

14. ELEMENTI DI MECCANICA DEL TRASPORTO SOLIDO

14.1. Generalità

14.2. Azioni del campo di moto sulla dinamica dei sedimenti

14.2.1. *Le correnti*

14.2.2. *Le onde*

14.3. Forme di fondo e resistenze aggiuntive

14.4. Il trasporto in ambito costiero

14.4.1. *Trasporto Long-shore*

14.4.1.1. *La CERC Formula*

14.4.1.2. *La formula di Bijker*

14.4.2. *Trasporto Cross-shore*

14.4.2.1. *Il modello Ostran*

14.4.2.2. *Il modello Crostran*

14.1. Generalità

In questo capitolo verranno esposti in termini generali e sintetici, i principi fisici che sono alla base dell'erosione, del trasporto e della deposizione di sedimenti.

14.2. Azioni del campo di moto sulla dinamica dei sedimenti

Quando l'acqua si muove su di una superficie ad una velocità sufficientemente elevata, le particelle che giacciono sulla superficie stessa vengono prelevate e trasportate, per poi essere nuovamente depositate altrove, non appena la velocità della moto diminuisce.

Il trasporto si realizza secondo quattro modalità: *slittamento*, *rotolamento*, *saltellamento* e *sospensione*. Lo slittamento avviene in maniera tale che le particelle risultano essere sempre a contatto con il fondo. Anche il rotolamento avviene in continuo contatto con il fondo, mentre il saltellamento avviene quando le particelle compiono piccoli saltelli. Le particelle che vengono mobilitate secondo queste tre modalità di trasporto realizzano quello che viene definito un "trasporto al fondo". Il trasporto in sospensione consiste invece di particelle in sospensione, cioè, di particelle che seguono percorsi entro l'acqua lunghi e irregolari e raramente entrano in contatto con il fondo, almeno finché non cambiano drasticamente le caratteristiche idrodinamiche.

Le azioni idrodinamiche che si esercitano sui sedimenti hanno luogo prima di tutto attraverso la presenza dell'attrito al fondo che, usualmente, viene espresso in termini di tensione tangenziale al fondo τ_o . Questo ultimo, molto spesso, viene a sua volta espresso attraverso la velocità d'attrito U^* , definita come:

$$U^* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \quad (14.1)$$

dove ρ è la densità dell'acqua.

E' opportuno precisare che la velocità d'attrito non corrisponde ad una effettiva velocità del fluido, ma piuttosto ad una grandezza che, dimensionalmente simile ad una velocità, rende conto degli attriti alla parete.

Per molti scopi pratici risulta più conveniente riferirsi ad una tensione tangenziale al fondo in forma adimensionale, che tiene conto anche dei sedimenti di cui il fondo stesso risulta costituito. Questo parametro è detto parametro di *Shields* ed è pari, a seconda che sia espresso in termini di τ_o ovvero di U^* , a:

$$\vartheta = \frac{\tau_o}{g(\rho_s - \rho)d}$$

$$\vartheta = \frac{U^*}{g(s-1)d}$$
(14.2)

in cui g è l'accelerazione di gravità, ρ la densità dell'acqua, ρ_s la densità dei sedimenti, s è il rapporto tra la densità dei sedimenti e quella dell'acqua, d è un diametro caratteristico dei sedimenti (usualmente il d_{50}). Quando il parametro di *Shields* supera un valore critico, allora si ha la mobilitazione dei sedimenti. La curva critica proposta dal citato autore fu inizialmente espressa rappresentando il valore critico del parametro di *Shields* in funzione di un numero di Reynolds dei sedimenti (ottenuto come prodotto della velocità d'attrito come velocità scala e del diametro dei sedimenti come lunghezza scala e diviso per la viscosità cinematica dell'acqua). Tuttavia tale grafico risultava di non immediato utilizzo poiché la velocità d'attrito, a priori incognita, compariva in entrambi gli assi. Successivamente è stato proposto un grafico modificato che presenta invece il ϑ_{cr} in funzione della grandezza D^* definita come segue:

$$D^* = \left[\frac{g(s-1)}{\nu^2} \right]^{1/3} d$$
(14.3)

E' da notare che il grafico di *Shields*, inizialmente proposto per correnti uniformi, può essere utilizzato, come si nota dalla Figura 14.1, anche per onde o onde e correnti, purché il valore di ϑ_{cr} venga calcolato sulla base del valore massimo della velocità orbitale al fondo.

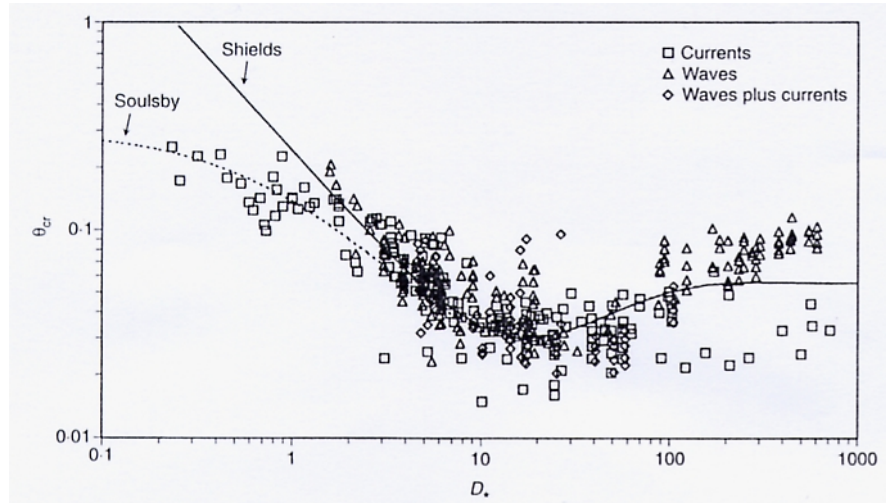


Figura 14.1. Grafico di *Shields* (modificato) per la determinazione delle condizioni di incipiente mobilità dei sedimenti soggetti alle onde o alle correnti.

La tensione tangenziale al fondo non dipende soltanto dalle caratteristiche del moto, ma anche dalla scabrezza del fondo. Questa ultima viene misurata sia dalla scabrezza di *Nikuradse* k_s (che può essere correlata alle dimensioni dei granuli) sia alla scabrezza z_o (che può essere rilevata dal profilo di velocità. Le due grandezze risultano legate tra loro dalla relazione:

$$z_o = \frac{k_s}{30}$$
(14.4)

E' opportuno ricordare che la tensione tangenziale al fondo può essere generata da diversi meccanismi (solo correnti, solo onde, ovvero onde e correnti sovrapposte), cui competono diverse modalità di stima delle tensioni tangenziali; pertanto in quanto segue dette azioni saranno presentate separatamente.

14.2.1. Le correnti

Come si è avuto modo di dire più volte, a mare le correnti possono essere causate dalle maree, dalle azioni del vento, da gradienti di pressione dovuti a particolari situazioni atmosferiche, dal moto ondoso, etc.

Nelle regioni litoranee le correnti predominanti sono quelle generate dal moto ondoso (*long-shore currents*), mentre in acque profonde dominano le correnti di marea, ovvero quelle dovute a gradienti di densità o a forzanti di natura meteorologica.

Quando una corrente scorre su di un fondale, a causa dell'attrito al fondo, sviluppa uno strato limite turbolento che, in acque basse, può arrivare ad interessare l'intera colonna di fluido. All'interno dello strato limite la velocità va da zero, in corrispondenza del fondo, ad un valore massimo che viene raggiunto seguendo una legge di tipo logaritmico. In formule:

$$U(z) = \frac{U^*}{k} \ln\left(\frac{z}{z_o}\right) \quad (14.5)$$

dove U^* indica la velocità d'attrito, z_o la scabrezza e k la costante di *von Karman* (pari, come è noto, a 0.4). In genere, tale equazione viene empiricamente ritenuta valida fino ad una altezza dal fondo di 2÷3m in acque basse e di 20÷30m in acque profonde.

Per quanto concerne z_o , ossia la scabrezza offerta al moto, essa dipende dalla viscosità dell'acqua, dalla velocità della corrente e dalla rugosità della parete. Come è noto, *Nikuradse* condusse una serie di esperimenti, divenuta classica, per investigare tale dipendenza. L'espressione seguente di *Christoffersen e Jonsson* (1985) rappresenta un'ottima interpolazione dei risultati di *Nikuradse*:

$$z_o = \frac{k_s}{30} \left[1 - \exp\left(\frac{-U^* k_s}{27\nu}\right) \right] + \left(\frac{\nu}{9U^*} \right) \quad (14.6)$$

dove ν è la viscosità cinematica dell'acqua. Nel caso di parete idraulicamente scabra (ossia per $U^* k_s / \nu > 70$), la (14.6) si riduce alla:

$$z_o = \frac{k_s}{30} \quad (14.7)$$

Nel caso di parete idraulicamente liscia (ossia per $U^* k_s / \nu < 5$), la (14.6) si riduce invece alla:

$$z_o = \left(\frac{\nu}{9U^*} \right) \quad (14.8)$$

Nel caso di moto di transizione (ossia per $5 \leq U^* k_s / \nu \leq 70$) è necessario usare la (14.6) in forma completa.

L'applicazione delle precedenti espressioni richiede un'adeguata stima della scabrezza equivalente di *Nikuradse* k_s . Tipicamente si assume il seguente legame tra k_s e il diametro dei sedimenti:

$$k_s = 2.5d_{50} \quad (14.9)$$

In effetti, in letteratura sono state proposte svariate espressioni che legano la scabrezza equivalente con la dimensione dei grani (tra le altre, $k_s = 1.25d_{35}$, $k_s = 2.0d_{65}$, $k_s = 2.3d_{84}$, $k_s = 2.0d_{90}$). Peraltro è da segnalare che non c'è un accordo diffuso nella comunità scientifica su quale sia la formulazione più corretta da utilizzare. Tuttavia si fa rilevare che, comunque, utilizzando una qualunque delle espressioni citate, le incertezze indotte sulla tensione tangenziale sono modeste proprio per la dipendenza logaritmica da k_s della tensione tangenziale al fondo. Per quanto riguarda la tensione tangenziale al fondo, essa risulta correlata alla velocità media (mediata sulla profondità) attraverso la relazione:

$$\tau_c = \frac{1}{2} \rho f_c U^2 \quad (14.10)$$

il coefficiente f_c , determinato in funzione della scabrezza z_o e della profondità h , viene usualmente calcolato attraverso la seguente formula (ricavata ipotizzando la validità del profilo logaritmico sull'intera colonna di fluido):

$$f_c = \left(\frac{0.06}{\left(\log \left(\frac{12h}{k_s} \right) \right)^2} \right) \quad (14.11)$$

14.2.2. Le onde

Le onde giocano un ruolo particolarmente importante nel mobilitare i sedimenti del fondo, oltre che, come già detto, nel generare correnti stazionarie che trasportano i sedimenti stessi.

Come per le correnti, ai fini del trasporto solido la proprietà più importante delle onde è rappresentata dalla tensione tangenziale. Si è visto che essa può essere calcolata attraverso la velocità orbitale U_o tramite il coefficiente d'attrito f_w definito dalla seguente relazione:

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho f_w U_o^2 \quad (14.12)$$

Come mostrato nel capitolo 10 (cui si rimanda per gli opportuni approfondimenti), nell'ipotesi di assenza di forme di fondo, ossia assumendo un fondo piano, il coefficiente d'attrito dipende dal regime di moto che può risultare: laminare, turbolento o turbolento di transizione. Tale dipendenza può essere esplicitata attraverso l'adozione di due parametri adimensionali: il numero di Reynolds Re e la scabrezza relativa r definiti, rispettivamente, come segue:

$$Re = \frac{U_o a}{\nu} \quad (14.13)$$

$$r = \frac{a}{k_s} \quad (14.14)$$

essendo a l'escursione semi-orbitale in prossimità del fondo, ν la viscosità cinematica, k_s la scabrezza di *Nikuradse*. *Myrhaug* (1989) ha fornito un'espressione implicita per calcolare f_w , che risulta di validità del tutto generale. Essa infatti risulta valida in regime laminare, turbolento e turbolento di transizione:

$$\frac{0.32}{f_w} = \left\{ \ln(6.36rf_w^{1/2}) - \ln \left[1 - \exp \left(0.0262 \frac{\text{Re } f_w^{1/2}}{r} \right) \right] + \frac{4.71r}{\text{Re } f_w^{1/2}} \right\}^2 + 1.64 \quad (14.15)$$

14.3. Forme di fondo e resistenze aggiuntive

Non appena i sedimenti vengono mobilitati dalle forze idrodinamiche dovute al moto ondoso, si realizzano sui fondali sabbiosi non coesivi diverse forme di fondo. Le più comuni sono quelle denominate ripples e, in prima approssimazione sono assimilabili a forme di fondo bidimensionali caratterizzate da un profilo sinusoidale avente un'altezza dell'ordine di qualche centimetro e una lunghezza d'onda dell'ordine del decimetro. Sin dagli studi di *Bagnold* (1956) dette forme di fondo vengono suddivise in rolling grain ripples e vortex ripples. Mentre per i primi i sedimenti rotolano e saltellano sul fondo senza mai abbandonarlo, nel caso dei vortex ripples i sedimenti vengono anche posti in sospensione a causa della separazione del moto che si realizza in prossimità delle creste ad ogni semi ciclo.

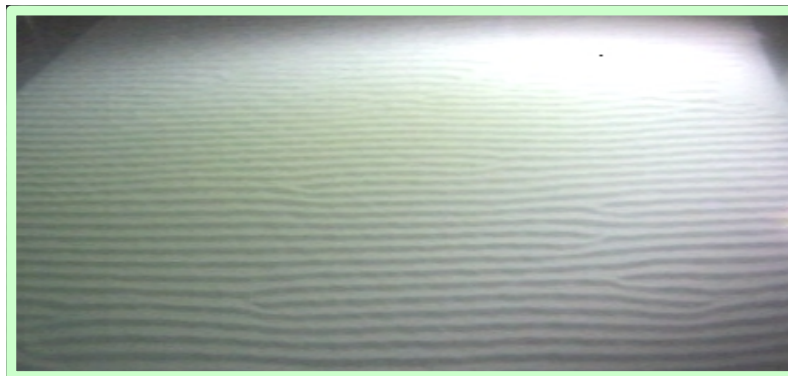


Figura 14.2. Immagine dall'alto di forme di fondo di piccola scala (ripples) riprodotte in laboratorio.

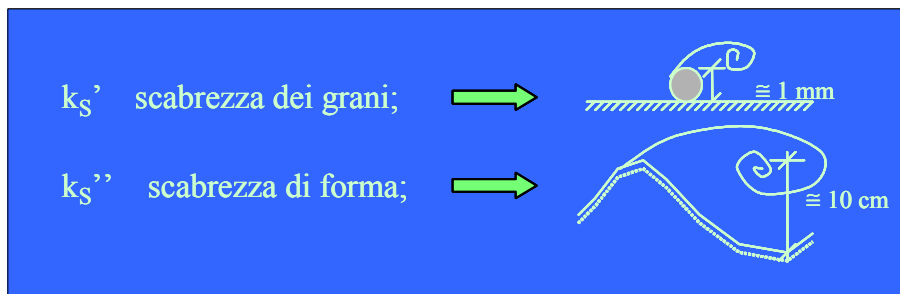


Figura 14.3. Schema logico della differenza tra la scabrezza al moto offerta da un fondo sabbioso e la scabrezza offerta invece dalla presenza di forme di fondo.

L'importanza di dette forme di fondo dal punto di vista applicativo è da correlare all'aumento di scabrezza offerta al moto ondoso. Infatti, come schematicamente rappresentato in Figura 14.3.,

mentre in assenza di strutture la scabrezza è governata dalla dimensione dei grani (dell'ordine del millimetro), quando si formano i ripples la scabrezza diventa controllata dall'altezza di dette forme di fondo con ovvie conseguenze sul moto.

Dal punto di vista pratico pertanto la procedura per determinare le caratteristiche di scabrezza note le caratteristiche del moto è quella di *Wiberg & Harris* (1994), che, per semplicità ai fini applicativi, viene di seguito rappresentata sotto forma di flow chart in Figura 14.4.

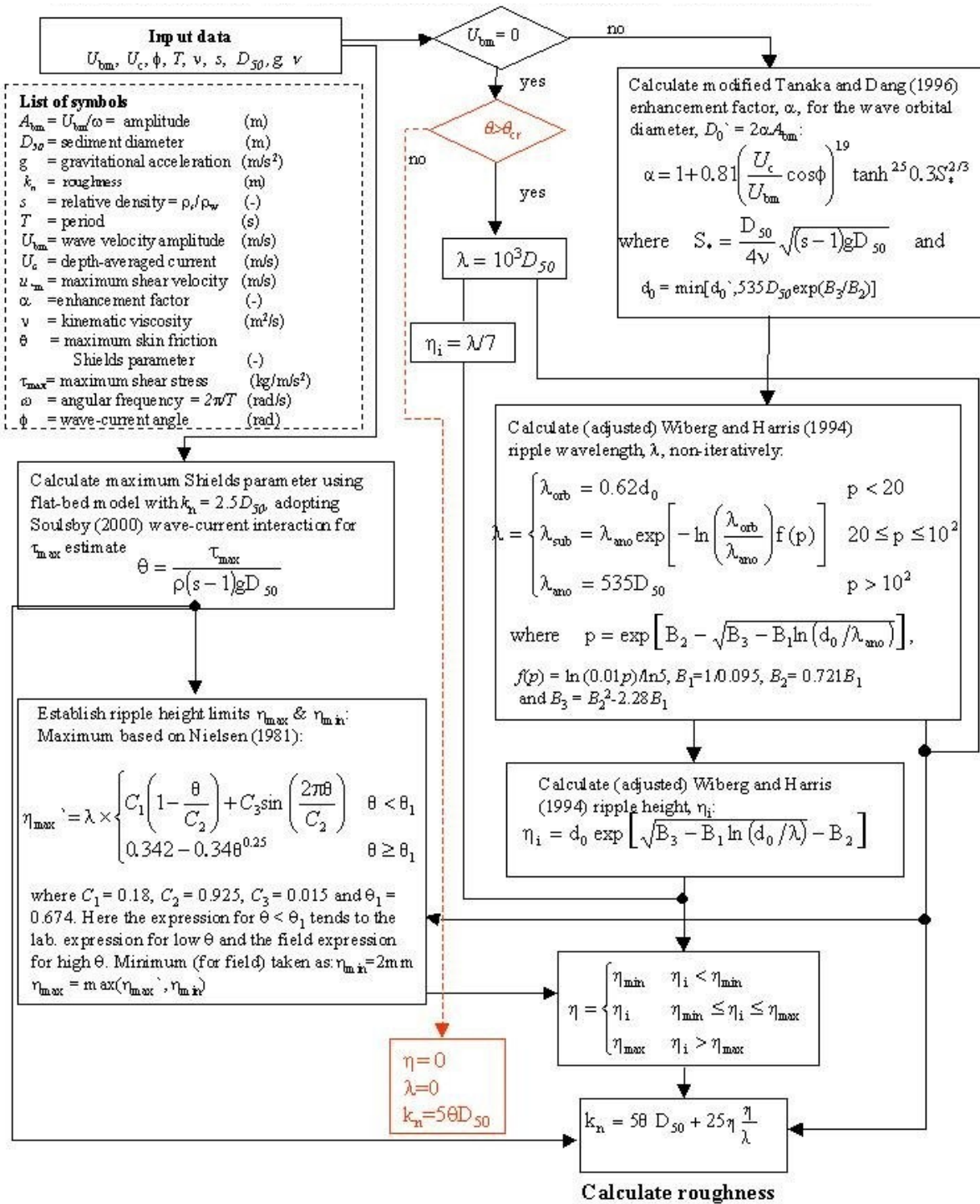


Figura 14.4. Schema per la determinazione della scabrezza dovuta alla presenza dei ripples, secondo quanto proposto da *Wiberg & Harris* (1994).

14.4. Il trasporto in ambito costiero

14.4.1. Trasporto Long-shore

Il trasporto di sedimenti può essere descritto come prodotto della concentrazione istantanea per la istantanea velocità. In genere il trasporto di sedimenti attraverso un piano di larghezza unitaria e altezza uguale alla profondità locale può essere descritto come segue:

$$S = \frac{1}{t'} \int_0^{h+\eta} \int_0^{t'} c(z,t) u(z,t) dt dz \quad (14.16)$$

dove:

- S è il trasporto per unità di larghezza;
- t' è il periodo di integrazione;
- h è la profondità locale;
- η è elevazione del pelo libero istantanea;
- $c(z,t)$ è la concentrazione istantanea;
- $u(z,t)$ è la velocità istantanea;
- z è l'elevazione rispetto al fondo;
- t è il tempo.

In quanto segue la velocità $u(z,t)$ viene assunta uguale alla velocità della corrente litoranea. Questa ultima velocità è praticamente indipendente dal tempo poiché le onde, che causano una componente di velocità dipendente dal tempo, vengono assunte in prossimità della costa, ossia nella zona dei frangenti, pressoché perpendicolari alla spiaggia e, quindi, alla direzione della corrente litoranea. Ciò implica che la velocità $u(z,t)$ può essere assunta come indipendente dal tempo e quindi pari a $u(z)$ e, di conseguenza, anziché utilizzare la concentrazione istantanea si può assumere la concentrazione media temporale $\overline{c(z)}$.

La formula (14.16) si può quindi riscrivere come segue:

$$S_x = \int_0^{h+\eta} \overline{c(z)} \cdot u(z) dz \quad (14.17)$$

Si noti come quest'ultima risulti simile all'espressione utilizzata in ambito fluviale, per cui è possibile utilizzare una qualunque delle formule elaborate in quel contesto. Tuttavia bisogna precisare che il calcolo della concentrazione e della velocità viene effettuato in maniera profondamente diversa per ogni applicazione poiché la velocità dipende dalle forzanti e dalle forze d'attrito. Peraltro, la concentrazione di sedimenti lungo costa è molto più elevata che in un fiume poiché l'azione del moto ondoso mobilita dal fondo grandi quantità di sedimenti. Ciò implica che, sebbene la formula per il trasporto solido (14.16) possa essere ricondotta alla più semplice espressione (14.17), l'azione del moto ondoso non può essere ignorata del tutto.

Prima di andare oltre è opportuno precisare che, dal momento che la maggior parte delle coste basse è costituita da sabbie, la quasi totalità delle formule di trasporto si riferisce a sedimenti costituiti da sabbie non coesive caratterizzate da un angolo d'attrito interno costante. Tale assunto sarà anche adottato in quanto segue.

Nel passato molti ricercatori hanno cercato di quantificare il trasporto solido litoraneo con semplici formulazioni. Tale compito è reso difficile dal fatto che esso dipende dalle caratteristiche del moto ondoso (H_o , T e angolo d'attacco ϕ_o), dal tipo di frangimento

(esprimibile attraverso l'indice di frangimento γ), dalle caratteristiche dei sedimenti (diametro d in caso di sabbie non coesive), pendenza della spiaggia (m) e scabrezza del fondo (r). La differenza tra le varie formulazioni consiste nelle modalità con cui i suddetti parametri vengono fatti entrare in gioco, oltre che nella definizione stessa della formula di trasporto. Gli approcci tipici sono due: il primo, tipico della *CERC*-formula (Civil Engineering Research Centre del US ARMY Corps of Engineers) fornisce il trasporto totale che si realizza complessivamente nella zona dei frangenti; il secondo approccio, invece, fornisce anche la legge di distribuzione del trasporto nella zona dei frangenti.

Nel seguito vengono discusse due metodologie di trasporto solido *long-shore* (*CERC* formula e *Bijker* formula) ognuna delle quali è tipica di uno dei due approcci sopra definiti.

E' opportuno precisare che la *CERC* formula non determina il trasporto sulla base della concentrazione e della velocità dei sedimenti, ma piuttosto sulla base dell'energia disponibile a mobilitare i sedimenti. Essa, in definitiva, fornisce il trasporto totale attraverso una larghezza unitaria della zona dei frangenti. Viceversa la formula di *Bijker* fornisce la distribuzione del trasporto attraverso la zona dei frangenti.

14.3.1. La CERC-Formula

Tale formula è stata sviluppata molto tempo prima che venisse sviluppata la teoria delle correnti litoranee; essa infatti è stata elaborata subito dopo la seconda guerra mondiale sulla base di osservazioni sia di campo che di laboratorio. Dette osservazioni hanno messo in luce una correlazione tra il trasporto *long-shore* S_x (misurato in peso immerso che, in termini di portata volumetrica Q_s si esprime come $(\rho_s - \rho)gQ_s$) e il flusso di energia subito prima del frangimento, in formule:

$$S_x = K' \cdot F \quad (14.18)$$

dove:

- S_x è il trasporto *long-shore*;
- K' è un coefficiente dimensionale;
- F' la componente del flusso di energia (o potenza) che entra nella zona dei frangenti.

La potenza o flusso di energia per unità di lunghezza di una cresta d'onda (vedere Figura 14.5) è pari a:

$$F = Ec_g = \frac{1}{8} \rho g H^2 n C \quad (14.19)$$

dove:

- E è l'energia del moto ondoso;
- H è l'altezza d'onda;
- C è la celerità di propagazione del moto ondoso;
- c_g è la celerità di gruppo (pari a nC).

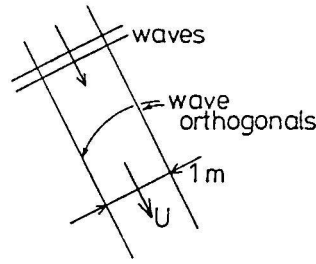


Figura 14.5. Rappresentazione del flusso di energia per unità di larghezza del fronte d'onda.

Al frangimento il flusso di energia per unità di lunghezza di spiaggia risulta pari a (vedere Figura 14.6):

$$F \cos(\varphi_b) = \frac{1}{8} \rho g H_b^2 n_b C_b \cos(\varphi_b) \quad (14.20)$$

dove:

- φ_b è l'angolo tra la cresta d'onda e la linea di costa al frangimento.

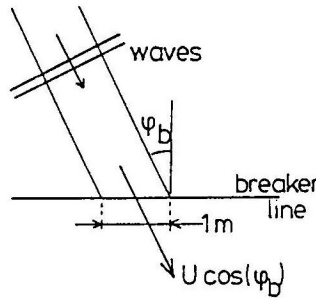


Figura 14.6. Rappresentazione del flusso di energia per unità di larghezza del fronte d'onda al frangimento e per unità di lunghezza di spiaggia.

La componente lungo la costa (direzione x) in corrispondenza alla linea dei frangenti vale:

$$F' = F \cos(\varphi_b) \sin(\varphi_b) = \frac{1}{8} \rho g H_b^2 n_b C_b \cos(\varphi_b) \sin(\varphi_b) \quad (14.21)$$

Per evitare l'introduzione di un coefficiente dimensionale K' come richiesto dall'espressione (14.18), il trasporto di sedimenti viene espresso come:

$$S_x = K H_b^2 n_b C_b \cos(\varphi_b) \sin(\varphi_b) \quad (14.22)$$

essendo K un coefficiente adimensionale.

Il punto focale diventa quindi la corretta individuazione del coefficiente K , nonché la caratterizzazione dell'altezza d'onda da utilizzare in presenza di un treno d'onde irregolari.

Per quanto riguarda un treno d'onde irregolari, sappiamo che vale la relazione:

$$H_s^2 \approx 2 H_{rms}^2 \quad (14.23)$$

in cui:

- H_s : è l'altezza significativa;
- H_{rms} : è l'altezza quadratica media, pari a $H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (H)^2}$.

Nella Tabella 14.I seguente vengono indicati i valori attribuiti al coefficiente K e le scelte più comuni in merito di altezza d'onda:

Tabella 14.I. Valori del coefficiente K da utilizzare per la CERC-formula in funzione delle altezze d'onda scelte a rappresentare il moto ondoso.

	Altezza d'onda	Coefficiente K
<i>Formula CERC originale</i>	H_s	0.028
	H_{rms}	0.056
<i>Shore Protection Manual (1984)</i>	H_s	0.050

In effetti è anche possibile far dipendere il parametro K dal diametro dei sedimenti. Infatti recentemente è stata proposta la formula (valida solo per altezze quadratiche medie) come:

$$K = 1.4e^{-2.5d_{50}} \quad (14.24)$$

il cui andamento è rappresentato in Figura 14.7.

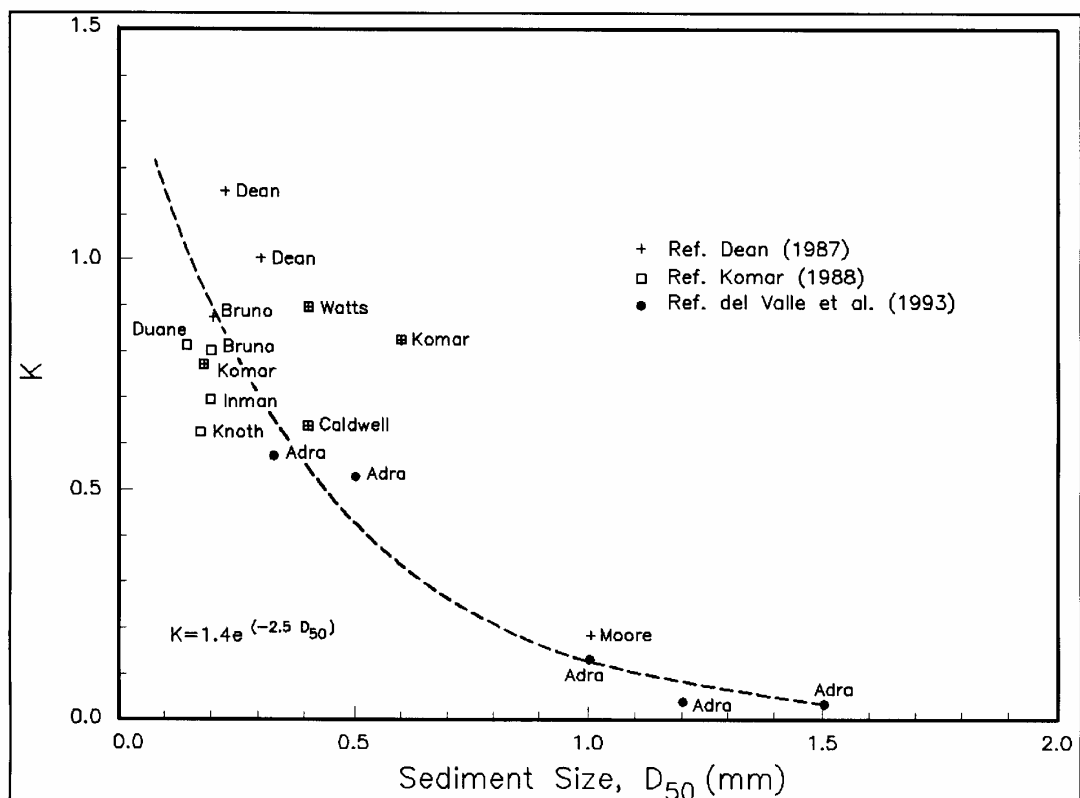


Figura 14.7. Andamento del coefficiente K della CERC-Formula in funzione del diametro dei sedimenti.

Se si assume $K=0.04$ e si usa H_s , la CERC formula diviene:

$$S_x = 0.04 H_b^2 n_b C_b \cos(\varphi_b) \sin(\varphi_b) \quad (14.25)$$

introducendo $n_b=1$:

$$S_x = 0.04 H_b^2 C_b \cos(\varphi_b) \sin(\varphi_b) \quad (14.26)$$

e ancora, ricordando: $\cos(\varphi_b) \sin(\varphi_b) = 0.5 \sin(2\varphi_b)$:

$$S_x = 0.02 H_b^2 C_b \sin(2\varphi_b) \quad (14.27)$$

Ipotizzando isobate rettilinee e parallele alla linea di costa, la teoria della rifrazione consente di porre $E_o n_o C_o b_o = E_b n_b C_b b_b$, e $b_o/b_b = \cos(\varphi_o)/\cos(\varphi_b)$, da cui:

$$S_x = 0.04 H_o^2 n_o C_o \cos(\varphi_o) \sin(\varphi_b) \quad (14.28)$$

Va ricordato che la *CERC* formula è stata ricavata in corrispondenza alla linea dei frangenti, per cui in ogni formulazione deve essere presente almeno un parametro riferito alle condizioni di frangimento.

Uno dei più significativi limiti della *CERC* formula è che essa consente solo di calcolare il trasporto solido totale, perdendo ogni informazione su come il trasporto è distribuito attraverso la zona dei frangenti. Ciò diventa problematico quando si vogliano studiare barre o pennelli. Inoltre la *CERC* formula non tiene conto delle caratteristiche sedimentologiche del materiale che costituisce il fondo. Essa è stata derivata per spiagge con sabbia uniforme con diametro medio compreso tra 175 e 1000 μm . Requisito di base per l'applicabilità della relazione è quindi una spiaggia con simili caratteristiche.

Ulteriore limite è rappresentato dal fatto che non vengono presi in considerazione la pendenza della spiaggia e la larghezza della zona dei frangenti. Si tiene conto solo di forze risultanti da un attacco obliquo del moto ondoso avente le medesime caratteristiche lungo la costa. In definitiva, la formula cade in difetto ogni qualvolta altre forzanti diventino significative (ad esempio correnti mareali).

Infine è opportuno enfatizzare che la *CERC* formula, fornendo solo il trasporto solido nella zona dei frangenti, non può essere applicata in presenza di shoaling, canali dragati, etc., ossia in quelle condizioni in cui non è presente frangimento.

14.4.2. La Formula di Bijker (1971)

La formula di *Bijker* (1971) nasce dall'idea di esprimere il trasporto solido come prodotto della velocità per la concentrazione. In particolare *Bijker* voleva sviluppare una relazione in grado di calcolare il trasporto come funzione di un dato treno d'onde e una assegnata corrente litoranea (sia che essa fosse indotta dal moto ondoso, sia che fosse generata dalle maree). La relazione proposta rappresenta pertanto la prima espressione in grado di predire la distribuzione del trasporto long-shore all'interno della zona dei frangenti.

La formula di trasporto di *Bijker* è ricavata per mezzo di due contributi, il trasporto di fondo e quello in sospensione. Il trasporto di fondo è valutato attraverso una rivisitazione della formula di *Kalinske-Frijlink*. Essa infatti venne suddivisa in due parti: una di mobilitazione dei sedimenti e l'altra di trasporto. In particolare, si ipotizza che le onde abbiano influenza solamente sulla mobilitazione dei sedimenti, per cui, lo sforzo tangenziale al fondo τ_o è sostituito

dal parametro $\tau_{cw} = \tau_c + \frac{1}{2}\tau_w$. Il parametro di trasporto fu adattato semplicemente trascurando il fattore dei ripples μ . Il trasporto al fondo viene dunque espresso come:

$$S_b = \left(2d_{50} \sqrt{\frac{\tau_c}{\rho}} \right) \exp \left[\frac{-0.27 \Delta d_{50} \rho g}{\mu \tau_{cw}} \right] \quad (14.29)$$

dove:

S_b = trasporto di fondo (m^3/sm);

d_{50} = diametro mediano delle particelle;

g = accelerazione di gravità;

Δ = densità relativa apparente dei sedimenti $(=(\rho_s - \rho)/\rho)$;

ρ_s = densità dei sedimenti;

ρ = densità dell'acqua;

μ = incremento di scabrezza dovuta ai ripples $(=(C/C_{90})^{1.5})$;

C_{90} = coefficiente di *Chezy* basato sul d_{90} , essendo $C = 18 \log(12h/r)$;

Per quanto concerne il trasporto in sospensione, *Bijker* accoppiò la formula di trasporto al fondo adattata, alla formula di trasporto in sospensione di *Einstein*, ottenendo:

$$S_s = 1.83 Q S_b \quad (14.30)$$

avendo indicato con Q la quantità:

$$Q = \left[I_1 \ln \left(\frac{33h}{r} \right) + I_2 \right]; \quad (14.31)$$

dove I_1 e I_2 sono gli integrali di *Einstein*:

$$I_1 = R \int_A^1 \left(\frac{1-\zeta}{\zeta} \right)^{z^*} d\zeta; \quad I_2 = R \int_A^1 \left(\frac{1-\zeta}{\zeta} \right)^{z^*} \ln \zeta d\zeta; \quad (14.32)$$

essendo:

$\zeta = z/h$ = altezza adimensionale;

$A = r/h$ = scabrezza adimensionale;

$$R = \frac{0.216 A^{(z^*-1)}}{(1-A)^{z^*}};$$

$z^* = \frac{w}{k U_{wc}^*}$ con U_{wc}^* .velocità d'attrito dovuta alle onde e alle correnti.

Il trasporto totale si ottiene quindi sommando i due contributi, ovvero:

$$S = S_b + S_s = S_b (1 + 1.83 Q). \quad (14.33)$$

La distribuzione di sedimenti attraverso la zona dei frangenti può essere determinata calcolando il trasporto a varie profondità h , fino a raggiungere la profondità h_b al confine esterno della zona dei frangenti.

La scabrezza del fondo influenza il trasporto totale in due modi: non appena la scabrezza aumenta, la velocità della corrente litoranea diminuisce; in secondo luogo, per una data corrente litoranea la formula di *Bijker* fornisce un trasporto solido inferiore all'aumentare della scabrezza. Complessivamente dunque il trasporto si riduce all'aumentare della scabrezza. Inoltre, come si evince dalla Figura 14.8 all'aumentare della granulometria del materiale al fondo, il trasporto solido sembra diminuire, a dispetto di quanto mostrato dalla relazione tra d e S_b ; ciò scaturisce dal fatto che, nel trasporto in sospensione, la granulometria influenza la velocità di sedimentazione w e, indirettamente, anche il fattore di scabrezza dovuto alla presenza dei ripples μ .

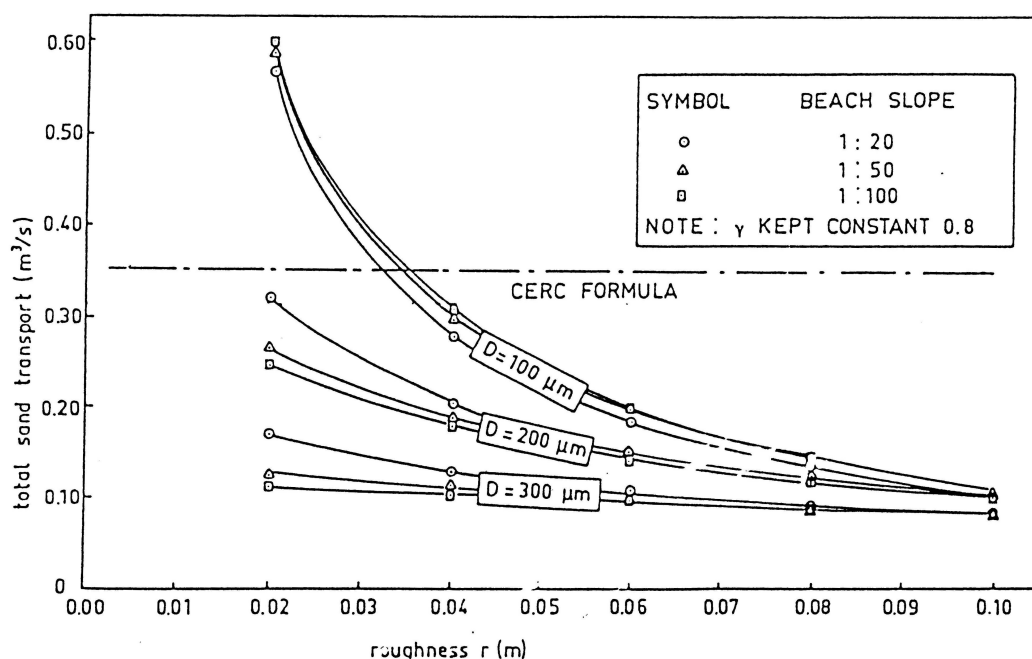


Figura 14.8. Analisi di sensitività della formula di *Bijker* (1971).

Un aumento della pendenza della spiaggia induce un aumento nella velocità della corrente litoranea, che a sua volta dà luogo ad un incremento del trasporto solido per unità di larghezza. L'aumento della pendenza comunque riduce l'estensione della zona dei frangenti – e di trasporto dunque – cosicché il trasporto su una spiaggia stretta e ripida è poco differente da quello che si realizza su una spiaggia larga e poco acclive.

Da un confronto tra la formula di *Bijker* e la *CERC* formula si ottengono risultati abbastanza concordi (differenti solo per un fattore 2!). La *CERC* formula è di più semplice impiego; tuttavia la potenza della formula di *Bijker* è da ricercare nella sua versatilità a descrivere ogni condizione di corrente. La formula di *Bijker* è applicabile a condizioni più universali; la corrente difatti può essere ottenuta da ogni combinazione di forze e può essere soggetta ad ogni tipo di influenze locali. Ad esempio può essere adottata per predire la sedimentazione in canali navigabili in assenza di frangimento, ossia in casi in cui la *CERC* formula non sarebbe in grado di fornire alcun risultato.

14.7.2. Trasporto cross-shore

Il trasporto solido può essere descritto attraverso la semplice equazione di continuità dei sedimenti

$$S = \frac{1}{t'} \int_0^{h+\eta} \int_0^{t'} c(z,t) u(z,t) dt dz \quad (14.34)$$

in cui

- S : trasporto solido espresso in $[m^3/ms]$
- t' : tempo di integrazione [s]
- h : profondità locale [m]
- η : elevazione istantanea del pelo libero [m]
- $c(z,t)$: concentrazione istantanea di sedimenti [-]
- $u(z,t)$: velocità istantanea [m/s]
- z : elevazione riferita al fondo [m]
- t : tempo [s]

Al contrario dell'equazione per il trasporto longshore, l'equazione (14.102) non è riducibile. Benché la variazione temporale di velocità nello spazio e nel tempo (oscillazioni) possa essere descritta, sebbene con qualche difficoltà, la corrispondente variazione di concentrazione è talmente imprevedibile da rendere pressoché impossibile una appropriata modellizzazione, senza l'introduzione di drastiche semplificazioni.

14.4.2 Il modello OSTRAN

L'ipotesi alla base del modello OSTRAN (introdotto da *Stive & Battjes*, 1984) è che il più importante meccanismo di mobilitazione dei sedimenti al fondo sia rappresentato dalla corrente mediata nel tempo e diretta verso il largo che si sviluppa in prossimità del fondo e che prende il nome di undertow (vedi Fig. 14.7). Tale fenomeno è particolarmente importante in presenza di onde frangenti, cioè all'interno della zona dei frangenti. Infatti, a parità di altezza d'onda, l'undertow prodotto nel caso di onde frangenti è sensibilmente più intenso di quello prodotto in condizioni di onde non frangenti.

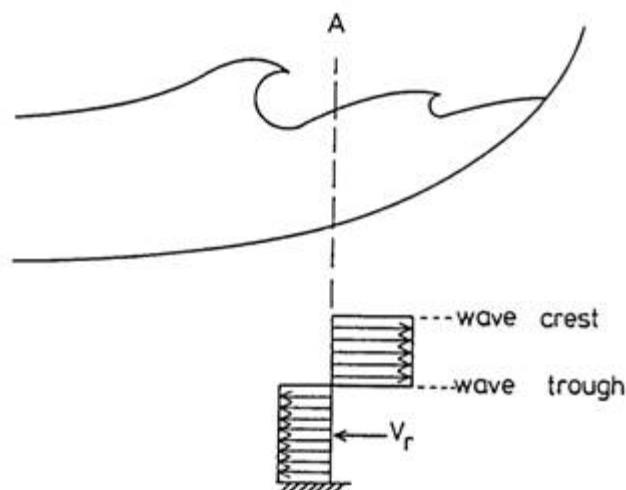


Figura 14.7. Ricostruzione del profilo di spiaggia durante i mesi estivi.

Se si considera che:

- il trasporto unitario di sedimenti , S , è principalmente concentrato nella regione prossima al fondo, e come tale localmente definito in tale zona,
- e si assume che:
- il campo di velocità orizzontale, V_r , è uniformemente distribuito sulla verticale in prossimità del fondo,
 - i contributi dovuti alla componente fluttuante della velocità possono essere trascurati, in prima approssimazione,
- è possibile semplificare l'espressione (14.38) nella seguente:

$$\bar{S}_y = \bar{V}_r \bar{s} \quad (14.35)$$

in cui \bar{S}_y : trasporto solido cross-shore mediato nel tempo
 \bar{V}_r : velocità media indotta dal frangimento in prossimità del fondo
 \bar{s} : trasporto solido medio unitario

Una semplice modellizzazione della corrente di undertow è data dalla seguente espressione:

$$\bar{V}_r = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{g}{h}} H_b = \frac{1}{8} \gamma \sqrt{gh} \quad (14.36)$$

in cui H_b : altezza d'onda al frangimento
 γ : indice di frangimento

Poiché nel caso di onde irregolari, la posizione del punto di frangimento, cioè del punto in cui l'onda inizia a frangere, è variabile, l'intensità dell'undertow deve dipendere anche dalla distanza dalla spiaggia, in quanto in una certa posizione solo una parte delle onde saranno frangenti. Quindi in funzione della percentuale di onde frangenti (A) l'undertow può essere espresso come

$$\bar{V}'_r = \frac{A}{100} \bar{V}_r \quad (14.37)$$

Naturalmente, se tutte le onde sono frangenti l'equazione (14.36) e la (14.37) si equivalgono.

Il trasporto solido medio unitario è principalmente confinato in prossimità del fondo, come risulta dalle osservazioni di *Nielsen* (1979) e di *Bowen* (1982), che hanno evidenziato come la concentrazione di sedimenti decada in maniera esponenziale allontanandosi progressivamente dal fondo. La quantità s può essere espressa come

$$s = \int_0^h c(z) dz \quad (14.38)$$

mentre il trasporto medio unitario è

$$\bar{s} = c_0 \frac{\mathcal{E}}{w} \quad (14.39)$$

in cui c_0 : concentrazione di riferimento al fondo
 ε : viscosità turbolenta
 w : velocità di sedimentazione

In base a quanto esposto, il trasporto solido in direzione perpendicolare alla spiaggia può essere espresso come:

$$\bar{S}_y = b \bar{V}_r \bar{s} = b \bar{V}_r c_0 \frac{\varepsilon}{w} \quad (14.40)$$

in cui: b : è una costante di proporzionalità

La costante b sarebbe pari a 1 se le summenzionate ipotesi fossero esattamente vere, in realtà confronti con misure sperimentali hanno fornito per b un range di valori piuttosto ampio, tra 0.25 e 1.

14.4.3 Il modello CROSTRAN

Il modello CROSTRAN (*Stive*, 1985) è basato invece su un approccio energetico. *Bagnold* (1963) fu il primo a suggerire l'idea che il trasporto di sedimenti è da mettere in relazione con la dissipazione di energia e che una parte dell'energia in una corrente è usata per mobilitare i sedimenti o per mantenerli in sospensione. *Bailard* (1981) adattò la teoria di *Bagnold* al caso di moto ondoso, tenendo in conto anche la pendenza del fondo.

L'energia dissipata può essere espressa come prodotto di una forza per una distanza, lungo la quale la forza stessa si esercita. La forza in questione, in particolare, è in relazione con gli sforzi di attrito, che a loro volta sono proporzionali al quadrato della velocità. La distanza lungo la quale tale forza si esercita può anch'essa essere messa in relazione con la velocità.

Per tener conto del fatto che solo una porzione dell'energia dissipata è usata per il trasporto solido, è stato introdotto un fattore di efficienza.

Sulla base della distinzione in trasporto solido di fondo (in cui i grani rimangono costantemente in contatto tra di loro e con il fondo) e in trasporto solido in sospensione (in cui i grani sono mantenuti in sospensione grazie alla turbolenza), si considerano separatamente il trasporto al fondo istantaneo, $S_b(t)$, e il trasporto in sospensione istantaneo, $S_s(t)$, espressi rispettivamente come:

$$S_b(t) = \frac{\rho c_f \varepsilon_b}{(\rho - \rho_s) g (1 - p) \tan \varphi} \left[|u(t)|^2 u(t) - \frac{\tan \beta}{\tan \varphi} |u(t)|^3 \right] \quad (14.41)$$

$$S_s(t) = \frac{\rho c_f \varepsilon_s}{(\rho - \rho_s) g (1 - p) w} \left[|u(t)|^3 u(t) - \frac{\varepsilon_s}{w} \tan \beta |u(t)|^5 \right] \quad (14.42)$$

in cui $u(t)$: velocità istantanea in prossimità del fondo
 ρ : densità dell'acqua
 ρ_s : densità dei sedimenti
 c_f : coefficiente di drag al fondo
 φ : angolo di attrito interno

- w : velocità di sedimentazione
- β : pendenza della spiaggia
- ε_b : fattore di efficienza (0.10) per il trasporto al fondo
- ε_s : fattore di efficienza (0.02) per il trasporto in sospensione

Le unità di misura utilizzate in (14.41) e (14.42) sono differenti da quelle usate nella maggior parte delle formule in queste note (vedere articoli originali per una loro applicazione).