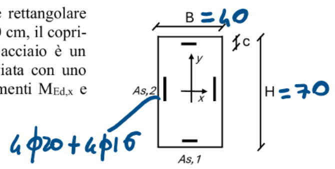
giovedì 12 giugno 2025 09:04

2024

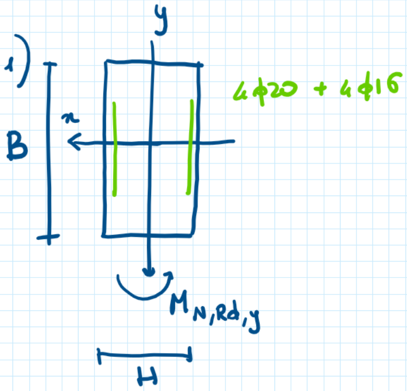
Per le domande che seguono fai riferimento alla sezione rettangolare rappresentata in figura, di base B=40 cm ed altezza H = 70 cm, il copriferro è c=4 cm. Il calcestruzzo è di classe C25/30 e l'acciaio è un B450C. La sezione è soggetta a flessione composta deviata con uno sforzo normale di compressione N_{Ed} = -600 kN ed i momenti $M_{Ed,x}$ e $M_{Ed,y}$.

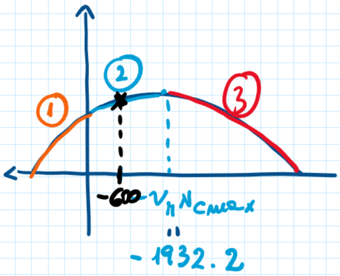


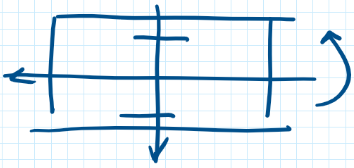
(1) Considerato che l'armatura disposta sul lato lungo è pari a $A_{s,2}$=4Φ20+4Φ16, determina il momento resistente $M_{Rd,y,(N)}$ in presenza di sforzo normale usando il dominio di resistenza a tre tratti e trascurando l'armatura del lato corto:

(punti 4) $M_{Rd,y,(N)}$= 359.2 kN

1)







$$\nu_M N_{c\,max} = 0.48\, b h f_{cd} = \underbrace{0.48 \cdot 70 \cdot 40}_{3967.6} \cdot \frac{14.17}{10} = 1932.22 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = M_{c\,max}\left[1-\left(\frac{N_{Ed} + \nu_M N_{c\,max}}{\nu_M N_{c\,max}}\right)^2\right] + M_{s\,max}$$

$$M_{c\,max} = 0.12\, b h^2 f_{cd} = 0.12 \cdot 70 \cdot 40^2 \cdot \frac{14.17}{10^3} = 193.62 \text{ kNm}$$

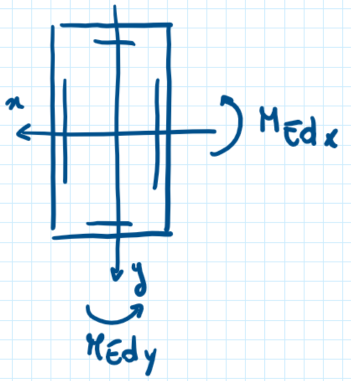
$$M_{s\,max} = 2 A_s f_{yd}\left(\frac{h}{2} - c\right) = 2 \times 20.6 \times 391.3 \left(\frac{40}{2} - 4\right)\frac{1}{10^3} = 257.94 \text{ kNm}$$

$$A_s = 4 \times 3.14 + 4 \times 2.01 = 20.6 \text{ cm}^2$$

$$M_{Rd} = 193.62\left[1 - \left(\frac{-600 + 1932.22}{1932.22}\right)^2\right] + 257.94 = 359.5 \text{ kNm}$$

(2) Considerato che i momenti flettenti sollecitanti valgono $M_{Ed,x}$= 275 kNm e $M_{Ed,y}$= 120 kNm, determina il momento resistente $M_{Rd,x,(N)}$ ridotto per effetto dello sforzo normale che la sezione deve possedere per superare la verifica:

(punti 4) $M_{Rd,x,(N)}$= 317.3 kN



$$N_{Ed} = -600 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{\overbrace{M_{Ed\,x}}^{275}}{M_{Rd_{N}x}}\right)^{1.5} + \left(\frac{\overbrace{M_{Ed\,y}}^{120}}{\underbrace{M_{Rd_{N},y}}_{359.2}}\right)^{1.5} \leq 1$$

$$\frac{M_{Ed\,x}^{1.5}}{M_{Rd_{N}x}^{1.5}} = 1 - \left(\frac{M_{Ed\,y}}{M_{Rd_{N},y}}\right)^{1.5}$$

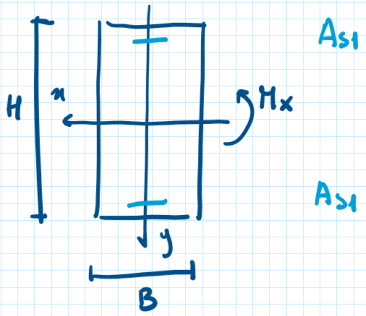
$$\frac{M_{Ed\,x}^{1.5}}{1 - \left(\frac{M_{Ed\,y}}{M_{Rd_{N},y}}\right)^{1.5}} = M_{Rd_{N},x}^{1.5}$$

$$M_{Rd_{N},x} = \left[\frac{M_{Ed\,x}^{1.5}}{1 - \left(\frac{M_{Ed\,y}}{M_{Rd_{N},y}}\right)^{1.5}}\right]^{\frac{1}{1.5}}$$

$$M_{Rd_{N},x} = \left[\frac{275^{1.5}}{1 - \left(\frac{120}{359.2}\right)^{1.5}}\right]^{\frac{1}{1.5}} = 317.7 \text{ kNm}$$

(3) Progetta l'armatura $A_{s,1}$ da disporre sul lato corto per soddisfare la verifica a flessione composta deviata con N_{Ed}, $M_{Ed,x}$ e $M_{Ed,y}$ assegnati nei punti precedenti: (punti 3)

$\cancel{\boxed{1}}$ 5.8 cm^2 $\boxed{2}$ 8.0 cm^2 $\boxed{3}$ 12.8 cm^2 $\boxed{4}$ 16.3 cm^2 $\boxed{5}$ 19.5 cm^2



$\Rightarrow M_{RdN,x} = 317.7$ kNm

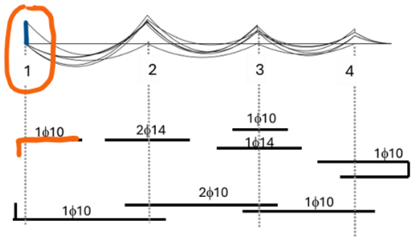
$$\Delta M = \underset{= M_{RdNx}}{M_{Ed}} - M_{c\,max}\left[1-\left(\frac{\overset{=-600}{N_{Ed}} + \nu_M N_{c\,max}}{\nu_M N_{c\,max}}\right)^2\right]$$

$$\nu_M N_{c\,max} = 0.48 \cdot 40 \times 70 \times \frac{14.17}{10} = 1932.22 \text{ kN}$$

$$M_{c\,max} = 0.12\, b h^2 f_{cd} = 0.12 \cdot 40 \cdot 70^2 \cdot \frac{14.17}{10^3} = 333.28 \text{ kNm}$$

$$\Delta M = 317.7 - 333.28\left[1-\left(\frac{-600+1932.22}{1932.22}\right)^2\right] = 142.85 \text{ kNm}$$

$$A_s = \frac{\Delta M}{2 f_{yd}\left(\frac{h}{2}-c\right)} = \frac{142.85 \cdot 10^3}{2 \cdot 391.3\left(\frac{70}{2}-4\right)} = 5.89 \text{ cm}^2$$



La figura è la distinta delle armature longitudinali disposte in un solaio in c.a. di spessore 21 cm, realizzato con 3 travetti al metro di larghezza 8 cm, soletta di spessore 5 cm, pignatte di altezza 16 cm, copriferro 3 cm. Il calcestruzzo è di classe C25/30 e le armature di acciaio B450C.

(4) Calcola il taglio resistente della sezione in corrispondenza dell'appoggio 1 ricordandoti che il solaio è un elemento privo di armatura a taglio. (punti 4)

24.71 kN

$$V_{Rd_c} = \left[\frac{0.18\, k \sqrt[3]{100\, \rho_l\, f_{ck}}}{\gamma_c} + 0.\cancel{15}\, \sigma_{cp}^{\,0} \right] b_w\, d$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{180}} = 2.\cancel{054} \quad 2.0$$

$$\rho_l = \frac{0.78 \times 3^{\text{N. TRAVETTI}}}{(3 \times 8) \cdot 18} = 0.005486$$

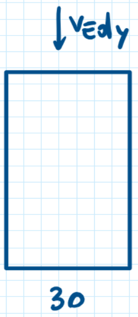
$$V_{Rd_c} = \left[\frac{0.18 \cdot 2.0 \sqrt[3]{100 \times 0.005486 \times 25}}{1.5} \right] \cdot \frac{24 \cdot 18}{10} = 24.81 \text{ kN}$$

Considera una sezione di trave in cemento armato rettangolare soggetta a un taglio sollecitante V_{Ed} diretto secondo l'asse y. Il calcestruzzo è di classe C25/30 e le armature di acciaio B450C. La verifica ed il progetto deve essere fatto con riferimento allo SLU

(5) Indica qual è l'altezza minima (includi il copriferro c = 5 cm) che la sezione in calcestruzzo, di base 30 cm, deve avere affinchè sia in grado di portare il taglio sollecitante V_{Ed} = 340 kN e specifica con quale valore di cotθ hai effettuato il calcolo. Cotθ = 1.0

(punti 4)

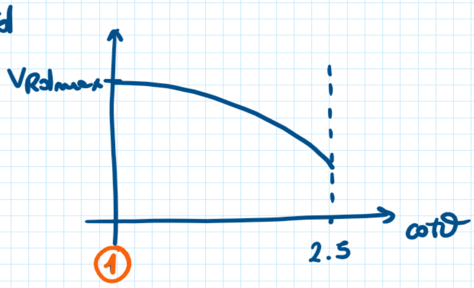
[X] 40.5 cm [2] 47.3 cm [3] 53.2 cm [4] 64.9 cm [5] 69.8 cm



$V_{Ed} = 340$ kN

$$V_{Rd\,max} = 0.9\, d\, \overset{=30}{b}\, f'_{cd}\, \overset{=1}{\alpha_c}\, \frac{\cot\theta}{1+\cot^2\theta}$$

$= V_{Ed}$



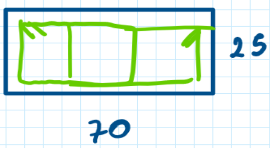
$$d = \frac{V_{Ed}}{0.9\; b\; f'_{cd}\; \alpha_c\, \frac{\cot\theta}{1+\cot^2\theta}} = \frac{340 \quad \times 10}{0.9 \cdot 30 \cdot 0.5 \cdot 14.17 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}} = 35.5 \text{ cm}$$

$$h = d + c = 35.5 + 5 = 40.5 \text{ cm}$$

(6) Supponi che la tua sezione in calcestruzzo sia stata realizzata come trave a spessore di base 70 cm, altezza 25 cm e copriferro 4 cm. Progetta la minima armatura a taglio necessaria, trascurando la verifica della sezione in calcestruzzo, per portare un taglio sollecitante V_{Ed} = 350 kN, considerando staffe ϕ10 a quattro bracci. Indica il passo s necessario (senza arrotondamenti):

(punti 4)

[1] 7.9 cm [2] 11.5 cm [X] 16.7 cm [4] 20.2 cm [5] 24.3

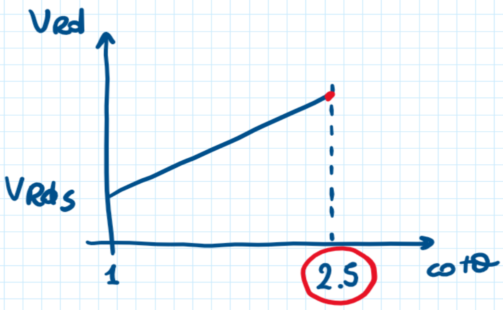


$V_{Ed} = 350$ kN $\quad \phi 10 \times 4$ BRACCI

$$V_{Rd\,s,st} = 0.9\; d\; \frac{A_{s,st}}{s}\; f_{yd}\; \cot\theta$$

$= V_{Ed}$

$d = 25 - 4 = 21$ cm



$$\frac{A_{s,st}}{s_{1m}} = \frac{V_{Ed}\; s}{0.9\; d\; f_{yd}\; \cot\theta}$$

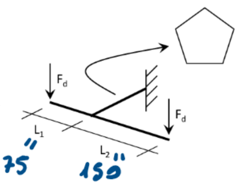
$$A_{s,st} = \frac{350 \times 1 \times 10^3}{0.9 \cdot 21 \cdot 391.3 \cdot 2.5} = 18.93\ \frac{cm^2}{1\ m}$$

$$\frac{\cancel{kN}\ \cancel{m}}{\cancel{cm}\ \frac{\cancel{N}}{mm^2}} \times 10^3 \times \frac{\cancel{10^2}}{\cancel{10^2}}$$

$$A_{s,st} = 0.78 \times 4 = 3.12\ cm^2$$

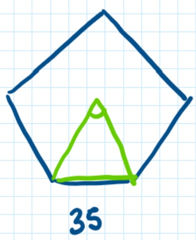
$$N_{ST} = \frac{18.93}{3.12} = 6.06 \Rightarrow s = \frac{100}{6.06} = 16.5\ cm$$

Considera la struttura disegnata a lato costituita da tre aste orizzontali. Le lunghezze L_1 ed L_2 sono 75 e 150 cm, rispettivamente. Il carico è costituito da due forze verticali uguali pari a F_d applicate sui due estremi liberi. Per effetto delle due forze nell'asta centrale nasce momento flettente, taglio e momento torcente. Quest'asta ha sezione pentagonale regolare in c.a. di lato 35 cm armata con 10 barre ϕ12. Il copriferro c è 4 cm. L'armatura trasversale è costituita da staffe ϕ8 con passo 20 cm. Il calcestruzzo è di classe C25/30 e le armature di acciaio B450C.

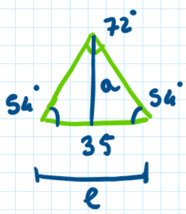


(7) Determina il momento torcente resistente T_{Rd} della sezione pentagonale considerando tutti i possibili modi di rottura (rottura del calcestruzzo, snervamento delle staffe, snervamento delle barre longitudinali (punti 4)

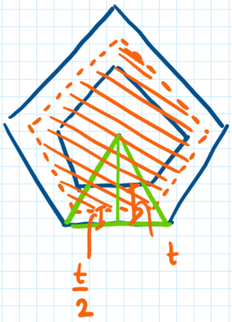
43.18 kNm

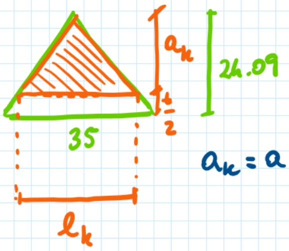


$$t = MAX \begin{cases} 2c = 2 \times 4 = 8\ cm \\ \frac{A}{u} = \frac{5 \times \left(\frac{35 \times 24.09}{2}\right)}{35 \times 5} = \frac{2107.86}{175} = 12.04\ cm \end{cases}$$



$$\frac{a}{e/2} = tg\,54° \Rightarrow a = \frac{e}{2}\, tg\,54° = \frac{35}{2}\, tg\,54° = 24.09\ cm$$





$$a_k = a - \frac{t}{2} = 24.09 - \frac{12.04}{2} = 18.07 \text{ cm}$$

$$\frac{l_k}{a_k} = \frac{l}{a} \Rightarrow l_k = \frac{35}{24.09} \times 18.07 = 26.25 \text{ cm}$$

$$A_k = 5 \times \left(\frac{26.25 \times 18.07}{2} \right) = 1185.84 \text{ cm}^2$$

$$u_k = 5 \times 26.25 = 131.25 \text{ cm}$$

$$\cot^* \vartheta = \sqrt{\frac{A_{slon}}{u_k} \cdot \frac{s}{A_{s,st}}} = \sqrt{\frac{10 \times 1.13}{131.25} \cdot \frac{20}{0.5}} = 1.86$$

$$A_{1\phi 12} = \pi \frac{1.2^2}{4} = 1.13 \text{ cm}^2$$

$$T_{Rds} = 2 A_k \frac{A_{s,st}}{s} f_{yd} \cot\vartheta = 2 \times 1185.84 \cdot \frac{0.5}{20} \cdot 391.3 \cdot \frac{1.86}{10^3} = \underline{43.11} \text{ kNm}$$

$$T_{Rdmax} = 2 A_k t f'_{cd} \frac{\cot\vartheta}{1 + \cot^2\vartheta} = 2 \cdot 1185.84 \cdot 12.04 \cdot 0.5 \cdot \frac{14.17}{10^3} \cdot \frac{1.86}{1 + 1.86^2} = 84.33 \text{ kNm}$$

(8) Assumi che il taglio resistente V_{RdMax} della sezione sia 200 kN, non considerare il momento flettente e determina il valore della forza F_d che provoca il collasso della sezione pentagonale per schiacciamento del calcestruzzo. (punti 3)

53.0 kN

$\Rightarrow$ T_{Ed}

V_{Ed}

$$\frac{T_{Ed}}{\underbrace{T_{Rd\,max}}_{84.38}} + \frac{V_{Ed}}{\underbrace{V_{Rd\,max}}_{200}} \le 1$$

$$T_{Ed} = -F_d \cdot 0.75 + F_d \cdot 1.5 = 0.75\, F_d$$

$$V_{Ed} = 2\, F_d$$

$$\frac{0.75\, F_d}{84.38} + \frac{2\, F_d}{200} = 1$$

$$F_d \left[\frac{0.75}{84.38} + \frac{2}{200} \right] = 1$$

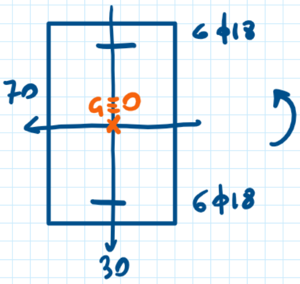
$$F_d = \frac{1}{\frac{0.75}{84.38} + \frac{2}{200}} = 52.94 \text{ kN}$$

2018

Per le domande che seguono fai riferimento ad una sezione rettangolare di base $b = 30$ cm ed altezza $h = 70$ cm. Il copriferro è $c = 4$ cm. Il calcestruzzo è di classe C25/30 e l'acciaio è un B450C. L'armatura inferiore A_{inf} è realizzata con 6 ϕ18 così come quella superiore A_{sup} = 6 ϕ18. Supponi che la sezione sia soggetta ad flessione composta con un momento flettente M che tende le fibre inferiori.

(9) Quanto vale il momento flettente M_r che, in presenza di uno sforzo normale N = -800 kN, provoca la fessurazione della sezione (punti 4)

1 26.6 kNm   2 78.1 kNm   3 116.6 kNm   ~~4~~ 168.3 kNm   5 220.1 kNm



$N = -800$ kN

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{ci}} + \frac{M}{I_G} y$$

$$\sigma_{ct} = f_{cfk} \Rightarrow M_r$$

$$f_{cfk} = \frac{N}{A_{ci}} + \frac{M_r}{I_G} y$$

$$M_r = \left(f_{cfk} - \frac{N}{A_{ci}} \right) \frac{I_G}{y}$$

$$A_{ci} = 30 \times 70 + 6.35 \cdot 6 * 2.54 \times 2 = 2293.55 \text{ cm}^2$$

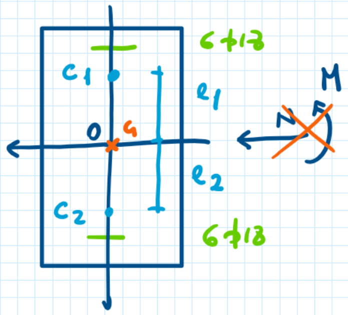
$$I_G = \frac{30 \times 70^3}{12} + 6.35 \times 6 \times 2.54 \, (35-4)^2 \times 2 = 1043499.6 \text{ cm}^4$$

$$y = \frac{h}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ cm}$$

$$M_r = \left(2.16 - \frac{-800 \times 10}{2293.55} \right) \frac{1043499.6}{35} \cdot \frac{1}{10^3} = 168.3 \text{ kNm}$$

(10) Considera adesso la sezione nel II stadio di comportamento; assumendo una compressione N = -500 kN, indica il minimo momento flettente che determina il caso della grande eccentricità: (punti 3)

☒ 72.5 kNm [2] 96.8 kNm [3] 130.2kNm [4] 157.3 kNm [5] 199.3 kNm



$$N = -500 \text{ kN}$$

$$M = N \cdot e = N e_1$$

$$e_1 = \frac{I_{G_{c+s}}}{A_{c+s}\, d_{G_{inf\,c+s}}}$$

$$A = 30 \times 70 + 15 \times 6 \times 2.54 \times 2 = 2557.2 \text{ cm}^2$$

$$d_{G_{c+s\,inf}} = \frac{h}{2} = 35 \text{ cm}$$

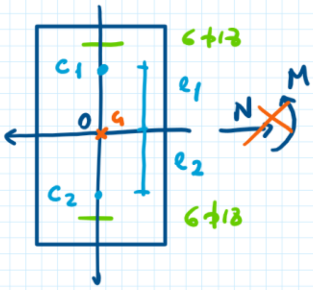
$$I_{G_{c+s}} = \frac{30 \times 70^3}{12} + 15 \times 6 \times 2.54 \left(35 - 4\right)^2 \times 2 = 1296869.2 \text{ cm}^4$$

$$e_1 = \frac{1296869.2}{2557.2 \cdot 35} = 14.49 \text{ cm}$$

$$M = 500 \cdot \frac{14.49}{10^2} = 72.45 \text{ kNm}$$

(11) Sempre nel II stadio di comportamento; assumendo una trazione $N = 500$ kN, indica il massimo momento flettente che determina il caso della piccola eccentricità: (punti 3)

☐1 47.2 kNm ☐2 65.0 kNm ☐3 91.6 kNm ☐4 112.7 kNm ☒ 137.3 kNm



$$M = N e_2$$

$$e_2 = \frac{I_{a_s}}{A_s \, d_{a_{s\,sup}}}$$

$$A_s = 2 \times 6 \times 2.54 = 30.5 \text{ cm}^2$$

$$d_{a_{s\,sup}} = 35 \text{ cm}$$

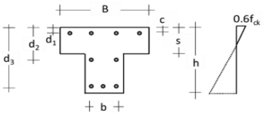
$$I_{a_s} = 6 \times 2.54 \times (35 - 4)^2 \times 2 = 29291.3 \text{ cm}^4$$

$$e_2 = \frac{29291.3}{30.5 \cdot 35} = 27.42 \text{ cm}$$

$$M = 500 \cdot \frac{27.42}{10^2} = 137.1 \text{ kNm}$$

2019

Per le domande che seguono considera una trave con sezione a T con le seguenti dimensioni: B=50 cm, b=30 cm, h=60 cm, s=20 cm, copriferro c=4 cm. Le armature sono tutte $\phi 14$ e sono poste a distanza d_1=4 cm, d_2=30 cm e d_3=56 cm dal bordo superiore. Il calcestruzzo è di classe C30/37 e l'acciaio è un B450C.



(9) Determina il momento flettente M_r di prima fessurazione della sezione con verso orario (cioè che tende le fibre superiori) in presenza di uno sforzo normale N = -200 kN (punti 4)

1 32.5 kNm 2 44.3 kNm 3 58.2 kNm 4 86.7 kNm ☒ 91.4 kNm

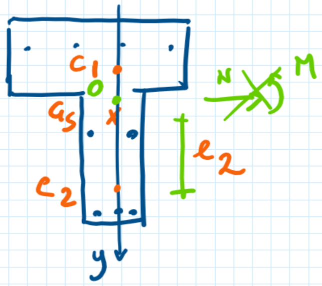
(10) Calcola il risultante delle tensioni (calcestruzzo e acciaio) agenti sulla sezione, considerando il diagramma di tensioni riportato in figura e l'asse neutro collocato a 16 cm dal bordo superiore (punti 3)

1 -229.3 kN ☒ -460.1 kN 3 -702.7 kN 4 -720.0 kN 5 -943.2 kN

(11) Assumendo la sezione soggetta a una trazione N = 150 kN nel II stadio, indica il massimo momento flettente positivo (cioè che tende le fibre inferiori) che determina il caso di piccola eccentricità: (punti 3)

1 19.3 kNm ☒ 24.3 kNm 3 31.4 kNm 4 44.8 kNm 5 49.9 kNm

11)



$$M = N e$$

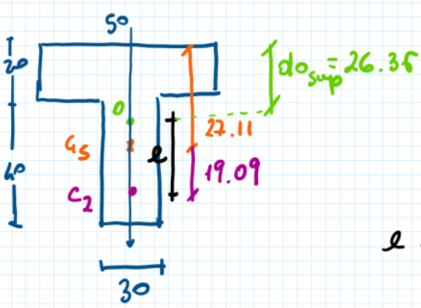
$$e_2 = \frac{I_{as}}{A_s \, d_{as\,sup}}$$

$$d_{as\,sup} = \frac{S_{sup}}{A_s} = \frac{4 \times 1.54 \times 4 + 2 \times 1.54 \times 30 + 3 \times 1.54 \times 56}{13.86} = 27.11 \text{ cm}$$

$$I_{as} = 4 \times 1.54 (27.11 - 4)^2 + 2 \times 1.54 (30 - 27.11)^2 + 3 \cdot 1.54 (56 - 27.11)^2 =$$

$$= 7171.6 \text{ cm}^4$$

$$e_2 = \frac{7171.6}{13.86 \cdot 27.11} = 19.09 \text{ cm}$$



$$do_{sup} = \frac{\frac{50 \times 20^2}{2} + (30 \times 40)\left(\frac{40}{2} + 20\right)}{(50 \times 20) + (30 \times 40)} = 26.36$$

$$e = e_2 + d_{G_s - O} = 19.09 - \underbrace{(27.11 - 26.36)}_{0.75}$$

$$M = \overset{150}{N} \frac{(19.09 + 0.75)}{100} = 29.76 \text{ kNm}$$

OSSERVA: PER AVERE L'ESATTO NUMERO DELLA RISPOSTA SI DEVE USARE $d_{O_{sup}} = \frac{h}{2} = 30$ (PERMETTE CALCOLI PIÙ RAPIDI)

$d_{G_{S-O}} = 30 - 27.11 = 2.89$ cm

$M = N\left(e_2 - d_{G_{S-O}}\right) = 150 \frac{(19.09 - 2.89)}{100} = 24.3$