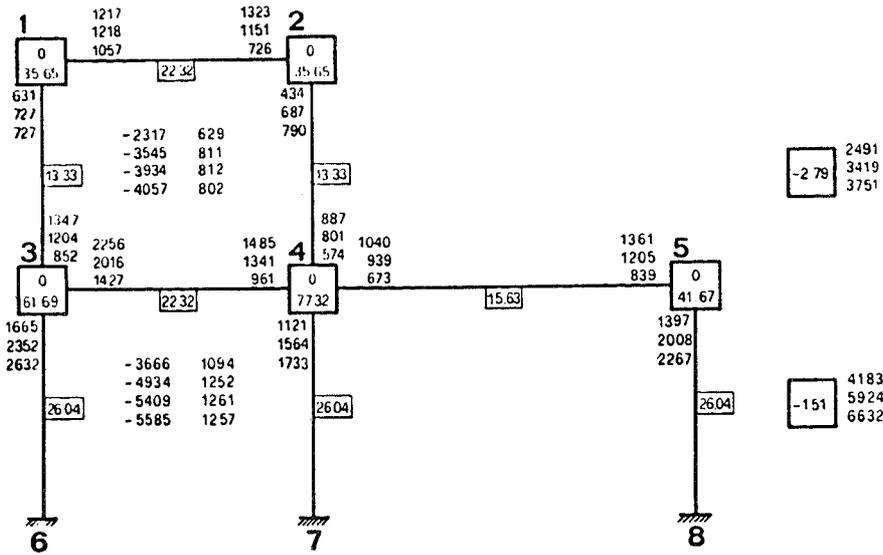


Figura 1.16. Telaio 1 x

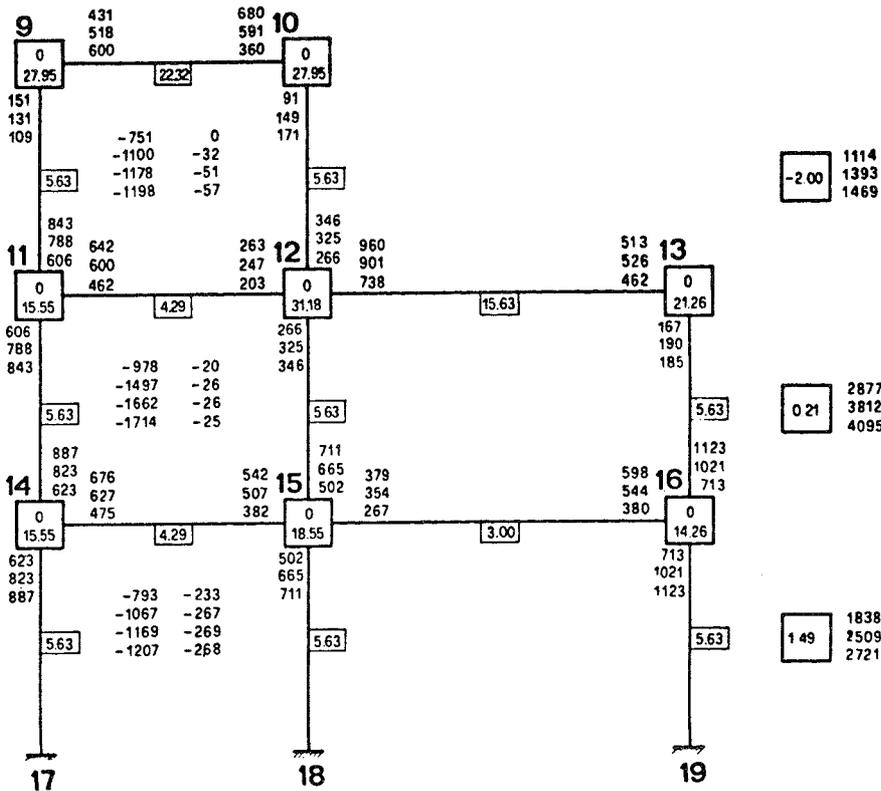


Figura 1.17. Telaio 2 x

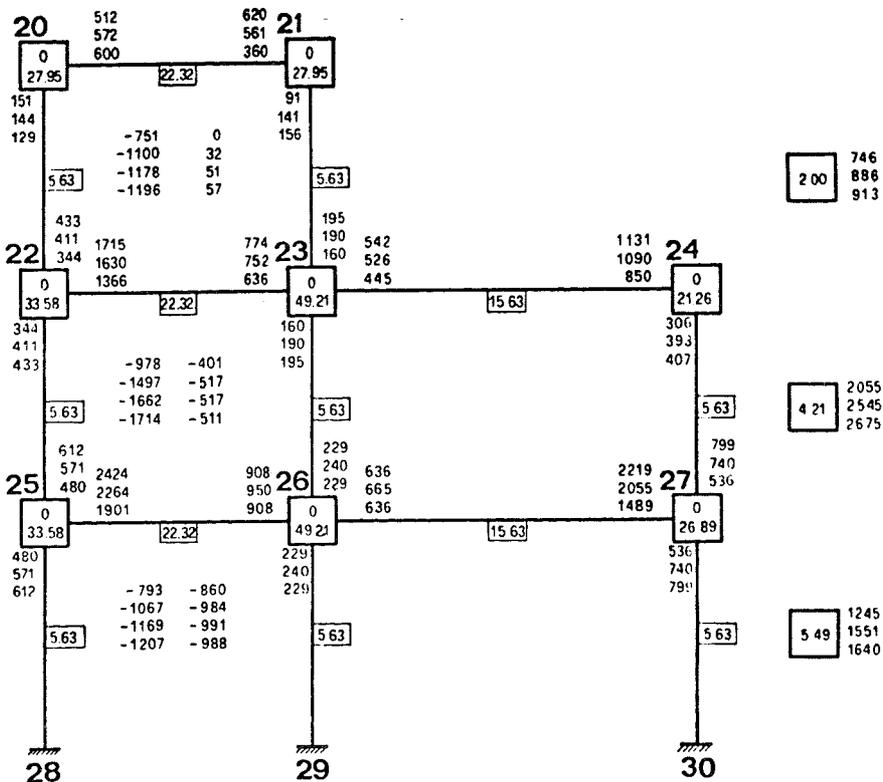


Figura 1.18. Telaio 3 x

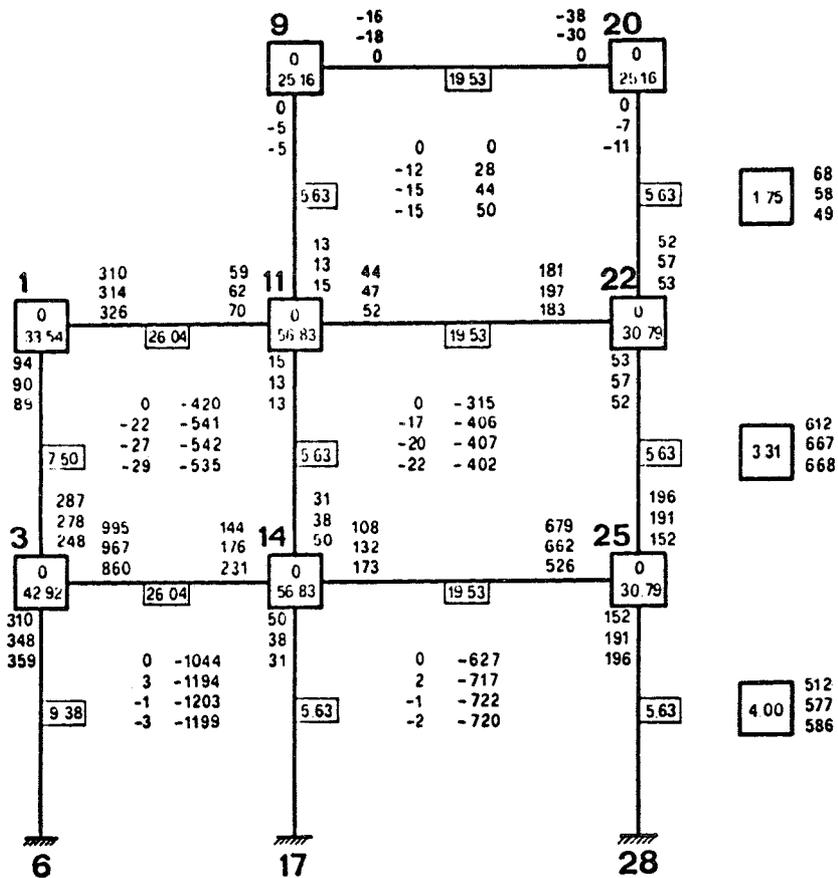
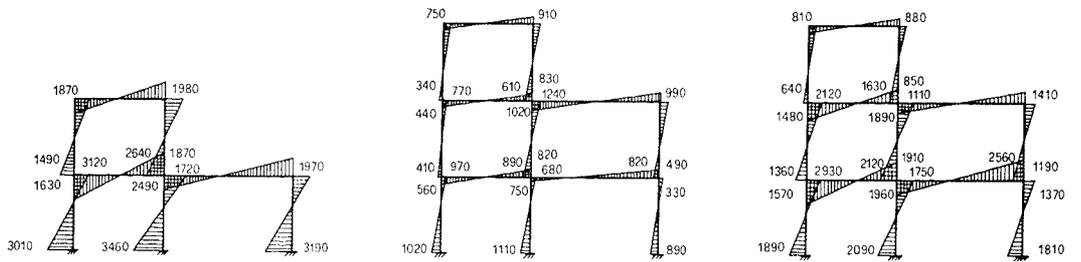


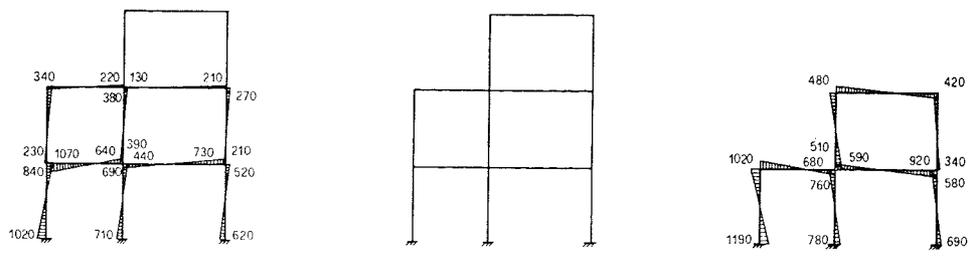
Figura 1.19. Telaio 1 y

X		Y		ROTAZIONE	
TRASLAZIONE		Y		ROTAZIONE	
4000	30 00	0	30 00	0	211 88
14000	80 56	0	65 00	22940	1355 40
21000	149 17	0	82 50	54790	1969 36

Figura 1.22. Valori da utilizzare per l'operazione di piano



Telai in direzione x



Telai in direzione y

Figura 1.23. Diagramma del momento flettente nei singoli telai piani

1.6. Equazioni di equilibrio in funzione di rotazioni e spostamenti.

1.6.1 Equilibrio del nodo.

Sostituendo nella condizione di equilibrio alla rotazione del generico nodo l'espressione (2) del momento flettente M_{ik} in funzione delle componenti di movimento dei nodi e dei piani, si ottiene:

$$\sum_k \bar{M}_{ik} + \sum_k 4 w'_{(ik)} \varphi_i + \sum_k 2 w'_{(ik)} \varphi_k - \sum_k 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r} = 0$$

in cui l'ultima sommatoria è estesa ai soli ritti.

Risolvendo in funzione di φ_i che per la congruenza è indipendente dall'asta e può quindi essere messo in evidenza nella sommatoria, si ha:

$$\varphi_i = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \sum_k 2 w'_{(ik)} \varphi_k - \sum_k 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r} \right] \frac{1}{\sum_k 4 w'_{(ik)}} \quad (12)$$

In questa equazione occorrerebbe sostituire a δ_{jr} il suo valore in funzione delle incognite di piano δ_{Gr} e Φ_r . Si ritiene però preferibile, per una maggiore semplicità operativa, non effettuare esplicitamente questa sostituzione, ma piuttosto calcolare per ogni telaio lo spostamento relativo dei traversi in funzione dei valori correnti delle componenti di movimento degli impalcati.

1.6.2 Equilibrio del piano alla traslazione.

Esprimendo il taglio nel generico ritto ik in funzione delle componenti di movimento si ha:

$$T_{ik} = 6 w'_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} \quad (13)$$

Sostituendo tale espressione nella condizione di equilibrio alla traslazione della parte del telaio sovrastante l'interpiano r , si ottiene:

$$Q_r + \sum_r 6 w'_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - \sum_r 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} = 0$$

Esprimendo δ_{jr} in funzione di δ_{Gr} e Φ_r e risolvendo in funzione di δ_{Gr} , si ha:

$$\delta_{Gr} = \left[Q_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) - \Phi_r \sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2}} \quad (14)$$

Se il punto di riferimento G_r è scelto coincidente col baricentro degli indici di rigidezza dei ritti dell'interpiano r , la relazione si semplifica, analogamente a quanto mostrato nel paragrafo 1.4.3, fornendo:

$$\delta_{Gr} = \left[Q_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2}} \quad (15)$$

1.6.3. *Equilibrio alla rotazione del piano.*

Sostituendo nella condizione di equilibrio alla rotazione della parte di telaio sovrastante l'interpiano r l'espressione (13) di T_{ik} in funzione delle componenti di movimento, si ottiene:

$$M_r + \sum_r 6 w'_{(ik)} (\varphi_i + \varphi_k) \frac{d_{jr}}{h_r} - \sum_r 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr} d_{jr}}{h_r^2} = 0$$

Esprimendo δ_{jr} in funzione di δ_{Gr} e Φ_r , e risolvendo in funzione di Φ_r , si ha:

$$\Phi_r = \left[M_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) d_{jr} - \delta_{Gr} \sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr}^2} \quad (16)$$

Anche in questo caso, se G_r coincide col baricentro degli indici di rigidezza dei ritti dell'interpiano r , la relazione si semplifica divenendo:

$$\Phi_r = \left[M_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w'_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr}^2} \quad (17)$$

1.7. **Risoluzione mediante elaboratore elettronico.**

L'uso delle equazioni di equilibrio in funzione di rotazioni e spostamenti risulta particolarmente adatto alla risoluzione mediante elaboratori elettronici. L'organizzazione del programma può procedere secondo le seguenti fasi:

a) lettura dei dati geometrici ed elastici (posizione dei telai, altezza dei piani, luci delle campate, sezione delle aste, modulo di elasticità del materiale);

b) stampa dei dati geometrici ed elastici;

c) determinazione di tutte le quantità legate ai dati geometrici, che intervengono nelle equazioni di equilibrio: indici di rigidezza, loro somma relativa alle aste che convergono in un nodo, coordinate dei baricentri degli indici di rigidezza dei ritti di un interpiano, loro somma e momento di inerzia baricentrico;

d) lettura dei dati relativi ai carichi (carichi distribuiti sulle travi, forze orizzontali applicate agli impalcati);

e) stampa dei dati relativi ai carichi;

f) determinazione di tutte le quantità legate ai carichi, che intervengono nelle equazioni di equilibrio: momenti di incastro perfetto, loro somma relativa alle travi che convergono in un nodo, somma delle forze sovrastanti un interpiano e loro momento rispetto al baricentro degli indici di rigidezza;

g) risoluzione iterativa del sistema di equazioni, alternando ciclicamente operazioni di nodo e di piano fino al raggiungimento della convergenza, cioè finché i valori determinati in un ciclo non siano sufficientemente prossimi a quelli ottenuti nel ciclo precedente;

h) calcolo delle caratteristiche di sollecitazione agli estremi delle aste, in funzione dei valori delle rotazioni dei nodi e degli spostamenti relativi dei traversi;

i) stampa dei risultati.

1. O. Belluzzi, *Scienza delle costruzioni*, vol. II, Zanichelli, 1941.
2. R. W. Clough, E. L. Wilson, I. P. King, *Large capacity multistory frame analysis programs*, Journal of structural division, 1963.
3. R. W. Clough, I. P. King, E. L. Wilson, *Structural analysis of multistory buildings*, Journal of structural division, 1964.
4. W. Weaver, M. F. Nelson, *Three-dimensional analysis of tier buildings*, Journal of structural division, 1966.
5. M. Cugiani, *Metodi dell'analisi numerica*, UTET, 1967.
6. J. S. Przemieniecki, *Theory of matrix structural analysis*, McGraw Hill, 1968.
7. M. Pagano, *L'irrigidimento dei telai sottoposti a forze orizzontali*, Qualità e costi degli edifici in relazione ai materiali e ai sistemi di costruzione, 1969.
8. J. L. Meek, *Matrix structural analysis*, McGraw Hill, 1971.
9. A. Ghersi, *Strutture intelaiate spaziali per edifici*, Giornale del Genio Civile, 1977.
10. A. Ghersi, *Impostazione manuale del calcolo dei telai spaziali*, Ingegneri, 1979.
11. A. Parducci, A. Checchi, *Interazione dei pannelli di muratura con i telai di cemento armato: comportamento del sistema strutturale per azioni complanari*, Industria italiana del cemento, 1982.
12. A. Giliberti, *Progettare scale in zona sismica*, L'Ingegnere italiano, 1983.
13. M. De Matteo, *Sul calcolo delle strutture piane a maglie di forma qualsiasi*, CUEN, 1986.
14. A. Giliberti, *Una più razionale struttura della scala per edifici in zona sismica*, CUEN, 1987.

APPENDICE AL CAPITOLO PRIMO PROGRAMMA PER LA RISOLUZIONE DI UN TELAIO SPAZIALE

Aurelio Gherzi

a. Introduzione.

La risoluzione manuale dello schema di telaio spaziale per edifici di consuete dimensioni si presenta indubbiamente molto onerosa. Nella pratica professionale è quindi necessario il ricorso ad elaboratori elettronici. Per tale motivo si è ritenuto necessario affiancare alla trattazione teorica la presentazione di un programma per personal computer. L'obiettivo che ci si propone non è certo il fornire all'utente un programma professionalmente esauriente, perché in tal caso occorrerebbe affrontare il problema delle diverse condizioni di carico, della verifica delle sezioni e del calcolo delle armature. Si vuole piuttosto mostrare una possibile via per concretizzare le indicazioni teoriche e contemporaneamente evidenziare l'impostazione logica, di programmazione strutturata, che si ritiene fondamentale nello sviluppo di procedure per elaboratori. Si è utilizzato il linguaggio BASIC, che è oggi il linguaggio più frequentemente utilizzato da chi lavora con personal computer. In particolare, si è fatto riferimento alla sua versione per il sistema operativo MS-DOS, ma le istruzioni adoperate potranno con facilità essere adattate alla quasi totalità dei computer.

Il programma consente la risoluzione di uno schema di telaio spaziale, composto da un massimo di 20 telai, con un totale di 80 pilastri e 7 piani, soggetto a più schemi di carico. Con tali dimensioni l'ingombro complessivo di memoria non supera i 64 Kbytes.

I paragrafi successivi forniscono una esauriente documentazione del programma. Il paragrafo b contiene la descrizione delle variabili utilizzate. In esso sono anche riportate precise indicazioni sull'ingombro di memoria, che consentono di variare i limiti anzidetti, in funzione della capacità di memoria del proprio calcolatore e delle possibilità del BASIC utilizzato. Nel paragrafo c sono presi in esame i blocchi di istruzione che costituiscono il programma stesso. Il relativo listato è riportato nel successivo paragrafo d. Il paragrafo e contiene le indicazioni necessarie per utilizzare il programma. Il paragrafo f contiene infine un esempio, costituito dalla stesso schema la cui risoluzione manuale è stata descritta nel paragrafo 1.5.2. Per esso sono riportati i dati necessari per l'elaborazione ed i risultati conseguentemente ottenuti.

b. Elenco delle variabili.

Tra le grandezze che è necessario memorizzare per la risoluzione dello schema di telaio spaziale, quelle che maggiormente impegnano la memoria del calcolatore sono tutte quelle connesse ai nodi, o alle aste, dei telai piani che lo compongono.

Per individuare un singolo nodo, e le informazioni ad esso collegate, si potrebbe far ricorso a tre indici, che mostrino:

- il numero d'ordine del telaio cui esso appartiene;
- la sua posizione nel telaio, ovvero il numero d'ordine della verticale (o, come si denominerà in seguito, della pilastrata) cui esso appartiene;
- l'impalcato di cui fa parte.

I corrispondenti array andrebbero dimensionati definendo un numero massimo di nodi per telaio (numero unico, uguale per tutti i telai). Nella pratica, però, i telai di un edificio hanno spesso un numero di nodi fortemente variabile; si pensi, per esempio, ad un edificio a pianta rettangolare allungata, che ha telai longitudinali con molte campate e telai trasversali con poche. L'uso di tre indici può comportare quindi un sensibile spreco di memoria, non accettabile per un personal computer. Inoltre non tutte le versioni del linguaggio BASIC attualmente presenti sul mercato consentono l'uso di tre indici (lo standard ANSI ne prevede solo due). Si può però pensare di disporre i telai piani che compongono lo schema spaziale in sequenza e individuare ciascuna pilastrata mediante la sua posizione in questo insieme. In tal modo i primi due indici possono essere sostituiti da uno solo. Occorreranno ovviamente delle informazioni aggiuntive, che chiariscano qual'è il pilastro iniziale e quello finale di ciascun telaio nell'insieme.

Un ulteriore problema da affrontare, legato alla limitatezza della memoria disponibile, è quello della scelta di quali valori memorizzare in variabili e quali calcolare di volta in volta. Per non rallentare eccessivamente l'esecuzione si sono conservati tutti quei valori che compaiono ripetutamente nel ciclo iterativo di risoluzione (come, ad esempio, la somma dei momenti di incastro perfetto delle aste concorrenti in un nodo); non si sono invece memorizzati quei valori che non richiedono un calcolo complesso e vengono utilizzati un numero limitato di volte (ad esempio il momento d'incastro perfetto, utilizzato solo all'inizio per calcolare la somma anzidetta e alla fine per determinare il valore del momento flettente).

Indici e grandezze per la definizione generale dello schema

teoria	programma	descrizione
j	J	telaio generico; i telai sono numerati in sequenza considerando prima quelli paralleli all'asse x e poi quelli paralleli all'asse y
	(J)	grandezza relativa al telaio J
	JX	numero di telai paralleli all'asse x
	JY	numero di telai paralleli all'asse y
	JZ	numero totale di telai; $JZ = JX + JY$
	MJ	massimo valore ammissibile per JZ
	M	numero d'ordine della pilastrata nell'ambito del telaio piano cui essa appartiene; le pilastrate sono numerate in sequenza, nel verso positivo dell'asse cui il telaio è parallelo
		insieme di travi su una stessa verticale, aventi come estremo sinistro la pilastrata M
	MR (J)	numero di pilastrate del telaio J
	I	numero d'ordine della pilastrata generica nell'ambito dell'insieme di telai che costituiscono lo schema spaziale; le pilastrate sono numerate in sequenza, considerando prima i telai paralleli all'asse x e poi quelli paralleli all'asse y, rispettando nell'ambito del singolo telaio l'ordine già definito per esse

teoria	programma	descrizione	Risoluzione di un telaio spaziale
		insieme di travi su una stessa verticale, aventi come estremo sinistro la pilastrata I	
	(I)	grandezza relativa alla pilastrata o campata I	
	IZ	numero totale di pilastrate	
	MI	massimo valore ammissibile per IZ	
	IR (J)	numero di pilastrate dei telai che precedono il telaio J	
r	K	generico impalcato o interpiano; impalcato e interpiani sono numerati dal basso verso l'alto	
	(K)	grandezza relativa all'impalcato o interpiano K	
	KZ	numero totale di impalcato o interpiani	
	MK	massimo valore ammissibile per KZ	
i		nodo generico di un telaio piano che fa parte dello schema spaziale	
		grandezza relativa al nodo i	
k		altro nodo (secondo estremo dell'asta generica)	
	I, K	nodo generico, appartenente alla pilastrata I ed all'impalcato K	
(ik)	(I, K)	grandezza relativa al nodo I, K	
		asta generica che collega i nodi i e k	
		grandezza relativa all'asta (ik) considerata nella sua globalità	
ik		grandezza relativa all'estremo i dell'asta (ik)	
	I, K	trave avente come estremo sinistro il nodo I, K	
		pilastro avente come estremo superiore il nodo I, K	
	(I, K)	grandezza relativa alla trave o al pilastro I, K	
	(J, K)	grandezza relativa all'impalcato o interpiano K del telaio J	
	L	generico tipo di sezione	
	(L)	grandezza relativa al tipo di sezione L	
	LZ	numero di tipi di sezione	
	ML	massimo valore ammissibile per LZ	

Caratteristiche geometriche ed elastiche

teoria	programma	descrizione
$l_{(ik)}$		lunghezza dell'asta (ik)
$h_{(ik)}$		altezza del ritto (ik)
h_r		altezza dei ritto dell'interpiano r, se uguale per tutti
	DL (I)	luce della campata I (m)
	H (K)	altezza dell'interpiano K, costante per tutti i ritto (m)

teoria	programma	descrizione
	NP (I)	numerazione in carpenteria della pilastriata I
y_j		distanza dall'asse x del telaio j (parallelo ad x)
x_j		distanza dall'asse y del telaio j (parallelo ad y)
	DT (J)	distanza del telaio J dall'asse cui è parallelo (m)
	NT (I, K)	numero di tipo di sezione per la trave I, K
	NR (I, K)	numero di tipo di sezione per il ritto I, K
	ZB (L)	base del tipo di sezione rettangolare L (m)
	ZH (L)	altezza del tipo di sezione rettangolare L (m)
	ZI (L)	momento d'inerzia del tipo di sezione L (m^4)
	EL	modulo di elasticità del materiale ($kg\ cm^{-2}$)
E	E	modulo di elasticità del materiale ($t\ m^{-2}$); $E = EL \times 10$
$w'_{(ik)} = (EI/l)_{(ik)}$		indice di rigidezza dell'asta (ik)
	WT (I, K)	indice di rigidezza della trave I, K (tm)
	WR (I, K)	indice di rigidezza del ritto I, K (tm)
G_r		baricentro degli indici di rigidezza $w'_{(ik)}$ dei ritti dell'interpiano r
x_{Gr}	XG (K)	ascissa del baricentro dei $w'_{(ik)}$ (m)
y_{Gr}	YG (K)	ordinata del baricentro dei $w'_{(ik)}$ (m)
$d_{j,r}$	DG (J, K)	distanza del telaio j (J) dal baricentro dei w' relativo al piano r (K), cambiata di segno se il telaio è parallelo all'asse y (m)
$\sum_k w'_{(ik)}$	WN (I, K)	somma degli indici di rigidezza delle aste che convergono nel nodo i (I, K) (tm)
$\sum_{rx} \left(\frac{w'}{h^2} \right)_{(ik)}$	WX (K)	somma dei w'/h^2 dei ritti appartenenti a telai paralleli all'asse x, nell'interpiano r (K) (t/m)
$\sum_{ry} \left(\frac{w'}{h^2} \right)_{(ik)}$	WY (K)	somma dei w'/h^2 dei ritti appartenenti a telai paralleli all'asse y, nell'interpiano r (K) (t/m)
$\sum_r \left(\frac{w'}{h^2} \right) d_{jr}^2$	WF (K)	momento d'inerzia rispetto al loro baricentro dei w'/h^2 dei ritti dell'interpiano r (K) (tm)

Spostamenti e rotazioni

teoria	programma	descrizione
φ_i	FI (I, K)	rotazione del nodo i (I, K) nel piano del telaio cui esso appartiene
φ_k		rotazione del nodo k
$\delta_{G_{1x}}$	DX (K)	componente in direzione x dello spostamento relativo tra il punto G_r e la sua proiezione sull'impalcato sottostante (m)

teoria	programma	descrizione
$\delta_{G_r y}$	DY (K)	componente in direzione y dello spostamento relativo tra il punto G_r e la sua proiezione sull'impalcato sottostante (m)
Φ_r	DF (K)	rotazione relativa tra l'impalcato r (K) e l'impalcato sottostante
δ_{j_r}	D (J, K)	componente dello spostamento relativo tra gli estremi dei ritti del telaio j (J) nell'interpiano r (K) valutata rispetto alla direzione del telaio stesso (m)
	D (J, K)	una volta effettuata la risoluzione iterativa del sistema: componente dello spostamento assoluto del traverso del telaio J all'impalcato K rispetto alla base del telaio, valutata nella direzione del telaio stesso (m)

Carichi esterni e caratteristiche di sollecitazione

teoria	programma	descrizione
	IV	indice di esistenza di carichi verticali sulle travi (0 = non esistono)
	IM	indice di esistenza di carichi concentrati nei nodi (0 = non esistono)
	IO	indice di esistenza di carichi orizzontali agli impalcati (0 = non esistono)
$q_{(ik)}$	Q (I, K)	carico verticale uniformemente distribuito sulla trave (ik) (I, K) (t/m)
\bar{M}_{ik}		momento d'incastro perfetto all'estremo i della trave (ik)
M_i	MN (I, K)	momento concentrato nel nodo i (I, K) (tm)
$\sum_k \bar{M}_{ik}$	SM (I, K)	somma dei momenti d'incastro perfetto delle aste che confluiscono nel nodo i meno la somma dei momenti d'incastro perfetto delle travi
x_{Fr}	XF (K)	ascissa del punto di applicazione del carico orizzontale all'impalcato r (K) (m)
y_{Fr}	YF (K)	ordinata del punto di applicazione del carico orizzontale all'impalcato r (K) (m)
F_{xr}	FX (K)	componente in direzione x del carico orizzontale applicato all'impalcato r (K) (t)
F_{yr}	FY (K)	componente in direzione y del carico orizzontale applicato all'impalcato r (K) (t)
F_{Mr}	FM (K)	momento esterno applicato all'impalcato r (K) (tm)
Q_{xr}	QX (K)	componente in direzione x del taglio globale all'interpiano r (K) (somma delle componenti F_x delle forze applicate all'impalcato r (K) e agli impalcati sovrastanti) (t)
Q_{yr}	QY (K)	componente in direzione y del taglio globale all'interpiano r (K) (somma delle

teoria	programma	descrizione
		componenti F_y delle forze applicate all'impalcato r (K) e agli impalcati sovrastanti) (t)
M_r	QM (K)	momento globale dei tagli all'interpiano r (K) rispetto al baricentro dei w' (momento rispetto a tale punto delle forze F_x ed F_y applicate all'impalcato r (K) ed agli impalcati sottostanti) (tm)
M_{ik}°		momento che si ha all'estremo i dell'asta (ik) in conseguenza di una rotazione φ_i dello stesso estremo
$M_{(ik)}^{\bullet}$		momento che si ha agli estremi del ritto (ik) del telaio j all'interpiano r in conseguenza di uno spostamento relativo δ_j dei due estremi
$M_{(ik)}^{\delta}$		momento che si ha agli estremi del ritto (ik) del telaio j all'interpiano r in conseguenza della aliquota di spostamento relativo dei due estremi dovuta alla traslazione relativa degli impalcati
$M_{(ik)}^{\phi}$		momento che si ha agli estremi del ritto (ik) del telaio j all'interpiano r in conseguenza della aliquota di spostamento relativo dei due estremi dovuta alla rotazione relativa degli impalcati
M_{ik}		momento all'estremo i dell'asta (ik)
T_{ik}		taglio all'estremo i dell'asta (ik)
	MS (I, K)	momento all'estremo sinistro della trave I, K (tm)
	MD (I, K)	momento all'estremo destro della trave I, K (tm)
	MT (I, K)	momento in testa al ritto I, K (tm)
	MP (I, K)	momento al piede del ritto I, K (tm)
	TS (I, K)	taglio all'estremo sinistro della trave I, K (t)
	TD (I, K)	taglio all'estremo destro della trave I, K (t)
	TR (I, K)	taglio nel ritto I, K (t)
	SN (I, K)	sforzo normale nel ritto I, K (t)

Altre variabili

teoria	programma	descrizione
	ER	indica errori nei dati
	H2	altezza dell'interpiano elevata al quadrato
	J1	primo estremo di un ciclo in J
	J2	secondo estremo di un ciclo in J
	K1	$K + 1$
	N	valore letto della numerazione dei pilastri in carpenteria

teoria	programma	descrizione
	S	registro ausiliario per somma
	S1	registro ausiliario per somma
	S2	registro ausiliario per somma
	SQ	indica squilibrio nel procedimento iterativo di soluzione
	V	variabile ausiliaria di uso generico
	V\$	stringa per la stampa; contiene «X» o «Y»

Convenzione dei segni

Rotazione del nodo:

positiva nel verso che porta l'asse z sull'asse x (o y).

Rotazione relativa tra gli impalcati:

positiva nel verso che porta l'asse y sull'asse x.

Spostamento relativo di un punto di un impalcato rispetto alla sua proiezione sull'impalcato sottostante; spostamento assoluto rispetto alla base del telaio:

ciascuna componente dello spostamento è positiva se di verso concorde con quello dell'asse rispetto al quale è valutata.

Carico verticale sulle travi:

positivo se diretto verso il basso (cioè in verso opposto a quello positivo dell'asse z).

Momento concentrato nel nodo:

positivo se nel verso che porta l'asse z sull'asse x (o y).

Forza o taglio globale di piano:

ciascuna componente è positiva se di verso concorde con quello dell'asse rispetto al quale è valutata.

Momento esterno di piano; momento globale dei tagli:

positivo se nel verso che porta l'asse y sull'asse x.

Caratteristiche di sollecitazione - teoria:

momento flettente all'estremo di un'asta: positivo se, inteso come azione del nodo sull'asta, ha il verso definito positivo per la rotazione dei nodi;

taglio positivo se la coppia elementare formata dalle forze applicate alle due facce della sezione generica ha il verso definito positivo per la rotazione dei nodi.

Caratteristiche di sollecitazione - programma:

vale la convenzione della Scienza delle Costruzioni, considerando ciascuna asta orientata nel verso positivo dell'asse cui essa è parallela.

Ingombro complessivo di memoria

L'ingombro della versione in GWBASIC del programma è di circa 18 Kbytes. L'ingombro delle variabili può essere calcolato in funzione dei valori massimi di MI, MJ, MK, ML utilizzati nel loro dimensionamento.

Si sono utilizzate 44 variabili con indice e 31 variabili semplici, per un numero totale di valori pari a:

$$17 \times MI \times MK + 2 \times MJ \times MK + 2 \times MI + 3 \times MJ + 10 \times MK + 3 \times ML + 30.$$

Se si pone $MI = 80$, $MK = 7$, $MJ = 20$, $ML = 50$, il numero totale di variabili è pari a 10270. Poiché in GWBASIC ogni variabile reale a semplice precisione richiede 4 byte, l'ingombro di memoria dei dati è in tal caso pari a circa 41 Kbytes, valore che, sommato a quello del programma, si mantiene inferiore al limite di 64 Kbytes, caratteristico del GWBASIC.

Lo stesso ingombro complessivo può essere ottenuto variando i limiti del dimensionamento l'uno a scapito degli altri. Si può così, per esempio, portare il numero dei piani MK a 12 purché si riduca il numero di pilastri MI a 46, e così via.

c. Descrizione del programma

Nel listato, riportato nel paragrafo seguente, si possono individuare i seguenti blocchi di istruzioni:

A) Dimensionamento delle variabili con indice (linee 100-180).

La linea 100 contiene l'assegnazione dei valori limite degli indici, che possono essere eventualmente variati sulla base di quanto esposto nel paragrafo precedente. Nelle linee successive vengono dimensionate, in base a tali valori, tutte le variabili con indice.

B) Programma principale (linee 500-620).

Contiene il richiamo a tutti i sottoprogrammi, cioè ai blocchi logici nei quali la procedura di soluzione è stata scomposta. Si evidenzia in particolare una prima fase (lettura, stampa ed elaborazione iniziale dei dati geometrici) ed una seconda fase (lettura e stampa dei carichi, elaborazione iniziale dei carichi, risoluzione del sistema, calcolo e stampa dei risultati). Quest'ultima è ripetuta ciclicamente (mediante la struttura logica WHILE ... DO ... [4]), per consentire la risoluzione di più schemi di carico.

C) Input dei dati geometrici ed elastici (istruzioni 1000-1975).

Il sottoprogramma vero e proprio è costituito dalle linee 1000-1080, che contengono il richiamo ad una ulteriore serie di sottoprogrammi, ciascuno dei quali consente la lettura di un insieme omogeneo di informazioni. In essi sono inseriti controlli per evitare che il numero di telai, di piani, di tipi di sezioni o di pilastri sia maggiore di quanto previsto nel dimensionare le variabili con indice, o che il tipo di sezione assegnato ad un'asta non rientri tra quelli definiti.

D) Stampa dei dati geometrici ed elastici (istruzioni 2000-2810).

Anche in questo caso le linee iniziali (2000-2050) contengono il richiamo ai successivi sottoprogrammi che effettuano la stampa dei singoli blocchi di dati.

E) Elaborazione iniziale dei dati geometrici (istruzioni 3000-3930).

Vengono calcolate tutte quelle grandezze, derivate dai dati geometrici ed elastici, che intervengono ripetutamente nel processo di soluzione. Sono evidenziati i tre gruppi di informazioni determinate: indici di rigidezza $w'_{(ik)}$ delle aste, somma degli indici di rigidezza delle aste che confluiscono in un nodo, coordinate del baricentro degli indici di rigidezza dei ritti di un interpiano e loro somma e momento di inerzia baricentrico.

F) Input dei carichi verticali, nodali ed orizzontali (istruzioni 4000-4640).

Sono evidenziati i sottoprogrammi che leggono ciascun gruppo di carichi o, se un gruppo non è presente, provvedono ad azzerarne automaticamente i valori.

G) Stampa dei dati relativi ai carichi (istruzioni 5000-5560).

Le linee iniziali (5000-5050) mostrano il richiamo ai sottoprogrammi che effettuano la stampa del singolo gruppo di carichi, condizionata all'esistenza di tali carichi nel caso in esame.

H) Elaborazione iniziale dei dati relativi ai carichi (istruzioni 6000-6230).

Vengono calcolate tutte quelle grandezze, derivate dai dati di carico, che intervengono ripetutamente nel processo di soluzione. Sono evidenziati due blocchi di informazioni: valori relativi al nodo (somma dei momenti di incastro perfetto delle aste che vi concorrono e del momento esterno ivi applicato) e valori relativi all'interpiano (somma delle forze orizzontali sovrastanti e loro momento rispetto al baricentro degli indici di rigidità dei ritti).

I) Risoluzione iterativa del sistema (istruzioni 7000-7910).

Le istruzioni 7000-7130 mostrano sinteticamente il procedimento seguito: azzeramento iniziale delle incognite, ciclo di operazioni di equilibrio di nodo e di piano, controllo della convergenza mediante l'esame della variabile SQ (azzerata all'inizio di ogni iterazione e posta successivamente pari ad 1 se un nodo o un piano sono squilibrati). In particolare, il sottoprogramma 7400-7490 determina il valore della rotazione del generico nodo I,K necessaria per il suo equilibrio; se tutte le aste che convergono nel nodo hanno sezione di inerzia nulla l'operazione non viene effettuata. Il sottoprogramma 7600-7910 determina il valore delle componenti di movimento relativo tra gli impalcati che racchiudono l'interpiano K, necessarie per l'equilibrio alla traslazione in direzione x e y e alla rotazione. Lo stesso sottoprogramma determina anche gli spostamenti relativi tra i traversi dei telai piani, conseguenti alle componenti di movimento trovate.

L) Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione agli estremi delle aste e degli spostamenti assoluti dei traversi (istruzioni 8000-8750).

Queste grandezze vengono calcolate in funzione dei valori determinati per le rotazioni dei nodi e gli spostamenti relativi dei traversi. Il segno delle caratteristiche di sollecitazione è adeguato alle convenzioni usualmente adottate dalla Scienza delle Costruzioni (considerando positivo per ciascuna asta il verso concorde con quello positivo dell'asse cui essa è parallela).

M) Stampa dei risultati (istruzioni 9000-9660).

Si evidenziano tre blocchi di valori, ciascuno dei quali è stampato mediante un distinto sottoprogramma: spostamenti dei traversi, caratteristiche di sollecitazione nelle travi, caratteristiche di sollecitazione nei pilastri.

d. Codifica del programma.

```

10  ' TELAIO SPAZIALE REGOLARE - programma base
20  '
90  ' ----- dimensiona gli array
100 MI=80 : MK=7 : ML=50 : MJ=20 'valori limite per gli indici degli array
110 OPTION BASE 1 '           estremo inferiore dell'indice degli array
120 DIM MR(MJ), IR(MJ), DL(MI-1), H(MK), NP(MI), DT(MJ)
130 DIM NT(MI-1, MK), NR(MI, MK), ZB(ML), ZH(ML), ZI(ML)
140 DIM WT(MI-1, MK), WR(MI, MK), WN(MI, MK), XG(MK), YG(MK), DG(MJ, MK), WX(MK),
    WY(MK), WF(MK)
150 DIM Q(MI-1, MK), MN(MI, MK), XF(MK), YF(MK), FX(MK), FY(MK), FM(MK)
160 DIM SM(MI, MK), QX(MK), QY(MK), QM(MK)
170 DIM FI(MI, MK), DX(MK), DY(MK), DF(MK), D(MJ, MK)
180 DIM MS(MI-1, MK), MD(MI-1, MK), MT(MI, MK), MP(MI, MK), TS(MI-1, MK),
    TD(MI-1, MK), TR(MI, MK), SN(MI, MK)
480 '
490 ' ----- programma principale
500 GOSUB 1000 '           legge dati geometrici
510 GOSUB 2000 '           stampa dati geometrici
520 GOSUB 3000 '           calcola indici di rigidezza e loro somma
530 READ IV, IM, IO
540 IF IV=0 AND IM=0 AND IO=0 THEN END
550   GOSUB 4000 '         legge i carichi
560   GOSUB 5000 '         stampa i carichi
570   GOSUB 6000 '         calcola somma mom.inc. e somma forze
580   GOSUB 7000 '         effettua la risoluzione iterativa del sistema
590   GOSUB 8000 '         calcola caratterist. di sollec. e spostamento
600   GOSUB 9000 '         stampa i risultati
610   READ IV, IM, IO
620 GOTO 540
980 '
990 ' ----- effettua l'input dei dati geometrici ed elastici
1000 GOSUB 1200 '         legge indicazioni generali
1010 GOSUB 1300 '         legge altezza dei piani
1020 GOSUB 1400 '         legge posizione dei telai
1030 GOSUB 1500 '         legge numerazione dei pilastri
1040 GOSUB 1600 '         legge luce delle campate
1050 GOSUB 1700 '         legge modulo di elasticita'
1060 GOSUB 1800 '         legge dimensioni sezioni tipo
1070 GOSUB 1900 '         legge tipi di sezione delle aste
1080 RETURN
1180 '
1190 ' --- legge indicazioni generali
1200 READ JX, JY, KZ, LZ : JZ=JX+JY
1210 IF JZ>MJ THEN PRINT "NUMERO ECCESSIVO DI TELAI" : STOP
1220 IF KZ>MK THEN PRINT "NUMERO ECCESSIVO DI PIANI" : STOP
1230 IF LZ>ML THEN PRINT "NUMERO ECCESSIVO DI TIPI DI SEZIONE" : STOP
1240 RETURN
1280 '
1290 ' --- legge altezza dei piani
1300 FOR K=1 TO KZ
1310   READ H(K)
1320 NEXT K
1330 RETURN
1380 '
1390 ' --- legge posizione dei telai
1400 FOR J=1 TO JZ
1410   READ DT(J)
1420 NEXT J
1430 RETURN
1470 '
1480 ' --- legge numerazione dei pilastri in carpenteria
1490 '       individua il numero di pilastri per ciascun telaio
1500 I=0

```

```

1505 FOR J=1 TO JZ
1510   IR(J)=1
1515   READ N
1520   IF N=0 THEN 1550
1525     IF I=MI THEN PRINT "NUMERO ECCESSIVO DI PILASTRI":STOP
1530     I=I+1
1535     NP(I)=N
1540     READ N
1545     GOTO 1520
1550   MR(J)=I-IR(J)
1555 NEXT J
1560 IZ=I
1565 RETURN
1580 '
1590 ' --- legge luce delle campate
1600 FOR J=1 TO JZ
1610   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
1620     READ DL(I)
1630   NEXT I
1640 NEXT J
1650 RETURN
1670 '
1680 ' --- legge modulo di elasticita'
1690 '   lo adatta alle unita' di misura interne
1700 READ EL
1710 E=EL*10
1720 RETURN
1780 '
1790 ' --- legge dimensioni delle sezioni tipo e calcola momento d'inerzia
1800 FOR L=1 TO LZ
1810   READ ZB(L),ZH(L)
1820   ZI(L)=ZB(L)*ZH(L)^3/12
1830 NEXT L
1840 RETURN
1880 '
1890 ' --- legge tipi di sezione delle aste
1900 ER=0
1910 '
1920 FOR K=1 TO KZ
1922   FOR J=1 TO JZ
1924     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
1926       READ NT(I,K)
1928       IF NT(I,K)<1 OR NT(I,K)>LZ THEN PRINT "TIPO DI SEZIONE INACCE
TTABILE PER LA TRAVE";I;K : ER=1
1930     NEXT I
1932   NEXT J
1934 NEXT K
1940 '
1950 FOR K=1 TO KZ
1952   FOR I=1 TO IZ
1954     READ NR(I,K)
1956     IF NR(I,K)<1 OR NR(I,K)>LZ THEN PRINT "TIPO DI SEZIONE INACCETTA
BILE PER IL RITTO";I;K : ER=1
1958   NEXT I
1960 NEXT K
1965 '
1970 IF ER=1 THEN STOP
1975 RETURN
1980 '
1990 ' ----- stampa i dati geometrici ed elastici
2000 GOSUB 2100 '           stampa altezza dei piani
2010 GOSUB 2200 '           stampa posizione dei telai
2020 GOSUB 2400 '           stampa luci e sezioni delle travi
2030 GOSUB 2600 '           stampa sezioni dei pilastri
2040 GOSUB 2800 '           stampa modulo di elasticita'
2050 RETURN
2080 '
2090 ' --- stampa altezza dei piani

```

```

2100 PRINT " ALTEZZA DEI PIANI"
2110 PRINT : PRINT " PIANO ALTEZZA (M)" : PRINT
2120 FOR K=1 TO KZ
2130 PRINT USING " ### #####.##"; K,H(K)
2140 NEXT K
2150 PRINT : PRINT : PRINT
2160 RETURN
2180 '
2190 ' --- stampa posizione dei telai
2200 PRINT " POSIZIONE DEI TELAI" : PRINT
2210 V=0 : V$="X"
2220 PRINT " TELAIO DISTANZA DALL'ASSE (M)" : PRINT
2230 FOR J=1 TO JZ
2240 IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y" : PRINT
2250 PRINT USING " ### ! #####.##"; J-V,V$,DT(J)
2260 NEXT J
2270 PRINT : PRINT : PRINT
2280 RETURN
2380 '
2390 ' --- stampa luci e sezioni delle travi
2400 PRINT " LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI"
2410 PRINT : PRINT " TELAIO CAMPATA PIANO LUCE B
H INERZIA"
2420 PRINT " (M) (M) (M)
(M^4)"
2430 V=0 : V$="X"
2440 FOR J=1 TO JZ
2450 IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
2460 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
2470 PRINT
2480 FOR K=1 TO KZ
2490 L=NT(I,K)
2500 PRINT USING " ### ! ### -### ## #####.##"; J-V,V$,
NF(I),NP(I+1),K,DL(I);
2510 PRINT USING " ###.## ###.## #####.#####"; ZB(L),
ZH(L),ZI(L)
2520 NEXT K
2530 NEXT I
2540 NEXT J
2550 PRINT : PRINT : PRINT
2560 RETURN
2580 '
2590 ' --- stampa sezioni dei pilastri
2600 PRINT " SEZIONI DEI PILASTRI"
2610 PRINT : PRINT " TELAIO PILASTRO PIANO B
H INERZIA"
2620 PRINT " (M) (M)
(M^4)"
2630 V=0 : V$="X"
2640 FOR J=1 TO JZ
2650 IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
2660 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
2670 PRINT
2680 FOR K=1 TO KZ
2690 L=NR(I,K)
2700 PRINT USING " ### ! ### ## "; J-V,V$,
NP(I),K;
2710 PRINT USING " ###.## ###.## #####.#####"; ZB(L),
ZH(L),ZI(L)
2720 NEXT K
2730 NEXT I
2740 NEXT J
2750 PRINT : PRINT : PRINT
2760 RETURN
2780 '
2790 ' --- stampa modulo di elasticita'
2800 PRINT " MODULO DI ELASTICITA' = ";EL;" KG/CM2"
2810 RETURN

```

```

2970 '
2980 ' ----- calcola l'indice di rigidezza delle aste
2990 '          effettua la loro somma nei nodi e nel piano
3000 GOSUB 3100 '          indici di rigidezza di travi e pilastri
3010 GOSUB 3400 '          somma degli indici di rigidezza nei nodi
3020 GOSUB 3600 '          baricentro dei w' e somma nel piano
3030 RETURN
3080 '
3090 ' --- calcola gli indici di rigidezza di travi e pilastri
3100 FOR K=1 TO KZ
3110   FOR J=1 TO JZ
3120     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
3130       L=NT(I,K)
3140       WT(I,K)=E*ZI(L)/DL(I)
3150     NEXT I
3160   NEXT J
3170   FOR I=1 TO IZ
3180     L=NR(I,K)
3190     WR(I,K)=E*ZI(L)/H(K)
3200   NEXT I
3210 NEXT K
3220 RETURN
3380 '
3390 ' --- calcola la somma degli indici di rigidezza delle aste nei nodi
3400 FOR K=1 TO KZ
3410   I=0
3420   FOR J=1 TO JZ
3430     FOR M=1 TO MR(J)
3440       I=I+1
3450       S=WR(I,K)
3460       IF M>1 THEN S=S+WT(I-1,K)
3470       IF M<MR(J) THEN S=S+WT(I,K)
3480       IF K<KZ THEN S=S+WR(I,K+1)
3490       WN(I,K)=S
3500     NEXT M
3510   NEXT J
3520 NEXT K
3530 RETURN
3580 '
3590 ' calcola baricentro dei w' e loro somma nel piano
3600 FOR K=1 TO KZ
3610   J1=1 : J2=JX
3620   GOSUB 3800 '          calcola baricentro delle rigidezze
3630   WX(K)=S : WF(K)=S2
3640   YG(K)=S1
3650   FOR J=J1 TO J2
3660     DG(J,K)=DT(J)-YG(K)
3670   NEXT J
3680   J1=JX+1 : J2=JZ
3690   GOSUB 3800 '          calcola baricentro delle rigidezze
3700   WY(K)=S : WF(K)=WF(K)+S2
3710   XG(K)=S1
3720   FOR J=J1 TO J2
3730     DG(J,K)=XG(K)-DT(J)
3740   NEXT J
3750 NEXT K
3760 RETURN
3780 '
3790 ' calcola baricentro delle rigidezze
3800 S=0 : S1=0 : S2=0
3810 H2=1/H(K)^2
3820 FOR J=J1 TO J2
3830   V=0
3840   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
3850     V=V+WR(I,K)*H2
3860   NEXT I
3870   S=S+V
3880   S1=S1+V*DT(J)

```

```

3890 S2=S2+V*DT(J)^2
3900 NEXT J
3910 IF S<>0 THEN S1=S1/S ' S=0 se non esistono telai in una direzione
3920 S2=S2-S*S1^2
3930 RETURN
3970 '
3980 ' ----- effettua l'input dei carichi verticali, nodali ed orizzontali
3990 ' azzera i carichi che non legge
4000 IF IV=0 THEN GOSUB 4200 ELSE GOSUB 4100
4010 IF IM=0 THEN GOSUB 4400 ELSE GOSUB 4300
4020 IF IO=0 THEN GOSUB 4600 ELSE GOSUB 4500
4030 RETURN
4080 '
4090 ' --- legge carichi verticali
4100 FOR K=1 TO KZ
4110 FOR J=1 TO JZ
4120 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
4130 READ Q(I,K)
4140 NEXT I
4150 NEXT J
4160 NEXT K
4170 RETURN
4180 '
4190 ' --- azzera carichi verticali
4200 FOR K=1 TO KZ
4210 FOR I=1 TO IZ
4220 Q(I,K)=0
4230 NEXT I
4240 NEXT K
4250 RETURN
4280 '
4290 ' --- legge momenti nodali
4300 FOR K=1 TO KZ
4310 FOR I=1 TO IZ
4320 READ MN(I,K)
4330 NEXT I
4340 NEXT K
4350 RETURN
4380 '
4390 ' --- azzera momenti nodali
4400 FOR K=1 TO KZ
4410 FOR I=1 TO IZ
4420 MN(I,K)=0
4430 NEXT I
4440 NEXT K
4450 RETURN
4480 '
4490 ' --- legge carichi orizzontali
4500 FOR K=1 TO KZ
4510 READ XF(K),YF(K),FX(K),FY(K),FM(K)
4520 NEXT K
4530 RETURN
4580 '
4590 ' --- azzera carichi orizzontali
4600 FOR K=1 TO KZ
4610 XF(K)=0 : YF(K)=0
4620 FX(K)=0 : FY(K)=0 : FM(K)=0
4630 NEXT K
4640 RETURN
4980 '
4990 ' ----- stampa i valori del carico verticale, nodale, orizzontale
5000 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT
5010 PRINT " CARICHI"
5020 IF IV<>0 THEN GOSUB 5100 ' stampa i carichi verticali
5030 IF IM<>0 THEN GOSUB 5300 ' stampa i momenti nodali
5040 IF IO<>0 THEN GOSUB 5500 ' stampa i carichi orizzontali
5050 RETURN
5080 '

```

```

5090 ' --- stampa i valori del carico verticale
5100 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "   CARICHI VERTICALI"
5110 PRINT : PRINT "   TELAIO      CAMPATA      - PIANO"      CARICO"
5120 PRINT "                                     (T/M)"
5130 V=0 : V$="X"
5140 FOR J=1 TO JZ
5150   IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
5160   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
5170     PRINT
5180     FOR K=1 TO KZ
5190       PRINT USING "   ### !   ## -###   ##   ####.##" ;
         J-V,V$,NP(I),NP(I+1),K,Q(I,K)
5200     NEXT K
5210   NEXT I
5220 NEXT J
5230 RETURN
5280 '
5290 ' --- stampa i valori dei momenti nodali
5300 PRINT : PRINT : PRINT "   MOMENTI NEI NODI"
5310 PRINT : PRINT "   TELAIO PILASTRO PIANO      MOMENTO"
5320 PRINT "                                     (TM)"
5330 V=0 : V$="X"
5340 FOR J=1 TO JZ
5350   IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
5360   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
5370     PRINT
5380     FOR K=1 TO KZ
5390       PRINT USING "   ### !   ##   ##   ####.##" ;
         J-V,V$,NP(I),K,MN(I,K)
5400     NEXT K
5410   NEXT I
5420 NEXT J
5430 RETURN
5480 '
5490 ' --- stampa i valori dei carichi orizzontali
5500 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "   FORZE ORIZZONTALI"
5510 PRINT : PRINT "   PIANO      X      Y      FX      FY
5520 PRINT "   M"
5520 PRINT "   (M)      (M)      (T)      (T)      (
5530 FOR K=1 TO KZ
5540   PRINT USING "   ###";K; : PRINT USING "   ####.##"; XF(K),YF(K),
         FX(K),FY(K),FM(K)
5550 NEXT K
5560 RETURN
5970 '
5980 ' ----- calcola somma momenti d'incastro perfetto e momenti nei nodi
5990 '          calcola somma forze e momenti di piano
6000 GOSUB 6100 '          somma momenti d'incastro e nodali
6010 GOSUB 6300 '          somma forze e momenti di piano
6020 RETURN
6080 '
6090 ' --- calcola somma momenti d'incastro perfetto e momenti nei nodi
6100 FOR K=1 TO KZ
6110   I=0
6120   FOR J=1 TO JZ
6130     SM(I+1,K)=MN(I+1,K)
6140     FOR M=1 TO MR(J)-1
6150       I=I+1
6160       V=Q(I,K)*DL(I)^2/12
6170       SM(I,K)=SM(I,K)+V
6180       SM(I+1,K)=MN(I+1,K)-V
6190     NEXT M
6200     I=I+1
6210   NEXT J
6220 NEXT K
6230 RETURN
6280 '

```

```

6290 ' --- calcola somma forze e momenti di piano
6300 FOR K=1 TO KZ
6310   QX(K)=FX(K) : QY(K)=FY(K)
6320   QM(K)=FM(K)+FX(K)*(YF(K)-YG(K))-FY(K)*(XF(K)-XG(K))
6330 NEXT K
6340 FOR K=KZ-1 TO 1 STEP-1
6350   K1=K+1
6360   QX(K)=QX(K)+QX(K1)
6370   QY(K)=QY(K)+QY(K1)
6380   QM(K)=QM(K)+QM(K1)+QX(K1)*(YG(K1)-YG(K))-QY(K1)*(XG(K1)-XG(K))
6390 NEXT K
6400 RETURN
6980 '
6990 ' ----- effettua la risoluzione iterativa del sistema
7000 GOSUB 7200 '           azzera rotazioni e spostamenti
7010 SQ=0
7020 FOR K=1 TO KZ
7030   I=0
7040   FOR J=1 TO JZ
7050     FOR M=1 TO MR(J)
7060       I=I+1
7070       GOSUB 7400 '     operazione di nodo
7080     NEXT M
7090   NEXT J
7100   GOSUB 7600 '     operazione di piano
7110 NEXT K
7120 IF SQ<>0 THEN 7010
7130 RETURN
7180 '
7190 ' --- azzera rotazioni e spostamenti
7200 FOR K=1 TO KZ
7210   FOR I=1 TO IZ
7220     FI(I,K)=0
7230   NEXT I
7240   FOR J=1 TO JZ
7250     D(J,K)=0
7260   NEXT J
7270   DX(K)=0 : DY(K)=0 : DF(K)=0
7280 NEXT K
7290 RETURN
7380 '
7390 ' --- operazione di nodo per il nodo I,K
7400 IF WN(I,K)=0 THEN RETURN
7410 S=SM(I,K)+6*WR(I,K)*D(J,K)/H(K)
7420 IF K>1 THEN S=S-2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
7430 IF K<KZ THEN S=S+6*WR(I,K+1)*D(J,K+1)/H(K+1)-2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
7440 IF M>1 THEN S=S-2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
7450 IF M<MR(J) THEN S=S-2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
7460 IF ABS(S-4*WN(I,K)*FI(I,K))<.0005 THEN RETURN
7470 FI(I,K)=S/4/WN(I,K)
7480 SQ=1
7490 RETURN
7580 '
7590 ' --- operazione di piano per il piano K
7600 S2=0
7610 J1=1 : J2=JX : GOSUB 7800 '     somma
7620 S1=QX(K)+6*S1/H(K)
7630 IF ABS(S1-12*WX(K)*DX(K))>.0005 THEN DX(K)=S1/12/WX(K) : SQ=1
7640 J1=JX+1 : J2=JZ : GOSUB 7800 '     somma
7650 S1=QY(K)+6*S1/H(K)
7660 IF ABS(S1-12*WY(K)*DY(K))>.0005 THEN DY(K)=S1/12/WY(K) : SQ=1
7670 S2=QM(K)+6*S2/H(K)
7680 IF ABS(S2-12*WF(K)*DF(K))>.0005 THEN DF(K)=S2/12/WF(K) : SQ=1
7690 FOR J=1 TO JX
7700   D(J,K)=DX(K)+DG(J,K)*DF(K)
7710 NEXT J
7720 FOR J=JX+1 TO JZ
7730   D(J,K)=DY(K)+DG(J,K)*DF(K)

```

```

7740 NEXT J
7750 RETURN
7780 '
7790 ' - somma
7800 S1=0
7810 FOR J=J1 TO J2
7820   S=0
7830   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
7840     V=FI(I,K)
7850     IF K>1 THEN V=V+FI(I,K-1)
7860     S=S+V*WR(I,K)
7870   NEXT I
7880   S1=S1+S
7890   S2=S2+S*DG(J,K)
7900 NEXT J
7910 RETURN
7970 '
7980 ' ----- calcola momento flettente, taglio, sforzo normale, spostamenti
7990 '         utilizza le convenz. di segno della Scienza delle Costruzioni
8000 GOSUB 8100 '           calcola momento flettente
8010 GOSUB 8300 '           calcola taglio
8020 GOSUB 8500 '           calcola sforzo normale
8030 GOSUB 8700 '           calcola spostamenti assoluti
8040 RETURN
8080 '
8090 ' --- calcola momento flettente
8100 FOR K=1 TO KZ
8110   FOR J=1 TO JZ
8120     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
8130       V=Q(I,K)*DL(I)^2/12
8140       MS(I,K)=(4*FI(I,K)+2*FI(I+1,K))*WT(I,K)-V
8150       MD(I,K)=-((2*FI(I,K)+4*FI(I+1,K))*WT(I,K)+V)
8160     NEXT I
8170     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
8180       IF K>1 THEN V=FI(I,K-1) ELSE V=0
8190       MT(I,K)=-((4*FI(I,K)+2*V-6*D(J,K)/H(K))*WR(I,K))
8200       MP(I,K)=(2*FI(I,K)+4*V-6*D(J,K)/H(K))*WR(I,K)
8210     NEXT I
8220   NEXT J
8230 NEXT K
8240 RETURN
8280 '
8290 ' --- calcola taglio
8300 FOR K=1 TO KZ
8310   FOR J=1 TO JZ
8320     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
8330       V=Q(I,K)*DL(I)/2
8340       TS(I,K)=V+(MD(I,K)-MS(I,K))/DL(I)
8350       TD(I,K)=-V+(MD(I,K)-MS(I,K))/DL(I)
8360     NEXT I
8370     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
8380       TR(I,K)=(MT(I,K)-MP(I,K))/H(K)
8390     NEXT I
8400   NEXT J
8410 NEXT K
8420 RETURN
8480 '
8490 ' --- calcola sforzo normale
8500 FOR K=KZ TO 1 STEP -1
8510   I=0
8520   FOR J=1 TO JZ
8530     FOR M=1 TO MR(J)
8540       I=I+1
8550       V=0
8560       IF M>1 THEN V=V+TD(I-1,K)
8570       IF M<MR(J) THEN V=V-TS(I,K)
8580       IF K<KZ THEN V=V+SN(I,K+1)
8590       SN(I,K)=V

```

```

8600     NEXT M
8610     NEXT J
8620 NEXT K
8630 RETURN
8680 '
8690 ' --- calcola spostamenti assoluti
8700 FOR K=2 TO KZ
8710     FOR J=1 TO JZ
8720         D(J,K)=D(J,K)+D(J,K-1)
8730     NEXT J
8740 NEXT K
8750 RETURN
8980 '
8990 ' ----- stampa i risultati
9000 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT : PRINT
9010 PRINT "    RISULTATI"
9020 GOSUB 9100 '           stampa spostamenti
9030 GOSUB 9300 '           stampa car. soll. travi
9040 GOSUB 9500 '           stampa car. soll. pilastri
9050 RETURN
9080 '
9090 ' --- stampa gli spostamenti
9100 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "    SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI"
9110 PRINT : PRINT "    TELAIO    IMPALCATO    SPOSTAMENTO"
9120 PRINT "                                (MM)"
9130 V=0 : V$="X"
9140 FOR J=1 TO JZ
9150     IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
9160     PRINT
9170     FOR K=1 TO KZ
9180         PRINT USING "    ## !           ##           ####.###"; J-V,V$,K,
           D(J,K)*1000
9190     NEXT K
9200 NEXT J
9210 RETURN
9280 '
9290 ' --- stampa le caratteristiche di sollecitazione nelle travi
9300 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "    CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE N
ELLE TRAVI"
9310 PRINT : PRINT "    TELAIO CAMPATA PIANO    MOMENTO A    MOMENTO A    TA
GLIO A    TAGLIO A"
9320 PRINT "                                SINISTRA (TM) DESTRA (TM) SINISTRA (T
) DESTRA (T)"
9330 V=0 : V$="X"
9340 FOR J=1 TO JZ
9350     IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
9360     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
9370         PRINT
9380         FOR K=1 TO KZ
9390             PRINT USING "    ### ! ### -### ##"; J-V,V$,NP(I),NP(I+1),K;
9400             PRINT USING "    #####.## " ; MS(I,K),MD(I,K),TS(I,K),TD(I,K)
9410         NEXT K
9420     NEXT I
9430 NEXT J
9440 RETURN
9480 '
9490 ' --- stampa le caratteristiche di sollecitazione nei pilastri
9500 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT "    CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE N
EI PILASTRI"
9510 PRINT : PRINT "    TELAIO PILASTRO PIANO    MOMENTO    MOMENTO
TAGLIO    SFORZO"
9520 PRINT "                                SUP. (TM)    INF. (TM)    (T)
NORMALE (T)"
9530 V=0 : V$="X"
9540 FOR J=1 TO JZ
9550     IF J=JX+1 THEN V=JX : V$="Y"
9560     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
9570         PRINT

```

```

9580     FOR K=1 TO KZ
9590         PRINT USING "   ### !   ###   ##"; J-V,V$,NP(I),K;
9600         PRINT USING "   #####.## "; MT(I,K ),MP(I,K ),TR(I,K ),SN(I,K)
9610     NEXT K
9620 NEXT I
9630 NEXT J
9640 PRINT : PRINT "   L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro s
      i ottiene sommando"
9650 PRINT "   il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gl
      i eventuali" : PRINT "   carichi concentrati."
9660 RETURN
9970 '
9980 '   A.G. 28-3-87
9990 '

```

e. Modalità di utilizzazione.

Come è noto, il BASIC consente l'assegnazione di valori alle variabili di ingresso, cioè ai dati del problema, mediante l'istruzione INPUT oppure l'istruzione READ. La prima si presta ad un input conversazionale, nel quale i singoli dati possono essere espressamente richiesti dall'utente. Non è però facilmente possibile la correzione di eventuali errori o la riutilizzo degli stessi dati a distanza di tempo [4]. Per problemi che richiedono una notevole mole di informazioni in ingresso, come quello in esame, si preferisce quindi utilizzare l'istruzione READ, richiedendo all'utente la memorizzazione dei dati in sequenza mediante l'istruzione DATA.

Nel descrivere la geometria della struttura, si è ritenuto conveniente aggiungere, tra i dati di ingresso, anche la numerazione dei pilastri in carpenteria. Ciò consente infatti di rendere l'output molto più chiaramente leggibile. Inoltre, poiché in genere travi e pilastri di un edificio hanno sezioni fortemente ripetitive, si è preferito consentire l'assegnazione di una tabella di tipi di sezione ed indicare quindi per ogni asta il tipo cui far riferimento. Per semplicità si è ipotizzato che tutte le sezioni siano rettangolari, e quindi definibili mediante le due dimensioni (base ed altezza). In presenza di forme diverse, ad esempio pilastri circolari o travi a T, occorrerà individuare sezioni rettangolari fittizie aventi momento d'inerzia uguale a quello delle sezioni effettive.

Nel descrivere i carichi, si è creata una distinzione tra tre tipologie: carichi verticali uniformemente distribuiti sulle travi, momenti concentrati nei nodi (utili soprattutto per rappresentare la presenza di sbalzi), carichi orizzontali (forze o momenti di piano) applicati a livello degli impalcati. Si consente così all'utente di indicare, mediante tre indici, quali tipi di carichi agiscono ed assegnare solo ad essi il valore.

L'output dei dati e dei risultati viene effettuato mediante l'istruzione PRINT, cioè visualizzato sullo schermo. Per ottenere una stampa su carta è necessario sostituire ad essa l'istruzione LPRINT, oppure sfruttare la possibilità di ridirezione dell'output, consentita dal sistema operativo MS-DOS.

Il programma è stato organizzato in maniera tale da consentire la risoluzione di uno schema geometrico soggetto a più condizioni di carico. I dati vanno pertanto disposti col seguente ordine:

- Gruppo di dati che descrivono la geometria dello schema.
- Gruppo di dati che descrivono la prima condizione di carico.
- Gruppo di dati che descrivono la seconda condizione di carico.
-
- Gruppo di dati che descrivono l'ultima condizione di carico.
- 0, 0, 0 (valori che indicano al calcolatore che non vi sono altre condizioni di carico).

Il gruppo di dati che descrive la geometria dello schema deve rispettare l'ordine di seguito riportato. I valori forniti devono essere conformi alle unità di misura indicate tra parentesi.

- Numero di telai paralleli all'asse x
- Numero di telai paralleli all'asse y.
- Numero di piani.
- Numero di tipi di sezione.
- Altezza dei piani, dal basso verso l'alto (m).
- Numerazione dei pilastri in carpenteria; dopo l'ultimo pilastro di ciascun telaio occorre aggiungere uno 0, che indica al calcolatore la fine dell'insieme di pilastri di quel telaio.
- Luce delle campate (m).
- Modulo di elasticità del materiale (kg cm^{-2}).
- Tipi di sezione delle aste; per ogni tipo occorre indicare prima la base e poi l'altezza (m).
- Per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: travi dell'impalcato – tipo di sezione di ciascuna campata.
- Per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: pilastri dell'interpiano – tipo di sezione di ciascun ritto.

Il gruppo di dati che descrive la singola condizione di carico deve rispettare l'ordine e le unità di misura di seguito indicati.

- Indice di esistenza dei carichi verticali sulle travi (0 = no, 1 = si).
- Indice di esistenza dei momenti concentrati nei nodi (0 = no, 1 = si).
- Indice di esistenza dei carichi orizzontali (0 = no, 1 = si).
- Se il primo indice è 1 – per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: carico verticale su ciascuna campata (t/m).
- Se il secondo indice è 1 – per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: momento concentrato in ciascun nodo (tm).
- Se il terzo indice è 1 – per ogni impalcato, dal basso verso l'alto: ascissa e ordinata del punto di applicazione della forza di piano (m); componenti in direzione x e y della forza di piano (t); momento esterno di piano (tm).

f. Esempio.

Il programma è stato utilizzato per la risoluzione dello schema intelaiato a tre piani, già analizzato nel paragrafo 1.5.2. Si riportano di seguito le linee di programma contenenti i dati e, nelle pagine successive, i risultati ottenuti.

```

10000 ' ---- spazio per i dati
10010 DATA 3,3,3,8
10020 DATA 3,3,3
10030 DATA 0,3,7,0,3.5,8.5
10040 DATA 1,2,3,0,4,5,6,0,7,8,9,0,1,4,7,0,2,5,8,0,3,6,9,0
10050 DATA 3.5,5,3.5,5,3.5,5,3,4,3,4,3,4
10060 DATA 250000
10070 DATA 0,0,.9,.2,.3,.5,.3,.3,.3,.5,.5,.3,.3,.4,.4,.3
10080 DATA 3,3,2,2,3,3,3,3,3,3,3,3
10090 DATA 3,1,2,3,3,3,3,3,3,3,1,3
10100 DATA 1,1,3,1,3,1,1,3,1,3,1,1
10110 DATA 5,5,5,4,4,4,4,4,4,6,4,4,6,4,4,6,4,4
10120 DATA 7,7,1,4,4,4,4,4,4,8,4,4,8,4,4,1,4,4
10130 DATA 1,1,1,4,4,1,4,4,1,1,4,4,1,4,4,1,1,1
10140 DATA 0,0,1
10150 DATA 4.25,3.5,3.5,0,0,3.8,4.2,5,0,0,1.75,5,2,0,0
10160 DATA 0,0,0

```

ALTEZZA DEI PIANI

PIANO	ALTEZZA (M)
1	3.00
2	3.00
3	3.00

POSIZIONE DEI TELAI

TELAIO	DISTANZA DALL'ASSE (M)
1 X	0.00
2 X	3.00
3 X	7.00
1 Y	0.00
2 Y	3.50
3 Y	8.50

LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	LUCE (M)	TR. RIGIDO (M)	RIGIDO (M)	B (M)	H (M)	INERZIA (M ⁴)
1 X	1 - 2	1	3.50	0.35	0.35	0.30	0.50	0.003125
1 X	1 - 2	2	3.50	0.25	0.25	0.30	0.50	0.003125
1 X	1 - 2	3	3.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	2 - 3	1	5.00	0.15	0.35	0.30	0.50	0.003125
1 X	2 - 3	2	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	2 - 3	3	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
2 X	4 - 5	1	3.50	0.15	0.15	0.90	0.20	0.000600
2 X	4 - 5	2	3.50	0.15	0.15	0.90	0.20	0.000600
2 X	4 - 5	3	3.50	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
2 X	5 - 6	1	5.00	0.15	0.15	0.90	0.20	0.000600
2 X	5 - 6	2	5.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
2 X	5 - 6	3	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 X	7 - 8	1	3.50	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 X	7 - 8	2	3.50	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 X	7 - 8	3	3.50	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 X	8 - 9	1	5.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 X	8 - 9	2	5.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 X	8 - 9	3	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 Y	1 - 4	1	3.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
1 Y	1 - 4	2	3.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
1 Y	1 - 4	3	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 Y	4 - 7	1	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
1 Y	4 - 7	2	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
1 Y	4 - 7	3	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125

Capitolo primo

2 Y	2 - 5	1	3.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
2 Y	2 - 5	2	3.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
2 Y	2 - 5	3	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
2 Y	5 - 8	1	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
2 Y	5 - 8	2	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
2 Y	5 - 8	3	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 Y	3 - 6	1	3.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 Y	3 - 6	2	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	3 - 6	3	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 Y	6 - 9	1	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 Y	6 - 9	2	4.00	0.15	0.15	0.30	0.50	0.003125
3 Y	6 - 9	3	4.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000

SEZIONI DEI PILASTRI

TELAIO	PILASTRO PIANO		TR. RIGIDO		B	H	INERZIA
			(M)	(M)	(M)	(M)	(M ⁴)
1 X	1	1	0.00	0.40	0.30	0.50	0.003125
1 X	1	2	0.10	0.40	0.30	0.40	0.001600
1 X	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	2	1	0.00	0.40	0.30	0.50	0.003125
1 X	2	2	0.10	0.40	0.30	0.40	0.001600
1 X	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	3	1	0.00	0.40	0.30	0.50	0.003125
1 X	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
1 X	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
2 X	4	1	0.00	0.10	0.30	0.30	0.000675
2 X	4	2	0.10	0.10	0.30	0.30	0.000675
2 X	4	3	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
2 X	5	1	0.00	0.10	0.30	0.30	0.000675
2 X	5	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
2 X	5	3	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
2 X	6	1	0.00	0.10	0.30	0.30	0.000675
2 X	6	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
2 X	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000
3 X	7	1	0.00	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 X	7	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 X	7	3	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 X	8	1	0.00	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 X	8	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 X	8	3	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 X	9	1	0.00	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 X	9	2	0.10	0.40	0.30	0.30	0.000675
3 X	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000000

**Risoluzione di un telaio
spaziale**

1 Y	1	1	0.50	0.30	0.001125
1 Y	1	2	0.40	0.30	0.000900
1 Y	1	3	0.00	0.00	0.000000
1 Y	4	1	0.30	0.30	0.000675
1 Y	4	2	0.30	0.30	0.000675
1 Y	4	3	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	1	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	2	0.30	0.30	0.000675
1 Y	7	3	0.30	0.30	0.000675
2 Y	2	1	0.50	0.30	0.001125
2 Y	2	2	0.40	0.30	0.000900
2 Y	2	3	0.00	0.00	0.000000
2 Y	5	1	0.30	0.30	0.000675
2 Y	5	2	0.30	0.30	0.000675
2 Y	5	3	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	1	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	2	0.30	0.30	0.000675
2 Y	8	3	0.30	0.30	0.000675
3 Y	3	1	0.50	0.30	0.001125
3 Y	3	2	0.00	0.00	0.000000
3 Y	3	3	0.00	0.00	0.000000
3 Y	6	1	0.30	0.30	0.000675
3 Y	6	2	0.30	0.30	0.000675
3 Y	6	3	0.00	0.00	0.000000
3 Y	9	1	0.30	0.30	0.000675
3 Y	9	2	0.30	0.30	0.000675
3 Y	9	3	0.00	0.00	0.000000

MODULO DI ELASTICITA' = 250000 KG/CM2

CARICHI
FORZE ORIZZONTALI

PIANO	X (M)	Y (M)	FX (T)	FY (T)	M (TM)
1	4.25	3.50	3.50	0.00	0.00
2	3.80	4.20	5.00	0.00	0.00
3	1.75	5.00	2.00	0.00	0.00

RISULTATI

SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI

TELAIO	IMPALCATO	SPOSTAMENTO (MM)
1 X	1	0.851
1 X	2	2.098
1 X	3	3.301
2 X	1	1.329
2 X	2	2.895
2 X	3	4.018
3 X	1	1.966
3 X	2	3.958
3 X	3	4.973
1 Y	1	0.639
1 Y	2	1.010
1 Y	3	0.977
2 Y	1	0.081
2 Y	2	0.080
2 Y	3	0.140
3 Y	1	-0.715
3 Y	2	-1.248
3 Y	3	-1.054

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	MOMENTO A SINISTRA (TM)	MOMENTO A DESTRA (TM)	TAGLIO A SINISTRA (T)	TAGLIO A DESTRA (T)
1 X	1 - 2	1	3.18	-2.76	-1.70	-1.70
1 X	1 - 2	2	1.90	-2.01	-1.12	-1.12
1 X	1 - 2	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2 - 3	1	1.82	-2.00	-0.76	-0.76
1 X	2 - 3	2	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2 - 3	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	4 - 5	1	0.98	-0.91	-0.54	-0.54
2 X	4 - 5	2	0.79	-0.60	-0.40	-0.40
2 X	4 - 5	3	0.74	-0.90	-0.47	-0.47
2 X	5 - 6	1	0.70	-0.82	-0.30	-0.30
2 X	5 - 6	2	1.25	-1.00	-0.45	-0.45
2 X	5 - 6	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 X	7 - 8	1	2.96	-2.14	-1.46	-1.46
3 X	7 - 8	2	2.13	-1.66	-1.08	-1.08
3 X	7 - 8	3	0.80	-0.88	-0.48	-0.48

Risoluzione di un telaio
spaziale

3 X	8 - 9	1	1.76	-2.60	-0.87	-0.87
3 X	8 - 9	2	1.13	-1.42	-0.51	-0.51
3 X	8 - 9	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	1 - 4	1	1.07	-0.63	-0.57	-0.57
1 Y	1 - 4	2	0.33	-0.21	-0.18	-0.18
1 Y	1 - 4	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	4 - 7	1	0.44	-0.72	-0.29	-0.29
1 Y	4 - 7	2	0.13	-0.19	-0.08	-0.08
1 Y	4 - 7	3	-0.04	0.05	0.02	0.02
2 Y	2 - 5	1	0.09	-0.05	-0.05	-0.05
2 Y	2 - 5	2	-0.01	-0.02	-0.00	-0.00
2 Y	2 - 5	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 Y	5 - 8	1	0.03	-0.06	-0.02	-0.02
2 Y	5 - 8	2	0.03	-0.04	-0.02	-0.02
2 Y	5 - 8	3	0.05	-0.05	-0.03	-0.03
3 Y	3 - 6	1	-1.02	0.68	0.56	0.56
3 Y	3 - 6	2	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	3 - 6	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	6 - 9	1	-0.58	0.90	0.37	0.37
3 Y	6 - 9	2	-0.47	0.41	0.22	0.22
3 Y	6 - 9	3	0.00	0.00	0.00	0.00

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

TELAIO PILASTRO PIANO			MOMENTO SUP. (TM)	MOMENTO INF. (TM)	TAGLIO (T)	SFORZO NORMALE (T)
1 X	1	1	1.64	-3.03	1.56	2.81
1 X	1	2	1.90	-1.54	1.15	1.12
1 X	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	2	1	2.61	-3.52	2.04	-2.05
1 X	2	2	2.01	-1.97	1.33	-1.12
1 X	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	3	1	2.00	-3.22	1.74	-0.76
1 X	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00
1 X	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 X	4	1	0.57	-1.03	0.54	1.41
2 X	4	2	0.44	-0.41	0.28	0.87
2 X	4	3	0.74	-0.35	0.36	0.47
2 X	5	1	0.76	-1.13	0.63	-0.65
2 X	5	2	1.04	-0.85	0.63	-0.42
2 X	5	3	0.90	-0.81	0.57	-0.47
2 X	6	1	0.32	-0.91	0.41	-0.75
2 X	6	2	1.00	-0.50	0.50	-0.45
2 X	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00

Capitolo primo

3 X	7	1	1.58	-1.89	1.16	3.02
3 X	7	2	1.49	-1.39	0.96	1.57
3 X	7	3	0.80	-0.65	0.48	0.48
3 X	8	1	1.99	-2.10	1.36	-1.64
3 X	8	2	1.93	-1.92	1.28	-1.06
3 X	8	3	0.88	-0.86	0.58	-0.48
3 X	9	1	1.39	-1.80	1.06	-1.38
3 X	9	2	1.42	-1.21	0.88	-0.51
3 X	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	1	1	0.84	-1.02	0.62	0.75
1 Y	1	2	0.33	-0.23	0.18	0.18
1 Y	1	3	0.00	0.00	0.00	0.00
1 Y	4	1	0.69	-0.70	0.46	-0.40
1 Y	4	2	0.39	-0.38	0.26	-0.12
1 Y	4	3	-0.04	0.05	-0.03	-0.02
1 Y	7	1	0.52	-0.62	0.38	-0.35
1 Y	7	2	0.27	-0.20	0.16	-0.06
1 Y	7	3	-0.05	0.08	-0.04	0.02
2 Y	2	1	0.12	-0.14	0.08	0.05
2 Y	2	2	-0.01	0.02	-0.01	0.00
2 Y	2	3	0.00	0.00	0.00	0.00
2 Y	5	1	0.09	-0.09	0.06	0.02
2 Y	5	2	-0.01	0.01	-0.00	0.04
2 Y	5	3	0.05	-0.06	0.04	0.03
2 Y	8	1	0.08	-0.08	0.05	-0.07
2 Y	8	2	-0.02	0.02	-0.01	-0.04
2 Y	8	3	0.05	-0.05	0.04	-0.03
3 Y	3	1	-1.02	1.18	-0.73	-0.56
3 Y	3	2	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	3	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	6	1	-0.76	0.78	-0.51	-0.03
3 Y	6	2	-0.47	0.50	-0.32	-0.22
3 Y	6	3	0.00	0.00	0.00	0.00
3 Y	9	1	-0.57	0.69	-0.42	0.59
3 Y	9	2	-0.41	0.33	-0.25	0.22
3 Y	9	3	0.00	0.00	0.00	0.00

L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro si ottiene sommando il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gli eventuali carichi concentrati.

1. M. Capurso, *Introduzione al calcolo automatico delle strutture*, cap. 1, Cremonese, 1977.
2. W. Ettl, G. Solberg, *Il GWBASIC per Personal Computer Olivetti*, McGraw-Hill, 1986.
3. A. Ghersi, *Edifici antisismici con struttura intelaiata in c.a.*, CUEN, 1986
4. A. Ghersi, *Il personal computer nel calcolo di edifici. Introduzione alla programmazione*, CUEN, 1987.

