

Capitolo 2

ELEMENTI BASE DI INGEGNERIA SISMICA

1. Premessa

La crescita di importanza della dinamica delle strutture risulta evidente a chiunque abbia seguito l'evoluzione delle problematiche connesse alla progettazione antisismica, sia sotto il profilo dell'istruzione universitaria che sotto quello dell'attività professionale. Alcuni concetti di base, come l'equivalenza tra l'effetto del terremoto e quello di azioni statiche proporzionali alla massa, sono presenti già all'inizio del ventesimo secolo nelle prime norme sismiche e costituiscono un bagaglio culturale insito in chiunque operi in zona sismica. Ma la seconda metà del secolo ha visto un forte sviluppo della dinamica delle strutture, stimolato anche dalla disponibilità di strumenti di calcolo prima inimmaginabili, che ha consentito una conoscenza ben più approfondita del comportamento delle costruzioni durante un terremoto. Ciò ha portato ad un progressivo adattamento della normativa tecnica in tutto il mondo: nel 2002 si è giunti ad una versione finale della norma sismica europea, Eurocodice 8; l'anno successivo è stata emanata la nuova norma sismica italiana, che recepisce molti dei contenuti della normativa europea.

Le nuove prescrizioni fanno riferimento in maniera sempre più esplicita alla dinamica delle strutture. La trattazione sistematica di tale materia esula dagli scopi di questo libro, ma non è possibile entrare nel merito della progettazione strutturale senza richiamarne i concetti principali. In questo capitolo si presenta quindi una sintesi degli argomenti fondamentali, rinviando il lettore più esigente ai testi richiamati in bibliografia. L'obiettivo che ci si propone è quello di fornire le basi essenziali per comprendere le motivazioni dei più moderni risultati dell'ingegneria sismica e per applicare con piena consapevolezza le prescrizioni normative che a tali risultati si ispirano. Per questo motivo si è scelto di privilegiare l'approccio fisico-intuitivo a quello analitico. Si rammenta

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

infine che tali richiami sono orientati alla tipologia strutturale alla quale questo libro è dedicato. Essa rappresenta certamente il tema ricorrente e per così dire quotidiano di chi si occupa di strutture, ma comunque non esaurisce il vasto campo delle tipologie ordinarie e specialistiche.

2. **Natura dei terremoti** PARAGRAFO DA RIVEDERE

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:
A. Gherzi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.
Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agherzi@dica.unict.it

3. Il sistema ad un grado di libertà

Il punto di partenza tradizionale di ogni trattazione della dinamica delle strutture è il cosiddetto *oscillatore semplice*, cioè un sistema ad un grado di libertà; nella letteratura anglosassone esso viene in genere indicato con la sigla SDOF, acronimo di “single degree of freedom”. L'oscillatore semplice è un modello ideale costituito da una massa concentrata m che può spostarsi in una direzione, vincolata da una molla di rigidezza k (Fig. 1). Numerose strutture reali possono essere schematizzate in tal modo, ad esempio un serbatoio pensile (Fig. 2), oppure un telaio ad un solo piano (Fig. 3). In questi casi la molla del modello rappresenta la rigidezza del fusto del serbatoio o della struttura del telaio, che reagiscono ad uno spostamento orizzontale con una forza ad esso proporzionale; la rigidezza k è la forza che produce uno spostamento unitario, ovvero il rapporto tra forza applicata e spostamento conseguente. Ovviamente il passaggio dall'oggetto reale al modello richiede una serie di semplificazioni, come il considerare privi di massa il fusto del serbatoio e i pilastri del telaio, oppure il supporre che il traverso del telaio sia indeformabile estensionalmente in modo da avere uno stesso spostamento orizzontale per tutti i punti che ad esso appartengono. Si noti inoltre che tanto il serbatoio che il telaio hanno, dal punto di vista statico, più di un grado di libertà perché è consentito sia lo spostamento orizzontale che la rotazione dei nodi. Dal punto di vista dinamico, invece, lo schema può essere considerato ad un grado di libertà; infatti, avendo considerato la massa come concentrata in un punto, essa è indifferente alle rotazioni e subisce solo l'effetto dello spostamento orizzontale (quello verticale è considerato nullo, per la elevata rigidezza estensionale dei pilastri).

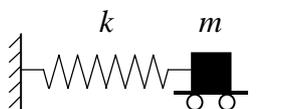


Fig. 1. Oscillatore semplice

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

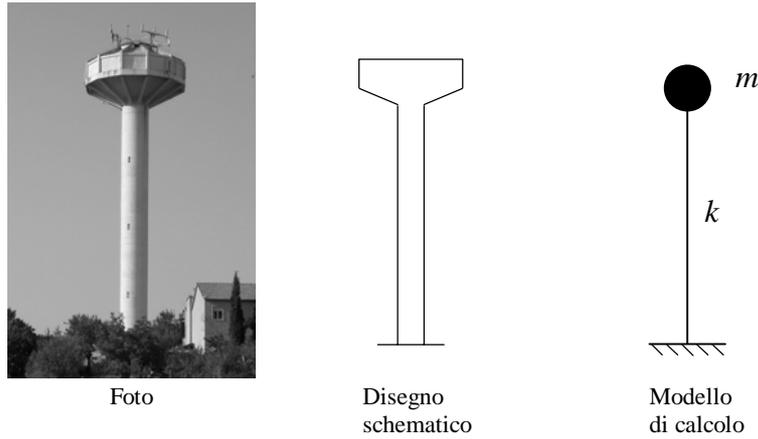


Fig. 2. Serbatoio pensile

*Inserire foto
di un telaio
ad un piano*

Foto

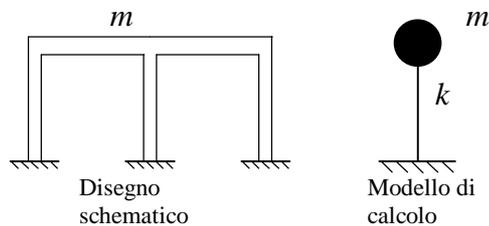


Fig. 3. Telaio monopiano

L'analisi del comportamento dinamico di un oscillatore semplice parte dall'ipotesi che la molla abbia un comportamento linearmente elastico (Fig. 4a). Nelle costruzioni reali ciò è plausibile quando le oscillazioni sono di ampiezza modesta e quindi per terremoti con bassa accelerazione di picco. Realizzare strutture che si mantengano in campo elastico anche per i terremoti più forti sarebbe possibile, ma non è conveniente dal punto di vista economico. Occorre quindi analizzare, subito dopo, il comportamento dello schema una volta superato il limite elastico. Il reale comportamento è alquanto complesso, con progressivo degrado della rigidezza e con riduzione della resistenza in successive fasi di carico e scarico (Fig. 4b). L'analisi è però svolta, per semplicità, con l'ipotesi che la relazione tra forza e spostamenti sia elastica fino ad un assegnato valore e poi perfettamente plastica, senza degrado di resistenza (Fig. 4c).

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gherzi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agherzi@dica.unict.it

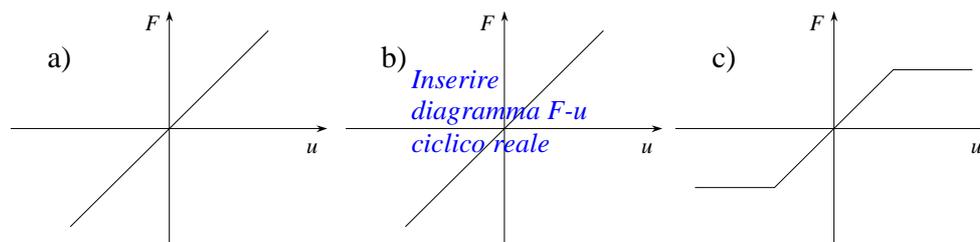


Fig. 4. Relazioni tra forza e spostamento

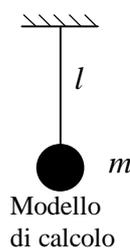
4. Comportamento elastico del sistema ad un grado di libertà

4.1. Oscillazioni libere in assenza di smorzamento

Immaginiamo di imporre uno spostamento orizzontale alla massa dell'oscillatore semplice e poi di lasciarla libera. La massa oscillerà con un periodo T ben definito, con un comportamento analogo a quello di altri oggetti più vicini all'esperienza quotidiana, come i pendoli¹ (ad esempio un'altalena, Fig. 5). Già all'inizio del XVII secolo Galileo dimostrò che il periodo di oscillazione libera di un pendolo dipende solo dalle caratteristiche del sistema e non dall'entità dello spostamento iniziale imposto. Per il noto principio di conservazione dell'energia, in assenza di fenomeni dissipativi l'oscillazione del sistema proseguirà per un tempo indeterminato conservando la medesima ampiezza iniziale.

*Inserire foto
di una
altalena*

Foto



Modello
di calcolo

Fig. 5. Altalena

La trattazione matematica del moto libero di un oscillatore semplice richiede la scrittura di una relazione che esprima, nel generico istante t , l'equili-

¹ Le oscillazioni libere e forzate di un pendolo sono descritte da equazioni analoghe a quelle dell'oscillatore semplice, anche se in questo caso la forza di richiamo è data dalla componente della forza di gravità perpendicolare all'asta e non dalla rigidità della molla ed il parametro fondamentale non è più la massa ma la lunghezza dell'asta.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

brio tra la forza di richiamo e l'azione inerziale (equilibrio dinamico). Se si indica con $u(t)$ lo spostamento orizzontale della massa, la forza di richiamo elastico vale $-k u$ (il segno meno indica che la forza agisce con verso opposto allo spostamento, per riportare la massa nella posizione iniziale). La forza d'inerzia è invece data dal prodotto tra massa m ed accelerazione \ddot{u} (derivata seconda dello spostamento). L'equazione differenziale di equilibrio dinamico è quindi

$$m \ddot{u} + k u = 0 \quad (1)$$

La soluzione di questa equazione, con la condizione di avere uno spostamento iniziale u_0 , è (Fig. 6)

$$u = u_0 \cos(\omega t) \quad (2)$$

cioè una funzione armonica con frequenza angolare

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3)$$

e periodo

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4)$$

Il periodo di oscillazione libera T (detto anche *periodo proprio* del sistema), ovvero la frequenza f che è il suo inverso, contenendo le informazioni relative sia alla massa che alla rigidezza, esprime una sorta di "rigidezza dinamica" del sistema. Un sistema è dinamicamente rigido se il rapporto tra rigidezza e massa è alto; esso sarà caratterizzato da un basso valore del periodo. Viceversa, un sistema con basso rapporto tra rigidezza e massa è dinamicamente poco rigido ed avrà un periodo di oscillazione più elevato. Sistemi diversi ma aventi lo stesso rapporto tra rigidezza e massa avranno un comportamento dinamico identico, oscillando con lo stesso periodo T .

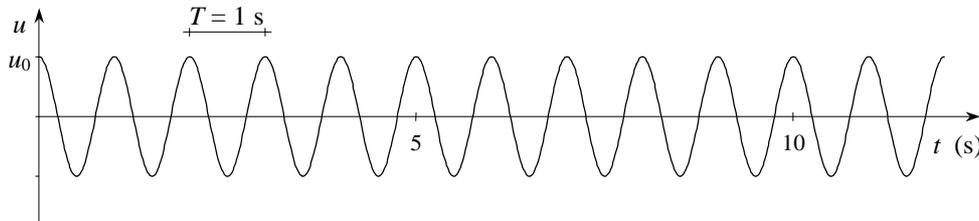


Fig. 6. Moto libero dell'oscillatore semplice non smorzato

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gherzi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agherzi@dica.unict.it

4.2. Oscillazioni libere in presenza di smorzamento

Nella realtà si nota che il moto di un pendolo (o di un oscillatore semplice) non continua all'infinito: la sua ampiezza si riduce man mano, finché esso si ferma del tutto. Ciò è dovuto alla dissipazione di energia provocata dalla resistenza dell'aria, dall'attrito dell'asta nel suo perno, ecc.

Il fenomeno dissipativo, in se abbastanza complesso, viene schematizzato considerando presenti azioni viscosi, proporzionali alla variazione di posizione nel tempo, ovvero alla velocità \dot{u} (derivata prima dello spostamento), e quindi pari a $-c \dot{u}$. Il coefficiente di proporzionalità c è detto coefficiente di smorzamento viscoso². L'equazione di equilibrio dinamico diventa in tal caso

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = 0 \quad (5)$$

e può essere scritta anche come

$$\ddot{u} + 2 \xi \omega \dot{u} + \omega^2 u = 0 \quad (6)$$

avendo posto

$$\xi = \frac{c}{2 \sqrt{k m}} \quad (7)$$

La soluzione dell'equazione dipende dal valore di ξ . Se tale parametro è minore di 1, si avrà un moto periodico con ampiezza via via decrescente. Con la condizione di avere uno spostamento iniziale u_0 , la soluzione è (Fig. 7a)

$$u(t) = \left[u_0 \cos(\omega_d t) + \frac{\xi \omega u_0}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \right] e^{-\xi \omega t} \quad (8)$$

che ha una frequenza angolare minore di quella del moto non smorzato

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (9)$$

e quindi un periodo maggiore

$$T_d = \frac{T}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (10)$$

Se, invece, il parametro ξ ha un valore maggiore o uguale ad 1 il sistema raggiungerà la posizione di quiete senza oscillare (Fig. 7b). Il valore del coefficiente di smorzamento viscoso che corrisponde a $\xi=1$ è detto smorzamento critico. Il parametro ξ rappresenta quindi lo smorzamento come percentuale del valore critico.

² Data la complessità del fenomeno, l'unico modo realistico per valutare il coefficiente di smorzamento di una struttura consiste nell'effettuare una prova di oscillazione libera e misurare la riduzione dell'ampiezza del moto in cicli successivi.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

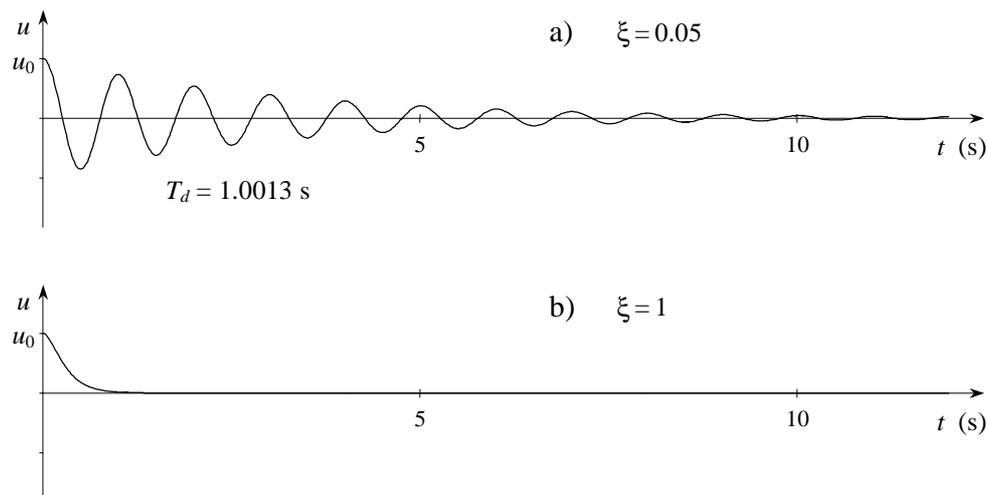


Fig. 7. Moto libero dell'oscillatore semplice smorzato

Nelle strutture in cemento armato lo smorzamento è dovuto principalmente ad elementi non strutturali, come i tramezzi e le pareti di tamponatura; in misura minore vi contribuisce anche la non linearità insita nel comportamento del calcestruzzo al crescere delle deformazioni. Il valore normalmente usato per lo smorzamento percentuale nelle strutture in c.a. è pari al 5%. Valori minori potrebbero essere usati nel caso di tramezzature ridotte. Valori maggiori sono utilizzati nel caso di strutture isolate alla base (nelle quali vengono disposti isolatori in gomma con elevato smorzamento) oppure quando si vuole tener conto in maniera approssimata del comportamento della struttura soggetta a forti escursioni plastiche. In ogni caso, comunque, il periodo è molto vicino a quello corrispondente ad oscillazioni libere in assenza di smorzamento e la riduzione dell'ampiezza del moto in cicli successivi non è molto forte.

4.3. Oscillazioni forzate

Il fenomeno delle oscillazioni libere può riferirsi al moto della struttura al termine di una scossa sismica, ma il fenomeno dinamico più complesso avviene nella fase iniziale, quando il sistema è eccitato dal moto del suolo. È però utile analizzare preliminarmente la risposta di un sistema (oscillatore semplice o pendolo) ad un'azione periodica. Si pensi ad esempio alla spinta che viene data ad un'altalena: se essa è applicata con un periodo uguale a quello di oscillazione del sistema, l'ampiezza del moto cresce man mano. O, analogamente, se si applica un'azione ritmica ad un palo che regge un cartello stradale (altro esempio di oscillatore semplice) si possono ottenere spostamenti molto elevati anche con

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

piccolo sforzo. Questi sono esempi di ciò che viene denominata *risonanza* di un sistema soggetto ad azione periodica (Fig. 8).

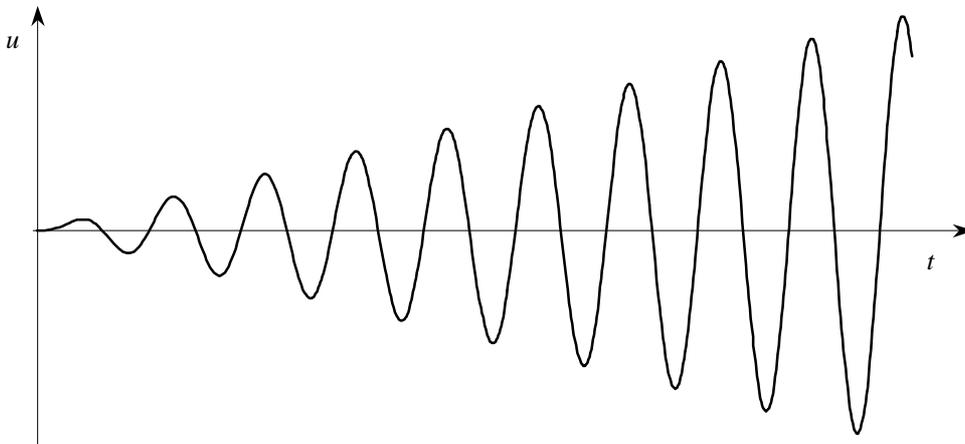


Fig. 8. Moto in condizioni di risonanza (senza smorzamento)

Volendo affrontare il problema dal punto di vista analitico, occorre aggiungere nell'equazione di equilibrio un'ulteriore azione $p(t)$, che rappresenta la causa forzante. L'equazione del moto diventa

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = p(t) \quad (11)$$

Se la forzante è una funzione armonica con frequenza angolare ω_p e periodo $T_p = 2\pi / \omega_p$, ad esempio (Fig. 9a)

$$p(t) = p_0 \sin(\omega_p t) \quad (12)$$

e lo smorzamento è nullo ($c = 0$) la soluzione è (Fig. 9b)

$$u(t) = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega_p / \omega)^2} \left[\sin(\omega_p t) - \frac{\omega_p}{\omega} \sin(\omega t) \right] \quad (13)$$

cioè è somma di due componenti armoniche, aventi periodo coincidente rispettivamente con quello della forzante e con quello di oscillazione libera del sistema. La prima componente è detta stazionaria, mentre la seconda è detta transitoria. Questi nomi nascono dal fatto che in presenza di smorzamento la componente transitoria è moltiplicata per un termine che la riduce esponenzialmente, fino a farla scomparire del tutto (Fig. 9c).

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

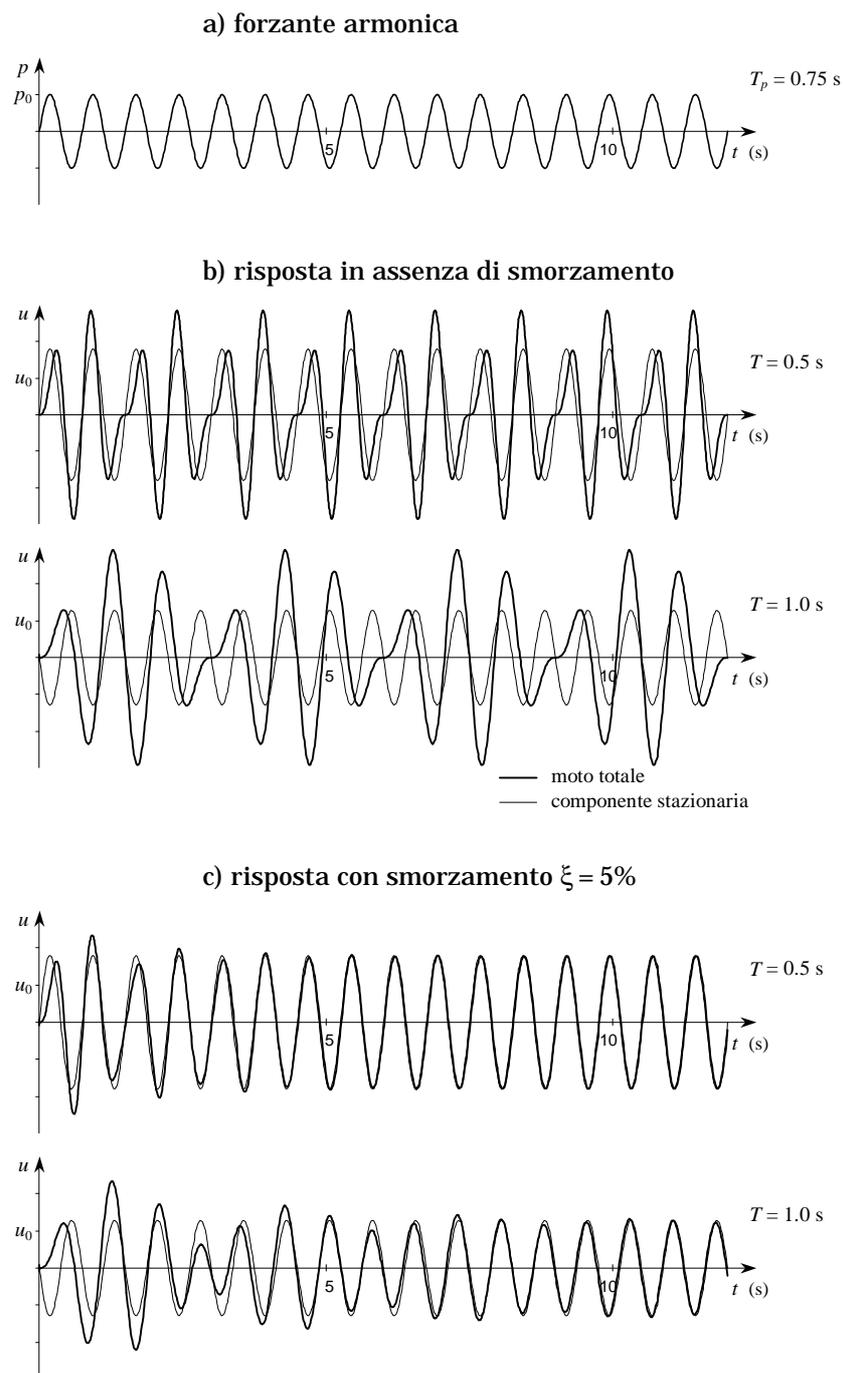


Fig. 9. Moto dell'oscillatore semplice, con forzante armonica

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

L'ampiezza della componente stazionaria è data dal prodotto di due fattori. Il primo, p_0/k , rappresenta lo spostamento u_{st} che si avrebbe in condizioni statiche, se fosse applicata al sistema una forza p_0 . Il secondo indica l'amplificazione, o riduzione, dello spostamento massimo per gli effetti dinamici. Se si riporta in un diagramma lo spostamento massimo provocato da una forzante di periodo assegnato, in funzione del periodo dell'oscillatore semplice, si può vedere (Fig. 10a) che in assenza di smorzamento l'amplificazione diventa infinita quando il periodo della forzante coincide con quello proprio del sistema (risonanza). Con i valori di smorzamento usuali per gli edifici l'amplificazione è forte, ma non infinita, ed è massima per valori leggermente diversi del periodo. Per smorzamenti elevati, o quando la forzante ha un periodo molto minore di quello proprio del sistema, si ha invece una riduzione dell'ampiezza del moto. Considerazioni analoghe possono essere fatte per l'accelerazione (Fig. 10b).

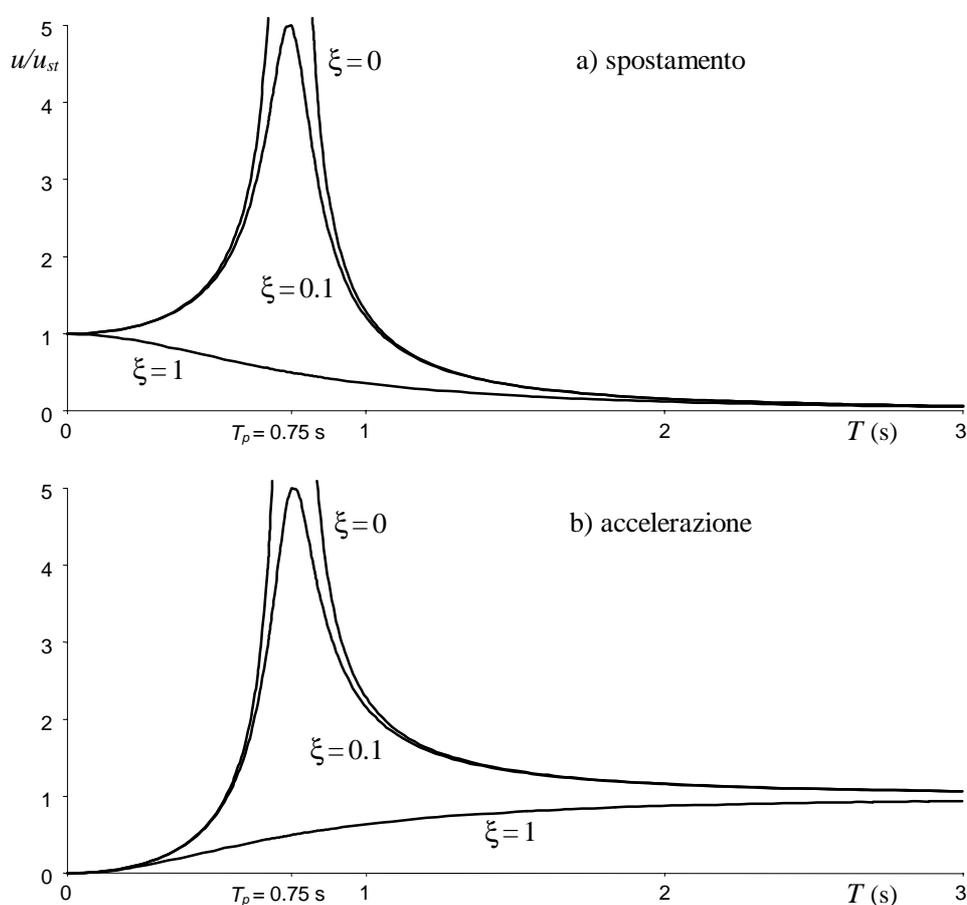


Fig. 10. Amplificazione o riduzione del moto, in funzione del periodo dell'oscillatore

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

4.4. Risposta sismica e spettro di risposta elastico

Nel valutare la risposta di un oscillatore semplice ad un input sismico, occorre distinguere tra spostamento $u(t)$ della massa rispetto alla base e spostamento $u_g(t)$ della base dell'oscillatore, ovvero del suolo. La forza di richiamo elastico e quella di smorzamento dipendono ancora rispettivamente da u ed \dot{u} . La forza d'inerzia è invece legata all'accelerazione assoluta $\ddot{u} + \ddot{u}_g$. L'equazione di equilibrio dinamico assume quindi l'espressione

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g \quad (14)$$

L'equazione è analoga a quella scritta pensando ad una forzante applicata alla massa. Se la forzante è armonica

$$\ddot{u}_g(t) = \ddot{u}_{g,0} \sin(\omega_p t) \quad (15)$$

la soluzione sarà quella già vista nel paragrafo precedente, con

$$p_0 = -m \ddot{u}_{g,0} \quad (16)$$

Anche l'amplificazione degli spostamenti, sarà la stessa. Per quanto riguarda l'accelerazione, è interessante esaminare l'amplificazione dell'accelerazione assoluta $\ddot{u} + \ddot{u}_g$, che ha l'andamento mostrato in Fig. 11. Oltre al forte incremento che si ha per la risonanza, quando il periodo proprio dell'oscillatore è prossimo a quello della forzante, si nota che quando T tende a zero l'accelerazione assoluta tende ad essere uguale all'accelerazione massima alla base. Ciò corrisponde al fatto che una struttura molto rigida (e quindi con T molto piccolo) si deforma poco e quindi tende ad avere le stesse accelerazioni sia alla base che in corrispondenza della massa. Viceversa, quando T diventa molto grande (struttura molto deformabile) il movimento della base non viene trasmesso alla massa, che rimane quasi ferma, con accelerazioni piccolissime.

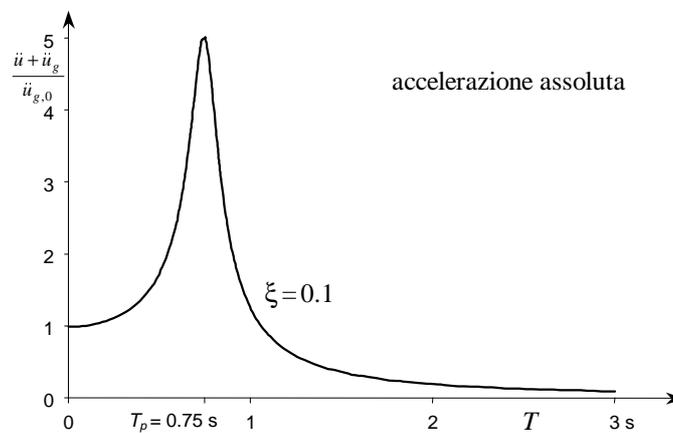


Fig. 11. Amplificazione o riduzione del moto, in funzione del periodo dell'oscillatore

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

La soluzione analitica dell'equazione del moto esiste solo nel caso di forzanti con equazioni ben precise. L'accelerogramma \ddot{u}_g è però fornito in genere come coppie di valori tempo-accelerazione e la risoluzione deve avvenire per via numerica. La discussione dei metodi risolutivi dell'equazione dinamica trascende gli scopi di questa breve introduzione e può essere trovata nei testi richiamati in bibliografia. Daremo quindi per scontata³ la capacità di determinare il moto $u(t)$ del sistema una volta assegnata, tramite un accelerogramma, la funzione $\ddot{u}_g(t)$. Come mostrato dalla Fig. 12 e dalla Fig. 13, la risposta è notevolmente diversa, istante per istante, secondo il periodo proprio T dell'oscillatore e lo smorzamento percentuale ξ .

Ai fini pratici, non interessa però tutta la storia della risposta nel tempo. Un progettista vuole conoscere le massime sollecitazioni che subirà la struttura in conseguenza ad un assegnato terremoto e queste si hanno quando la struttura raggiunge la massima deformazione. Per uno schema ad un grado di libertà i massimi valori delle caratteristiche di sollecitazione provocate da un sisma possono essere facilmente determinate applicando allo schema una forza statica proporzionale allo spostamento massimo u_{\max}

$$F = k u_{\max} \quad (17)$$

Poiché quando lo spostamento raggiunge il massimo la sua derivata prima \dot{u} si annulla, dall'equazione (14) si ha, per $u = u_{\max}$

$$m (\ddot{u} + \ddot{u}_g) = -k u \quad (18)$$

La forza da applicare può, quindi, essere valutata moltiplicando la massa per l'accelerazione assoluta che si ha nell'istante in cui lo spostamento è massimo

$$F = m (\ddot{u} + \ddot{u}_g) \quad (19)$$

con

$$\ddot{u} + \ddot{u}_g = \frac{k}{m} u_{\max} = \omega^2 u_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 u_{\max} \quad (20)$$

La quantità $\omega^2 u$ è detta pseudo-accelerazione. Se lo smorzamento è nullo essa coincide istante per istante con l'accelerazione assoluta. In caso contrario, l'uguaglianza si ha solo nell'istante in cui lo spostamento è massimo; il massimo valore dell'accelerazione assoluta può quindi essere leggermente superiore al massimo valore della pseudo-accelerazione, ma le differenze sono talmente piccole da consentire, ai fini pratici, di parlare indifferentemente di accelerazione o pseudo-accelerazione.

³ Un programma che consente ciò è riportato nel cd allegato al testo.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

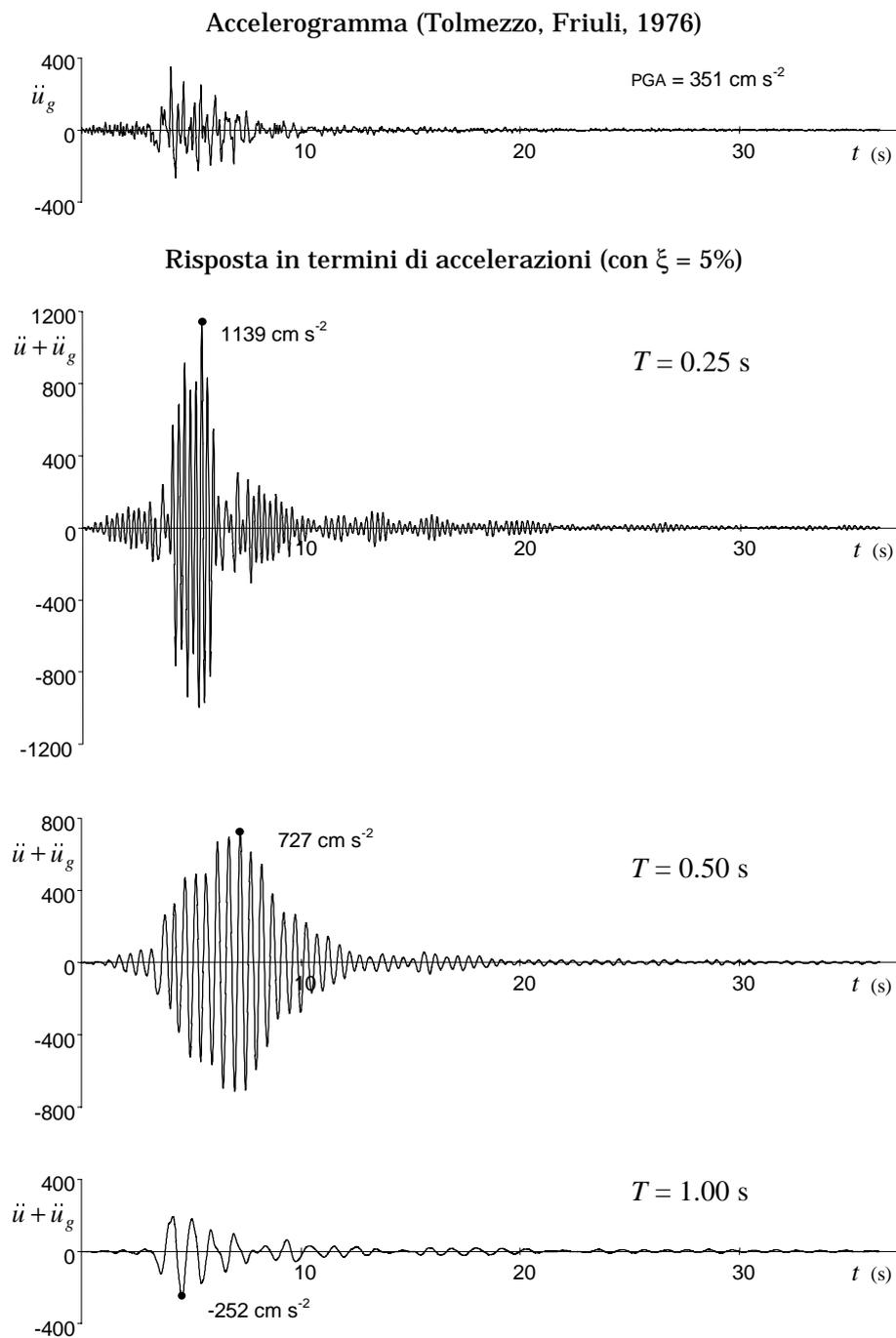


Fig. 12. Accelerogramma e risposta in termini di accelerazioni (con $\xi = 5\%$)

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

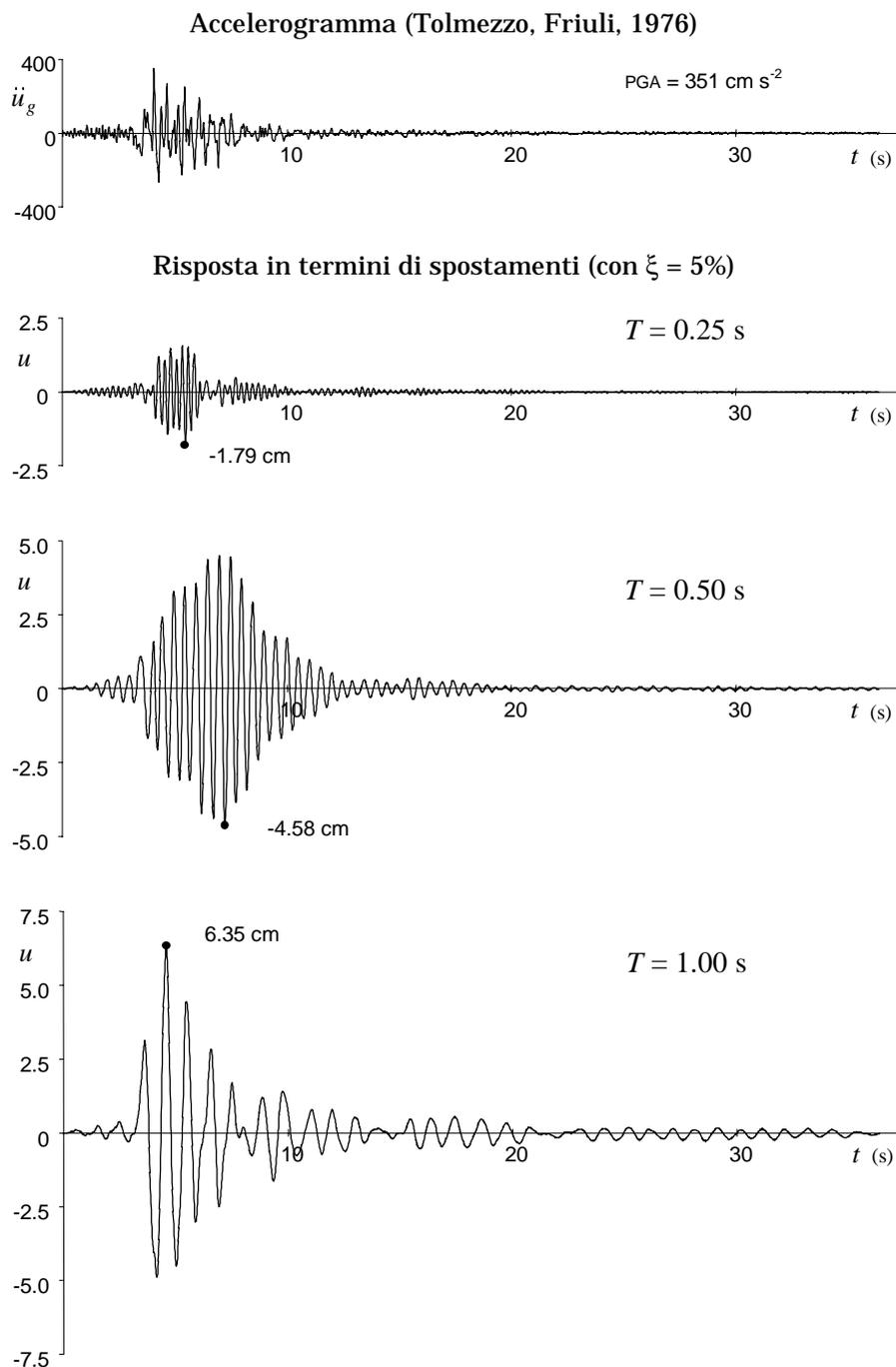


Fig. 13. Accelerogramma e risposta in termini di spostamento (con $\xi = 5\%$)

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gherzi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agherzi@dica.unict.it

In definitiva, al progettista basta conoscere il valore massimo della pseudo-accelerazione (o dell'accelerazione assoluta). Si è già fatto notare che il moto libero di un oscillatore semplice dipende esclusivamente dal periodo proprio T e dallo smorzamento percentuale ξ . Ciò vale anche per il moto forzato e per la risposta ad un input sismico. Strutture diverse, ma aventi uguali valori di T e ξ , avranno gli stessi valori dello spostamento e dell'accelerazione massima. È quindi possibile sintetizzare la risposta ad un assegnato terremoto mediante un grafico, denominato *spettro di risposta elastico*, costruito (Fig. 14) riportando come ascissa il periodo proprio dell'oscillatore e come ordinata la pseudo-accelerazione massima $S_e(T)$. In esso potranno essere riportate più curve, ciascuna corrispondente ad un diverso valore dello smorzamento (Fig. 15). Questa idea, proposta inizialmente da Biot negli anni '30 e diffusa da Housner negli anni '40, è diventata un caposaldo dell'ingegneria sismica. Tutte le norme, infatti, prescrivono di valutare la massima azione inerziale moltiplicando la massa m per il valore letto nello spettro di risposta in corrispondenza del periodo proprio della struttura.

Lo spettro di risposta elastica in termini di accelerazione parte sempre, per $T=0$, da un valore pari alla massima accelerazione del suolo a_g (indicata anche con la sigla PGA, acronimo di "peak ground acceleration"). Infatti al valore nullo di T corrisponde un sistema infinitamente rigido dinamicamente, per il quale il moto relativo $u(t)$ della massa m rispetto al suolo è rigorosamente nullo; di conseguenza la massima accelerazione assoluta del sistema coincide con quella del suolo.

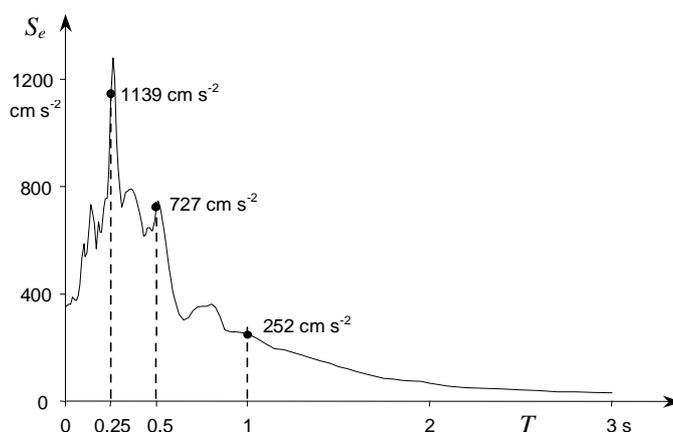


Fig. 14. Costruzione dello spettro di risposta elastica in termini di accelerazione: accelerogramma di Tolmezzo, Friuli, 1976

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

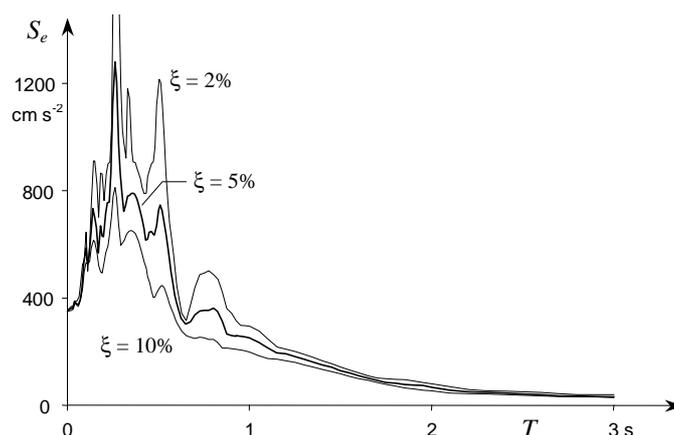


Fig. 15. Spettri di risposta elastica in termini di accelerazione:
accelerogramma di Tolmezzo, Friuli, 1976

L'andamento tipico dello spettro presenta un iniziale tratto "a campana", che corrisponde ad una forte amplificazione dell'accelerazione spettrale rispetto a quella del suolo. Si tratta del fenomeno meccanico della risonanza, descritto in precedenza, che avviene quando il periodo della forzante è simile a quello proprio del sistema strutturale. In effetti il moto del suolo, pur non essendo periodico, può essere scomposto in infinite componenti armoniche, ciascuna di diversa ampiezza; in genere (specialmente per i terreni compatti) sono particolarmente importanti le componenti di basso periodo e queste danno luogo all'amplificazione citata. Per sistemi (ideali) privi di smorzamento l'amplificazione può assumere valori estremamente grandi, ma per i valori di smorzamento comuni nelle strutture reali tale amplificazione è di circa 2 – 3 volte.

Al termine del tratto a campana l'andamento dello spettro si presenta ulteriormente decrescente, fino a tendere a valori quasi nulli dell'accelerazione spettrale per sistemi con periodo T molto elevato. In termini fisici questo significa che sistemi dinamicamente molto deformabili non risentono in maniera apprezzabile degli effetti del moto del suolo. Ad esempio, se appendiamo ad un filo sottile una massa considerevole otteniamo un oscillatore semplice (capovolto) di tale caratteristica (ricordiamo che il valore di T è legato al rapporto tra la massa m e la rigidità k). Imprimendo all'estremo libero del cavo un moto oscillatorio orizzontale non riusciremo ad eccitare in maniera significativa la massa sospesa all'altro capo, che resterebbe praticamente ferma; in questo caso il moto relativo $u(t)$ della massa rispetto al suolo è eguale e contrario a quello assoluto del suolo $u_g(t)$.

In maniera analoga possono essere costruiti gli spettri di risposta elastica in termini di spostamento, in cui è diagrammato lo spostamento relativo mas-

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

simo $S_{De}(T)$ in funzione del periodo (Fig. 16). Essi partono, per $T=0$, dal valore zero perché sistemi infinitamente rigidi hanno spostamenti relativi nulli. In essi si può inoltre notare che per alti periodi lo spostamento massimo tende a mantenersi costante; anche questo ribadisce il comportamento precedentemente citato, di massa che rimane praticamente ferma ed ha quindi uno spostamento relativo rispetto al suolo ben definito, che non è altro che lo spostamento assoluto del terreno stesso.

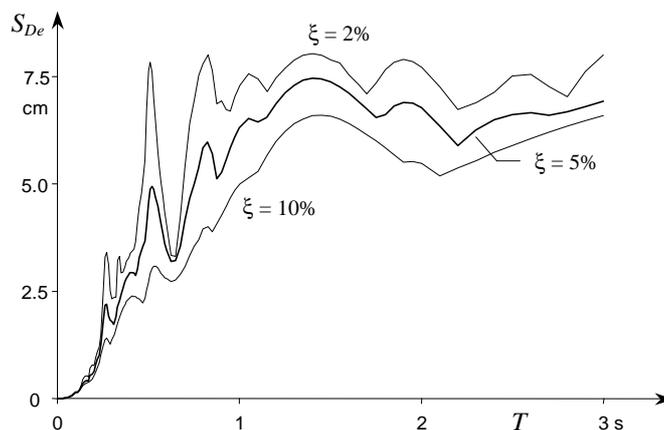


Fig. 16. Spettri di risposta elastica in termini di spostamento: accelerogramma di Tolmezzo, Friuli, 1976

Per concludere, è importante osservare che le caratteristiche dinamiche delle strutture intelaiate in cemento armato, che sono oggetto di questo libro, portano a periodi corrispondenti al tratto di maggiore amplificazione dello spettro; tali strutture sono quindi soggette ad accelerazioni nettamente superiori a quelle del suolo. Le strutture intelaiate in acciaio presentano invece, di solito, periodi abbastanza maggiori e quindi accelerazioni minori; l'elevata deformabilità del sistema produce però altri problemi. Infine, i sistemi strutturali isolati alla base, non esaminati in questo volume, sono dimensionati proprio in modo da collocarsi nella zona dello spettro caratterizzata da accelerazioni veramente basse.

4.5. Spettri di risposta elastici della normativa italiana

Lo spettro elastico relativo ad un accelerogramma storico si presenta come un grafico fortemente accidentato, poiché la risposta di oscillatori semplici aventi periodi abbastanza prossimi può essere notevolmente diversa. Nella pratica professionale, lo spettro relativo ad un singolo sisma interessa poco, perché può

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gherzi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agherzi@dica.unict.it

servire solo per giudicare a posteriori il comportamento di un sistema soggetto a quel terremoto. Ai fini progettuali occorrerebbe prevedere gli spettri relativi ai sismi che potranno cimentare, in futuro, la struttura. Ciò viene fatto analizzando statisticamente per ciascun sito le registrazioni storiche e facendo un in-viluppo dei loro spettri. Il risultato è uno spettro convenzionale, di forma regolare. Si è notato che, in generale, è possibile individuare quattro intervalli di periodi. Nel primo, da 0 a T_B , l'accelerazione massima cresce col periodo (anche se sarebbe più corretto dire che nella sua parte iniziale, da 0 a T_A , essa è costante ed uguale a PGA). Nel secondo, da T_B a T_C , l'accelerazione massima può ritenersi mediamente costante. Nel terzo, da T_C a T_D , è la velocità massima a rimanere costante, mentre l'accelerazione varia in maniera inversamente proporzionale al periodo. Nel quarto infine, per T maggiore di T_D , lo spostamento massimo rimane costante e la pseudo-accelerazione varia in maniera inversamente proporzionale al quadrato del periodo, conformemente all'equazione (20). Conformemente a queste indicazioni, la normativa italiana riporta le seguenti espressioni analitiche per lo spettro di risposta elastico $S_e(T)$

$$\text{per } 0 \leq T < T_B \quad S_e(T) = a_g S \left(1 + \frac{T}{T_B} (2.5 \eta - 1) \right) \quad (21 \text{ a})$$

$$\text{per } T_B \leq T < T_C \quad S_e(T) = a_g S 2.5 \eta \quad (21 \text{ b})$$

$$\text{per } T_C \leq T < T_D \quad S_e(T) = a_g S 2.5 \eta \left(\frac{T_C}{T} \right) \quad (21 \text{ c})$$

$$\text{per } T_D \leq T \quad S_e(T) = a_g S 2.5 \eta \left(\frac{T_C T_D}{T^2} \right) \quad (21 \text{ d})$$

È importante osservare che la normativa riconosce grande importanza alla capacità degli strati superficiali di terreno di influenzare il moto sismico trasmesso dallo strato roccioso di base (bed rock). Essa fornisce quindi cinque distinti spettri di risposta (Fig. 17), indicati con le lettere da A ad E, ciascuno tipico di un determinato profilo stratigrafico del terreno. Essi si differenziano per i valori di T_B , T_C , T_D , nonché per il coefficiente S che incide sull'amplificazione del moto (Tab. 1). Il parametro meccanico che principalmente diversifica le diverse tipologie di suolo è la velocità media di propagazione delle onde sismiche di taglio in un tratto di 30 m di profondità al di sotto del piano di posa delle fondazioni, V_{s30} , valore legato alla compattezza del suolo. I suoli migliori (categoria di suolo A) sono quelli omogenei e molto rigidi, caratterizzati da valori di V_{s30} superiori a 800 m/s. La risposta sismica è peggiore nel caso di suoli costituiti da sabbie o ghiaie molto addensate o argille molto consistenti (categoria di suolo B, con V_{s30} compresa tra 360 m/s e 800 m/s), terreni di media consistenza (categoria di suolo C, con V_{s30} compresa tra 180 m/s e 360 m/s) o terreni costi-

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

tuiti da strati superficiali alluvionali di spessore compreso tra 5 e 20 m, giacenti su un substrato più rigido (categoria di suolo E); la diversificazione tra questi tre suoli è però solo teorica, perché la norma impone per essi un unico spettro. Accelerazioni spettrali ancora maggiori, specie nel campo degli alti periodi, sono previste per terreni sabbiosi poco addensati o coesivi di bassa consistenza (categoria di suolo D, con V_{s30} minore di 180 m/s). In alternativa all'uso della velocità media di propagazione, entro 30 m di profondità, delle onde di taglio, la normativa consente di operare il riconoscimento della classe anche in funzione della resistenza penetrometrica NSPT ovvero della coesione non drenata c_u , che sono parametri meccanici sicuramente più familiari alla gran parte degli operatori tecnici.

Tab. 1. Valori dei coefficienti che definiscono lo spettro di risposta elastico

Categoria suolo	T_B	T_C	T_D	S
A	0.15 s	0.40 s	2.0 s	1.00
B, C, E	0.15 s	0.50 s	2.0 s	1.25
D	0.20 s	0.80 s	2.0 s	1.35

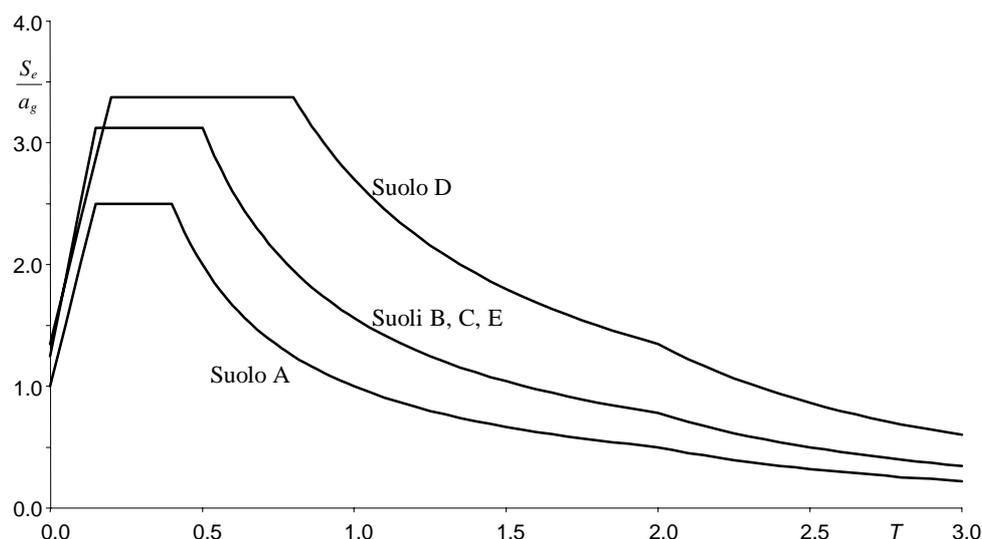


Fig. 17. Spettri di risposta elastici normalizzati, indicati dalla normativa italiana (per $\xi = 5\%$)

La normativa impone inoltre di prestare particolare attenzione ad altri tipi di suolo, come terreni che includono uno strato spesso almeno 10 m di argille di

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

bassa consistenza ed elevato contenuto di acqua (categoria di suolo S1) e terreni soggetti a liquefazione (categoria di suolo S2). In questi casi lo spettro di risposta dovrà essere definito sulla base di studi specifici.

Occorre poi notare che lo spettro fornito dalla normativa esprime sostanzialmente una forma (spettro normalizzato) e va scalato per tener conto dell'accelerazione di picco al bed rock. Il territorio italiano è quindi suddiviso, in base alla massima intensità sismica prevista, in quattro zone, a ciascuna delle quali compete il valore di a_g indicato in Tab. 2.

Infine, la dipendenza delle ordinate spettrali dal valore dello smorzamento ξ (espresso in punti percentuali) è indicata mediante il parametro η

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55 \quad (22)$$

Tab. 2. Accelerazione di picco del terreno, per le diverse zone previste dalla normativa italiana

zona	a_g
1	0.35 g
2	0.25 g
3	0.15 g
4	0.05 g

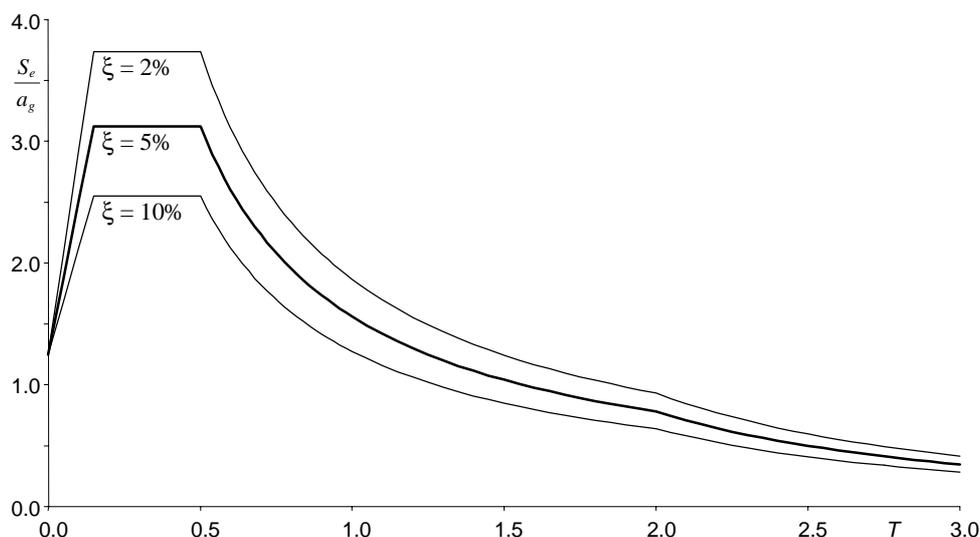


Fig. 18. Spettri di risposta elastici normalizzati, al variare dello smorzamento (per suoli B, C, E)

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gherzi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agherzi@dica.unict.it

La variazione dello spettro in funzione dello smorzamento è mostrata in Fig. 18.

Dai valori della pseudo-accelerazione si possono ottenere quelli dello spostamento massimo, e quindi lo spettro elastico in termini di spostamenti S_{De} , mediante la relazione inversa della (20)

$$S_{De} = \frac{1}{\omega^2} S_e = \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 S_e \quad (23)$$

La conoscenza degli spostamenti massimi è utile in particolare per valutarne la compatibilità con la funzionalità dell'edificio, soprattutto per individuare se la loro entità è tale da recare danni alle murature leggere di tamponamento.

5. Comportamento di un sistema elasto-plastico ad un grado di libertà

5.1. Duttilità

Come già anticipato al termine del paragrafo 3, per valutare la reale risposta sismica di un edificio nel caso di un'eccitazione sismica severa è necessario abbandonare l'ipotesi di comportamento elastico del sistema ed esplorare l'influenza delle sue risorse plastiche. Ciascuna sezione, o meglio qualsiasi tratto di dimensioni finite appartenente ad una trave o pilastro, è in grado di sopportare rilevanti deformazioni oltre il limite elastico, prima di giungere a rottura. Questa capacità, indicata con il termine *duttilità* nel moderno lessico dell'ingegneria strutturale, costituisce una proprietà meccanica non meno importante della stessa resistenza. La definizione di duttilità nasce con riferimento ad un legame comportamentale ideale, elastico – perfettamente plastico; essa è infatti espressa come rapporto μ tra la deformazione ultima u_m e quella al limite del tratto elastico u_y (Fig. 19)

$$\mu = \frac{u_m}{u_y} \quad (24)$$

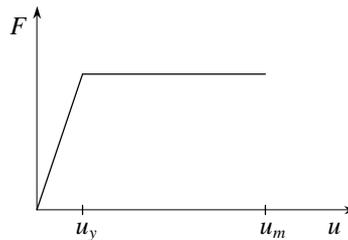


Fig. 19. Legame elastico – perfettamente plastico e duttilità

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

Si può parlare di duttilità innanzitutto a livello di materiale; ad esempio il legame costitutivo dell'acciaio da cemento armato, espresso in termini di tensione – deformazione monoassiale, viene usualmente schematizzato con una bilaterale con ramo orizzontale (Fig. 20).

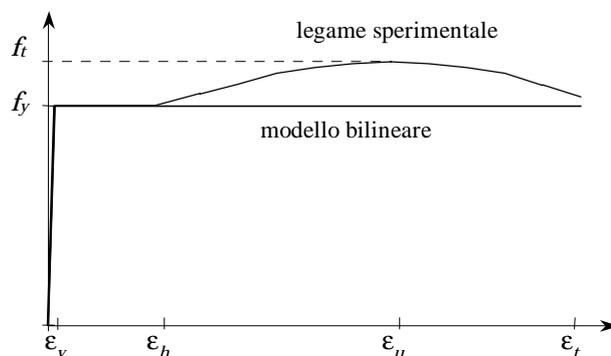


Fig. 20. Legame costitutivo dell'acciaio per c.a.

Il comportamento della sezione emerge dal legame momento – curvatura per un assegnato valore dello sforzo assiale, ottenuto dal legame costitutivo dei materiali nell'ipotesi di conservazione della sezione piana. Nel caso di sezioni in c.a. la duttilità è fortemente condizionata dall'armatura disposta (Fig. 21) e dall'entità dello sforzo normale. Ad esempio, in una sezione semplicemente inflessa si può ottenere lo stesso momento resistente con disposizioni ben differenti dell'armatura. In casi limite, come quello mostrato in figura (sezione a forte armatura), si può ottenere un buon aumento della duttilità diminuendo (leggermente) l'armatura tesa ed incrementando (in maniera consistente) quella compressa. Una corretta pratica progettuale porta, nel caso di elementi inflessi – come le travi, all'uso di sezioni a debole armatura. La duttilità è quindi in genere nettamente minore nei pilastri, per la presenza di consistenti sforzi assiali di compressione.

Analogo, ma più significativo, è il legame momento – rotazione riferito ad un tratto della trave, generalmente di lunghezza pari all'altezza della sezione; il tronco di trave interessato dal momento plastico si configura come una *cerniera plastica* che può ruotare (ma solo nel verso che ne ha prodotto la plasticizzazione) senza apprezzabili variazioni del momento e nei limiti di duttilità del materiale. Questo modello, denominato “a plasticità concentrata”, consente di svolgere anche analisi non lineari, con un onere computazionale elevato ma accessibile agli attuali calcolatori.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

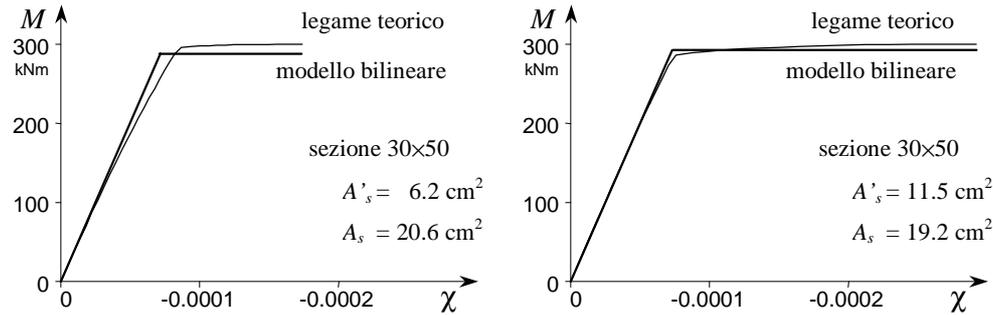


Fig. 21. Legame momento – curvatura per una sezione in c.a.

5.2. Risposta sismica di sistemi elasto-plastici

In un oscillatore semplice costituito da materiale elasto-plastico il legame tra l'azione orizzontale ed il corrispondente spostamento non è più una retta, come avveniva per l'oscillatore elastico, ma una bilatera, con ramo orizzontale limitato dalla capacità rotazionale plastica delle sezioni. Il rapporto tra spostamento di collasso e spostamento corrispondente alla plasticizzazione viene denominato *duttilità disponibile* nella struttura.

L'equazione di equilibrio dinamico è formalmente analoga a quella della struttura elastica

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k(u) u = -m \ddot{u}_g \quad (25)$$

ma differisce in maniera sostanziale perché la rigidezza laterale del sistema non è più costante ma dipende dal valore dello spostamento.

Anche in questo caso la risoluzione può avvenire solo per via numerica e fornirà i valori massimi dell'accelerazione assoluta e dello spostamento relativo del sistema. In genere l'analisi viene fatta ipotizzando un diagramma elasto-plastico senza limiti per gli spostamenti. Il rapporto μ_r tra lo spostamento relativo massimo u_{\max} , ottenuto come risposta al sisma, e lo spostamento corrispondente alla plasticizzazione viene denominato *richiesta di duttilità*.

$$\mu_r = \frac{u_{\max}}{u_y} \quad (26)$$

Si dirà pertanto che la struttura è in grado di sopportare il terremoto se la duttilità disponibile μ è almeno pari alla richiesta di duttilità μ_r .

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

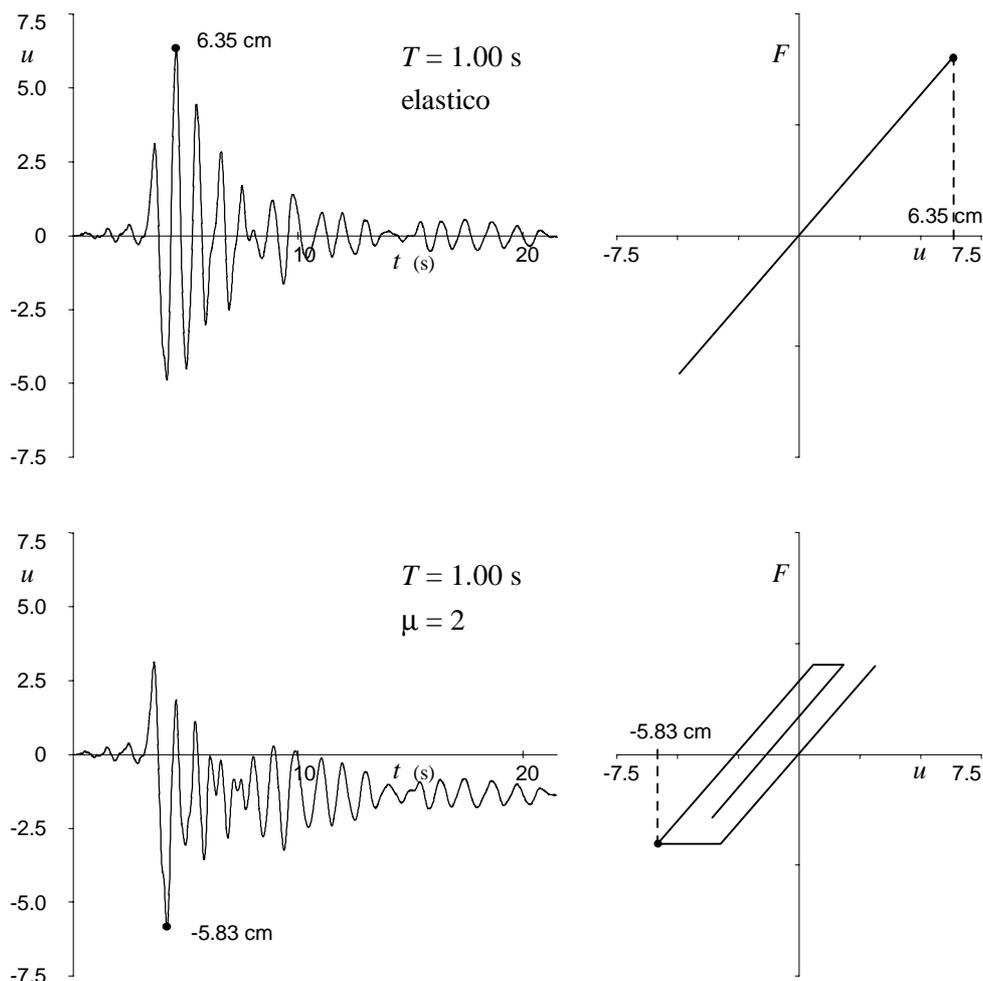


Fig. 22. Confronto tra la risposta di un oscillatore elastico ed uno elasto-plastico: accelerogramma di Tolmezzo, Friuli, 1976

Il confronto tra la risposta sismica di un oscillatore elastico e di uno elasto-plastico (Fig. 22) mostra che una struttura può essere progettata in modo da resistere ad una forza ben minore di quella che la cimenterebbe se il suo comportamento dovesse rimanere elastico, purché sia dotata di una adeguata duttilità. Resistenza e duttilità sono quindi due caratteristiche complementari, al fine di consentire che una struttura superi un terremoto. In particolare, se il sistema ha un assegnato valore di duttilità è possibile calcolare di quanto può essere ridotta la forza di progetto per far sì che la struttura sia proprio al limite, cioè che la duttilità disponibile coincida con la richiesta di duttilità. Ricordando an-

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

cora che la forza di progetto può essere espressa come prodotto di massa per accelerazione, è possibile riportare in un grafico l'accelerazione da usare nel progetto, in funzione del periodo, per un'assegnata duttilità. Lo spettro così ottenuto viene denominato *spettro di risposta a duttilità assegnata* (Fig. 23).

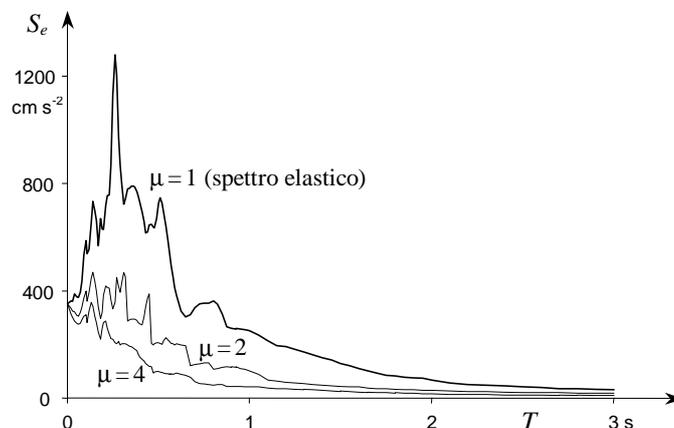


Fig. 23. Spettri di risposta a duttilità assegnata

5.3. Spettri di progetto della normativa italiana

Così come già fatto per l'oscillatore elastico, analizzando statisticamente la risposta di oscillatori elasto-plastici di assegnata duttilità ad un insieme di eventi sismici storici che hanno colpito una certa zona è possibile definire uno spettro convenzionale, di forma regolare, da utilizzare nel progetto di strutture ubicate in tale zona. Esso viene denominato *spettro di progetto* ed è ottenuto riducendo le ordinate dello spettro di risposta elastico in funzione della duttilità disponibile nella struttura.

La definizione di uno spettro di progetto può essere agevolata da alcune considerazioni, basate sui risultati di un'ampia sperimentazione numerica. Già negli anni '60 Newmark ha infatti evidenziato come gli spostamenti relativi massimi della massa strutturale siano mediamente gli stessi sia per l'oscillatore elastico che per quello elasto-plastico (Fig. 24a). Ne consegue che in fase di verifica è possibile condurre il calcolo lineare con il modello elastico e, noto il valore di soglia plastica del sistema, ricavare dal citato principio di eguaglianza l'estensione del ramo orizzontale plastico e la richiesta di duttilità. Ma, ancora più importante, è possibile progettare la struttura con un'analisi elastica lineare, usando forze minori di quelle necessarie per mantenere il comportamento elastico, ridotte rispetto a queste in proporzione alla duttilità disponibile

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

$$F_d = F_y = \frac{F_{\max,e}}{\mu} \quad (27)$$

In entrambi i casi, quindi, si utilizza un modello lineare elastico per valutare il comportamento di un sistema non lineare elasto-plastico.

Il cosiddetto principio di eguaglianza degli spostamenti risulta valido solo nel campo dei periodi elevati (cioè per T maggiore del valore corrispondente al colmo della campana della curva spettrale). Per periodi minori si può ritenere che si mantenga sostanzialmente invariata l'energia, cioè l'area sottesa al diagramma forza-spostamento (Fig. 24b). Con tale ipotesi la forza di progetto risulterebbe legata alla duttilità dalla relazione

$$F_d = F_y = \frac{F_{\max,e}}{\sqrt{2\mu - 1}} \quad (28)$$

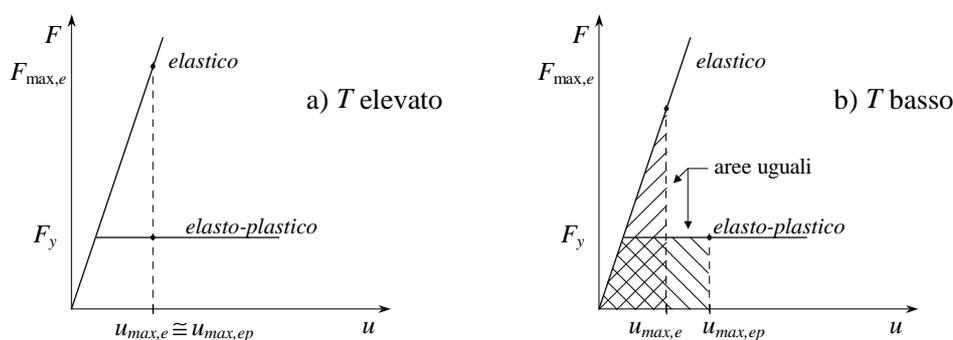


Fig. 24. Confronto tra forze e spostamenti massimi di un oscillatore elastico ed uno elasto-plastico

In realtà il comportamento per bassi periodi è ancora più complesso, perché per strutture veramente rigide, cioè con T tendente a zero, occorrerebbero duttilità estremamente alte per ridurre in maniera significativa la forza di progetto. La normativa utilizza quindi una relazione lineare per raccordare i valori ottenuti dal principio di uguaglianza degli spostamenti, per $T \geq T_B$, con il valore a_g , corrispondente all'accelerazione di picco del terreno senza alcuna riduzione, utilizzato per $T=0$. In definitiva, la normativa italiana impone le seguenti espressioni analitiche per lo spettro di progetto $S_d(T)$

$$\text{per } 0 \leq T < T_B \quad S_d(T) = a_g S \left[1 + \frac{T}{T_B} \left(\frac{2.5}{q} - 1 \right) \right] \quad (29 \text{ a})$$

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

$$\text{per } T_B \leq T < T_C \quad S_d(T) = a_g S \frac{2.5}{q} \quad (29 \text{ b})$$

$$\text{per } T_C \leq T < T_D \quad S_d(T) = a_g S \frac{2.5}{q} \left(\frac{T_C}{T} \right) \quad (29 \text{ c})$$

$$\text{per } T_D \leq T \quad S_d(T) = a_g S \frac{2.5}{q} \left(\frac{T_C T_D}{T^2} \right) \quad (29 \text{ d})$$

con la condizione aggiuntiva

$$S_d(T) \geq 0.2 a_g \quad (29 \text{ e})$$

Si noti che le relazioni sopra riportate forniscono lo spettro di risposta in funzione di un parametro q , detto *fattore di struttura* (o, in inglese, *behaviour factor*, cioè *fattore di comportamento*), e non della duttilità μ (Fig. 25). Ciò dipende, come sarà mostrato in seguito, dal fatto che la riduzione delle forze di progetto per schemi a più gradi di libertà è legata non solo alla duttilità del materiale e delle singole sezioni, ma anche al comportamento complessivo della struttura e quindi dalla sua tipologia. Nelle espressioni non compare invece lo smorzamento viscoso, perché si ritiene che nel comportamento elastico-plastico del sistema il suo effetto sia trascurabile rispetto a quello della dissipazione isteretica.

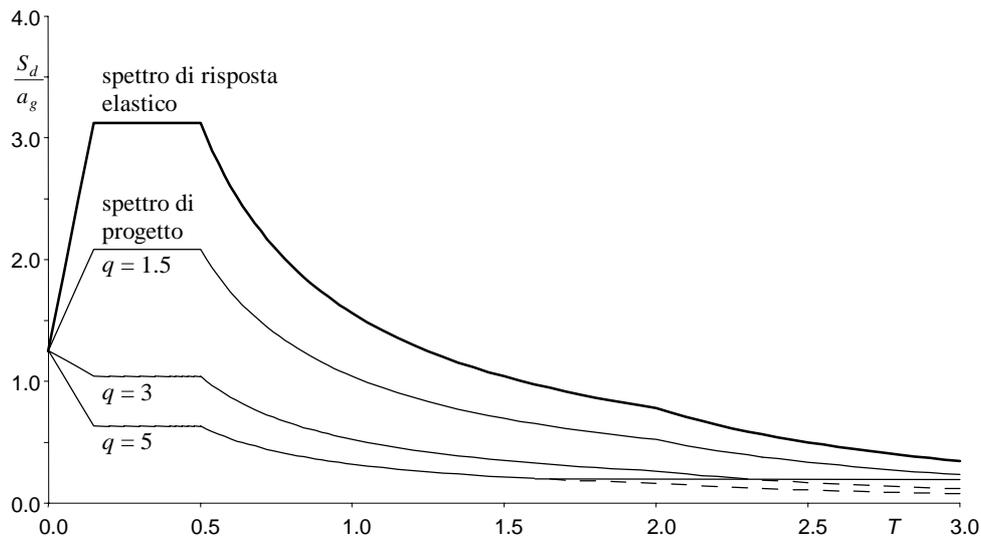


Fig. 25. Spettri di progetto normalizzati, al variare del fattore di struttura (per suoli B, C, D)

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

6. Sistemi continui e sistemi a più gradi di libertà

L'oscillatore semplice è un modello molto comodo da usare, per la sua semplicità, ma sono poche le strutture che possono essere realisticamente schematizzate in tal modo. Lo stesso serbatoio pensile, citato come primo esempio di oscillatore semplice, ha in realtà un fusto dotato di massa. Se questa non è molto piccola, rispetto a quella del serbatoio vero e proprio, si dovrebbe analizzare la struttura come sistema dotato di massa distribuita o, come si suol dire, come *sistema continuo*. Fortunatamente sono rari i casi in cui il professionista dovrà utilizzare una modellazione così raffinata. Si rinvia quindi il lettore interessato allo studio della risposta dinamica dei sistemi continui ai testi richiamati in bibliografia.

Ben diverso è il caso del telaio multipiano, tipologia strutturale comunissima per gli edifici. A rigore, un edificio è un sistema elastico continuo, con masse distribuite. Tuttavia le masse presenti, pur essendo distribuite lungo tutta l'altezza, sono maggiormente addensate in corrispondenza dei solai. Inoltre esso possiede usualmente impalcati orizzontali notevolmente rigidi nel loro piano, che possono essere considerati indeformabili e quindi dotati di soli 3 gradi di libertà. Di conseguenza, anche se le incognite cinematiche sono costituite da due rotazioni (ed eventualmente lo spostamento verticale) per ciascun nodo e dalle componenti di movimento degli impalcati, dal punto di vista dinamico un fabbricato con n impalcati può essere considerato come un sistema dotato di $3n$ gradi di libertà. Se poi la struttura è rappresentabile come telaio piano (ad esempio in edifici simmetrici) essa dal punto di vista dinamico sarà considerata dotata di n gradi di libertà. Nei paragrafi che seguono si discute quindi il comportamento dinamico di *sistemi a più gradi di libertà* ripercorrendo la stessa via tracciata per l'oscillatore semplice, dalla risposta elastica a quella inelastica. Per semplicità si fa riferimento a schemi piani, rinviando ad un paragrafo successivo le considerazioni relative alla differenza tra schemi piani e schemi tridimensionali.

7. Comportamento elastico dei sistemi a più gradi di libertà

7.1. Oscillazioni libere e modi principali di oscillazione

Immaginiamo di imporre a ciascun traverso di un telaio uno spostamento, per poi lasciarlo libero di oscillare. In generale, ogni piano si comporterà in maniera apparentemente indipendente dagli altri e la deformata, che avevamo assegnato all'istante $t=0$, cambierà forma in istanti successivi t_1, t_2, t_3 (Fig. 26a). Applicando però particolari deformazioni iniziali i piani oscilleranno contemporaneamente in maniera proporzionale gli uni agli altri, con un periodo ben defini-

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

to (Fig. 26b). Si dice in tal caso che la struttura oscilla secondo uno dei suoi *modi principali*. La deformata, definita a meno di un parametro, è detta *deformata modale*. Per un sistema dotato di n gradi di libertà esistono altrettante deformate distinte aventi tale proprietà, che possono essere ordinate in base ai valori decrescenti del periodo ($T_1 > T_2 \dots > T_n$). Si parla così di primo, secondo ... n -mo modo principale di oscillare del sistema (Fig. 27). I relativi periodi (o frequenze) di oscillazione vengono detti periodi (o frequenze) principali o propri della struttura. In particolare il periodo di oscillazione del primo modo viene spesso denominato periodo fondamentale di vibrazione. Le deformate modali sono caratterizzate dal presentare un numero di inversione del segno degli spostamenti dei traversi pari al numero d'ordine del modo meno uno.

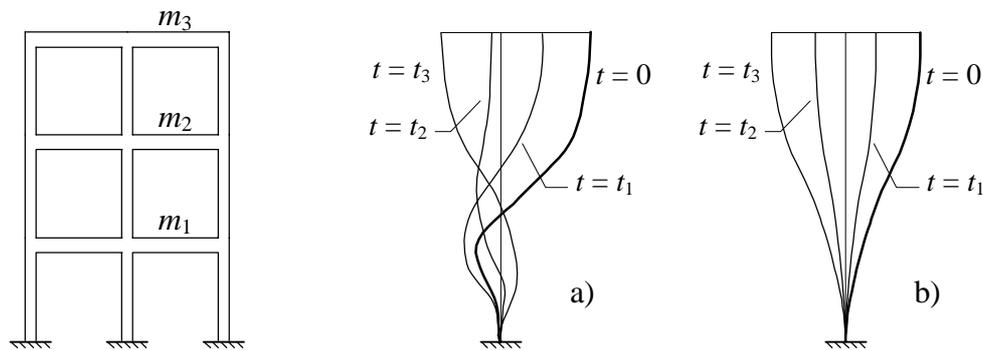


Fig. 26. Moto libero di un telaio multipiano:
a) assegnando una qualsiasi deformata iniziale
b) assegnando una particolare deformata iniziale

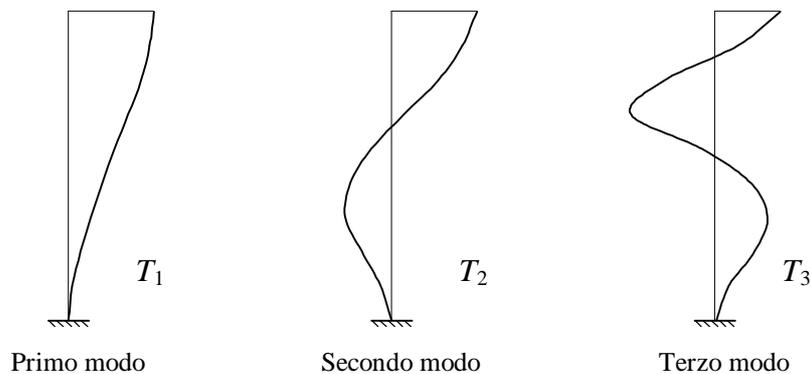


Fig. 27. Modi di oscillazione libera di un telaio piano

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

Per trattare matematicamente il moto di un sistema a più gradi di libertà occorre innanzitutto definire le incognite del problema. La scelta più intuitiva ricade, ovviamente, sugli spostamenti orizzontali $u_i(t)$ delle masse rispetto alla base del telaio (col pedice $i = 1 \dots n$ che indica la massa, ovvero il traverso).

Imponendo la condizione di equilibrio dinamico, analogamente a quanto fatto per l'oscillatore semplice, si ottiene nel caso di moto libero non smorzato un insieme di equazioni differenziali che possono essere rappresentate sinteticamente dalla relazione matriciale

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \mathbf{u} = 0 \quad (30)$$

in cui \mathbf{u} è il vettore che contiene le n funzioni $u_i(t)$, $\ddot{\mathbf{u}}$ è il vettore che contiene le derivate seconde delle funzioni, \mathbf{m} è una matrice che contiene le masse, \mathbf{k} è la matrice di rigidezza della struttura, che mette in relazione forze e spostamenti orizzontali. Avendo ipotizzato che le masse siano concentrate nei traversi, la matrice \mathbf{m} ha come unici valori non nulli quelli disposti lungo la diagonale principale, che sono pari alle masse m_i . Se lo spostamento iniziale coincide con la deformata modale ϕ_j (vettore che contiene gli spostamenti modali $\phi_{i,j}$) il sistema ha come soluzione

$$u_i(t) = \phi_{i,j} \cos(\omega_j t) \quad (31)$$

funzione armonica con frequenza angolare ω_j . Sostituendo nella (30) si ottiene

$$-\omega_j^2 \mathbf{m} \phi_j + \mathbf{k} \phi_j = 0 \quad (32)$$

che ha soluzioni non banali purché sia verificata la condizione

$$\det(\mathbf{k} - \omega_j^2 \mathbf{m}) = 0 \quad (33)$$

Sviluppando il determinante si ottiene un'equazione polinomiale di ordine n nell'incognita ω^2 che fornisce n soluzioni (appunto gli n modi di oscillazione libera). L'equazione (32) diventa così un sistema di equazioni lineari omogeneo nelle incognite $\phi_{i,j}$. Si noti che se lo schema fosse ad un solo grado di libertà la condizione (33) diventerebbe semplicemente $k - \omega^2 m = 0$, che porta alla relazione (3) vista in precedenza per l'oscillatore semplice.

Anche se concettualmente semplice, lo sviluppo numerico di quanto sopra esposto è abbastanza oneroso. Fortunatamente si tratta di un problema matematico ben noto, quello della determinazione di autovalori (le frequenze angolari ω_j) ed autovettori (i vettori ϕ_j), la cui soluzione è descritta in numerosi testi di matematica e di ingegneria.

Se lo spostamento iniziale non è proporzionale ad una deformata modale, diventa molto complicato risolvere il sistema di equazioni differenziali (30), perché ogni equazione contiene tutte le funzioni incognite. Il problema può essere risolto in maniera più agevole se si definiscono diversamente le incognite. Si osserva innanzitutto che quando un sistema oscilla secondo il j -esimo modo

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

principale lo spostamento del traverso i può essere espresso in funzione della deformata modale

$$u_i(t) = \phi_{i,j} q_j(t) \quad (34)$$

essendo $\phi_{i,j}$ lo spostamento orizzontale del traverso i nella j -esima deformata modale. Una qualsiasi deformata \mathbf{u} può essere descritta come combinazione lineare di quelle modali⁴ (Fig. 28)

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^n \phi_{i,j} q_j(t) \quad (35)$$

o, in termini matriciale

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\phi} \mathbf{q} \quad (36)$$

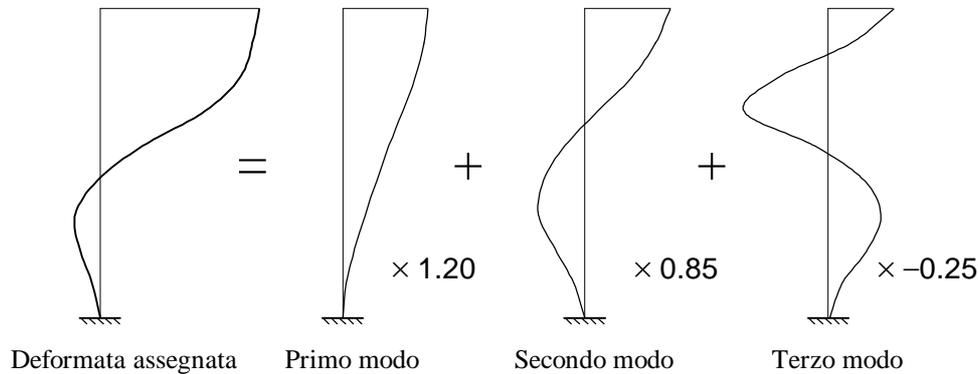


Fig. 28. Descrizione di una deformata come combinazione di quelle modali

La (36) indica semplicemente un cambio delle coordinate di riferimento, che non sono più gli spostamenti u_i , ma i coefficienti q_j , che vengono detti *coordinate principali*. Sostituendo questa relazione nella condizione di equilibrio dinamico (30) e premoltiplicando per $\boldsymbol{\phi}^T$, si ottiene

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = 0 \quad (37)$$

Si può dimostrare che, per una proprietà detta di ortogonalità dei modi di vibrare, le matrici $\mathbf{M} = \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}$ e $\mathbf{K} = \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}$ hanno tutti i termini nulli, tranne quelli della diagonale principale. In particolare, è

⁴ Questo è possibile perché le n deformate modali sono linearmente indipendenti, cioè non se ne può esprimere una come combinazione lineare delle altre.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

$$M_{j,j} = \sum_{i=1}^n m_j \phi_{i,j}^2 \quad (38)$$

Questi termini sono inoltre legati tra loro dalla relazione

$$K_{j,j} = \omega_j^2 M_{j,j} \quad (39)$$

dove ω_j è la frequenza angolare del modo j . Il sistema si è quindi trasformato in n equazioni differenziali disaccoppiate, cioè contenenti ciascuna una sola funzione incognita

$$M_{j,j} \ddot{q}_j + K_{j,j} q_j = 0 \quad \text{con } j = 1 \dots n \quad (40)$$

La singola equazione può anche scriversi

$$\ddot{q}_j + \omega_j^2 q_j = 0 \quad (41)$$

ed ha soluzione analoga a quella dell'oscillatore semplice

$$q_j(t) = q_j(0) \cos(\omega_j t) \quad (42)$$

Il moto libero (non smorzato) di un sistema a n gradi di libertà è quindi, in generale, una combinazione lineare di oscillazioni secondo le diverse deformate modali, con coefficienti che variano nel tempo secondo funzioni armoniche aventi periodi uguali a quelli propri del sistema. Nel caso in cui la deformata iniziale è proporzionale a quella di un modo principale del sistema tutti i coefficienti si annullano, tranne quello corrispondente alla deformata modale imposta; la struttura oscilla quindi esclusivamente secondo quel modo.

Il moto libero smorzato può essere analizzato in maniera analoga, trasformando il sistema di equazioni differenziali nelle incognite \mathbf{u}

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \mathbf{u} = 0 \quad (43)$$

nel sistema nelle incognite \mathbf{q}

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = 0 \quad (44)$$

Occorre però notare che la matrice $\mathbf{C} = \phi^T \mathbf{c} \phi$ può essere, o no, una matrice diagonale come \mathbf{M} e \mathbf{K} . Nel primo caso, molto comune tra le strutture di interesse per il progettista strutturale, si parla di *sistemi classicamente smorzati*⁵. Le equazioni differenziali sono disaccoppiate, diventando

$$M_{j,j} \ddot{q}_j + C_{j,j} \dot{q}_j + K_{j,j} q_j = 0 \quad (45)$$

o anche

⁵ Di solito nell'analisi di edifici si ipotizza che la matrice \mathbf{c} sia combinazione lineare delle matrici \mathbf{m} e \mathbf{k} , in modo da essere sicuri che il sistema sia classicamente smorzato. I coefficienti di tale combinazione sono valutati in funzione delle frequenze naturali e degli smorzamenti di due modi.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

$$\ddot{q}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = 0 \quad (46)$$

ed il termine C_{jj} (o ξ_j) rappresenta lo smorzamento relativo al modo j . La soluzione è formalmente identica a quella dell'oscillatore semplice smorzato. Il moto è quindi combinazione lineare di oscillazioni secondo le diverse deformate modali, con coefficienti che variano nel tempo secondo funzioni armoniche aventi ampiezza che si riduce man mano.

Il secondo caso, per il quale si parla di *sistemi non classicamente smorzati*, può verificarsi per strutture in cui alcune parti hanno massa e rigidità molto diverse dalle altre. Il fatto che le equazioni differenziali non siano disaccoppiate vanifica le semplificazioni introdotte ed impedisce, nel caso di moto forzato, il ricorso a tecniche standard quali l'analisi modale, di cui si parla nel successivo paragrafo. Per l'analisi di questi sistemi occorre utilizzare tecniche specifiche, che si ritrovano nella bibliografia specializzata.

7.2. Risposta sismica

La condizione di equilibrio dinamico per un sistema a più gradi di libertà soggetto ad un input sismico, scritta in forma matriciale, si presenta formalmente analoga a quella dell'oscillatore semplice

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \mathbf{u} = -\mathbf{m} \mathbf{I} \ddot{u}_g \quad (47)$$

Si noti solo che, avendo a che fare con un telaio piano, la matrice di massa \mathbf{m} è moltiplicata per un vettore unitario \mathbf{I} , oltre che per l'accelerazione \ddot{u}_g , per ottenere il termine noto; infatti nella generica equazione che esprime l'equilibrio dinamico del traverso i il relativo termine noto è pari a $m_i \mathbf{1} \ddot{u}_g$. Anche in questo caso, esprimendo gli spostamenti in funzione delle deformate modali con la (36) e premoltiplicando per $\boldsymbol{\phi}^T$, si ottiene

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = -\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{m} \mathbf{I} \ddot{u}_g \quad (48)$$

Se il sistema è classicamente smorzato, il sistema di equazioni differenziali si disaccoppia, ancora una volta, in n equazioni contenenti ciascuna una sola funzione incognita, che possono scriversi come

$$\ddot{q}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = -\Gamma_j \ddot{u}_g \quad (49)$$

con

$$\Gamma_j = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}^2} \quad (50)$$

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

L'equazione (49) è identica a quella di un oscillatore semplice, con periodo uguale a quello del modo considerato e soggetto allo stesso accelerogramma, salvo per il fatto che il moto sismico è scalato mediante il coefficiente Γ_j . La risposta sismica di un sistema a più gradi di libertà può quindi essere determinata ancora una volta come combinazione lineare di oscillazioni secondo le diverse deformate modali. Il contributo dei singoli modi varia nel tempo come se i modi fossero soggetti separatamente al sisma, ed è scalato mediante il termine Γ_j che indica se il contributo del modo al moto totale del sistema è più, o meno, rilevante ed è quindi detto *coefficiente di partecipazione modale*.

7.3. Analisi modale

La scomposizione della risposta sismica nel contributo dei singoli modi è alla base di quella che viene detta *analisi modale*. In sintesi, essa consiste nel valutare i contributi massimi di ciascun modo (determinando le corrispondenti forze ed applicandole alla struttura) e nel combinare opportunamente i valori così ottenuti.

Se si vogliono determinare le massime sollecitazioni corrispondenti al contributo del modo j basta applicare al telaio un insieme di forze \mathbf{F}_j , che possono essere ottenute moltiplicando la matrice di rigidezza \mathbf{k} per il valore massimo degli spostamenti corrispondenti al modo in questione

$$\mathbf{F}_j = \mathbf{k} \mathbf{u}_{j,\max} = \mathbf{k} \phi_j q_{j,\max} \quad (51)$$

Per le considerazioni fatte nel paragrafo precedente, il valore $q_{j,\max}$ può essere calcolato moltiplicando per Γ_j lo spostamento spettrale S_{De} . È però più conveniente esprimere la relazione in funzione delle masse, anziché delle rigidezze. Utilizzando la (32) si ha

$$\mathbf{F}_j = \mathbf{m} \phi_j \omega_j^2 q_{j,\max} \quad (52)$$

La quantità $\omega_j^2 q_{j,\max}$ può essere calcolata come prodotto del valore della pseudo-accelerazione letto nello spettro di risposta elastico S_e , in corrispondenza del periodo T_j , per il coefficiente di partecipazione modale Γ_j . Si può scrivere quindi

$$\mathbf{F}_j = \mathbf{m} \phi_j \Gamma_j S_e(T_j) \quad (53)$$

e la forza al traverso i vale

$$F_{i,j} = m_i \phi_{i,j} \Gamma_j S_e(T_j) \quad (54)$$

Il taglio alla base, corrispondente al modo in esame, è

$$V_{b,j} = \sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j} \Gamma_j S_e(T_j) = M_j^* S_e(T_j) \quad (55)$$

avendo posto

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

$$M_j^* = \sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j} \Gamma_j = \frac{\left(\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j} \right)^2}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}^2} \quad (56)$$

La quantità M_j^* , che rappresenta la massa che moltiplicata per l'ordinata spettrale fornisce il taglio alla base relativo al modo j , è denominata *massa partecipante*, o massa eccitata dal modo. La somma delle masse partecipanti di tutti i modi è pari alla massa totale dell'edificio. La massa partecipante, espressa come percentuale di quella totale, indica quindi, meglio del coefficiente di partecipazione modale, l'entità complessiva del contributo del singolo modo⁶. Alcune considerazioni sono però importanti:

- Modi con massa partecipante molto piccola, ad esempio inferiore al 5% della massa totale, danno contributi in genere trascurabili. Per questo motivo la normativa impone di prendere in considerazione un numero di modi la cui massa partecipante sia, in totale, almeno l'85% oppure tutti i modi la cui massa partecipante sia superiore al 5%.
- La massa partecipante è (per lo schema piano) via via decrescente col modo. È possibile, in genere, prendere in considerazione solo i primi modi, purché sia rispettato il requisito precedentemente indicato.
- Il primo modo è nettamente predominante per entità di massa partecipante. Inoltre esso porta a forze dello stesso verso e quindi produce alla base dell'edificio un effetto sensibilmente maggiore di quello dei modi successivi, ai quali corrispondono forze tra loro discordi.
- Si ricordi però che il contributo del modo è dato dal prodotto di massa partecipante per accelerazione spettrale. Per strutture molto deformabili il periodo del primo modo può essere tanto elevato da comportare valori dell'accelerazione, e quindi delle forze, sensibilmente ridotti ed un effetto inferiore a quello dei modi successivi.

Il disaccoppiamento del moto consente di esaminare separatamente il contributo dei diversi modi, sia come sollecitazioni che come spostamenti. Se lo si conoscesse istante per istante, sarebbe possibile valutare il risultato complessivo come somma algebrica dei vari contributi. In effetti, però, risulta agevole solo calcolare il massimo valore prodotto dal singolo modo. Il problema nasce dal fatto che i moti non sono sicuramente sincroni; i massimi saranno quindi raggiunti in istanti diversi e non possono essere direttamente sommati tra loro. Se i periodi propri sono ben distinti tra loro, è possibile valutare un qualunque en-

⁶ Si noti che la deformata modale è definita come forma, quindi a meno di una costante; il valore del coefficiente di partecipazione modale dipende da come viene scalata la deformata modale, mentre il valore della massa partecipante è indipendente da questo.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

te E (caratteristica di sollecitazione in una sezione, spostamento di un punto, ecc.) come radice quadrata della somma dei quadrati (in inglese SRSS, ovvero “square root of sum of squares”)

$$E = \sqrt{\sum_{j=1}^n E_j^2} \quad (57)$$

Se, invece, i periodi differiscono tra loro di meno del 10% (situazione rara nel caso di schemi piani ma frequente nel caso di schemi tridimensionali) è opportuno effettuare una combinazione quadratica completa (in inglese CQC, ovvero “complete quadratic combination”)

$$E = \sqrt{\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \rho_{j,k} E_j E_k} \quad (58)$$

con

$$\rho_{j,k} = \frac{8 \xi^2 (1 + \beta_{j,k}) \beta_{j,k}^{3/2}}{(1 - \beta_{j,k}^2)^2 + 4 \xi^2 \beta_{j,k} (1 + \beta_{j,k})^2} \quad \beta_{j,k} = \frac{\omega_j}{\omega_k} \quad (59)$$

7.4. Analisi statica

L'applicazione pratica dell'analisi modale richiede la determinazione di deformata e periodo dei modi principali di oscillazione del sistema, la risoluzione dello schema geometrico per più insiemi di forze orizzontali, la combinazione dei diversi risultati, sezione per sezione. La grande capacità di calcolo dei computer attuali rende ormai agevole svolgere queste operazioni, tanto che l'analisi modale sta diventando l'approccio standard per la definizione delle sollecitazioni di progetto per strutture in zona sismica. Fino a pochi anni fa, invece, l'analisi modale sembrava riservata ad una elite di progettisti e le norme sismiche di tutto il mondo proponevano come approccio base una metodologia più semplice, detta *analisi statica*, che consente di utilizzare un unico insieme di forze, determinato con formule di immediata applicazione.

L'analisi statica valuta in maniera approssimata l'effetto del primo modo, che è in genere predominante. La massa partecipante del primo modo M_1^* è, come già si è detto, sempre nettamente maggiore delle altre, ma in ogni caso minore della massa totale M . L'approssimazione consiste innanzi tutto nel porre

$$M_1^* = M = \sum_{i=1}^n m_i \quad (60)$$

Si può quindi ricavare il coefficiente di partecipazione modale Γ_1 dalla (56)

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gheresi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

$$\Gamma_1 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,1}} \quad (61)$$

e sostituirlo nella (54) per ricavare la forza corrispondente alla massa posta nel generico traverso k , relativa al primo modo

$$F_{k,1} = m_k \phi_{k,1} \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,1}} S_e(T_1) \quad (62)$$

Una ulteriore semplificazione consiste nell'ipotizzare che la deformata del primo modo sia lineare, cioè porre

$$\phi_{k,1} = z_k \quad (63)$$

dove z_k è la quota della massa k , ovvero del traverso k , rispetto alla base del telaio (e quindi all'estradosso della fondazione). Si ottiene così in definitiva⁷

$$F_k = m_k z_k \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{i=1}^n m_i z_i} S_e(T_1) \quad (64)$$

L'analisi statica (detta a volte anche analisi dinamica semplificata) può essere utilizzata solo se il comportamento della struttura è piano, cioè se essa trasla senza rilevanti rotazioni in pianta, e se il primo modo è effettivamente predominante. Il primo aspetto è discusso nel seguito (paragrafo 9). Per quanto riguarda il secondo, si è già fatto notare che se il primo periodo è molto alto la corrispondente ordinata spettrale può essere tanto bassa da renderlo meno rilevante dei modi successivi. La normativa italiana limita l'uso dell'analisi statica ai casi in cui $T_1 \leq 2.5 T_C$. Per stimare T_1 , in assenza di calcolo rigoroso, esistono numerose indicazioni bibliografiche. La normativa italiana suggerisce, per edifici di altezza inferiore a 40 m, l'espressione

$$T_1 = C_1 H^{3/4} \quad (65)$$

⁷ La normativa italiana nel riportare questa espressione utilizza W_k , peso della massa m_k , anziché la massa stessa. Si tratta ovviamente di una svista, oppure avrebbe senso se lo spettro di risposta fosse assegnato a meno dell'accelerazione di gravità, cosa che non è (mentre era così nella norma precedente). Inoltre la norma fa riferimento allo spettro di progetto e non a quello di risposta elastico, secondo quanto esposto nel paragrafo successivo.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

in cui H è l'altezza totale dell'edificio (in metri) e C_1 un coefficiente che vale 0.085 per edifici con struttura a telaio in acciaio, 0.075 per edifici con struttura a telaio in cemento armato, 0.050 per le altre tipologie strutturali (ad esempio edifici con pareti in c.a.).

Quando applicabile, l'analisi statica fornisce risultati abbastanza cautelativi rispetto a quella modale (in genere dal 10 al 30% più alti). Per limitare le differenze, alcune normative estere impongono di amplificare i risultati dell'analisi modale in modo da ottenere lo stesso taglio alla base che si ha con l'analisi statica. La norma italiana, al contrario, riduce le forze statiche aggiungendo all'espressione (64) il coefficiente riduttivo 0.85 se l'edificio ha almeno tre piani e se il suo periodo fondamentale è inferiore a $2 T_C$.

Per terminare, una considerazione. Ha ancora senso parlare di analisi statica oggi, nel XXI secolo? La nostra risposta è affermativa, per un semplice motivo. Il progettista deve essere in grado di stimare le azioni e le sollecitazioni nella struttura, indipendentemente dall'aiuto dei computer. Ciò serve in fase di dimensionamento, per non assegnare la dimensione delle sezioni a casaccio. E serve dopo che il computer ha sfornato il suo bel pacco (o file) di risultati, per controllare che non vi siano errori madornali, purtroppo sempre in agguato (chi, ad esempio, è sicuro di non aver mai invertito base e altezza delle sezioni?). L'analisi modale è ottima, perché valuta veramente bene la risposta sismica della struttura in campo elastico, ma è troppo complicata per coglierne a mente l'essenza. È invece molto più facile, con un minimo di esperienza, esprimere un giudizio sull'entità di un insieme di forze statiche e prevederne, sia pure grossolanamente, l'effetto.

7.5. Un esempio numerico

Anche se una trattazione più dettagliata delle indicazioni progettuali di normativa è fatta in capitoli successivi, si ritiene utile confrontare fin d'ora con un esempio numerico i risultati forniti dall'analisi modale e da quella statica.

L'esempio si riferisce ad una struttura intelaiata regolare in cemento armato collocata in zona a bassa sismicità (zona 3, $a_g=0.15 g$) e su un suolo di media consistenza (di categoria B), realizzata in modo da conferire solo una minima soglia di duttilità agli elementi strutturali (classe di duttilità B). Lo schema considerato è quello di un telaio piano a tre campate ed otto piani; le luci delle travi sono pari a 5.00 m e l'interpiano è pari a 3.30 m (Fig. 29). I quattro pilastri partono da una sezione 30×90 e risegano di 10 cm a piano, fino a raggiungere la sezione minima 30×30 al settimo piano. Per le travi, uguali a tutti i piani, si sono considerate due possibilità: travi emergenti di sezione 30×50 o travi a spessore di sezione 80×24 . Le masse si considerano concentrate alle quote dei traversi e pari a 60000 kg a piano; ciò corrisponde a carichi gravitazionali uniformemente distribuiti sui traversi di 40 kN m^{-1} .

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

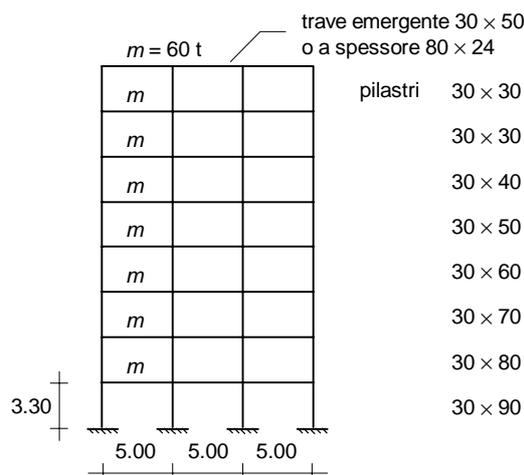


Fig. 29. Schema strutturale esaminato

Nella Tabella 3 sono riportati i periodi propri e gli spostamenti modali relativi ai primi tre modi, nonché i coefficienti di partecipazione modale e le masse partecipanti corrispondenti. Si può notare, innanzi tutto, che la massa partecipante del primo modo è superiore al 70% della massa totale e che i primi tre modi nel complesso superano l'85% della massa totale; secondo le indicazioni della normativa è quindi corretto effettuare l'analisi modale limitandosi a prendere in considerazione tali modi. Per quanto riguarda la differenza tra i due schemi esaminati, con travi emergenti oppure a spessore, si nota che i periodi propri sono molto diversi tra loro. In particolare, il periodo fondamentale è rispettivamente di 1.18 e 1.74 s, a riprova della maggiore rigidezza conferita dalle travi emergenti. Minima invece è la differenza tra le deformate di modi corrispondenti.

Nella Tabella 4 sono riportate le forze calcolate con l'espressione (54) per i primi tre modi. Per confronto si riportano anche le forze da usare per l'analisi statica, determinate con la (64); i valori non sono stati ridotti col coefficiente 0.85 previsto dalla norma italiana perché per entrambi gli schemi il periodo fondamentale supera $2 T_C$ (1.00 s). A proposito dell'applicabilità dell'analisi statica, si può notare che stimando il periodo fondamentale con la (65) si ottiene il valore 0.87 s, minore di $2.5 T_C$ (1.25 s); l'analisi statica risulterebbe quindi applicabile per entrambi gli schemi. Il valore esatto del periodo fondamentale è in realtà abbastanza più alto, tanto che nel caso di telaio con travi a spessore l'analisi statica non dovrebbe essere utilizzata.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

Tab. 3. Periodi e deformate modali

	Con travi emergenti			Con travi a spessore		
	modo 1	modo 2	modo 3	modo 1	modo 2	modo 3
T_j	1.1829 s	0.4606 s	0.2585 s	1.7382 s	0.6043 s	0.3278 s
$S_d(T_j)$	0.0484 g	0.1145 g	0.1145 g	0.0329 g	0.0947 g	0.1145 g
g_j	1.406	0.580	-0.339	1.358	0.543	-0.359
M_j^*	336.4 t	65.9 t	24.3 t	340.2 t	56.6 t	26.1 t
M_j^*/M	70.1%	13.7%	5.1%	70.9%	11.8%	5.4%
piano 8	1.000	-1.000	-0.854	1.000	-1.000	-0.842
7	0.893	-0.368	0.651	0.916	-0.401	0.515
6	0.702	0.475	1.000	0.764	0.383	1.000
5	0.543	0.802	0.176	0.603	0.781	0.255
4	0.399	0.821	-0.549	0.438	0.837	-0.533
3	0.265	0.651	-0.795	0.278	0.656	-0.808
2	0.142	0.387	-0.602	0.139	0.369	-0.594
1	0.044	0.127	-0.222	0.039	0.112	-0.206

Tab. 4. Forze per analisi modale e analisi statica (in kN)

piano	Con travi emergenti				Con travi a spessore			
	analisi modale			analisi statica	analisi modale			analisi statica
	modo 1	modo 2	modo 3		modo 1	modo 2	modo 3	
8	40.0	-39.1	19.5	50.6	26.3	-30.3	20.4	34.5
7	35.8	-14.4	-14.9	44.3	24.1	-12.2	-12.5	30.1
6	28.1	18.6	-22.8	38.0	20.1	11.6	-24.2	25.8
5	21.7	31.3	-4.0	31.6	15.9	23.6	-6.2	21.5
4	16.0	32.1	12.5	25.3	11.5	25.4	12.9	17.2
3	10.6	25.4	18.2	19.0	7.3	19.9	19.6	12.9
2	5.7	15.1	13.7	12.7	3.6	11.2	14.4	8.6
1	1.8	5.0	5.1	6.3	1.0	3.4	5.0	4.3

Il confronto delle forze statiche con quelle relative al primo modo mostra che le prime sono sempre nettamente maggiori delle seconde. Si nota però che in questo caso le forze relative al secondo modo sono dello stesso ordine di grandezza di quelle del primo, anche se con segni alterni. Per esprimere un giudizio più approfondito sui due tipi di analisi si possono confrontare i tagli di piano, valutati per l'analisi statica come somma delle forze dei piani sovrastanti e per quella modale come combinazione mediante le (57) dei valori di tali somme forniti dai tre modi considerati (Tab. 5). Si nota che ai piani inferiori l'analisi statica è sempre cautelativa, mentre a quelli superiori essa sottostima i risultati dell'analisi modale, in modo più rilevante per lo schema con travi a spessore.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

Tab. 5. Tagli di piano per analisi modale e analisi statica (in kN)

piano	Con travi emergenti			Con travi a spessore		
	analisi modale	analisi statica	differenza %	analisi modale	analisi statica	differenza %
8	59.2	50.6	-14.5	45.0	34.5	-23.4
7	92.9	94.9	2.2	66.4	64.6	-2.7
6	111.1	132.9	19.6	78.7	90.4	15.0
5	127.6	164.5	28.9	89.6	112.0	25.0
4	144.8	189.9	31.1	100.0	129.2	29.2
3	161.7	208.8	29.2	112.3	142.1	26.5
2	173.7	221.5	27.5	121.9	150.7	23.6
1	178.1	227.8	27.9	125.3	155.0	23.7

8. Comportamento inelastico dei sistemi a più gradi di libertà

Il comportamento inelastico, statico o dinamico, di un sistema a più gradi di libertà è notevolmente più complesso di quello del sistema ad un grado di libertà. Il modello ideale di oscillatore semplice prevede che il tratto plastico inizi con la formazione di un'unica cerniera plastica (ad esempio la sezione alla base del fusto del serbatoio) o la formazione contemporanea di tutte le cerniere plastiche necessarie per creare un meccanismo (ad esempio le sezioni in testa e al piede dei pilastri di un telaio monopiano). In un sistema a molte iperstatiche, come il telaio multipiano, la localizzazione e l'ordine progressivo di formazione delle cerniere plastiche dipendono dalle caratteristiche meccaniche (rigidezza e resistenza) delle sezioni adottate per i pilastri ed i traversi.

Consideriamo ad esempio i due telai rappresentati nella Fig. 30, soggetti a forze orizzontali via via crescenti. Nel primo caso la formazione delle cerniere plastiche avviene prima alle estremità delle travi e solo successivamente alla base dei pilastri del primo ordine; il meccanismo di collasso è detto "globale" perché coinvolge la totalità della struttura. Nel secondo, invece, la formazione di cerniere plastiche all'estremità dei pilastri del primo ordine porta alla formazione di un meccanismo detto "di piano", nel quale la maggior parte della struttura rimane in campo elastico. È immediato constatare che a parità di rotazione plastica delle sezioni gli spostamenti in testa al telaio sono molto maggiori nel primo caso. Ciò è confermato dal diagramma taglio alla base V_b – spostamento in testa u_n . A parità di rigidezza e resistenza globale e di duttilità delle singole sezioni, la duttilità globale del sistema è quindi molto diversa (nettamente maggiore nel primo caso).

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gherzi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agherzi@dica.unict.it

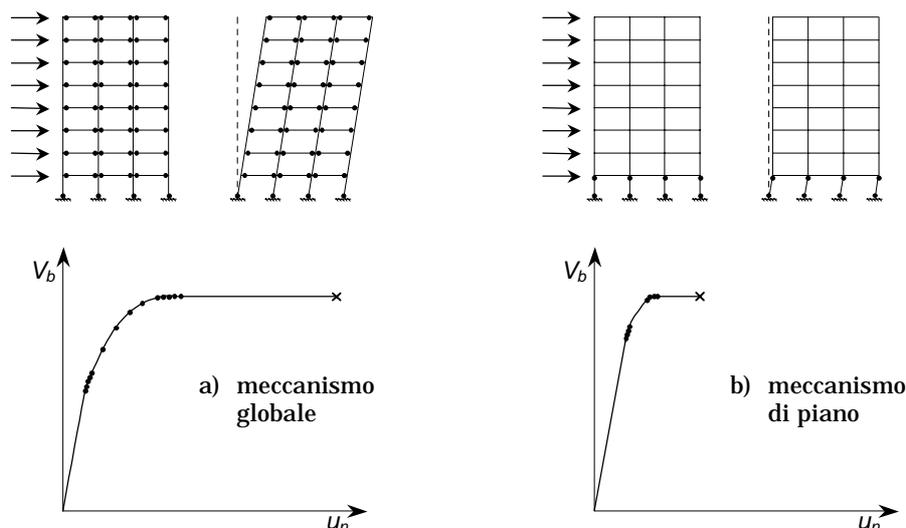


Fig. 30. Comportamento inelastico di telai piani e meccanismi di collasso

Se si passa dal comportamento statico al comportamento dinamico, le analisi numeriche confermano, anche per i sistemi a più gradi di libertà, il ruolo della duttilità, che consente di progettare le strutture facendo riferimento ad uno spettro ridotto rispetto a quello elastico. L'esempio fatto mostra però quanto sia più complesso discutere di duttilità nel caso di schemi a molte iperstatiche. In particolare si nota come, oltre a conferire alla struttura una buona *duttilità locale*, cioè a livello delle singole sezioni, occorre curare anche la sua *duttilità globale*, cioè il meccanismo di collasso che andrà a formarsi.

Quest'ultimo aspetto ha dato luogo ad una impostazione progettuale denominata *capacity design*. Essa consiste in sostanza nel definire a priori il meccanismo di collasso desiderato (ad esempio, cerniere agli estremi delle travi ed al piede dei pilastri del primo ordine), progettare con un qualsiasi criterio (ad esempio, un'analisi elastica con forze orizzontali statiche) le sezioni che si vuol far plasticizzare ed infine garantire alle altre sezioni, che devono restare elastiche, una resistenza maggiore della capacità resistente delle sezioni innanzi progettate.

Questa impostazione generale, tradotta in italiano col termine *criterio di gerarchia delle resistenze*, si ritrova in una serie di prescrizioni della nuova norma sismica. In particolare, i pilastri devono essere progettati con momenti flettenti maggiorati, rispetto ai valori forniti dall'analisi, mediante un fattore di amplificazione α che dipende dal rapporto tra momenti resistenti degli estremi delle travi e momenti di calcolo degli estremi dei pilastri. Si noti che ciò smentisce un'idea molto diffusa tra certi progettisti (meglio abbondare...). In effetti,

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agheresi@dica.unict.it

aumentare fuori calcolo la resistenza dei pilastri può andare bene, ma incrementare le armature delle travi può costituire, contrariamente a quanto si può istintivamente pensare, un provvedimento inopportuno e peggiorativo.

Le considerazioni esposte hanno portato ad un ben preciso iter progettuale, o meglio di verifica delle strutture antisismiche: determinare (con analisi modale o statica) l'effetto di forze orizzontali valutate mediante uno spettro di progetto, ridotto rispetto a quello elastico mediante un fattore di struttura q che tiene conto della duttilità locale e del comportamento globale; amplificare per determinati elementi, come i pilastri, i risultati ottenuti in modo da garantire il comportamento globale previsto; curare i dettagli costruttivi per garantire la duttilità locale. Questa metodologia, basata sulle forze (in inglese *force based method*), ha come unico limite l'assenza di un controllo numerico della duttilità, ovvero di un riscontro a posteriori sul valore assunto per il fattore di struttura. Ciò ha portato negli ultimi anni a proporre un approccio alternativo, basato sul controllo degli spostamenti (in inglese *displacement based method*), che è stato recepito anche dalla normativa italiana. Il procedimento di verifica consiste nel valutare lo spostamento massimo che la struttura subirà durante il sisma, facendo riferimento ad un oscillatore semplice elastoplastico equivalente al sistema reale, e controllare la risposta statica non lineare della struttura, soggetta ad un'opportuna distribuzione di forze, incrementate fino a raggiungere uno spostamento pari ad una volta e mezzo quello innanzi determinato.

9. Comportamento di sistemi tridimensionali

La trattazione dei sistemi a più gradi di libertà è stata sviluppata in maniera generale, ma alcune considerazioni erano esplicitamente riferite ai sistemi piani. In questo paragrafo vengono fatti brevi cenni alle differenze di comportamento dinamico tra telai piani e telai tridimensionali (o, come si suol dire, telai spaziali), dotati di impalcati indeformabili nel loro piano. Si sottolinea però subito che un comportamento strutturale che implica forti rotazioni planimetriche è senz'altro peggiore di un comportamento sostanzialmente traslazionale. Tale situazione andrebbe quindi, per quanto possibile, evitata con una corretta impostazione della carpenteria.

Una struttura spaziale ad n piani, con masse concentrate a livello degli impalcati, è vista dal punto di vista dinamico come un sistema a $3n$ gradi di libertà, una rotazione e due traslazioni per piano, dotato di $3n$ modi di oscillazione libera. In casi particolari, ad esempio se la struttura è dotata di due assi di simmetria, i modi sono disaccoppiati: vi sono, cioè, n modi che comportano traslazione in una direzione, n modi che comportano traslazione nella direzione ortogonale ed n modi che comportano solamente rotazione. In questi casi, poi-

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it

ché l'input sismico è sempre traslazionale, la struttura può essere studiata come piana. Più in generale, invece, i modi sono accoppiati ed implicano, ciascuno, sia rotazione che entrambe le componenti di traslazione.

Nel valutare la risposta sismica elastica di un sistema tridimensionale, la condizione di equilibrio dinamico coincide formalmente con la (47), ma in essa il vettore \mathbf{I} contiene valori unitari per le componenti di traslazione nella direzione in cui agisce il sisma e valori nulli per le altre. Di conseguenza nel calcolare il coefficiente di partecipazione modale mediante la (50) o la massa partecipante mediante la (56) la sommatoria al numeratore va estesa solo a quei gradi di libertà. L'analisi modale coglie sempre molto bene la risposta sismica elastica; si noti però che, di solito, occorre prendere in considerazione un numero di modi maggiore rispetto al caso piano; inoltre può essere necessario effettuare una combinazione quadratica completa degli effetti dei singoli modi, perché gli usuali criteri di dimensionamento, che tendono a conferire rigidità uguale nelle due direzioni, portano ad avere più modi con periodi molto prossimi l'un l'altro. L'analisi statica, che si basa su modelli piani, è invece accettabile solo per strutture simmetriche o che presentano rotazioni molto modeste. Nel passato, quando l'uso dell'analisi modale era meno diffuso, molte normative consentivano l'analisi statica a condizione che le forze fossero applicate con opportune eccentricità rispetto al baricentro delle masse, in modo da cogliere l'amplificazione dinamica del moto rotazionale. La nuova norma italiana non prevede questa possibilità ed impone l'uso dell'analisi modale per tutti gli edifici non regolari in pianta (anche se, in verità, alcune delle condizioni di regolarità sono alquanto discutibili).

La risposta sismica inelastica di un sistema tridimensionale si distingue da quella elastica, oltre che per quanto già detto per i sistemi piani, anche per un'ulteriore caratteristica che si può spiegare con le seguenti considerazioni. Il moto sismico presenta in genere entrambe le componenti di traslazione, ma esse non sono mutuamente correlate. Di solito, quindi, nell'istante in cui i telai in una direzione sono plasticizzati quelli ortogonali rimangono in campo elastico. La struttura può quindi traslare liberamente nella direzione in cui è plasticizzata, ma i telai ortogonali ne limitano la rotazione. Il comportamento inelastico è, in definitiva, meno rotazionale di quello elastico. La nuova norma italiana non fornisce indicazioni circa questo problema. Un accorgimento semplice ma efficace consiste nel ripetere l'analisi impedendo la rotazione degli impalcati e nel verificare le sezioni per il massimo ottenuto dalle due analisi, con rotazione consentita ed impedita.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Gherzi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo agherzi@dica.unict.it

10. Considerazioni conclusive

Al termine di questa rassegna sui temi della dinamica delle strutture e dell'ingegneria sismica, riassumiamo quelle che sembrano essere le caratteristiche più innovative rispetto ad altri temi tradizionali dell'ingegneria strutturale.

In primo luogo osserviamo come i carichi, o per meglio dire le azioni orizzontali con cui si schematizza l'effetto del sisma, non sono determinabili a prescindere dalle caratteristiche meccaniche della struttura. Lo studio della risposta elastica ha dimostrato che esse dipendono dalle frequenze e dalle forme modali del sistema. Ne consegue che, a parità di zona sismica e di situazione geotecnica, due strutture anche simili devono essere progettate e verificate per azioni orizzontali diverse.

Un particolare motivo di differenziazione è costituito dalla duttilità, che consente di far riferimento (a parità di spettro elastico) a spettri di progetto diversi. La differenza notevole tra i coefficienti di struttura consentiti per tipologie strutturali differenti rende molto diverse le azioni orizzontali previste per un edificio in muratura ovvero con struttura intelaiata in c.a., a parità di geometria e di collocazione sul territorio.

L'aspetto più innovativo che il progettista dovrebbe sempre tener presente, e che nella routine quotidiana rischia invece di essere dimenticato, è legato alla circostanza che il calcolo elastico che generalmente conduciamo è in realtà solo convenzionale. Sappiamo, infatti, che la struttura sarà chiamata ad impegnare estesamente le sue risorse plastiche e che è la sua duttilità a consentirci di considerare azioni orizzontali molto minori di quelle che la struttura sarebbe chiamata ad equilibrare se il suo comportamento fosse effettivamente elastico. L'effettivo comportamento della struttura emerge nel momento in cui dobbiamo determinare gli spostamenti, ad esempio per verificare un giunto sismico o la compatibilità funzionale degli elementi architettonici non strutturali. In tali casi, infatti, la normativa impone di amplificare notevolmente i valori delle deformazioni fornite dal modello elastico convenzionale.

Bibliografia essenziale

1. A.K. Chopra, Dynamics of structures, Prentice Hall International, 1995.
2. R.W. Clough, J. Penzien, Dynamics of structures, McGraw-Hill, 1993.

Bozza di un capitolo del testo, in fase di preparazione:

A. Ghersi, P. Lenza, Edifici antisismici in cemento armato (progettati secondo la nuova norma sismica) – nuove costruzioni.

Suggerimenti e commenti possono essere inviati per posta elettronica all'indirizzo aghersi@dica.unict.it