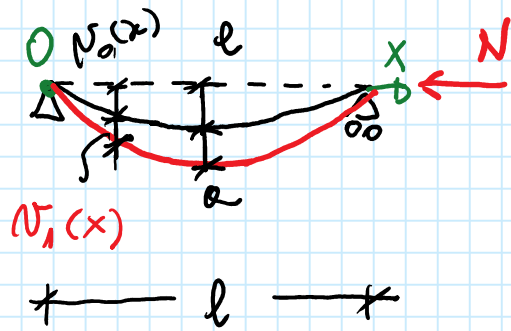


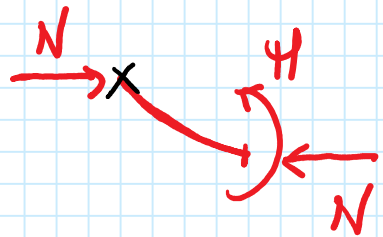
Valutiamo il comportamento dell'aste compunta
considerando esplicitamente l'imperfezione dell'asse.



$$v_0(x) = e \sin \frac{\pi x}{l}$$

Spostamento iniziale
dall'asse rettilineo
dovuto all'imperfezione

$$v_1(x) = e \sin \frac{\pi x}{l} \quad \text{Incremento di spostamento
causato da } N$$



$$v_0(x) + v_1(x)$$

\Leftarrow Imporremo l'equilibrio alla
rotazione nella configurazione
deformata

$$-N [v_0(x) + v_1(x)] + H = 0$$

$$\text{Il momento è legato a } v_1(x) \Rightarrow H = -EI v_1''(x)$$

$$-N [v_0(x) + v_1(x)] - EI v_1''(x) = 0$$

Calcolo $N_1''(x) = -\alpha \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l}$

Sostituisce $N_0(x)$, $N_1(x)$ e $N_1''(x)$ nell'equazione di equilibrio.

$$-N \left(l \cancel{\sin \frac{\pi x}{l}} + \alpha \cancel{\sin \frac{\pi x}{l}} \right) + EI \alpha \frac{\pi^2}{l^2} \cancel{\sin \frac{\pi x}{l}} = 0$$

$$-N(l + \alpha) + \frac{\pi^2 EI}{l^2} \alpha = 0$$

N_{cr}

$$-N(l + \alpha) + N_{cr} \alpha = 0$$

$$(N_{cr} - N) \alpha = l N$$

$$\alpha = \frac{N}{N_{cr} - N} l$$

Questa formula fornisce l'incremento di spostamento dall'asse rettilineo in maniera causata dall'applicazione di N

Valutiamo lo scostamento totale, somme dell'imperfezione iniziale "e" e dell'effetto "e" dell'applicazione di N

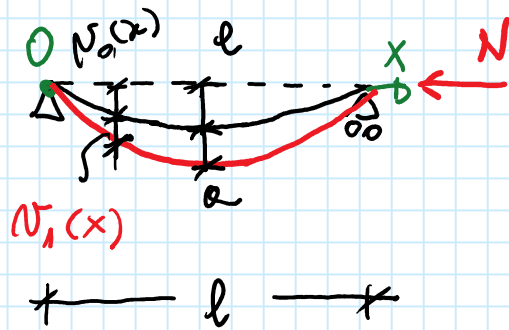
$$e + a = e + \frac{N}{N_{ex} - N} e$$

$$e + a = \left(1 + \frac{N}{N_{ex} - N}\right) e$$

$$e + a = \frac{N_{ex} - \cancel{N} + \cancel{N}}{N_{ex} - N} e$$

$$e + a = \frac{1}{1 - N/N_{ex}} e$$

Instabilità dell'asta con imperfezioni



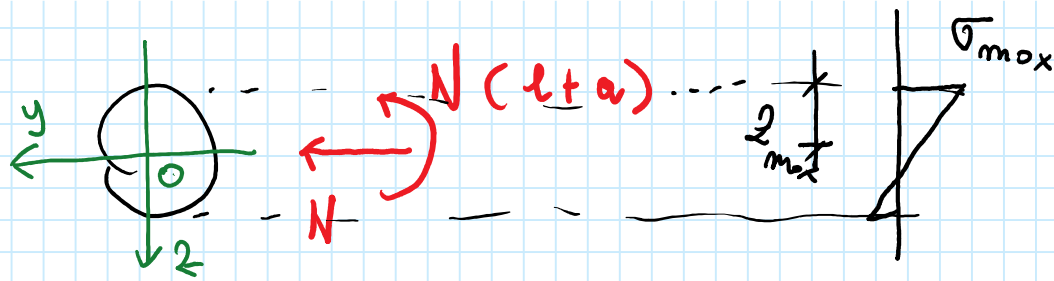
$$l + a = \frac{l}{1 - N/N_{cr}} e$$

Si arriva all'instabilità quando $N \rightarrow N_{cr}$

He bisogno anche considerare che l'acciaio si plasticizza...



... l'instabilità s'immerge quando si plasticizza la sezione al centro dell'asta



Nelle sezioni centrali
agisce come N ed $M = N(e+e)$

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{N(e+e)}{I} z_{max} = \frac{N}{A} + \frac{N(e+e)}{W_{el}}$$

$\frac{1}{W_{el}}$

Pemgo $W_{el} = \frac{I}{z_{max}}$ modulo di resistenza elastica della
sezione.

La plasticizzazione avviene quando $\sigma_{max} = f_y$

Lo sforzo normale corrispondente è la resistenza
all'instabilità N_b

$$f_y = \frac{N_b}{A} + \frac{N_b(e+e)}{W_{el}}$$

$$f_y = \frac{N_b}{A} + \frac{N_b}{W_{el}} \frac{1}{1 - \frac{N_b}{N_{er}}} e \dots \text{divido ambo i membri per } f_y$$

$$1 = \frac{N_b}{A f_y} + \frac{N_b}{W_{el} f_y} \frac{1}{1 - \frac{N_b}{N_{er}}} e \dots \text{multiplico per } (1 - \frac{N_b}{N_{er}})$$

$$1 - \frac{N_b}{N_{er}} = \left(1 - \frac{N_b}{N_{er}}\right) \frac{N_b}{A f_y} + \frac{N_b e}{W_{el} f_y} \frac{A}{A}$$

Definisco $\eta = \frac{e A}{W_{el}}$ e $\chi = \frac{N_b}{A f_y}$

$$1 - \frac{N_b}{N_{er}} = \left(1 - \frac{N_b}{N_{er}}\right) \frac{N_b}{A f_y} + \frac{N_b \eta}{A f_y}$$

$$1 - \frac{N_b}{N_{cr}} = \left(1 - \frac{N_b}{N_{cr}}\right) x + x \eta$$

Ricordiamo che $N_{cr} = \frac{1}{\bar{\lambda}^2} A f_y$

$$1 - \frac{N_b}{A f_y} \bar{\lambda}^2 = \left(1 - \frac{N_b}{A f_y} \bar{\lambda}^2\right) x + \eta x$$

$$1 - \bar{\lambda}^2 x = (1 - \bar{\lambda}^2 x) x + \eta x$$

$$1 - \bar{\lambda}^2 x = x - \bar{\lambda}^2 x^2 + \eta x$$

$$\bar{\lambda}^2 x^2 - \underbrace{(1 + \eta + \bar{\lambda}^2)}_{2\phi} x + 1 = 0$$

Definisco $\phi = \frac{1}{2} (1 + \eta + \bar{\lambda}')$

$$\bar{\lambda}^2 x^2 - 2\phi x + 1 = 0$$

$$x = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}{\bar{\lambda}^2} \quad \frac{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$= \frac{\cancel{\phi^2} - \cancel{\phi^2} + \cancel{\bar{\lambda}^2}^1}{\cancel{\bar{\lambda}^2} (\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2})} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

Riassumendo la resistenza all'instabilità vale

$$N_b = \pi A g_1$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

$$\text{con } \phi = \frac{1}{2} (1 + \eta + \bar{\lambda}^2) \quad \text{e} \quad \eta = \frac{A e}{W_u}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \quad \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E_s}{g_1}}$$

Resistenza all'instabilità secondo NTC18 e EC3

$$N_{b, Rd} = \chi A f_y \gamma_{M1}$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

$$\text{con } \phi = \frac{1}{2} (1 + \eta + \bar{\lambda}^2) = \frac{1}{2} [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

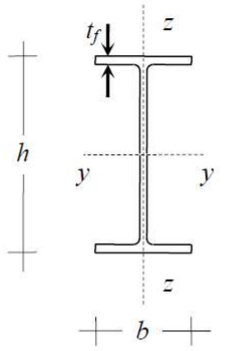
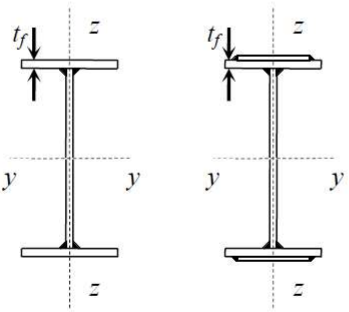
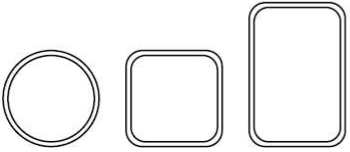
$$\text{e } \eta = \frac{A e}{W_{el}} = \alpha(\bar{\lambda} - 0,2)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \quad \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E_s}{f_y}}$$

Fattore d'impurezza α α b c d
d'impurezza $\alpha = 0,13, 0,21, 0,34, 0,49, 0,96$

Le curve di instabilità si determinano dalle Tabelle della NTC 18

Tabella 4.2.VI Curve d'instabilità per varie tipologie di sezioni e classi d'acciaio, per elementi compressi.

Tipo di sezione	Limiti	Asse di inflessione	Curva di stabilità per:	
			S235 S275 S355 S420	S460
Sezioni laminate 	$h/b > 1.2$	$t_f \leq 40$ mm	y-y: a z-z: b	a ₀ a ₀
		$t_f > 40$ mm	y-y: b z-z: c	a a
	$h/b \leq 1.2$	$t_f \leq 100$ mm	y-y: b z-z: c	a a
		$t_f > 100$ mm	y-y: d z-z: d	c c
Sez. ad I saldate 	$t_f \leq 40$ mm	y-y	b	b
		z-z	c	c
	$t_f > 40$ mm	y-y	c	c
		z-z	d	d
Sez. cave 	formata a caldo	qualunque	a	a ₀
	formata a freddo	qualunque	c	c

Segue...

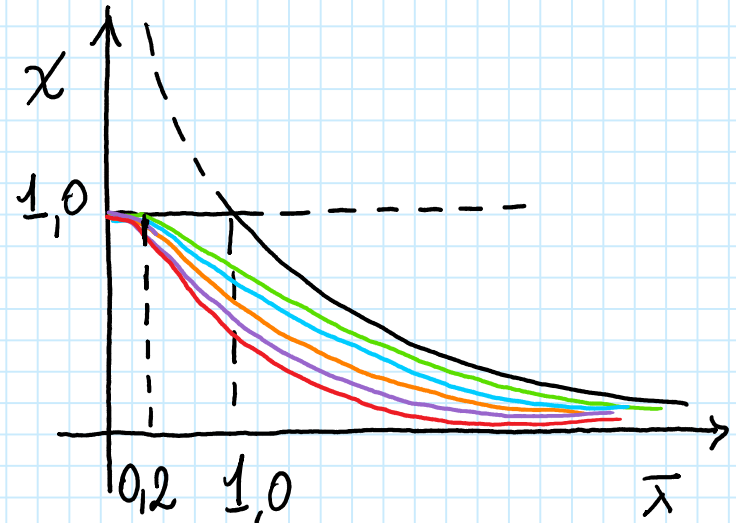
Sez. cave		formata a caldo	qualunque	a	a ₀	
		formata a freddo	qualunque	c	c	
Sez. scat. saldate		in generale	qualunque	b	b	
		saldature con $a > 0.5 t_f$ $b/t_f < 30; h/t_w < 30$	qualunque	c	c	
Sez. piene, ad U e T		qualunque	c	c		
Sezioni ad L		qualunque	b	b		
Curva di instabilità						
Fattore d'imperfezione α		a ₀	a	b	c	d
		0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Confronto aste ideali - aste reali

Aste senza imperfezioni con
limite di resistenza (aste ideali)

$$\begin{cases} N_b = \chi A f_y \\ \chi = \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \leq 1 \end{cases}$$

Aste reali con imperfezioni e
limite di resistenza (aste reali)

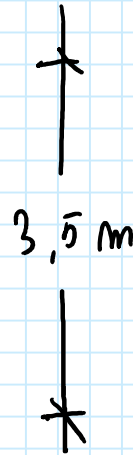
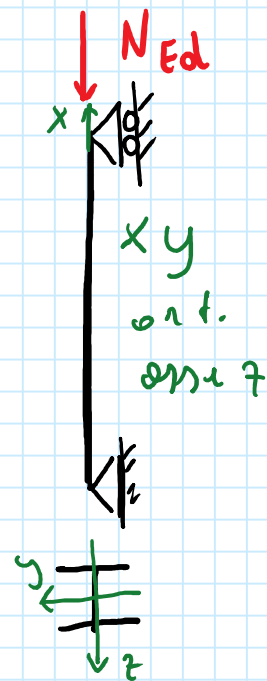
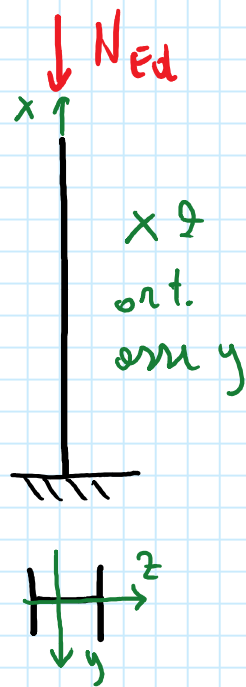


χ vedi equazioni pagine precedenti con:

a
0,13
0,21
0,34
0,49
0,76

Curva
a.
a
b
c
d

↓ più penalizzante



$$N_{Ed} = -1500 \text{ kN}$$

S 235

HE 220 B

... del segmento recto:

$$t_f = 16 \text{ mm}$$

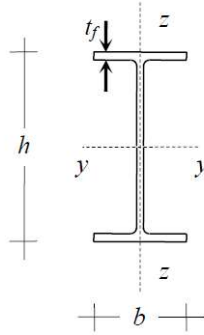
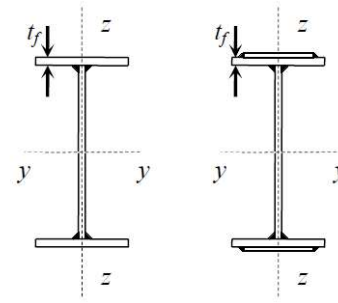

$$A = 91.0 \text{ cm}^2$$

$$i_y = 9.43 \text{ cm}$$

$$i_z = 5.59 \text{ cm}$$

Instabilità nel piano x-z

Tabella 4.2.VI Curve d'instabilità per varie tipologie di sezioni e classi d'acciaio, per elementi compressi.

Tipo di sezione	Limiti	Asse di inflessione	Curva di stabilità per:	
			S235 S275 S355 S420	S460
Sezioni laminate 	$h/b > 1.2$	$t_f \leq 40$ mm	y-y: a z-z: b	a ₀ a ₀
		$t_f > 40$ mm	y-y: b z-z: c	a a
	$h/b \leq 1.2$	$t_f \leq 100$ mm	y-y: b z-z: c	a a
		$t_f > 100$ mm	y-y: d z-z: d	c c
Sez. ad I saldate 	$t_f \leq 40$ mm	y-y	b	b
		z-z	c	c
	$t_f > 40$ mm	y-y	c	c
		z-z	d	d
Sez. cave 	formata a caldo	qualunque	a	a ₀
	formata a freddo	qualunque	c	c

Cu 1 me b

$$\alpha_y = 0,34$$

Instabilità nel piano x-2

curva b $\rightarrow \alpha_y = 0,34$

$$N_{b, Q1, y} = \chi_y A \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,7305 \times 91,0 \times \frac{235}{1,05} \times \frac{1}{10} = 1488,0 \text{ kN}$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{0,9125 + \sqrt{0,9125^2 - 0,7902^2}} = 0,7305 < 1$$

$$\phi_y = \frac{1}{2} \left[1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2 \right] = \frac{1}{2} \left[1 + 0,34 (0,7902 - 0,2) + 0,7902^2 \right]$$

$= 0,9125$

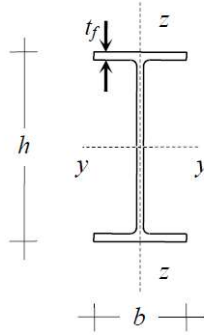
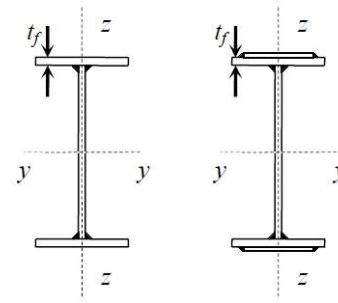
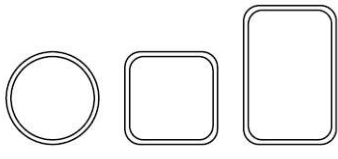
$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = \frac{74,2}{93,9} = 0,7902$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E_s}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{235}} = 93,9$$

$$\lambda_y = \frac{l_{0y}}{i_y} = \frac{2 \times 350}{9,43} = 74,2$$

Instabilità nel piano x-y

Tabella 4.2.VI Curve d'instabilità per varie tipologie di sezioni e classi d'acciaio, per elementi compressi.

Tipo di sezione	Limiti	Asse di inflessione	Curva di stabilità per:	
			S235 S275 S355 S420	S460
Sezioni laminate 	$h/b > 1.2$	$t_f \leq 40$ mm	y-y: a z-z: b	a ₀ a ₀
		$t_f > 40$ mm	y-y: b z-z: c	a a
	$h/b \leq 1.2$	$t_f \leq 100$ mm	y-y: b z-z: c	a a
			y-y: b z-z: c	a a
		$t_f > 100$ mm	y-y: d z-z: d	c c
			y-y: d z-z: d	c c
Sez. ad I saldate 	$t_f \leq 40$ mm	y-y	b	b
		z-z	c	c
	$t_f > 40$ mm	y-y	c	c
		z-z	d	d
Sez. cave 	formata a caldo	qualunque	a	a ₀
	formata a freddo	qualunque	c	c

Cum e

$d_2 = 0,49$

Instabilità nel piano x-y

Curve C $\rightarrow \alpha_2 = 0,49$

$$N_{b,2,1,2} = \chi_2 A \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,7451 \times 91,0 \times \frac{235}{1,05} \times \frac{1}{10} = 1517,5 \text{ kN}$$

$$\chi_2 = \frac{1}{\phi_2 + \sqrt{\phi_2^2 - \bar{\lambda}_2^2}} = \frac{1}{0,8366 + \sqrt{0,8366^2 - 0,6667^2}} = 0,7451$$

$$\phi_2 = \frac{1}{2} \left[1 + \alpha_2 (\bar{\lambda}_2 - 0,2) + \bar{\lambda}_2^2 \right] = \frac{1}{2} \left[1 + 0,49 \times (0,6667 - 0,2) + 0,6667^2 \right]$$
$$= 0,8366$$

$$\bar{\lambda}_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{62,6}{93,9} = 0,6667$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E_s}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{235}} = 93,9$$

$$\lambda_2 = \frac{l_{02}}{i_2} = \frac{350}{5,59} = 62,6$$

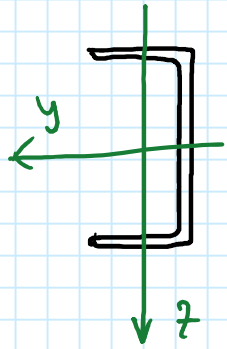
$$N_{b,Rd} = \min(N_{b,Rd,y}, N_{b,Rd,z}) = 1488,0 \text{ kN}$$

$$|N_{Ed}| = 1500 \text{ kN} \not\leq N_{b,Rd} = 1488,0 \text{ kN}$$

NO

d'este si instabilizat

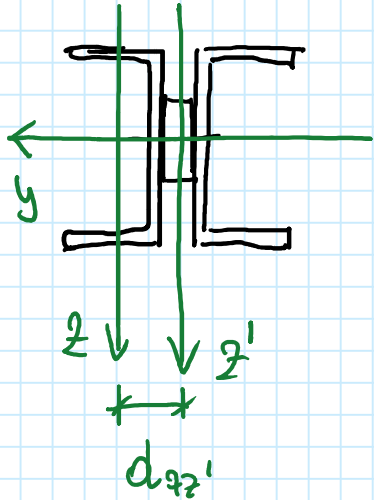
Aste con profili accoppiati



$$i_y^E = \sqrt{\frac{I_y^E}{A^E}}$$

$$i_z^E = \sqrt{\frac{I_z^E}{A^E}}$$

$$i_z^E \ll i_y^E$$



$$i_y^{2E} = \sqrt{\frac{I_y^{2E}}{A^{2E}}} = \sqrt{\frac{2 I_y^E}{2 A^E}} = i_y^E$$

$$A^{2E} = 2 A^E$$

$$I_{z'}^{2E} = 2 \left(I_z^E + A^E d_{zz'}^2 \right)$$

$$i_{z'}^{2E} = \sqrt{\frac{2 \left(I_z^E + A^E d_{zz'}^2 \right)}{2 A^E}} > i_z^E = \sqrt{\frac{I_z^E}{A^E}}$$

Si incrementa il più
piccolo dei raggi
d'inertia



Higlio zemo $N_{b,Rd}$