Metodo deterministici:

Metodo delle tensioni ammissibili

Metodo del calcolo a rottura

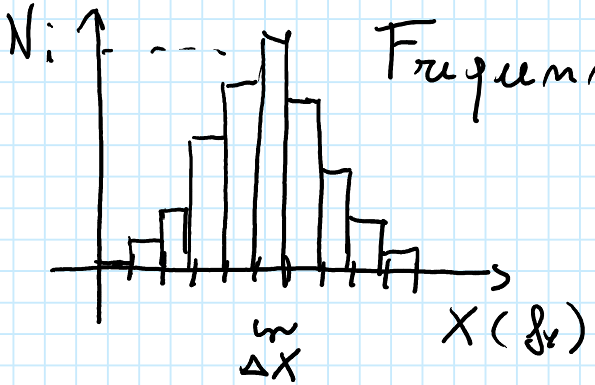
usano variabili deterministiche

Purtroppo molte grandezze fisiche non possono essere ben rappresentate mediante variabili deterministiche.
Servono le variabili aleatorie

Variabili aleatorie

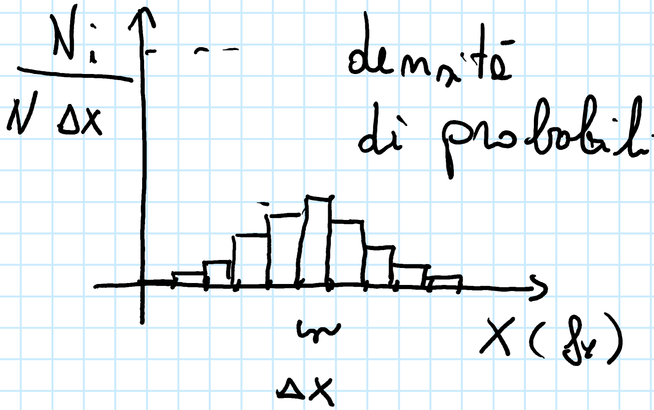
δ_Y è una variabile aleatoria

$\delta_{Y_1}, \delta_{Y_2}, \delta_{Y_3}, \dots, \delta_{Y_N}$

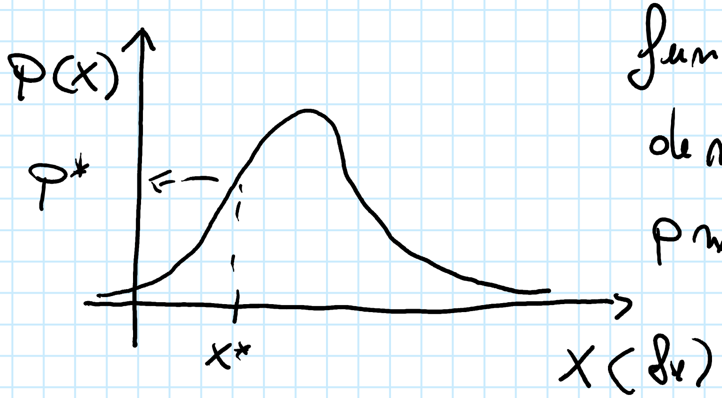


Frequenze

Frequenze relative o probabilità

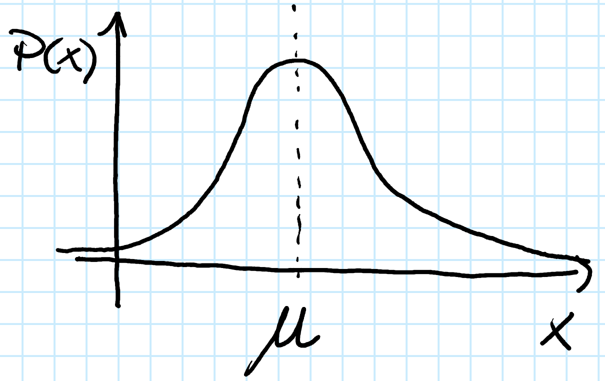


densità di probabilità



funzione densità di probabilità

Distribuzione gaussiana o normale



$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

La densità di probabilità è massima per $x = \mu$

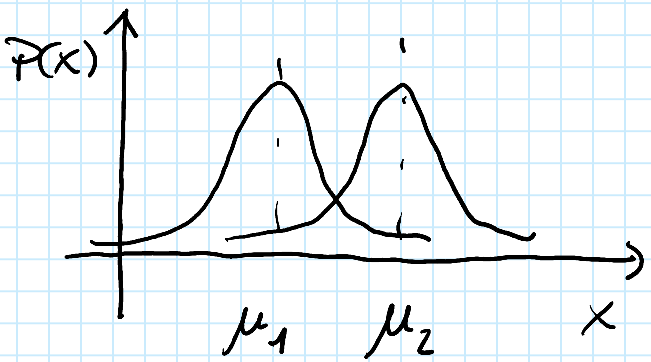
$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$ valore medio

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N-1}}$$ deviazione standard

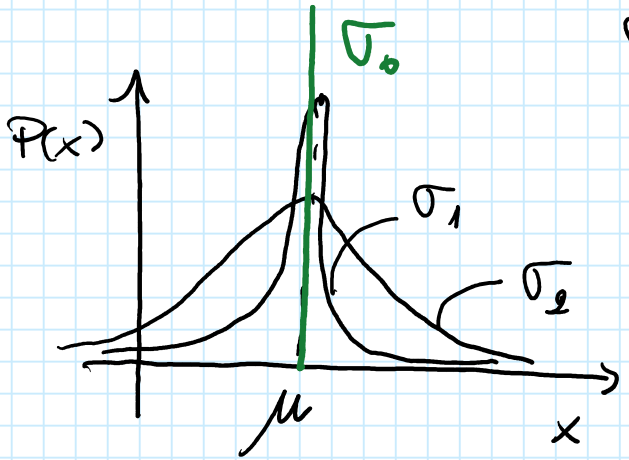
Bastano due parametri per definire una distribuzione gaussiana: μ e σ

Dipendenza da μ

$\mu_1 < \mu_2$

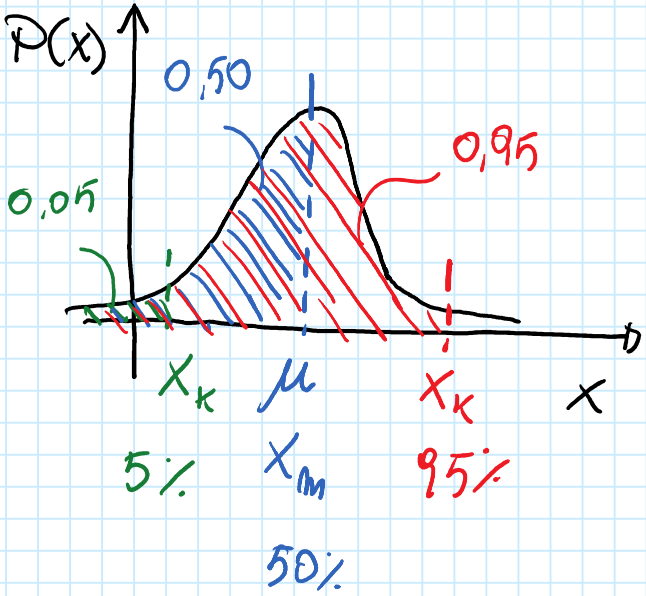


Dipendenza da σ



$\sigma_0 = 0$

$\sigma_0 < \sigma_1 < \sigma_2$



$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x)\,dx = 1$$

NTC18

$X_{k(5\%)}$ Valore caratteristico o frattile del 5% — Resistenze

μ Valore medio frattile del 50%

$X_{k(95\%)}$ Valore caratteristico o frattile del 95% — Carichi

K coefficiente che dipende del frattile considerato

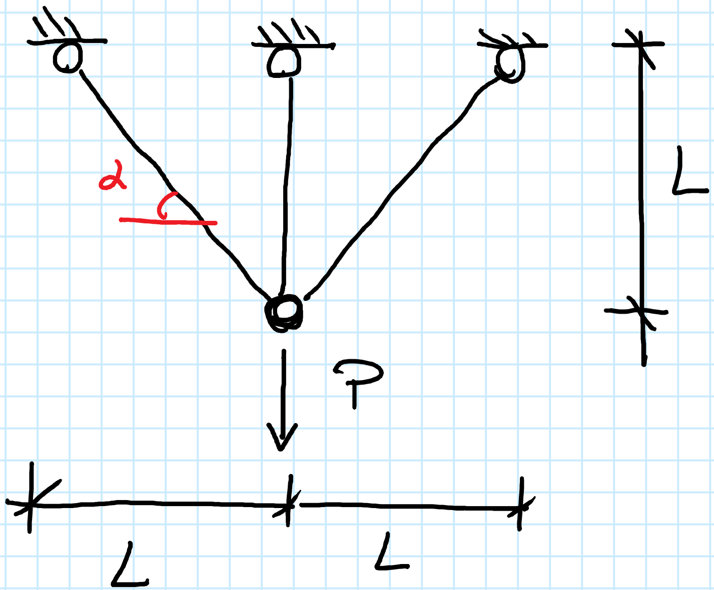
$X_k = \mu + k\sigma$ frattile > 50%

$X_k = \mu + 1,635\,\sigma$ frattile del 95%

$X_k = \mu - k\sigma$ frattile < 50%

$X_k = \mu - 1,635\,\sigma$ frattile 5%

Verifica probabilistica



$P_k = 350$ KN   frattile 95%

$\sigma_P = 0,3\, P_m$

$P_m = 234,3$ KN

S 275

$f_{yk} = 275$ MPa   frattile 5%

$\sigma_{fy} = 0,08\, f_{ym}$

$f_{ym} = 316,4$ MPa

$A = 3,065$ cm²

$\alpha = 45°$

$$P_k = P_m + 1{,}635\,\sigma_P = (1 + 1{,}635 \times 0{,}3)\,P_m = 1{,}4905\,P_m$$

$$P_m = \frac{P_k}{1{,}4905} = \frac{350}{1{,}4905} = 234{,}8\ KN$$

$$f_{yk} = f_{ym} - 1{,}635\,\sigma_{f_y} = (1 - 1{,}635 \times 0{,}08)\,f_{ym} = 0{,}8692\,f_{ym}$$

$$f_{ym} = \frac{f_{y}}{0{,}8692} = 316{,}4\ MPa$$

Verifica probabilistica delle strutture

1. Genero f_{y1} $\longrightarrow$ $P_{u1} = (1 + 2\sin\alpha) A f_{y1}$

2. Genero P_1

3. Confronto carico agente (P_1) e carico di collasso (P_{u1})

   $P_1 < P_{u1}$ OK!

   $P_1 > P_{u1}$ Collasso

4. Eseguo il procedimento tante volte per calcolare la probabilità di collasso.

	A	B	C	D	E
1	**Simulazione collasso col metodo Montecarlo**				
2					
3	Simulazione n.	fy (Mpa)	Pu (kN)	P (kN)	Verifica
486	483	328.5	**243.1**	**387.7**	**COLLASSO**
487	484	305.7	226.2	162.1	OK
488	485	334.5	247.6	239.6	OK
489	486	347.8	**257.4**	**272.4**	**COLLASSO**
490	487	316.5	234.2	169.8	OK
491	488	371.8	275.2	222.2	OK
492	489	335.7	**248.5**	**324.2**	**COLLASSO**
493	490	302.0	223.5	198.0	OK
494	491	327.3	**242.2**	**300.8**	**COLLASSO**
495	492	338.1	250.2	233.5	OK
496	493	309.3	228.9	221.7	OK
497	494	333.3	**246.7**	**316.5**	**COLLASSO**
498	495	292.4	216.4	212.1	OK
499	496	306.9	**227.1**	**240.9**	**COLLASSO**
500	497	338.1	250.2	248.5	OK
501	498	311.7	**230.6**	**332.9**	**COLLASSO**
502	499	281.6	208.4	192.4	OK
503	500	316.5	234.2	206.1	OK
504				**Collassi**	232
505				**Perc. Coll.**	46.4%

La probabilità di collasso è troppo alta.

La struttura deve essere progettata di nuovo.

Inverto la formula di verifica per ottenere una formula di progetto.

Verifica

$$P \leq P_u$$

$$P \leq (1 + 2 \operatorname{sen} \alpha) N_y = (1 + 2 \operatorname{sen} \alpha) A f_y$$

Progetto

$$P \leq (1 + 2 \operatorname{sen} \alpha) A f_y \Rightarrow A \geq \frac{P}{(1 + 2 \operatorname{sen} \alpha) f_y}$$

Progetto della sezione

1. Assumo i frattili di riferimento di resistenza e carichi:

Esempio - Uso il valore medio (frattile del 50%) sia per resistenza che per carico.

$f_{ym} = 316{,}4$ MPa

$P_m = 234.08$

2. Calcolo l'area necessaria della sezione uguagliando il carico agente (frattile prescelto) al carico ultimo (dipende dal frattile prescelto di f_y)

$$P_m = P_u(\delta_{ym})$$

$$P_m = 234.08 \text{ KN}$$

$$P_u(\delta_y) = (1 + 2 \operatorname{sen} \alpha) N_y = (1 + 2 \operatorname{sen} \alpha) A f_{ym} = \left(1 + 2 \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times 316,4 \, A$$

$$= 763,9 \, A$$ quindi ricavo A

$$A = \frac{P_m}{763,9} = \frac{234,08}{763,9} \times \frac{10^3}{10^2} = 3,06 \text{ cm}^2$$

1° tentativo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Progetto**										
2											
3	**Carico:**						**Acciaio:** S275				
4											
5	P_m =	234.3 kN					f_{ym} =	316.7 MPa			
6	S =	70.3 kN		30% di F_m			S =	25.3 MPa		8% di f_{ym}	
7	P_k (95%)=	350.0 kN					f_{yk} (5%) =	275.0 MPa			
8											
9	**Carico di progetto:**						**Resistenza di progetto:**				
10	Frattile =	50.00%					Frattile =	50.00%			
11	P =	234.3 kN					f_y =	316.7 MPa			
12											
13							**Area sezione:**				
14							A =	306.5 mm^2		=	3.065 cm^2

E' il caso già trattato (lezione del 10/10/2022).
La probabilità di collasso ottenuta è eccessiva (46.4%).

2° tentativo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Progetto**										
2											
3	**Carico:**						**Acciaio:** S275				
4											
5	P_m =	234.3 kN					f_{ym} =	316.7 MPa			
6	S =	70.3 kN		30% di F_m			S =	25.3 MPa		8% di f_{ym}	
7	P_k (95%)=	350.0 kN					f_{yk} (5%) =	275.0 MPa			
8											
9	**Carico di progetto:**						**Resistenza di progetto:**				
10	Frattile =	95.00%					Frattile =	5.00%			
11	P =	350.0 kN					f_y =	275.0 MPa			
12											
13							**Area sezione:**				
14							A =	527.2 mm^2		=	5.272 cm^2

Calcolo la probabilità di collasso →

Simulazione collasso col metodo Montecarlo

Simulazione n.	fy (Mpa)	Pu (kN)	P (kN)	Verifica
483	328.5	418.1	387.7	OK
484	305.7	389.0	162.1	OK
485	334.5	425.8	239.6	OK
486	347.8	442.6	272.4	OK
487	316.5	402.8	169.8	OK
488	371.8	473.3	222.2	OK
489	335.7	427.3	324.2	OK
490	302.0	384.4	198.0	OK
491	327.3	416.6	300.8	OK
492	338.1	430.4	233.5	OK
493	309.3	393.6	221.7	OK
494	333.3	424.2	316.5	OK
495	292.4	372.2	212.1	OK
496	306.9	390.5	240.9	OK
497	338.1	430.4	248.5	OK
498	311.7	396.7	332.9	OK
499	281.6	358.4	192.4	OK
500	316.5	402.8	206.1	OK
			Collassi	3
			Perc. Coll.	0.6%

3° tentativo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Progetto**										
2											
3	**Carico:**						**Acciaio:** S275				
4											
5	P_m =	234.3 kN					f_{ym} =	316.7 MPa			
6	S =	70.3 kN		30% di F_m			S =	25.3 MPa		8% di f_{ym}	
7	P_k (95%)=	350.0 kN					f_{yk} (5%) =	275.0 MPa			
8											
9	**Carico di progetto:**						**Resistenza di progetto:**				
10	Frattile =	99.00%					Frattile =	1.00%			
11	P =	397.9 kN					f_y =	257.7 MPa			
12											
13							**Area sezione:**				
14							A =	639.5 mm^2	=		6.395 cm^2

Calcolo la probabilità di collasso →

Simulazione collasso col metodo Montecarlo

Simulazione n.	fy (Mpa)	Pu (kN)	P (kN)	Verifica
483	328.5	507.2	387.7	OK
484	305.7	471.9	162.1	OK
485	334.5	516.5	239.6	OK
486	347.8	536.9	272.4	OK
487	316.5	488.6	169.8	OK
488	371.8	574.1	222.2	OK
489	335.7	518.3	324.2	OK
490	302.0	466.3	198.0	OK
491	327.3	505.3	300.8	OK
492	338.1	522.1	233.5	OK
493	309.3	477.5	221.7	OK
494	333.3	514.6	316.5	OK
495	292.4	451.5	212.1	OK
496	306.9	473.8	240.9	OK
497	338.1	522.1	248.5	OK
498	311.7	481.2	332.9	OK
499	281.6	434.7	192.4	OK
500	316.5	488.6	206.1	OK
			Collassi	1
			Perc. Coll.	0.2%

Adesso va meglio!

Metodo semi-probabilistico agli stati limite

Stati limite

Stati limite ultimi

collasso parziale o totale

Stati limite di esercizio

perdita di funzionalità

Metodo semi-probabilistico agli stati limite

Come eseguire le verifiche?

$$\left.\begin{array}{lcl} \text{fratello carico} & P \longrightarrow & E \\ \text{fratello resistenza del materiale} & f_y \longrightarrow & R \end{array}\right\} \quad E \leq R$$

Quali fratelli? Ce lo dice la normativa

NTC18 Eurocodici

Stato limite di esercizio (SLE)

Carico P_k frattile del 95%

Resistenza f_{yk} frattile del 5%

Valori caratteristici

Stato limite ultimo (SLU)

Carico $P_d = \gamma_F P_k$

Resistenza $f_{yd} = \dfrac{f_{yk}}{\gamma_M}$

Valori di progetto

Verifica allo SLE

$$\left.\begin{array}{l} P_K \longrightarrow E_K \\ f_{yK} \longrightarrow R_K \end{array}\right| \Rightarrow \quad E_K \leq R_K$$

Verifica allo SLU

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} P_d = \gamma_F P_K \\ \gamma_F > 1 \end{array}\right| \longrightarrow E_d \\ \left.\begin{array}{l} f_{yd} = \dfrac{f_{yK}}{\gamma_M} \\ \gamma_M > 1 \end{array}\right| \longrightarrow R_d \end{array}\right| \Rightarrow \quad E_d \leq R_d$$