

## CAPITOLO QUINTO ANALISI MODALE DI TELAI SPAZIALI CON METODI ITERATIVI

*Pietro Lenza*

### Summary

We present an iterative method to determine the vibration modes of multi-storeys buildings which is based on the elastic analysis of space-frames. The search, by trials, of the rotation centres of all building levels permits to analyse the vibration modes over the first reducing the degrees of freedom. A physical measurement of the achieved approximation is then proposed in order to stop the iterative process when the results are technically available.

### Sommario

Si espone un metodo iterativo per l'analisi modale di edifici multipiano basato sull'analisi elastica dei telai spaziali. La ricerca per tentativi dei centri di rotazione di tutti gli impalcati consente di analizzare i modi di vibrare superiori al primo riducendo i gradi di libertà. Viene inoltre proposto un criterio fisico di valutazione dell'approssimazione raggiunta che consente di interrompere il procedimento quando i risultati siano tecnicamente accettabili.

### 5.1. Introduzione

L'edificio multipiano costituito da telai piani collegati da impalcati orizzontali è tra le tipologie più diffuse dell'ingegneria civile. Generalmente i telai sono disposti secondo due direzioni ortogonali e la pianta del generico piano si ripete invariata, almeno per quanto riguarda il contorno planimetrico, ai vari livelli (fig. 5.1).

Una corretta progettazione, risultato di decenni di studi ed esperienze sul campo, assicura come tecnicamente accettabili le approssimazioni che si commettono nell'analisi elastica:

- a) trascurando la deformazione estensionale, torsionale e tagliante delle aste;
- b) considerando la struttura in elevazione perfettamente vincolata ad un rigido sistema fondale;
- c) assumendo gli impalcati come elementi infinitamente rigidi nel proprio piano.

Consideriamo inoltre le masse oscillanti concentrate alle quote degli  $n$  impalcati ed uniformemente distribuite su di essi: in tal caso il baricentro delle masse coincide con il centro geometrico.

Tale modello, per quanto attiene la dinamica delle oscillazioni libere, presenta un numero di modi di vibrare pari ai  $3 * n$  gradi di libertà del moto degli impalcati, espresso ad esempio dalle due componenti dello spostamento di un punto e dalla rotazione.

Tale posizione deriva dal trascurare l'inerzia offerta dalle masse distribuite alle rotazioni dei nodi e consente di considerare le forze d'inerzia indipendenti da tali rotazioni.

Assumendo un sistema di riferimento con gli assi paralleli alle due direzioni principali del fabbricato possiamo classificare i modi di vibrare

in tre gruppi in ciascuno dei quali prevale una caratteristica del moto rispetto alle altre due. È evidente che se l'edificio ha un asse di simmetria (ed esempio parallelo all'asse  $x$ ) un gruppo di oscillazioni presenterà solo spostamenti in tale direzione sicché sarà sufficiente un modello di analisi piano (treno di telai) per il suo studio [1]. In ciascun gruppo l'«oscillazione fondamentale» presenterà la frequenza più bassa rispetto agli altri  $n-1$  modi.

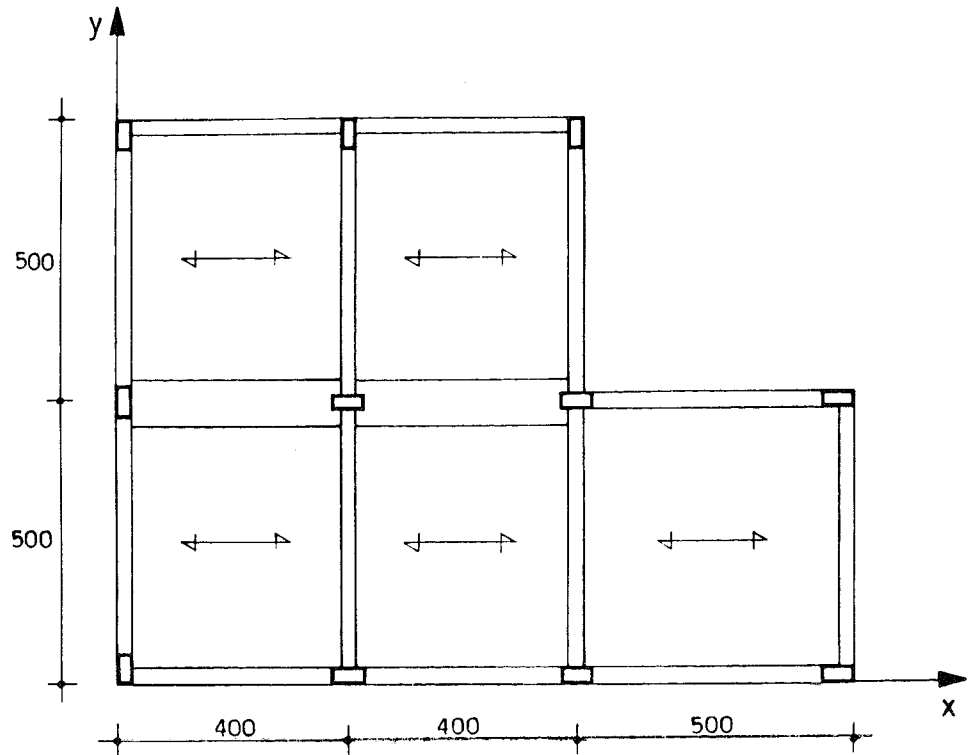


Figura 5.1. Un telaio spaziale costituito da un piccolo fabbricato in c.a. di tre piani (interpiani di 350 cm, travi emergenti sez  $30 \times 60$ , travi a spessore sez  $80 \times 24$ , pilastri sez  $30 \times 60$ ,  $E = 200.000 \text{ Kg cm}^{-2}$ ). Il peso dell'edificio è stato considerato uniformemente distribuito sugli impalcati (105 t sui primi due e 80 t sulla copertura) con baricentro nel centro di figura ( $X_g = 554.76 \text{ cm}$ ,  $Y_g = 440.47 \text{ cm}$ ).

## 5.2. Il telaio spaziale

La metodologia proposta utilizza come principale strumento analitico il calcolo elastico del telaio spaziale. Tale modello può essere risolto nelle sue incognite iperstatiche, costituite dalle rotazioni dei nodi, dalle traslazioni e rotazioni degli impalcati, con diverse procedure [2]. Nel presente studio si è utilizzato il metodo di rilassamento delle rigidità globali [3] che iterativamente perviene alla configurazione finale equilibrata attraverso successive configurazioni congruenti. Tali configurazioni sono determinate dalla esecuzione di tre «operazioni» di equilibramento:

- a) l'operazione di nodo che fa ruotare il singolo nodo equilibrandolo alla rotazione;
- b) l'operazione di piano che fa traslare ogni impalcato equilibrandolo alla traslazione nelle due direzioni principali;
- c) l'operazione di piano che fa ruotare l'impalcato equilibrandolo alla rotazione [4].

### 5.3. Le forze d'inerzia

Nel libero moto oscillatorio di un telaio spaziale le forze d'inerzia sono equivalenti ad una forza e ad una coppia risultante. Esprimendo il moto di ciascun impalcato mediante gli spostamenti  $(\xi_{ok}, \eta_{ok})$  del punto situato nell'origine del riferimento e la rotazione  $(\varphi_k)$  al generico istante  $t$ , tale sistema risultante, trasportato nella stessa origine, è fornito dalle

$$\begin{aligned} F_{xk} &= G_k \cdot \omega^2 \cdot (\xi_{ok} + \varphi_k \cdot y_{gk}) \\ F_{yk} &= G_k \cdot \omega^2 \cdot (\eta_{ok} - \varphi_k \cdot x_{gk}) \\ M_{ok} &= G_k \cdot \omega^2 \cdot (\xi_{ok} \cdot y_{gk} - \eta_{ok} \cdot x_{gk} + R_{ok}^2 \cdot \varphi_k) \end{aligned} \quad (1)$$

essendo  $G_k$ ,  $x_{gk}$  e  $y_{gk}$  le masse e le coordinate dei relativi baricentri al generico piano  $k$  e  $R_{ok}$  il raggio d'inerzia polare delle masse rispetto all'origine [2]. Questo può essere determinato con la

$$R_{ok}^2 = \int_A \mu (x^2 + y^2) d_A / G_k \quad (2)$$

Infatti essendo tutte le funzioni del moto di tipo sinusoidale di ampiezza  $\omega$ , le accelerazioni risultano in ogni istante direttamente proporzionali agli spostamenti secondo il quadrato della pulsazione.

### 5.4. Considerazioni sui metodi iterativi.

Le forme modali di un sistema elastico costituiscono le deformate assunte nelle oscillazioni libere.

Le azioni che in ogni istante si equilibrano sono le già definite forze d'inerzia e le reazioni elastiche del telaio che tendono a riportare la struttura nella configurazione indeformata; poiché entrambi tali azioni sono proporzionali agli spostamenti, che variano nel tempo con legge sinusoidale, l'equilibrio ottenuto al generico istante  $t$  è assicurato in qualsiasi altro istante.

Sotto il profilo matematico si tratta di un autoproblema generalizzato che consiste nella risoluzione di un sistema di equazioni omogenee nelle incognite costituite dagli spostamenti (autovettori) e dai valori della pulsazione (autovalori).

L'equilibramento tra le due azioni contrastanti può essere ottenuto con un procedimento iterativo di bilanciamento che, operando con il metodo degli spostamenti, conduce sempre inevitabilmente alla determinazione della prima frequenza caratteristica.

È suggestivo il paragone con la corda di uno strumento musicale che, comunque sollecitata inizialmente e successivamente lasciata libera, finisce sempre col vibrare nel primo modo producendo il medesimo timbro del suono.

Per ottenere le altre frequenze e le corrispondenti forme modali, è necessario quindi contrastare la tendenza del sistema a vibrare nel primo modo mediante vincoli esterni. Il procedimento iterativo condurrà in questo caso alla determinazione di una diversa frequenza e relativa forma modale, che sarà pur sempre la prima del sistema elastico modificato dai vincoli aggiunti. In alcune particolari posizioni il vincolo non esplicherà alcuna reazione durante il moto oscillatorio; in tal caso la frequenza ottenuta potrà considerarsi come caratteristica di un altro modo di vibrare del sistema originario, diverso dal primo.

### 5.5. Determinazione della minima oscillazione fondamentale

In ogni istante le forze d'inerzia sono equilibrate dalle reazioni elastiche del telaio spaziale; le prime dipendono dai soli parametri del moto degli impalcati mentre le seconde anche dalla rotazione dei singoli nodi. Tale equilibrio può essere conseguito iterativamente (fig. 5.2).

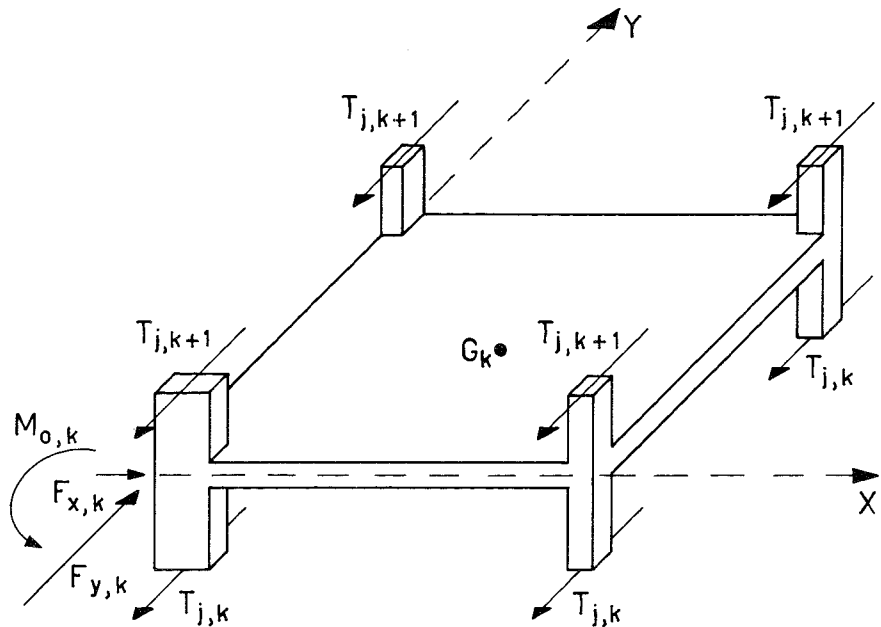


Figura 5.2. Determinazione della prima oscillazione fondamentale: equilibrio tra le reazioni elastiche  $[T_j]$  e le forze d'inerzia  $(F_x, F_y, M_o)$  applicate nell'origine del riferimento al generico piano  $k$ .

Assumiamo, per innescare il procedimento, ad ogni piano un sistema arbitrario di forze e determiniamo la conseguente deformata degli impalcati  $(\xi_{ok}, \eta_{ok}, \varphi_k)$ ; dalle (1) ricaviamo le forze d'inerzia che sono equilibrate dalle reazioni elastiche del telaio (eguali e contrarie alle azioni deformanti assunte). Per conseguire l'equilibrio dovremo considerare, fatto fisicamente inaccettabile, tre valori diversi di pulsazione per piano.

Nell'iterazione successiva utilizzeremo come sistema di forze deformanti quelle fornite dal sistema (1) assumendo il valore medio delle pulsazioni riscontrate precedentemente. Il ciclo, raffigurato in fig. 5.3, si conclude con la stampa della pulsazione  $\omega_m$  (autovalore) e dei parametri del moto degli impalcati  $\xi_{ok}, \eta_{ok}$  e  $\varphi_k$  (autovettori), quando i valori della pulsazione si addensano intorno al valore medio di modo che la deviazione standard risulti inferiore ad un prefissato valore  $\varepsilon$ .

Tale procedura si è dimostrata, nelle applicazioni numeriche, rapidamente convergente. I tempi di convergenza dipendono essenzialmente dalla efficienza del procedimento analitico per la risoluzione del telaio spaziale solo simbolicamente riportato nel diagramma di flusso di fig. 5.3. Adoperando il metodo delle rigidità globali risulta particolarmente vantaggioso in ogni iterazione partire dalla configurazione assunta nella iterazione precedente. Il numero delle iterazioni si riduce sensibilmente assumendo il sistema deformante iniziale già orientato verso la soluzione; ciò può essere ottenuto individuando, in forma approssimata, il piano di minor resistenza del telaio in cui si manifesterà la minima oscillazione, e assegnando il sistema deformante in tale direzione.

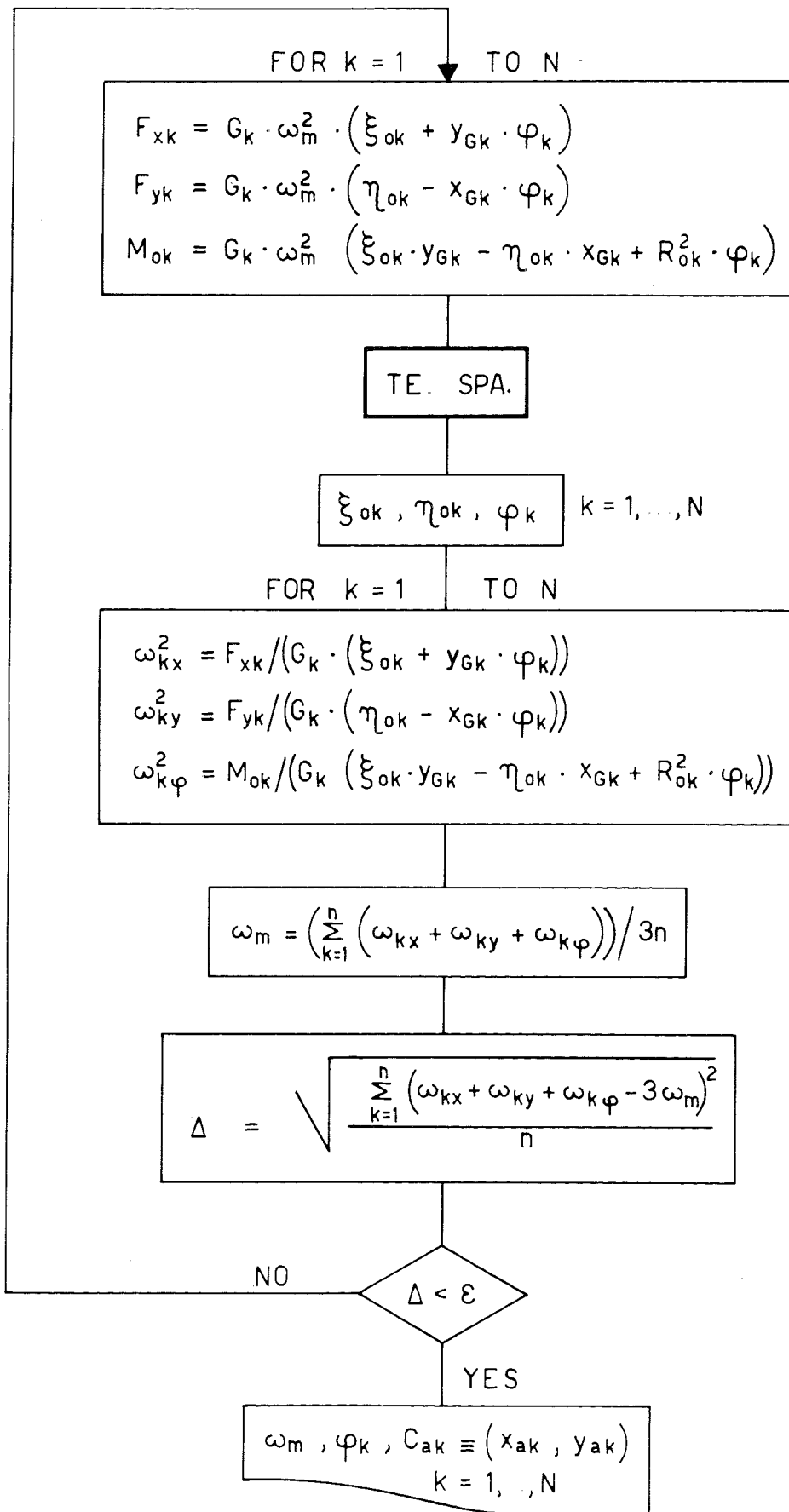


Figura 5.3. Diagramma di flusso della procedura per la determinazione della prima oscillazione fondamentale

## 5.6. Determinazione delle altre due oscillazioni fondamentali.

### 5.6.1. Il centro assoluto di rotazione.

Nel paragrafo precedente abbiamo descritto il moto degli impalcati mediante gli spostamenti dell'origine  $\xi_{ok}$ ,  $\eta_{ok}$  e la rotazione  $\varphi_k$ . Analogamente potremmo farlo mediante le coordinate del centro assoluto di rotazione  $x_{ak}$  e  $y_{ak}$  e la rotazione  $\varphi_k$ . Le coordinate di tale punto, caratterizzate da spostamento nullo, sono fornite dalle

$$x_{ak} = \eta_{ok}/\varphi_k; \quad y_{ak} = -\xi_{ok}/\varphi_k \quad (3)$$

Se avessimo conosciuto in anticipo tale punto avremmo potuto vincolare, mediante un'ideale braccio rigido, ogni impalcato ad una cerniera esterna dislocata in tale posizione. Avremmo analizzato un sistema dinamico con solo  $n$  gradi di libertà e la cerniera esterna non avrebbe espletato alcuna reazione (proprio come se non ci fosse) essendo il sistema delle forze d'inerzia già equilibrato dalle reazioni elastiche.

### 5.6.2. Le cerniere ausiliarie

Utilizziamo un vincolo ausiliario di questo tipo per l'analisi delle altre due oscillazioni fondamentali. Assegnamo la posizione delle cerniere esterne e determiniamo l'oscillazione fondamentale del sistema così modificato (fig. 5.4.). In fig. 5.5. è sintetizzata la procedura; il sistema

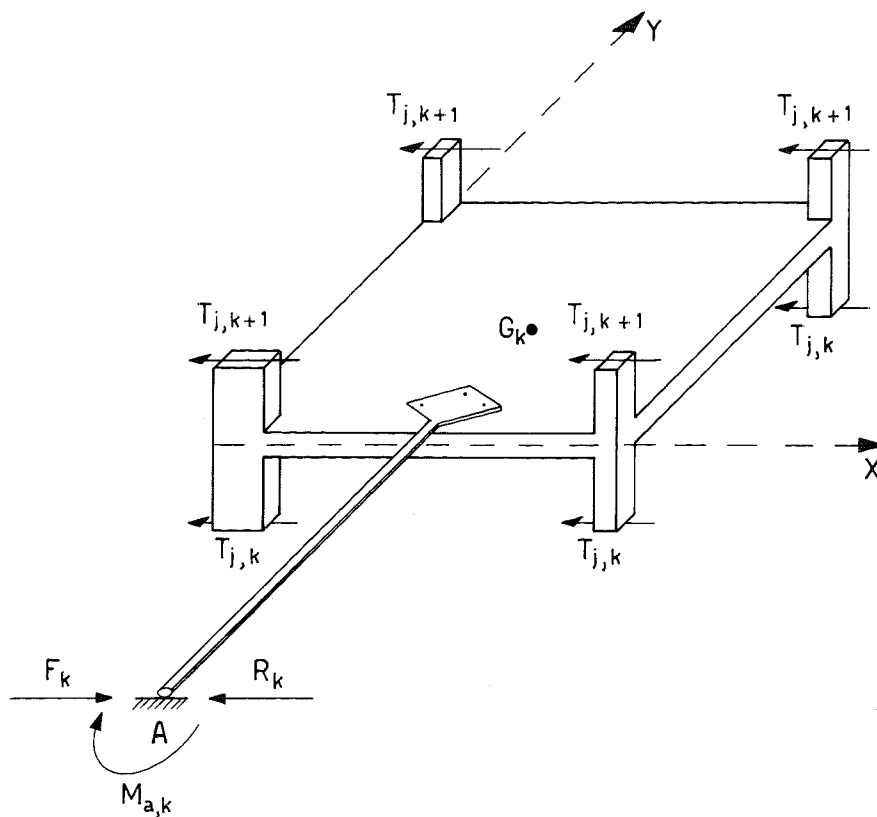


Figura 5.4. Determinazione della seconda e terza oscillazione fondamentale: equilibramento intorno al centro di rotazione assegnato tra le reazioni elastiche  $[T_j]$  e le forze d'inerzia  $[F, M_a]$  al generico piano  $k$ ; la reazione della cerniera  $[R]$  assicura l'equilibrio alla traslazione.

deformante costituito da una coppia esprime, cambiata di segno, la reazione elastica del telaio a ruotare intorno alla cerniera; essa equilibra l'azione inerziale derivante dal moto di rotazione. Ottenuto in modo soddisfacente tale equilibrio a tutti gli  $n$  piani si ottiene il valore di  $\omega_m$  (autovalore), delle  $\varphi_k$  (autovettori) nonché le reazioni delle cerniere che assicurano l'equilibrio alla traslazione. Tale procedura è notevolmente

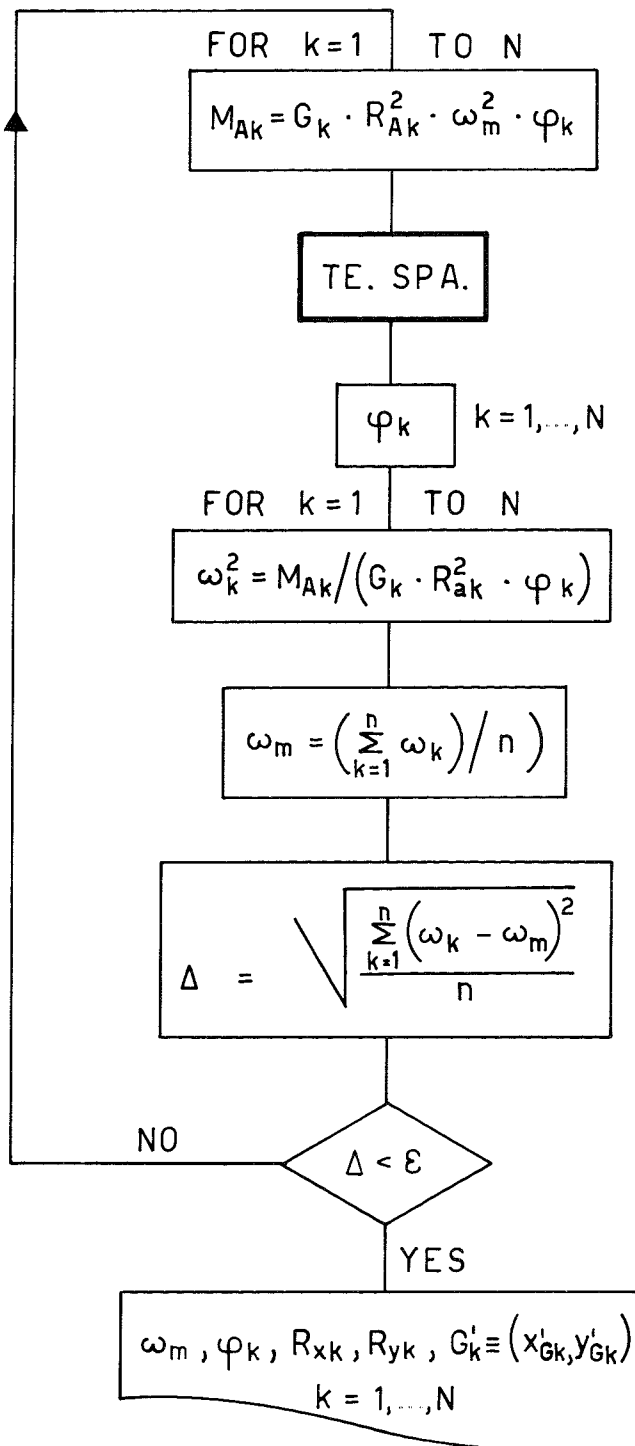


Figura 5.5. Diagramma di flusso della procedura per la determinazione della seconda e terza oscillazione fondamentale.

più rapida di quella descritta nel paragrafo 5.4 poiché il vincolo ausiliare rende più semplice la soluzione del telaio spaziale ma specialmente perché la diminuzione dei gradi di libertà riduce sensibilmente il numero di iterazioni necessarie.

La maggiore rapidità non compensa però il tempo necessario per trovare la effettiva posizione dei centri assoluti di rotazione caratterizzati dall'annullarsi delle reazioni delle cerniere durante il libero moto oscillatorio.

Se il telaio spaziale ha un solo piano tali posizioni corrispondono all'intersezione delle curve  $R_x(x, y) = 0$  e  $R_y(x, y) = 0$  tracciate sulla base dei valori assunti da tali funzioni nei punti di un reticolo ove sposteremo la cerniera ausiliaria di volta in volta (fig. 5.6). La ricerca può essere agevolata dall'intuizione dell'ingegnere che può prevedere orientativamente tali posizioni.

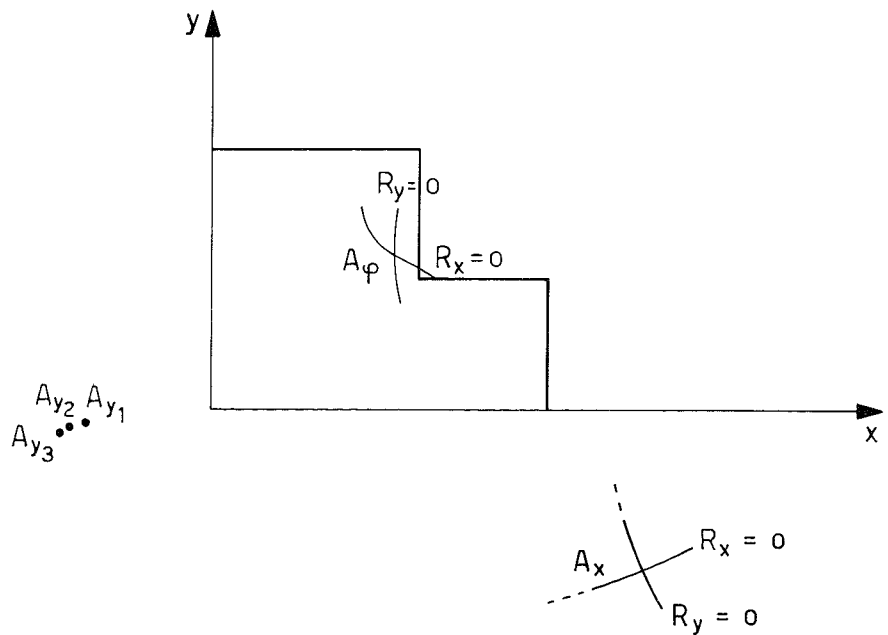


Figura 5.6. Ricerca dei centri di rotazione  $[A_x, A_\varphi]$  relativi alla seconda e terza oscillazione fondamentale; sono inoltre indicati i centri  $[A_{y_k}]$  relativi alla prima oscillazione per il telaio di tre piani

Nelle strutture multipiano, quando la geometria strutturale si ripete costante ai vari livelli (come nell'esempio illustrato in fig. 5.1) o quando essa varia con una certa regolarità e gradualità, lo studio del telaio monopiano può essere utile per la ricerca dei centri assoluti in quanto si è osservato che la posizione di questi non varia sensibilmente rispetto al caso monopiano. Pertanto si può partire disponendo tutte le cerniere in tale posizione e quindi spostarne una alla volta fino ad annullare (o più praticamente a rendere piccola) la sua reazione; naturalmente gli spostamenti delle cerniere squilibreranno quelle precedentemente equilibrate con conseguente necessità di spostarle di nuovo.

Tale procedura, anche se automatizzabile, è onerosa se si pretende di annullare rigorosamente tutte le reazioni. È utile quindi determinare uno strumento di misura dell'approssimazione conseguita nelle varie soluzioni esaminate. A tal fine rinunciando all'ipotesi inizialmente



assunta di masse uniformemente distribuite sull'impalcato e determiniamo la posizione che dovrebbe assumere il baricentro delle masse perché si annulli la reazione della cerniera ai vari piani:

$$\begin{aligned} x'_{gk} &= x_{gk} - R_{yk}/(\omega_m^2 \cdot \varphi_k \cdot G_k) \\ y'_{gk} &= y_{gk} + R_{xk}/(\omega_m^2 \cdot \varphi_k \cdot G_k) \\ R'_{ak} &= R_{ak} \end{aligned} \quad (4)$$

In definitiva la soluzione in esame risulterà rigorosa per una distribuzione delle masse caratterizzata dal medesimo momento polare rispetto al centro di rotazione di quella uniforme e da una diversa posizione del baricentro; essa sarà quindi necessariamente disuniforme.

La posizione del baricentro fornisce un preciso parametro fisico per la valutazione dell'accettabilità della soluzione. In tale valutazione è bene considerare che l'ipotesi di masse uniformemente distribuite è assunta generalmente per comodità operativa e non è necessariamente più rispondente alla realtà di quella che presenta uno spostamento del baricentro dal centro geometrico piccolo rispetto alle dimensioni del fabbricato.

### 5.7. Determinazione delle altre oscillazioni

L'analisi delle altre oscillazioni libere che presentano, a differenza delle fondamentali, rotazioni  $\varphi_k$  non tutte dello stesso segno, può essere

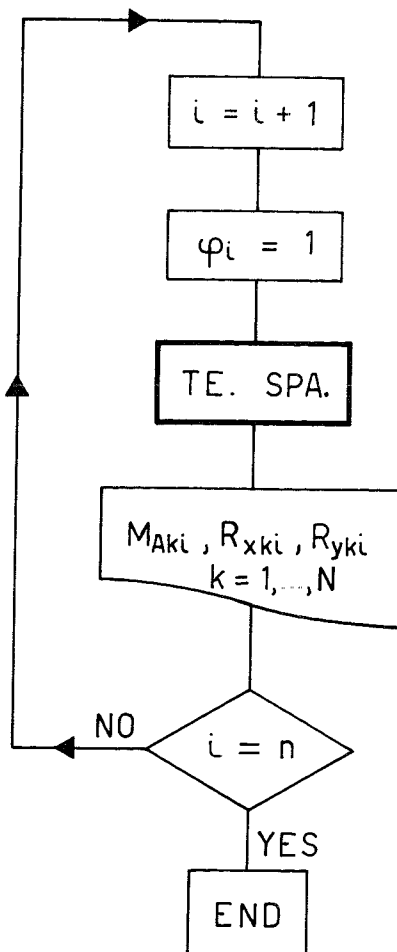


Figura 5.7. Diagramma di flusso per la determinazione dei coefficienti della matrice di rigidità rotazionale  $[M_{aki}]$  del fabbricato intorno ad assegnati centri e delle relative reazioni delle cerniere  $[R_{xki}, R_{yki}]$ .

agevolata dalla conoscenza dei centri assoluti di rotazione delle oscillazioni fondamentali. Infatti si è osservato che, nell'ambito di ciascuno dei tre gruppi, i centri di rotazione non variano sensibilmente sicché è vantaggioso considerare il telaio spaziale vincolato a cerniere dislocate in tali posizioni, riducendo ad un terzo gli originari gradi di libertà.

Utilizziamo di nuovo l'analisi elastica del telaio spaziale per determinare i coefficienti della matrice di rigidezza rotazionale del telaio così vincolato: imponendo ad un determinato piano una rotazione unitaria otteniamo ai vari piani  $k$  le coppie necessarie a mantenere il telaio in tale posizione ( $M_{aki}$ ) e le reazioni delle cerniere ( $R_{xki}$ ) e ( $R_{yki}$ ) (fig. 5.7). Il sistema omogeneo di equazioni di equilibrio alla rotazione intorno ai centri assoluti tra le forze d'inerzia e le reazioni elastiche è dato dalle:

$$(M_{a11} - G_1 \cdot R_{a1}^2 \cdot \omega^2) \cdot \varphi_1 + \dots + M_{a1n} \cdot \varphi_n = 0 \quad (5)$$

$$M_{an1} \cdot \varphi_1 + \dots + (M_{ann} - G_n \cdot R_{an}^2 \cdot \omega^2) \cdot \varphi_n = 0$$

La condizione di compatibilità del sistema ( $D_{et} = 0$ ) fornisce gli autovalori e la risoluzione del sistema gli autovettori ricercati, tra i quali ritroveremo anche quelli relativi all'oscillazione fondamentale.

Per valutare l'accettabilità della soluzione determiniamo le reazioni delle cerniere ai vari piani  $k$  con le

$$R_{xk} = R_{xkl} \cdot \varphi_1 + \dots + (R_{xkk} - G_k \cdot (y_{gk} - y_{ak}) \cdot \omega^2) \cdot \varphi_k + \dots + R_{xkn} \cdot \varphi_n \quad (6)$$

$$R_{yk} = R_{ykl} \cdot \varphi_1 + \dots + (R_{ykk} - G_k \cdot (x_{ak} - x_{gk}) \cdot \omega^2) \cdot \varphi_k + \dots + R_{ykn} \cdot \varphi_n$$

e con le (4) le coordinate del baricentro delle masse cui corrisponde la soluzione trovata.

## 5.8. Conclusioni

Nella tabella 1 sono riportati i risultati dell'analisi modale del piccolo fabbricato di fig. 1, ottenuti con la procedura descritta (fig. 5.8); per ciascuna oscillazione libera le coordinate del baricentro delle masse ed il raggio d'inerzia rispetto al centro di rotazione definiscono la distribuzione delle masse corrispondente alla soluzione trovata.

L'analisi di tipo iterativo presentata non ha infatti il carattere di rigosità di altri metodi analitici [5], [6], nel senso che le soluzioni ottenute non sempre rispettano l'ipotesi assunta di uniforme distribuzione delle masse sull'impalcato.

In ciascuna fase del procedimento le operazioni compiute hanno un preciso ed abituale significato fisico per l'ingegnere riconducendo l'analisi modale ad un equilibramento elastico e rendendo pertanto agevole il passaggio dell'analisi statica alla più semplice delle analisi dinamiche.

Il preciso significato fisico della misura della approssimazione delle soluzioni conseguite costituisce lo strumento per un corretto utilizzo del metodo nelle pratiche applicazioni.

TABELLA 1

modo	piano	$X_a$ (cm)	$Y_a$ (cm)	$\varphi$	f (sec-1)	$X'_g$ (cm)	$Y'_g$ (cm)	$R'_a$ (cm)
Y1	1	-473.95	-33.83	1	2.099	554.74	440.49	1218.71
	2	-532.95	-61.64	2.0352		554.79	440.44	1279.55
	3	-563.08	-75.62	2.5753		554.78	440.42	1310.70
Y2	1	-473.95	-33.83	1	6.353	577.628	455.72	1218.71
	2	-532.95	-61.64	.5139		587.84	461.81	1279.55
	3	-563.08	-75.62	-.9486		546.41	434.94	1310.70
Y1	1	-473.95	-33.83	1	10.279	615.3	482.49	1218.71
	2	-532.95	-61.64	-.9824		598.6	472.05	1279.55
	3	-563.08	-75.62	.5304		593.28	468.99	1310.70
X1	1	2450	-3060	1	2.320	552.294	415.376	4005.96
	2	2487.84	-3108.6	2.1767		570.858	445.910	4066.37
	3	2518.28	-3152.7	2.8281		582.588	466.054	4119.12
X2	1	2450	-3060	1	7.183	554.4	436.71	4005.96
	2	2487.84	-3108.6	.57256		569.5	457.14	4066.37
	3	2518.28	-3152.7	-1.0024		578.18	457.29	4119.12
X1	1	2450	-3060	1	11.959	537.88	428.07	4005.96
	2	2487.84	-3108.6	-.9779		553.24	437.94	4066.37
	3	2518.28	-3152.7	.52376		561.44	443.79	4119.12
$\Phi_1$	1	680	580	1	3.180	517.257	481.346	487.01
	2	696	596	2.1428		573.72	465.67	496.15
	3	708.15	608.15	2.765		566.510	441.527	503.66
$\Phi_2$	1	680	580	1	9.788	536.94	442.24	487.01
	2	696	596	.5446		552.6	435.23	496.15
	3	708.15	608.15	-.9823		567.61	456.00	503.66
$\Phi_3$	1	689	589	1	16.069	522.67	431.71	487.01
	2	696	596	-.9996		541.05	444.97	496.15
	3	708.15	608.15	.5409		551.96	5453.16	503.66

Analisi modale dei telai spaziali con metodi iterativi

La conoscenza delle frequenze proprie e delle relative forme modali consente, nelle verifiche sismiche prescritte dall'attuale normativa, di assumere forze convenzionali orizzontali più attendibili di quelle ottenibili mediante l'«analisi statica», ed in generale anche più contenute con conseguente vantaggio che diviene particolarmente sensibile nelle strutture alte. La normativa impone di tenere conto almeno dei primi tre modi di vibrare.

La procedura iterativa adottata consente di ottenere lo stato di sollecitazione relativo ad un modo di vibrare senza che sia necessario determinare forze orizzontali convenzionali e calcolare la struttura sotto la loro azione. Infatti al termine del procedimento iterativo di equilibrio tra forze d'inerzia e reazioni elastiche sono noti non solo i parametri che definiscono il moto degli impalcati ( $\xi_{ok}$ ,  $\eta_{ok}$ ,  $\varphi_k$  ovv.  $x_{ak}$ ,  $y_{ak}$ ,  $\varphi_k$ ) ma anche, le rotazioni di tutti i nodi della struttura (fornite dalla risolu-

zione del telaio spaziale). Di conseguenza è agevolmente determinabile lo stato di sollecitazione delle aste corrispondente alle incognite iperstatiche. L'effettivo stato di deformazione, utile per il calcolo delle sollecitazioni relative al  $j$ mo modo, si ottiene moltiplicando le incognite iperstatiche per un coefficiente adimensionale

$$k_j = \gamma_i C \cdot R \in \beta I g / \omega_j^2$$

ove

$\omega_j$  = pulsazione del  $J^{\text{mo}}$  modo di vibrare

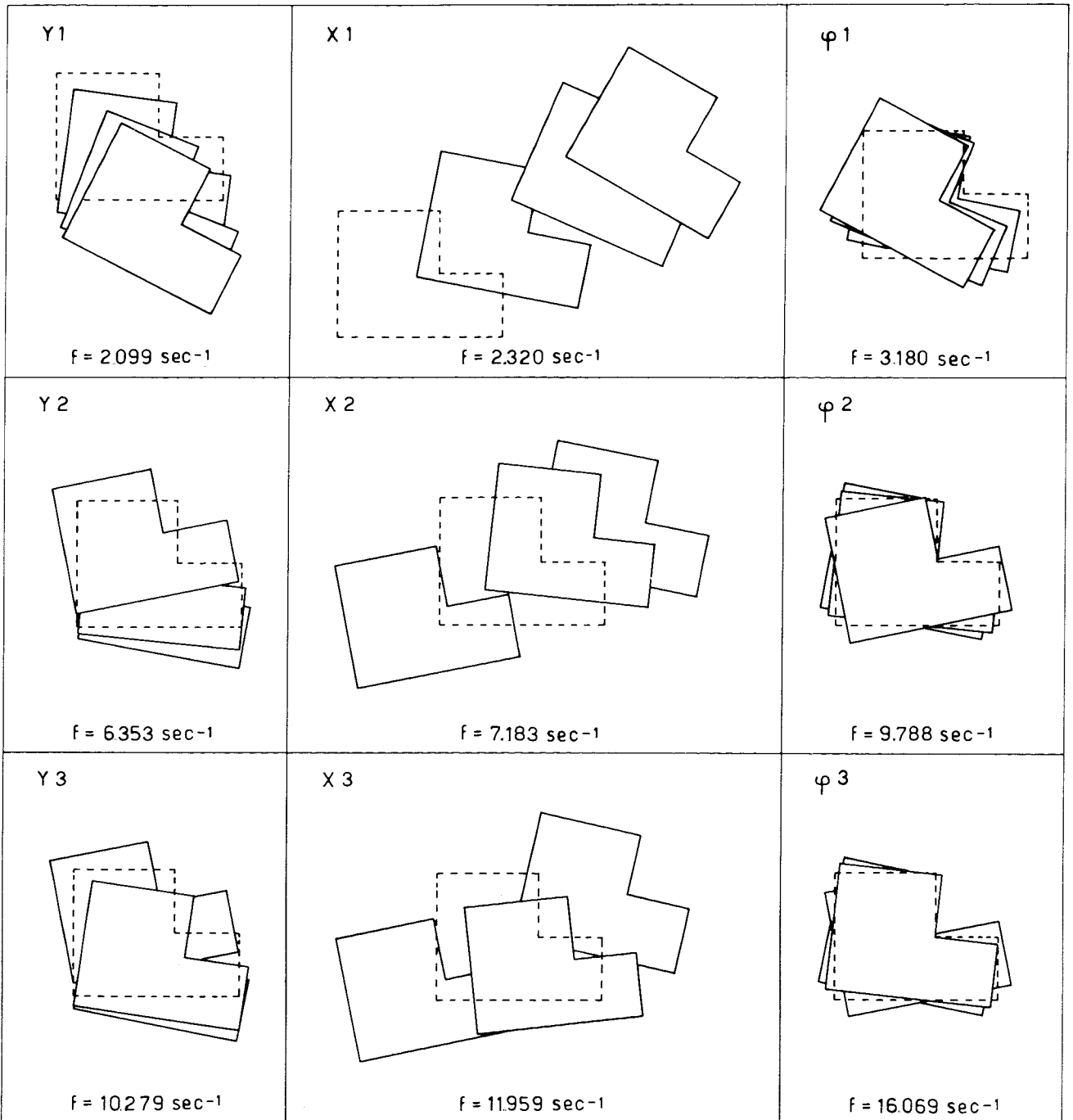


Figura 5.8. Rappresentazione grafica comparativa dei nove modi di vibrare dell'edificio di fig. 5.1.

- $C, R, \varepsilon, \beta, I$  = coefficiente d'intensità, risposta, fondazione, struttura e protezione sismica  
 $g$  = accelerazione di gravità  
 $\gamma_i$  = coefficiente di partecipazione modale

Quest'ultimo è fornito dalle seguenti espressioni delle quali la prima si riferisce al caso di sisma in direzione  $x$  e la seconda per sisma in direzione  $y$ .

$$\gamma_j = \frac{\sum_{k=1}^n G_k \xi_{G_k}}{\sum_{k=1}^n G_k (\xi_{G_k}^2 + \eta_{G_k}^2 + R_{G_k}^2 \varphi_k^2)} \quad (7)$$

$$\gamma_j = \frac{\sum_{k=1}^n G_k \eta_{G_k}}{\sum_{k=1}^n G_k (\xi_{G_k}^2 + \eta_{G_k}^2 + R_{G_k}^2 \varphi_k^2)}$$

essendo  $\xi_{G_k}$  e  $\eta_{G_k}$  le componenti dello spostamento del centro di massa ed  $R_{G_k}$  il raggio d'inerzia rispetto ad esso, di ciascuna impalcato.

### Bibliografia.

1. P. Lenza: *Un metodo iterativo per l'analisi modale dei telai*, Ingegneria Sismica n. 2/1985.
2. M. Capurso: *Introduzione al calcolo automatico delle strutture*, E.S.A.C. Roma 1977.
3. M. Pagano: *Teoria degli edifici. Telai per edifici a maglie rettangolari*, Vol. 3 tomo 1, Liguori Editore, Napoli 1979.
4. A. Ghersi: *Strutture intelaiate spaziali per edifici*, Giornale Civile, Fascicolo 4-5-6, 1977.
5. K. J. Bathe, E. L. Wilson: *Numerical Methods in finite element analysis*, pg 417-485, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey 1976.
6. J. S. Przemieniecki: *Theory of matrix structural analysis*, Mc Graw Hill Book Company



*APPENDICE AL CAPITOLO QUINTO*  
**PROGRAMMI DI CALCOLO PER L'ANALISI MODALE DEI TELAI  
SPAZIALI UTILIZZANDO IL METODO DI RILASSAMENTO DELLE  
RIGIDITÀ GLOBALI**

*Pietro Lenza*

**a. Introduzione.**

I programmi che si presentano sono destinati al lettore che desideri approfondire, sotto il profilo dell'automazione del calcolo, le procedure teoriche esposte nel capitolo 5. Essi non hanno la fisionomia di programmi commerciali nei quali è particolarmente curata la procedura di inputazione dei dati (generalmente mediante eleganti maschere sul video) ed il formato delle stampe dei risultati, elementi indispensabili per l'utente che desideri utilizzare un programma senza approfondirne i contenuti specifici.

I dati di ingresso vengono forniti nella forma assai compatta di sequenza di istruzioni DATA che vengono memorizzate assieme al programma.

I programmi sono redatti in linguaggio BASIC del sistema operativo MS-DOS nella forma sintattica che rende idoneo il File sorgente alla successiva compilazione che si consiglia senz'altro di effettuare per diminuire sensibilmente i tempi di calcolo.

**b. Schema della struttura.**

L'edificio viene schematizzato come un insieme di telai piani paralleli agli assi ortogonali  $x$  ed  $y$ ;

I ritto sono numerati in ordine crescente prima secondo  $x$  e poi secondo  $y$  si che i pilastri collegati nelle due direzioni sono individuati da una coppia di numeri;

i piani sono numerati dal basso verso l'alto;

ogni nodo  $I, K$  è individuato dal numero del ritto  $I$  e dell'impalcato  $K$ .

Come esempio si riporta nella figura 5.9 lo schema strutturale del piccolo fabbricato analizzato nel capitolo 5.

**c. Variabili di ingresso.**

In tutti i programmi i dati devono essere espressi in [KG-peso], [cm] e [sec].

Nel primo programma che determina la prima frequenza caratteristica e la relativa forma modale i dati vengono forniti nel seguente ordine:

– Modulo di elasticità  $[E]$ , num. piani  $[kz]$ , num. telai //  $x$   $[jx]$ , num. telai //  $y$   $[jy]$ ;

– per ogni telaio  $j$  (tranne il primo) il num dell'ultimo ritto  $[ir(j)]$  del telaio  $j-1$ ;

– per ogni telaio  $j$  //  $x$  l'ordinata  $[y(j)]$  del telaio;

– per ogni telaio  $j$  //  $y$  l'ascissa  $[x(j)]$  del telaio;

– per tutti i telai  $j$  le luci  $[L(i)]$  delle campate da sin. a destra;

– per tutti i piani l'altezza  $[H(k)]$  cominciando dal basso;

- il num. delle sezioni delle travi [ntst] e le relative coppie b-h [BT (i), HT (i)];
- il num. delle sezioni dei ritti [ntsr] e le relative coppie b-h [BR (i), HR (i)];

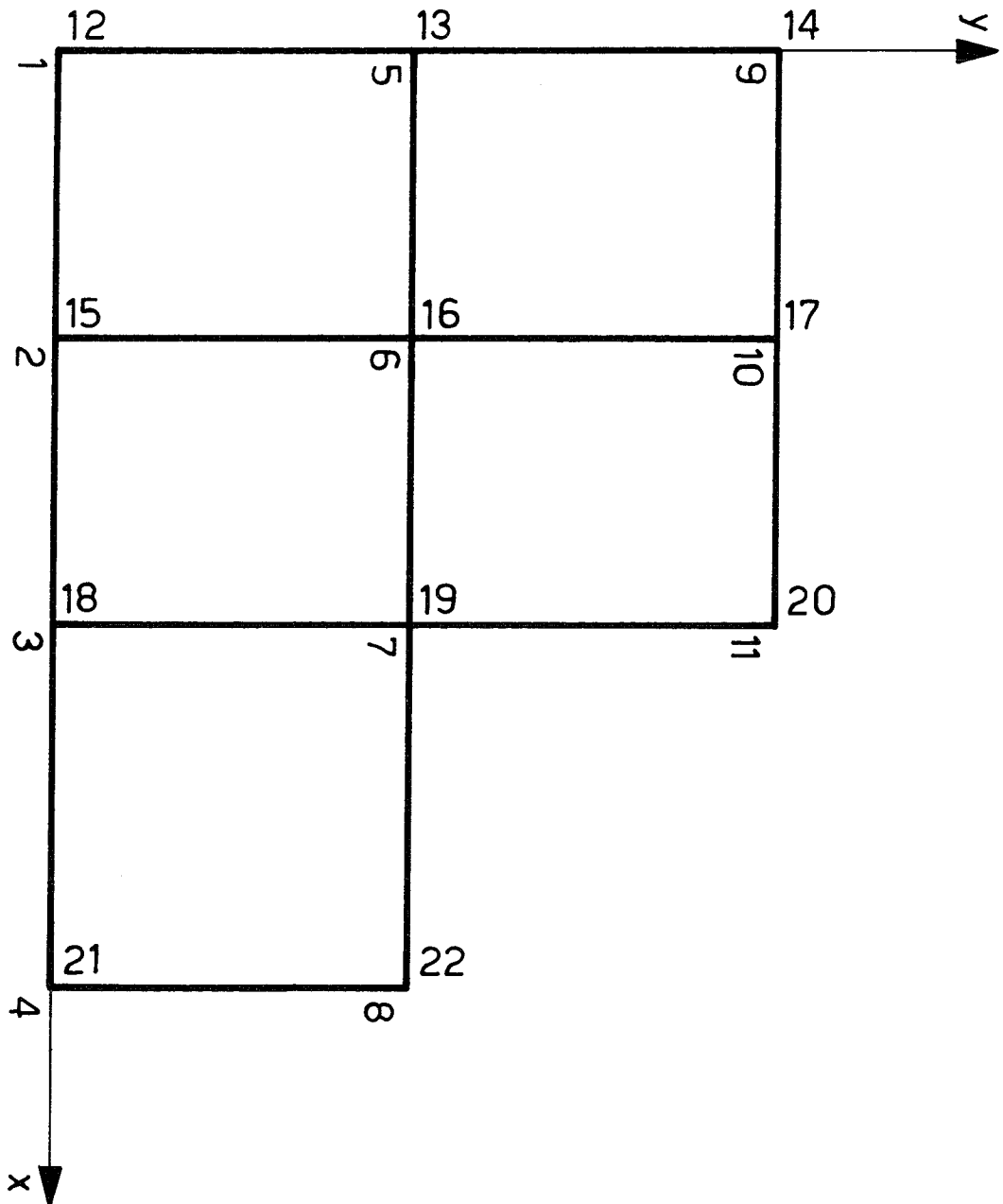


Figura 5.9. Schema strutturale del telaio spaziale con la numerazione dei ritti.

- per ciascun piano k ad iniziare dal primo, per ciascun telaio j ad iniziare dal primo ed infine per ciascun nodo i (da sin. a dest.) il num. della sezione del ritto e della trave o solo del ritto se trattasi di nodo d'estremità del telaio ( $I = IR (J + 1)$ );
- per ciascun piano k ad iniziare dal primo le coordinate del centro delle masse [GMX (k), GMY (k)];



– per ciascun piano  $k$  ad iniziare dal primo le masse ponderali di piano  $[W(K)]$  espresse in kg-peso;

– il raggio d'inerzia del piano tipo  $[RO]$  rispetto all'origine.

I dati di ingresso si completano fornendo, mediante l'istruzione INPUT, un iniziale sistema di forze inerziali, agenti ad ogni piano nell'origine del riferimento, che innesca il procedimento iterativo. In uscita otteniamo la pulsazione caratteristica, la deformata relativa al primo modo espressa dagli spostamenti dell'origine ai vari piani e dalla rotazione degli impalcati, e le forze d'inerzia.

Nel secondo programma che consente, mediante la ricerca per tentativi dei centri di rotazione, la determinazione delle altre due oscillazioni libere fondamentali i dati di ingresso sono identici fino alla lettura dei tipi di sezione dei telai, successivamente occorre fornire come DATA:

– per ciascun piano  $k$  a cominciare dal primo le coordinate del baricentro delle masse  $[GMX(K), GMY(K)]$ , la superficie del piano  $[S(K)]$  ed i momenti d'inerzia  $[IXG(K), IYG(K)]$  dell'impalcato rispetto agli assi baricentrici //x //y;

– per ciascun piano  $k$  ad iniziare dal primo le masse ponderali di piano  $[W(K)]$  espresse in KG-peso;

Le variabili di ingresso si completano fornendo, su richiesta dell'istruzione INPUT, per ogni piano le coordinate dei centri di rotazione relativi di tentativo e la coppia inerziale  $[M(K)]$ , agente intorno a tali centri, che innesca il procedimento iterativo.

Si precisa che nel testo si è fatto riferimento, per maggiore chiarezza espositiva, direttamente a rotazioni di piani intorno ai centri assoluti di rotazione che si concretizzano nelle cerniere aggiunte; in realtà l'operazione di rotazione di piano, così come presentata anche nei capitoli precedenti, si effettua come rotazione relativa della parte di fabbricato al di sopra di un determinato piano  $k$  rispetto a tale piano per equilibrare la coppia risultante  $[MR(k)]$  agente al di sopra di esso.

Le coordinate dei centri assoluti di rotazione e le reazioni delle cerniere che in essi si concretizzano fisicamente sono determinati dal programma rispettivamente nelle linee 3000-3008 e 2000-2066.

In uscita otteniamo la pulsazione caratteristica della configurazione considerata e la relativa forma modale espressa dalle coordinate dei centri assoluti di rotazione e dalle rotazioni dei piani; sono fornite inoltre le reazioni vincolari delle cerniere aggiunte e le coordinate che dovrebbe assumere il baricentro delle masse perché la soluzione considerata possa considerarsi esatta.

Nel terzo programma, che determina i coefficienti della matrice di rigidità rotazionale del telaio spaziale intorno ad assegnati centri di rotazione, per analizzare tutte le altre forme modali, la lista dei DATA coincide con il precedente programma e le variabili d'ingresso si completano fornendo, su richiesta dell'istruzione INPUT, le coordinate dei centri di rotazione assoluti.

Poiché si impone una rotazione unitaria (solo per comodità numerica pari a  $1 \times 10^{-3}$ ) ogni volta ad un generico piano  $K$  tale deformazione si traduce in una rotazione relativa unitaria del piano  $k$  intorno al suo centro di rotazione ed in una rotazione relativa unitaria di segno inverso del piano  $k+1$  intorno al centro di rotazione del piano  $K$ . Per questa particolare deformazione il centro di rotazione relativo ed assoluto coincidono al piano  $K$ .

In uscita otteniamo i coefficienti della matrice e le corrispondenti reazioni vincolari delle cerniere per il controllo dell'ammissibilità della soluzione.

#### d. Caratteristiche della struttura dei programmi.

I programmi relativi al Cap. 5, come pure quelli del cap. 6 hanno, salvo marginali differenze, in comune la lista delle variabili d'ingresso ed il relativo blocco d'istruzione di lettura che ne occupano la prima parte, ed inoltre l'utilizzo, come routine fondamentale, del calcolo elastico del telaio spaziale con il metodo delle rigidità globali. Esso com'è noto si articola in operazioni di rotazione dei nodi, operazioni di traslazioni dei piani ed operazioni di rotazioni dei piani che vengono eseguite in sequenza iterativa fino a raggiungere un soddisfacente equilibrio alla rotazione dei nodi ed alla traslazione e rotazione dei piani.

L'operazione di nodo conduce alla determinazione della rotazione dei nodi  $[FI(I, K)]$ .

Il moto relativo dell'impalcato  $k$  rispetto a quello inferiore  $k-1$  è definito dalla traslazione relativa di un punto qualsiasi del piano e dalla rotazione relativa intorno a tale punto. L'operazione di traslazione dei piani conduce alla determinazione della rotazione dei ritte  $(FRX(K), FRY(K))$ , pari al rapporto tra lo spostamento relativo e l'altezza  $[H(K)]$  dei ritte del piano. L'operazione di rotazione del piano conduce alla determinazione della rotazione relativa  $[DF(K)]$  del piano intorno al punto prescelto.

Nel primo programma si utilizzano i blocchi di istruzioni relativi alle tre operazioni ed al controllo di equilibrio dei nodi alla rotazione e dei piani alla traslazione, essendo superfluo il controllo dell'equilibrio alla rotazione dei piani perché la relativa operazione di equilibramento viene effettuata dopo le altre e non viene da queste disturbata. Il moto dell'impalcato è definito dallo spostamento dell'origine del riferimento e dalla rotazione intorno a tale punto.

Nel secondo programma, essendo il telaio vincolato mediante ideali bracci rigidi a cerniere esterne, si utilizzano i blocchi di istruzioni relativi alle operazioni di rotazione dei nodi e dei piani (la traslazione è infatti impedita dalle cerniere) e quello del controllo dell'equilibrio dei nodi.

L'equilibrio alla traslazione viene adoperato per determinare la reazione vincolare delle cerniere. Il moto dell'impalcato è definito dalla sola rotazione relativa intorno al centro di rotazione relativa imposto.

Nel terzo programma si utilizza solo l'operazione di rotazione dei nodi essendo prefissata la rotazione dei piani ed impedita la traslazione dalle cerniere disposte negli assegnati centri di rotazione.

L'equilibrio alla traslazione viene adoperato anche in questo caso per determinare la reazione vincolare delle cerniere, mentre quello alla rotazione intorno alle cerniere fornisce le coppie elastiche di reazione che si oppongono alle rotazioni impresse e che costituiscono i coefficienti della matrice di rigidità.

#### e. Elenco delle principali variabili di lavoro e di uscita dei programmi relativi al cap. 5

WT (I, K)	indice di rigidità della trave che collega il nodo I, k con il nodo I+1, K [kg cm]
WR (I, K)	indice di rigidità del ritto collega il nodo I, K con il nodo I, K-1 [Kg cm]
G (K)	massa ponderale del piano K [Kg sec <sup>2</sup> cm <sup>-1</sup> ]
QX (K), QY (K)	tagliante al piano k [Kg]
MR (K)	coppia risultante delle forze agenti al di sopra del piano K [kg cm]
FI (I, K)	rotazione del nodo I, K

FRX (K), FRY (K)	rotazioni dei ritti del piano K
DIX (K), DIY (K)	spostamenti orizzontali del punto origine del riferimento al piano K
DF (K)	rotazione relativa al piano K rispetto al piano K-1
F (K)	rotazione assoluta del piano K
01 (K), 02 (K), 03 (K)	valori provvisori dei quadrati delle pulsazioni al piano K [ $\text{sec}^{-2}$ ]
OM	media aritmetica dei quadrati delle pulsazioni [ $\text{sec}^{-2}$ ]
SD	deviazione standard dei valori dei quadrati delle pulsazioni [ $\text{sec}^{-2}$ ]
FX (K), FY (K)	forze d'inerzia relative al piano K, applicate nell'origine del riferimento [Kg]
M (K)	coppia d'inerzia relativa al piano K intorno all'origine del riferimento [Kg cm]
DGX (K), DGY (K)	spostamenti del baricentro del piano K [cm]
XA (K), YA (K)	coordinate del centro assoluto di rotazione del piano k [cm]
MA (K)	coppia inerziale agente intorno al centro assoluto di rotazione del piano K [Kg cm]
RX (K), RY (K)	reazioni delle cerniere disposte nei centri assoluti di rotazione [Kg]
RA (K)	raggio d'inerzia dell'impalcato rispetto al centro assoluto di rotazione [cm]
IXA (K), IYA (K)	momenti d'inerzia geometrica dell'impalcato K rispetto agli assi passanti per il centro di rotazione assoluto [ $\text{cm}^4$ ].

```

5 'Programma per la determinazione del primo modo di vibrare
  dei telai spaziali
10 KEY OFF:CLS
12 SCREEN 1
14 COLOR 1,1
16 CLS:OPTION BASE 1
18 PRINT"ANALISI MODALE TELAIO SPAZIALE"
20 READ E,KZ,JX,JY 'legge il modulo di elasticita', il numero dei
  piani,il num. dei telai //x, il num. dei telai //y
22 JZ=JX+JY
24 DIM IR(20),Y(20),X(20)
26 FOR J=2 TO JZ+1
28 READ IR(J) 'legge il num. dell'ultimo ritto del telaio j-1
30 NEXT J
32 DIM L(100),H(6),WR(100,6),WT(100,6),GMX(6),GMY(6),W(6)
34 DIM G(6),FI(100,6),FRX(6),FRY(6),DF(6),F(6)
36 FOR J=1 TO JX
38 READ Y(J) 'legge le ordinate dei telai //x
40 NEXT J
42 FOR J=JX+1 TO JZ
44 READ X(J) 'legge le ascisse dei telai //y
46 NEXT J
48 FOR J=1 TO JZ
50 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)-1
52 READ L(I) 'legge le luci delle campate di tutti i telai
54 NEXT I:NEXT J
56 FOR K=1 TO KZ
58 READ H(K) 'legge le altezze dei piani
60 NEXT K
62 READ NTST 'legge il num. di tipi di sezione delle travi
64 DIM BT(20),HT(20)
66 FOR I=1 TO NTST
68 READ BT(I),HT(I) 'legge le ntst coppie b-h delle sezioni delle travi
70 NEXT I
72 READ NTSR 'legge il num. dei tipi di sezioni dei ritti
74 DIM BR(20),HR(20)
76 FOR I=1 TO NTSR
78 READ BR(I),HR(I) 'legge le ntsr coppie b-h delle sezioni dei ritti
80 NEXT I
82 FOR K=1 TO KZ
84 FOR J=1 TO JZ
86 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
88 IF I=IR(J+1) THEN 94
90 READ Z,X 'legge il num. della sezione del ritto e della trave
  procedendo dal primo all'ultimo piano e per ciascun piano
  dal primo all'ultimo telaio
92 GOTO 96
94 READ Z:GOTO 98
96 WT(I,K)=E*BT(X)*HT(X)^3/(12*L(I))
98 WR(I,K)=E*BR(Z)*HR(Z)^3/(12*H(K))
100 NEXT I:NEXT J:NEXT K
102 REM BARICENTRO MASSE
104 FOR K=1 TO KZ
106 READ GMX(K),GMY(K) 'legge le coordinate del baricentro delle masse
108 NEXT K
110 WIDTH "lpt1:",130:LPRINT CHR$(15)
112 LPRINT"Salerno, ";DATE$:LPRINT:LPRINT"Analisi modale telaio spaziale"
114 LPRINT"Determinazione della prima frequenza"
116 LPRINT:LPRINT
118 LPRINT "BARICENTRO MASSE"

```

```

120 LPRINT"PIANO","X","Y"
122 LPRINT"N.", "(CM)", "(CM)"
124 FOR K=1 TO KZ
126 LPRINT K,GMX(K),GMY(K)
128 NEXT K:LPRINT:LPRINT
130 FOR K=1 TO KZ
132 READ W(K) 'legge le masse ponderali in kg-peso
134 NEXT K
136 READ RO 'legge il raggio d'inerzia rispetto all'origine del
    piano tipo
138 FOR K=1 TO KZ
140 G(K)=W(K)/981 'trasforma le masse in kg*sec^2/cm
142 NEXT K
144 CLS
146 FOR K=1 TO KZ
148 INPUT"fX,fY,M";FX(K),FY(K),M(K) 'chiede le forze fittizie per
    innescare il procedimento iterativo
150 NEXT K
152 REM          calcolo di qx(k),qy(k) e mr(k)
154 S=0:T=0:V=0::FOR K=KZ TO 1 STEP -1
156 S=S+FX(K):T=T+FY(K):V=V+M(K)
158 QX(K)=S:QY(K)=T:MR(K)=V
160 NEXT K
162 GOSUB 1000 'rinvia alla subroutine per la risoluzione del
    telaio spaziale
164 REM          CALCOLO DI DIX(K) E DIY(K)
166 FOR K=1 TO KZ
168 DIX(K)=FRX(K)*H(K)
170 IF K>1 THEN DIX(K)=DIX(K)+DIX(K-1)
172 DIY(K)=FRY(K)*H(K)
174 IF K>1 THEN DIY(K)=DIY(K)+DIY(K-1)
176 F(K)=DF(K)
178 IF K>1 THEN F(K)=F(K)+F(K-1)
180 NEXT K
182 FOR K=1 TO KZ
184 S=G(K)*(DIX(K)+F(K)*(GMY(K)))
186 T=G(K)*(DIY(K)+F(K)*(-GMX(K)))
188 V=G(K)*(DIX(K)*(GMY(K))+DIY(K)*(-GMX(K))+F(K)*RO^2)
190 O1(K)=FX(K)/S:O2(K)=FY(K)/T:O3(K)=M(K)/V 'determina tre
    valori della pulsazione per ogni piano
192 PRINT O1(K) TAB(13) O2(K) TAB(26) O3(K)
194 NEXT K
196 S=0:FOR K=1 TO KZ:S=S+O1(K)+O2(K)+O3(K):NEXT K
198 OM=S/(3*KZ):GOSUB 2000 'rinvia alla subroutine per il calcolo
    della deviazione standard
200 IF SD>.005 THEN 214 'controllo dell'ammissibilit  della
    deviazione standard
202 LPRINT"piano" TAB(10) "Fx" TAB(30) "Fy" TAB(50) "M" TAB(70)
    "DIX" TAB(90) "DIY" TAB(110) "F"
204 FOR K=1 TO KZ
206 LPRINT K TAB(10) FX(K) TAB(30) FY(K) TAB(50) M(K) TAB(70)
    DIX(K) TAB(90) DIY(K) TAB(110) F(K)
208 NEXT K
210 LPRINT:LPRINT"om =" ;OM^.5;"/sec"
212 END
214 FOR K=1 TO KZ
216 S=G(K)*(DIX(K)+F(K)*(GMY(K)))
218 T=G(K)*(DIY(K)+F(K)*(-GMX(K)))
220 V=G(K)*(DIX(K)*(GMY(K))+DIY(K)*(-GMX(K))+F(K)*RO^2)
222 FX(K)=S*OM:FY(K)=T*OM:M(K)=V*OM 'determina le nuove forze fittizie
224 NEXT K

```

```

226 GOTO 152
1000 REM OPERAZIONE DI ROTAZIONE DI NODO
1002 FOR J=1 TO JX
1004 FOR K=1 TO KZ
1006 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1008 Q=0
1010 S=-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J))/H(K))
1012 Q=WR(I,K)
1014 IF K>1 THEN 1016 ELSE 1018
1016 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1018 IF K<KZ THEN 1020 ELSE 1024
1020 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+DF(K+1)*(Y(J))/H(K+1))+
2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1022 Q=Q+WR(I,K+1)
1024 IF I>IR(J)+1 THEN 1026 ELSE 1030
1026 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1028 Q=Q+WT(I-1,K)
1030 IF I<IR(J+1) THEN 1032 ELSE 1036
1032 S=S+WT(I,K)*FI(I+1,K)*2
1034 Q=Q+WT(I,K)
1036 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1038 NEXT I
1040 NEXT K
1042 NEXT J
1044 FOR J=JX+1 TO JZ
1046 FOR K=1 TO KZ
1048 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1050 Q=0
1052 S=-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(-X(J))/H(K))
1054 Q=WR(I,K)
1056 IF K>1 THEN 1058 ELSE 1060
1058 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1060 IF K<KZ THEN 1062 ELSE 1066
1062 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+DF(K+1)*(-X(J))/H(K+1))+
2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1064 Q=Q+WR(I,K+1)
1066 IF I>IR(J)+1 THEN 1068 ELSE 1072
1068 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1070 Q=Q+WT(I-1,K)
1072 IF I<IR(J+1) THEN 1074 ELSE 1078
1074 S=S+2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
1076 Q=Q+WT(I,K)
1078 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1080 NEXT I
1082 NEXT K
1084 NEXT J
1086 REM OPERAZIONE DI TRASLAZIONE DI PIANO
1088 FOR K=1 TO KZ
1090 S=QX(K)*H(K)*2/3
1092 Q=0
1094 FOR J=1 TO JX
1096 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1098 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)-8*WR(I,K)*DF(K)*Y(J)/H(K)
1100 Q=Q+8*WR(I,K)
1102 IF K>1 THEN 1104 ELSE 1106
1104 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1106 NEXT I
1108 NEXT J
1110 FRX(K)=S/Q
1112 NEXT K
1114 FOR K=1 TO KZ

```

```

1116 S=QY(K)*H(K)*2/3
1118 Q=0
1120 FOR J=JX+1 TO JZ
1122 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1124 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)+8*WR(I,K)*DF(K)*X(J)/H(K)
1126 Q=Q+8*WR(I,K)
1128 IF K>1 THEN 1130 ELSE 1132
1130 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1132 NEXT I
1134 NEXT J
1136 FRY(K)=S/Q
1138 NEXT K
1140 REM OPERAZIONE DI ROTAZIONE DI PIANO
1142 FOR K=1 TO KZ
1144 Q=0
1146 S=MR(K)*H(K)*2/3
1148 FOR J=1 TO JX
1150 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1152 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)*(Y(J))-8*WR(I,K)*FRX(K)*Y(J)
1154 Q=Q+WR(I,K)*(Y(J))^2
1156 IF K>1 THEN 1158 ELSE 1160
1158 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(Y(J))
1160 NEXT I
1162 NEXT J
1164 FOR J=JX+1 TO JZ
1166 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1168 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)*(-X(J))+8*WR(I,K)*FRY(K)*X(J)
1170 Q=Q+WR(I,K)*(-X(J))^2
1172 IF K>1 THEN 1174 ELSE 1176
1174 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(-X(J))
1176 NEXT I
1178 NEXT J
1180 DF(K)=S*H(K)/(8*Q)
1182 NEXT K
1184 REM CONTROLLO EQUILIBRIO NODI
1186 FOR J=1 TO JX
1188 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1190 FOR K=1 TO KZ
1192 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J)))/H(K)
1194 IF K<KZ THEN 1196 ELSE 1198
1196 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+
DF(K+1)*(Y(J)))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1198 IF I>IR(J)+1 THEN 1200 ELSE 1202
1200 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))
1202 IF I<IR(J+1) THEN 1204 ELSE 1206
1204 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1206 IF K>1 THEN 1208 ELSE 1210
1208 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1210 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1212 NEXT K
1214 NEXT I
1216 NEXT J
1218 FOR J=JX+1 TO JZ
1220 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1222 FOR K=1 TO KZ
1224 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(-X(J)))/H(K)
1226 IF K<KZ THEN 1228 ELSE 1230
1228 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+
DF(K+1)*(-X(J)))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1230 IF I>IR(J)+1 THEN 1232 ELSE 1234
1232 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))

```

```

1234 IF I<IR(J+1) THEN 1236 ELSE 1238
1236 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1238 IF K>1 THEN 1240 ELSE 1242
1240 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1242 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1244 NEXT K
1246 NEXT I
1248 NEXT J
1250 REM controllo equilibrio piani
1252 PRINT
1254 FOR K=1 TO KZ:S=0
1256 FOR J=1 TO JX
1258 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1260 S=S+6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRX(K)-2*DF(K)*(Y(J)))/H(K))
1262 IF K>1 THEN 1264 ELSE 1266
1264 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1266 NEXT I
1268 NEXT J
1270 S=S/H(K)
1272 S=S+QX(K)
1274 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1276 NEXT K
1278 FOR K=1 TO KZ:S=0
1280 FOR J=JX+1 TO JZ
1282 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1284 S=S+6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRY(K)-2*DF(K)*(-X(J)))/H(K))
1286 IF K>1 THEN 1288 ELSE 1290
1288 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1290 NEXT I
1292 NEXT J
1294 S=S/H(K)
1296 S=S+QY(K)
1298 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1300 NEXT K
1302 RETURN
2000 REM calcola la deviazione standard
2002 S=0:FOR K=1 TO KZ
2004 S=S+(O1(K)-OM)^2+(O2(K)-OM)^2+(O3(K)-OM)^2
2006 NEXT K
2008 SD=(S/(3*KZ))^0.5
2010 RETURN
10000 DATA 2e5,3,3,4
10002 DATA 4,8,11,14,17,20,22
10004 DATA 0,500,1000
10006 DATA 0,400,800,1300
10008 DATA 400,400,500,400,400,500,400,400,500,500,500,500,500,500,500
10010 DATA 350,350,350
10012 DATA 2,30,60,80,24
10014 DATA 2,30,60,60,30
10016 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,
1,1,2,1,2,1,1,2,1,2
10018 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,
1,1,2,1,2,1,1,2,1,2
10020 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,
1,1,2,1,2,1,1,2,1,2
10022 DATA 554.762,440.476,554.762,440.476,554.762,440.476
10024 DATA 105000,105000,80000
10026 DATA 838.933

```



```

5 'programma per la ricerca del secondo e terzo modo di vibrare
  dei telai spaziali
10 KEY OFF:CLS
12 SCREEN 1
14 COLOR 1,1
16 CLS:OPTION BASE 1
18 WIDTH "lpt1:",130:LPRINT CHR$(15)
20 PRINT"ANALISI MODALE TELAIO SPAZIALE"
22 READ E,KZ,JX,JY 'legge il modulo di elasticita', il num. dei
  piani, il num. dei telai //x e //y
24 JZ=JX+JY
26 DIM IR(20),Y(20),X(20)
28 FOR J=2 TO JZ+1
30 READ IR(J) 'legge il num. dell'ultimo ritto del telaio J
32 NEXT J
34 DIM L(100),H(6),WR(100,6),WT(100,6),DM(6),GMX(6),GMY(6),W(6),S(6),
  IXG(6),IYG(6),XO(6),YO(6),M(6),MR(6),FX(6),FY(6),QX(6),QY(6)
36 DIM G(6),FI(100,6),FRX(6),FRY(6),DF(6),F(6),DGX(6),DGY(6),XA(6),
  YA(6),RX(6),RY(6),IXA(6),IYA(6),RA(6),MA(6)
38 FOR J=1 TO JX
40 READ Y(J)'LEGGE L'ordinata dei telai //x
42 NEXT J
44 FOR J=JX+1 TO JZ
46 READ X(J) 'legge l'ascissa dei telai //y
48 NEXT J
50 FOR J=1 TO JZ
52 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)-1
54 READ L(I) 'legge la luce delle campate di tutti i telai
56 NEXT I:NEXT J
58 FOR K=1 TO KZ
60 READ H(K) 'legge le altezze dei piani
62 NEXT K
64 READ NTST 'legge il num. dei tipi di sezione delle travi
66 DIM BT(20),HT(20)
68 FOR I=1 TO NTST
70 READ BT(I),HT(I) 'legge le ntst coppie b-h delle sezioni delle travi
72 NEXT I
74 READ NTSR 'legge il num. dei tipi di sezione dei ritti
76 DIM BR(20),HR(20)
78 FOR I=1 TO NTSR
80 READ BR(I),HR(I) 'legge le ntsr coppie b-h delle sezioni dei ritti
82 NEXT I
84 FOR K=1 TO KZ
86 FOR J=1 TO JZ
88 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
90 IF I=IR(J+1) THEN 96
92 READ Z,X 'legge il tipo di sezione del ritto e della trave
  procedendo dal primo all'ultimo piano e per ciascun piano dal
  primo all'ultimo telaio
94 GOTO 98
96 READ Z:GOTO 100
98 WT(I,K)=E*BT(X)*HT(X)^3/(12*L(I))
100 WR(I,K)=E*BR(Z)*HR(Z)^3/(12*H(K))
102 NEXT I:NEXT J:NEXT K
104 REM BARICENTRO MASSE - superficie impalcato - inerzie assi
  baricentrici
106 FOR K=1 TO KZ
108 READ GMX(K),GMY(K),S(K),IXG(K),IYG(K) 'legge le coordinate
  del baricentro degli impalcati, la superficie e le inerzie
  rispetto agli assi baricentrici //x e //y

```

```

110 NEXT K
112 LPRINT"Analisi modale telaio spaziale"
114 LPRINT:LPRINT
116 LPRINT "piano" TAB(10) "XG" TAB(25) "YG" TAB(40) "Sup'
TAB(55) "Ixg" TAB(70) "Iyg"
118 LPRINT TAB(10) "cm" TAB(25) "cm" TAB(40) "cm^2" TAB(55)
"cm^4" TAB(70) "cm^4"
120 FOR K=1 TO KZ
122 LPRINT K TAB(10) GMX(K) TAB(25) GMY(K) TAB(40) S(K) TAB(55)
IXG(K) TAB(70) IYG(K)
124 NEXT K
126 FOR K=1 TO KZ
128 READ W(K) 'legge le masse ponderali in kg-peso
130 NEXT K
132 REM CALCOLO DI G(k)
134 FOR K=1 TO KZ
136 G(K)=W(K)/981 'esprime le masse in kg*sec^2/cm
138 NEXT K
140 CLS
142 FOR K=1 TO KZ
144 INPUT"X0,Y0";X0(K),Y0(K) 'chiede le coordinate del centro di
rotazione relativa
146 NEXT K
148 LPRINT:LPRINT"coordinate dei centri di rotazione relativi"
150 LPRINT "x" TAB(20) "y"
152 LPRINT "cm" TAB(20) "cm"
154 FOR K=1 TO KZ
156 LPRINT X0(K) TAB(20) Y0(K)
158 NEXT K
160 FOR K=1 TO KZ
162 INPUT"M";M(K)'chiede la coppia che innesca il procedimento
iterativo
164 NEXT K
166 REM calcolo di qx(k),qy(k) e mr(k)
168 S=0:T=0:FOR K=KZ TO 1 STEP -1
170 V=0:FOR Z=KZ TO K STEP -1
172 V=V+M(Z)+OM*G(Z)*F(Z)*((GMY(Z)-YA(Z))*(YO(Z)-YO(K))+
(XA(Z)-GMX(Z))
(XO(K)-XO(Z)))-RX(Z)*(YO(Z)-YO(K))-RY(Z)*(XO(K)-XO(Z))
174 NEXT Z
176 S=S+FX(K):T=T+FY(K)
178 QX(K)=S:QY(K)=T:MR(K)=V
180 NEXT K
182 GOSUB 1000 'rinvia alla subroutine per la risoluzione del telaio
spaziale
184 REM CALCOLO DI DGx(K) E DGy(K)
186 FOR K=1 TO KZ
188 DGX(K)=DF(K)*(GMY(K)-YO(K))
190 IF K>1 THEN DGX(K)=DGX(K)+DGX(K-1)
192 DGY(K)=DF(K)*(XO(K)-GMX(K))
194 IF K>1 THEN DGY(K)=DGY(K)+DGY(K-1)
196 F(K)=DF(K)
198 IF K>1 THEN F(K)=F(K)+F(K-1)
200 NEXT K
202 GOSUB 3000 'rinvia alla subroutine che calcola i centri
assoluti di rotazione
204 GOSUB 2000 'rinvia alla subroutine che calcola la reazione della
cerniera
206 FOR K=1 TO KZ
208 V=G(K)*F(K)*RA(K)^2
210 MA(K)=OM*G(K)*F(K)*((GMY(K)-YA(K))*(YO(K)-YA(K))+
(XA(K)-GMX(K))*
(XA(K)-XO(K)))-RX(K)*(YO(K)-YA(K))-RY(K)*(XA(K)-XO(K))

```

```

212 OM(K)=(M(K)+MA(K))/V 'determina il quadrato della pulsazione
    ai vari piani
214 PRINT TAB(26) OM(K)
216 NEXT K
218 PRINT
220 S=0;FOR K=1 TO KZ:S=S+OM(K):NEXT K
222 OM=S/KZ 'media aritmetica dei quadrati della pulsazione
224 GOSUB 4000'rinvia alla subroutine che calcola la deviazione standard
226 IF SD>.001 THEN 268 'controlla la tollerabilita' della dev. standard
228 LPRINT:LPRINT"piano" TAB(10) "M" TAB(25) "DGx" TAB(40) "DGy" TAB(55)
    "f" TAB(70) "Xa" TAB(85) "Ya" TAB(100) "OM^2"
230 FOR K=1 TO KZ
232 LPRINT K TAB(10) M(K) TAB(25) DGX(K) TAB(40) DGY(K) TAB(55) F(K)
    TAB(70) XA(K) TAB(85) YA(K) TAB(100) OM(K)
234 NEXT K
236 GOSUB 2000 'rinvia alla subroutine che calcola la reazione delle
    cerniere
238 LPRINT:LPRINT"reazione della cerniera"
240 FOR K=1 TO KZ
242 LPRINT"Rx = ";RX(K) TAB(50) "Ry = ";RY(K)
244 NEXT K
246 REM telaio di cui e' soluzione esatta
248 LPRINT "TE.SPA. di cui e' soluzione esatta"
250 LPRINT "piano" TAB(10) "Xg'" TAB(25) "Yg'" TAB(40) "Ra'" TAB(55)
    "Ra"
252 LPRINT TAB(10) "qm" TAB(25) "cm" TAB(40) "cm" TAB(55) "cm"
254 FOR K=1 TO KZ
256 S=G(K)*DGX(K)*OM-RX(K):S=S/(G(K)*F(K)*OM)
258 T=G(K)*DGY(K)*OM-RY(K):T=T/(G(K)*F(K)*OM)
260 MA(K)=OM*G(K)*F(K)*((GMY(K)-YA(K))*(YO(K)-YA(K))+(XA(K)-GMX(K))*
    (XA(K)-XO(K)))-RX(K)*(YO(K)-YA(K))-RY(K)*(XA(K)-XO(K)))
262 V=(M(K)+MA(K))/(G(K)*F(K)*OM)
264 LPRINT K TAB(10) -T+XA(K) TAB(25) S+YA(K) TAB(40) V^.5 TAB(55) RA(K)
266 NEXT K:GOTO 140
268 FOR K=1 TO KZ
270 V=G(K)*F(K)*RA(K)^2
272 MA(K)=OM*G(K)*F(K)*((GMY(K)-YA(K))*(YO(K)-YA(K))+(XA(K)-GMX(K))*
    (XA(K)-XO(K)))-RX(K)*(YO(K)-YA(K))-RY(K)*(XA(K)-XO(K)))
274 M(K)=V*OM-MA(K)
276 NEXT K
278 GOTO 166
1000 REM OPERAZIONE DI ROTAZIONE DI NODO
1002 FOR J=1 TO JX
1004 FOR K=1 TO KZ
1006 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1008 Q=0
1010 S=-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J)-YO(K)))/H(K)
1012 Q=WR(I,K)
1014 IF K>1 THEN 1016 ELSE 1018
1016 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1018 IF K<KZ THEN 1020 ELSE 1024
1020 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+DF(K+1)*(Y(J)-YO(K+1)))/H(K+1))+
    2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1022 Q=Q+WR(I,K+1)
1024 IF I>IR(J)+1 THEN 1026 ELSE 1030
1026 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1028 Q=Q+WT(I-1,K)
1030 IF I<IR(J+1) THEN 1032 ELSE 1036
1032 S=S+WT(I,K)*FI(I+1,K)*2
1034 Q=Q+WT(I,K)
1036 FI(I,K)=-S/(4*Q)

```

```

1038 NEXT I
1040 NEXT K
1042 NEXT J
1044 FOR J=JX+1 TO JZ
1046 FOR K=1 TO KZ
1048 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1050 Q=0
1052 S=-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(XO(K)-X(J))/H(K))
1054 Q=WR(I,K)
1056 IF K>1 THEN 1058 ELSE 1060
1058 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1060 IF K<KZ THEN 1062 ELSE 1066
1062 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+DF(K+1)*(XO(K+1)-X(J))/H(K+1))+
    2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1064 Q=Q+WR(I,K+1)
1066 IF I>IR(J)+1 THEN 1068 ELSE 1072
1068 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1070 Q=Q+WT(I-1,K)
1072 IF I<IR(J)+1 THEN 1074 ELSE 1078
1074 S=S+2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
1076 Q=Q+WT(I,K)
1078 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1080 NEXT I
1082 NEXT K
1084 NEXT J
1086 REM OPERAZIONE DI ROTAZIONE DI PIANO
1088 FOR K=1 TO KZ
1090 Q=0
1092 S=MR(K)*H(K)*2/3
1094 FOR J=1 TO JX
1096 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1098 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)*(Y(J)-YO(K))-8*WR(I,K)*FRX(K)*(Y(J)-YO(K))
1100 Q=Q+WR(I,K)*(Y(J)-YO(K))^2
1102 IF K>1 THEN 1104 ELSE 1106
1104 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(Y(J)-YO(K))
1106 NEXT I
1108 NEXT J
1110 FOR J=JX+1 TO JZ
1112 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1114 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K)*(XO(K)-X(J))+8*WR(I,K)*FRY(K)*(X(J)-XO(K))
1116 Q=Q+WR(I,K)*(XO(K)-X(J))^2
1118 IF K>1 THEN 1120 ELSE 1122
1120 S=S+4*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(XO(K)-X(J))
1122 NEXT I
1124 NEXT J
1126 DF(K)=S*H(K)/(8*Q)
1128 NEXT K
1130 REM CONTROLLO EQUILIBRIO ROTAZIONE NODI
1132 FOR J=1 TO JX
1134 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1136 FOR K=1 TO KZ
1138 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J)-YO(K))/H(K))
1140 IF K<KZ THEN 1142 ELSE 1144
1142 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+DF(K+1)*
    (Y(J)-YO(K+1))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1144 IF I>IR(J)+1 THEN 1146 ELSE 1148
1146 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))
1148 IF I<IR(J)+1 THEN 1150 ELSE 1152
1150 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1152 IF K>1 THEN 1154 ELSE 1156
1154 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)

```

```

1156 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1158 NEXT K
1160 NEXT I
1162 NEXT J
1164 FOR J=JX+1 TO JZ
1166 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1168 FOR K=1 TO KZ
1170 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(XO(K)-X(J))/H(K))
1172 IF K<KZ THEN 1174 ELSE 1176
1174 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+DF(K+1)*
(XO(K+1)-X(J))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1176 IF I>IR(J)+1 THEN 1178 ELSE 1180
1178 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))
1180 IF I<IR(J+1) THEN 1182 ELSE 1184
1182 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1184 IF K>1 THEN 1186 ELSE 1188
1186 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1188 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1190 NEXT K
1192 NEXT I
1194 NEXT J
1196 RETURN
2000 REM reazione della cerniera
2002 PRINT
2004 FOR K=KZ TO 1 STEP -1:S=0
2006 FOR J=1 TO JX
2008 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2010 S=S+(6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRX(K)-2*DF(K)*(Y(J)-YO(K))/H(K)))/H(K)
2012 IF K>1 THEN 2014 ELSE 2016
2014 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)/H(K)
2016 NEXT I
2018 NEXT J
2020 FOR Z=KZ TO K+1 STEP -1
2022 S=S+G(Z)*(GMY(Z)-YA(Z))*F(Z)*OM-RX(Z)
2024 NEXT Z
2026 S=S+QX(K)+G(K)*(GMY(K)-YA(K))*F(K)*OM
2028 RX(K)=S
2030 PRINT"Rx= ";RX(K)
2032 NEXT K
2034 FOR K=KZ TO 1 STEP -1:S=0
2036 FOR J=JX+1 TO JZ
2038 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2040 S=S+(6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRY(K)-2*DF(K)*(XO(K)-X(J))/H(K)))/H(K)
2042 IF K>1 THEN 2044 ELSE 2046
2044 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)/H(K)
2046 NEXT I
2048 NEXT J
2050 FOR Z=KZ TO K+1 STEP -1
2052 S=S+G(Z)*(XA(Z)-GMX(Z))*F(Z)*OM-RY(Z)
2054 NEXT Z
2056 S=S+QY(K)+G(K)*(XA(K)-GMX(K))*F(K)*OM
2058 RY(K)=S
2060 PRINT TAB(20) "Ry=";RY(K)
2062 NEXT K
2064 PRINT
2066 RETURN
3000 REM calcolo del centro assoluto di rotaz.
3002 FOR K=1 TO KZ
3004 YA(K)=-DGX(K)/F(K)+GMY(K)
3006 XA(K)=DGY(K)/F(K)+GMX(K)
3008 NEXT K

```

```

3010 REM calcolo di Ra(k)
3012 FOR K=1 TO KZ
3014 IXA(K)=IXG(K)+S(K)*(GMY(K)-YA(K))^2:IYA(K)=IYG(K)+S(K)*
      (GMX(K)-XA(K))^2
3016 RA(K)=(IXA(K)+IYA(K))/S(K):RA(K)=RA(K)^.5
3018 NEXT K
3020 RETURN
4000 REM calcola lo standard deviation
4002 S=0:FOR K=1 TO KZ
4004 S=S+(OM(K)-OM)^2
4006 NEXT K
4008 SD=(S/KZ)^.5
4010 RETURN
10000 DATA 2e5,3,3,4
10002 DATA 4,8,11,14,17,20,22
10004 DATA 0,500,1000
10006 DATA 0,400,800,1300
10008 DATA 400,400,500,400,400,500,400,400,500,500,500,500,500,500,500
10010 DATA 350,350,350
10012 DATA 2,30,60,80,24
10014 DATA 2,30,60,60,30
10016 DATA 2,1,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
      1,2,1,1,2,1,2
10018 DATA 2,1,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
      1,2,1,1,2,1,2
10020 DATA 2,1,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
      1,2,1,1,2,1,2
10022 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10024 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10026 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10028 DATA 105000,105000,80000

```

```

5 'programma per determinare gli elementi della matrice di rigidezza
rotazionale del telaio spaziale intorno ad assegnati centri di
rotazione
10 KEY OFF:CLS
12 SCREEN 1
14 COLOR 1,1
16 CLS:OPTION BASE 1
18 WIDTH "lpt1:",130:LPRINT CHR$(15)
20 PRINT"matrice torsionale di rigidezza"
22 READ E,KZ,JX,JY 'legge il modulo di elasticita',il num. dei piani,
il num. dei telai //x e //y
24 JZ=JX+JY
26 DIM IR(20),Y(20),X(20)
28 FOR J=2 TO JZ+1
30 READ IR(J) 'legge il num. dell'ultimo ritto del telaio j
32 NEXT J
34 DIM L(100),H(6),WR(100,6),WT(100,6),OM(6),GMX(6),GBMY(6),W(6),S(6),IXG(6),
IYG(6),M(6),MR(6),FX(6),FY(6),QX(6),QY(6)
36 DIM G(6),FI(100,6),FRX(6),FRY(6),DF(6),F(6),DGX(6),DGY(6),XA(6),YA(6),
RX(6),RY(6),IXA(6),IYA(6),RA(6),MA(6)
42 FOR J=1 TO JX
44 READ Y(J) 'legge le ordinate dei telai //x
46 NEXT J
48 FOR J=JX+1 TO JZ
50 READ X(J) 'legge le ascisse dei telai //y
52 NEXT J
54 FOR J=1 TO JZ
56 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)-1
58 READ L(I) 'legge le luci delle campate di tutti i telai
60 NEXT I:NEXT J
62 FOR K=1 TO KZ
64 READ H(K) 'legge le altezze dei piani
66 NEXT K
68 READ NTST 'legge il num. di tipi di sezioni delle travi
70 DIM BT(20),HT(20)
72 FOR I=1 TO NTST
74 READ BT(I),HT(I) 'legge le ntst coppie b-h delle sezioni delle travi
76 NEXT I
78 READ NTSR 'legge il num. di tipi di sezioni dei ritti
80 DIM BR(20),HR(20)
82 FOR I=1 TO NTSR
84 READ BR(I),HR(I) 'legge le ntsr coppie b-h delle sezioni dei ritti
86 NEXT I
88 FOR K=1 TO KZ
90 FOR J=1 TO JZ
92 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
94 IF I=IR(J+1) THEN 100
96 READ Z,X 'legge il num. della sezione del ritto e della trave procedendo
dal primo all'ultimo piano e per ciascun piano dal primoall'ultimo telaio
98 GOTO 102
100 READ Z:GOTO 104
102 WT(I,K)=E*BT(X)*HT(X)^3/(12*L(I))
104 WR(I,K)=E*BR(Z)*HR(Z)^3/(12*H(K))
106 NEXT I:NEXT J:NEXT K
108 REM BARICENTRO MASSE-superficie impalcato-inerzie assi baricentrici
110 FOR K=1 TO KZ
112 READ GMX(K),GBMY(K),S(K),IXG(K),IYG(K) 'legge le coordinate del
baricentro delle masse, la superficie e le inerzie degli impalcati rispetto

```

```

agli assi baricentrici //x e //y
114 NEXT K
116 LPRINT"Matrice di rigidezza torsionale"
118 LPRINT:LPRINT
120 LPRINT "piano" TAB(10) "XG" TAB(25) "YG" TAB(40) "Sup" TAB(55) "Ixg"
TAB(70) "Iyg"
122 LPRINT TAB(10) "cm" TAB(25) "cm" TAB(40) "cm2" TAB(55) "cm4"
TAB(70) "cm4"
124 FOR K=1 TO KZ
126 LPRINT K TAB(10) GMX(K) TAB(25) GMY(K) TAB(40) S(K) TAB(55) IXG(K)
TAB(70) IYG(K)
128 NEXT K
130 FOR K=1 TO KZ
132 READ W(K) 'legge le masse ponderali in kg-peso
134 NEXT K
136 CLS
138 FOR K=1 TO KZ
140 INPUT"XA,YA";XA(K),YA(K) 'chiede le coordinate dei centri di rotazione
assoluti
142 NEXT K
144 LPRINT:LPRINT"coordinate delle cerniere aggiunte"
146 LPRINT "x" TAB(20) "y"
148 LPRINT "cm" TAB(20) "cm"
150 FOR K=1 TO KZ
152 LPRINT XA(K) TAB(20) YA(K)
154 NEXT K
156 FOR KK=1 TO KZ
158 FOR Z=1 TO KK-1
160 DF(Z)=0
162 NEXT Z
164 DF(KK)=.001:DF(KK+1)=-.001
166 FOR Z=KK+2 TO KZ
168 DF(Z)=0
170 NEXT Z
172 GOSUB 1000 'rinvia alla subroutine che calcola il telaio spaziale
174 REM CALCULO DI DGx(K) E DGy(K)
176 FOR K=1 TO KZ
178 F(K)=DF(K)
180 IF K>1 THEN F(K)=F(K)+F(K-1)
182 DGX(K)=F(K)*(GMY(K)-YA(K));DGY(K)=F(K)*(XA(K)-GMX(K))
184 IF K<>KK THEN DGX(K)=0 AND DGY(K)=0
186 NEXT K
188 GOSUB 3000 'rinvia alla subroutine che calcola il raggio d'inerzia
[RA(K)] rispetto al centro assoluto di rotazione
190 LPRINT:LPRINT"piano" TAB(10) "M" TAB(25) "DGx" TAB(40) "DGy" TAB(55)
"f" TAB(70) "Xa" TAB(85) "Ya"
192 FOR K=1 TO KZ
194 LPRINT K TAB(10) M(K) TAB(25) DGX(K) TAB(40) DGY(K) TAB(55) F(K)
TAB(70) XA(K) TAB(85) YA(K)
196 NEXT K
198 GOSUB 2000 'rinvia alla subroutine che calcola la reazione della
cerniera
200 LPRINT:LPRINT"reazione della cerniera"
202 FOR K=1 TO KZ
204 LPRINT"Rx = ";RX(K) TAB(50) "Ry = ";RY(K)
206 NEXT K
208 NEXT KK
210 END
1000 REM OPERAZIONE DI ROTAZIONE DI NODU
1002 FOR J=1 TO JX
1004 FOR K=1 TO KZ

```



```

1006 IF K<KK THEN Z=K+1
1008 IF K=KK THEN Z=K
1010 IF K>KK THEN Z=K-1
1012 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1014 Q=0
1016 S=-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J)-YA(Z))/H(K))
1018 Q=WR(I,K)
1020 IF K>1 THEN 1022 ELSE 1024
1022 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1024 IF K<KZ THEN 1026 ELSE 1030
1026 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+DF(K+1)*(Y(J)-YA(Z))/H(K+1))+
2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1028 Q=Q+WR(I,K+1)
1030 IF I>IR(J)+1 THEN 1032 ELSE 1036
1032 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1034 Q=Q+WT(I-1,K)
1036 IF I<IR(J+1) THEN 1038 ELSE 1042
1038 S=S+WT(I,K)*FI(I+1,K)*2
1040 Q=Q+WT(I,K)
1042 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1044 NEXT I
1046 NEXT K
1048 NEXT J
1050 FOR J=JX+1 TO JZ
1052 FOR K=1 TO KZ
1054 IF K<KK THEN Z=K+1
1056 IF K=KK THEN Z=K
1058 IF K>KK THEN Z=K-1
1060 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1062 Q=0
1064 S=-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(XA(Z)-X(J))/H(K))
1066 Q=WR(I,K)
1068 IF K>1 THEN 1070 ELSE 1072
1070 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1072 IF K<KZ THEN 1074 ELSE 1078
1074 S=S-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+DF(K+1)*(XA(Z)-X(J))/H(K+1))+
2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1076 Q=Q+WR(I,K+1)
1078 IF I>IR(J)+1 THEN 1080 ELSE 1084
1080 S=S+2*WT(I-1,K)*FI(I-1,K)
1082 Q=Q+WT(I-1,K)
1084 IF I<IR(J+1) THEN 1086 ELSE 1090
1086 S=S+2*WT(I,K)*FI(I+1,K)
1088 Q=Q+WT(I,K)
1090 FI(I,K)=-S/(4*Q)
1092 NEXT I
1094 NEXT K
1096 NEXT J
1098 REM CONTROLLO EQUILIBRIO ROTAZIONE NODI
1100 FOR J=1 TO JX
1102 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1104 FOR K=1 TO KZ
1106 IF K<KK THEN Z=K+1
1108 IF K=KK THEN Z=K
1110 IF K>KK THEN Z=K-1
1112 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRX(K)+DF(K)*(Y(J)-YA(Z))/H(K))
1114 IF K<KZ THEN 1116 ELSE 1118
1116 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRX(K+1)+
DF(K+1)*(Y(J)-YA(Z))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1118 IF I>IR(J)+1 THEN 1120 ELSE 1122
1120 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))

```

```

1122 IF I<IR(J+1) THEN 1124 ELSE 1126
1124 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1126 IF K>1 THEN 1128 ELSE 1130
1128 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1130 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1132 NEXT K
1134 NEXT I
1136 NEXT J
1138 FOR J=JX+1 TO JZ
1140 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1142 FOR K=1 TO KZ
1144 IF K<KK THEN Z=K+1
1146 IF K=KK THEN Z=K
1148 IF K>KK THEN Z=K-1
1150 S=4*WR(I,K)*FI(I,K)-6*WR(I,K)*(FRY(K)+DF(K)*(XA(Z)-X(J))/H(K))
1152 IF K<KZ THEN 1154 ELSE 1156
1154 S=S+4*WR(I,K+1)*FI(I,K)-6*WR(I,K+1)*(FRY(K+1)+
DF(K+1)*(XA(Z)-X(J))/H(K+1))+2*WR(I,K+1)*FI(I,K+1)
1156 IF I>IR(J)+1 THEN 1158 ELSE 1160
1158 S=S+2*WT(I-1,K)*(FI(I-1,K)+2*FI(I,K))
1160 IF I<IR(J+1) THEN 1162 ELSE 1164
1162 S=S+2*WT(I,K)*(2*FI(I,K)+FI(I+1,K))
1164 IF K>1 THEN 1166 ELSE 1168
1166 S=S+2*WR(I,K)*FI(I,K-1)
1168 IF ABS(S)>5 THEN 1002
1170 NEXT K
1172 NEXT I
1174 NEXT J
1176 FOR K=1 TO KZ:S=0
1178 IF K<KK THEN Z=K+1
1180 IF K=KK THEN Z=K
1182 IF K>KK THEN Z=K-1
1184 FOR J=1 TO JX:FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1186 S=S+(6*WR(I,K)*FI(I,K)*(Y(J)-YA(K))-12*WR(I,K)*DF(K)*(Y(J)-YA(K))*
(Y(J)-YA(Z))/H(K))/H(K)
1188 IF K=KZ THEN 1192
1190 S=S-(6*WR(I,K+1)*(FI(I,K)+FI(I,K+1))*(Y(J)-YA(K))-
12*WR(I,K+1)*DF(K+1)*(Y(J)-YA(K))*(Y(J)-YA(Z))/H(K+1))/H(K+1)
1192 IF K>1 THEN S=S+(6*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(Y(J)-YA(K)))/H(K)
1194 NEXT I:NEXT J
1196 FOR J=JX+1 TO JZ:FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
1198 S=S+(6*WR(I,K)*FI(I,K)*(XA(K)-X(J))-12*WR(I,K)*DF(K)*(XA(K)-X(J))*
(XA(Z)-X(J))/H(K))/H(K)
1200 IF K=KZ THEN 1204
1202 S=S-(6*WR(I,K+1)*(FI(I,K)+FI(I,K+1))*(XA(K)-X(J))-12*WR(I,K+1)*
DF(K+1)*(XA(K)-X(J))*(XA(Z)-X(J))/H(K+1))/H(K+1)
1204 IF K>1 THEN S=S+(6*WR(I,K)*FI(I,K-1)*(XA(K)-X(J)))/H(K)
1206 NEXT I:NEXT J
1208 M(K)=S
1210 NEXT K
1212 RETURN
2000 REM reazione della cerniera
2002 PRINT
2004 FOR K=KZ TO 1 STEP -1:S=0
2006 IF K<KK THEN Z=K+1
2008 IF K=KK THEN Z=K
2010 IF K>KK THEN Z=K-1
2012 FOR J=1 TO JX
2014 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2016 S=S+(6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRX(K)-2*DF(K)*(Y(J)-YA(Z))/H(K)))/H(K)
2018 IF K=KZ THEN 2022

```

```

2020 S=S-(6*WR(I,K+1)*(FI(I,K)+FI(I,K+1)-2*FRX(K)-2*DF(K+1)*
(Y(J)-YA(Z))/H(K+1)))/H(K+1)
2022 IF K>1 THEN 2024 ELSE 2026
2024 S=S+(6*WR(I,K)*FI(I,K-1))/H(K)
2026 NEXT I
2028 NEXT J
2030 RX(K)=S
2032 PRINT"Rx= ";RX(K)
2034 NEXT K
2036 FOR K=KZ TO 1 STEP -1:S=0
2038 IF K<KK THEN Z=K+1
2040 IF K=KK THEN Z=K
2042 IF K>KK THEN Z=K-1
2044 FOR J=JX+1 TO JZ
2046 FOR I=IR(J)+1 TO IR(J+1)
2048 S=S+(6*WR(I,K)*(FI(I,K)-2*FRY(K)-2*DF(K)*(XA(Z)-X(J))/H(K)))/H(K)
2050 IF K=KZ THEN 2054
2052 S=S-(6*WR(I,K+1)*(FI(I,K)+FI(I,K+1)-2*FRY(K)-2*DF(K+1)*
(XA(Z)-X(J))/H(K+1)))/H(K+1)
2054 IF K>1 THEN 2056 ELSE 2058
2056 S=S+6*WR(I,K)*FI(I,K-1)/H(K)
2058 NEXT I
2060 NEXT J
2062 RY(K)=S
2064 PRINT TAB(20) "Ry=";RY(K)
2066 NEXT K
2068 PRINT
2070 RETURN
3000 REM calcolo del raggio d'inertia intorno al centro di rotaz.
3016 FOR K=1 TO KZ
3018 IXA(K)=IXB(K)+S(K)*(GMX(K)-YA(K))^2:IYA(K)=IYG(K)+S(K)*(GMX(K)-XA(K))^2
3020 RA(K)=(IXA(K)+IYA(K))/S(K):RA(K)=RA(K)^.5
3022 NEXT K
3024 RETURN
10000 DATA 2e5,3,3,4
10002 DATA 4,8,11,14,17,20,22
10006 DATA 0,500,1000
10008 DATA 0,400,800,1300
10010 DATA 400,400,500,400,400,500,400,400,500,500,500,500,500,500,500
10012 DATA 350,350,350
10014 DATA 2,30,60,80,24
10016 DATA 2,30,60,60,30
10018 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,1,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
1,2,1,1,2,1,2
10020 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
1,2,1,1,2,1,2
10022 DATA 2,1,1,1,1,1,1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,2,1,2,1,1,1,1,1,1,2,1,2,1,1,2,
1,2,1,1,2,1,2
10024 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10026 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10028 DATA 554.762,440.476,105E4,837.7976E8,1283.5119E8
10030 DATA 105000,105000,80000

```

