

CAPITOLO QUARTO.

ANALISI NON LINEARE IN CAMPO ELASTICO DEI TELAI SPAZIALI.

Aurelio Ghersi

Sommario.

Si presenta un procedimento iterativo per la risoluzione non lineare di telai spaziali per edifici, che permette di tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali e della variazione di rigidezza delle aste per effetto dello sforzo assiale. Si analizza l'impostazione incrementale per la valutazione del carico critico e si propone un procedimento che consente di individuare con immediatezza un intervallo entro cui tale valore è racchiuso.

Summary.

An iterative technique for non linear analysis of tridimensional building frames is here presented. It allows to take into account both the effect of vertical loads displacements ($P-\delta$ effect) and the member nonlinearity due to axial force. The incremental analysis for the evaluation of the critical load and a technique for a quick determination of an interval including its value are examined.

4.1. Introduzione.

La verifica di resistenza di una struttura intelaiata viene normalmente condotta determinando le tensioni che in essa nascono per effetto dei carichi applicati e controllando che queste non superino i valori ammissibili di riferimento. Si assume quindi che il coefficiente di sicurezza della struttura sia pari al rapporto tra il valore limite della tensione sopportabile dal materiale e quello determinato col calcolo. In questo modo di operare è implicita l'ipotesi che sforzi interni e deformazioni crescano proporzionalmente ai carichi, e quindi innanzitutto che il materiale mantenga un comportamento linearmente elastico. Pur non essendo ciò sempre vero, l'analisi in campo elastico può comunque fornire al progettista strutturale utili indicazioni ed eventualmente costituire un passo preliminare alla molto più complessa analisi in campo elastoplastico.

Il progressivo miglioramento delle caratteristiche meccaniche dei materiali da costruzione, e in particolare la diffusione dell'uso di profilati in acciaio, ha reso possibile la realizzazione di strutture sempre più snelle e deformabili. In conseguenza a ciò è cresciuta, anche nel caso di materiale linearmente elastico, l'influenza di fattori che rendono non lineare il comportamento di una struttura intelaiata. Innanzitutto si può osservare che le azioni verticali P trasmesse dalle travi ai nodi vengono a trovarsi, a causa della traslazione orizzontale δ dei traversi, non più centrate rispetto alla base (fig. 4.1) e provocano quindi un effetto ribaltante (effetto instabilizzante dei carichi verticali, o effetto $P-\delta$). In secondo luogo occorre ricordare che il legame elastico tra azioni agli estremi delle aste e conseguenti deformazioni (cioè la matrice di rigidezza dell'asta) è in realtà dipendente dalla presenza di sforzo assiale. Quando questo diventa un'aliquota non trascurabile del carico critico euleriano dell'asta, la rigidezza di essa si riduce provocando un incremento di deformazioni ed una redistribuzione di tensioni nel telaio.

Il primo obiettivo di una analisi non lineare in campo elastico della struttura di un edificio è ovviamente la determinazione del coefficiente di sicurezza rispetto al raggiungimento della tensione limite del materiale. A tal fine è ancora possibile utilizzare il modello di telaio spaziale

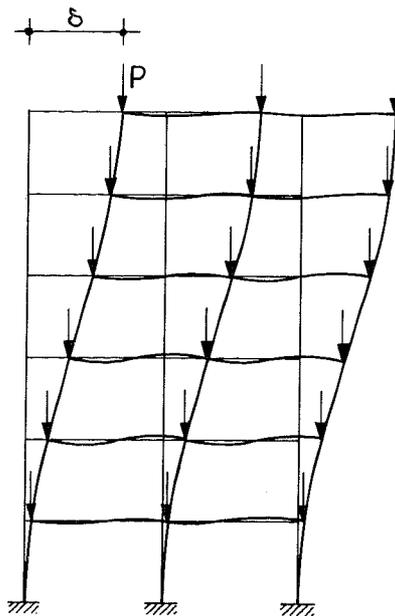


Figura 4.1

regolare, che considera la struttura composta da un doppio ordine di telai a maglie rettangolari, mutuamente collegati da impalcati indeformabili nel loro piano. Le equazioni risolutive in precedenza proposte devono essere modificate per tener conto dei due fattori innanzi discussi. Occorre sottolineare che in questo caso l'indipendenza tra i due ordini di telai è solo parziale. Nel valutare il carico verticale sui ritti, causa diretta della non linearità esaminata, occorre infatti tener conto delle azioni trasmesse da tutte le travi ad essi collegate, che in genere apparterranno a due telai ortogonali.

Un obiettivo strettamente connesso al precedente è la determinazione del coefficiente di sicurezza rispetto all'instabilità globale della struttura, ovvero del moltiplicatore critico dei carichi. Il problema è numericamente riconducibile a quello del calcolo degli autovalori della matrice di rigidezza laterale della struttura. Nell'ottica iterativa fin qui seguita è però più semplice una impostazione incrementale, che segue cioè il comportamento dello schema statico al crescere dei carichi verticali fino al raggiungimento di una configurazione instabile. È altresì possibile, in analogia al caso piano, saggiare la deformabilità della struttura con arbitrari insiemi di forze orizzontali per determinare un intervallo entro il quale sia racchiuso il moltiplicatore critico ricercato.

4.2. Un esempio di analisi non lineare.

Prima di affrontare il caso generale del telaio spaziale, è opportuno puntualizzare i concetti esposti nel paragrafo precedente facendo riferimento ad uno schema molto semplice, quale quello di un portale con

trave infinitamente rigida soggetto a carichi nodali verticali ed orizzontali (fig. 4.2).

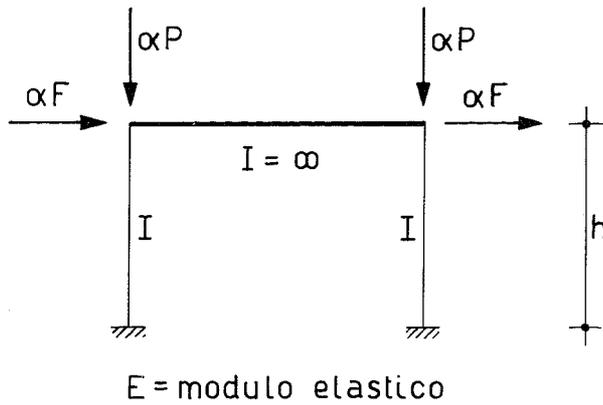


Figura 4.2

In una analisi lineare, il legame tra il moltiplicatore dei carichi α e la freccia orizzontale δ è espresso da:

$$\alpha F = K \delta$$

ovvero:

$$\delta = \frac{F}{K} \alpha \quad (1)$$

essendo K la rigidezza alla traslazione del ritto, che in assenza di sforzo assiale vale:

$$K = \frac{12 E I}{h^3} \quad (2)$$

Per tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali, si può scomporre il carico P che agisce sulla struttura deformata in due aliquote, una orizzontale H e l'altra assiale N (fig. 4.3). Nella ipotesi che lo

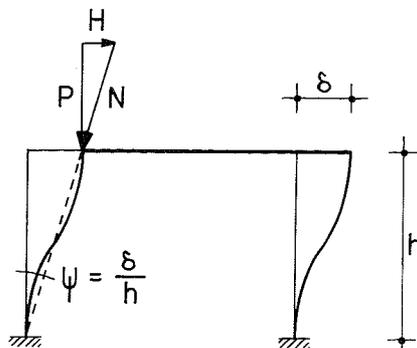


Figura 4.3

spostamento orizzontale sia piccolo rispetto all'altezza del ritto esse valgono:

$$H = P \operatorname{tg} \frac{\delta}{h} = P \frac{\delta}{h}$$

$$N = \frac{P}{\cos \frac{\delta}{h}} = P$$

Il legame tra moltiplicatore dei carichi e freccia orizzontale diventa in tale caso:

$$\alpha (F + H) = K \delta$$

da cui si ottiene:

$$\delta = \frac{\alpha F}{K - \alpha P/h} \quad (3)$$

In figura 4.4 sono mostrate graficamente le due relazioni trovate. Alla prima corrisponde un andamento lineare, mentre la seconda pre-

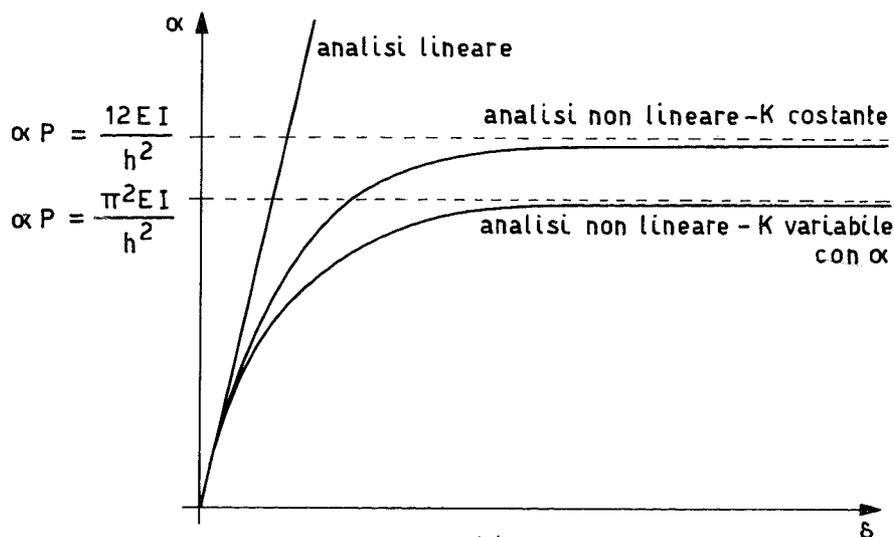


Figura 4.4

senta un asintoto orizzontale per il valore di α che annulla il denominatore della (3):

$$\alpha P = K h = \frac{12 E I}{h^2} \quad (4)$$

Questo valore rappresenta in prima approssimazione il carico critico del telaio esaminato. Esso in realtà non è corretto perché la rigidità alla traslazione dovrebbe essere valutata tenendo conto della presenza dello sforzo assiale.

Per operare in maniera rigorosa si consideri la figura 4.5, nella quale si è indicato con \mathcal{M} l'azione flettente trasmessa dall'incastro alla base del pilastro. Il momento flettente ad una generica sezione a distanza x dalla base vale:

$$M = \alpha F x + \alpha P y - \mathcal{M}$$

L'equazione della linea elastica del ritto è quindi:

$$E I y'' = -M = -\alpha F x - \alpha P y + \mathcal{M}$$

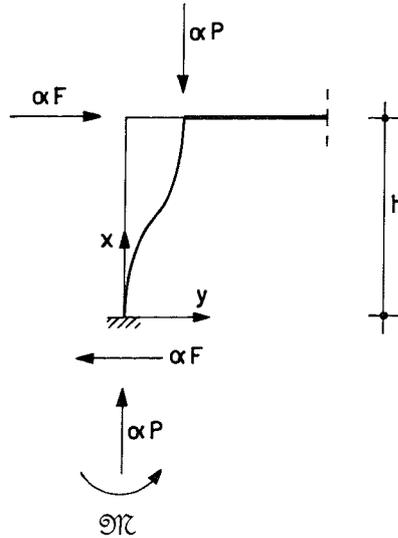


Figura 4.5

ovvero:

$$y'' + k^2 y = -\frac{\alpha F}{E I} x + \frac{\mathcal{M}}{E I}$$

avendo posto:

$$k^2 = \frac{\alpha P}{E I} \quad (5)$$

L'integrale generale di questa equazione differenziale è del tipo:

$$y = A \sin kh + B \cos kh - \frac{\alpha F}{E I k^2} x + \frac{\mathcal{M}}{E I k^2}$$

Imponendo le condizioni ai limiti: $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y'(h) = 0$, si ottiene:

$$A = \frac{\alpha F h^3}{E I} \frac{1}{(kh)^3}$$

$$B = -\frac{\alpha F h^3}{E I} \frac{1 - \cos kh}{(kh)^3 \sin kh}$$

$$\mathcal{M} = \alpha F h \frac{1 - \cos kh}{kh \sin kh}$$

Noti questi tre parametri, è possibile calcolare lo spostamento orizzontale δ :

$$\delta = y(h) = \frac{\alpha F h^3}{12 E I c} = \frac{\alpha F}{c K} \quad (6)$$

avendo posto:

$$c = \frac{(kh)^3 \sin kh}{12 (2 - 2 \cos kh - kh \sin kh)} \quad (7)$$

La relazione (6), rappresentata graficamente dall'ultima curva di figura 4.4, costituisce l'esatto legame tra moltiplicatore dei carichi e spostamento. L'asintoto orizzontale si ha ora per il valore $kh = \pi$ che annulla il coefficiente c , cioè per:

$$\alpha = \frac{\pi^2 E I}{h^2} \quad (8)$$

Questa espressione coincide con quella ben nota del carico critico euleriano di un'asta i cui estremi siano impediti di ruotare ma non di traslare.

4.3. Effetto instabilizzante dei carichi verticali.

4.3.1. Equazioni di equilibrio.

La risoluzione dello schema intelaiato spaziale può essere effettuata col metodo degli spostamenti, assumendo come incognite le rotazioni dei nodi (φ_i) e le tre componenti di movimento relativo degli impalcati ($\delta_{G_{1x}}$, $\delta_{G_{1y}}$, Φ_r , con riferimento ad un arbitrario punto G_r). Il procedimento proposto richiede la definizione dei legami elastici tra componenti di movimento ed azioni agli estremi delle aste, la scrittura diretta del sistema di equazioni che impongono l'equilibrio dei nodi alla rotazione e degli impalcati alla traslazione e rotazione e infine la soluzione iterativa di tale sistema.

Se si vuole tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali, occorre esaminare l'equilibrio tra carichi e caratteristiche di sollecitazione facendo riferimento alla struttura deformata (fig. 4.6) e non, come in genere si fa, confondendo questa con la posizione indeformata.

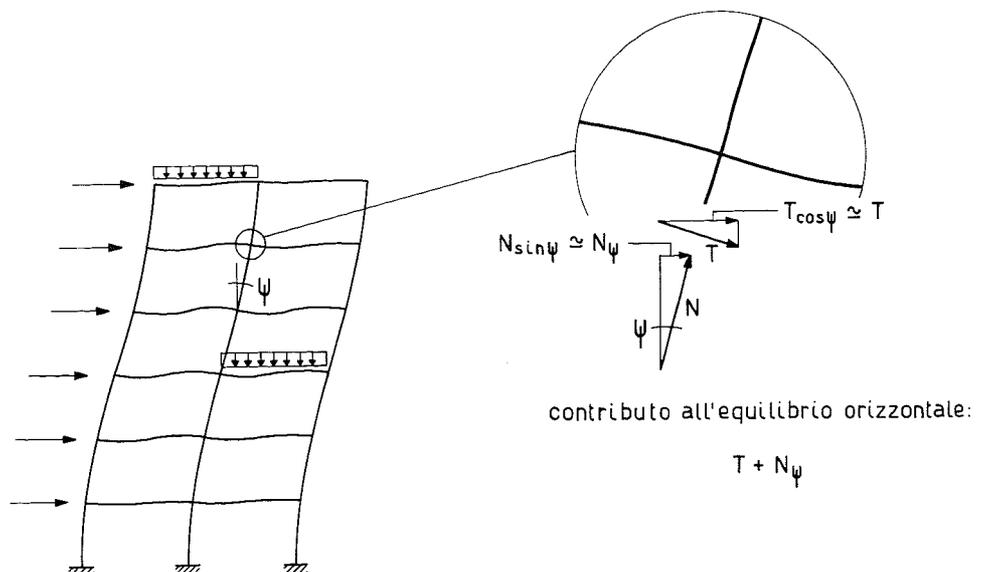


Figura 4.6

La variazione dei legami elastici all'interno delle aste per effetto degli sforzi assiali su esse agenti non viene per il momento considerata. L'azione flettente all'estremo di una generica asta ik e quella tagliante in un generico ritto sono quindi fornite dalle relazioni già note:

$$M_{ik} = \bar{M}_{ik} + 4 w'_{(ik)} \varphi_i + 2 w'_{(ik)} \varphi_k - 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{l_{(ik)}} \quad (9)$$

$$T_{ik} = 6 w'_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} \quad (10)$$

Invariata è anche la relazione che esprime l'equilibrio alla rotazione del generico nodo i :

$$\varphi_i = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \sum_k 2 w'_{(ik)} \varphi_k - \sum_k 6 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r} \right] \frac{1}{\sum_k 4 w'_{(ik)}} \quad (11)$$

Diversa è invece la situazione nel caso dell'equilibrio alla traslazione degli impalcati. A causa della rotazione ψ dell'asse dei ritti, la forza assiale N ha infatti una componente orizzontale, pari a $N\psi$ nell'ipotesi di piccoli spostamenti, che si somma a quella tagliante T . Il contributo di ciascun ritto all'equilibrio orizzontale è quindi:

$$T_{ik}^* = T_{ik} + N_{ik} \frac{\delta_{jr}}{h_r} = 6 w'_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - 12 w'_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} + N_{ik} \frac{\delta_{jr}}{h_r}$$

ovvero, in maniera formalmente identica alla (10):

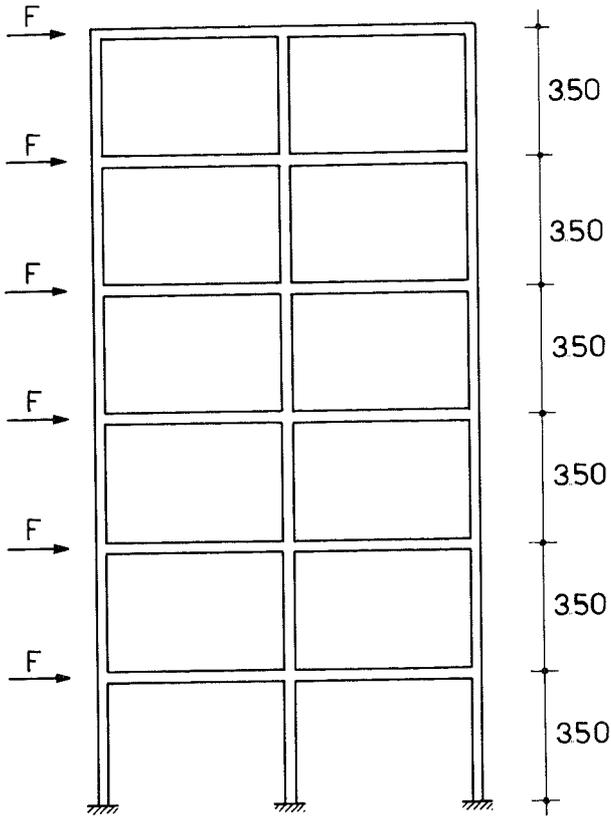
$$T_{ik}^* = 6 w'_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - 12 w_{(ik)}^* \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} \quad (12)$$

avendo introdotto l'indice di rigidezza modificato $w_{(ik)}^*$:

$$w_{(ik)}^* = w'_{(ik)} - \frac{N_{ik} h_r}{12} \quad (13)$$

In tal modo, scegliendo come punto di riferimento G_r il baricentro degli indici di rigidezza modificati, anche le equazioni di equilibrio alla traslazione e rotazione degli impalcati rimangono formalmente inalterate:

$$\delta_{Gr} = \left[Q_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w_{(ik)}^*}{h_r^2}} \quad (14)$$



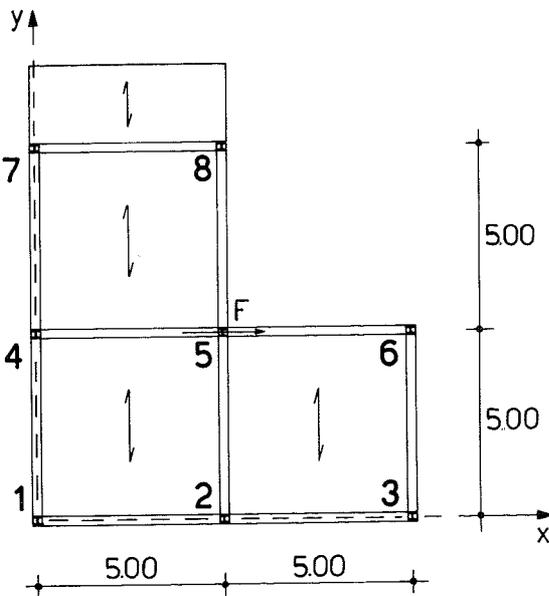
PROSPETTO

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE
ED ELASTICHE

travi parallele a x HE 240 A
 " parallele a y HE 200 A
 pilastri 1°-2° ordine HE 240 A
 " 3°-6° ordine HE 200 A

caratteristiche dei profilati
 HE 240 A $I_{max} = 7763 \text{ cm}^4$
 $I_{min} = 2769 \text{ cm}^4$
 HE 200 A $I_{max} = 3692 \text{ cm}^4$
 $I_{min} = 1336 \text{ cm}^4$

modulo di elasticita'
 $E = 2100000 \text{ Kgcm}^{-2}$



PIANTA

CARICHI

campate 1-2,2-3,5-6 2000 Kg m^{-1}
 campata 7-8 3000 Kg m^{-1}
 campata 4-5 4000 Kg m^{-1}
 campate parallele a y 400 Kg m^{-1}

$F = 1000 \text{ Kg}$ a tutti i piani

Figura 4.7

$$\Phi_r = \left[M_r + \sum_r 6 \frac{w'_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w^*_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr}^2} \quad (15)$$

Occorre rilevare una differenza sostanziale che intercorre tra l'analisi di uno schema intelaiato piano e quella di uno schema tridimensionale. Nel primo caso, se si trascurano le deformazioni estensionali dei ritti l'effetto instabilizzante dipende esclusivamente dal valore totale dei carichi verticali, cioè da una quantità nota a priori. Nel secondo caso, invece, l'effetto è legato alla distribuzione degli sforzi normali che a sua volta dipende, per la continuità delle travi, dalla distribuzione dei momenti flettenti e quindi dalle componenti di movimento incognite. Una soluzione rigorosa può essere ottenuta in maniera iterativa, utilizzando nella valutazione degli indici di rigidezza modificati i valori degli sforzi normali ottenuti nella fase immediatamente precedente. Ai fini pratici è però in genere sufficiente la risoluzione di un unico schema, nel quale gli sforzi normali siano calcolati trascurando la continuità o adottando coefficienti approssimati per tenerne conto.

4.3.2. Esempio numerico.

L'impostazione operativa per una risoluzione dello schema di telaio spaziale regolare che tenga conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali è sostanzialmente coincidente con quella che si avrebbe qualora si volesse trascurare tale effetto. L'unica differenza consiste nella necessità di una valutazione preliminare dello sforzo normale nei ritti e nel ricorso agli indici di rigidezza modificati, definiti in precedenza.

A titolo esemplificativo si è presa in esame la struttura a sei impalcati illustrata in figura 4.7, costituita da un insieme di telai in acciaio a nodi rigidi, non controventati. Le sezioni delle aste sono state scelte in modo da non superare i valori ammissibili della tensione per soli carichi verticali ed ottemperare alla limitazione dello spostamento imposta dalla normativa (freccia non superiore a 1/500 dell'altezza sotto l'azione di forze orizzontali fittizie pari a 1/80 dei carichi verticali). Non si è invece tenuto conto di azioni sismiche o del vento, per fronteggiare le quali sarebbe stato necessario un irrigidimento della struttura. Scopo dell'esempio non è però l'esame della validità del dimensionamento, ma piuttosto la evidenziazione degli effetti non lineari, possibile solo per strutture notevolmente deformabili.

In figura 4.8 sono riportati i valori degli spostamenti orizzontali provocati dai carichi di esercizio e da forze orizzontali pari ad 1/80 di tali carichi, valutati con una analisi sia lineare che non lineare. Si può rilevare che l'effetto instabilizzante dei carichi verticali provoca un incremento delle deformazioni, e conseguentemente anche delle tensioni, superiore al 15%.

In figura 4.9 sono riportati i valori ottenuti raddoppiando tutti i carichi. L'incremento di deformazioni provocato dall'effetto instabilizzante è ora notevolmente aumentato e supera il 40%. Gli spostamenti sono quindi quasi triplicati rispetto a quelli conseguenti ai carichi di esercizio.

4.4. Variazione di rigidezza per effetto dello sforzo assiale.

4.4.1. Relazione tra azioni flettenti e rotazioni dei nodi.

Il primo passo per la definizione dei legami elastici tra componenti di movimento ed azioni agli estremi di un'asta è sempre l'esame di uno schema isostatico. Si prende quindi in esame la trave semplicemente appoggiata di luce l , la cui sezione ha momento di inerzia I , soggetta ad uno sforzo assiale di compressione P (fig. 4.10). Occorre determinare le rotazioni φ_i e φ_k provocate in tale schema da una coppia flettente M_i applicata ad un suo estremo.

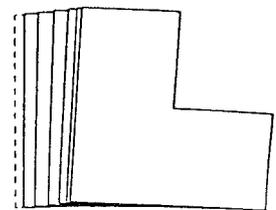
Facendo riferimento all'asta deformata, il momento flettente in una sezione generica a distanza x dal primo appoggio è somma di un'aliquota

$\alpha = 1$

CARICHI DI ESERCIZIO

ANALISI LINEARE

piano	spostamento (cm)		
	telaio 1-2-3	telaio 4-5-6	telaio 7-8
6	3.65	4.08	4.51
5	3.36	3.76	4.15
4	2.88	3.22	3.56
3	2.19	2.45	2.70
2	1.29	1.45	1.61
1	0.61	0.67	0.73



ANALISI NON LINEARE

piano	spostamento (cm)		
	telaio 1-2-3	telaio 4-5-6	telaio 7-8
6	4.26	4.79	5.31
5	3.96	4.45	4.93
4	3.43	3.86	4.27
3	2.61	2.93	3.26
2	1.52	1.71	1.90
1	0.71	0.78	0.85

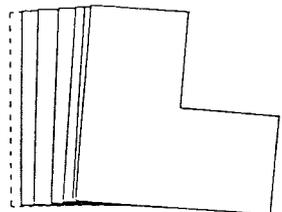


Figura 4.8

dovuta al carico flettente M_i ed una provocata dal carico assiale P a causa della deformazione:

$$M = M_i \left(1 - \frac{x}{l}\right) + P y$$

L'equazione della linea elastica è quindi:

$$E I y'' = - M = - M_i \left(1 - \frac{x}{l}\right) - P y$$

ovvero:

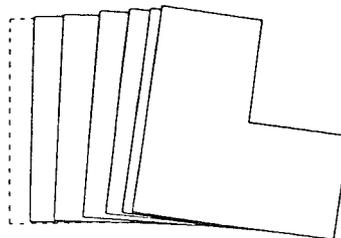
$$y'' + k^2 y = - \frac{M_i}{E I} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$\alpha = 2$ CARICHI RADDOPPIATI

ANALISI LINEARE

spostamento (cm)

piano	telaio 1-2-3	telaio 4-5-6	telaio 7-8
6	7.29	8.15	9.01
5	6.72	7.51	8.31
4	5.76	6.44	7.12
3	4.37	4.89	5.41
2	2.59	2.90	3.21
1	1.22	1.34	1.46



ANALISI NON LINEARE

spostamento (cm)

piano	telaio 1-2-3	telaio 4-5-6	telaio 7-8
6	10.34	11.66	12.99
5	9.69	10.94	12.18
4	8.48	9.57	10.66
3	6.51	7.35	8.18
2	3.66	4.15	4.63
1	1.68	1.87	2.05

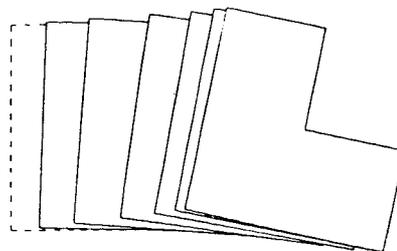


Figura 4.9

avendo posto:

$$k^2 = \frac{P}{EI} \quad (16)$$

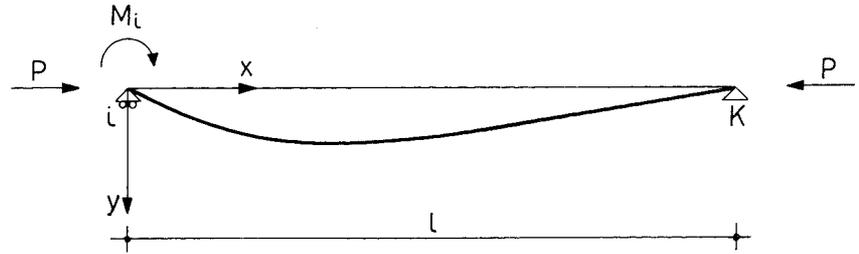


Figura 4.10

L'integrale generale di questa equazione differenziale è del tipo:

$$y = A \sin kx + B \cos kx - \frac{M_i}{EI k^2} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Imponendo le condizioni ai limiti $y(0) = 0$ e $y(l) = 0$, si ottiene:

$$A = \frac{M_i}{EI k^2}$$

$$B = -\frac{M_i}{EI k^2 \operatorname{tg} kl}$$

Noti questi due parametri è possibile calcolare la rotazione delle due estremità:

$$\varphi_i = y'(0) = \frac{M_i l}{3EI} U_{ik}; \quad \varphi_k = y'(l) = -\frac{M_i l}{6EI} V_{(ik)}; \quad (17)$$

avendo posto:

$$U_{ik} = \frac{3}{kl} \left(\frac{1}{kl} - \frac{1}{\operatorname{tg} kl} \right) \quad (18)$$

$$V_{(ik)} = \frac{6}{kl} \left(\frac{1}{\sin kl} - \frac{1}{kl} \right)$$

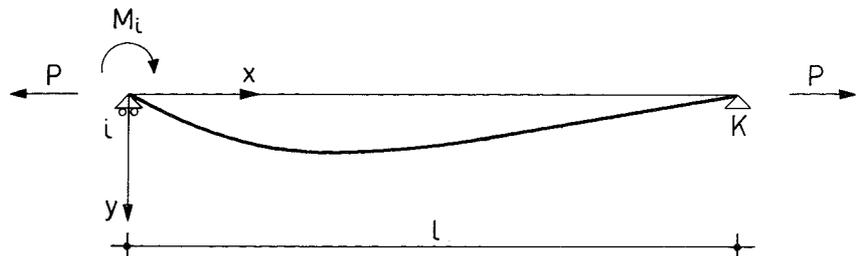


Figura 4.11

Analoga è l'impostazione nel caso che lo sforzo assiale P sia di trazione (fig. 4.11). L'equazione differenziale della linea elastica è in questo caso:

$$y'' - k^2 y = -\frac{M_i}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

che ammette come integrale generale la funzione:

$$y = C e^{kx} + D e^{-kx} + \frac{M_i}{E I k^2} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Imponendo le condizioni ai limiti $y(0) = 0$ e $y(l) = 0$ si ottiene:

$$C = \frac{M_i}{E I k^2} \frac{1}{e^{2kl} - 1}$$

$$D = -\frac{M_i}{E I k^2} \frac{e^{2kl}}{e^{2kl} - 1}$$

È quindi possibile ricavare le rotazioni dei due estremi, che possono essere espresse ancora dalla relazione (17), ponendo in questo caso:

$$\begin{aligned} U_{ik} &= \frac{3}{kl} \left(\frac{e^{2kl} + 1}{e^{2kl} - 1} - \frac{1}{kl} \right) = \frac{3}{kl} \left(\frac{1}{\operatorname{tgh} kl} - \frac{1}{kl} \right) \\ V_{(ik)} &= \frac{6}{kl} \left(\frac{1}{kl} - \frac{2 e^{kl}}{e^{2kl} - 1} \right) = \frac{6}{kl} \left(\frac{1}{kl} - \frac{1}{\sinh kl} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

Si noti che le espressioni così ricavate differiscono dalle (18) solo per il segno e per la presenza delle funzioni iperboliche tgh e \sinh al posto delle usuali funzioni trigonometriche tg e \sin .

4.4.2. Azioni agli estremi delle aste.

Le espressioni ora determinate possono essere utilizzate per analizzare lo schema iperstatico di trave con rotazione ad un estremo o con uno spostamento relativo degli estremi, in maniera identica a quanto fatto nel caso di travi con tratti rigidi agli estremi o con deformabilità a taglio. Il momento flettente all'estremo di un'asta ed il taglio in un ritto sono quindi forniti dalle relazioni già determinate nel secondo capitolo, che per comodità si riportano di seguito:

$$\begin{aligned} M_{ik} &= \bar{M}_{ik} + w''_{(ik)} \left(4 A_{ik} \varphi_i + 2 B_{(ik)} \varphi_k - 6 C_{ik} \frac{\delta_{(ik)}}{l_{(ik)}} \right) \\ T_{ik} &= 6 w''_{(ik)} \frac{C_{ik} \varphi_i + C_{ki} \varphi_k}{h_r} - 12 w''_{(ik)} \frac{\delta_{ir}}{h_r^2} \end{aligned} \quad (20)$$

con:

$$\begin{aligned} A_{ik} &= \frac{3 U_{ki}}{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}} \\ B_{(ik)} &= \frac{3 V_{(ik)}}{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}} \\ C_{ik} &= \frac{2 U_{ik} + V_{(ik)}}{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}} \\ w''_{(ik)} &= \frac{U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}}{4 U_{ik} U_{ki} - V_{(ik)}^2} w'_{(ik)} \end{aligned}$$

Si noti che, essendo $U_{ik} = U_{ki}$, il coefficiente C_{ik} assume in questo caso valore unitario. Esso verrà pertanto omesso nel seguito.

I coefficienti A_{ik} , $B_{(ik)}$ e il rapporto w''/w' hanno la funzione di adattare le espressioni ricavate per aste non soggette a sforzo assiale al caso in cui questo sia invece presente. Una valutazione immediata dell'entità di tali coefficienti correttivi può essere fornita all'esame della figura 4.12,

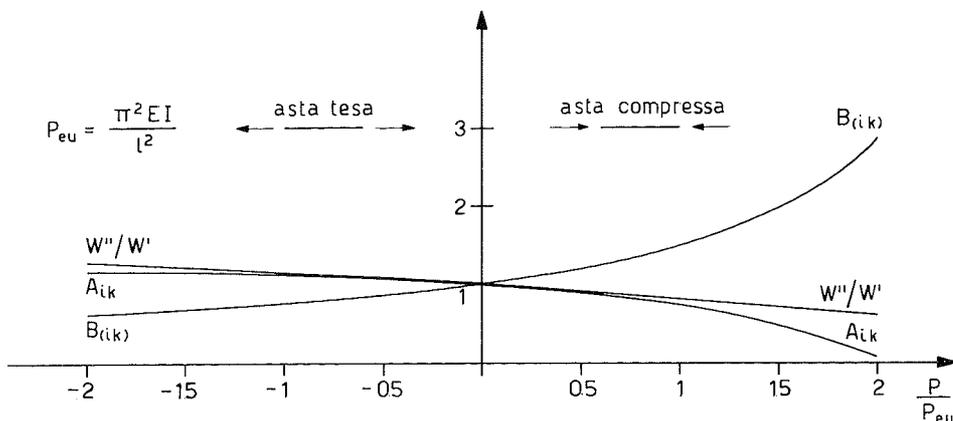


Figura 4.12

nella quale essi sono diagrammati in funzione del rapporto tra sforzo assiale applicato, P , e carico critico euleriano dell'asta con estremi impediti di ruotare e non di traslare, P_{eu} . Si sottolinea inoltre che il rapporto w''/w' si annulla quando $P / P_{eu} = 4$, cioè al raggiungimento del carico critico per lo schema di asta in cui anche la traslazione è impedita.

Se si vuole tener conto della deformazione della struttura, il contributo di ciascun ritto all'equilibrio orizzontale T_{ik}^* è ancora fornito dalla relazione:

$$T_{ik}^* = 6 w''_{(ik)} \frac{\varphi_i + \varphi_k}{h_r} - 12 w^*_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r^2} \quad (22)$$

nella quale l'indice di rigidezza modificato vale:

$$w^*_{(ik)} = w''_{(ik)} - \frac{N_{ik} h_r}{12} \quad (23)$$

4.4.3. Equazioni di equilibrio.

In base a quanto mostrato in precedenza, l'equazione che impone l'equilibrio dei nodi alla rotazione differisce da quella ricavata nel secondo capitolo solo per l'assenza del termine C_{ik} , ora unitario:

$$\varphi_i = - \left[\sum_k \bar{M}_{ik} + \sum_k 2 B_{(ik)} w''_{(ik)} \varphi_k - \sum_k 6 w''_{(ik)} \frac{\delta_{jr}}{h_r} \right] \frac{1}{\sum_k 4 A_{ik} w''_{(ik)}} \quad (24)$$

Le equazioni che impongono l'equilibrio degli impalcati alla traslazione ed alla rotazione possono essere ottenute dalle relazioni (14) e (15)

del paragrafo 4.3. semplicemente sostituendo in esse l'indice di rigidezza $w'_{(ik)}$ col valore $w''_{(ik)}$:

$$\delta_{Gr} = \left[Q_r + \sum_r 6 \frac{w''_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w''_{(ik)}}{h_r^2}} \quad (25)$$

$$\Phi_r = \left[M_r + \sum_r 6 \frac{w''_{(ik)}}{h_r} (\varphi_i + \varphi_k) d_{jr} \right] \frac{1}{\sum_r 12 \frac{w''_{(ik)}}{h_r^2} d_{jr}^2} \quad (26)$$

4.4.4. Esempio numerico.

Per valutare esemplificativamente l'effetto della riduzione di rigidezza dovuta allo sforzo assiale si è presa in esame la struttura descritta nel paragrafo 4.3.2.

Lo scarico delle travi sui pilastri è stato per semplicità calcolato trascurando la continuità delle campate. Nella tabella di figura 4.13 sono riportati i valori del rapporto tra gli sforzi normali così ottenuti ed il carico critico euleriano dei profilati. Si può facilmente notare come lo sforzo normale sia quasi ovunque una percentuale non trascurabile del carico euleriano, situazione non comune nella prassi progettuale e dovuta alla scelta di sezioni tali da rendere la struttura il più deformabile possibile. Nonostante ciò, i corrispondenti coefficienti correttivi A_{ik} , $B_{(ik)}$ e w''/w' non sono molto discosti dall'unità.

I risultati ottenuti per i due casi in precedenza considerati (carichi di esercizio e carichi raddoppiati) sono riportati in figura 4.14. Il confronto con i corrispondenti valori determinati nel paragrafo 4.3.2. tenendo conto del solo effetto P- δ mostra un incremento di spostamenti molto limitato, non superiore al 2% per $\alpha = 1$ e al 5% per $\alpha = 3$.

4.5. Analisi incrementale dell'instabilità in campo elastico.

4.5.1. Procedimento operativo.

L'impostazione fin qui seguita per valutare lo stato tensionale e di deformazione tenendo conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali e della variazione di rigidezza provocata dallo sforzo assiale nei ritti può essere utilizzata anche per determinare il moltiplicatore critico dei carichi in campo elastico.

Nel caso di telai per i quali i carichi di esercizio non provocano spostamenti orizzontali, cioè per strutture simmetriche per geometria e carico (curva 1 nella figura 4.15), il moltiplicatore critico è quel moltiplicatore dei carichi verticali cui corrisponde un punto di biforcazione dell'equilibrio. Nell'ipotesi di piccoli spostamenti, a tale valore corrisponde una situazione di equilibrio indifferente (ramo *a* della curva 1); il telaio può cioè essere in equilibrio in infinite posizioni, con freccia orizzontale di entità qualsiasi ma con forma della deformata ben precisa (deformata critica). Nel campo dei grandi spostamenti tale ramo di equilibrio è invece leggermente crescente; pertanto ad ogni valore del carico superiore a quello critico corrispondono due distinte configurazioni di equilibrio, una indeformata (ramo *b*) ed una che presenta spostamenti elevati (*a'*).

Strutture dotate di più gradi di libertà hanno più punti di biforcazione dell'equilibrio (fig. 4.16). Per un telaio piano con *n* traversi ci sono *n* valori del moltiplicatore critico, $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$ ed *n* deformate critiche, che

RAPPORTO TRA SFORZO ASSIALE E CARICO CRITICO EULERIANO

piano	profilato	pilastri 1/3/6	pilastri 7/8	pilastro 2	pilastro 4	pilastro 5
6	HE200A	0.027	0.038	0.049	0.053	0.075
5	HE200A	0.053	0.075	0.097	0.106	0.150
4	HE200A	0.080	0.113	0.146	0.159	0.226
3	HE200A	0.106	0.150	0.195	0.212	0.301
2	HE240A	0.064	0.091	0.117	0.128	0.181
1	HE240A	0.077	0.109	0.141	0.154	0.218

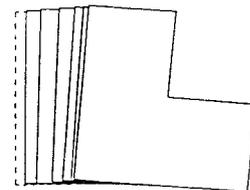
Figura 4.13

ANALISI NON LINEARE
(con rigidezza funzione dello sforzo assiale)

$\alpha = 1$ CARICHI DI ESERCIZIO

spostamento (cm)

piano	telaio 1-2-3	telaio 4-5-6	telaio 7-8
6	4.35	4.88	5.40
5	4.05	4.54	5.03
4	3.50	3.93	4.35
3	2.67	3.00	3.32
2	1.54	1.74	1.93
1	0.72	0.80	0.87



$\alpha = 2$ CARICHI RADDOPPIATI

spostamento (cm)

piano	telaio 1-2-3	telaio 4-5-6	telaio 7-8
6	10.88	12.25	13.62
5	10.23	11.52	12.81
4	8.99	10.12	11.25
3	6.90	7.78	8.65
2	3.84	4.34	4.85
1	1.77	1.96	2.16

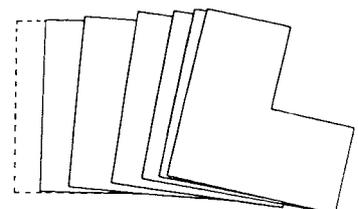


Figura 4.14

presentano un numero crescente di punti di inversione della freccia. Analogamente per un telaio spaziale con n impalcati vi sono $3n$ moltiplicatori critici ed altrettante deformate, ciascuna delle quali in genere comporta contemporaneamente spostamenti nelle direzioni x e y e rotazioni planimetriche. Ai fini pratici, nella determinazione del coefficiente

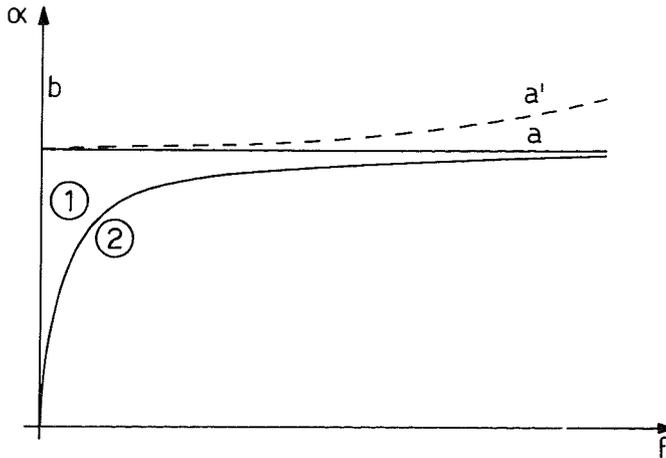


Figura 4.15

di sicurezza rispetto all'instabilità interessa ovviamente solo il più piccolo tra i valori del carico critico.

La situazione innanzi descritta è in effetti puramente teorica, perché le strutture reali presentano sempre imperfezioni costruttive che pregiudicano la simmetria di comportamento. In tal caso, o a maggior ragione in presenza di azioni orizzontali, le deformazioni del telaio crescono in maniera non lineare col carico (curva 2 di figura 4.15). Al moltiplicatore critico corrisponde un asintoto della curva $\alpha - \delta$; all'avvicinarsi ad esso lo spostamento tende all'infinito, ed a piccoli incrementi di carico corrispondono quindi elevatissimi incrementi di deformazione.

Richiamandosi al comportamento fisico della struttura, è possibile determinare il moltiplicatore critico dei carichi in maniera incrementale, cioè risolvendo lo schema geometrico soggetto ad una sequenza di

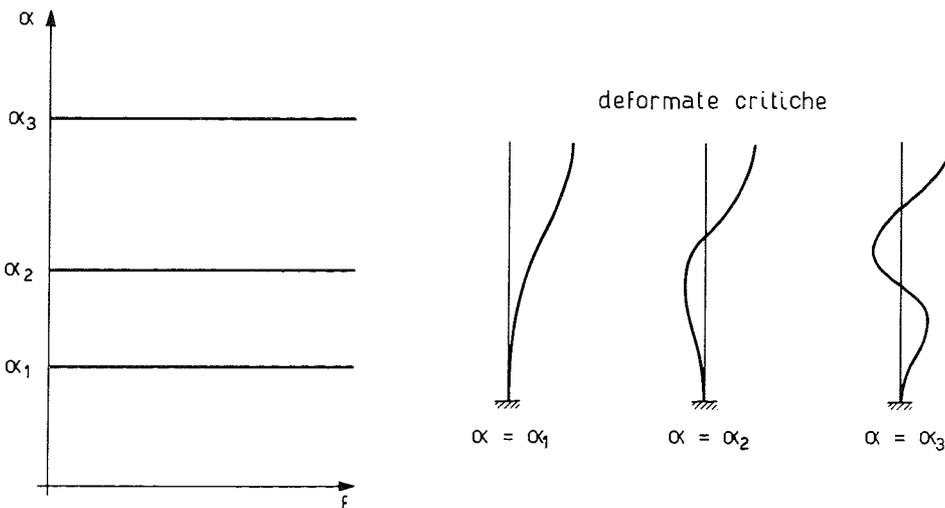


Figura 4.16

carichi via via crescenti, fino alla situazione in cui gli spostamenti tendono a infinito, ovvero il procedimento risolutivo non converge. Se nel telaio sono presenti solo carichi verticali è necessario applicare anche azioni orizzontali per avviarne la deformazione:

L'impostazione incrementale è valida sia per i telai piani che per quelli spaziali. Tra le due tipologie vi è però una differenza sostanziale, legata alla già richiamata esistenza di più punti di biforcazione dell'equilibrio. Negli schemi piani il telaio tende ad assumere sempre la configurazione corrispondente al carico critico più basso, qualunque sia la distribuzione in verticale e l'entità delle forze applicate. L'unica eccezione si ha nel caso, altamente improbabile, che le forze siano tali da mantenere per tutto il processo incrementale il telaio deformato esattamente secondo una configurazione critica diversa. Il principio è analogo per gli schemi tridimensionale; in questo caso è però molto più probabile giungere a configurazioni differenti, a seconda che si applichino forze in direzione x o y oppure momenti, specialmente nel caso di strutture simmetriche per le quali le deformate critiche sono disaccoppiate, cioè presentano solo traslazione in una direzione o solo rotazione. Nello scegliere entità e tipo delle azioni orizzontali da applicare è quindi necessario tener presente quale sia la direzione di maggior deformabilità della struttura, oppure procedere a più tentativi con insiemi di forze differenti.

4.5.2. Esempio numerico.

Il procedimento proposto è stato applicato alla struttura a sei impalcati descritta nel paragrafo 4.3.2., soggetta a carichi verticali e forze orizzontali parallele all'asse x , cioè nella direzione più debole del telaio.

In figura 4.17 sono diagrammati i valori dello spostamento massimo in direzione x , che si ha sempre in corrispondenza della sommità del

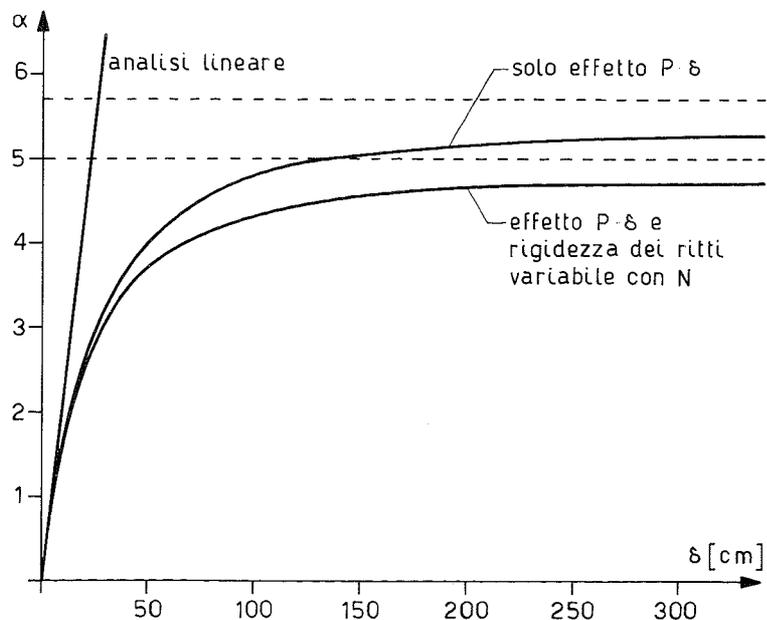


Figura 4.17

telaio 7-8. Tenendo conto solo dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali, il moltiplicatore critico è pari a circa 5.7. Leggermente più basso, 5, è il valore ottenuto tenendo conto anche della variazione di rigidezza provocata dallo sforzo assiale, valutato per semplicità come effetto dei soli carichi verticali trascurando la continuità delle travi. In figura 4.18 sono riportate planimetricamente le due deformate corrispondenti, raffrontate a quella fornita dall'analisi lineare.

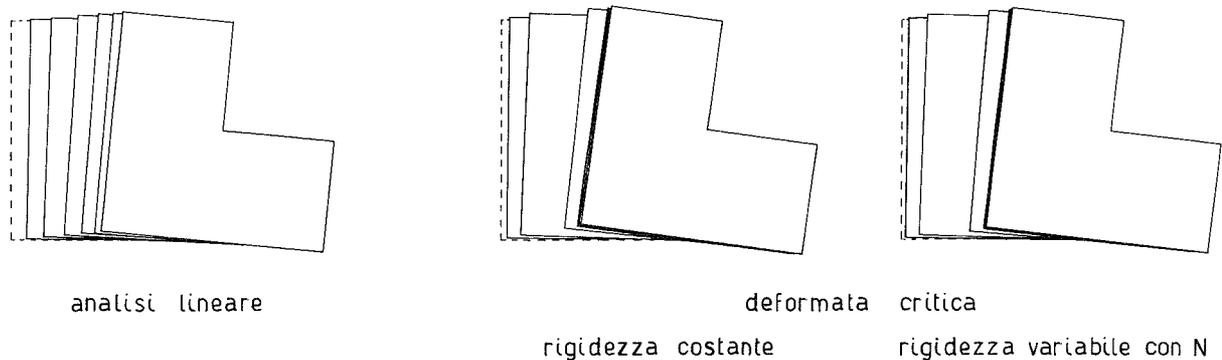


Figura 4.18

Si osserva ancora una volta, come già nel semplice esempio illustrato nel paragrafo 4.2., che la differenza tra i due risultati non è notevole, pur essendo per $\alpha = 5$ il carico assiale nei pilastri del terzo ordine mediamente pari all'80% del carico critico euleriano, con una punta massima del 150% nel pilastro 5. La presenza in alcuni ritti di sforzi assiali superiori ai valori che provocherebbero l'instabilità se gli estremi fossero impediti di ruotare ma non di traslare non deve sembrare strana. In tal caso, infatti, questi ritti vengono sostenuti da quelli che sono ancora lontani dallo stato critico. L'unico valore limite che sicuramente non può essere superato è quindi quello corrispondente ad un'asta i cui estremi siano impediti anche di traslare, che è quattro volte maggiore del precedente.

4.6. Valutazione approssimata del carico critico in campo elastico.

4.6.1. Procedimento operativo.

Pur non presentando particolare difficoltà, le elaborazioni necessarie per la determinazione del carico critico mediante l'analisi incrementale proposta nel paragrafo precedente, o con metodi matriciali che portano al calcolo di autovalori, risultano sproporzionate rispetto alle esigenze dei professionisti, che sono interessati solo a garantire un adeguato coefficiente di sicurezza rispetto a tale fenomeno. Possono pertanto risultare utili procedimenti che consentano di ottenere con immediatezza indicazioni anche solo approssimate, purché cautelative.

L'impostazione che qui si propone rappresenta l'estensione a schemi tridimensionali di quella seguita da M. Pagano per il caso piano [22]. Si prende in esame un telaio spaziale soggetto a carichi verticali e si indicano con N i conseguenti sforzi assiali nei ritti. Si suppone per semplicità espositiva che schema e carichi siano tali da avere sempre una configurazione di equilibrio con spostamenti nulli, ma ciò è irrilevante ai fini applicativi.

Per poter determinare il moltiplicatore critico è necessario innanzitutto saggiare la deformabilità dello schema. Si valutano pertanto gli spo-

stamenti conseguenti ad un arbitrario sistema di azioni orizzontali (forze o momenti di piano), in assenza di carichi verticali. Si indica con Q l'insieme delle risultanti ai diversi impalcati e con δ gli spostamenti relativi ottenuti.

Si considerano ora i carichi verticali agenti sulla struttura così deformata. Come già mostrato in precedenza, in tal caso gli sforzi assiali penalizzano il contributo a taglio dei ritti, ovvero equivalgono a taglianti orizzontali aggiuntivi pari a $N\delta$. Si indica con H l'insieme delle risultanti di questi taglianti.

Se le Q stessero a tutti i piani in uno stesso rapporto α con le H , la configurazione trovata sarebbe una ulteriore posizione di equilibrio (oltre a quella indeformata) per lo schema con carichi αN , perché le azioni insorte per la deformazione sarebbero coincidenti con quelle necessarie per portare il telaio in tale posizione; α sarebbe quindi rigorosamente il moltiplicatore critico cercato.

Data la arbitrarietà del sistema deformativo prescelto, è molto improbabile trovarsi nella situazione innanzi descritta. Si avranno quindi in generale per un telaio ad n impalcati $3n$ valori distinti di α . Si può osservare che il moltiplicatore critico è sicuramente superiore al minore di tali valori. In uno schema con carichi appena più bassi di $\alpha_{\min} N$ le azioni instabilizzanti sarebbero infatti tutte inferiori a quelle necessarie per mantenere il telaio nella configurazione deformata. Analogamente, si

telaio	piano	N [t]	δ/h	$N \delta/h$ [t]
1 x	6	23	0.60 E-3	0.014
	5	46	1.19 E-3	0.055
	4	69	1.79 E-3	0.124
	3	92	2.38 E-3	0.219
	2	115	1.83 E-3	0.210
	1	138	1.67 E-3	0.230
2 x	6	35	0.67 E-3	0.023
	5	70	1.33 E-3	0.093
	4	105	2.00 E-3	0.210
	3	140	2.66 E-3	0.372
	2	175	2.08 E-3	0.364
	1	210	1.84 E-3	0.386
3 x	6	17	0.75 E-3	0.013
	5	34	1.47 E-3	0.050
	4	51	2.21 E-3	0.113
	3	68	2.93 E-3	0.199
	2	85	2.33 E-3	0.198
	1	102	2.01 E-3	0.205
1 y	6	26.5	0.06 E-3	0.002
	5	53	0.12 E-3	0.006
	4	79.5	0.17 E-3	0.014
	3	106	0.23 E-3	0.024
	2	132.5	0.21 E-3	0.028
	1	159	0.14 E-3	0.022
2 y	6	36.5	-0.01 E-3	0.000
	5	73	-0.02 E-3	-0.001
	4	109.5	-0.04 E-3	-0.004
	3	146	-0.05 E-3	-0.007
	2	182.5	-0.04 E-3	-0.007
	1	219	-0.03 E-3	-0.007
3 y	6	12	-0.09 E-3	-0.001
	5	24	-0.16 E-3	-0.004
	4	36	-0.24 E-3	-0.009
	3	48	-0.32 E-3	-0.015
	2	60	-0.30 E-3	-0.018
	1	72	-0.19 E-3	-0.014

Figura 4.19

può affermare che esso deve essere inferiore al maggiore tra i valori determinati.

Come detto all'inizio, ai fini pratici interessa il garantire un adeguato coefficiente di sicurezza rispetto all'instabilità. Se l'estremo inferiore dell'intervallo trovato soddisfa tale requisito, è inutile un ulteriore approfondimento dell'analisi. In caso contrario si potrebbe iterare il procedimento eventualmente assumendo per le azioni deformanti valori proporzionali alle H , che già risentono in qualche modo sia della deformabilità della struttura che dell'entità dei carichi verticali applicati.

4.6.2. Esempio numerico.

Il procedimento proposto è stato applicato alla struttura a sei impalcanti già più volte richiamata. Nella tabella di figura 4.19 sono riportati i valori degli sforzi assiali dovuti ai carichi verticali e delle deformazioni provocate da un insieme di forze orizzontali unitarie parallele alla direzione x , applicate all'impalcato in corrispondenza del pilastro 5. Si sono quindi determinate le azioni instabilizzanti $N \delta/h$ che insorgono per effetto dei carichi verticali nello schema così deformato e le loro risultanti (come componenti in direzione x ed y e momento rispetto all'origine del sistema di riferimento). In figura 4.20 sono riportati i valori delle azioni

componente in direzione x			
piano	Q [t]	H [t]	α
6	1.000	0.050	20.00
5	2.000	0.198	10.10
4	3.000	0.447	6.71
3	4.000	0.790	5.06
2	5.000	0.772	6.48
1	6.000	0.821	7.31

componente in direzione y			
piano	Q [t]	H [t]	α
6	0.000	0.001	---
5	0.000	0.001	---
4	0.000	0.001	---
3	0.000	0.002	---
2	0.000	0.003	---
1	0.000	0.001	---

momento di piano			
piano	Q [tm]	H [tm]	α
6	5.000	0.255	19.61
5	10.000	1.010	9.90
4	15.000	2.290	6.55
3	20.000	4.035	4.96
2	25.000	4.015	6.23
1	30.000	4.155	7.22

Figura 4.20

deformanti Q ed instabilizzanti H , nonché i loro rapporti. Si noti che non si è presa in considerazione la componente in direzione y , molto più piccola e quindi irrilevante; valgono comunque le considerazioni già fatte in precedenza, circa l'opportunità di scegliere le azioni deformanti in modo da avviare la deformazione strutturale nel senso della sua maggiore debolezza.

Dai risultati ottenuti si può concludere che il moltiplicatore critico è compreso tra 4.96 e 20. L'intervallo è molto ampio, ma già il valore minore (4.96) è nettamente maggiore del coefficiente di sicurezza rispetto all'instabilità richiesto dalla normativa per strutture in acciaio (2.5).

È opportuno notare che il procedimento seguito non tiene conto della variazione di rigidità per effetto della compressione, perché nel determinare gli spostamenti conseguenti alle azioni orizzontali i ritzi sono stati considerati assialmente scarichi. Il valore del carico critico corrispondente a tale semplificazione, determinato nel paragrafo precedente, è 5.7, interno all'intervallo ora calcolato e molto vicino al suo estremo inferiore, cosa del resto intuibile se si osserva che quasi tutti i valori di α sono prossimi a tale estremo.

Bibliografia.

1. O. Belluzzi, *Scienza delle costruzioni, vol. I e IV*, Zanichelli, 1941.
2. F. Bleich, *Buckling strenght of metal structures*, McGraw-Hill Book Company, 1952.
3. M. Pagano, *Sul carico critico dei telai elastici multipiani*, Costruzioni Metalliche, 1960.
4. M. Pagano, G. Zingone, *Il calcolo di verifica dei telai piani alle soglie dell'instabilità*, Costruzioni Metalliche, 1961.
5. S. P. Timoschenko, J. M. Gere, *Theory of elastic stability*, 2nd edition, McGraw-Hill Book Company, 1961.
6. M. Como, *Teoria della stabilità dell'equilibrio elastico*, Liguori, 1967.
7. V. Franciosi, *Scienza delle costruzioni, vol. I e V*, Liguori, 1967.
8. M. Gregory, *Elastic instability: analysis of buckling modes and loads of framed structures*, E. & F. N. Spon Ltd., 1967.
9. A. Raithel, *L'equilibrio elastico. La trave - la fune - l'arco*, Liguori, 1969.
10. R. Baldacci, G. Ceradini, E. Giangreco, *Dinamica e stabilità*, CISIA, 1971.
11. A. Chajes, *Principles of structural stability theory*, Prentice Hall Inc., 1974.
12. L. Corradi, *Instabilità delle strutture*, Clup, 1975.
13. R. S. Nair, *Overall elastic stability of multistory buildings*, Journal of Structural Division, ASCE, 1975.
14. M. Capurso, *Introduzione al calcolo automatico delle strutture*, Cremonese, 1977.
15. A. Ghersi, *Strutture intelaiate spaziali per edifici*, Giornale del Genio Civile, 1977.
16. A. Ghersi, *Impostazione manuale del calcolo dei telai spaziali*, Ingegneri, 1979.
17. M. Pagano, *Teoria degli edifici. Telai per edifici a maglie rettangolari*, Liguori, 1979.
18. M. Pagano, *Stabilità globale delle costruzioni*, Costruzioni Metalliche, 1980.
19. A. Badalà, G. Oliveto, *Alcuni risultati teorico-sperimentali sull'effetto irrigidente dei solai nell'instabilità delle strutture intelaiate spaziali*, Giornate del C. T. A., 1981.
20. G. Alpa, E. Bozzo, L. Gambarotta, *Influenza della distribuzione delle rigidità nella stabilità delle strutture a telaio per edifici multipiano*, Costruzioni Metalliche, 1982.
21. E. Bozzo, L. Gambarotta, *Sulla stabilità globale di strutture a telaio in acciaio*, Convegno C.T.A., 1983.
22. A. Giliberti, M. Pagano, *Telai in regime non lineare elastico*, Centro Stampa Opera Universitaria Napoli, 1984.
23. L. Pagnini, B. Palazzo, *Instabilità elastica tridimensionale di edifici multipiano*, Costruzioni Metalliche, 1984.
24. A. Ghersi, S. Saglimbeni, *Prove Pilota per una indagine sul comportamento non lineare dei telai spaziali*, Atti del X congresso C.T.A., 1985.

APPENDICE AL CAPITOLO QUARTO
PROGRAMMA PER L'ANALISI NON LINEARE IN CAMPO ELASTICO
DEI TELAI SPAZIALI

Aurelio Ghersi

a. Introduzione.

Il programma che qui si presenta è una estensione di quello illustrato in appendice al capitolo 1, e consente di tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali e della variazione di rigidità dei ritti a causa dello sforzo assiale. Rispetto alla versione base è necessario l'uso di un maggior numero di variabili; di conseguenza il dimensionamento, fatto nell'intento di non superare un ingombro di 64 Kbytes, limita il programma alla risoluzione di schemi composti da un massimo di 20 telai, con un totale di 70 pilastri e 7 piani.

I paragrafi successivi contengono la documentazione del programma, vista come integrazione di quella già fornita per la versione base. Il paragrafo b contiene la descrizione delle variabili aggiunte rispetto alla prima versione. In esso sono anche riportate precise indicazioni sull'ingombro di memoria, che consentono di variare i limiti anzidetti in funzione della capacità di memoria del proprio calcolatore e delle possibilità del BASIC utilizzato. Nel paragrafo c sono descritti i blocchi di istruzioni aggiunti o modificati. Il relativo listato è riportato nel successivo paragrafo d. Il paragrafo e contiene le indicazioni necessarie per utilizzare il programma. I paragrafi f e g contengono infine due esempi, che mostrano l'effetto instabilizzante dei carichi verticali, da solo o accoppiato alla riduzione di rigidità dei ritti dovuta alla compressione. Per essi sono riportati i dati necessari per l'elaborazione ed i risultati conseguentemente ottenuti.

b. Elenco delle variabili.

Per tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali e della variazione di rigidità dovuta allo sforzo assiale nei ritti, occorre un limitato numero di variabili aggiuntive, per memorizzare le informazioni relative allo sforzo normale ed ai coefficienti correttivi A_{ik} e $B_{(ik)}$. Si riporta di seguito l'elenco di tali variabili; si analizza infine il nuovo ingombro complessivo di memoria, in modo da consentire con facilità variazioni dei limiti di dimensionamento.

teoria	programma	descrizione
	P	pilastro generico nello schema spaziale, individuato mediante la numerazione in carpenteria
	MP	massimo valore ammissibile per P
	EI	indica se bisogna tener conto ($EI = 1$) oppure no ($EI = 0$) dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali
	RR	indica se bisogna tener conto ($RR = 1$) oppure no ($RR = 0$) della variazione di rigidità dei ritti dovuta allo sforzo assiale
N	SNP (P, K)	sforzo normale nel ritto P, K

kl	KL	$kl = \pi \sqrt{P/P_{eu}}$
A_{ik}	AR (I, K)	coefficiente A per il ritto I, K
$B_{(ik)}$	BR (I, K)	coefficiente B per il ritto I, K
U	U	coefficiente U per un ritto generico
V	V	coefficiente V per un ritto generico
	V0	$U_{ik} + U_{ki} + V_{(ik)}$
A_{ik}	A	coefficiente A per un ritto generico
$B_{(ik)}$	B	coefficiente B per un ritto generico
w''/w'	WW	valore per un ritto generico

Ingombro complessivo di memoria

L'ingombro della versione in GWBASIC del programma è di circa 20 Kbytes. L'ingombro delle variabili può essere calcolato in funzione dei valori massimi di MI, MJ, MK, ML, MP utilizzati nel loro dimensionamento. Si sono utilizzate 47 variabili con indice e 45 variabili semplici, per un numero totale di valori pari a:

$$19 \times MI \times MK + MP \times MK + 2 \times MJ \times MK + 2 \times MI + 3 \times MJ + 10 \times MK + 3 \times ML + 41$$

Se si pone $MI = 70$, $MP = 50$, $MK = 7$, $MJ = 20$, $ML = 50$, il numero totale di variabili è pari a 10401, corrispondente a un ingombro di memoria pari a quasi 42 Kbytes, valore che, sommato a quello del programma, si mantiene inferiore al limite di 64 Kbytes, caratteristico del GWBASIC.

Lo stesso ingombro complessivo può essere ottenuto variando i limiti del dimensionamento l'uno a scapito degli altri. Si può così per esempio, portare il numero massimo dei piani MK a 12 riducendo il numero di pilastri MI a 38, e così via.

c. Descrizione del programma.

Nel listato, riportato nel paragrafo seguente, sono riportati esclusivamente quei blocchi di istruzioni che hanno subito aggiunte o modifiche rispetto alla versione base. Denominando i blocchi principali con le stesse lettere utilizzate nel paragrafo 1.c, si ha:

A) Dimensionamento delle variabili con indice.

Nella linea 100 è stato ridotto il valore limite per il numero di pilastri MI ed è stato aggiunto quello per la numerazione in carpenteria MP. È stata inserita inoltre la linea 190, contenente il dimensionamento delle nuove variabili con indice.

B) Programma principale.

È stata aggiunta l'istruzione per la lettura delle variabili EI ed RR che definiscono il tipo di elaborazione da effettuare. È stato inoltre eliminato il richiamo ai sottoprogrammi 3000 e 6000 (elaborazioni iniziali dei dati geometrici e di carico), che vengono ora utilizzati direttamente nella fase di calcolo.

C) Input dei dati geometrici ed elastici.

È stata modificata la routine di lettura della numerazione dei pilastri in carpenteria, nella quale è stato aggiunto un controllo per evitare che si superi il limite definito nel blocco A.

D) Stampa dei dati geometrici ed elastici.

Inalterato.

E) Elaborazione iniziale dei dati geometrici.

È stato cambiato il sottoprogramma 3100 (indici di rigidezza delle aste), che ora determina anche i coefficienti correttivi A e B ed il rapporto w''/w' , utilizzando il sottoprogramma 3300, prima inesistente. Sono stati modificati anche i sottoprogrammi 3400 (somma degli indici di rigidezza, nel quale interviene il coefficiente A), e 3600 (calcolo del baricentro degli indici di rigidezza, che dipende anche dallo sforzo assiale N).

F) Input dei carichi verticali, nodali ed orizzontali.

Inalterato.

G) Stampa dei dati relativi ai carichi.

Inalterato.

H) Elaborazione iniziale dei dati relativi ai carichi.

Inalterato.

I) Risoluzione iterativa del sistema.

Le operazioni svolte da questo blocco, mostrate sinteticamente dalle istruzioni 7000-7080, presentano alcune differenze sostanziali rispetto alla versione base. Dopo l'azzeramento delle incognite viene calcolato lo sforzo normale nei pilastri (come somma delle quantità $ql/2$ delle travi, cioè trascurandone la continuità). Vengono poi utilizzati i sottoprogrammi 3000 e 6000 (elaborazione iniziale dei dati geometrici e di carico, che ora comprendono la valutazione di alcune grandezze dipendenti dallo sforzo assiale e non possono quindi essere effettuate indipendentemente). Segue infine il ciclo di risoluzione mediante operazioni di nodo e piano. Sono rimaste invariate, anche se rinumerate, le istruzioni per l'azzeramento delle incognite, mentre quelle relative all'operazione di nodo sono cambiate per tener conto dei coefficienti A e B.

L) Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione agli estremi delle aste e degli spostamenti dei traversi.

È stato modificato il sottoprogramma 8100, relativo al calcolo del momento flettente agli estremi delle aste, per tener conto dei coefficienti correttivi.

M) Stampa dei risultati.

È stata aggiunta la stampa di una scritta che indica il tipo di elaborazione svolta.

d. Codifica del programma.

Si riportano di seguito solo i blocchi variati rispetto alla impostazione di base, individuati mediante le lettere già utilizzate nel paragrafo 1.c.

A) Dimensionamento delle variabili.

```

100 MI=70 : MK=7 : ML=50 : MJ=20 : MP=50 '   valori limite per gli indici
                                           degli array
110 OPTION BASE 1 '                       estremo inferiore dell'indice degli array
120 DIM MR(MJ), IR(MJ), DL(MI-1), H(MK), NP(MI), DT(MJ)
130 DIM NT(MI-1, MK), NR(MI, MK), ZB(ML), ZH(ML), ZI(ML)
140 DIM WT(MI-1, MK), WR(MI, MK), WN(MI, MK), XG(MK), YG(MK), DG(MJ, MK), WX(MK),
    WY(MK), WF(MK)
150 DIM Q(MI-1, MK), MN(MI, MK), XF(MK), YF(MK), FX(MK), FY(MK), FM(MK)
160 DIM SM(MI, MK), QX(MK), QY(MK), QM(MK)
170 DIM FI(MI, MK), DX(MK), DY(MK), DF(MK), D(MJ, MK)
180 DIM MS(MI-1, MK), MD(MI-1, MK), MT(MI, MK), MP(MI, MK), TS(MI-1, MK),
    TD(MI-1, MK), TR(MI, MK), SN(MI, MK)
190 DIM AR(MI, MK), BR(MI, MK), SNP(MP, MK)

```

B) Programma principale.

```

500 READ EI, RR '           legge tipo di analisi
510 GOSUB 1000 '           legge dati geometrici
520 GOSUB 2000 '           stampa dati geometrici
530 READ IV, IM, IO
540 IF IV=0 AND IM=0 AND IO=0 THEN END
550   GOSUB 4000 '         legge i carichi
560   GOSUB 5000 '         stampa i carichi
570   GOSUB 7000 '         effettua la risoluzione iterativa del sistema
580   GOSUB 8000 '         calcola caratterist. di sollec. e spostamento
590   GOSUB 9000 '         stampa i risultati
600   READ IV, IM, IO
610   GOTO 540

```

C) Input dei dati geometrici ed elastici.

```

1480 ' --- legge numerazione dei pilastri in carpenteria
1490 '   individua il numero di pilastri per ciascun telaio
1500 I=0
1505 FOR J=1 TO JZ
1510   IR(J)=1
1515   READ N
1520   IF N=0 THEN 1555
1525   IF I=MI THEN PRINT "NUMERO ECCESSIVO DI PILASTRI" : STOP
1530   IF N>MP THEN PRINT "NUMERO IN CARPENTERIA NON AMMISSIBILE":STOP
1535   I=I+1
1540   NP(I)=N
1545   READ N
1550   GOTO 1520
1555   MR(J)=I-IR(J)
1560 NEXT J
1565 IZ=I
1570 RETURN

```

E) Elaborazione iniziale dei dati geometrici.

179

Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali

```

3000 GOSUB 3100 '          indici di rigidezza di travi e pilastri
3010 GOSUB 3400 '          somma degli indici di rigidezza nei nodi
3020 GOSUB 3600 '          baricentro dei w* e somma nel piano
3030 RETURN
3080 '
3090 ' --- calcola gli indici di rigidezza di travi e pilastri
3100 FOR K=1 TO KZ
3105   FOR J=1 TO JZ
3110     FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
3115       L=NT(I,K)
3120       WT(I,K)=E*ZI(L)/DL(I)
3125     NEXT I
3130   NEXT J
3135   FOR I=1 TO IZ
3140     L=NR(I,K)
3145     WR(I,K)=E*ZI(L)/H(K)
3150     P=NP(I)
3155     GOSUB 3300 '          determina A,B,w"/w'
3160     AR(I,K)=A
3165     BR(I,K)=B
3170     WR(I,K)=WW*WR(I,K)
3175   NEXT I
3180 NEXT K
3185 RETURN
3280 '
3290 ' --- determina coefficienti U, V, A, B, w"/w'
3300 IF SNP(P,K)=0 OR RR=0 THEN A=1 : B=1 : WW=1 : RETURN
3305 KL=SQR(ABS(SNP(P,K))*H(K)/WR(I,K))
3310 IF SNP(P,K)>0 THEN 3320 ELSE 3340
3315 ' asta tesa
3320 U=((EXP(2*KL)+1)/(EXP(2*KL)-1)-1/KL)*3/KL
3325 V=(1/KL-2*EXP(KL)/(EXP(2*KL)-1))*6/KL
3330 GOTO 3360
3335 ' asta compressa
3340 U=(1/KL-1/TAN(KL))*3/KL
3345 V=(1/SIN(KL)-1/KL)*6/KL
3350 GOTO 3360
3355 '
3360 V0=2*U+V
3365 A=3*U/V0
3370 B=3*V/V0
3375 WW=V0/(4*U^2-V^2)
3380 RETURN
3385 '
3390 ' --- calcola la somma degli indici di rigidezza delle aste nei nodi
3400 FOR K=1 TO KZ
3410   I=0
3420   FOR J=1 TO JZ
3430     FOR M=1 TO MR(J)
3440       I=I+1
3450       S=AR(I,K)*WR(I,K)
3460       IF M>1 THEN S=S+WT(I-1,K)
3470       IF M<MR(J) THEN S=S+WT(I,K)
3480       IF K<KZ THEN S=S+AR(I,K+1)*WR(I,K+1)
3490       WN(I,K)=S
3500     NEXT M
3510   NEXT J
3520 NEXT K
3530 RETURN
3580 '
3590 ' --- calcola baricentro dei w* e loro somma nel piano
3600 FOR K=1 TO KZ
3605   J1=1 : J2=JX
3610   GOSUB 3700 '          calcola baricentro delle rigidezze
3615   WX(K)=S : WF(K)=S2
3620   YG(K)=S1

```

```

3625   FOR J=J1 TO J2
3630     DG(J,K)=DT(J)-YG(K)
3635   NEXT J
3640   J1=JX+1 : J2=JZ
3645   GOSUB 3700 '          calcola baricentro delle rigidezze
3650   WY(K)=S : WF(K)=WF(K)+S2
3655   XG(K)=S1
3660   FOR J=J1 TO J2
3665     DG(J,K)=XG(K)-DT(J)
3670   NEXT J
3675 NEXT K
3680 RETURN
3685 '
3690 ' - calcola baricentro delle rigidezze
3700 S=0 : S1=0 : S2=0
3705 H2=1/H(K)^2
3710 FOR J=J1 TO J2
3715   V=0
3720   FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
3725     P=NP(I)
3730     V=V+WR(I,K)*H2 : IF EI=1 THEN V=V+SNP(P,K)/H(K)/12
3735   NEXT I
3740   S=S+V
3745   S1=S1+V*DT(J)
3750   S2=S2+V*DT(J)^2
3755 NEXT J
3760 IF S<>0 THEN S1=S1/S '          S=0 se non esistono telai in una direzione
3765 S2=S2-S*S1^2
3770 RETURN

```

1) Risoluzione iterativa del sistema.

```

7000 GOSUB 7100 '          azzera rotazioni e spostamenti
7005 GOSUB 7200 '          calcola valori iniziali sforzo normale
7010 GOSUB 3000 '          calcola indici di rigidezza e loro somma
7015 GOSUB 6000 '          calcola somma mom.inc. e somma forze
7020 SQ=0
7025 FOR K=1 TO KZ
7030   I=0
7035   FOR J=1 TO JZ
7040     FOR M=1 TO MR(J)
7045       I=I+1
7050       GOSUB 7400 '      operazione di nodo
7055     NEXT M
7060   NEXT J
7065   GOSUB 7600 '      operazione di piano
7070 NEXT K
7075 IF SQ<>0 THEN 7020
7080 RETURN
7085 '
7090 ' --- azzera rotazioni e spostamenti
7100 FOR K=1 TO KZ
7105   FOR I=1 TO IZ
7110     FI(I,K)=0
7115   NEXT I
7120   FOR J=1 TO JZ
7125     D(J,K)=0
7130   NEXT J
7135   DX(K)=0 : DY(K)=0 : DF(K)=0
7140 NEXT K
7145 RETURN
7180 '
7190 ' --- calcola valori iniziali dello sforzo normale
7200 FOR K=KZ TO 1 STEP -1
7205   FOR P=1 TO MP
7210     IF K=KZ THEN SNP(P,K)=0 ELSE SNP(P,K)=SNP(P,K+1)
7215   NEXT P

```

```

7220 I=0
7225 FOR J=1 TO JZ
7230 FOR M=1 TO MR(J)
7235 I=I+1
7240 V=0
7245 IF M>1 THEN V=V-Q(I-1,K)*DL(I-1)/2
7250 IF M<MR(J) THEN V=V-Q(I,K)*DL(I)/2
7255 P=NP(I)
7260 SNP(P,K)=SNP(P,K)+V
7265 NEXT M
7270 NEXT J
7275 NEXT K
7280 RETURN
7380 '
7390 ' --- operazione di nodo per il nodo I,K
7400 IF WN(I,K)=0 THEN RETURN
7410 S=SM(I,K)+6*WR(I,K)*D(J,K)/H(K)
7420 IF K>1 THEN S=S-2*BR(I,K)*WR(I,K)*FI(I,K-1)
7430 IF K<KZ THEN S=S+6*WR(I,K+1)*D(J,K+1)/H(K+1)-2*BR(I,K+1)*WR(I,K+1)*
FI(I,K+1)
7440 IF M>1 THEN S=S-2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
7450 IF M<MR(J) THEN S=S-2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
7460 IF ABS(S-4*WN(I,K)*FI(I,K))<.0005 THEN RETURN
7470 FI(I,K)=S/4/WN(I,K)
7480 SQ=1
7490 RETURN

```

L) Calcolo delle caratteristiche di sollecitazione.

```

8090 ' --- calcola momento flettente
8100 FOR K=1 TO KZ
8110 FOR J=1 TO JZ
8120 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)-1
8130 V=Q(I,K)*DL(I)^2/12
8140 MS(I,K)=(4*FI(I,K)+2*FI(I+1,K))*WT(I,K)-V
8150 MD(I,K)=-((2*FI(I,K)+4*FI(I+1,K))*WT(I,K)+V)
8160 NEXT I
8170 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J)+MR(J)
8180 IF K>1 THEN V=FI(I,K-1) ELSE V=0
8190 MT(I,K)=-((4*AR(I,K)*FI(I,K)+2*BR(I,K)*V-6*D(J,K)/H(K))*
WR(I,K))
8200 MP(I,K)=(2*BR(I,K)*FI(I,K)+4*AR(I,K)*V-6*D(J,K)/H(K))*WR(I,K)
8210 NEXT I
8220 NEXT J
8230 NEXT K
8240 RETURN

```

M) Stampa dei risultati.

```

9000 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT : PRINT
9010 PRINT " RISULTATI"
9020 IF EI=1 THEN PRINT " con effetto instabilizzante dei carichi ver
ticali"
9030 IF RR=1 THEN PRINT " con rigidezza dipendente dallo sforzo assia
le"
9040 GOSUB 9100 ' stampa spostamenti
9050 GOSUB 9300 ' stampa car. soll. travi
9060 GOSUB 9500 ' stampa car. soll. pilastri
9070 RETURN

```

e. Modalità di utilizzazione.

Le modalità per l'utilizzazione del programma qui presentato sono identiche a quelle della versione base, esaminate dettagliatamente nel paragrafo 1.e. Ai dati ivi descritti devono però essere premessi, in una prima riga DATA, i valori delle due variabili che definiscono il tipo di elaborazione. Il primo di essi deve essere posto pari ad 1 se si vuole tener conto dell'effetto instabilizzante dei carichi verticali, a 0 in caso contrario. Analogamente, il secondo deve essere 1 quando si vuole tener conto della variazione di rigidità dei ritti provocata dallo sforzo assiale, a 0 se la si vuole trascurare.

f. Primo esempio - con effetto instabilizzante dei carichi verticali.

Il programma è stato utilizzato per la risoluzione dello schema intelaiato spaziale a sei impalcati, già descritto nel paragrafo 4.3.2. Le aste del telaio sono costituite da profilati metallici a doppio T; poiché il programma prevede solo sezioni rettangolari, è stato necessario ricorrere a sezioni fittizie equivalenti come momento d'inerzia a quelle dello schema. Si riportano di seguito le linee di programma contenenti i dati e, nelle pagine successive, i risultati ottenuti.

```

10000 ' ----- spazio per i dati
10010 DATA 1,0
10020 DATA 3,3,6,4
10030 DATA 3.5,3.5,3.5,3.5,3.5,3.5
10040 DATA 0,5,10,0,5,10
10050 DATA 1,2,3,0,4,5,6,0,7,8,0,1,4,7,0,2,5,8,0,3,6,0
10060 DATA 5,5,5,5,5,5,5,5,5
10070 DATA 2100000
10080 DATA .93156,.1,.33228,.1,.44304,.1,.16032,.1
10090 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10100 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10110 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10120 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10130 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10140 DATA 1,1,1,1,1,3,3,3,3,3
10150 DATA 2,2,2,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1,1,1
10160 DATA 2,2,2,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1,1,1
10170 DATA 4,4,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3,3
10180 DATA 4,4,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3,3
10190 DATA 4,4,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3,3
10200 DATA 4,4,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3,3
10210 DATA 1,0,1
10220 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10230 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10240 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10250 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10260 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10270 DATA 2,2,4,2,3,.4,.4,.4,.4,.4
10280 DATA 5,5,1,0,0
10290 DATA 5,5,1,0,0
10300 DATA 5,5,1,0,0
10310 DATA 5,5,1,0,0
10320 DATA 5,5,1,0,0
10330 DATA 5,5,1,0,0
10340 DATA 0,0,0

```

ALTEZZA DEI PIANI

PIANO	ALTEZZA (M)
1	3.50
2	3.50
3	3.50
4	3.50
5	3.50
6	3.50

POSIZIONE DEI TELAI

TELAIO	DISTANZA DALL'ASSE (M)
1 X	0.00
2 X	5.00
3 X	10.00
1 Y	0.00
2 Y	5.00
3 Y	10.00

LUCI E SEZIONI DELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	LUCE (M)	B (M)	H (M)	INERZIA (M ⁴)
1 X	1 - 2	1	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	1 - 2	2	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	1 - 2	3	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	1 - 2	4	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	1 - 2	5	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	1 - 2	6	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	1	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	2	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	3	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	4	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	5	5.00	0.93	0.10	0.000078
1 X	2 - 3	6	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	1	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	2	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	3	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	4	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	5	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	4 - 5	6	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	1	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	2	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	3	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	4	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	5	5.00	0.93	0.10	0.000078
2 X	5 - 6	6	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	1	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	2	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	3	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	4	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	5	5.00	0.93	0.10	0.000078
3 X	7 - 8	6	5.00	0.93	0.10	0.000078

Capitolo quarto

1 Y	1 - 4	1	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1 - 4	2	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1 - 4	3	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1 - 4	4	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1 - 4	5	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1 - 4	6	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	1	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	2	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	3	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	4	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	5	5.00	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4 - 7	6	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	1	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	2	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	3	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	4	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	5	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2 - 5	6	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	1	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	2	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	3	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	4	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	5	5.00	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5 - 8	6	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	1	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	2	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	3	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	4	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	5	5.00	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3 - 6	6	5.00	0.44	0.10	0.000037

SEZIONI DEI PILASTRI

TELAIO	PILASTRO	PIANO	B (M)	H (M)	INERZIA (M ⁴)
1 X	1	1	0.33	0.10	0.000028
1 X	1	2	0.33	0.10	0.000028
1 X	1	3	0.16	0.10	0.000013
1 X	1	4	0.16	0.10	0.000013
1 X	1	5	0.16	0.10	0.000013
1 X	1	6	0.16	0.10	0.000013
1 X	2	1	0.33	0.10	0.000028
1 X	2	2	0.33	0.10	0.000028
1 X	2	3	0.16	0.10	0.000013
1 X	2	4	0.16	0.10	0.000013
1 X	2	5	0.16	0.10	0.000013
1 X	2	6	0.16	0.10	0.000013
1 X	3	1	0.33	0.10	0.000028
1 X	3	2	0.33	0.10	0.000028
1 X	3	3	0.16	0.10	0.000013
1 X	3	4	0.16	0.10	0.000013
1 X	3	5	0.16	0.10	0.000013
1 X	3	6	0.16	0.10	0.000013
2 X	4	1	0.33	0.10	0.000028
2 X	4	2	0.33	0.10	0.000028
2 X	4	3	0.16	0.10	0.000013

2 X	4	4	0.16	0.10	0.000013
2 X	4	5	0.16	0.10	0.000013
2 X	4	6	0.16	0.10	0.000013
2 X	5	1	0.33	0.10	0.000028
2 X	5	2	0.33	0.10	0.000028
2 X	5	3	0.16	0.10	0.000013
2 X	5	4	0.16	0.10	0.000013
2 X	5	5	0.16	0.10	0.000013
2 X	5	6	0.16	0.10	0.000013
2 X	6	1	0.33	0.10	0.000028
2 X	6	2	0.33	0.10	0.000028
2 X	6	3	0.16	0.10	0.000013
2 X	6	4	0.16	0.10	0.000013
2 X	6	5	0.16	0.10	0.000013
2 X	6	6	0.16	0.10	0.000013
3 X	7	1	0.33	0.10	0.000028
3 X	7	2	0.33	0.10	0.000028
3 X	7	3	0.16	0.10	0.000013
3 X	7	4	0.16	0.10	0.000013
3 X	7	5	0.16	0.10	0.000013
3 X	7	6	0.16	0.10	0.000013
3 X	8	1	0.33	0.10	0.000028
3 X	8	2	0.33	0.10	0.000028
3 X	8	3	0.16	0.10	0.000013
3 X	8	4	0.16	0.10	0.000013
3 X	8	5	0.16	0.10	0.000013
3 X	8	6	0.16	0.10	0.000013
1 Y	1	1	0.93	0.10	0.000078
1 Y	1	2	0.93	0.10	0.000078
1 Y	1	3	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1	4	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1	5	0.44	0.10	0.000037
1 Y	1	6	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4	1	0.93	0.10	0.000078
1 Y	4	2	0.93	0.10	0.000078
1 Y	4	3	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4	4	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4	5	0.44	0.10	0.000037
1 Y	4	6	0.44	0.10	0.000037
1 Y	7	1	0.93	0.10	0.000078
1 Y	7	2	0.93	0.10	0.000078
1 Y	7	3	0.44	0.10	0.000037
1 Y	7	4	0.44	0.10	0.000037
1 Y	7	5	0.44	0.10	0.000037
1 Y	7	6	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2	1	0.93	0.10	0.000078
2 Y	2	2	0.93	0.10	0.000078
2 Y	2	3	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2	4	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2	5	0.44	0.10	0.000037
2 Y	2	6	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5	1	0.93	0.10	0.000078
2 Y	5	2	0.93	0.10	0.000078
2 Y	5	3	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5	4	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5	5	0.44	0.10	0.000037
2 Y	5	6	0.44	0.10	0.000037

Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali

Capitolo quarto

2 Y	8	1	0.93	0.10	0.000078
2 Y	8	2	0.93	0.10	0.000078
2 Y	8	3	0.44	0.10	0.000037
2 Y	8	4	0.44	0.10	0.000037
2 Y	8	5	0.44	0.10	0.000037
2 Y	8	6	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3	1	0.93	0.10	0.000078
3 Y	3	2	0.93	0.10	0.000078
3 Y	3	3	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3	4	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3	5	0.44	0.10	0.000037
3 Y	3	6	0.44	0.10	0.000037
3 Y	6	1	0.93	0.10	0.000078
3 Y	6	2	0.93	0.10	0.000078
3 Y	6	3	0.44	0.10	0.000037
3 Y	6	4	0.44	0.10	0.000037
3 Y	6	5	0.44	0.10	0.000037
3 Y	6	6	0.44	0.10	0.000037

MODULO DI ELASTICITA' = 2100000 KG/CM2

CARICHI

CARICHI VERTICALI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	CARICO (T/M)
1 X	1 - 2	1	2.00
1 X	1 - 2	2	2.00
1 X	1 - 2	3	2.00
1 X	1 - 2	4	2.00
1 X	1 - 2	5	2.00
1 X	1 - 2	6	2.00
1 X	2 - 3	1	2.00
1 X	2 - 3	2	2.00
1 X	2 - 3	3	2.00
1 X	2 - 3	4	2.00
1 X	2 - 3	5	2.00
1 X	2 - 3	6	2.00
2 X	4 - 5	1	4.00
2 X	4 - 5	2	4.00
2 X	4 - 5	3	4.00
2 X	4 - 5	4	4.00
2 X	4 - 5	5	4.00
2 X	4 - 5	6	4.00
2 X	5 - 6	1	2.00
2 X	5 - 6	2	2.00
2 X	5 - 6	3	2.00
2 X	5 - 6	4	2.00
2 X	5 - 6	5	2.00
2 X	5 - 6	6	2.00

**Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali**

3 X	7 - 8	1	3.00
3 X	7 - 8	2	3.00
3 X	7 - 8	3	3.00
3 X	7 - 8	4	3.00
3 X	7 - 8	5	3.00
3 X	7 - 8	6	3.00
1 Y	1 - 4	1	0.40
1 Y	1 - 4	2	0.40
1 Y	1 - 4	3	0.40
1 Y	1 - 4	4	0.40
1 Y	1 - 4	5	0.40
1 Y	1 - 4	6	0.40
1 Y	4 - 7	1	0.40
1 Y	4 - 7	2	0.40
1 Y	4 - 7	3	0.40
1 Y	4 - 7	4	0.40
1 Y	4 - 7	5	0.40
1 Y	4 - 7	6	0.40
2 Y	2 - 5	1	0.40
2 Y	2 - 5	2	0.40
2 Y	2 - 5	3	0.40
2 Y	2 - 5	4	0.40
2 Y	2 - 5	5	0.40
2 Y	2 - 5	6	0.40
2 Y	5 - 8	1	0.40
2 Y	5 - 8	2	0.40
2 Y	5 - 8	3	0.40
2 Y	5 - 8	4	0.40
2 Y	5 - 8	5	0.40
2 Y	5 - 8	6	0.40
3 Y	3 - 6	1	0.40
3 Y	3 - 6	2	0.40
3 Y	3 - 6	3	0.40
3 Y	3 - 6	4	0.40
3 Y	3 - 6	5	0.40
3 Y	3 - 6	6	0.40

FORZE ORIZZONTALI

PIANO	X (M)	Y (M)	FX (T)	FY (T)	M (TM)
1	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00
2	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00
3	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00
4	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00
5	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00
6	5.00	5.00	1.00	0.00	0.00

RISULTATI
con effetto instabilizzante dei carichi verticali

SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI

TELAIO	IMPALCATO	SPOSTAMENTO (MM)
1 X	1	7.055
1 X	2	15.153
1 X	3	26.133
1 X	4	34.266
1 X	5	39.627
1 X	6	42.647
2 X	1	7.787
2 X	2	17.052
2 X	3	29.342
2 X	4	38.459
2 X	5	44.469
2 X	6	47.853
3 X	1	8.519
3 X	2	18.951
3 X	3	32.552
3 X	4	42.652
3 X	5	49.312
3 X	6	53.058
1 Y	1	0.619
1 Y	2	1.591
1 Y	3	2.688
1 Y	4	3.509
1 Y	5	4.048
1 Y	6	4.350
2 Y	1	-0.113
2 Y	2	-0.308
2 Y	3	-0.521
2 Y	4	-0.685
2 Y	5	-0.794
2 Y	6	-0.856
3 Y	1	-0.845
3 Y	2	-2.207
3 Y	3	-3.731
3 Y	4	-4.878
3 Y	5	-5.637
3 Y	6	-6.062

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	MOMENTO A SINISTRA (TM)	MOMENTO A DESTRA (TM)	TAGLIO A SINISTRA (T)	TAGLIO A DESTRA (T)
1 X	1 - 2	1	-0.21	-6.74	3.69	-6.31
1 X	1 - 2	2	-0.25	-6.65	3.72	-6.28
1 X	1 - 2	3	-0.11	-6.53	3.72	-6.28
1 X	1 - 2	4	-0.64	-6.17	3.89	-6.11
1 X	1 - 2	5	-1.12	-5.84	4.06	-5.94
1 X	1 - 2	6	-0.77	-5.91	3.97	-6.03

Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali

1 X	2 - 3	1	-3.41	-4.48	4.79	-5.21
1 X	2 - 3	2	-3.62	-4.20	4.88	-5.12
1 X	2 - 3	3	-4.24	-3.35	5.18	-4.82
1 X	2 - 3	4	-4.56	-2.90	5.33	-4.67
1 X	2 - 3	5	-4.83	-2.53	5.46	-4.54
1 X	2 - 3	6	-5.54	-1.33	5.84	-4.16
2 X	4 - 5	1	-2.76	-10.55	8.44	-11.56
2 X	4 - 5	2	-2.69	-10.43	8.45	-11.55
2 X	4 - 5	3	-2.10	-10.15	8.39	-11.61
2 X	4 - 5	4	-2.73	-9.76	8.59	-11.41
2 X	4 - 5	5	-3.36	-9.40	8.79	-11.21
2 X	4 - 5	6	-2.14	-9.29	8.57	-11.43
2 X	5 - 6	1	-4.68	-4.28	5.08	-4.92
2 X	5 - 6	2	-4.97	-3.99	5.20	-4.80
2 X	5 - 6	3	-6.01	-3.09	5.58	-4.42
2 X	5 - 6	4	-6.34	-2.57	5.75	-4.25
2 X	5 - 6	5	-6.61	-2.12	5.90	-4.10
2 X	5 - 6	6	-7.88	-1.02	6.37	-3.63
3 X	7 - 8	1	-1.57	-7.44	6.33	-8.67
3 X	7 - 8	2	-1.60	-7.14	6.39	-8.61
3 X	7 - 8	3	-1.46	-5.83	6.63	-8.37
3 X	7 - 8	4	-2.17	-5.26	6.88	-8.12
3 X	7 - 8	5	-2.93	-4.84	7.12	-7.88
3 X	7 - 8	6	-2.08	-2.82	7.35	-7.65
1 Y	1 - 4	1	-0.54	-1.07	0.89	-1.11
1 Y	1 - 4	2	-0.51	-1.09	0.89	-1.11
1 Y	1 - 4	3	-0.49	-1.08	0.88	-1.12
1 Y	1 - 4	4	-0.55	-1.03	0.90	-1.10
1 Y	1 - 4	5	-0.63	-0.97	0.93	-1.07
1 Y	1 - 4	6	-0.49	-1.02	0.90	-1.10
1 Y	4 - 7	1	-0.69	-0.94	0.95	-1.05
1 Y	4 - 7	2	-0.69	-0.94	0.95	-1.05
1 Y	4 - 7	3	-0.76	-0.85	0.98	-1.02
1 Y	4 - 7	4	-0.80	-0.80	1.00	-1.00
1 Y	4 - 7	5	-0.83	-0.78	1.01	-0.99
1 Y	4 - 7	6	-0.96	-0.56	1.08	-0.92
2 Y	2 - 5	1	-0.78	-0.85	0.99	-1.01
2 Y	2 - 5	2	-0.77	-0.85	0.99	-1.01
2 Y	2 - 5	3	-0.70	-0.89	0.96	-1.04
2 Y	2 - 5	4	-0.70	-0.89	0.96	-1.04
2 Y	2 - 5	5	-0.72	-0.88	0.97	-1.03
2 Y	2 - 5	6	-0.54	-0.98	0.91	-1.09
2 Y	5 - 8	1	-0.92	-0.70	1.04	-0.96
2 Y	5 - 8	2	-0.93	-0.69	1.05	-0.95
2 Y	5 - 8	3	-0.95	-0.63	1.06	-0.94
2 Y	5 - 8	4	-0.94	-0.65	1.06	-0.94
2 Y	5 - 8	5	-0.91	-0.69	1.04	-0.96
2 Y	5 - 8	6	-0.99	-0.52	1.09	-0.91
3 Y	3 - 6	1	-1.07	-0.49	1.12	-0.88
3 Y	3 - 6	2	-1.09	-0.46	1.13	-0.87
3 Y	3 - 6	3	-1.01	-0.47	1.11	-0.89
3 Y	3 - 6	4	-0.93	-0.56	1.07	-0.93
3 Y	3 - 6	5	-0.88	-0.65	1.05	-0.95
3 Y	3 - 6	6	-0.70	-0.59	1.02	-0.98

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

TELAIO PILASTRO PIANO			MOMENTO SUP. (TM)	MOMENTO INF. (TM)	TAGLIO (T)	SFORZO NORMALE (T)
1 X	1	1	0.20	-1.10	0.37	-23.05
1 X	1	2	-0.41	0.41	-0.24	-19.36
1 X	1	3	0.13	-0.16	0.08	-15.64
1 X	1	4	-0.18	0.24	-0.12	-11.92
1 X	1	5	-0.40	0.45	-0.24	-8.03
1 X	1	6	-0.77	0.72	-0.43	-3.97
1 X	2	1	1.60	-1.81	0.97	-68.43
1 X	2	2	1.75	-1.72	0.99	-57.34
1 X	2	3	1.31	-1.28	0.74	-46.17
1 X	2	4	0.98	-0.97	0.56	-34.71
1 X	2	5	0.65	-0.63	0.37	-23.27
1 X	2	6	0.37	-0.36	0.21	-11.87
1 X	3	1	2.05	-2.03	1.17	-28.52
1 X	3	2	2.49	-2.43	1.40	-23.30
1 X	3	3	1.80	-1.71	1.00	-18.19
1 X	3	4	1.60	-1.55	0.90	-13.37
1 X	3	5	1.34	-1.30	0.75	-8.70
1 X	3	6	1.33	-1.19	0.72	-4.16
2 X	4	1	-0.81	-0.70	-0.03	-51.24
2 X	4	2	-2.00	1.95	-1.13	-42.80
2 X	4	3	-0.81	0.69	-0.43	-34.35
2 X	4	4	-1.22	1.29	-0.72	-25.95
2 X	4	5	-1.43	1.50	-0.84	-17.36
2 X	4	6	-2.14	1.93	-1.16	-8.57
2 X	5	1	2.60	-2.41	1.43	-102.64
2 X	5	2	3.32	-3.27	1.88	-86.00
2 X	5	3	2.23	-2.14	1.25	-69.26
2 X	5	4	1.92	-1.90	1.09	-52.07
2 X	5	5	1.52	-1.51	0.86	-34.91
2 X	5	6	1.40	-1.28	0.77	-17.80
2 X	6	1	1.97	-2.09	1.16	-26.12
2 X	6	2	2.36	-2.31	1.33	-21.20
2 X	6	3	1.70	-1.64	0.95	-16.39
2 X	6	4	1.45	-1.39	0.81	-11.98
2 X	6	5	1.18	-1.13	0.66	-7.73
2 X	6	6	1.02	-0.95	0.56	-3.63
3 X	7	1	-0.35	-1.04	0.20	-40.70
3 X	7	2	-1.27	1.23	-0.71	-34.37
3 X	7	3	-0.46	0.33	-0.23	-27.98
3 X	7	4	-0.93	1.00	-0.55	-21.35
3 X	7	5	-1.15	1.24	-0.69	-14.47
3 X	7	6	-2.08	1.77	-1.10	-7.35
3 X	8	1	3.20	-2.82	1.72	-49.30
3 X	8	2	4.34	-4.24	2.45	-40.63
3 X	8	3	3.03	-2.80	1.66	-32.02
3 X	8	4	2.84	-2.81	1.61	-23.65
3 X	8	5	2.42	-2.41	1.38	-15.53
3 X	8	6	2.82	-2.42	1.50	-7.65
1 Y	1	1	-0.22	-0.14	-0.02	-5.39
1 Y	1	2	-0.35	0.32	-0.19	-4.50
1 Y	1	3	-0.19	0.16	-0.10	-3.61
1 Y	1	4	-0.26	0.29	-0.16	-2.73
1 Y	1	5	-0.24	0.29	-0.15	-1.83
1 Y	1	6	-0.49	0.39	-0.25	-0.90

**Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali**

1 Y	4	1	0.15	-0.32	0.13	-12.58
1 Y	4	2	0.23	-0.24	0.13	-10.52
1 Y	4	3	0.19	-0.17	0.11	-8.46
1 Y	4	4	0.15	-0.13	0.08	-6.36
1 Y	4	5	0.10	-0.08	0.05	-4.26
1 Y	4	6	0.06	-0.04	0.03	-2.18
1 Y	7	1	0.37	-0.43	0.23	-6.03
1 Y	7	2	0.57	-0.57	0.33	-4.98
1 Y	7	3	0.43	-0.38	0.23	-3.93
1 Y	7	4	0.44	-0.41	0.24	-2.91
1 Y	7	5	0.36	-0.36	0.21	-1.91
1 Y	7	6	0.56	-0.42	0.28	-0.92
2 Y	2	1	-0.30	0.20	-0.14	-5.77
2 Y	2	2	-0.48	0.48	-0.27	-4.79
2 Y	2	3	-0.33	0.29	-0.18	-3.80
2 Y	2	4	-0.37	0.37	-0.21	-2.84
2 Y	2	5	-0.31	0.33	-0.18	-1.88
2 Y	2	6	-0.54	0.41	-0.27	-0.91
2 Y	5	1	-0.02	0.05	-0.02	-12.58
2 Y	5	2	-0.05	0.05	-0.03	-10.52
2 Y	5	3	-0.04	0.03	-0.02	-8.46
2 Y	5	4	-0.03	0.03	-0.02	-6.36
2 Y	5	5	-0.02	0.02	-0.01	-4.26
2 Y	5	6	-0.01	0.01	-0.01	-2.18
2 Y	8	1	0.28	-0.10	0.11	-5.65
2 Y	8	2	0.44	-0.42	0.24	-4.69
2 Y	8	3	0.29	-0.25	0.15	-3.74
2 Y	8	4	0.33	-0.34	0.19	-2.80
2 Y	8	5	0.29	-0.31	0.17	-1.86
2 Y	8	6	0.52	-0.40	0.26	-0.91
3 Y	3	1	-0.41	0.54	-0.27	-6.50
3 Y	3	2	-0.65	0.67	-0.38	-5.38
3 Y	3	3	-0.52	0.44	-0.28	-4.25
3 Y	3	4	-0.52	0.49	-0.29	-3.14
3 Y	3	5	-0.40	0.41	-0.23	-2.07
3 Y	3	6	-0.70	0.48	-0.34	-1.02
3 Y	6	1	0.21	0.23	-0.01	-5.50
3 Y	6	2	0.32	-0.28	0.17	-4.62
3 Y	6	3	0.17	-0.14	0.09	-3.75
3 Y	6	4	0.26	-0.30	0.16	-2.86
3 Y	6	5	0.22	-0.29	0.15	-1.93
3 Y	6	6	0.59	-0.43	0.29	-0.98

L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro si ottiene sommando il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gli eventuali carichi concentrati.

g. Secondo esempio - con variazione di rigidezza per effetto dello sforzo assiale

Il programma è stato utilizzato per risolvere lo schema precedente tenendo conto anche della variazione di rigidezza dovuta allo sforzo assiale. I dati sono invariati, ad eccezione della linea 10010 che si riporta nel seguito. L'output ottenuto è mostrato nelle pagine che seguono. È stata omessa la parte relativa alle caratteristiche geometriche e di carico, identica a quella riportata nel paragrafo precedente.

```
10010 DATA 1,1
```

RISULTATI

con effetto instabilizzante dei carichi verticali
con rigidezza dipendente dallo sforzo assiale

Analisi non lineare in
campo elastico dei telai
spaziali

SPOSTAMENTO DEGLI IMPALCATI

TELAIO	IMPALCATO	SPOSTAMENTO (MM)
1 X	1	7.208
1 X	2	15.443
1 X	3	26.729
1 X	4	35.027
1 X	5	40.455
1 X	6	43.492
2 X	1	7.952
2 X	2	17.368
2 X	3	29.985
2 X	4	39.278
2 X	5	45.359
2 X	6	48.760
3 X	1	8.696
3 X	2	19.294
3 X	3	33.241
3 X	4	43.528
3 X	5	50.262
3 X	6	54.028
1 Y	1	0.630
1 Y	2	1.614
1 Y	3	2.729
1 Y	4	3.558
1 Y	5	4.102
1 Y	6	4.404
2 Y	1	-0.114
2 Y	2	-0.311
2 Y	3	-0.527
2 Y	4	-0.692
2 Y	5	-0.802
2 Y	6	-0.864
3 Y	1	-0.858
3 Y	2	-2.237
3 Y	3	-3.783
3 Y	4	-4.942
3 Y	5	-5.706
3 Y	6	-6.132

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NELLE TRAVI

TELAIO	CAMPATA	PIANO	MOMENTO A SINISTRA (TM)	MOMENTO A DESTRA (TM)	TAGLIO A SINISTRA (T)	TAGLIO A DESTRA (T)
1 X	1 - 2	1	-0.17	-6.76	3.68	-6.32
1 X	1 - 2	2	-0.22	-6.66	3.71	-6.29
1 X	1 - 2	3	-0.07	-6.54	3.71	-6.29
1 X	1 - 2	4	-0.62	-6.18	3.89	-6.11
1 X	1 - 2	5	-1.11	-5.84	4.05	-5.95
1 X	1 - 2	6	-0.77	-5.91	3.97	-6.03

Capitolo quarto

1 X	2 - 3	1	-3.41	-4.49	4.78	-5.22
1 X	2 - 3	2	-3.62	-4.21	4.88	-5.12
1 X	2 - 3	3	-4.25	-3.35	5.18	-4.82
1 X	2 - 3	4	-4.56	-2.90	5.33	-4.67
1 X	2 - 3	5	-4.84	-2.53	5.46	-4.54
1 X	2 - 3	6	-5.54	-1.33	5.84	-4.16
2 X	4 - 5	1	-2.67	-10.55	8.43	-11.57
2 X	4 - 5	2	-2.64	-10.42	8.44	-11.56
2 X	4 - 5	3	-2.03	-10.12	8.38	-11.62
2 X	4 - 5	4	-2.69	-9.75	8.59	-11.41
2 X	4 - 5	5	-3.34	-9.40	8.79	-11.21
2 X	4 - 5	6	-2.12	-9.28	8.57	-11.43
2 X	5 - 6	1	-4.72	-4.28	5.09	-4.91
2 X	5 - 6	2	-5.01	-4.00	5.20	-4.80
2 X	5 - 6	3	-6.07	-3.09	5.60	-4.40
2 X	5 - 6	4	-6.37	-2.56	5.76	-4.24
2 X	5 - 6	5	-6.62	-2.12	5.90	-4.10
2 X	5 - 6	6	-7.90	-1.02	6.38	-3.62
3 X	7 - 8	1	-1.51	-7.45	6.31	-8.69
3 X	7 - 8	2	-1.56	-7.14	6.38	-8.62
3 X	7 - 8	3	-1.40	-5.81	6.62	-8.38
3 X	7 - 8	4	-2.15	-5.24	6.88	-8.12
3 X	7 - 8	5	-2.91	-4.83	7.12	-7.88
3 X	7 - 8	6	-2.06	-2.81	7.35	-7.65
1 Y	1 - 4	1	-0.53	-1.07	0.89	-1.11
1 Y	1 - 4	2	-0.51	-1.09	0.88	-1.12
1 Y	1 - 4	3	-0.48	-1.08	0.88	-1.12
1 Y	1 - 4	4	-0.55	-1.03	0.90	-1.10
1 Y	1 - 4	5	-0.63	-0.97	0.93	-1.07
1 Y	1 - 4	6	-0.49	-1.02	0.90	-1.10
1 Y	4 - 7	1	-0.69	-0.94	0.95	-1.05
1 Y	4 - 7	2	-0.68	-0.94	0.95	-1.05
1 Y	4 - 7	3	-0.76	-0.85	0.98	-1.02
1 Y	4 - 7	4	-0.80	-0.80	1.00	-1.00
1 Y	4 - 7	5	-0.83	-0.78	1.01	-0.99
1 Y	4 - 7	6	-0.96	-0.56	1.08	-0.92
2 Y	2 - 5	1	-0.77	-0.85	0.99	-1.01
2 Y	2 - 5	2	-0.77	-0.85	0.99	-1.01
2 Y	2 - 5	3	-0.70	-0.89	0.96	-1.04
2 Y	2 - 5	4	-0.70	-0.89	0.96	-1.04
2 Y	2 - 5	5	-0.72	-0.88	0.97	-1.03
2 Y	2 - 5	6	-0.53	-0.98	0.91	-1.09
2 Y	5 - 8	1	-0.92	-0.70	1.04	-0.96
2 Y	5 - 8	2	-0.93	-0.68	1.05	-0.95
2 Y	5 - 8	3	-0.95	-0.63	1.06	-0.94
2 Y	5 - 8	4	-0.94	-0.65	1.06	-0.94
2 Y	5 - 8	5	-0.91	-0.69	1.04	-0.96
2 Y	5 - 8	6	-0.99	-0.52	1.09	-0.91
3 Y	3 - 6	1	-1.07	-0.49	1.12	-0.88
3 Y	3 - 6	2	-1.10	-0.46	1.13	-0.87
3 Y	3 - 6	3	-1.01	-0.47	1.11	-0.89
3 Y	3 - 6	4	-0.93	-0.55	1.08	-0.92
3 Y	3 - 6	5	-0.89	-0.65	1.05	-0.95
3 Y	3 - 6	6	-0.70	-0.59	1.02	-0.98

CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE NEI PILASTRI

TELAIO PILASTRO PIANO			MOMENTO SUP. (TM)	MOMENTO INF. (TM)	TAGLIO (T)	SFORZO NORMALE (T)	Analisi non lineare in campo elastico dei telai spaziali
1 X	1	1	0.24	-1.10	0.38	-23.01	
1 X	1	2	-0.40	0.40	-0.23	-19.33	
1 X	1	3	0.15	-0.18	0.10	-15.62	
1 X	1	4	-0.17	0.23	-0.11	-11.91	
1 X	1	5	-0.39	0.45	-0.24	-8.03	
1 X	1	6	-0.77	0.72	-0.43	-3.97	
1 X	2	1	1.62	-1.80	0.98	-68.47	
1 X	2	2	1.75	-1.73	1.00	-57.37	
1 X	2	3	1.31	-1.29	0.74	-46.20	
1 X	2	4	0.98	-0.97	0.56	-34.72	
1 X	2	5	0.65	-0.63	0.37	-23.28	
1 X	2	6	0.37	-0.36	0.21	-11.87	
1 X	3	1	2.06	-2.04	1.17	-28.52	
1 X	3	2	2.49	-2.43	1.41	-23.30	
1 X	3	3	1.80	-1.72	1.01	-18.18	
1 X	3	4	1.60	-1.55	0.90	-13.36	
1 X	3	5	1.34	-1.30	0.75	-8.70	
1 X	3	6	1.33	-1.19	0.72	-4.16	
2 X	4	1	-0.73	-0.62	-0.03	-51.19	
2 X	4	2	-1.98	1.95	-1.12	-42.77	
2 X	4	3	-0.76	0.66	-0.41	-34.32	
2 X	4	4	-1.20	1.27	-0.70	-25.94	
2 X	4	5	-1.41	1.49	-0.83	-17.36	
2 X	4	6	-2.12	1.92	-1.16	-8.57	
2 X	5	1	2.57	-2.40	1.42	-102.73	
2 X	5	2	3.30	-3.26	1.87	-86.07	
2 X	5	3	2.18	-2.10	1.22	-69.31	
2 X	5	4	1.89	-1.88	1.08	-52.10	
2 X	5	5	1.50	-1.49	0.85	-34.92	
2 X	5	6	1.39	-1.28	0.76	-17.81	
2 X	6	1	1.98	-2.10	1.16	-26.07	
2 X	6	2	2.35	-2.31	1.33	-21.16	
2 X	6	3	1.70	-1.65	0.96	-16.37	
2 X	6	4	1.44	-1.38	0.81	-11.96	
2 X	6	5	1.17	-1.12	0.66	-7.72	
2 X	6	6	1.02	-0.94	0.56	-3.62	
3 X	7	1	-0.28	-1.00	0.20	-40.66	
3 X	7	2	-1.25	1.22	-0.71	-34.35	
3 X	7	3	-0.42	0.30	-0.21	-27.97	
3 X	7	4	-0.91	0.98	-0.54	-21.35	
3 X	7	5	-1.14	1.23	-0.68	-14.47	
3 X	7	6	-2.06	1.77	-1.10	-7.35	
3 X	8	1	3.20	-2.84	1.73	-49.34	
3 X	8	2	4.34	-4.25	2.45	-40.65	
3 X	8	3	3.01	-2.80	1.66	-32.03	
3 X	8	4	2.83	-2.80	1.61	-23.65	
3 X	8	5	2.41	-2.41	1.38	-15.53	
3 X	8	6	2.81	-2.42	1.50	-7.65	
1 Y	1	1	-0.21	-0.14	-0.02	-5.39	
1 Y	1	2	-0.35	0.32	-0.19	-4.50	
1 Y	1	3	-0.19	0.16	-0.10	-3.61	
1 Y	1	4	-0.26	0.29	-0.16	-2.73	
1 Y	1	5	-0.24	0.29	-0.15	-1.83	
1 Y	1	6	-0.49	0.39	-0.25	-0.90	

Capitolo quarto

1 Y	4	1	0.14	-0.32	0.13	-12.58
1 Y	4	2	0.23	-0.24	0.13	-10.52
1 Y	4	3	0.19	-0.17	0.10	-8.46
1 Y	4	4	0.15	-0.13	0.08	-6.36
1 Y	4	5	0.10	-0.08	0.05	-4.26
1 Y	4	6	0.06	-0.04	0.03	-2.18
1 Y	7	1	0.36	-0.43	0.23	-6.03
1 Y	7	2	0.57	-0.57	0.33	-4.98
1 Y	7	3	0.43	-0.37	0.23	-3.93
1 Y	7	4	0.44	-0.41	0.24	-2.91
1 Y	7	5	0.36	-0.36	0.21	-1.91
1 Y	7	6	0.56	-0.42	0.28	-0.92
2 Y	2	1	-0.30	0.19	-0.14	-5.77
2 Y	2	2	-0.48	0.48	-0.27	-4.79
2 Y	2	3	-0.34	0.29	-0.18	-3.80
2 Y	2	4	-0.37	0.37	-0.21	-2.84
2 Y	2	5	-0.31	0.33	-0.18	-1.88
2 Y	2	6	-0.54	0.41	-0.27	-0.91
2 Y	5	1	-0.02	0.06	-0.02	-12.58
2 Y	5	2	-0.05	0.05	-0.03	-10.52
2 Y	5	3	-0.04	0.03	-0.02	-8.46
2 Y	5	4	-0.03	0.03	-0.02	-6.36
2 Y	5	5	-0.02	0.02	-0.01	-4.26
2 Y	5	6	-0.01	0.01	-0.01	-2.18
2 Y	8	1	0.28	-0.10	0.11	-5.65
2 Y	8	2	0.44	-0.42	0.24	-4.69
2 Y	8	3	0.29	-0.25	0.15	-3.74
2 Y	8	4	0.33	-0.34	0.19	-2.80
2 Y	8	5	0.29	-0.32	0.17	-1.86
2 Y	8	6	0.52	-0.40	0.26	-0.91
3 Y	3	1	-0.40	0.54	-0.27	-6.49
3 Y	3	2	-0.65	0.67	-0.38	-5.38
3 Y	3	3	-0.52	0.44	-0.27	-4.25
3 Y	3	4	-0.52	0.49	-0.29	-3.14
3 Y	3	5	-0.40	0.41	-0.23	-2.07
3 Y	3	6	-0.70	0.48	-0.34	-1.02
3 Y	6	1	0.21	0.23	-0.01	-5.51
3 Y	6	2	0.32	-0.28	0.17	-4.62
3 Y	6	3	0.17	-0.14	0.09	-3.75
3 Y	6	4	0.26	-0.30	0.16	-2.86
3 Y	6	5	0.22	-0.29	0.15	-1.93
3 Y	6	6	0.59	-0.43	0.29	-0.98

L'effettivo sforzo normale in ciascun pilastro si ottiene sommando il suo peso proprio, lo scarico dei telai ortogonali e gli eventuali carichi concentrati.