

Corso di Laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Progetto di costruzioni in zona sismica
A.A. 2024/2025

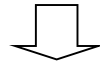
25 – PROGETTO DEI PILASTRI: FLESSIONE COMPOSTA
(PIEDE PRIMO PIANO)

Edoardo M. Marino, Università degli Studi di Catania

Gerarchia delle resistenze

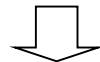
(progetto in capacità)

Pilastri – Il meccanismo di collasso desiderato prevede che le sezioni al piede del primo piano si possano plasticizzare



L'armatura a pressoflessione dei pilastri al piede del primo piano deve essere definita in base ai risultati del calcolo

Pilastri – Il meccanismo di collasso desiderato prevede che le altre sezioni dei pilastri rimangano in campo elastico



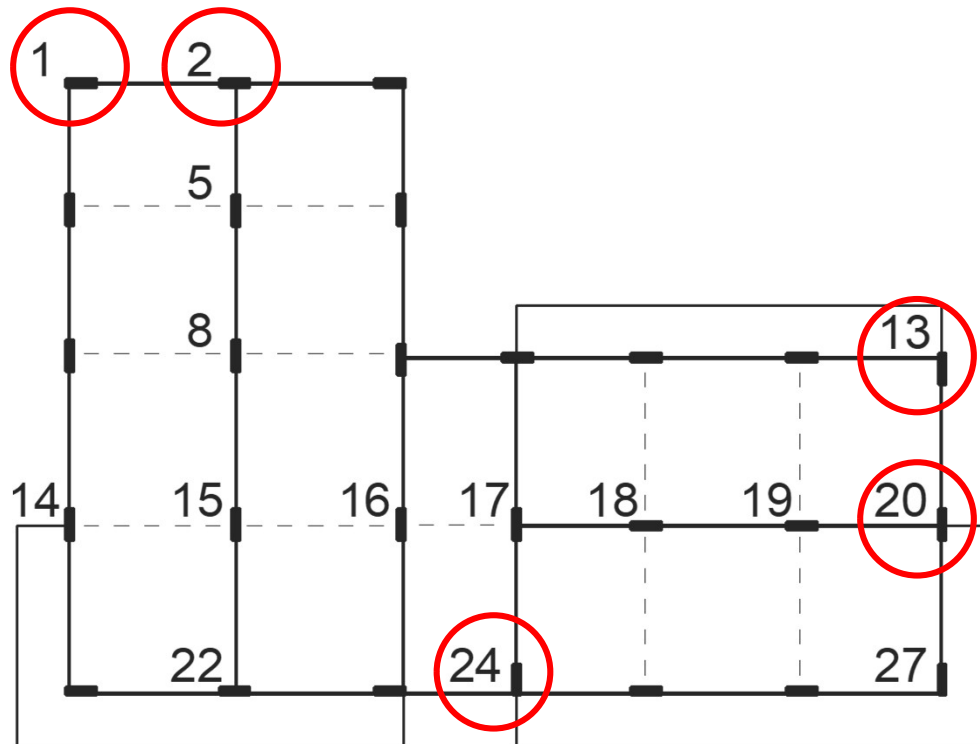
Quindi dovranno essere definite
a partire dall'armatura a flessione delle travi

Definizione delle armature:
armatura a flessione dei pilastri
al piede del primo ordine

Pilastri esaminati

(come esempio)

- Si esaminano a titolo di esempio alcuni pilastri che sembrano più significativi

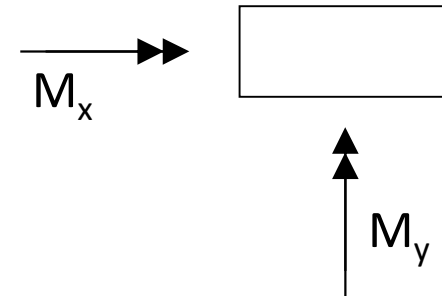


Pilastro 2, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

I impalcato

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	-6.73	21.21	-29.25	-69.11	61.07
M_y	-1.96	-338.32	335.75	169.63	-172.20
N	-804.72	-340.01	-696.92	-849.35	-187.58



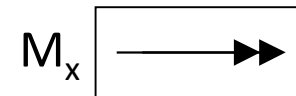
- La sezione deve essere armata per portare (a pressoflessione deviata) le 5 triplette M_x , M_y e N
- Il dimensionamento può essere fatto a pressoflessione retta, separatamente per le due direzioni, purché si abbondi un po'

Pilastro 2, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

- Armature per M_x (in questo caso, sul lato lungo)

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	-6.73	21.21	-29.25	-69.11	61.07
M_y	-1.96	-338.32	335.75	169.63	-172.20
N	-804.72	-340.01	-696.92	-849.35	-187.58



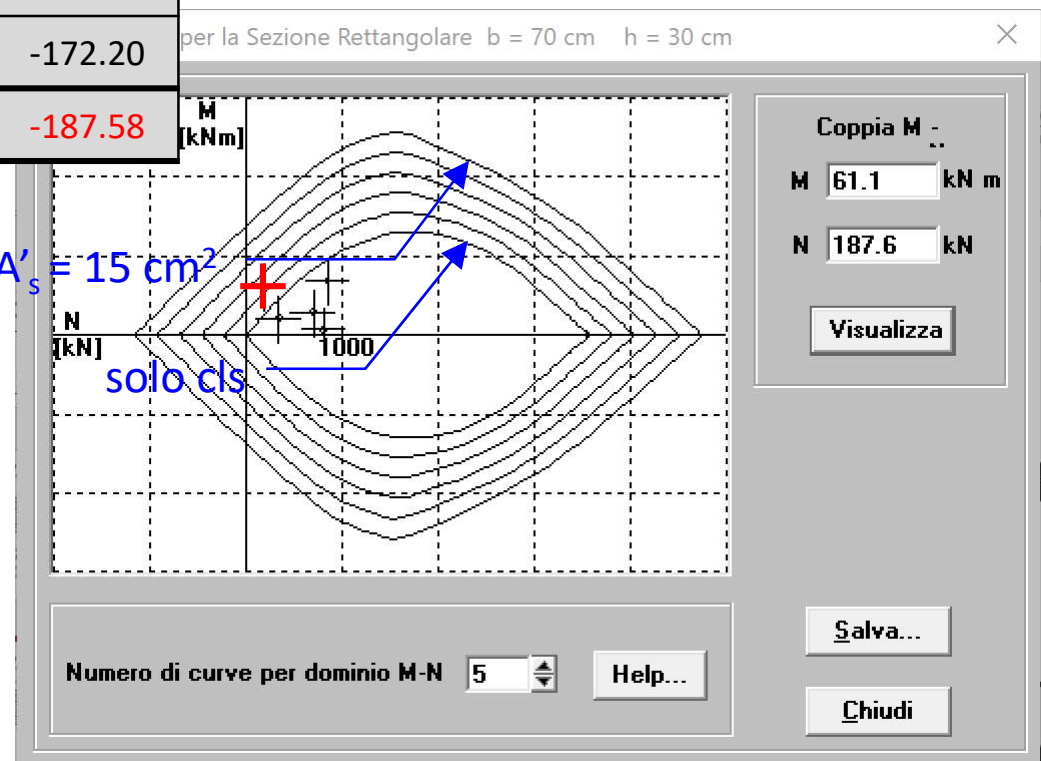
Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

In questo caso basterebbe
poco più di 3 cm²

$$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$$

solo cls

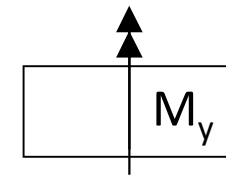


Pilastro 2, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

- Armature per M_y (in questo caso, sul lato corto)

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	-6.73	21.21	-29.25	-69.11	61.07
M_y	-1.96	-338.32	335.75	169.63	-172.20
N	-804.72	-340.01	-696.92	-849.35	-187.58



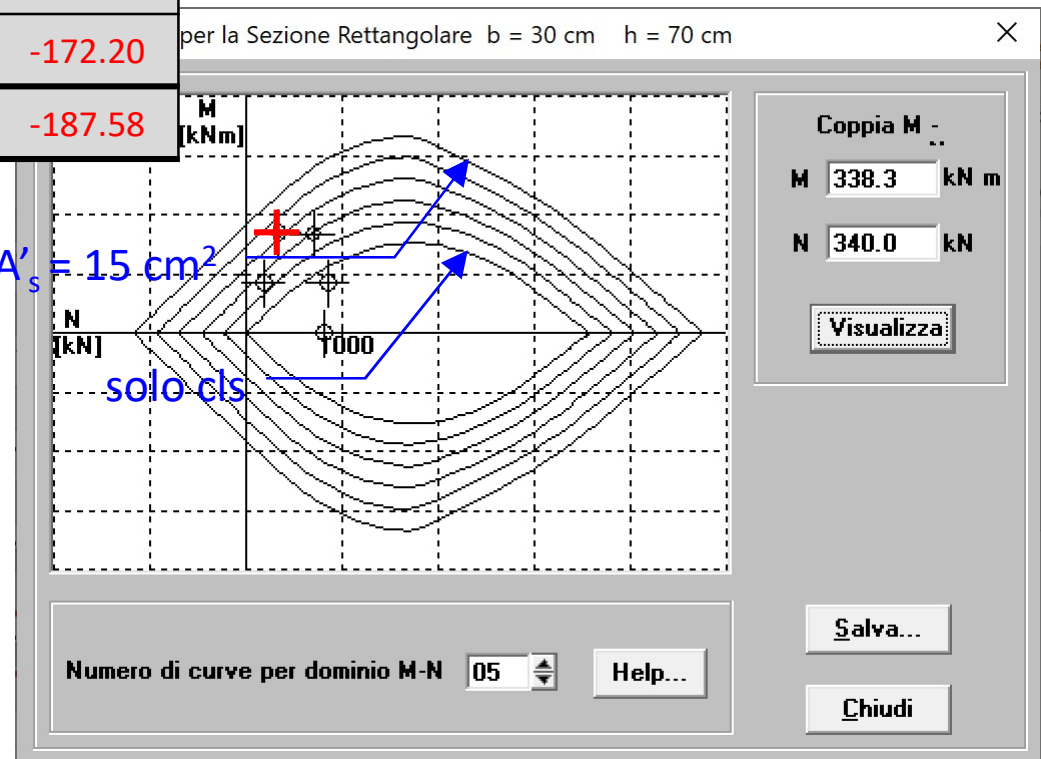
Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2
(le curve sono con passo 3 cm²)

In questo caso occorrono
almeno 10 cm²

$$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$$

solo cls



Armatura longitudinale nei pilastri

limiti di normativa

Nella sezione corrente del pilastro la percentuale di armatura longitudinale deve essere compresa tra i seguenti limiti:

$$1\% \leq \frac{A_s}{A_c} \leq 4\%$$

con A_s area totale dell'armatura longitudinale e A_c area della sezione lorda del pilastro

Per tutta la lunghezza del pilastro l'interasse tra le barre non deve essere superiore a 25 cm

Per una sezione 30x70:

$$21 \text{ cm}^2 \leq A_s \leq 84 \text{ cm}^2$$

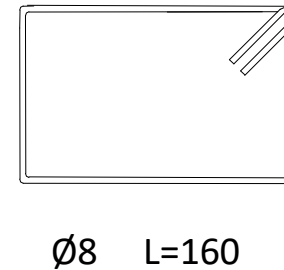
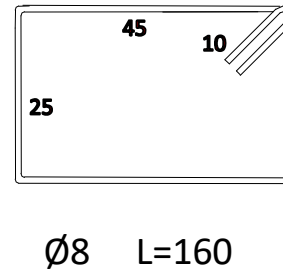
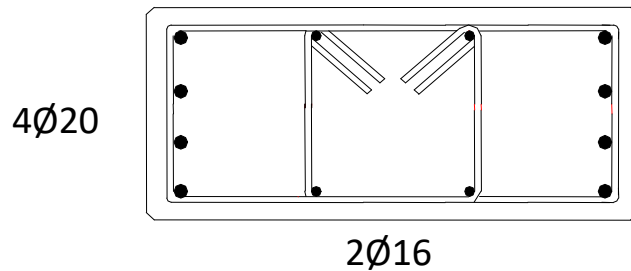
Per una sezione 30x90:

$$27 \text{ cm}^2 \leq A_s \leq 108 \text{ cm}^2$$

Pilastro 2, base del I ordine

armatura disposta

- È opportuno abbondare un po' rispetto all'area di armatura prevista a pressoflessione retta, per essere sicuri di andar bene anche a pressoflessione deviata
 - Posso pensare di disporre in totale 8 $\varnothing 20$ e 4 $\varnothing 16$, con doppia staffa



Verifica a pressoflessione deviata

pilastro 2, sezione 70×30

Verifica a pressoflessione deviata

- Si può usare la formula semplificata

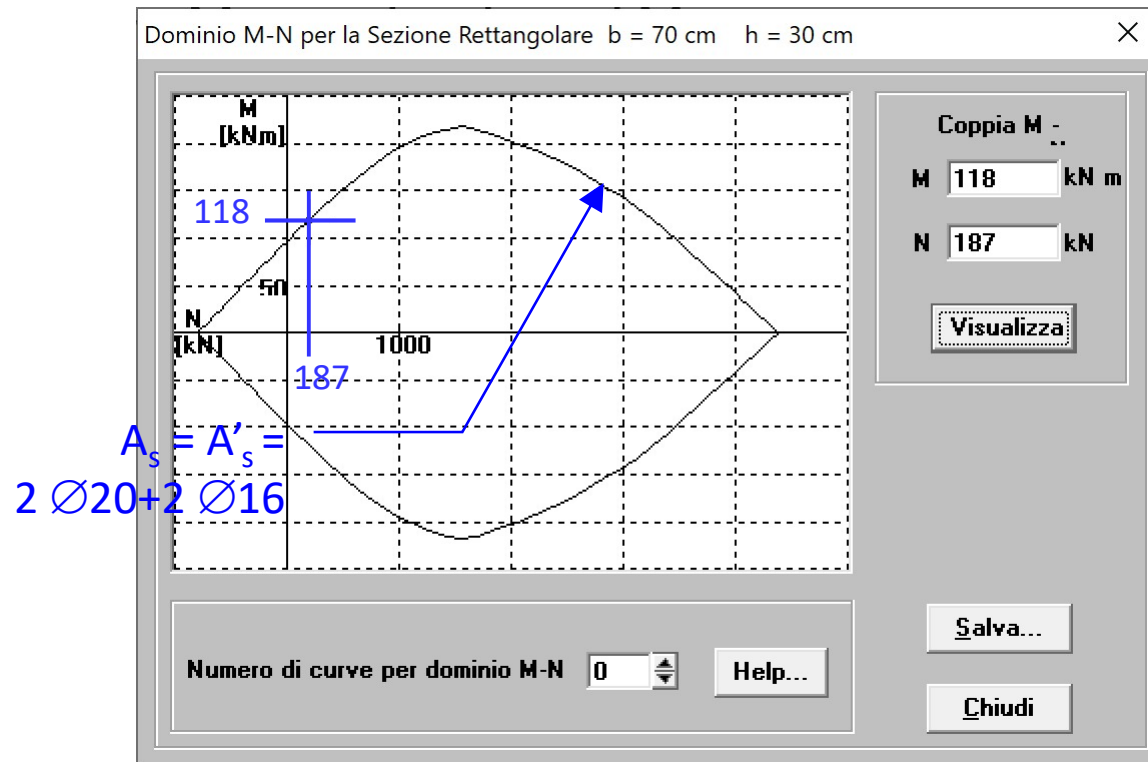
$$\left(\frac{M_{x,Ed}}{M_{x,Rd}} \right)^{1.5} + \left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} \right)^{1.5} \leq 1$$

- In questa espressione i momenti resistenti $M_{x,Rd}$ e $M_{y,Rd}$ sono i valori resistenti a pressoflessione retta corrispondenti allo sforzo normale (per ciascuna delle 5 triplette $M_{x,Ed}$, $M_{y,Ed}$ e N_{Ed})
 - Questi valori possono essere calcolati mediante i domini di resistenza M_x , N e M_y , N

Verifica a pressoflessione deviata

pilastro 2, sezione 70×30

- Momenti resistenti $M_{x,Rd}$



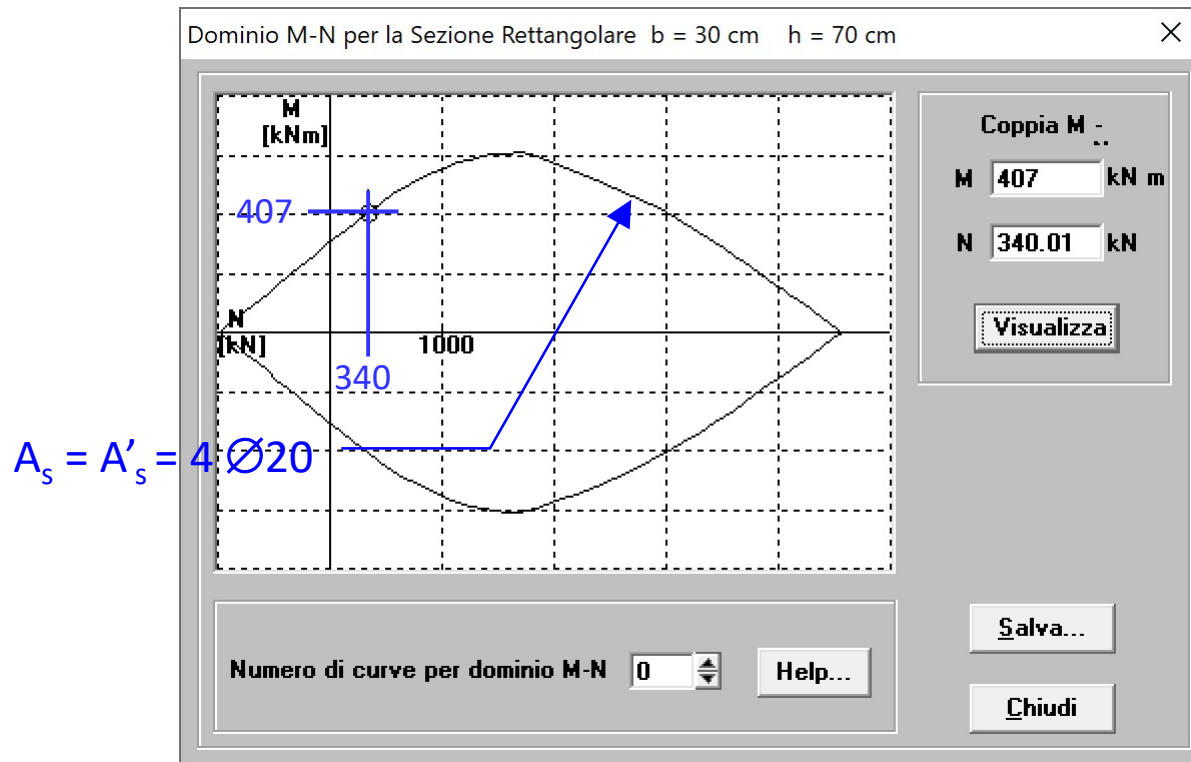
Per $N=187 \text{ kN}$ si ha
 $M_{x,Rd}=118 \text{ kNm}$

N	$M_{x,Rd}$
187	118
340	134
697	171
804	180
849	184

Verifica a pressoflessione deviata

pilastro 2, sezione 70×30

- Momenti resistenti $M_{y,Rd}$



Per $N=340$ kN si ha
 $M_{y,Rd}=407$ kNm

N	$M_{y,Rd}$
187	362
340	407
697	499
804	521
849	529

Verifica a pressoflessione deviata

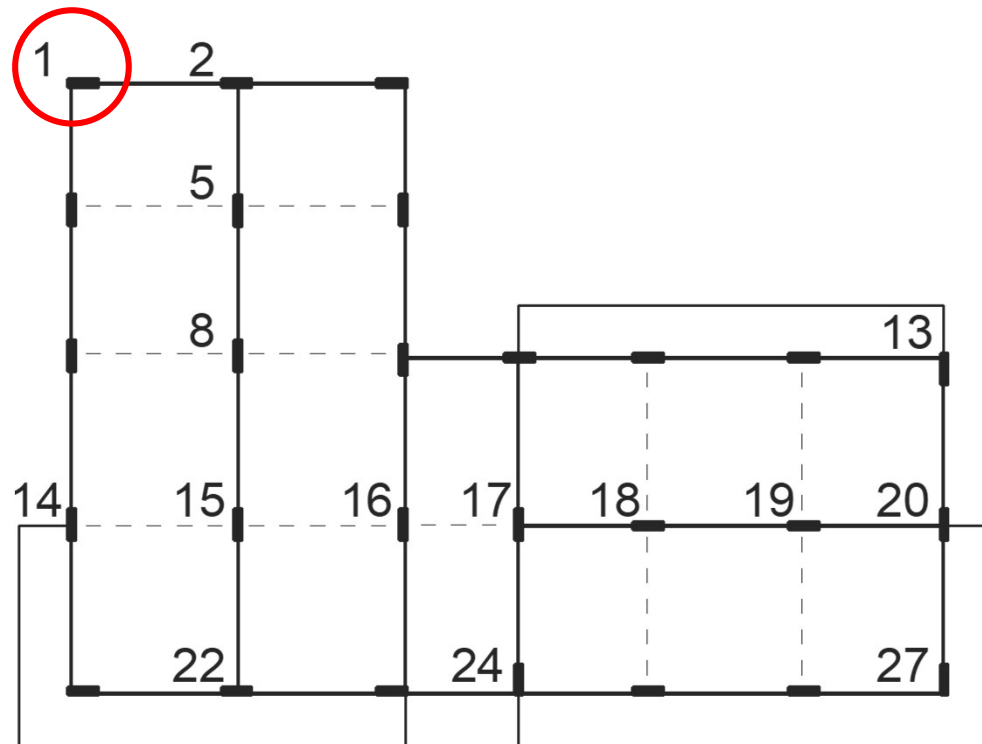
pilastro 2, sezione 70×30

- Verifica a pressoflessione deviata, formula semplificata

N	M _{x,Ed}	M _{x,Rd}	M _{y,Ed}	M _{y,Rd}	Verif.
187	61	118	172	362	0.699
340	21	134	338	407	0.819
697	29	171	336	499	0.622
804	7	180	2	521	0.008
849	69	184	170	529	0.412

$$\left(\frac{M_{x,Ed}}{M_{x,Rd}}\right)^{1.5} + \left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}}\right)^{1.5} = \left(\frac{21}{134}\right)^{1.5} + \left(\frac{338}{407}\right)^{1.5} = 0.062 + 0.757 = 0.819 \leq 1$$

indicazioni operative

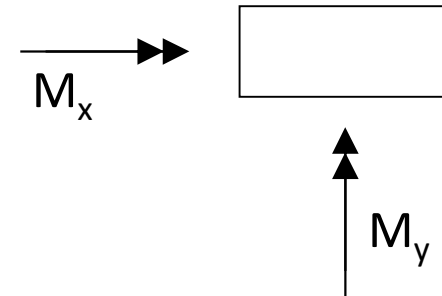


Pilastro 1, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

I impalcato

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	-4.20	28.24	-33.66	-72.19	66.77
M_y	4.60	-290.80	297.60	151.88	-145.08
N	-488.73	166.98	-821.90	-833.73	178.81



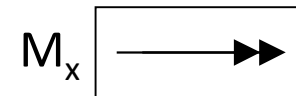
- La sezione deve essere armata per portare (a pressoflessione deviata) le 5 triplette M_x , M_y e N
- Il dimensionamento può essere fatto a pressoflessione retta, separatamente per le due direzioni, purché si abbondi un po'

Pilastro 1, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

- Armature per M_x (in questo caso, sul lato lungo)

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	-4.20	28.24	-33.66	-72.19	66.77
M_y	4.60	-290.80	297.60	151.88	-145.08
N	-488.73	166.98	-821.90	-833.73	178.81

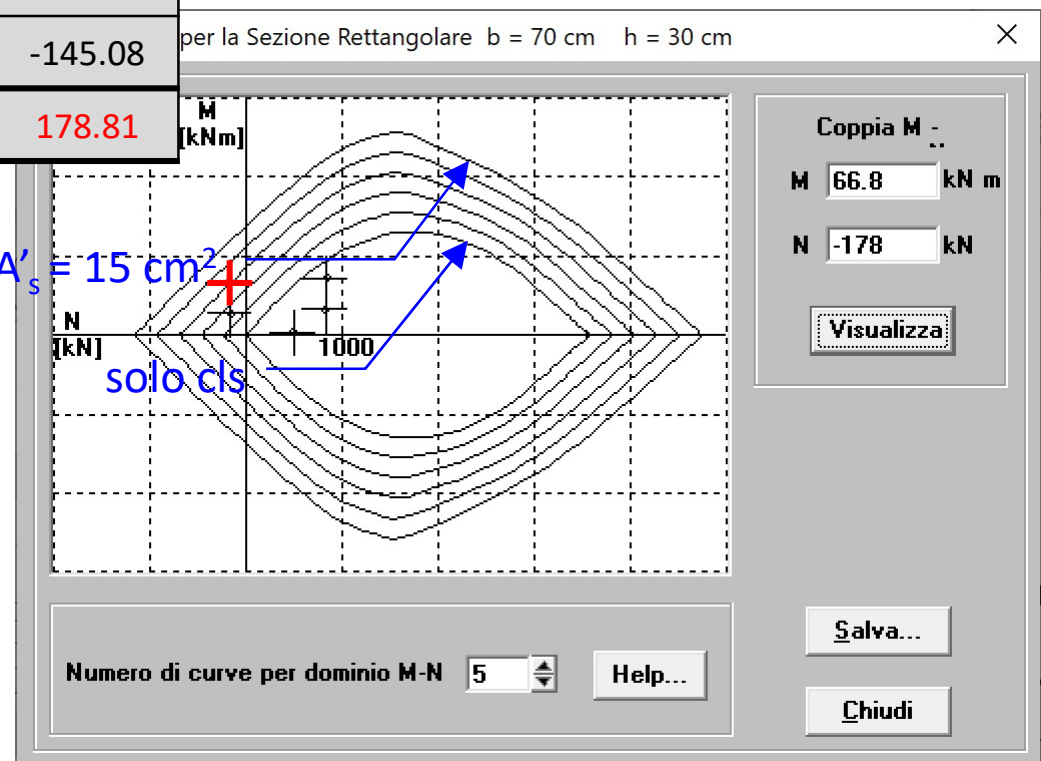


$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$
solo cls

Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

In questo caso occorrono
almeno 9 cm^2

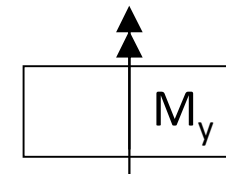


Pilastro 1, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

- Armature per M_y (in questo caso, sul lato corto)

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	-4.20	28.24	-33.66	-72.19	66.77
M_y	4.60	-290.80	297.60	151.88	-145.08
N	-488.73	166.98	-821.90	-833.73	178.81

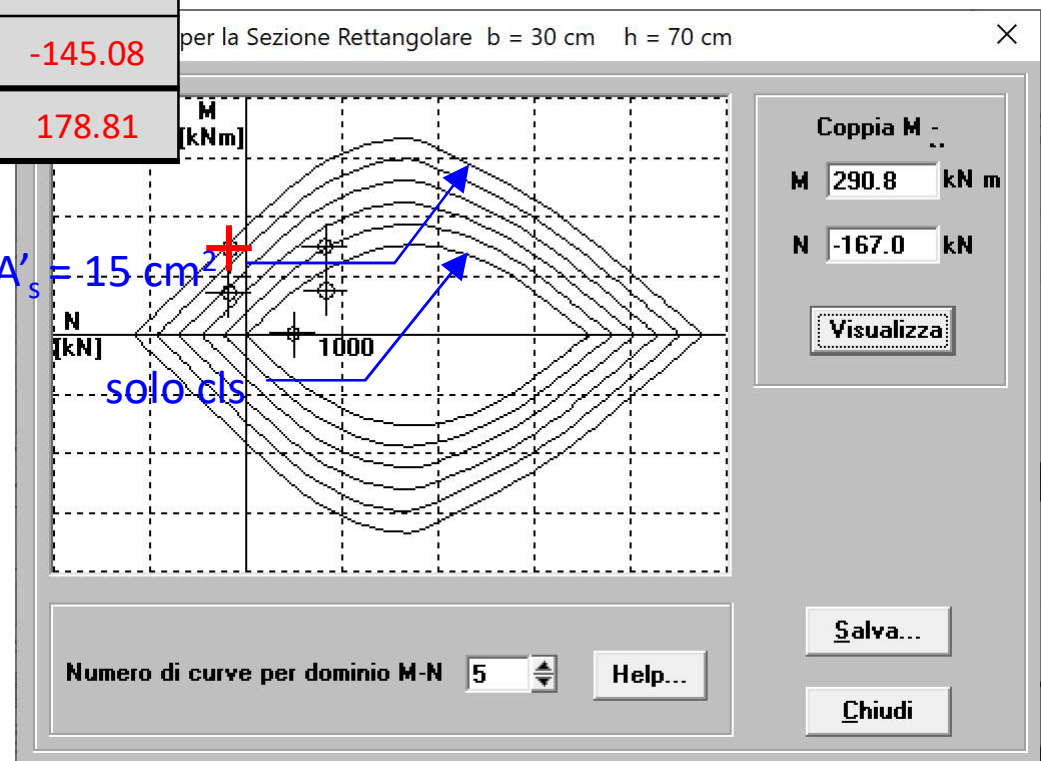


$$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$$

Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

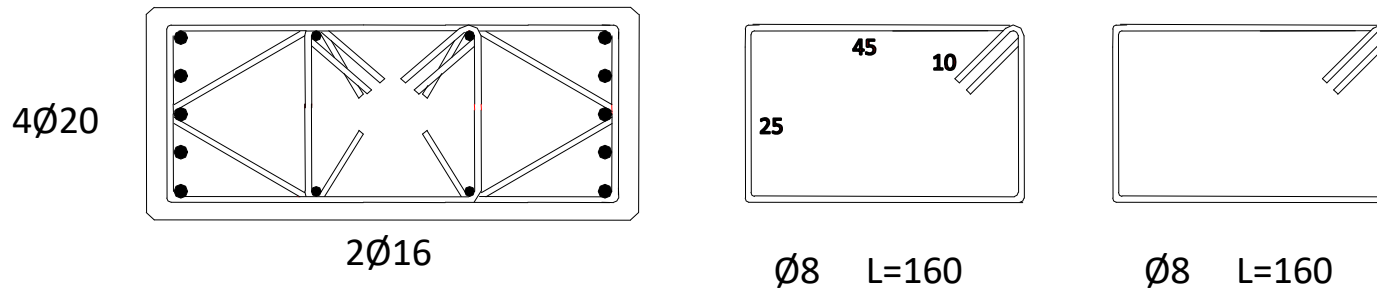
In questo caso occorrono
almeno 14 cm^2



Pilastro 1, base del I ordine

armatura disposta

- È opportuno abbondare un po' rispetto all'area di armatura prevista a pressoflessione retta, per essere sicuri di andar bene anche a pressoflessione deviata
 - Posso pensare di disporre in totale 10 $\varnothing 20$ e 4 $\varnothing 16$, con doppia staffa, più 2 tirantini a V per la barra centrale



Verifica a pressoflessione deviata

pilastro 1, sezione 70×30

Verifica a pressoflessione deviata

- Si può usare la formula semplificata

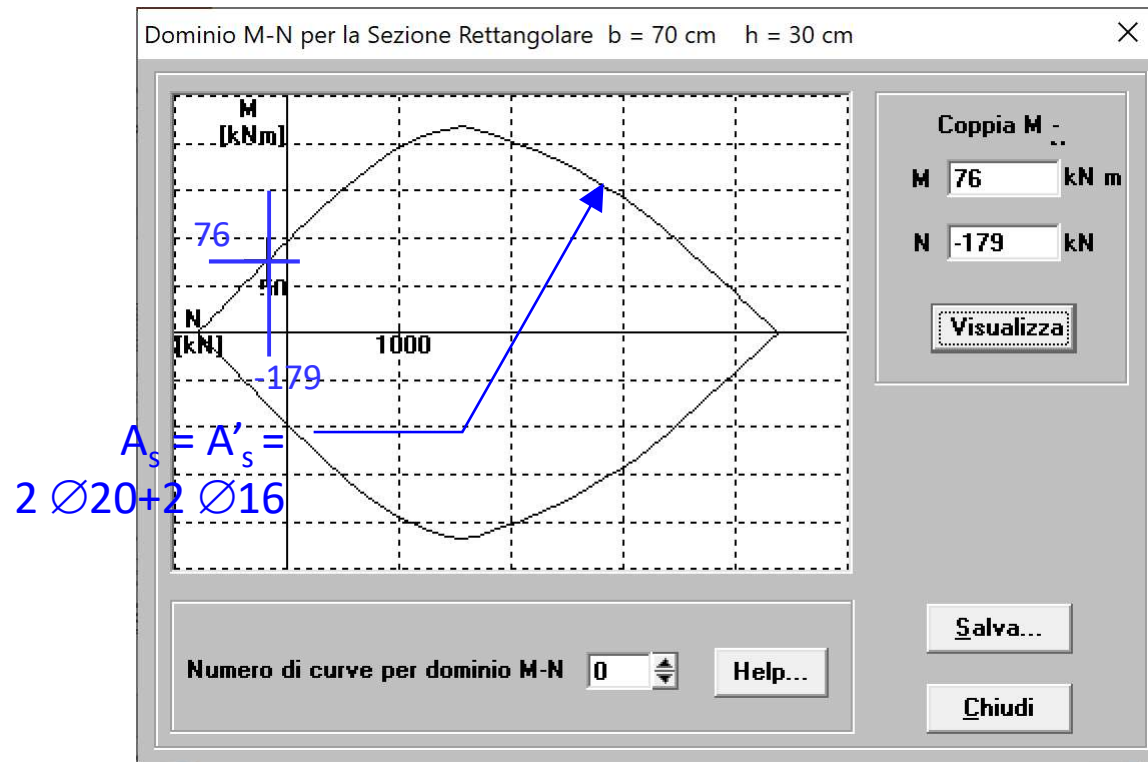
$$\left(\frac{M_{x,Ed}}{M_{x,Rd}} \right)^{1.5} + \left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} \right)^{1.5} \leq 1$$

- In questa espressione i momenti resistenti $M_{x,Rd}$ e $M_{y,Rd}$ sono i valori resistenti a pressoflessione retta corrispondenti allo sforzo normale (per ciascuna delle 5 triplette $M_{x,Ed}$, $M_{y,Ed}$ e N_{Ed})
 - Questi valori possono essere calcolati mediante i domini di resistenza M_x , N e M_y , N

Verifica a pressoflessione deviata

pilastro 1, sezione 70×30

- Momenti resistenti $M_{x,Rd}$



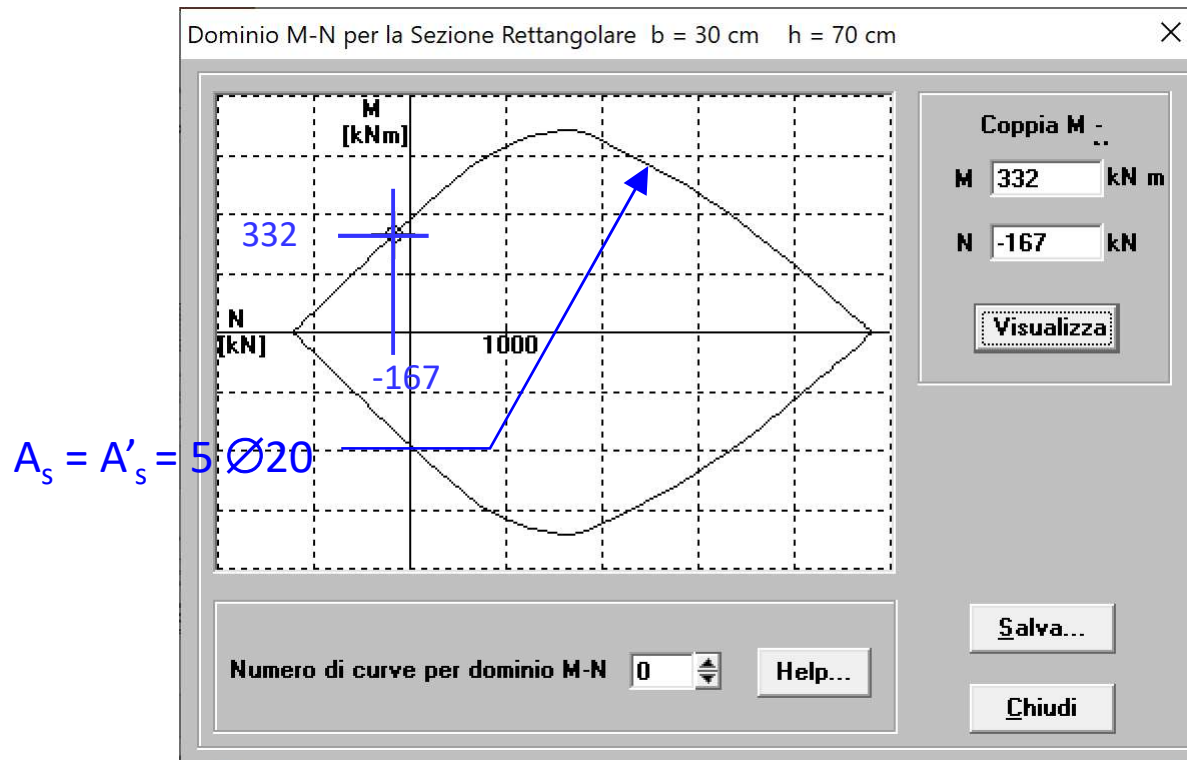
Per $N=167$ kN si ha
 $M_{x,Rd}=116$ kNm

N	$M_{x,Rd}$
-179	76
-167	77
489	151
822	182
834	183

Verifica a pressoflessione deviata

pilastro 1, sezione 70×30

- Momenti resistenti $M_{y,Rd}$



Per $N=167 \text{ kN}$ si ha
 $M_{y,Rd}=357 \text{ kNm}$

N	$M_{y,Rd}$
-167	332
-179	328
489	525
822	600
834	603

Verifica a pressoflessione deviata

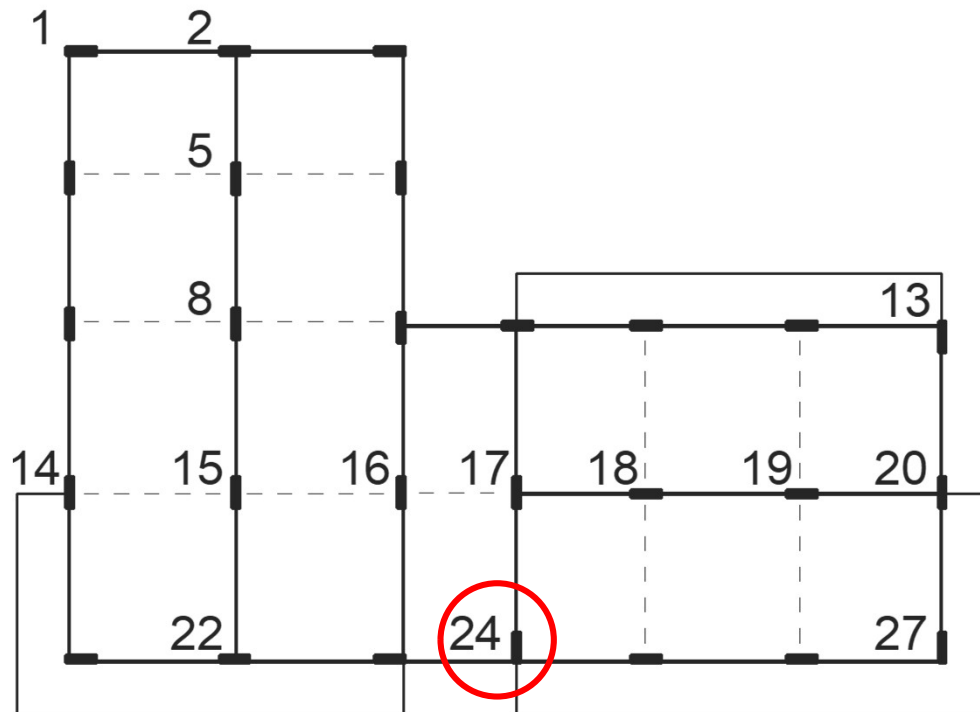
pilastro 1, sezione 70×30

- Verifica a pressoflessione deviata, formula semplificata

N	M _{x,Ed}	M _{x,Rd}	M _{y,Ed}	M _{y,Rd}	Verif.
-179	68	76	145	332	0.508
-167	28	77	291	328	0.968
489	4	151	5	525	0.005
822	34	182	298	600	0.431
834	72	183	152	603	0.373

$$\left(\frac{M_{x,Ed}}{M_{x,Rd}}\right)^{1.5} + \left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}}\right)^{1.5} = \left(\frac{28}{77}\right)^{1.5} + \left(\frac{291}{328}\right)^{1.5} = 0.132 + 0.836 = 0.968 \leq 1$$

indicazioni operative

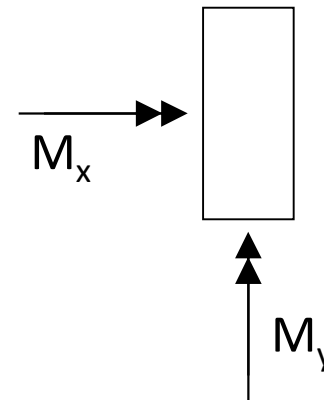


Pilastro 24, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

I impalcato

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	5.54	-73.93	81.69	-238.12	245.88
M_y	-0.41	-88.70	88.16	-36.88	36.34
N	-866.84	-460.05	-671.73	-235.30	-896.48



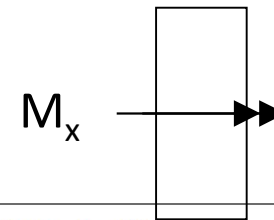
- La sezione deve essere armata per portare (a pressoflessione deviata) le 5 triplette M_x , M_y e N
- Il dimensionamento può essere fatto a pressoflessione retta, separatamente per le due direzioni, purché si abbondi un po'

Pilastro 24, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

- Armature per M_x (in questo caso, sul lato corto)

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	5.54	-73.93	81.69	-238.12	245.88
M_y	-0.41	-88.70	88.16	-36.88	36.34
N	-866.84	-460.05	-671.73	-235.30	-896.48

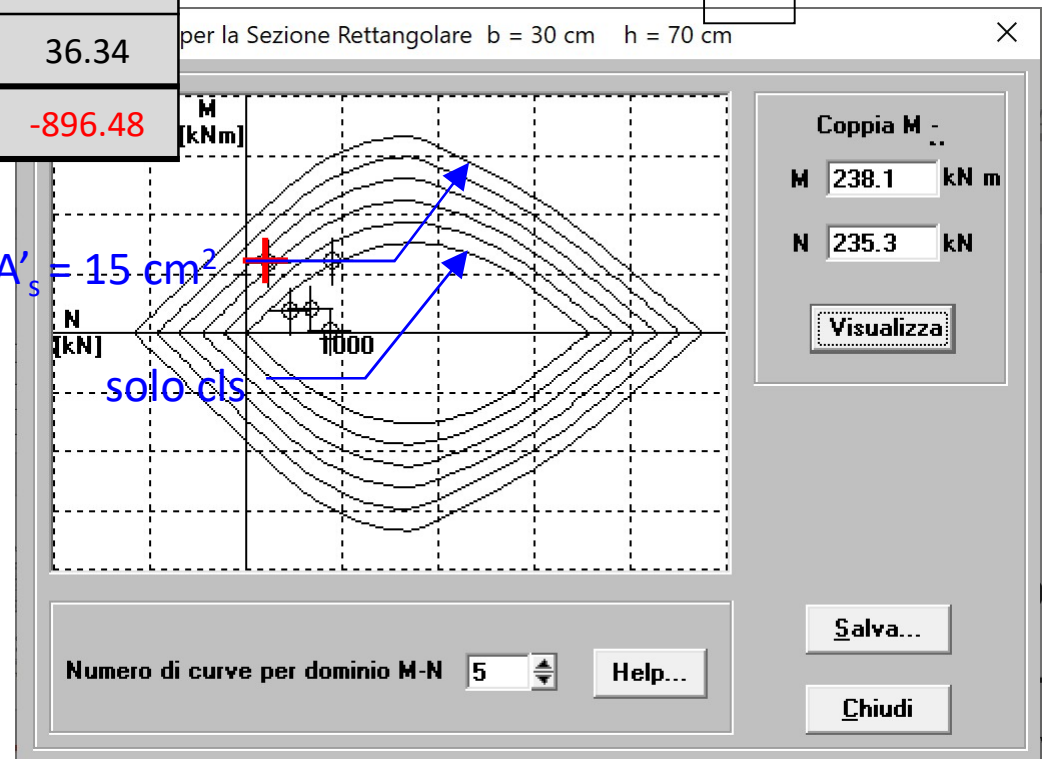


$$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$$

Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

In questo caso occorrono
almeno 8 cm^2



Pilastro 24, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

- Armature per M_y (in questo caso, sul lato lungo)

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	5.54	-73.93	81.69	-238.12	245.88
M_y	-0.41	-88.70	88.16	-36.88	36.34
N	-866.84	-460.05	-671.73	-235.30	-896.48

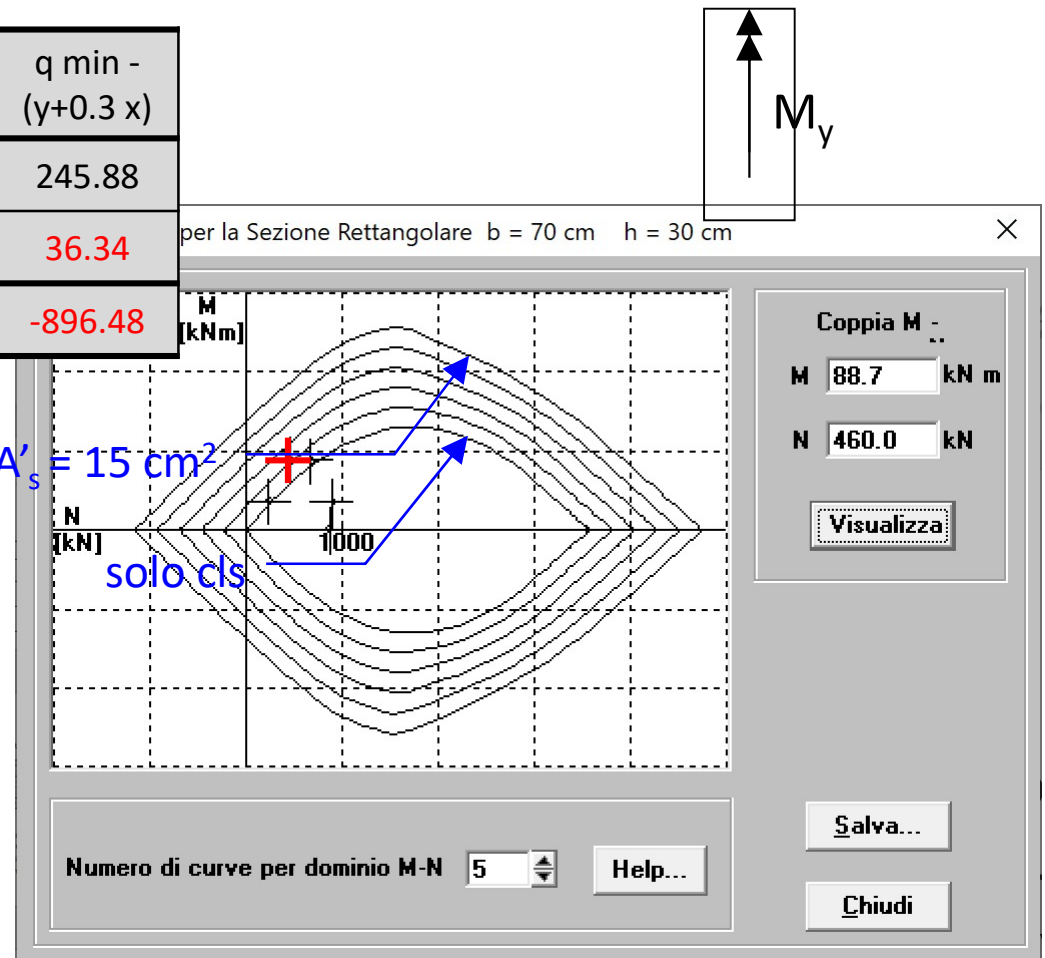
Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

In questo caso basterebbe
circa 3 cm²

$$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$$

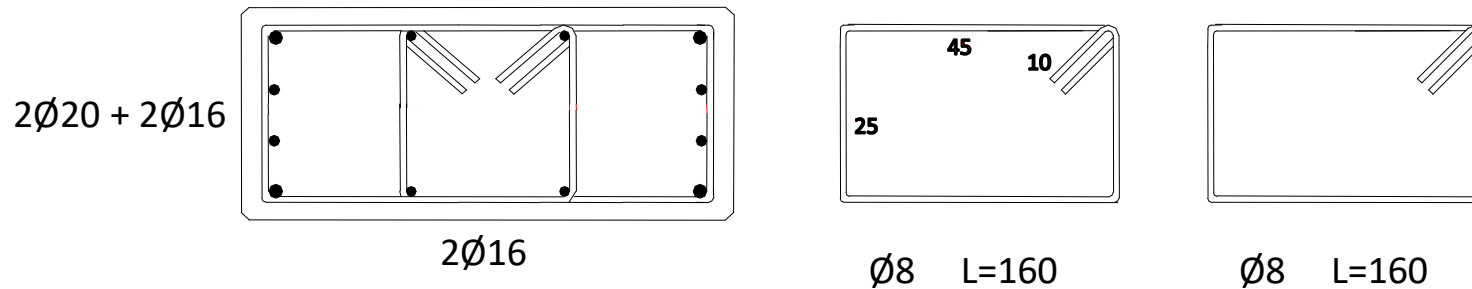
solo cls



Pilastro 24, base del I ordine

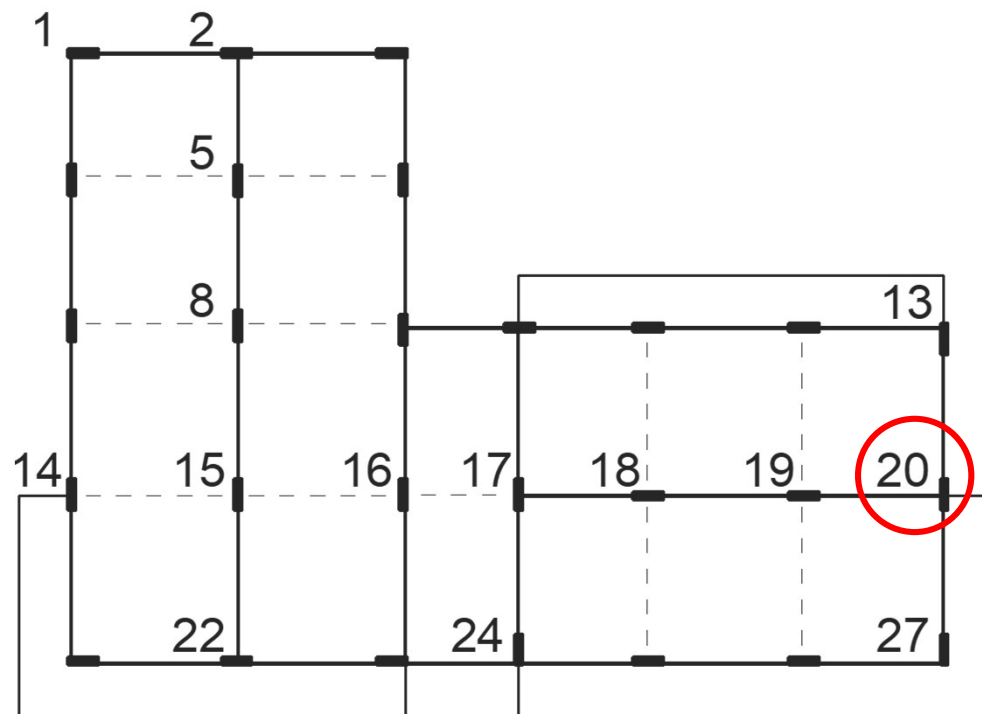
armatura disposta

- È opportuno abbondare un po' rispetto all'area di armatura prevista a pressoflessione retta, per essere sicuri di andar bene anche a pressoflessione deviata
 - Posso pensare di disporre in totale 4 $\varnothing 20$ e 8 $\varnothing 16$, con doppia staffa



Pilastro 20, base del I ordine

indicazioni operative



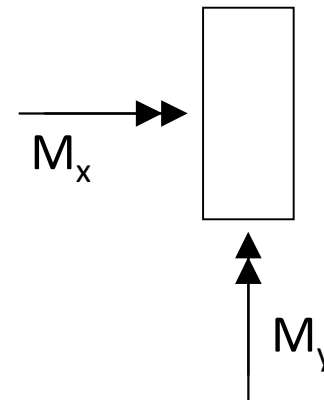
Nota:
Questo pilastro ha
sezione 30x90

Pilastro 20, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

I impalcato

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	0.75	-312.63	313.24	-700.20	700.80
M_y	-8.50	-92.39	82.22	23.83	-34.00
N	-980.28	-961.56	-278.78	-733.08	-507.26



- La sezione deve essere armata per portare (a pressoflessione deviata) le 5 triplette M_x , M_y e N
- Il dimensionamento può essere fatto a pressoflessione retta, separatamente per le due direzioni, purché si abbondi un po'

Pilastro 20, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

- Armature per M_x (in questo caso, sul lato corto)

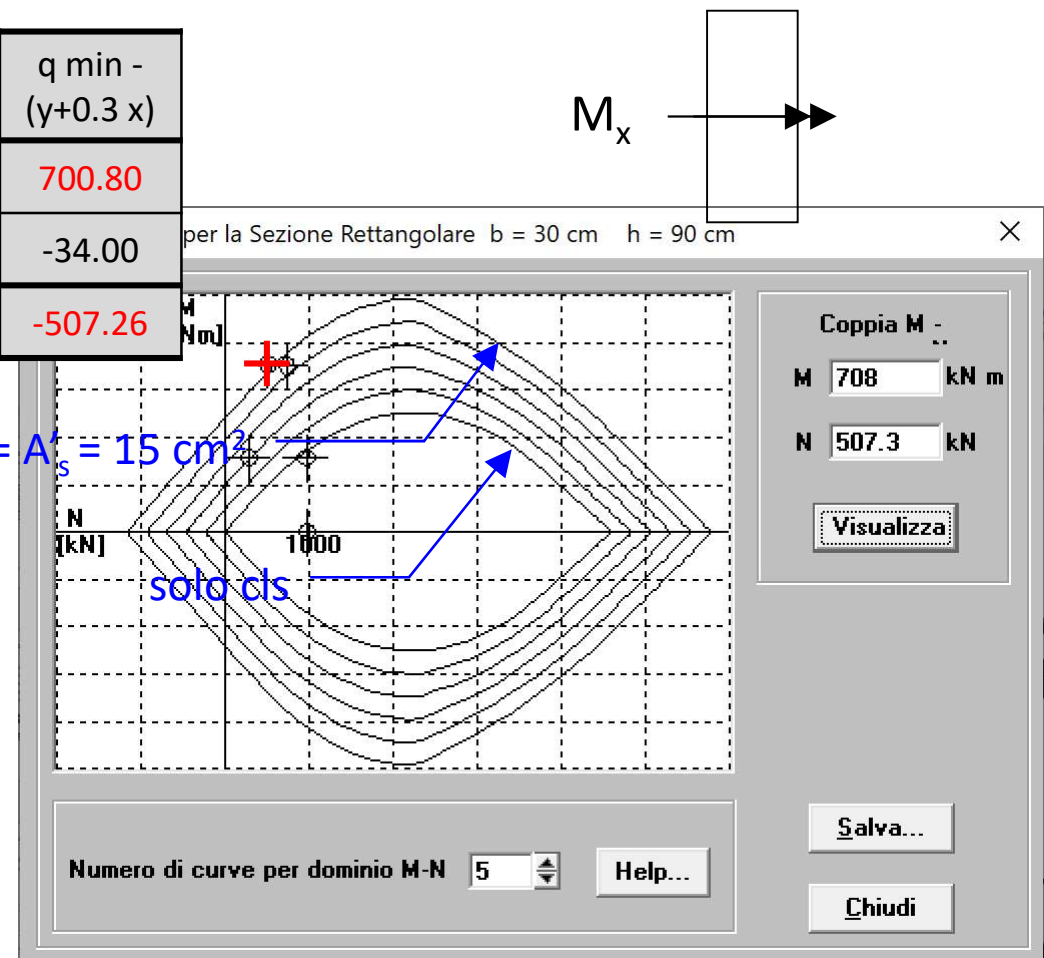
	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	0.75	-312.63	313.24	-700.20	700.80
M_y	-8.50	-92.39	82.22	23.83	-34.00
N	-980.28	-961.56	-278.78	-733.08	-507.26

Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

In questo caso occorrono
poco più di 15 cm^2

$$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$$

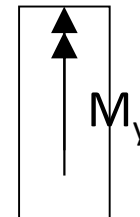


Pilastro 20, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

- Armature per M_y (in questo caso, sul lato lungo)

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	0.75	-312.63	313.24	-700.20	700.80
M_y	-8.50	-92.39	82.22	23.83	-34.00
N	-980.28	-961.56	-278.78	-733.08	-507.26

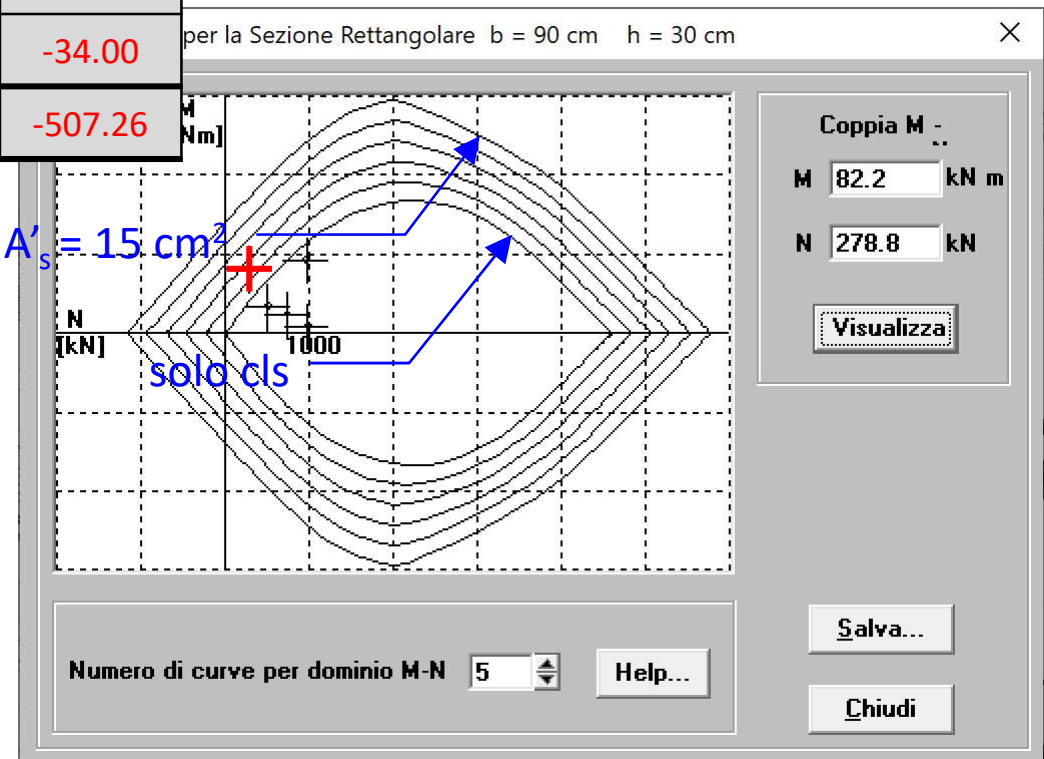


$$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$$

Si visualizza bene con
domini M-N

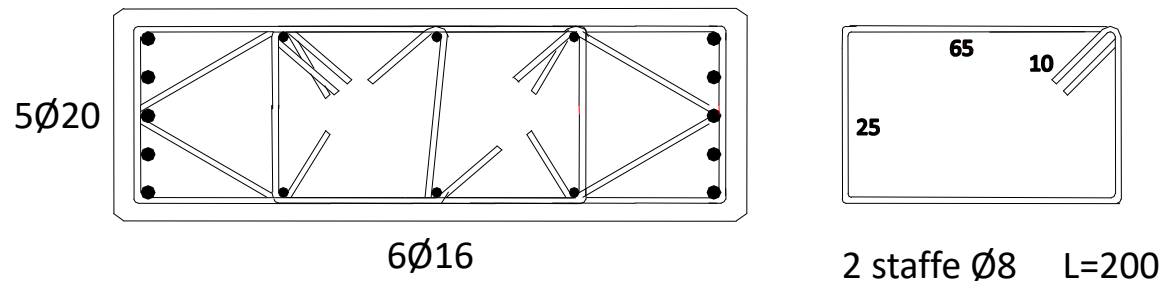
Ad esempio col
programma EC2

In questo caso occorrono
circa 5 cm^2



Pilastro 20 base del I ordine

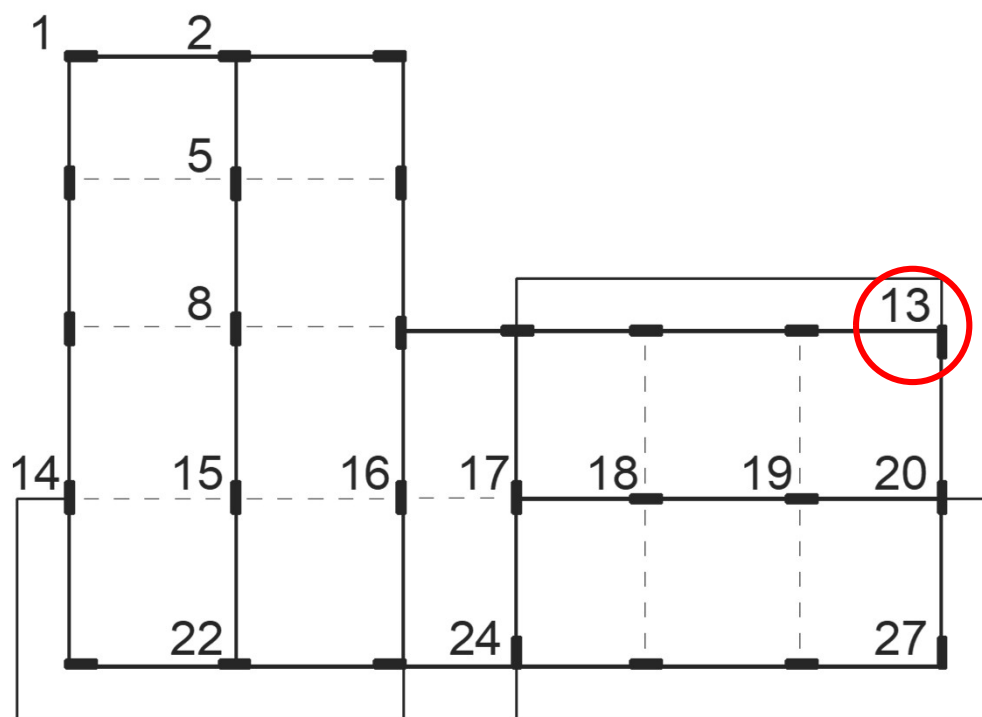
- È opportuno abbondare un po' rispetto all'area di armatura prevista a pressoflessione retta, per essere sicuri di andar bene anche a pressoflessione deviata
 - Posso pensare di disporre in totale 10 $\varnothing 20$ e 6 $\varnothing 16$, con doppia staffa e un tirantino



Nota: in realtà 5Ø20 sono 15.7 cm², proprio al limite del necessario, ma confido sul contributo dei Ø16 sul lato lungo e sul fatto che M_y è basso

Pilastro 13, base del I ordine

indicazioni operative



Nota:

Questo pilastro ha
sezione 30x90

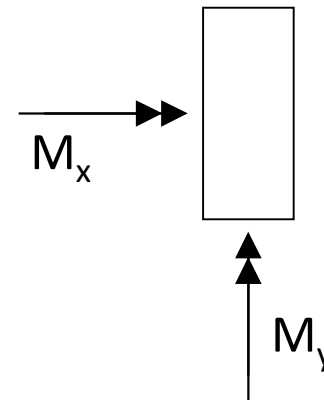
In alcuni casi il pilastro
va in trazione

Pilastro 13, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

I impalcato

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	-5.86	-282.19	273.82	-625.30	616.92
M_y	-5.36	-90.27	83.37	28.55	-35.45
N	-603.97	-1090.03	301.39	-1071.11	282.48



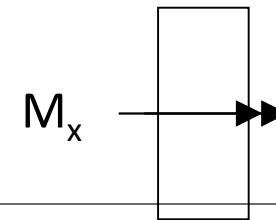
- La sezione deve essere armata per portare (a pressoflessione deviata) le 5 triplette M_x , M_y e N
- Il dimensionamento può essere fatto a pressoflessione retta, separatamente per le due direzioni, purché si abbondi un po'

Pilastro 13, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

- Armature per M_x (in questo caso, sul lato corto)

	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	-5.86	-282.19	273.82	-625.30	616.92
M_y	-5.36	-90.27	83.37	28.55	-35.45
N	-603.97	-1090.03	301.39	-1071.11	282.48

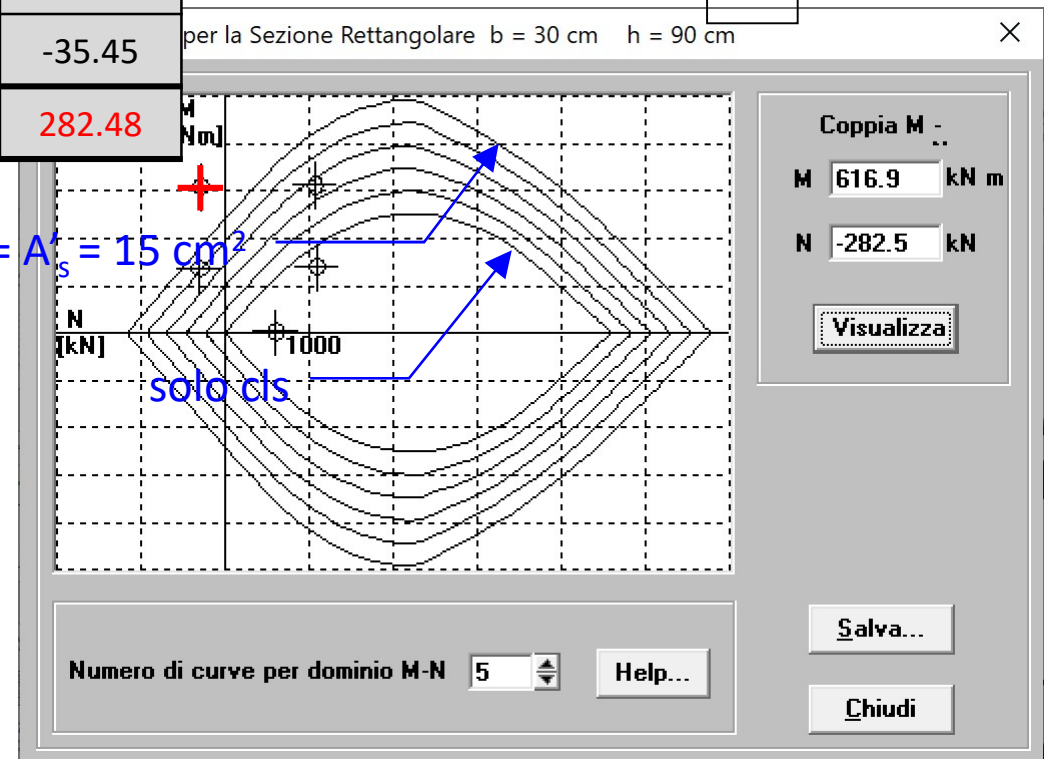


$$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$$

Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

In questo caso occorrono
circa 21 cm^2



Pilastro 13, base del I ordine

caratteristiche della sollecitazione

- Armature per M_y (in questo caso, sul lato lungo)

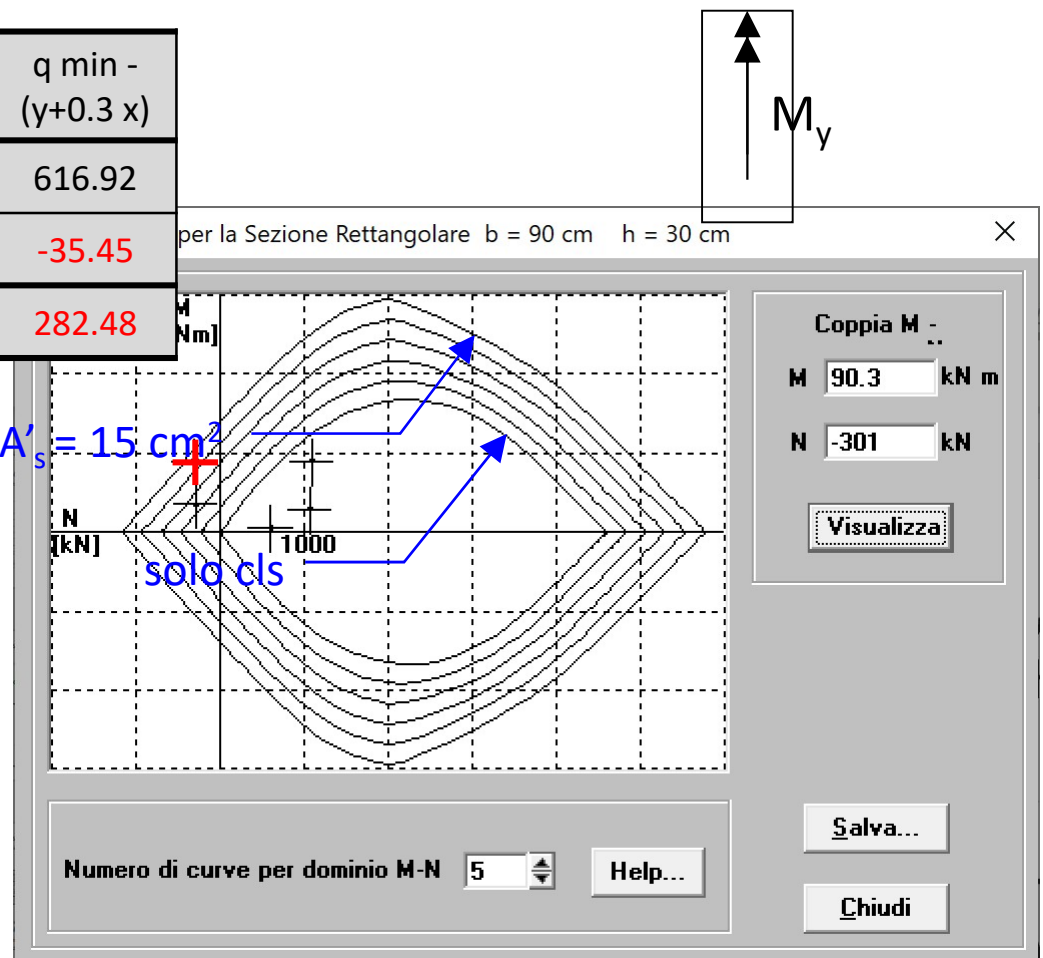
	q max	q min + (x+0.3 y)	q min - (x+0.3 y)	q min + (y+0.3 x)	q min - (y+0.3 x)
M_x	-5.86	-282.19	273.82	-625.30	616.92
M_y	-5.36	-90.27	83.37	28.55	-35.45
N	-603.97	-1090.03	301.39	-1071.11	282.48

Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

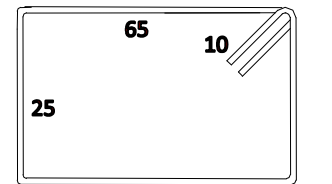
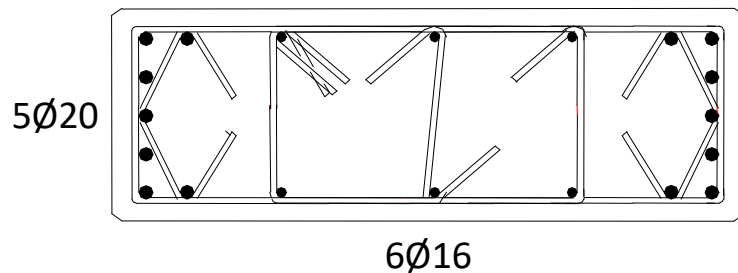
In questo caso occorrono
poco più di 12 cm^2

$$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$$



Pilastro 13 base del I ordine

- È opportuno abbondare un po' rispetto all'area di armatura prevista a pressoflessione retta, per essere sicuri di andar bene anche a pressoflessione deviata
 - Posso pensare di disporre in totale 14 $\varnothing 20$ e 6 $\varnothing 16$, con doppia staffa e un tirantino



2 staffe $\varnothing 8$ L=200