

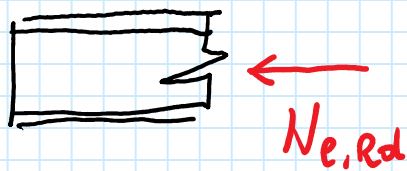
Sforzo normale centrato di compressione

Il collasso può avvenire secondo due diverse modalità:

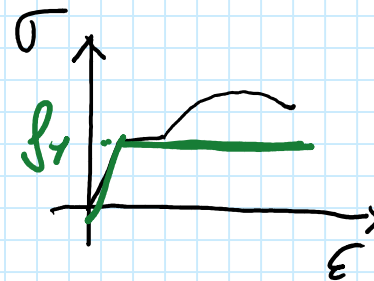
1. plasticizzazione e compressione delle sezioni trasversale
2. Instabilità dell'asta (e le più frequenti)

Plasticizzazione delle sezioni

$$|N_{Ed}| \leq N_{c,Rd}$$



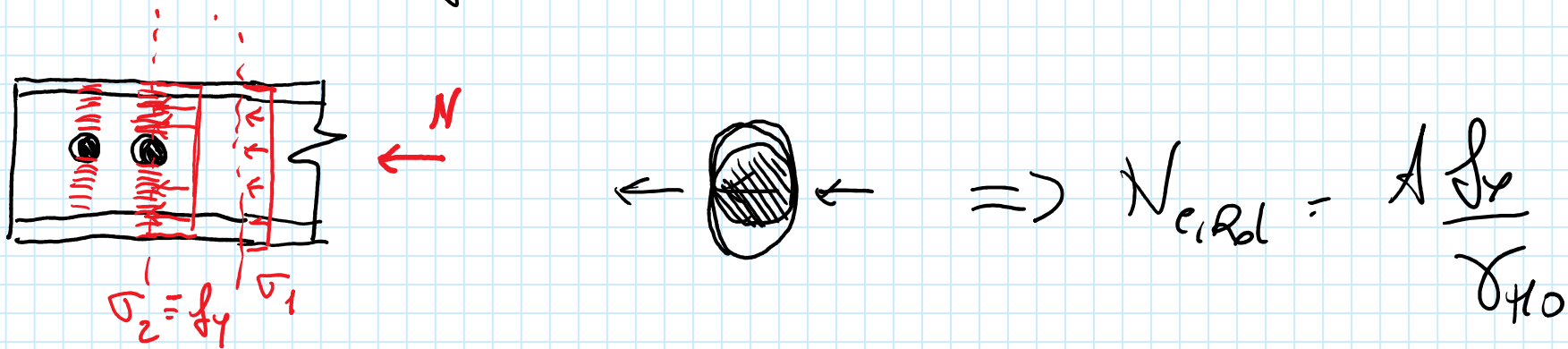
$$\sigma = \frac{N_{c,Rd}}{A} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$



$$\frac{N_{c,Rd}}{A} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow N_{c,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Possono essere punti: foreturi dell'aste (ad esempio per realizzare un collegamento bulloneto).

Qual'è la resistenza dell'aste in corrispondenza delle sezioni forate.

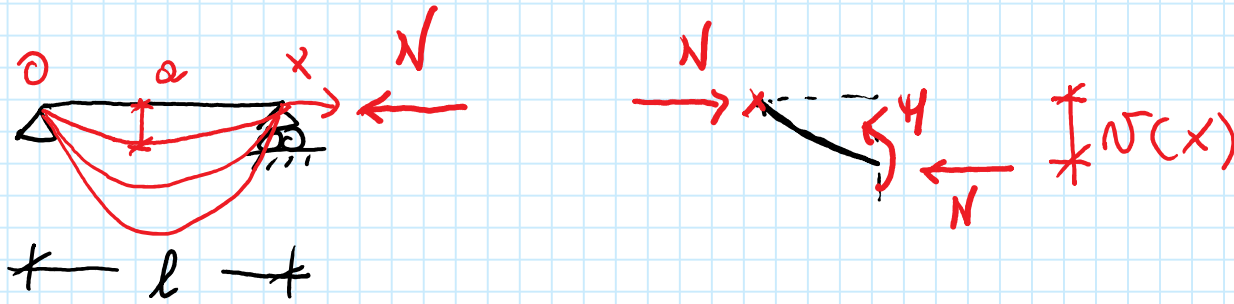


Il bullone "riempie" il foro e la resistenza a trazione e compressione dell'aste non cambia.

Instabilità dell'asta

Studiamo prima il caso dell'asta ideale di Eulero:

"asta ed asse perfettamente rettilineo, senza limiti di resistenza e con comportamento elastico-lineare".



$$-N w(x) + H = 0 \quad \text{ma} \quad H = -EI w''(x)$$

$$N w(x) + EI w''(x) = 0 \quad \text{Assumo } w(x) = a \sin \frac{\pi x}{l} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w'(x) = a \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi x}{l} \Rightarrow w''(x) = -a \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l}$$

$$N a \sin \frac{\pi x}{l} - EI a \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l} = 0$$

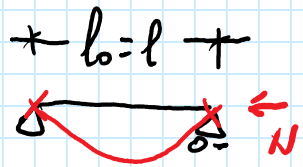
$$\left(N - \frac{\pi^2 EI}{l^2} \right) \sin \frac{\pi x}{l} = 0$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{Sforzo normale critico euleriano}$$

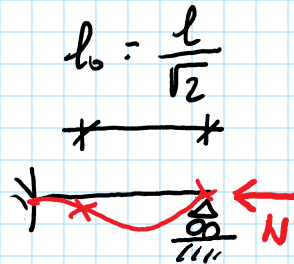
Se cambiamo le condizioni di vincolo...

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

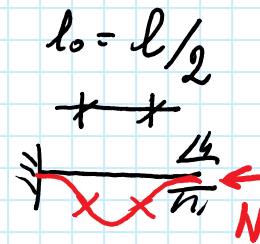
Secondo le
CNR 40011



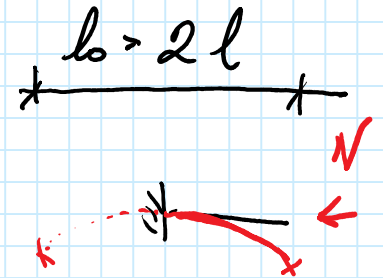
$$l_0 = l$$



$$l_0 = 0.5l$$



$$l_0 = 0.7l$$



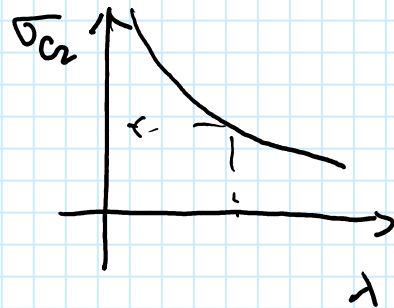
$$l_0 = 2l$$

Esprimiamo N_{cr} in una forma diversa

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E I}{l_0^2 A} = \frac{\pi^2 E i^2}{l_0^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$



La tensione critica

- si riduce con λ
- tende a $+\infty$ quando λ tende a zero

Adesso ricalcoliamo N_{cr}

$$N_{cr} = A \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E A}{\lambda^2}$$

Riepilogando \rightarrow

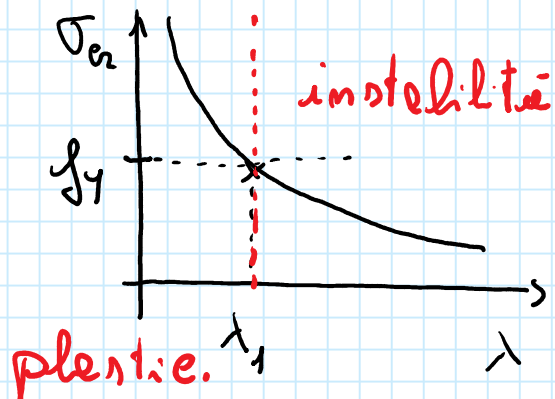
Aste di Eulero

$$N_{Ed} \leq N_{cr}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2}$$

Ma le aste reali non sono fatte con materiale senza limite di resistenza

Nelle aste in acciaio il limite di resistenza è f_y



$$f_y = \frac{\pi^2 E}{\lambda_1^2} \Rightarrow \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

Rivalutiamo le resistenze dell'aste considerando che la tensione non può superare il valore f_y

$$\text{pongo } \chi = \frac{\sigma_{cr}}{f_y} \leq 1 \Rightarrow \sigma_{cr} = \chi f_y \text{ con } \chi \leq 1$$

$$\chi = \frac{\sigma_{cr}}{f_y} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2 f_y} = \frac{\lambda_1^2}{\lambda^2} = \frac{1}{\bar{\lambda}^2}$$

angolo definito $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$ snella normalizzata

Valutiamo le resistenze all'instabilità dell'aste N_b

$$\sigma_{cr} = \chi f_y \Rightarrow \underbrace{A \sigma_{cr}}_{N_b} = \chi A f_y$$

$$\begin{cases} N_b = \chi A f_y \\ \chi = \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \leq 1 \end{cases}$$

Imperfezioni delle aste reali

Imperfezioni geometriche

Ad esempio:

- asse non perfettamente rettilineo
- asimmetrie delle sezioni o momento di ellineamento
tra le parti

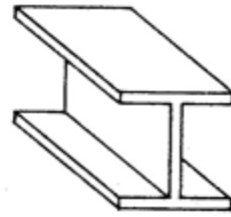
Imperfezioni meccaniche

Ad esempio tensioni residue

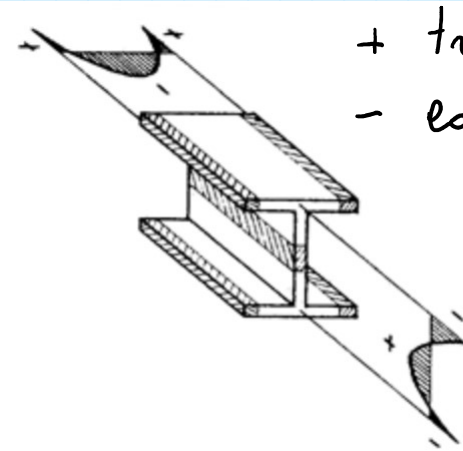
Tensioni residue

Nascono durante il raffreddamento del profilo

Posto che t_0 , il profilo è caldo

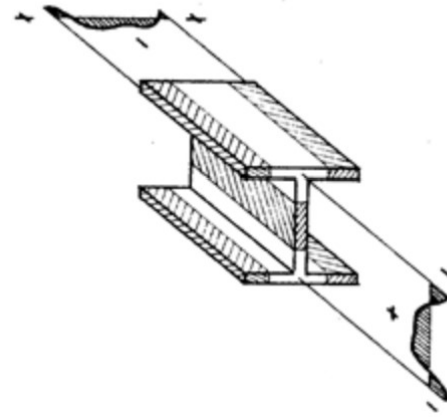


Si raffreddano prima le parti esposte all'aria. Nascono delle tensioni e cause dell'accorciamento delle parti che si raffreddano. Queste tensioni sono piccole.

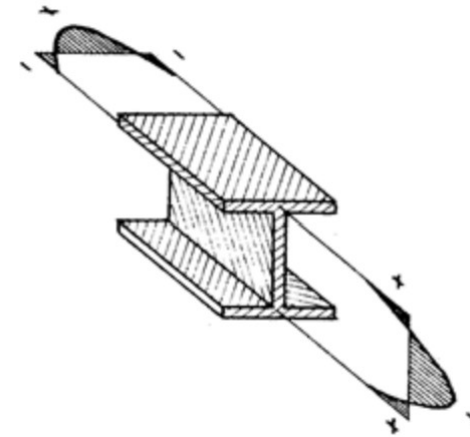


+ trazione
- compressione

Il processo di raffreddamento
continua e le tensioni
cambiano segno ed entità

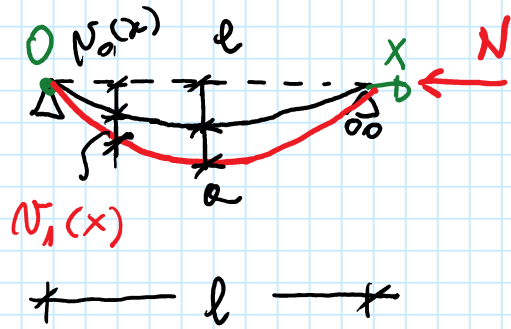


Quando il profilo è freddo
le tensioni residue della
sezione hanno questo
andamento e sono di notevole
entità (fino al 50% di f_y).



Le imperfezioni non hanno effetti sulle resistenze
plastiche delle sezioni. Hanno, invece, effetti importanti
sulle resistenze all'instabilità delle aste.

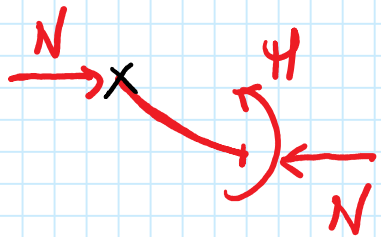
Valutiamo il comportamento dell'aste compunta
considerando esplicitamente l'imperfezione dell'asse.



$$v_0(x) = e \sin \frac{\pi x}{l}$$

Spostamento iniziale
dall'asse rettilineo
dovuto all'imperfezione

$$v_1(x) = a \sin \frac{\pi x}{l} \quad \text{Incremento di spostamento
causato da } N$$



$$v_0(x) + v_1(x)$$

\Leftarrow Imporremo l'equilibrio alla
rotazione nella configurazione
deformata

$$-N [v_0(x) + v_1(x)] + H = 0$$

$$\text{Il momento è legato a } v_1(x) \Rightarrow H = -EI v_1''(x)$$

$$-N [v_0(x) + v_1(x)] - EI v_1''(x) = 0$$

Calcolo $N_1''(x) = -\alpha \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l}$

Sostituisce $N_0(x)$, $N_1(x)$ e $N_1''(x)$ nell'equazione di equilibrio.

$$-N \left(l \cancel{\sin \frac{\pi x}{l}} + \alpha \cancel{\sin \frac{\pi x}{l}} \right) + EI \alpha \frac{\pi^2}{l^2} \cancel{\sin \frac{\pi x}{l}} = 0$$

$$-N(l + \alpha) + \frac{\pi^2 EI}{l^2} \alpha = 0$$

N_{cr}

$$-N(l + \alpha) + N_{cr} \alpha = 0$$

$$(N_{cr} - N) \alpha = l N$$

$$\alpha = \frac{N}{N_{cr} - N} l$$

Questa formula fornisce l'incremento di spostamento dall'asse rettilineo in materia causato dall'applicazione di N

Valutiamo lo scostamento totale, somme dell'imperfezione iniziale "e" e dell'effetto "e" dell'applicazione di N

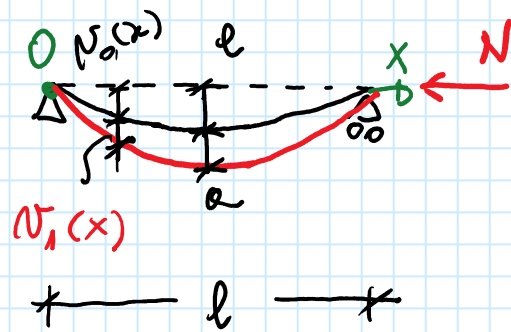
$$e + a = e + \frac{N}{N_{ex} - N} e$$

$$e + a = \left(1 + \frac{N}{N_{ex} - N}\right) e$$

$$e + a = \frac{N_{ex} - \cancel{N} + \cancel{N}}{N_{ex} - N} e$$

$$e + a = \frac{1}{1 - N/N_{ex}} e$$

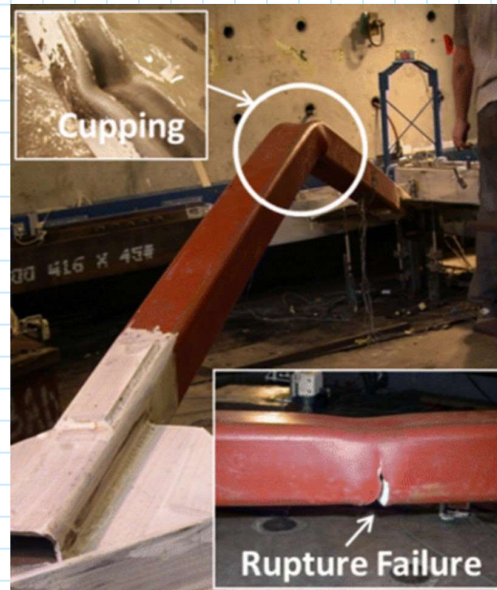
Instabilità dell'asta con imperfezioni



$$l + a = \frac{l}{1 - N/N_{cr}}$$

Si arriva all'instabilità quando $N \rightarrow N_{cr}$

He bisogno anche considerare che l'acciaio si plasticizza...



... l'instabilità s'immerge quando si plasticizza la sezione al centro dell'asta