

Corso di Laurea in Ingegneria Edile-Architettura

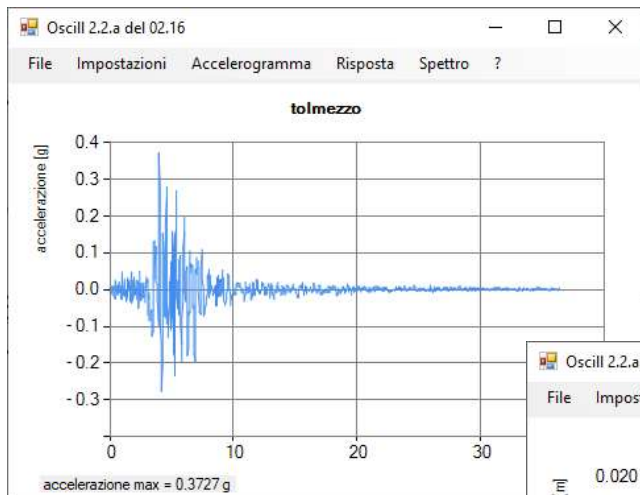
Progetto di costruzioni in zona sismica
A.A. 2024/2025

05 – SPETTRI DI RISPOSTA ELASTICI

Edoardo M. Marino, Università degli Studi di Catania

Spettro di risposta in spostamento relativo

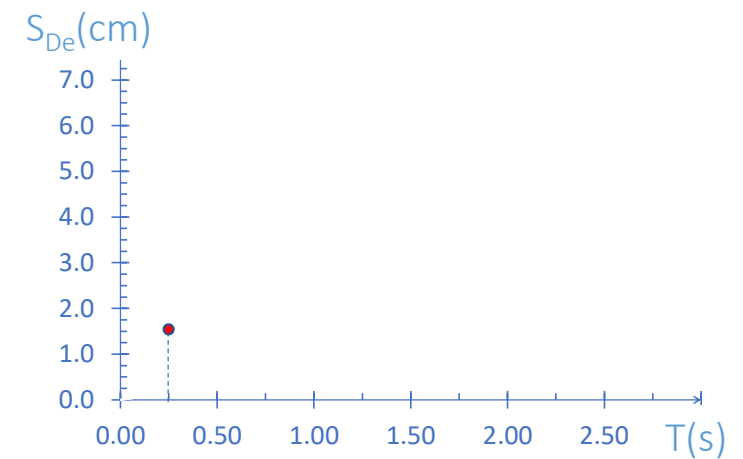
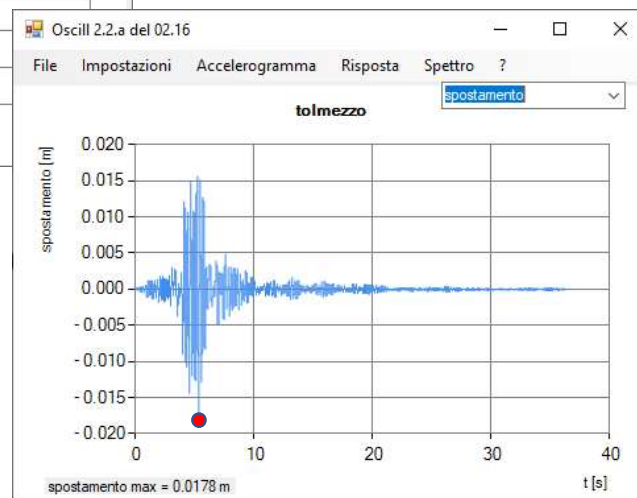
Fissato un accelerogramma è possibile determinare lo spostamento massimo per un sistema con assegnato periodo



$$\xi = 0.05$$

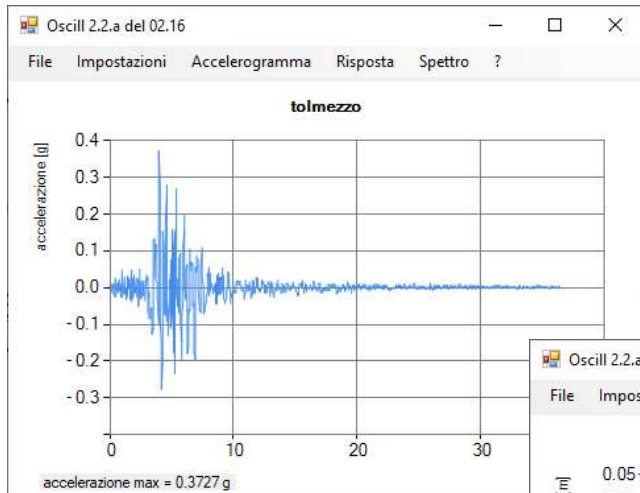
$$T = 0.25 \text{ s}$$

$$u_{\max} = 1.78 \text{ cm}$$



Spettro di risposta in spostamento relativo

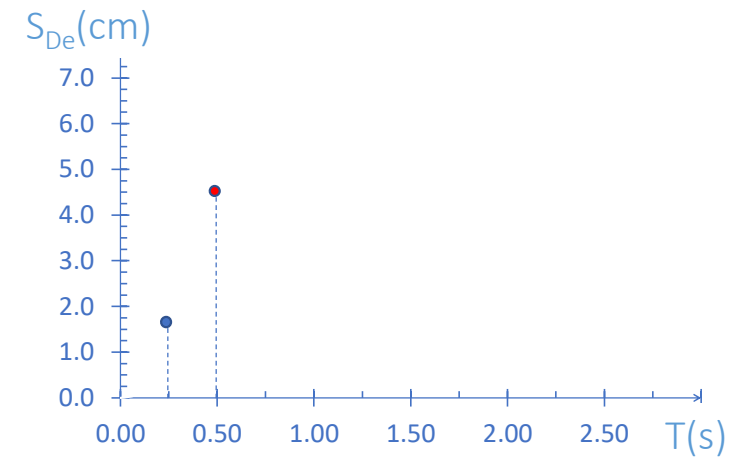
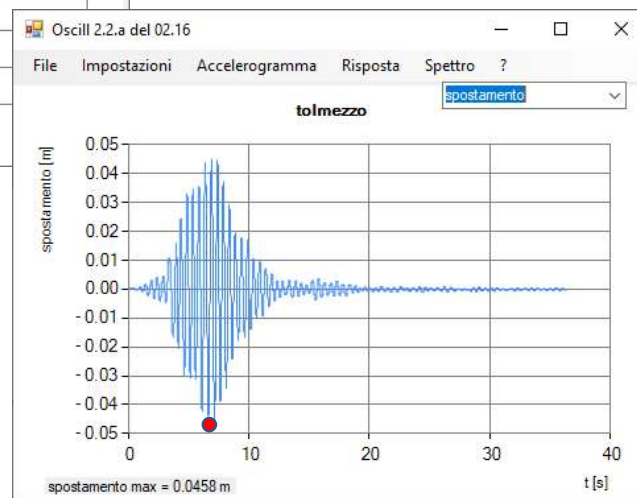
Fissato un accelerogramma è possibile determinare lo spostamento massimo per un sistema con assegnato periodo



$$\xi = 0.05$$

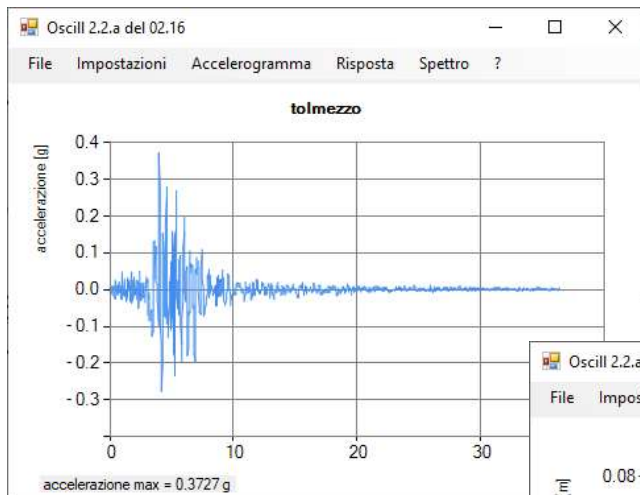
$$T = 0.50 \text{ s}$$

$$u_{\max} = 4.58 \text{ cm}$$



Spettro di risposta in spostamento relativo

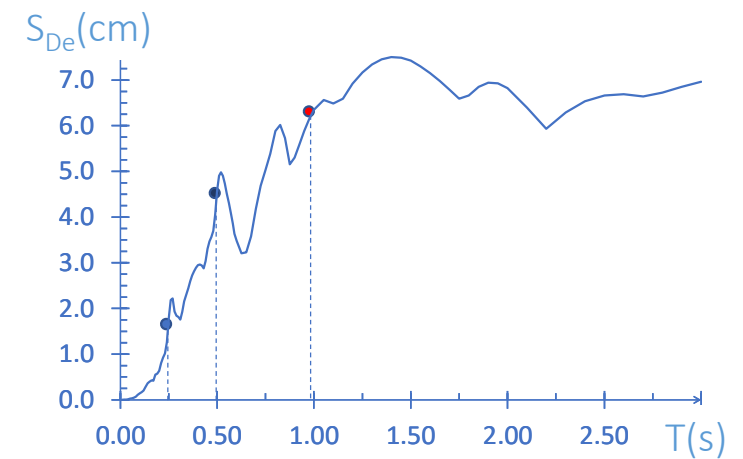
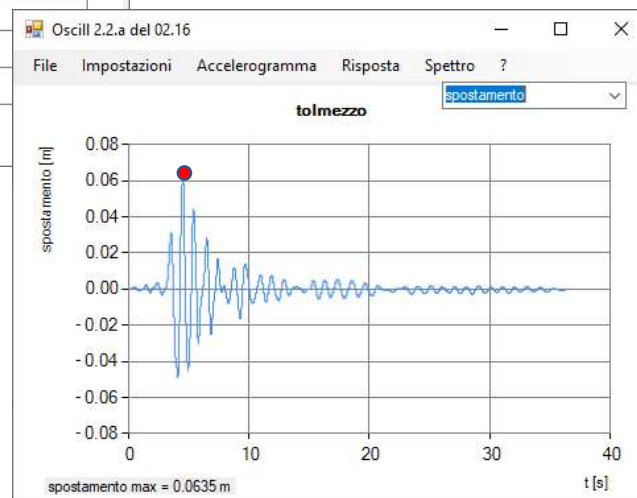
Fissato un accelerogramma è possibile determinare lo spostamento massimo per un sistema con assegnato periodo



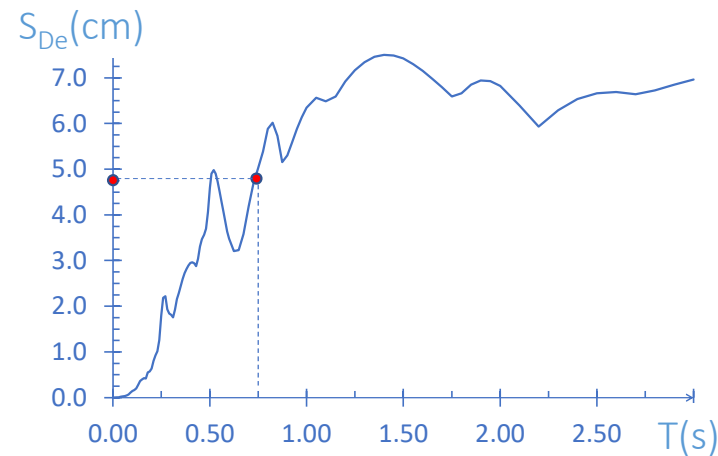
$$\xi = 0.05$$

$$T = 1.00 \text{ s}$$

$$u_{\max} = 6.35 \text{ cm}$$



Spettro di risposta in spostamento relativo

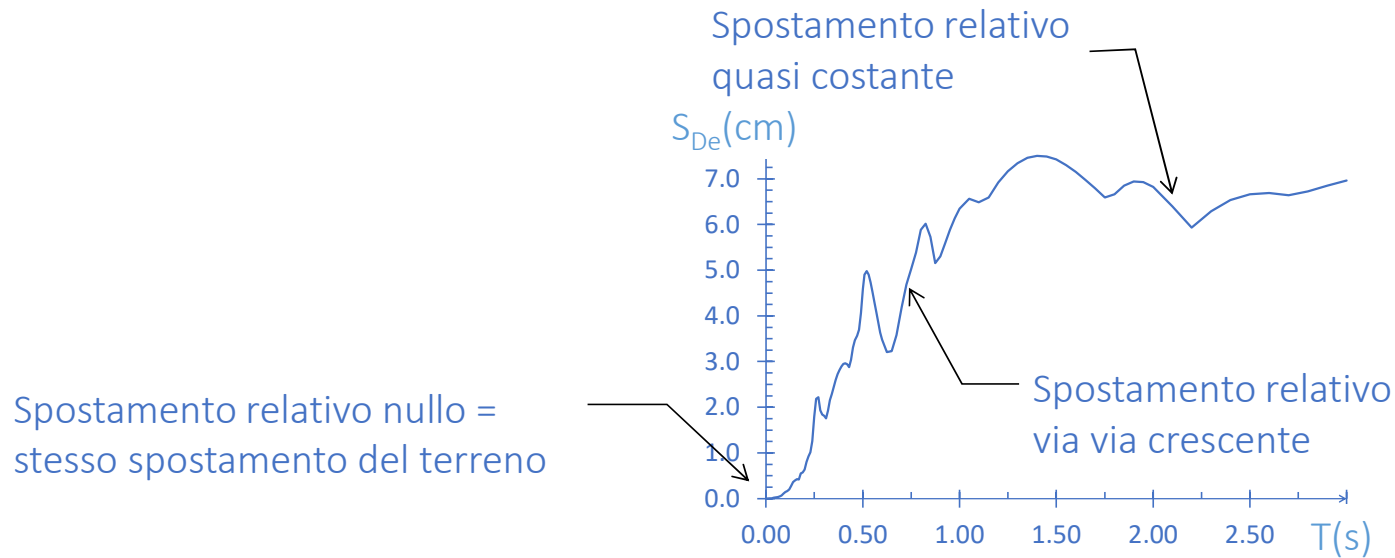


Lo spettro di risposta permette di conoscere lo spostamento massimo richiesto dal terremoto una volta noto il periodo T del sistema SDOF.

Esempio:

Sistema SDOF con $T = 0.75$ s $\rightarrow S_{De} = 4.8$ cm

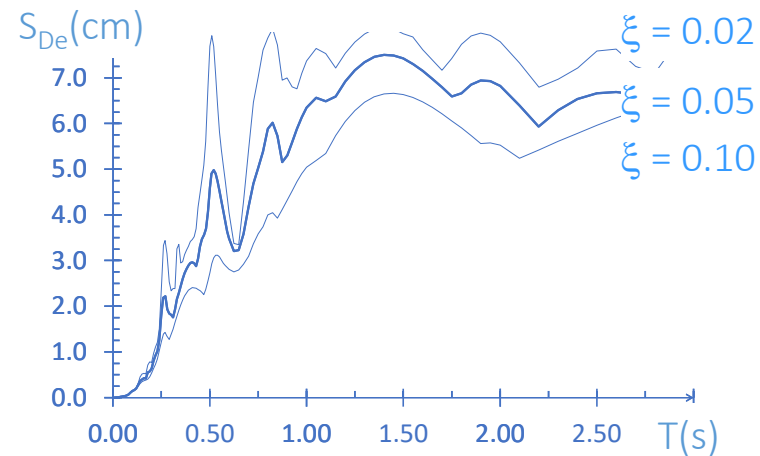
Spettro di risposta in spostamento relativo



Lo spettro dipende dall'accelerogramma ...

... ma presenta caratteristiche comuni a tutti gli accelerogrammi.

Spettro di risposta in spostamento relativo



Lo spettro di risposta dipende anche dal rapporto di smorzamento ξ . Lo spostamento si riduce quando aumenta ξ .

Ciò che è stato fatto con lo spostamento relativo può essere fatto con qualunque altro ente di risposta ottenendo così altri spettri.

Risposta massima ad un accelerogramma

Equazione del moto: $m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$

Quando lo spostamento relativo u è massimo la sua derivata è nulla

$$u = u_{\max} \Rightarrow \dot{u} = 0$$

Si ha allora:

$$m \ddot{u} + k u_{\max} = -m \ddot{u}_g$$

$$k u_{\max} = -m (\ddot{u} + \ddot{u}_g)$$

$$|\ddot{u} + \ddot{u}_g| = \frac{k}{m} u_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 u_{\max}$$

$$\text{perché } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Risposta massima ad un accelerogramma

La quantità $|\ddot{u} + \ddot{u}_g| = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u$ è detta **pseudo-accelerazione**

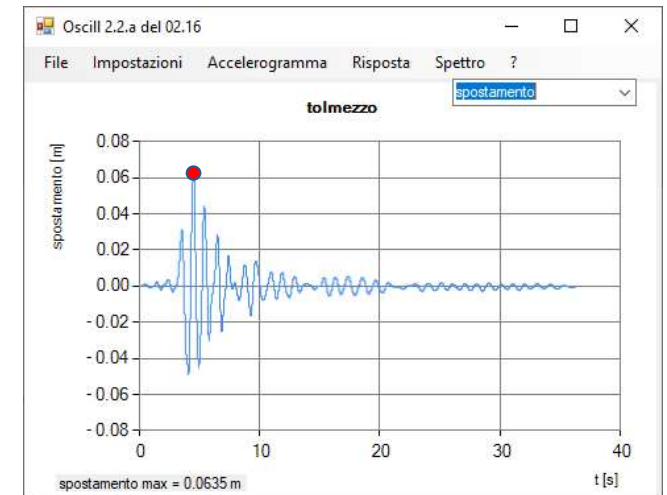
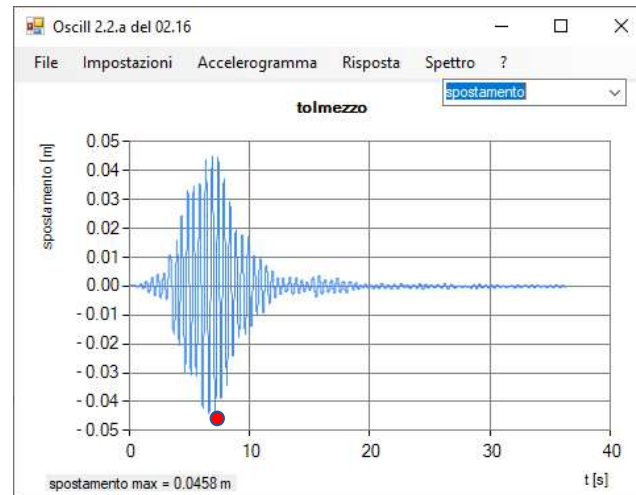
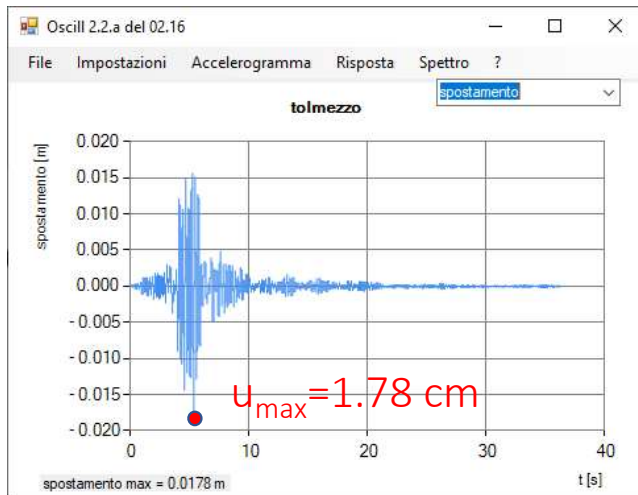
Essa coincide con l'accelerazione quando lo smorzamento è nullo

L'accelerazione assoluta massima e la pseudo-accelerazione massima a rigore sono diverse, ma in sostanza sono praticamente coincidenti

La relazione $|\ddot{u} + \ddot{u}_g| = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u$

consente di passare dai valori massimi dello spostamento a quelli della pseudo-accelerazione, e viceversa

Spettro di risposta in pseudo-accelerazione



$$S_e = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 u = \left(\frac{2\pi}{0.25} \right)^2 \times 1.78$$

$$= 1131 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

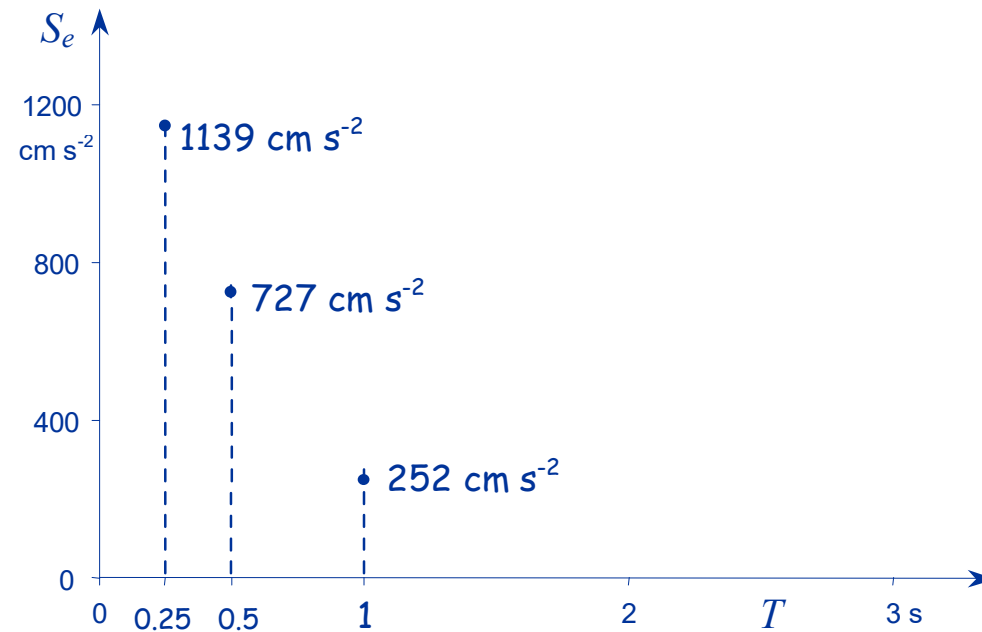
$$S_e = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 u = \left(\frac{2\pi}{0.50} \right)^2 \times 4.58$$

$$= 724 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$S_e = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 u = \left(\frac{2\pi}{1.00} \right)^2 \times 6.35$$

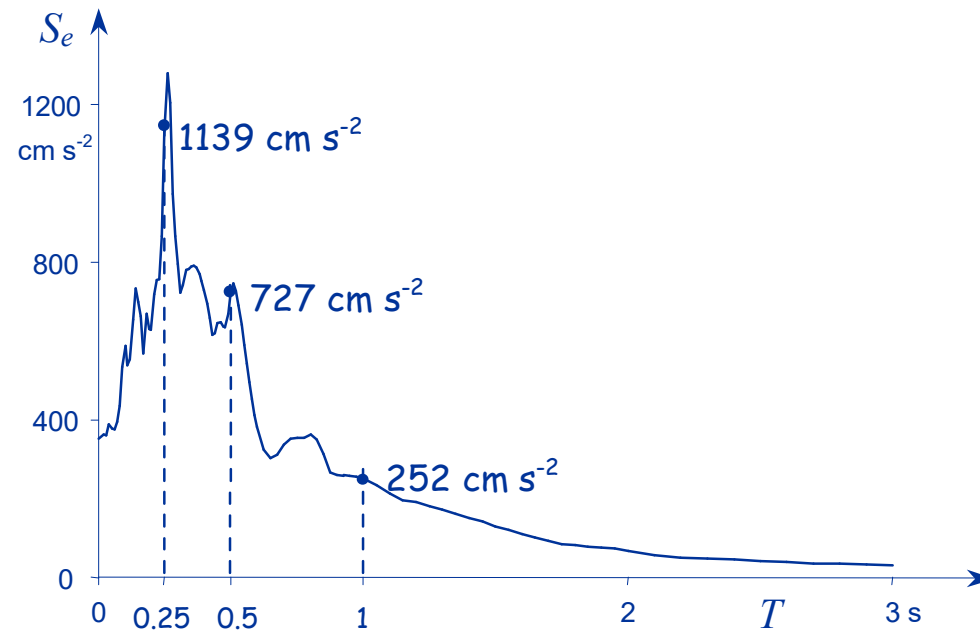
$$= 251 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

Spettro di risposta in pseudo-accelerazione



Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione corrispondente allo spostamento massimo

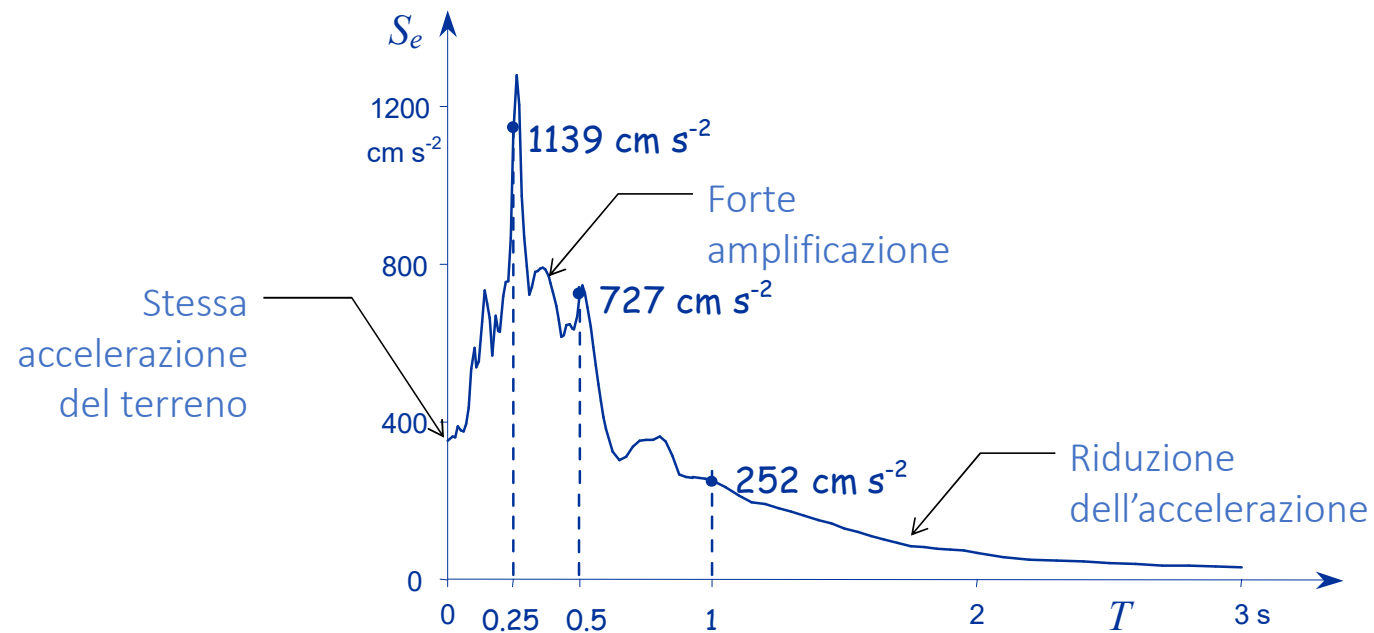
Spettro di risposta in pseudo-accelerazione



Si può diagrammare, per punti, il valore dell'accelerazione corrispondente allo spostamento massimo

Unendo i punti si ottiene lo “spettro di risposta” in termini di accelerazione

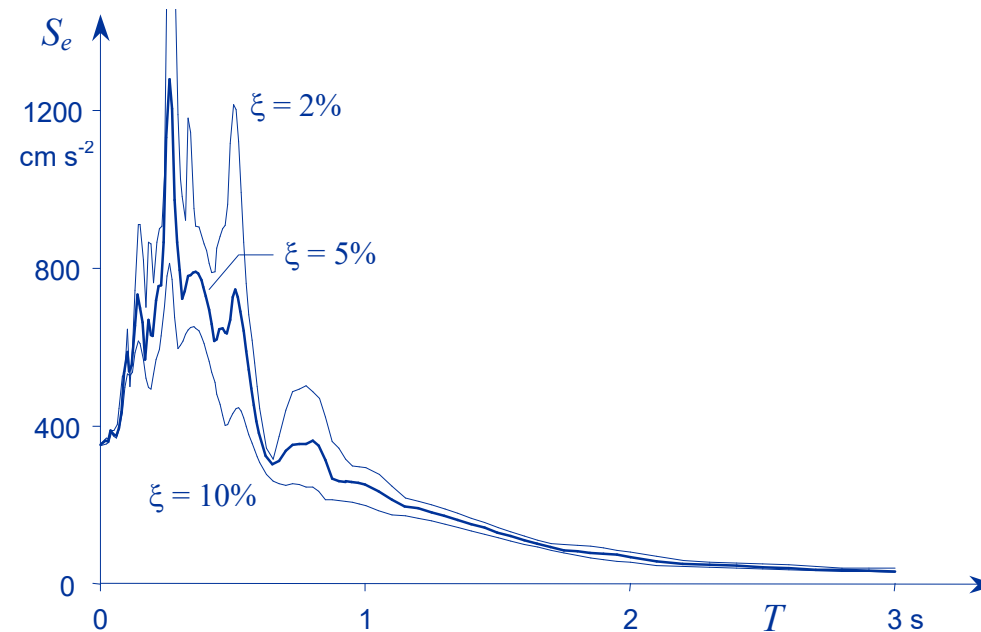
Spettro di risposta in pseudo-accelerazione



Anche questo spettro dipende dall'accelerogramma ...

... ed anche questo presenta caratteristiche comuni a tutti gli accelerogrammi.

Spettro di risposta in pseudo-accelerazione



L'effetto dello smorzamento è analogo a quello osservato sullo spettro di spostamento ...

... le ordinate (accelerazioni) si riducono all'aumentare del rapporto di smorzamento.

A cosa servono gli spettri

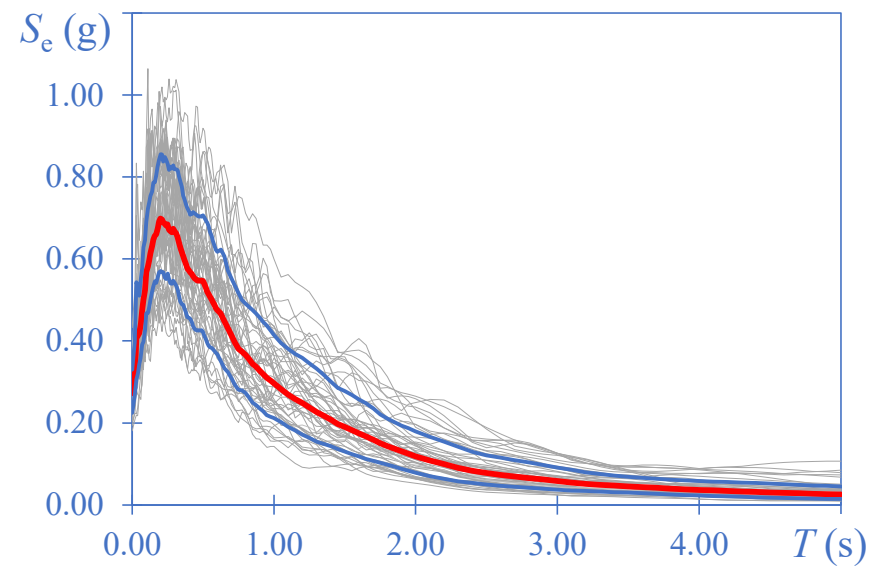
Per valutare la risposta massima provocata da un evento sismico ben definito senza doverne la storia temporale :

- Spostamento massimo S_{De}
- Massima sollecitazione (moltiplicando $k \times S_{De}$)
- In alternativa posso calcolare:
 - Pseudo-accelerazione S_e
 - La forza che produce lo spostamento massimo (moltiplicando $m \times S_e$)
 - Applico la forza alla struttura e determino la massima sollecitazione

Risposta a più terremoti

È possibile individuare gli spettri dei singoli accelerogrammi e determinarne

- la mediana
- i frattili 16% e 84%

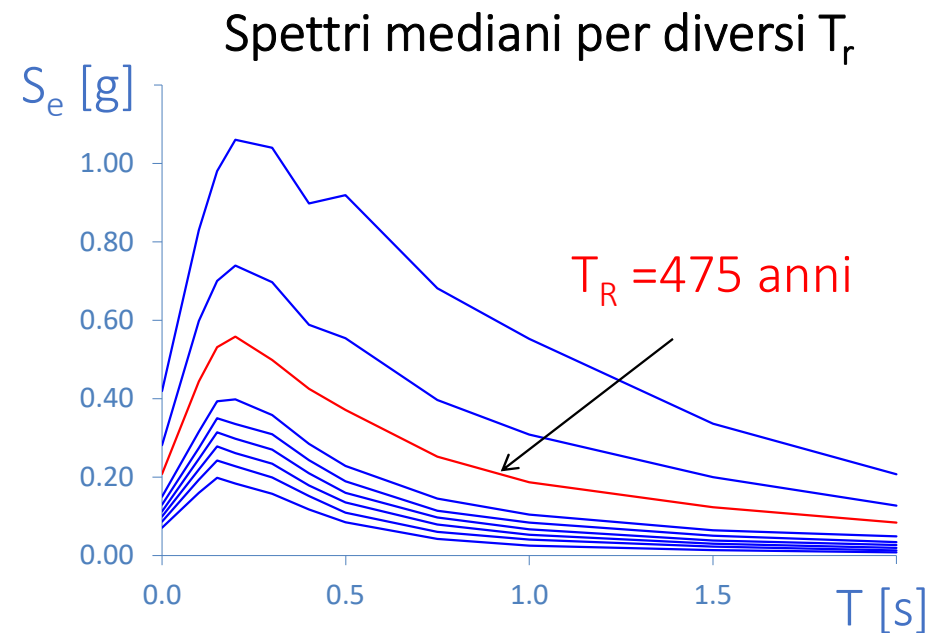


Gli spettri del Progetto Finalizzato Geodinamica

Sul territorio nazionale è stata definita una griglia a maglia quadrata di lato 10 km ...



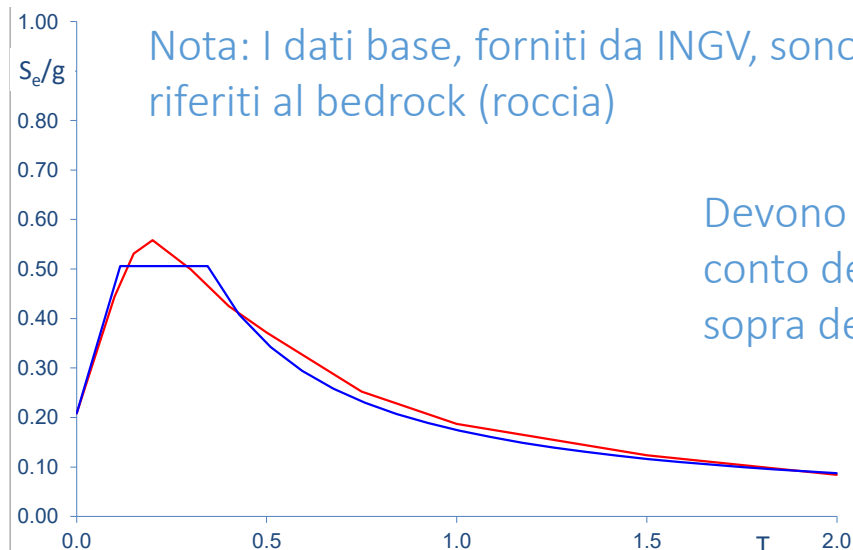
Per ogni nodo della griglia sono stati determinati gli spettri mediano e frattili 16%, 84% corrispondenti a vari periodi di ritorno T_r .



Spettro di risposta elastico delle NTC18

Accelerazioni orizzontali

La forma degli spettri mediani (linea rossa) è stata semplificata (linea blu) in modo da usare le stesse formule (con parametri diversi) per tutti i siti.



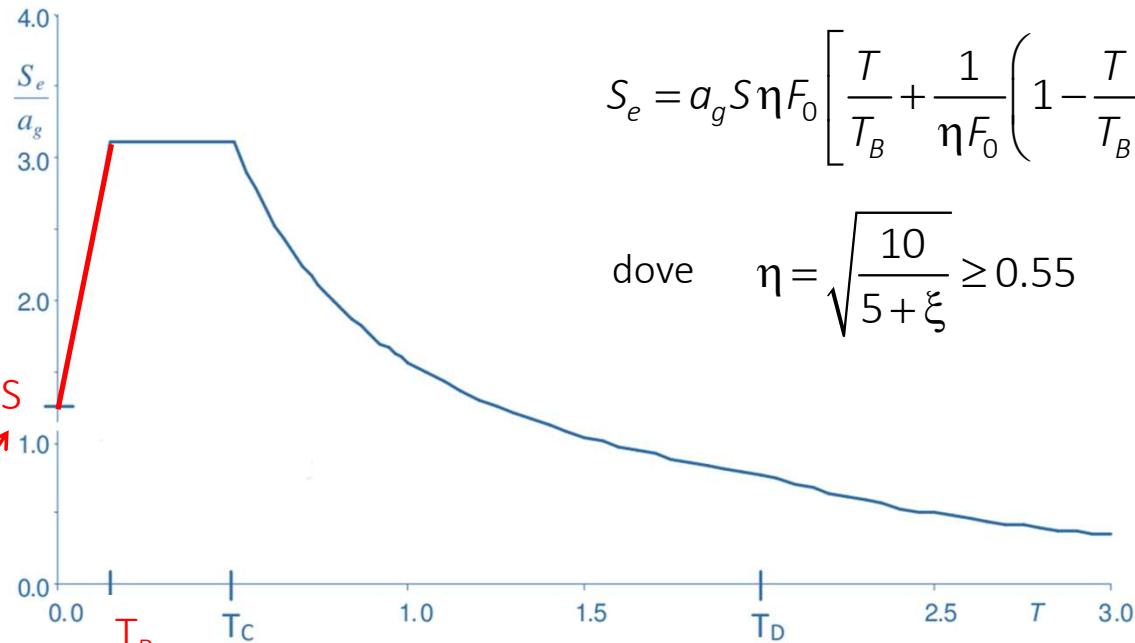
Spettro di risposta elastico delle NTC18

Accelerazioni orizzontali

Primo tratto lineare:

$$S_e = a_g S \eta F_0 \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta F_0} \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right]$$

dove $\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55$

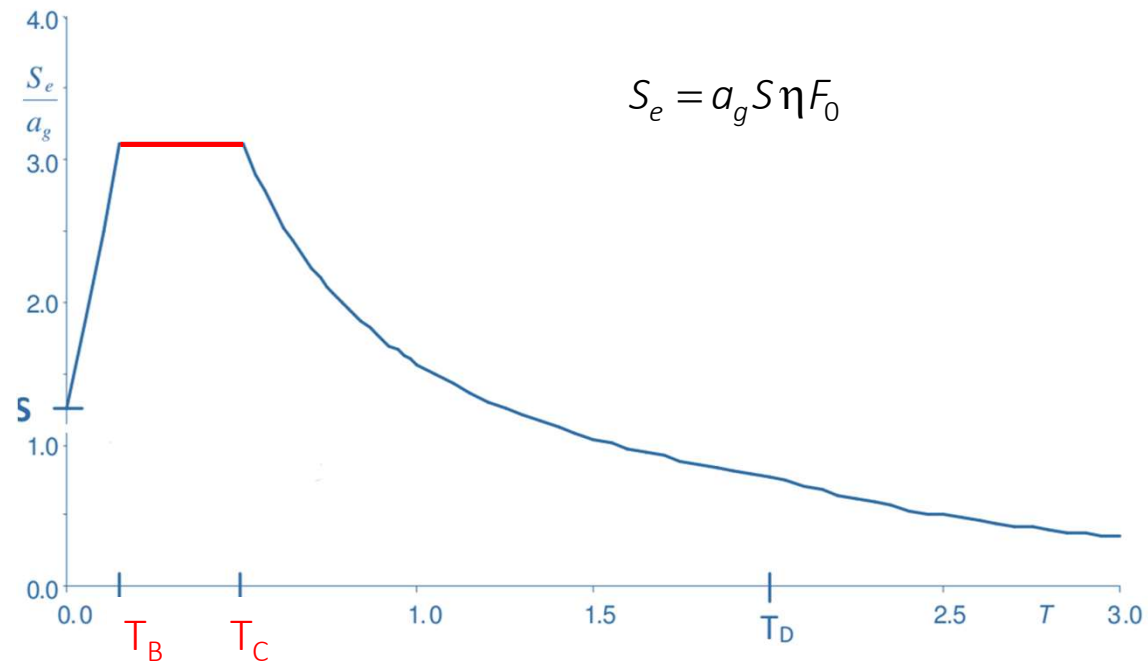


Amplificazione
legata al tipo
di terreno

Spettro di risposta elastico delle NTC18

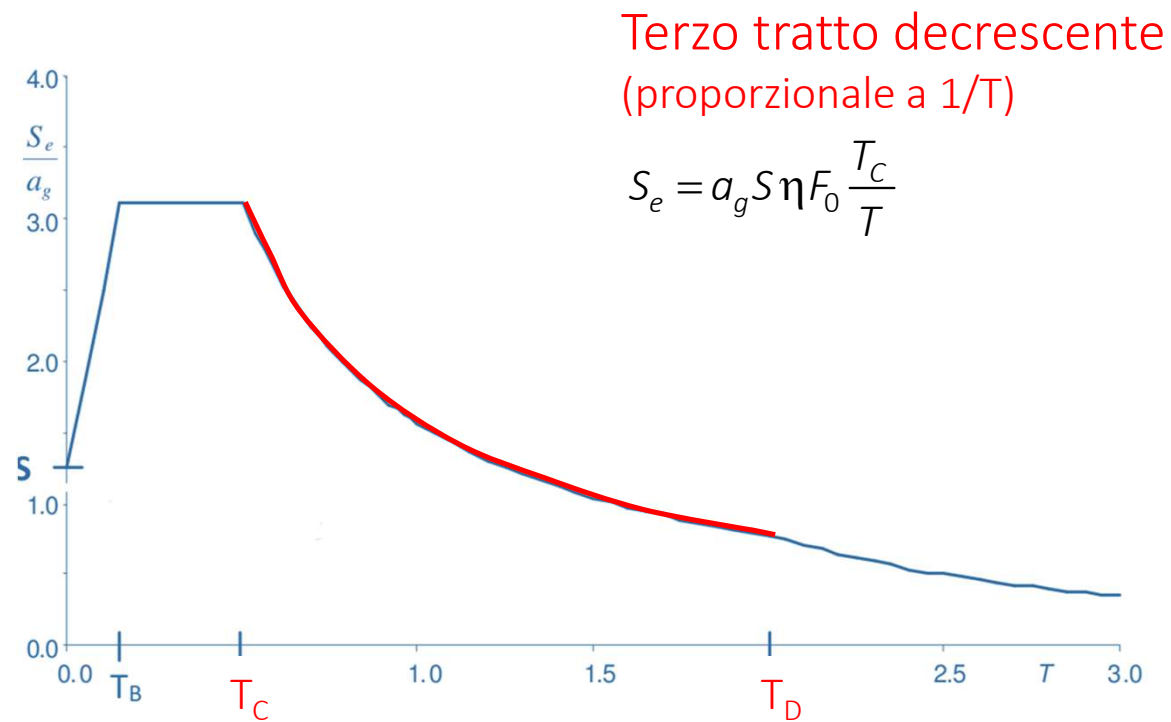
Accelerazioni orizzontali

Secondo tratto costante



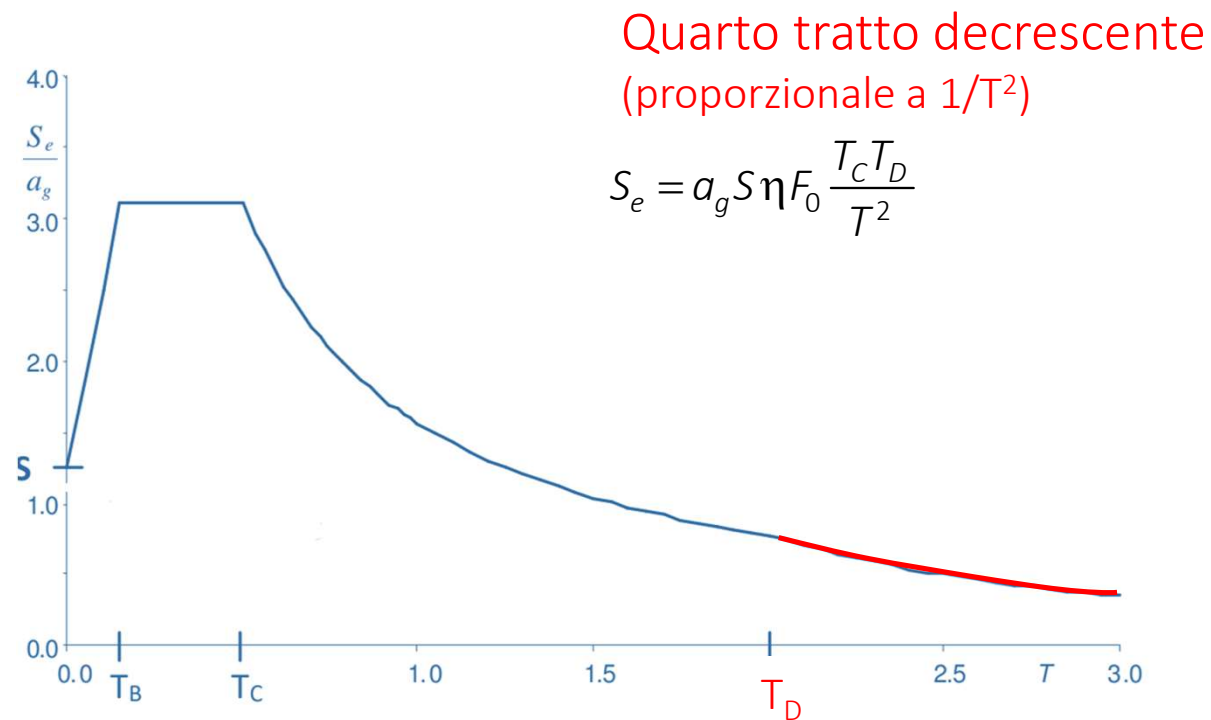
Spettro di risposta elastico delle NTC18

Accelerazioni orizzontali



Spettro di risposta elastico delle NTC18

Accelerazioni orizzontali



Spettro di risposta elastico delle NTC18

Accelerazioni orizzontali

- Per definire uno spettro di risposta elastico occorre indicare
- i parametri
 - a_g accelerazione di picco al suolo su roccia
 - S amplificazione dovuta al tipo di terreno
 - T_B , T_C e T_D periodi che separano i diversi tratti
 - ξ rapporto di smorzamento della struttura

Secondo le NTC18, S , T_B , T_C , T_D si ricavano a partire dai tre parametri

$$a_g, F_o, T_c^*$$

che sono legati al sito e al periodo di ritorno T_R e dipendono anche dalle caratteristiche del terreno

Spettro di risposta elastico delle NTC18

Accelerazioni orizzontali

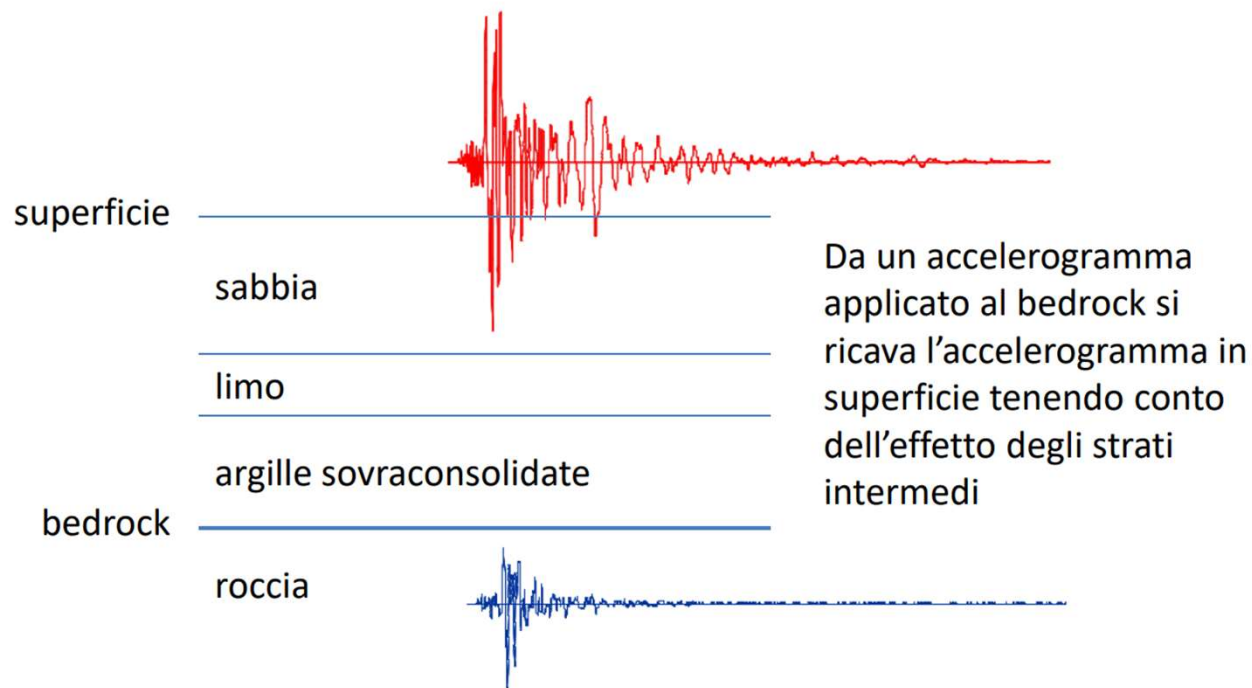
ID	LON	LAT	T _R =30			T _R =50			T _R =72			T _R =101			T _R =140			T _R =201			T _R =475			T _R =975			T _R =2475		
			a _g	F _o	T _C	a _g	F _o	T _C	a _g	F _o	T _C	a _g	F _o	T _C	a _g	F _o	T _C	a _g	F _o	T _C	a _g	F _o	T _C	a _g	F _o	T _C	a _g	F _o	T _C
11571	7.4984	45.537	0.247	2.55	0.18	0.304	2.58	0.20	0.344	2.62	0.22	0.382	2.65	0.23	0.423	2.66	0.24	0.473	2.68	0.25	0.591	2.75	0.28	0.708	2.78	0.30	0.873	2.89	0.31
18007	7.5018	44.083	0.345	2.58	0.19	0.483	2.56	0.22	0.593	2.57	0.24	0.729	2.52	0.25	0.876	2.48	0.26	1.062	2.44	0.27	1.553	2.45	0.29	2.071	2.49	0.31	2.968	2.51	0.33
14900	7.5027	44.785	0.333	2.48	0.20	0.421	2.51	0.22	0.501	2.50	0.23	0.575	2.52	0.24	0.660	2.52	0.25	0.764	2.52	0.25	1.059	2.51	0.27	1.353	2.51	0.27	1.802	2.53	0.28
11793	7.5034	45.487	0.245	2.56	0.18	0.301	2.59	0.20	0.342	2.62	0.22	0.380	2.64	0.23	0.421	2.65	0.24	0.470	2.68	0.25	0.586	2.75	0.28	0.700	2.79	0.30	0.859	2.89	0.31
15122	7.5076	44.735	0.339	2.48	0.20	0.432	2.50	0.22	0.512	2.49	0.23	0.588	2.52	0.24	0.679	2.50	0.25	0.785	2.51	0.26	1.093	2.50	0.27	1.394	2.51	0.28	1.858	2.53	0.29
12015	7.5083	45.437	0.244	2.56	0.18	0.302	2.58	0.20	0.343	2.61	0.21	0.381	2.63	0.22	0.422	2.64	0.23	0.471	2.67	0.25	0.587	2.75	0.28	0.701	2.79	0.29	0.861	2.89	0.30
18451	7.5116	43.983	0.319	2.59	0.19	0.451	2.58	0.22	0.566	2.60	0.23	0.705	2.52	0.25	0.858	2.47	0.26	1.051	2.42	0.27	1.555	2.44	0.29	2.083	2.48	0.31	2.990	2.50	0.33
15344	7.5126	44.685	0.344	2.47	0.20	0.441	2.49	0.22	0.523	2.49	0.23	0.600	2.52	0.24	0.696	2.49	0.25	0.804	2.51	0.26	1.121	2.49	0.27	1.430	2.51	0.28	1.902	2.53	0.29
12237	7.5134	45.387	0.246	2.56	0.18	0.305	2.57	0.20	0.346	2.60	0.21	0.385	2.63	0.22	0.426	2.64	0.23	0.476	2.66	0.25	0.594	2.75	0.27	0.711	2.80	0.29	0.875	2.87	0.29
18673	7.5165	43.934	0.302	2.59	0.18	0.425	2.60	0.21	0.541	2.59	0.23	0.674	2.52	0.25	0.821	2.48	0.26	1.008	2.43	0.27	1.503	2.44	0.29	2.013	2.48	0.31	2.897	2.50	0.33
15566	7.5175	44.635	0.348	2.47	0.20	0.449	2.47	0.22	0.532	2.49	0.23	0.614	2.51	0.24	0.711	2.49	0.25	0.823	2.50	0.26	1.144	2.49	0.27	1.459	2.51	0.28	1.935	2.53	0.29
12459	7.5184	45.337	0.249	2.55	0.18	0.309	2.57	0.20	0.351	2.60	0.21	0.390	2.62	0.22	0.433	2.63	0.23	0.484	2.67	0.25	0.604	2.75	0.27	0.725	2.79	0.29	0.897	2.83	0.30
9352	7.5192	46.039	0.429	2.37	0.22	0.577	2.38	0.24	0.701	2.37	0.25	0.827	2.38	0.26	0.963	2.39	0.27	1.142	2.39	0.28	1.648	2.38	0.29	2.122	2.42	0.30	2.846	2.50	0.32
18895	7.5214	43.884	0.282	2.54	0.20	0.395	2.64	0.21	0.506	2.59	0.23	0.627	2.54	0.25	0.768	2.49	0.26	0.944	2.43	0.27	1.411	2.45	0.29	1.898	2.48	0.31	2.736	2.50	0.33
15788	7.5224	44.585	0.353	2.47	0.20	0.457	2.46	0.22	0.542	2.48	0.23	0.628	2.50	0.25	0.726	2.48	0.25	0.842	2.49	0.26	1.166	2.49	0.27	1.485	2.51	0.28	1.963	2.54	0.29
12681	7.5234	45.287	0.253	2.54	0.18	0.313	2.56	0.20	0.356	2.60	0.21	0.396	2.63	0.22	0.441	2.63	0.23	0.493	2.67	0.25	0.618	2.74	0.27	0.743	2.77	0.28	0.924	2.81	0.30
9574	7.5243	45.989	0.393	2.46	0.21	0.531	2.43	0.24	0.640	2.44	0.25	0.760	2.43	0.26	0.891	2.42	0.27	1.054	2.40	0.27	1.480	2.44	0.29	1.902	2.46	0.30	2.547	2.53	0.32
19117	7.5263	43.834	0.260	2.54	0.19	0.370	2.60	0.20	0.464	2.58	0.23	0.573	2.56	0.24	0.700	2.49	0.26	0.858	2.45	0.27	1.288	2.45	0.29	1.734	2.49	0.31	2.506	2.50	0.32
16010	7.5273	44.536	0.357	2.46	0.20	0.466	2.45	0.23	0.552	2.48	0.23	0.642	2.48	0.25	0.742	2.48	0.25	0.861	2.48	0.26	1.187	2.49	0.27	1.511	2.51	0.28	1.991	2.54	0.29
12903	7.5284	45.237	0.257	2.53	0.18	0.319	2.56	0.20	0.362	2.60	0.22	0.402	2.62	0.22	0.450	2.63	0.24	0.503	2.66	0.25	0.634	2.73	0.27	0.762	2.76	0.28	0.955	2.79	0.30
9796	7.5293	45.939	0.372	2.43	0.21	0.494	2.40	0.23	0.584	2.44	0.25	0.686	2.43	0.26	0.789	2.45	0.27	0.921	2.45	0.28	1.282	2.47	0.29	1.641	2.50	0.30	2.185	2.58	0.32
19339	7.5311	43.784	0.237	2.53	0.18	0.342	2.57	0.20	0.417	2.61	0.22	0.516	2.56	0.23	0.621	2.52	0.26	0.761	2.47	0.27	1.137	2.47	0.29	1.534	2.50	0.31	2.215	2.51	0.32
16232	7.5322	44.486	0.361	2.46	0.20	0.474	2.44	0.23	0.563	2.47	0.23	0.658	2.47	0.25	0.759	2.47	0.26	0.881	2.47	0.26	1.213	2.49	0.28	1.540	2.51	0.29	2.023	2.55	0.30
13125	7.5333	45.187	0.262	2.52	0.18	0.324	2.56	0.20	0.368	2.59	0.22	0.410	2.62	0.23	0.459	2.63	0.24	0.513	2.66	0.25	0.650	2.72	0.27	0.784	2.75	0.28	0.989	2.77	0.30
10018	7.5343	45.889	0.345	2.43	0.21	0.442	2.45	0.23	0.523	2.46	0.24	0.598	2.50	0.26	0.691	2.48	0.27	0.794	2.51	0.28	1.097	2.52	0.29	1.396	2.56	0.30	1.858	2.61	0.31
19561	7.5359	43.734	0.215	2.56	0.18	0.313	2.55	0.19	0.379	2.59	0.21	0.459	2.55	0.24	0.551	2.53	0.25	0.666	2.48	0.27	0.976	2.50	0.29	1.318	2.51	0.31	1.896	2.52	0.33
16454	7.5372	44.436	0.366	2.45	0.20	0.484	2.43	0.23	0.575	2.46	0.23	0.675	2.45	0.25	0.777	2.46	0.26	0.905	2.46	0.26	1.246	2.49	0.28	1.577	2.51	0.29	2.066	2.55	0.30
13347	7.5383	45.138	0.266	2.52	0.18	0.330	2.56	0.21	0.374	2.59	0.22	0.418	2.61	0.23	0.468	2.63	0.24	0.524	2.66	0.25	0.670	2.70	0.27	0.810	2.74	0.28	1.032	2.75	0.30
10240	7.5394	45.839	0.318	2.44	0.20	0.397	2.51	0.22	0.469	2.48	0.24	0.537	2.52	0.25	0.603	2.55	0.27	0.696	2.54	0.28	0.939	2.57	0.29	1.184	2.62	0.30	1.586	2.62	0.32
16676	7.542	44.386	0.369	2.45	0.20	0.493	2.42	0.23	0.588	2.45	0.23	0.694	2.44	0.25	0.799	2.46	0.26	0.934	2.45	0.26	1.288	2.48	0.28	1.627	2.51	0.29	2.128	2.57	0.30
13569	7.5433	45.088	0.270	2.51	0.19	0.336	2.55	0.21	0.380	2.60	0.22	0.428	2.61	0.23	0.479	2.62	0.24	0.536	2.65	0.25	0.691	2.69	0.27	0.842	2.71	0.28	1.080	2.72	0.29
10462	7.5444	45.79	0.295	2.46	0.20	0.367	2.52	0.22	0.424	2.54	0.24	0.485	2.54	0.25	0.544	2.58	0.26	0.612	2.61	0.27	0.809	2.64	0.30	1.012	2.68	0.30	1.342	2.68	0.32
16898	7.547	44.336	0.370	2.47	0.20	0.502	2.42	0.23	0.600	2.44	0.24	0.713	2.43	0.25	0.825	2.44	0.26	0.964	2.44	0.27	1.339	2.47	0.28	1.696	2.51	0.29	2.222	2.58	0.31
13791	7.5482	45.038	0.275	2.51	0.19	0.342	2.55	0.21	0.387	2.60	0.22	0.438	2.60	0.23	0.491	2.62	0.24	0.550	2.64	0.25	0.714	2.68	0.27	0.876	2.69	0.28	1.129	2.70	0.29

Spettro di risposta elastico delle NTC18

Accelerazioni orizzontali

I dati forniti dal Progetto Finalizzato Geodinamica ed inseriti nella normativa si riferiscono all'accelerazione su roccia (al bedrock)

Occorre tener conto dell'effetto degli strati di terreno posti al di sopra della roccia



Spettro di risposta elastico delle NTC18

Accelerazioni orizzontali

Categorie di sottosuolo di riferimento

La normativa individua più tipologie di suolo, a ciascuna delle quali attribuisce opportune variazioni dello spettro rispetto a quello su roccia in base a

- Stratigrafia
- Parametri meccanici del singolo strato

Come?

Categoria di sottosuolo

La categoria del sottosuolo si determina in base alle condizioni stratigrafiche ed ai valori della **velocità equivalente di propagazione delle onde di taglio**, $V_{s,eq}$ (in m/s)

$$V_{s,eq} = \frac{H}{\sum_{i=1}^N \frac{h_i}{V_{s,i}}}$$

H è la profondità del substrato, definito come quella formazione costituita da roccia o terreno molto rigido, caratterizzata da V_s non inferiore a 800 m/s

Per depositi con profondità H del substrato superiore a 30 m, la velocità equivalente delle onde di taglio $V_{s,eq}$ è definita dal parametro $V_{s,30}$, ottenuto ponendo H=30 m nella precedente espressione e considerando le proprietà degli strati di terreno fino a tale profondità.