

Corso di Laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Progetto di costruzioni in zona sismica

A.A. 2024/2025

15 – DIMENSIONAMENTO DI TRAVI E PILASTRI (1)

Francesca Barbagallo, Università degli Studi di Catania

Dimensionamento travi e pilastri considerando anche l'effetto del sisma

Preliminarmente, effetto dei carichi verticali

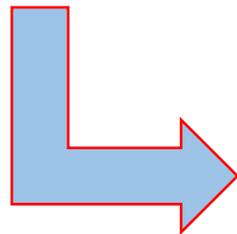
- Valutare il momento flettente nelle travi, in assenza e in presenza di sisma
- Valutare lo sforzo normale nei pilastri, in assenza e in presenza di sisma

Poi, effetto del sisma

- Valutare il momento flettente indotto dal sisma nelle travi e nei pilastri
- Valutare la variazione di sforzo normale indotto dal sisma nei pilastri

Effetto del sisma procedimento

- Stima delle masse
- Stima iniziale del periodo
- Fattore di struttura e spettro di progetto per SLV
- Valutazione delle forze per analisi statica
- Ripartizione del taglio tra i pilastri
- Stima del momento flettente dei pilastri
- Stima del momento flettente delle travi
- Stima variazione sforzo normale dei pilastri



- Dimensionamento sezioni
- Valutazione rigidezze e nuova stima periodo
- Stima degli spostamenti per SLD
- Eventuali iterazioni

Valutazione approssimata delle masse e peso sismico di piano

Impalcato	Superficie m ²	Incidenza kN/m ²	Peso kN	Massa t
Torrino + V	379.9	9.0	3419	348.5
IV, III, II	323.5	10.0	3235	329.8
I	263.2	10.0	2632	268.3

Peso totale = 15756 kN

Massa totale = 1606.2 t

Periodo proprio

L'accelerazione (ordinata dello spettro) dipende dal periodo

Si può assumere in prima approssimazione $T_1 = C_1 H^{3/4}$

con

$$C_1 = 0.075$$

per strutture intelaiate in c.a.

H = altezza dell'edificio dal
piano di fondazione (m)

Nell'esempio:

$$H = 16.29 \text{ m} \quad (\text{escluso torrino})$$

$$T_1 = 0.075 \times 16.29^{3/4} = 0.608 \text{ s}$$

Fattore di comportamento e spettro di progetto

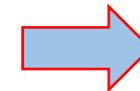
Lo spettro di progetto si ottiene dividendo lo spettro di risposta elastica per il fattore di struttura q

$$q = q_0 K_R$$

Nell'esempio:

$$q_0 = 4.5 \alpha_u / \alpha_1$$

struttura intelaiata in c.a. - CD "A"



$$q = 5.85$$

$$q_0 = 3.0 \alpha_u / \alpha_1$$

struttura intelaiata in c.a. - CD "B"

... è molto grande

$$\alpha_u / \alpha_1 = 1.3$$

telaio con più piani e più campate

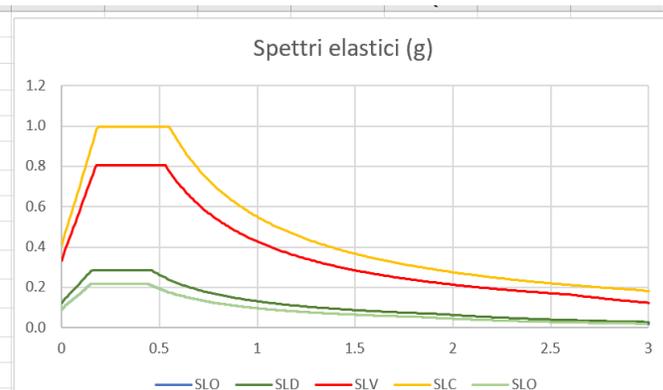
$$K_R = 1$$

la struttura è regolare in altezza

Fattore di comportamento e spettro di progetto

1. Ho scelto di realizzare la struttura ad alta duttilità, CD «A»
2. Per evitare un sensibile danneggiamento strutturale allo SLD ho deciso di usare un fattore di comportamento $q = 4.6$

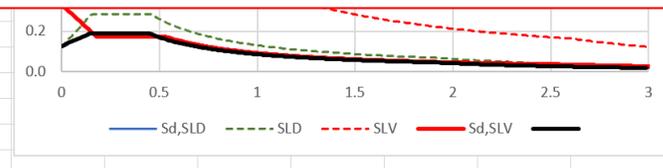
Sito	Piazza Cairoli, Messina			
ξ	5 %			
η	1			
Suolo	C			
ST	1			
Periodo fondamentale T_1 0.608 s				
SL	SLO	SLD	SLV	SLC
T_R	30	50	475	975
a_B	0.061	0.082	0.250	0.339
F_o	2.360	2.316	2.410	2.445
T_C^*	0.280	0.292	0.360	0.383
S_s	1.500	1.500	1.339	1.203
S	1.500	1.500	1.339	1.203
C_c	1.598	1.576	1.471	1.441
TB	0.149	0.153	0.177	0.184
TC	0.447	0.460	0.530	0.552
TD	1.844	1.928	2.600	2.956
Se(T_1) 0.1589 0.2156 0.7024 0.9050				
1.5 SLV/SLD 4.89				
Fattore di comportamento q 4.6				
q 1/q Sd(T_1)				
per SLD 1.5 0.6667 0.1438				
per SLV 4.6 0.2174 0.1527				
Spettri elastici S_e (g)				
T	SLO	SLD	SLV	SLC
0	0.092	0.123	0.335	0.408
0.01	0.100	0.134	0.361	0.440
0.02	0.108	0.144	0.388	0.472
0.03	0.117	0.155	0.415	0.504
0.04	0.125	0.165	0.442	0.536
0.05	0.133	0.176	0.468	0.568
0.06	0.142	0.186	0.495	0.600
0.07	0.150	0.197	0.522	0.632
0.08	0.158	0.207	0.548	0.664
0.09	0.167	0.218	0.575	0.696
Spettri di progetto (g)				
T	SLO	SLD	SLV	SLC
0	0.123	0.123	0.335	0.408
0.01	0.127	0.127	0.361	0.440
0.02	0.132	0.132	0.388	0.472
0.03	0.136	0.136	0.415	0.504
0.04	0.140	0.140	0.442	0.536
0.05	0.145	0.145	0.468	0.568
0.06	0.149	0.149	0.495	0.600
0.07	0.154	0.154	0.522	0.632
0.08	0.158	0.158	0.548	0.664
0.09	0.162	0.162	0.575	0.696



$$\frac{S_{SLD}}{1.5} = \frac{S_{SLV}}{q}$$

$$q = \frac{S_{SLV} \cdot 1.5}{S_{SLD}}$$

Per evitare un sensibile danno strutturale allo SLD occorre, in questo caso, usare un valore di q non superiore a 4.89



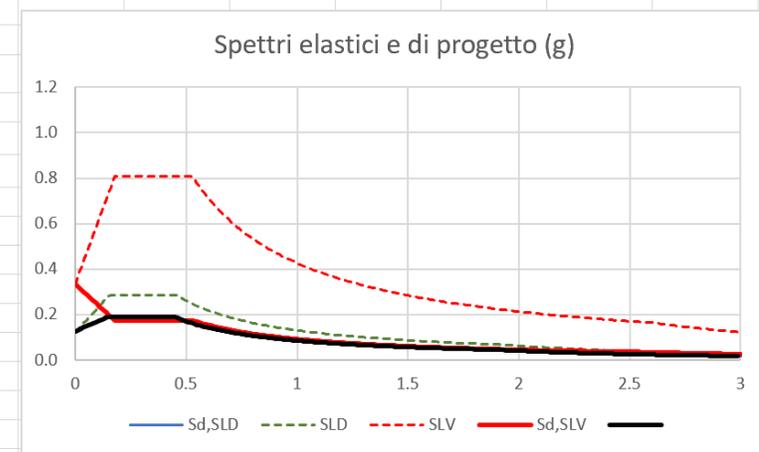
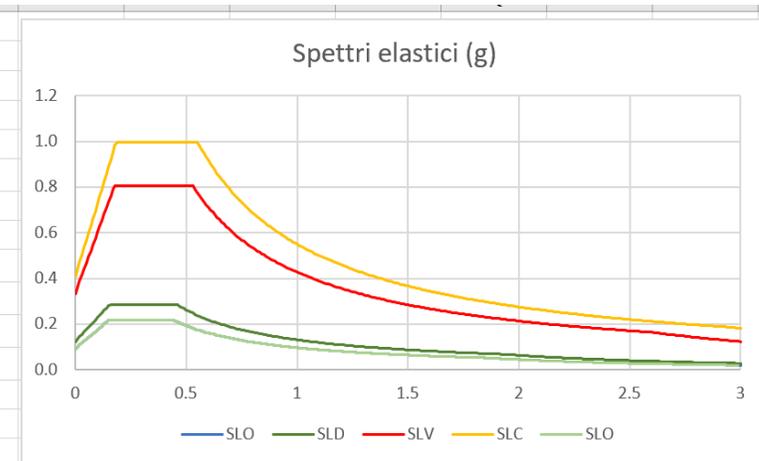
Fattore di comportamento e spettro di progetto

L'accelerazione corrispondente a $T=0.608$ s è $a_g = 0.1527$ g

Sito	Piazza Cairoli, Messina									
ξ	5 %									
η	1									
Suolo	C									
ST	1									
					Periodo fondamentale T_1	0.608 s				
	SL	SLO	SLD	SLV	SLC					
T_R		30	50	475	975	$Se(T_1)$	0.1589	0.2156	0.7024	0.9050
a_g		0.061	0.082	0.250	0.339					
F_o		2.360	2.316	2.410	2.445					
T_C^*		0.280	0.292	0.360	0.383	1.5 SLV/SLD	4.89			
S_s		1.500	1.500	1.339	1.203	Fattore di comportamento q	4.6			
S		1.500	1.500	1.339	1.203					
C_c		1.598	1.576	1.471	1.441					
T_B		0.149	0.153	0.177	0.184					
T_C		0.447	0.460	0.530	0.552					
T_D		1.844	1.928	2.600	2.956					
							q	$1/q$	$S_d(T_1)$	
						per SLD	1.5	0.6667	0.1438	
						per SLV	4.6	0.2174	0.1527	

Spettri elastici S_e (g)				Spettri di progetto (g)		
T	SLO	SLD	SLV	SLC	$S_{d,SLD}$	$S_{d,SLV}$
0	0.092	0.123	0.335	0.408	0.123	0.335
0.01	0.100	0.134	0.361	0.440	0.127	0.326
0.02	0.108	0.144	0.388	0.472	0.132	0.317
0.03	0.117	0.155	0.415	0.504	0.136	0.308
0.04	0.125	0.165	0.442	0.536	0.140	0.299
0.05	0.133	0.176	0.468	0.568	0.145	0.289
0.06	0.142	0.186	0.495	0.600	0.149	0.280
0.07	0.150	0.197	0.522	0.632	0.154	0.271
0.08	0.158	0.207	0.548	0.664	0.158	0.262
0.09	0.167	0.218	0.575	0.696	0.162	0.253

$S_d(T_1) = 0.1527$ g



Forze per analisi statica

Taglio alla base

$$F_h = 0.85 \sum_{i=1}^n m_i S_d(T_1) =$$
$$= 0.85 \times 15756 \times 0.1527 = 2045.1 \text{ kN}$$

$$\begin{array}{l} \text{Peso sismico} \\ \text{[kN]} \end{array} \times \begin{array}{l} S_d \\ \text{[1/g]} \end{array}$$

oppure

$$\begin{array}{l} \text{Massa sismica} \\ \text{[t]} \end{array} \times \begin{array}{l} S_d \\ \text{[m/s}^2\text{]} \end{array}$$

Forza al piano

$$F_k = \frac{m_k z_k}{\sum_{i=1}^n m_i z_i} F_h = \frac{w_k z_k}{\sum_{i=1}^n w_i z_i} F_h$$

Forze per analisi statica

Piano	Peso W (kN)	Quota z (m)	W z (kNm)	Forza F (kN)	Taglio V (kN)
5+torrino	3419	16.29	55696	708.1	708.1
4	3235	13.09	42346	538.3	1246.4
3	3235	9.89	31994	406.7	1653.1
2	3235	6.69	21642	275.1	1928.3
1	2632	3.49	9186	116.8	2045.1
somma	15756		160864		

$$F_h = 0.85 \sum_{i=1}^n m_i S_d(T_1) = 2045.1 \text{ kN}$$

Forze per analisi statica

Per stimare l'effetto delle forze orizzontali:

1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri «che contano»;
se necessario, incrementarlo per tener conto dell'eccentricità propria del sistema
2. Valutare il momento nei pilastri, in funzione del taglio e della posizione del punto di nullo di M
3. Valutare il momento nelle travi, dall'equilibrio dei nodi
4. Valutare il ΔN nei pilastri, dal taglio nelle travi
5. Incrementare i momenti per tenere conto di:
 - eccentricità accidentale
 - effetto combinato delle diverse componenti
 - gerarchia delle resistenze per i pilastri

Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

1. Ripartire il taglio di piano tra i pilastri «che contano» (pilastri allungati nella direzione del sisma e collegati con una trave emergente)

Nella fase iniziale di dimensionamento conviene (in genere) pensare di assegnare la stessa sezione a tutti i pilastri di uno stesso piano

Poiché non si conosce ancora la sezione dei pilastri e delle travi si può pensare che il sisma sia portato dai pilastri “che contano” cioè quelli di coltello e con travi emergenti

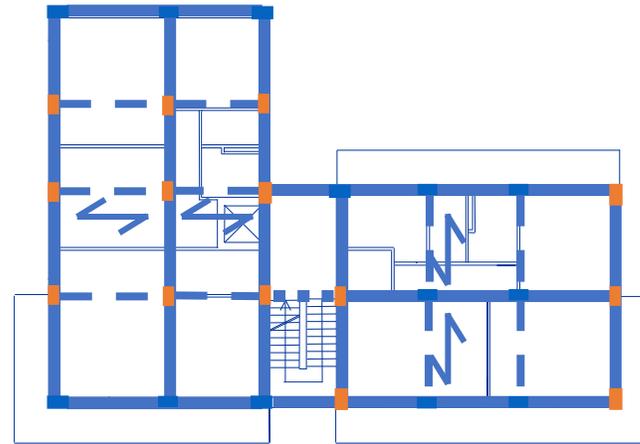
In alternativa si può considerare come pilastro base quello di coltello con due travi emergenti e stimare la rigidezza degli altri come aliquota di questa (“pilastri equivalenti”)

In fasi successive, una volta dimensionate le sezioni di travi e pilastri si può stimare con maggior precisione la rigidezza dei singoli pilastri e quindi ripartire il taglio in base a questa rigidezza

Caratteristiche della sollecitazione

1 – ripartizione del taglio di piano

Piano	Taglio globale (kN)
5	708.1
4	1246.4
3	1653.1
2	1928.3
1	2045.1



I pilastri (tutti uguali) sono:
13 allungati in direzione x
14 allungati in direzione y

Inizio considerando la direzione x, per la quale ripartisco il taglio globale tra 13 pilastri

Caratteristiche della sollecitazione

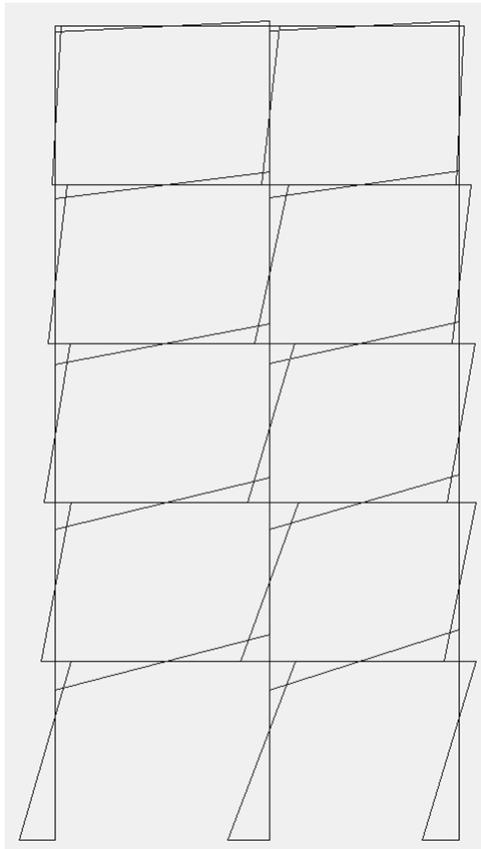
1 – ripartizione del taglio di piano

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)
5	708.1	54.5
4	1246.4	95.9
3	1653.1	127.2
2	1928.3	148.3
1	2045.1	157.3

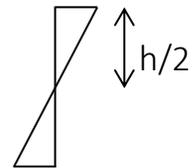
Ritengo che non vi siano rilevanti rotazioni per effetto dell'eccentricità propria del sistema, quindi non modifico questi valori

Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

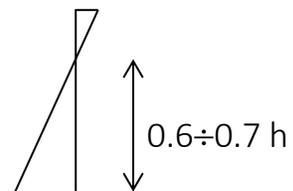
2. Valutare il momento nei pilastri, in funzione del taglio e della posizione del punto di nullo di M



Tipico diagramma di M per effetto di forze orizzontali



ai piani superiori

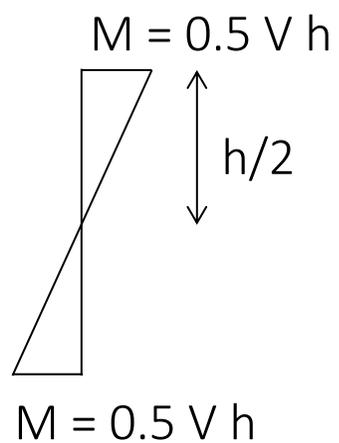


al primo ordine

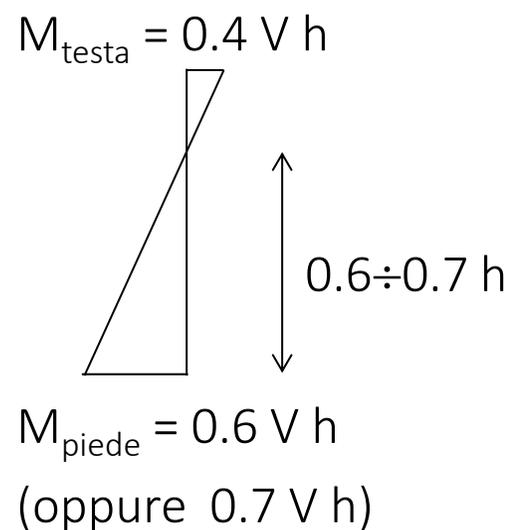
Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

2. Valutare il momento nei pilastri, in funzione del taglio e della posizione del punto di nullo di M

ai piani superiori



al primo ordine



Nota: all'ultimo ordine il punto di nullo è spostato verso il basso; dovrei quindi calcolare il momento come $M_{\text{testa}} = 0.6 V h$. Ho preferito non farlo, ma sono consapevole che il momento potrebbe essere il 20% in più.

Caratteristiche della sollecitazione

2 – momento flettente nei pilastri

Pilastri più rigidi (di coltello, con due travi emergenti)

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)
5	708.1	54.5	87.1
4	1246.4	95.9	153.4
3	1653.1	127.2	203.5
2	1928.3	148.3	237.3
1 testa	2045.1	157.3	219.6
piede			329.4

$$M = V h / 2$$

ma in testa 20% in più,
cioè 104.5 kNm

$$M = V 0.4 h$$

$$M = V 0.6 h$$

Caratteristiche della sollecitazione

2 – momento flettente nei pilastri

Pilastri con una sola trave emergente:

- Può essere utile ricordare già in questa fase che i pilastri con una sola trave emergente sono meno rigidi (60-80%) e quindi avranno momenti flettenti minori
- Per questi pilastri diventa rilevante anche la variazione di sforzo normale indotto dal taglio della trave (per pilastri con due travi emergenti i tagli delle due travi si bilanciano)

Caratteristiche della sollecitazione

2 – momento flettente nei pilastri

Pilastri un po' meno rigidi (di coltello, con una sola trave emergente)

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)
5	708.1	32.7	52.3
4	1246.4	57.5	92.0
3	1653.1	76.3	122.1
2	1928.3	89.0	142.4
1 testa	2045.1	125.8	175.7
piede			263.5

$$M = V h / 2$$

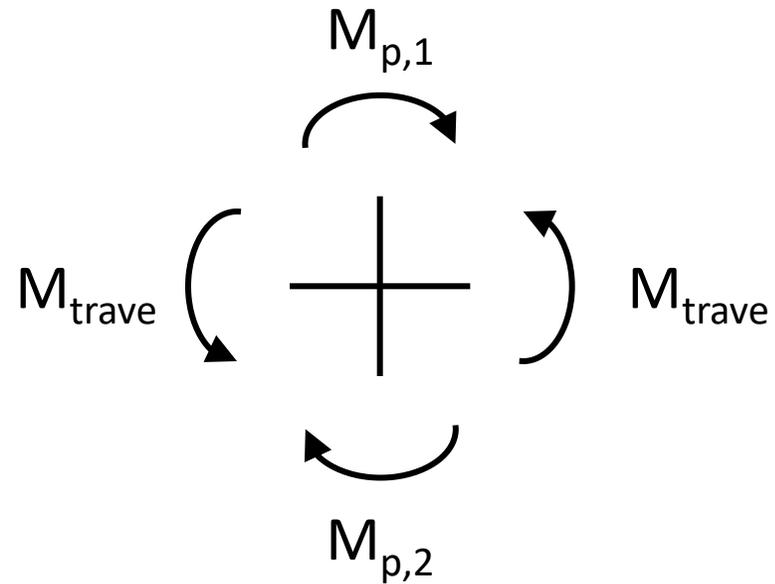
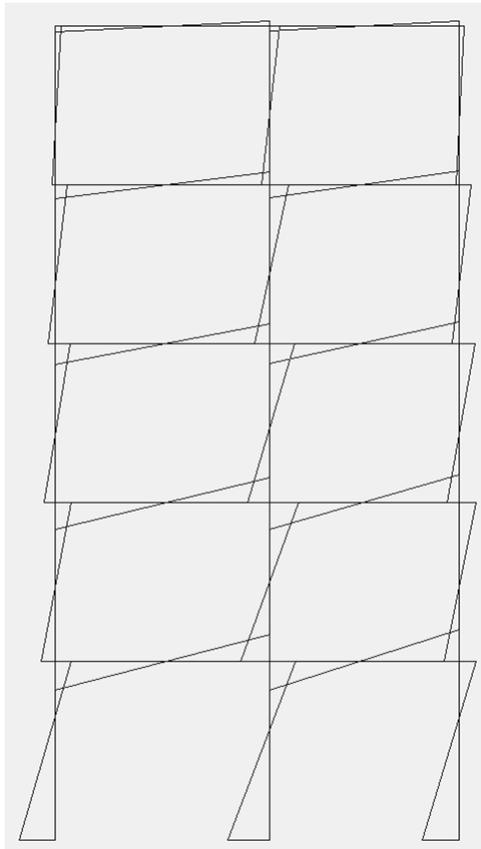
ma in testa 20% in più,
cioè 62.8 kNm

$$M = V 0.4 h$$

$$M = V 0.6 h$$

Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

3. Valutare il momento nelle travi, dall'equilibrio dei nodi (nei nodi interni)

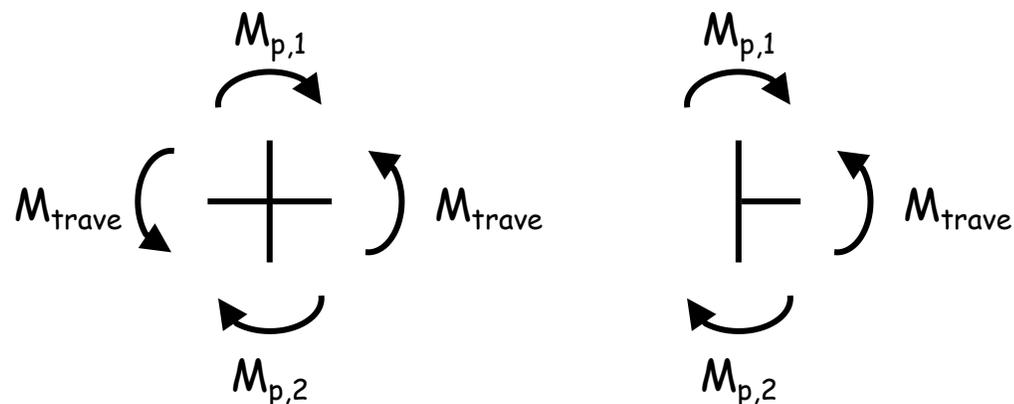
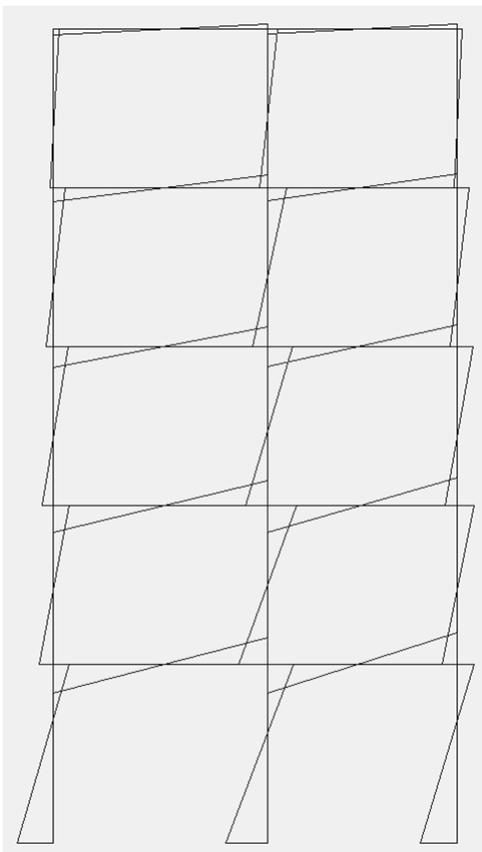


Per l'equilibrio:

$$M_{trave} = \frac{M_{p,1} + M_{p,2}}{2}$$

Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

3. Valutare il momento nelle travi, dall'equilibrio dei nodi (nei nodi interni)



In fasi successive, facendo un calcolo più preciso valutando la rigidezza dei singoli pilastri, si può anche differenziare la situazione per i nodi perimetrali da quella dei nodi interni

Caratteristiche della sollecitazione

3 – momento flettente nelle travi

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)
5	708.1	54.5	87.1	43.6
4	1246.4	95.9	153.4	120.3
3	1653.1	127.2	203.5	178.4
2	1928.3	148.3	237.3	220.4
1 testa	2045.1	157.3	219.6	228.5
piede			329.4	

$M_t = M_{p5}/2$
o 20% in più

$M_t = (M_{p5} + M_{p4})/2$

$M_t = (M_{p2} + M_{p1})/2$

Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

4. Valutare il ΔN nei pilastri

Nei **pilastri di estremità** (o dove c'è **una trave rigida ed una a spessore**) nasce un ΔN dovuto al taglio nelle travi

Il taglio può essere stimato, pensando a momenti uguali ed opposti ai due estremi della trave, come

$$V_{\text{trave}} = \frac{2 M_t}{l_{\text{trave}}}$$

Il ΔN ad un ordine è la somma dei tagli delle travi sovrastanti

$$\Delta N_{\text{pil},n} = \sum_{i=n}^N V_{\text{trave},i}$$

Caratteristiche della sollecitazione

4 – ΔN nei pilastri

$$L_{trave} = 4.10 \text{ m}$$

$$V_{t,5} = 2 M_{t,5} / L$$

$$\Delta N = V_{t,5}$$

Piano	Taglio globale (kN)	Taglio pilastro (kN)	Momento pilastro (kNm)	Momento trave (kNm)	ΔN pilastro (kN)
5	708.1	54.5	87.1	43.6	21.3
4	1246.4	95.9	153.4	120.3	79.9
3	1653.1	127.2	203.5	178.4	167.0
2	1928.3	148.3	237.3	220.4	274.5
1 testa	2045.1	157.3	219.6	228.5	385.9
piede			329.4		

$$\Delta N = V_{t,5} + V_{t,4}$$

Forze e Sollecitazioni.xlsx, foglio CarSoll

Sisma in direzione X									
N. pilastri	13								
Luce media	4.1 m								
Pilastro con due travi emergenti									
Piano	h (m)	Taglio (kN)	Taglio Pil.		Mom. Pil.	Piano	Taglio Pil.	Mom. Pil.	M Ger. Res.
5	3.20	708.1	54.5	0.5	87.1	5	54.5	87.1	130.7
4	3.20	1246.4	95.9	0.5	153.4	4	95.9	153.4	230.1
3	3.20	1653.2	127.2	0.5	203.5	3	127.2	203.5	305.2
2	3.20	1928.3	148.3	0.5	237.3	2	148.3	237.3	356.0
1	3.49	2045.1	157.3	0.4	219.6	1	157.3	219.6	329.4
			1 piede -->	0.6	329.4		1 piede -->	329.4	329.4

Forze e Sollecitazioni.xlsx, foglio CarSoll

Sisma in direzione X												
N. pilastri	13											
Luce media	4.1 m											
Pilastro con una trave emergente												
Piano	h (m)	Taglio (kN)	Taglio Pil.		Mom. Pil.	Piano	Rid.	Taglio Pil.	Mom. Pil.	M Ger. Res	ΔN Pil.	
5	3.20	708.1	54.5	0.5	87.1	5	0.60	32.7	52.3	78.4	21.3	
4	3.20	1246.4	95.9	0.5	153.4	4	0.60	57.5	92.0	138.1	79.9	
3	3.20	1653.2	127.2	0.5	203.5	3	0.60	76.3	122.1	183.1	167.0	
2	3.20	1928.3	148.3	0.5	237.3	2	0.60	89.0	142.4	213.6	274.5	
1	3.49	2045.1	157.3	0.4	219.6	1	0.80	125.9	175.7	263.5	385.9	
			1 piede -->	0.6	329.4	1 piede -->	0.80		263.5	263.5	385.9	

Forze e Sollecitazioni.xlsx, foglio CarSoll

Sisma in direzione X					
N. pilastri	13				
Luce media	4.1 m				
Piano	h (m)	Taglio (kN)	Taglio Pil.		Mom. Pil.
5	3.20	708.1	54.5	0.5	87.1
4	3.20	1246.4	95.9	0.5	153.4
3	3.20	1653.2	127.2	0.5	203.5
2	3.20	1928.3	148.3	0.5	237.3
1	3.49	2045.1	157.3	0.4	219.6
			1 piede -->	0.6	329.4

Trave emergente		
Piano	Mom. Tra.	V tra.
5	43.6	21.3
4	120.3	58.7
3	178.4	87.0
2	220.4	107.5
1	228.5	111.4

Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

4. Incrementare i momenti per tenere conto di:
 - eccentricità accidentale
 - effetto combinato delle diverse componenti
 - gerarchia delle resistenze per i pilastri

Se la struttura è sufficientemente rigida torsionalmente, per tener conto dei primi due può essere sufficiente incrementare del 20%

Questo valore dell'incremento (20%) si riferisce solo ai telai più eccentrici e deve essere dosato opportunamente per quelli meno eccentrici

Previsione delle caratteristiche della sollecitazione

4. Incrementare i momenti per tenere conto di:
 - eccentricità accidentale
 - effetto combinato delle diverse componenti
 - gerarchia delle resistenze per i pilastri

La gerarchia delle resistenze dovrebbe essere presa in considerazione solo dopo aver armato le travi

In via approssimata si possono aumentare le sollecitazioni nei pilastri (a parte la sezione al piede del 1° ordine), moltiplicandole per 1.5 a tutti i piani

Forze e Sollecitazioni.xlsx, foglio CarSoll

Sisma in direzione X									
N. pilastri	13								
Luce media	4.1 m								
Pilastro con due travi emergenti									
Piano	h (m)	Taglio (kN)	Taglio Pil.		Mom. Pil.	Piano	Taglio Pil.	Mom. Pil.	M Ger. Res.
5	3.20	708.1	54.5	0.5	87.1	5	54.5	87.1	130.7
4	3.20	1246.4	95.9	0.5	153.4	4	95.9	153.4	230.1
3	3.20	1653.2	127.2	0.5	203.5	3	127.2	203.5	305.2
2	3.20	1928.3	148.3	0.5	237.3	2	148.3	237.3	356.0
1	3.49	2045.1	157.3	0.4	219.6	1	157.3	219.6	329.4
			1 piede -->	0.6	329.4		1 piede -->	329.4	329.4

Valori incrementati per garantire un meccanismo di collasso globale

Forze e Sollecitazioni.xlsx, foglio CarSoll

Sisma in direzione X											
N. pilastri	13										
Luce media	4.1 m										
Pilastro con una trave emergente											
Piano	h (m)	Taglio (kN)	Taglio Pil.		Mom. Pil.	Piano	Rid.	Taglio Pil.	Mom. Pil.	M Ger. Res	ΔN Pil.
5	3.20	708.1	54.5	0.5	87.1	5	0.60	32.7	52.3	78.4	21.3
4	3.20	1246.4	95.9	0.5	153.4	4	0.60	57.5	92.0	138.1	79.9
3	3.20	1653.2	127.2	0.5	203.5	3	0.60	76.3	122.1	183.1	167.0
2	3.20	1928.3	148.3	0.5	237.3	2	0.60	89.0	142.4	213.6	274.5
1	3.49	2045.1	157.3	0.4	219.6	1	0.80	125.9	175.7	263.5	385.9
			1 piede -->	0.6	329.4	1 piede -->	0.80		263.5	263.5	385.9

Valori incrementati per garantire un meccanismo di collasso globale

Forze e Sollecitazioni.xlsx, foglio CarSoll

Sisma in direzione Y																		
N. pilastri		14																
Luce media		4.1 m																
Piano	h (m)	Taglio (kN)	Taglio Pil.	Mom. Pil.	Mom. Tra.	Δ Pil.	Pilastro con due travi emergenti			Pilastro con una trave emergente				Trave emergente				
							Piano	Taglio Pil.	Mom. Pil.	Piano	Rid.	Taglio Pil.	Mom. Pil.	ΔN Pil.	Piano	Mom. Tra. V tra.		
5	3.20	708.1	50.6	0.5	80.9	40.5	19.7	5	50.6	80.9	5	0.60	30.3	48.6	19.7	5	40.5	19.7
4	3.20	1246.4	89.0	0.5	142.4	111.7	74.2	4	89.0	142.4	4	0.60	53.4	85.5	74.2	4	111.7	54.5
3	3.20	1653.2	118.1	0.5	188.9	165.7	155.0	3	118.1	188.9	3	0.60	70.9	113.4	155.0	3	165.7	80.8
2	3.20	1928.3	137.7	0.5	220.4	204.7	254.9	2	137.7	220.4	2	0.60	82.6	132.2	254.9	2	204.7	99.8
1	3.49	2045.1	146.1	0.4	203.9	212.2	358.4	1	146.1	203.9	1	0.80	116.9	163.1	358.4	1	212.2	103.5
			1 piede -->	0.6	305.9				1 piede -->	305.9		1 piede -->	0.80	244.7	358.4			

Nel caso considerato è superfluo

Un pilastro in più, stessa luce delle travi, stesso comportamento torsionale → le sollecitazioni sono un po' più piccole