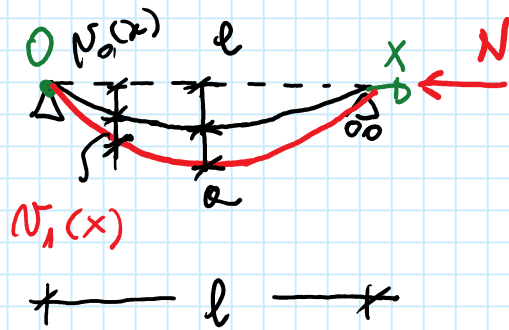


Instabilità dell'asta con imperfezioni



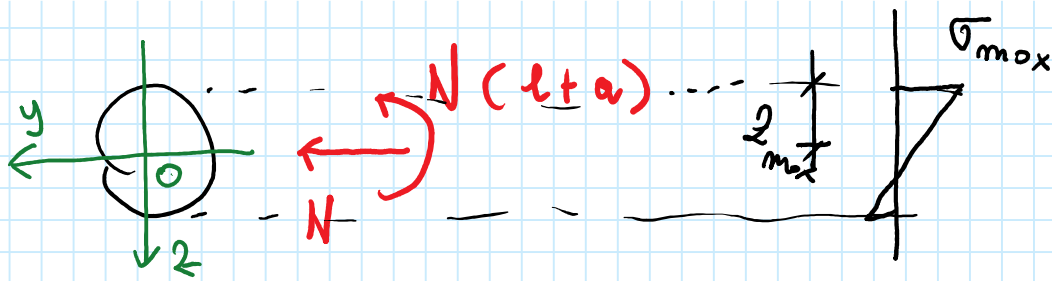
$$l + a = \frac{l}{1 - N/N_{cr}} e$$

Si arriva all'instabilità quando $N \rightarrow N_{cr}$

He bisogno anche considerare che l'acciaio si plasticizza...



... l'instabilità s'immerge quando si plasticizza la sezione al centro dell'asta



Nelle sezioni centrali
agisce come N ed $M = N(e+e)$

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{N(e+e)}{I} z_{max} = \frac{N}{A} + \frac{N(e+e)}{W_{el}}$$

$\frac{1}{W_{el}}$

Pemgo $W_{el} = \frac{I}{z_{max}}$ modulo di resistenza elastica della
sezione.

La plasticizzazione avviene quando $\sigma_{max} = f_y$

Lo sforzo normale corrispondente è la resistenza
all'instabilità N_b

$$f_y = \frac{N_b}{A} + \frac{N_b(e+e)}{W_{el}}$$

$$f_y = \frac{N_b}{A} + \frac{N_b}{W_{el}} \frac{1}{1 - \frac{N_b}{N_{er}}} e \dots \text{divido ambo i membri per } f_y$$

$$1 = \frac{N_b}{A f_y} + \frac{N_b}{W_{el} f_y} \frac{1}{1 - \frac{N_b}{N_{er}}} e \dots \text{multiplico per } (1 - \frac{N_b}{N_{er}})$$

$$1 - \frac{N_b}{N_{er}} = \left(1 - \frac{N_b}{N_{er}}\right) \frac{N_b}{A f_y} + \frac{N_b e}{W_{el} f_y} \frac{A}{A}$$

Definisco $\eta = \frac{e A}{W_{el}}$ e $\chi = \frac{N_b}{A f_y}$

$$1 - \frac{N_b}{N_{er}} = \left(1 - \frac{N_b}{N_{er}}\right) \frac{N_b}{A f_y} + \frac{N_b \eta}{A f_y}$$

$$1 - \frac{N_b}{N_{cr}} = \left(1 - \frac{N_b}{N_{cr}}\right) x + x \eta$$

Ricordiamo che $N_{cr} = \frac{1}{\bar{\lambda}^2} A f_y$

$$1 - \frac{N_b}{A f_y} \bar{\lambda}^2 = \left(1 - \frac{N_b}{A f_y} \bar{\lambda}^2\right) x + \eta x$$

$$1 - \bar{\lambda}^2 x = (1 - \bar{\lambda}^2 x) x + \eta x$$

$$1 - \bar{\lambda}^2 x = x - \bar{\lambda}^2 x^2 + \eta x$$

$$\bar{\lambda}^2 x^2 - \underbrace{(1 + \eta + \bar{\lambda}^2)}_{2\phi} x + 1 = 0$$

Definisco $\phi = \frac{1}{2} (1 + \eta + \bar{\lambda}')$

$$\bar{\lambda}^2 x^2 - 2\phi x + 1 = 0$$

$$x = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}{\bar{\lambda}^2} \quad \frac{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$= \frac{\cancel{\phi^2} - \cancel{\phi^2} + \cancel{\bar{\lambda}^2}^1}{\cancel{\bar{\lambda}^2} (\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2})} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

Riassumendo la resistenza all'instabilità vale

$$N_b = \chi A g_f$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$\text{con } \phi = \frac{1}{2} (1 + \eta + \bar{\lambda}^2) \quad \text{e} \quad \eta = \frac{A e}{W_{el}}$$

Resistente all'instabilità secondo NTC18 e EC3

$$N_{b, Rd} = \chi A f_y \gamma_{M1}$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$\text{con } \phi = \frac{1}{2} (1 + \eta + \bar{\lambda}^2) = \frac{1}{2} [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

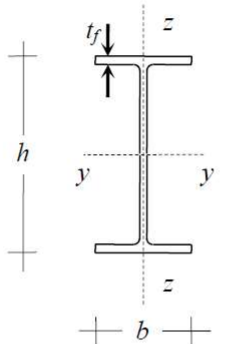
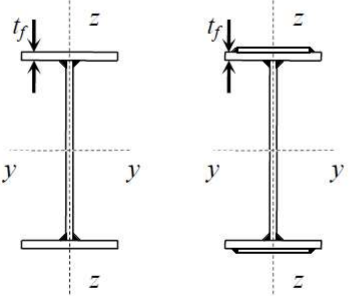
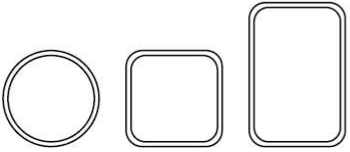
$$\eta = \frac{A_e}{W_{el}} = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2)$$

Fattore d'impulso α di A10me

α_0	a	b	c	d
$d = 0,13$	$0,21$	$0,34$	$0,49$	$0,96$

Le curve di instabilità si determinano dalle Tabelle della NTC 18

Tabella 4.2.VI Curve d'instabilità per varie tipologie di sezioni e classi d'acciaio, per elementi compressi.

Tipo di sezione	Limiti	Asse di inflessione	Curva di stabilità per:	
			S235 S275 S355 S420	S460
Sezioni laminate 	$h/b > 1.2$	$t_f \leq 40$ mm	y-y: a	a ₀
		z-z: b	b	a ₀
	$h/b \leq 1.2$	$t_f > 40$ mm	y-y: b	a
		z-z: c	c	a
		$t_f \leq 100$ mm	y-y: b	a
		z-z: c	c	a
Sez. ad I saldate 	$t_f \leq 40$ mm	y-y: b	b	b
		z-z: c	c	c
	$t_f > 40$ mm	y-y: c	c	c
		z-z: d	d	d
Sez. cave 	formata a caldo	qualunque	a	a ₀
	formata a freddo	qualunque	c	c

Segue...

Sez. cave		formata a caldo	qualunque	a	a ₀	
		formata a freddo	qualunque	c	c	
Sez. scat. saldate		in generale	qualunque	b	b	
		saldature con $a > 0.5 t_f$ $b/t_f < 30; h/t_w < 30$	qualunque	c	c	
Sez. piene, ad U e T		qualunque	c	c		
Sezioni ad L		qualunque	b	b		
Curva di instabilità						
Fattore d'imperfezione α		a ₀	a	b	c	d
		0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Confronto aste ideale - aste reali

Aste senza imperfezioni con
limite di resistenza (aste ideali)

$$\begin{cases} N_b = \chi A f_y \\ \chi = \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \leq 1 \end{cases}$$

Aste reali con imperfezioni e
limite di resistenza (aste reali)

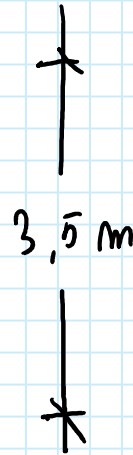
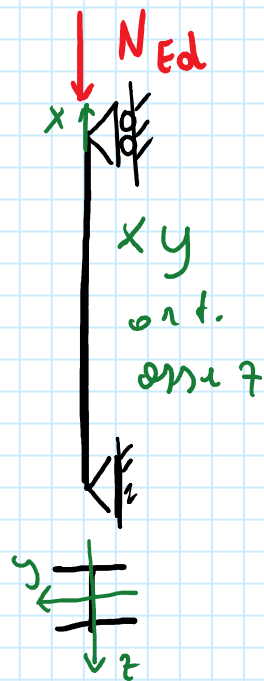
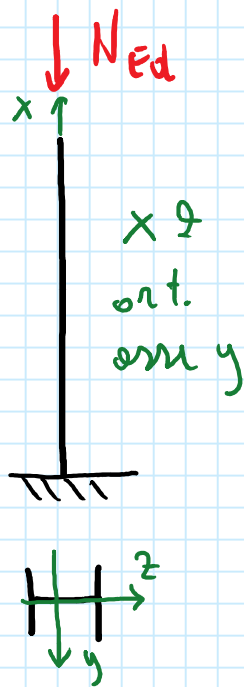


χ vedi equazioni pagine precedenti con:

α
0,13
0,21
0,34
0,49
0,76

Curva
 α_0
a
b
c
d

↓ più penalizzante



$$N_{Ed} = -1500 \text{ kN}$$

S 235

HE 220 B

... del segmento recto:

$$t_f = 16 \text{ mm}$$

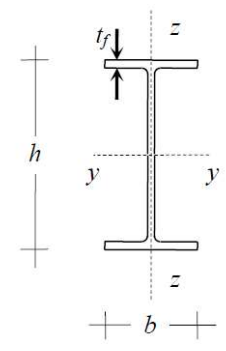
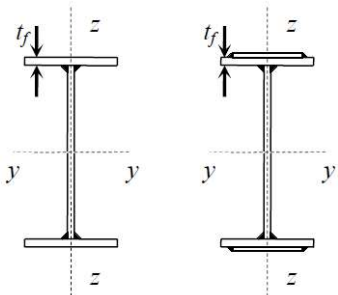
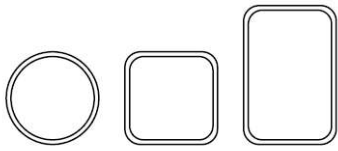
$$A = 91.0 \text{ cm}^2$$

$$i_y = 9.43 \text{ cm}$$

$$i_z = 5.59 \text{ cm}$$

Instabilità nel piano x-z

Tabella 4.2.VI Curve d'instabilità per varie tipologie di sezioni e classi d'acciaio, per elementi compressi.

Tipo di sezione	Limiti	Asse di inflessione	Curva di stabilità per:	
			S235 S275 S355 S420	S460
Sezioni laminate 	$h/b > 1.2$	$t_f \leq 40$ mm	y-y: a z-z: b	a ₀ a ₀
		$t_f > 40$ mm	y-y: b z-z: c	a a
	$h/b \leq 1.2$	$t_f \leq 100$ mm	y-y: b z-z: c	a a
		$t_f > 100$ mm	y-y: d z-z: d	c c
Sez. ad I saldate 	$t_f \leq 40$ mm	y-y	b	b
		z-z	c	c
	$t_f > 40$ mm	y-y	c	c
		z-z	d	d
Sez. cave 	formata a caldo	qualunque	a	a ₀
	formata a freddo	qualunque	c	c

Cum b

d = 0,34

Instabilità nel piano x-2

curva b $\rightarrow \alpha_y = 0,34$

$$N_{b, Q1, y} = \chi_y A \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,731 \times 91,0 \times \frac{235}{1,05} \times \frac{1}{10} = 1488,0 \text{ kN}$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{0,912 + \sqrt{0,912^2 - 0,790^2}} = 0,731 < 1$$

$$\phi_y = \frac{1}{2} \left[1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2 \right] = \frac{1}{2} \left[1 + 0,34 (0,790 - 0,2) + 0,790^2 \right]$$

$= 0,912$

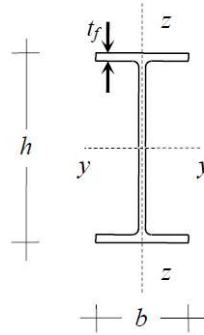
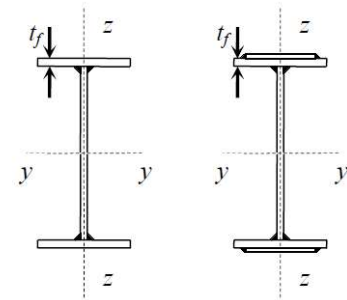
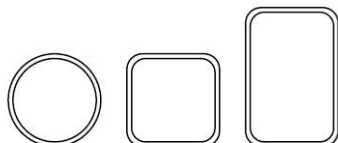
$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = \frac{74,2}{93,9} = 0,790$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E_s}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{235}} = 93,9$$

$$\lambda_y = \frac{l_{0y}}{i_y} = \frac{2 \times 350}{9,43} = 74,2$$

Instabilità nel piano x-y

Tabella 4.2.VI Curve d'instabilità per varie tipologie di sezioni e classi d'acciaio, per elementi compressi.

			Curva di stabilità per:			
Tipo di sezione		Limiti	Asse di inflexione	S235 S275 S355 S420	S460	
Sezioni laminate		$h/b > 1.2$	$t_f \leq 40$ mm	y - y	a	a ₀
				z - z	b	a ₀
		$h/b \leq 1.2$	$t_f > 40$ mm	y - y	b	a
				z - z	c	a
			$t_f \leq 100$ mm	y - y	b	a
				z - z	c	a
Sez. ad I saldate		$t_f \leq 40$ mm	y - y	b	b	
			z - z	c	c	
		$t_f > 40$ mm	y - y	c	c	
			z - z	d	d	
Sez. cave		formata a caldo	qualunque	a	a ₀	
		formata a freddo	qualunque	c	c	

Cum e

$$d = 0,49$$

Instabilità nel piano x-y

Curve C $\rightarrow \alpha_2 = 0,49$

$$N_{b,21,2} = \chi_2 A \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,747 \times 91,0 \times \frac{235}{1,05} \times \frac{1}{10} = 1521,0 \text{ kN}$$

$$\chi_2 = \frac{1}{\phi_2 + \sqrt{\phi_2^2 - \bar{\lambda}_2^2}} = \frac{1}{0,835 + \sqrt{0,835^2 - 0,666^2}} = 0,747$$

$$\phi_2 = \frac{1}{2} \left[1 + \alpha_2 (\bar{\lambda}_2 - 0,2) + \bar{\lambda}_2^2 \right] = \frac{1}{2} \left[1 + 0,49 \times (0,666 - 0,2) + 0,666^2 \right]$$

|

$$= 0,835$$

$$\bar{\lambda}_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{62,6}{93,9} = 0,666$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E_s}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{235}} = 93,9$$

$$\lambda_2 = \frac{l_{02}}{i_2} = \frac{350}{5,59} = 62,6$$

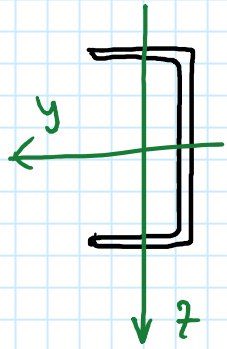
$$N_{b,Rd} = \min(N_{b,Rd,y}, N_{b,Rd,z}) = 1488 \text{ kN}$$

$$|N_{Ed}| = 1500 \text{ kN} \not\leq N_{b,Rd} = 1488 \text{ kN}$$

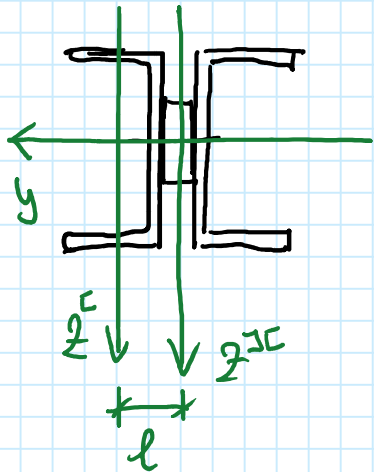
NO

d'este si instabilizat

Aste con profili accoppiati



$$i_z \ll i_y \quad i_y^E ; i_z^E$$



$$I_{z^E}^{JE} = 2 \left(I_{z^E}^E + A^E l^2 \right)$$

$$A^{JE} = 2 A^E$$

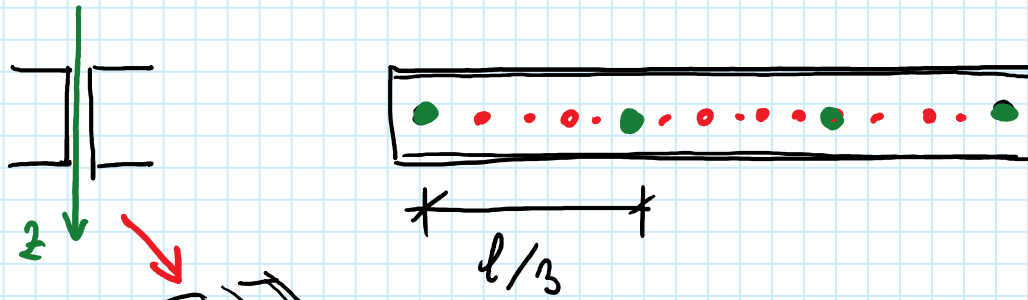
$$i_{z^E}^{JE} = \sqrt{\frac{2 \left(I_{z^E}^E + A^E l^2 \right)}{2 A^E}} > i_{z^E}^E$$

$$i_y^{JE} = \sqrt{\frac{I_y^{JE}}{A_{JE}}} = \sqrt{\frac{2 I_y^E}{2 A^E}} = i_y^E$$

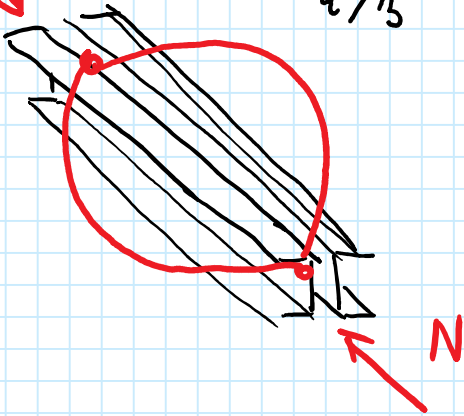
Si incrementa il più
piccolo dei raggi
d'inertia



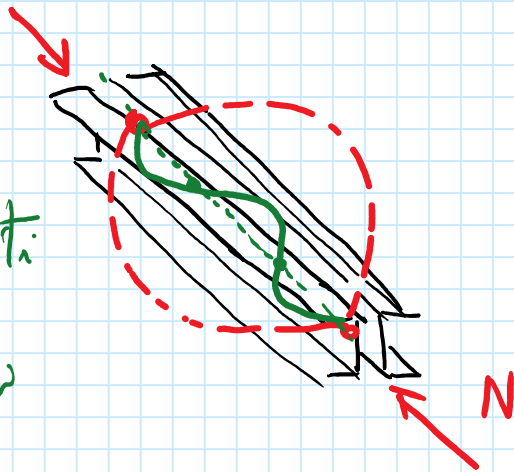
Highly recommended $N_{b,Rd}$



Senza
collegamenti
intermedi



Con
collegamenti
intermedi

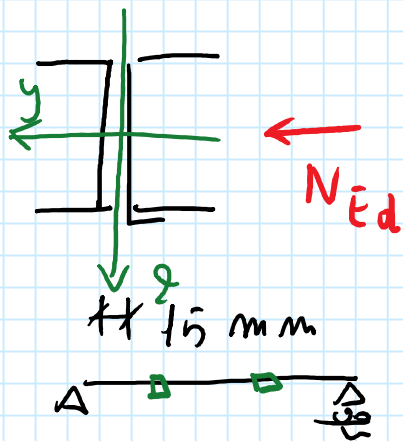


Bisogna considerare una λ_2 equivalente

$$\lambda_{2,eq} = \sqrt{(\lambda_2^{2c})^2 + (\lambda_2^c)^2}$$

$$\lambda_2^{2c} = \frac{l_0}{i_2^{2c}}$$

$$\lambda_2^c = \frac{l/3}{i_2^c}$$



$$N_{Ed} = -650 \text{ kN}$$

2 UPN 160

$$A: 2 \times 24 = 48 \text{ cm}^2$$

S 235

$$l = 1,84 \text{ m}$$

$$\lambda_{2,eq}^{JE} = \sqrt{(\lambda_2^{JE})^2 + (\lambda_2^E)^2} = \sqrt{54,5^2 + 32,6^2} = 66,1$$

$$i_2^{JE} = 3,20 \text{ cm}$$

$$\lambda_2^{JE} = \frac{l_0}{i_2^{JE}} = \frac{184}{3,2} = 54,5$$

$$i_2^E = 1,88 \text{ cm}$$

$$\lambda_2^E = \frac{l/3}{i_2^E} = \frac{184/3}{1,88} = 32,6$$

$$\bar{\lambda}_{2,eq}^{JE} = \frac{\lambda_{2,eq}^{JE}}{\lambda_1} = \frac{66,1}{93,9} = 0,703$$

Curva c \rightarrow $d_2 = 0,49$

$$\phi_2 = \frac{1}{2} \left[1 + d_2 (\bar{\lambda}_{2,y}^{xc} - 0,2) + \bar{\lambda}_{2,y}^2 \right] = \frac{1}{2} \left[1 + 0,49 \times (0,703 - 0,2) + 0,703^2 \right]$$

$$= 0,870$$

$$\chi_2 = \frac{1}{\phi_2 + \sqrt{\phi_2^2 - (\bar{\lambda}_{2,y}^{xc})^2}} = \frac{1}{0,870 + \sqrt{0,870^2 - 0,703^2}} = 0,723$$

$$N_{b,Rd,2} = N_{b,Rd} = \chi_2 \frac{A f_y}{\gamma_{M1}} = 0,723 \times 48 \times \frac{235}{1,05} \times \frac{1}{10} = 776,7 \text{ kN}$$

$$|N_{Ed}| = 650 \text{ kN} < N_{b,Rd} = 776,7 \text{ kN} \quad \text{OK!}$$

Se viene utilizzato il UPN160
non è sufficiente

$$N_{b,Rd} = 554,2 \text{ kN}$$