

Corso di Tecnica delle costruzioni

Verifiche agli stati limite di esercizio

SLE

- Obiettivo: evitare danni che comportino perdite di funzionalità della struttura
- Problemi più rilevanti:
 - 1) alti stati tensionali
 - 2) fessurazioni
 - 3) deformazioni eccessive
- Verifiche da effettuare
 - 1) Verifiche sulle tensioni in esercizio
 - 2) Verifiche a fessurazione
 - 3) Verifiche sul controllo delle deformazioni



1) Verifica sulle tensioni in esercizio

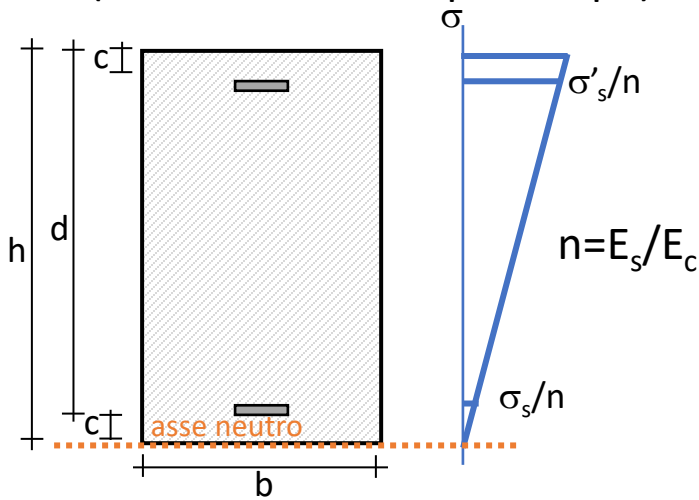
- Tensioni di compressione elevate nel calcestruzzo in presenza di carichi di esercizio possono favorire la formazione di fessure longitudinali e determinare microfessurazioni nel calcestruzzo o livelli di viscosità maggiori di quelli previsti.
- Elevate tensioni nell'acciaio possono condurre a fessure ampie e permanentemente aperte
- Le deformazioni viscosi in presenza di carichi di lunga durata possono crescere più del previsto
- Verifica effettuata con combinazioni di carico
 - ➡ Frequente
 - ➡ Quasi permanente
- Cls al II stadio di comportamento (n=15)
- Limiti: $\sigma_c < 0.6f_{ck}$ (combinazione rara) ➡ Limita la fessurazione del cls dovuta alla tensione nel cls
 - $\sigma_c < 0.45f_{ck}$ (combinazione quasi permanente) ➡ Limita le deformazioni viscosi
 - $\sigma_s < 0.8f_{yk}$ (combinazione rara) ➡ Limita fessurazioni causate da trazione eccessiva nell'acciaio

2) Verifica sulla formazione delle fessure

- La fessurazione è quasi inevitabile in strutture di calcestruzzo armato soggette a flessione, taglio, torsione o a trazione.
- La fessurazione deve essere limitata a un livello tale da non pregiudicare il corretto funzionamento della struttura o renderne inaccettabile l'aspetto.
- Per evitare/limitare la formazione di fessure, si eseguono verifiche per i tre seguenti stati limite:

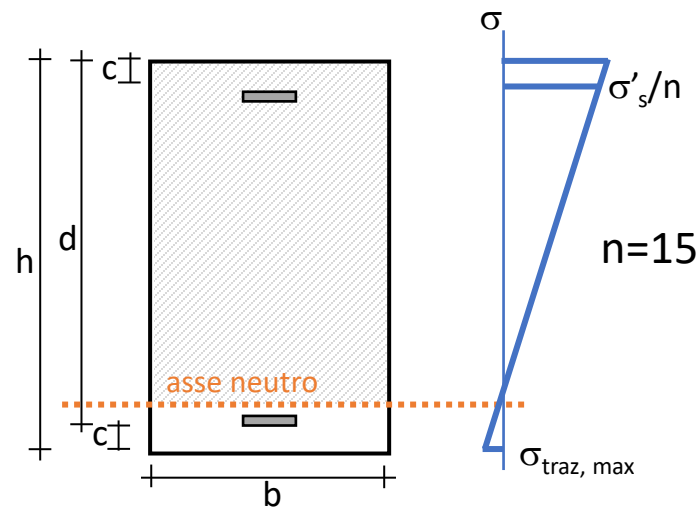
Stato limite di decompressione

la tensione sul bordo meno compresso è zero (di solito richiesto per c.a.p.)



Stato limite di formazione delle fessure

$$\sigma_{\text{traz, max}} = f_{\text{tcm}}$$



Stato limite di apertura controllata delle fessure

si accettano le fessure ma si controlla che la loro ampiezza non superi il valore limite:

- Calcolo diretto oppure
- Calcolo indiretto

2) Verifica sulla formazione delle fessure

- Stato limite di apertura controllata delle fessure: si raggiunge quando l'ampiezza della fessura w_d è pari al valore limite
- Il valore limite dell'ampiezza della fessura dipende da

➔ Combinazione di carico

- Frequente
- Quasi permanente

➔ Condizioni ambientali

- Ordinarie
- Aggressive
- Molto aggressive

➔ Sensibilità delle armature alla corrosione

- Poco sensibili
- Sensibili (armature da c.a.p.)

Armature poco sensibili (NTC18: 4.1.2.2.4.1)

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	w_d
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

2) Verifica sulla formazione delle fessure

- La verifica può essere condotta in due modi alternativi:

- ➡ Calcolo diretto dell'ampiezza della fessura

- Più articolato
 - Meno conservativo

- ➡ Calcolo indiretto

- Più semplice
 - Più conservativo

- Come procediamo?

- 1) studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dei carichi, per comprendere come avviene la fessurazione
- 2) formule di verifica per il calcolo diretto
- 3) formule di verifica per il calcolo indiretto

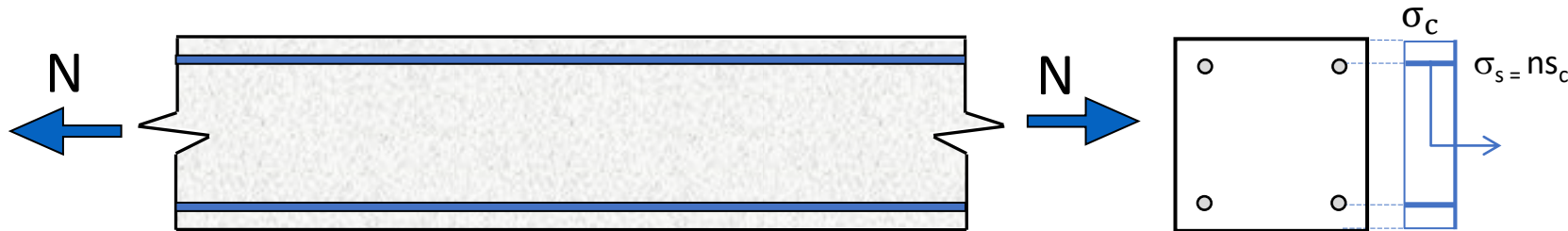
2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N

0) Prima della fessurazione

1) Formazione della 1^a fessura

2) Formazione di altre fessure



Sezione 20x20

4 ϕ 14

$f_{ctm} = 2.56 \text{ MPa}$

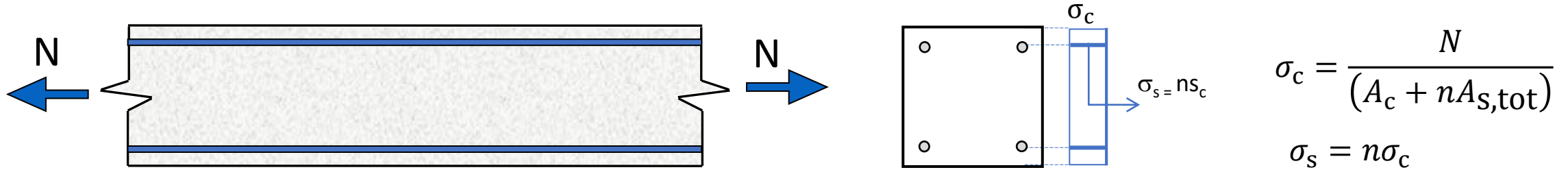
$f_{ctk} = 1.80 \text{ MPa}$

$E_{cm} = 31500 \text{ MPa}$

$E_s = 200000 \text{ MPa}$

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N

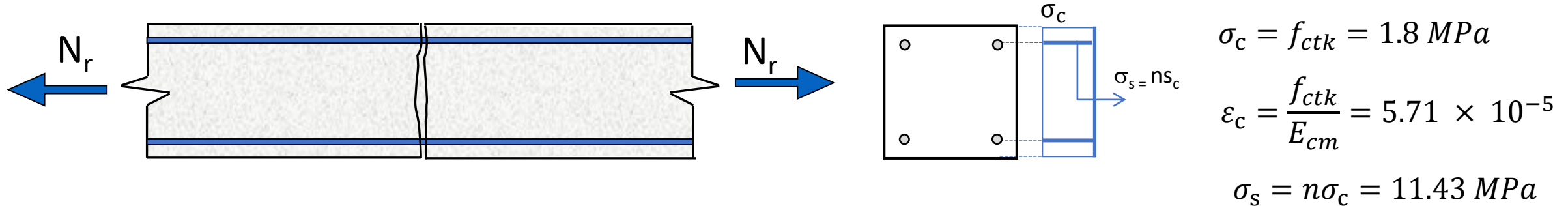


0) Prima della fessurazione

- Per bassi valori del carico si può ipotizzare una perfetta aderenza tra calcestruzzo e acciaio
- In questa fase tutti i punti della sezione sono soggetti alla medesima deformazione ed il calcolo delle tensioni si svolge in base alle ipotesi del I stadio di comportamento → cls teso reagente a trazione
- σ con distribuzione uniforme sulla sezione
- $n = E_s / E_c = 6.35$

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N



1) Formazione della prima fessura

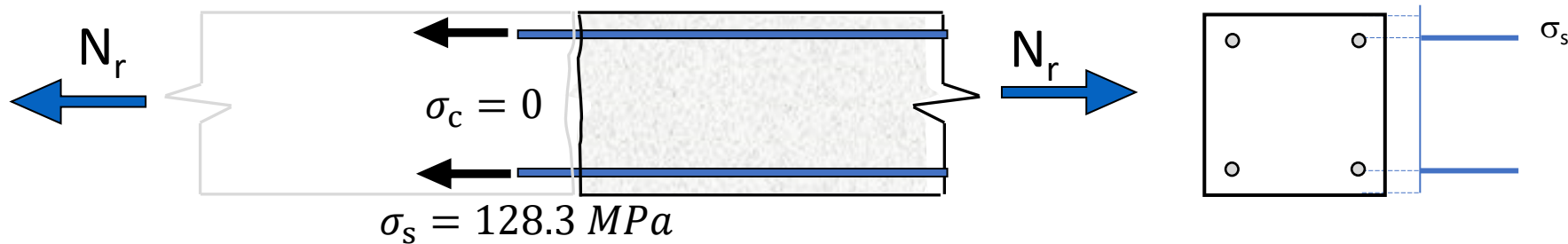
- La prima fessura si forma quando la tensione di trazione nel calcestruzzo eguaglia la sua resistenza a trazione e il valore di sforzo normale di prima fessurazione N_r vale:

$$\begin{cases} \sigma_c = \frac{N}{(A_c + nA_{s,tot})} \\ \sigma_c = f_{ctk} \end{cases} \quad N_r = f_{ctk}(A_c + nA_{s,tot}) = \frac{1.8(400 + 6.35 \times 4 \times 1.54)}{10} = 79 \text{ kN}$$

- A causa della disuniformità delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo, la prima fessura ha luogo nell'asezione dell'elemento caratterizzata da resistenza minima

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N



1) Formazione della prima fessura

- Nelle sezioni fessurate il carico è assorbito interamente dalle armature \rightarrow cls non reagisce
- Lo stato tensionale in tali sezioni può essere calcolato secondo le ipotesi del II stadio di comportamento

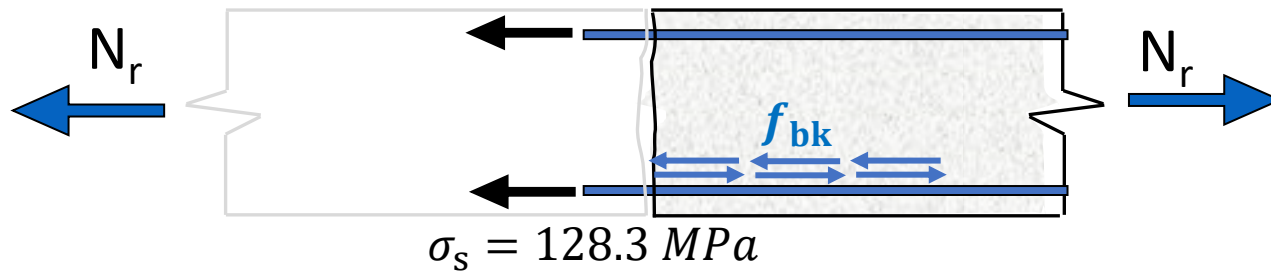
$$\sigma_s = \frac{N_r}{A_{s,tot}} = \frac{79}{6.16} \times 10 = 128.3 \text{ MPa} \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{128.3}{200000} = 64.2 \times 10^{-5}$$

Poiché sono al II stadio, non posso più far crescere N ?

NON è vero! Ho solo una fessura!

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N

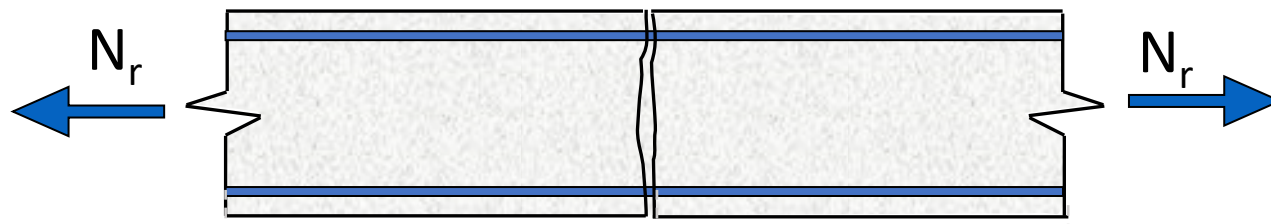


1) Formazione della prima fessura

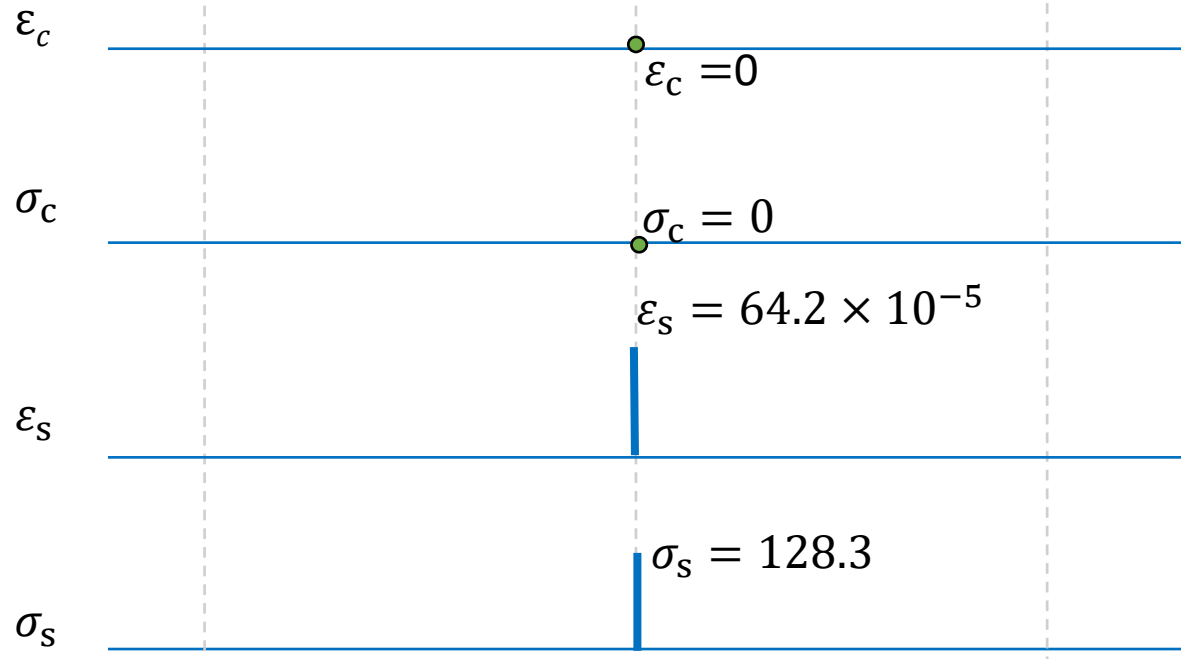
- Il modello da II stadio non è esteso a tutta l'asta
- In corrispondenza della fessura $\rightarrow N_r$ è equilibrato dalle tensioni di trazione nelle armature
- Allontanandosi dalla sezione fessurata, le tensioni di aderenza f_{bk} tra acciaio e calcestruzzo riducono la trazione nelle armature e inducono nuovamente trazione nel cls

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N

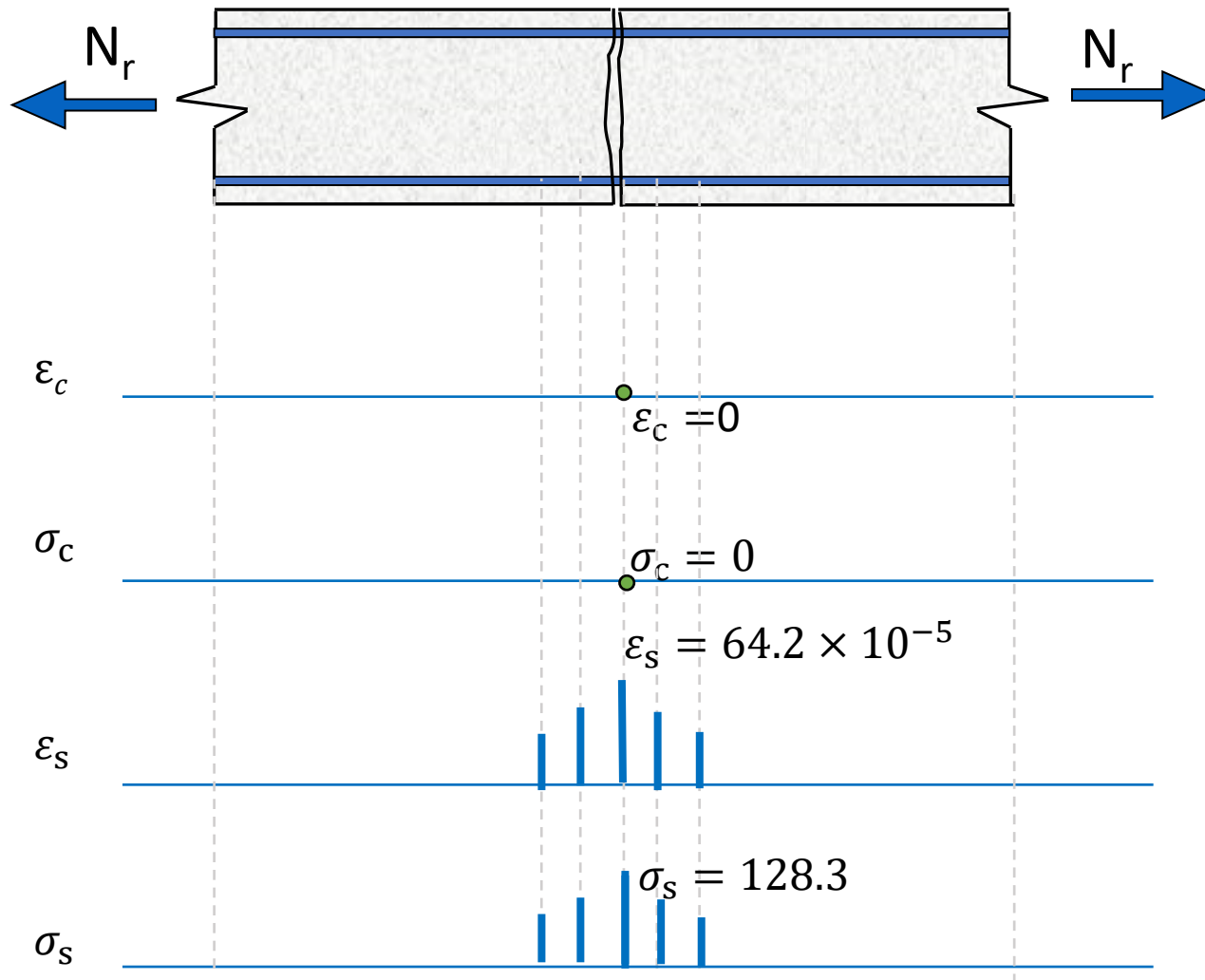


In corrispondenza della fessura → Il stadio



2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N



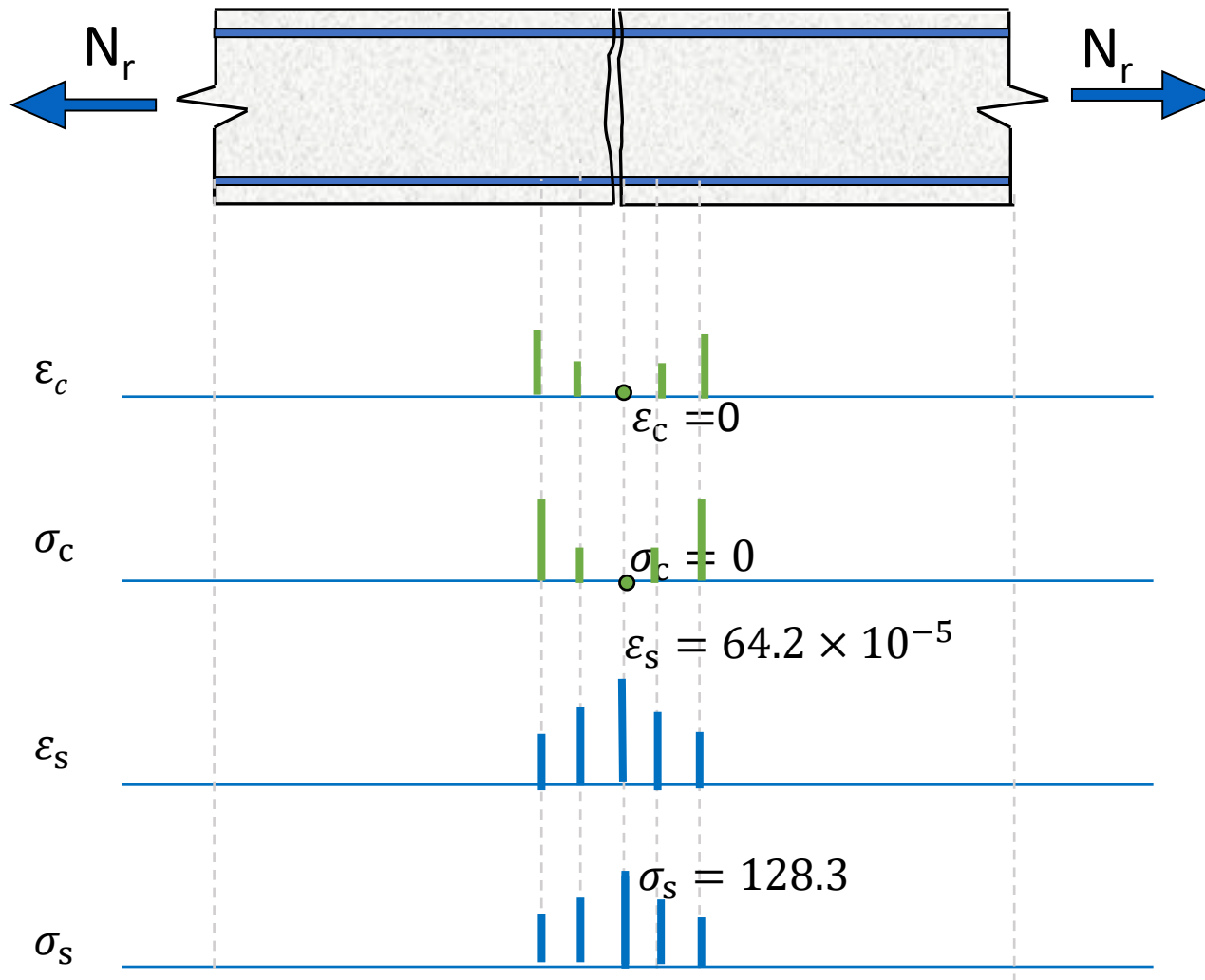
In corrispondenza della fessura → Il stadio

Allontanandosi dalla fessura:

- nell'acciaio le deformazioni e le tensioni si riducono

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N



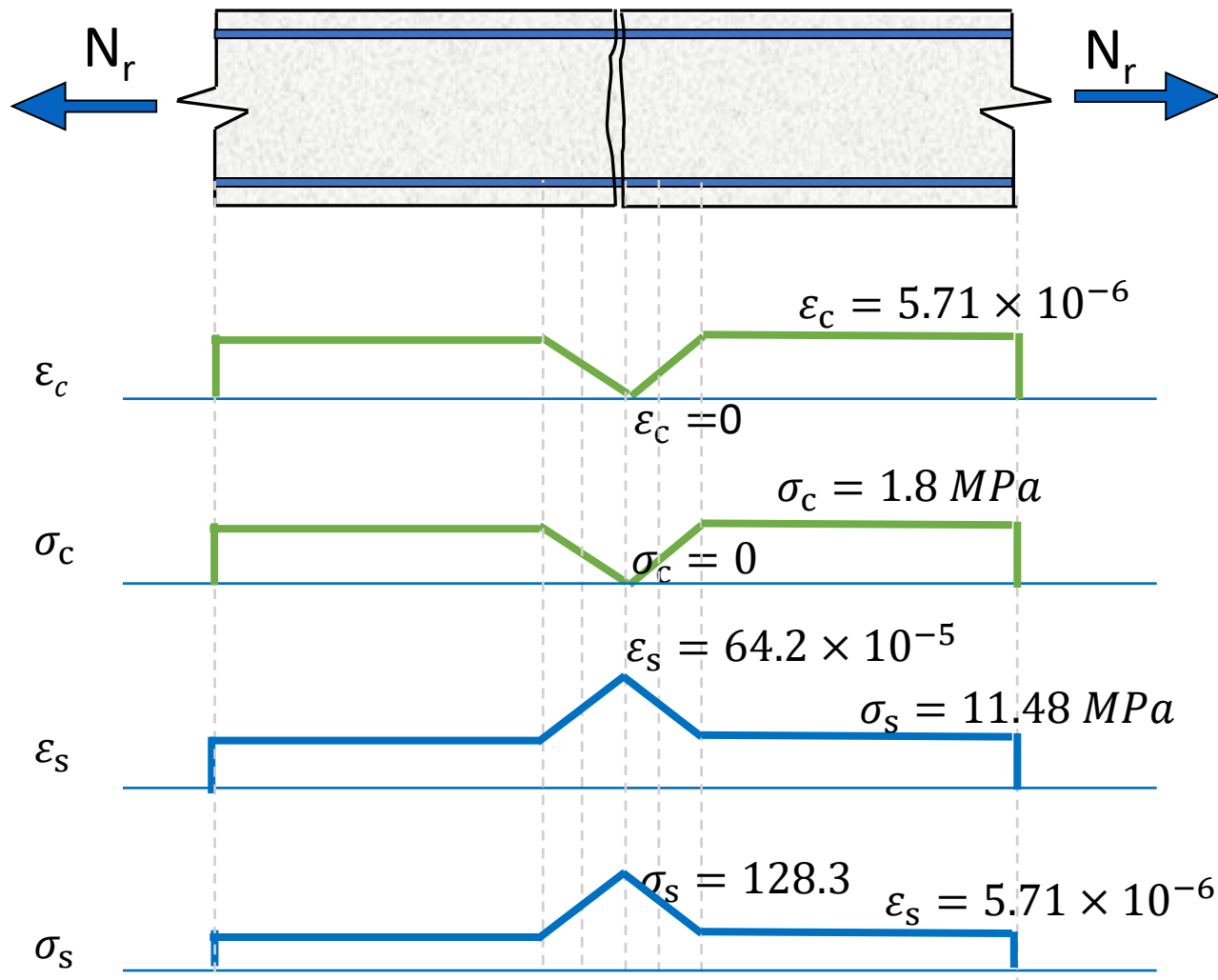
In corrispondenza della fessura → Il stadio

Allontanandosi dalla fessura:

- nell'acciaio le deformazioni e le tensioni si riducono
- nel cls le deformazioni e le tensioni tornano ad aumentare

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N



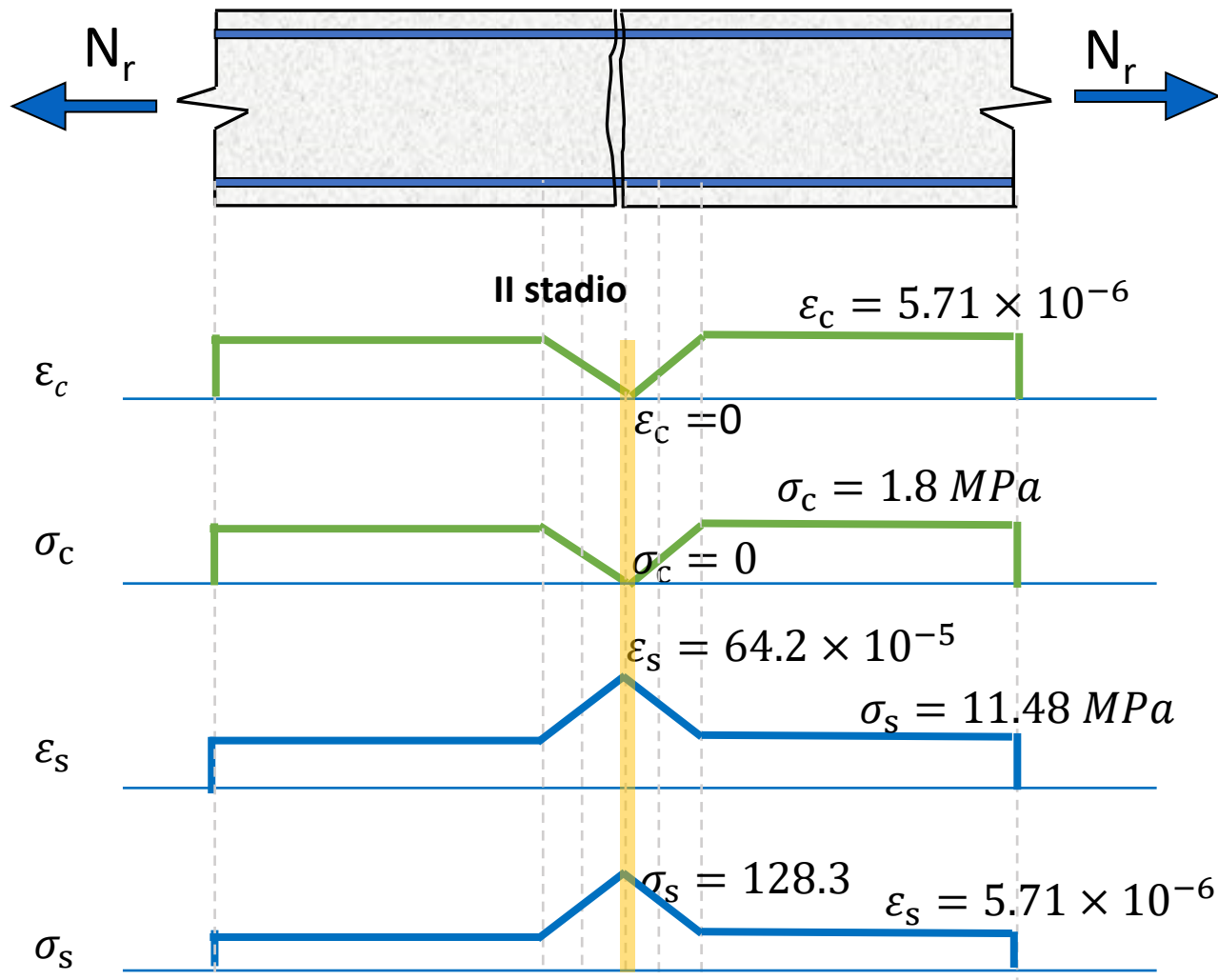
In corrispondenza della fessura → Il stadio

Allontanandosi dalla fessura:

- nell'acciaio le deformazioni e le tensioni si riducono
- nel cls le deformazioni e le tensioni tornano ad aumentare

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N



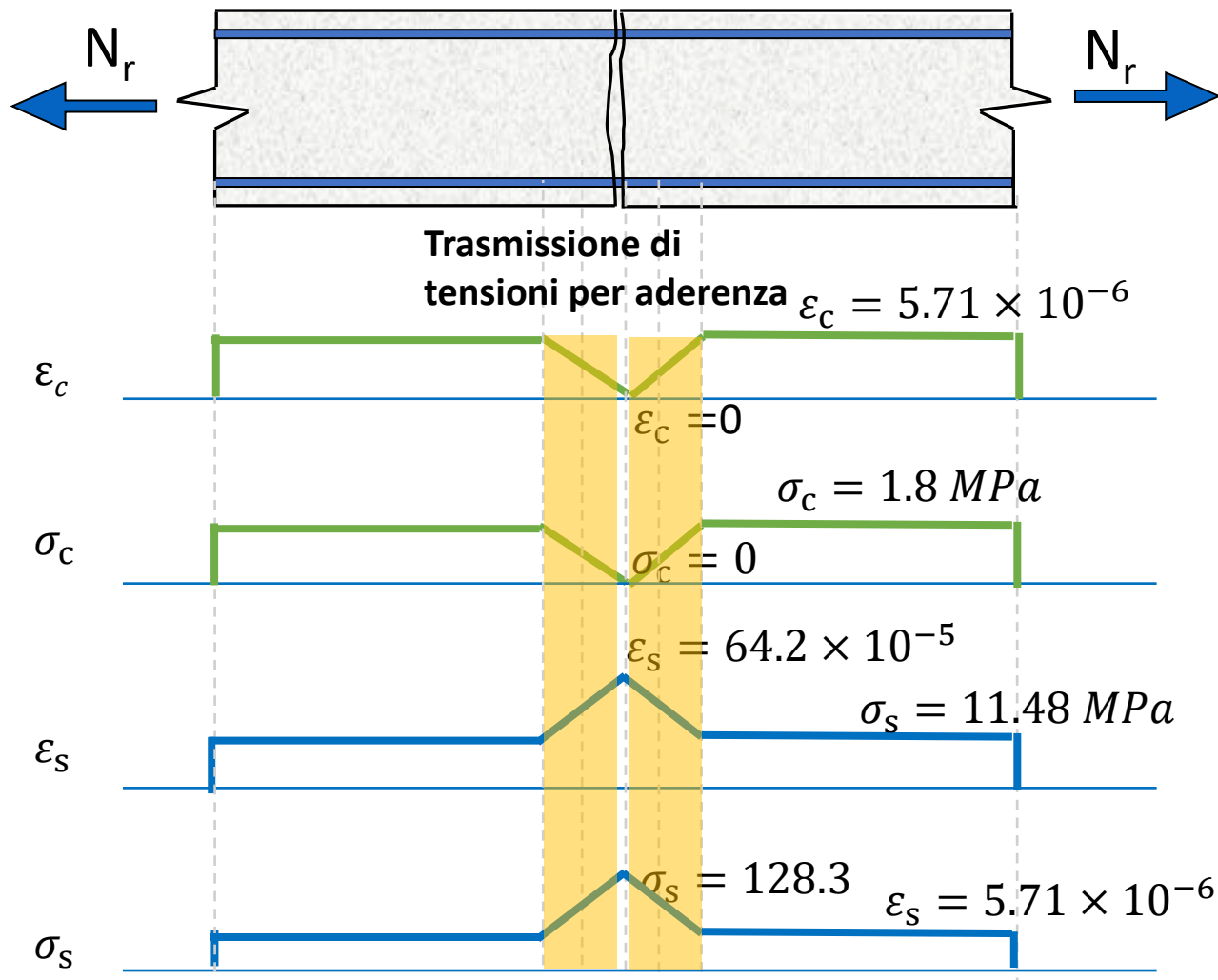
In corrispondenza della fessura \rightarrow Il stadio

Allontanandosi dalla fessura:

- nell'acciaio le deformazioni e le tensioni si riducono
- nel cls le deformazioni e le tensioni tornano ad aumentare

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N



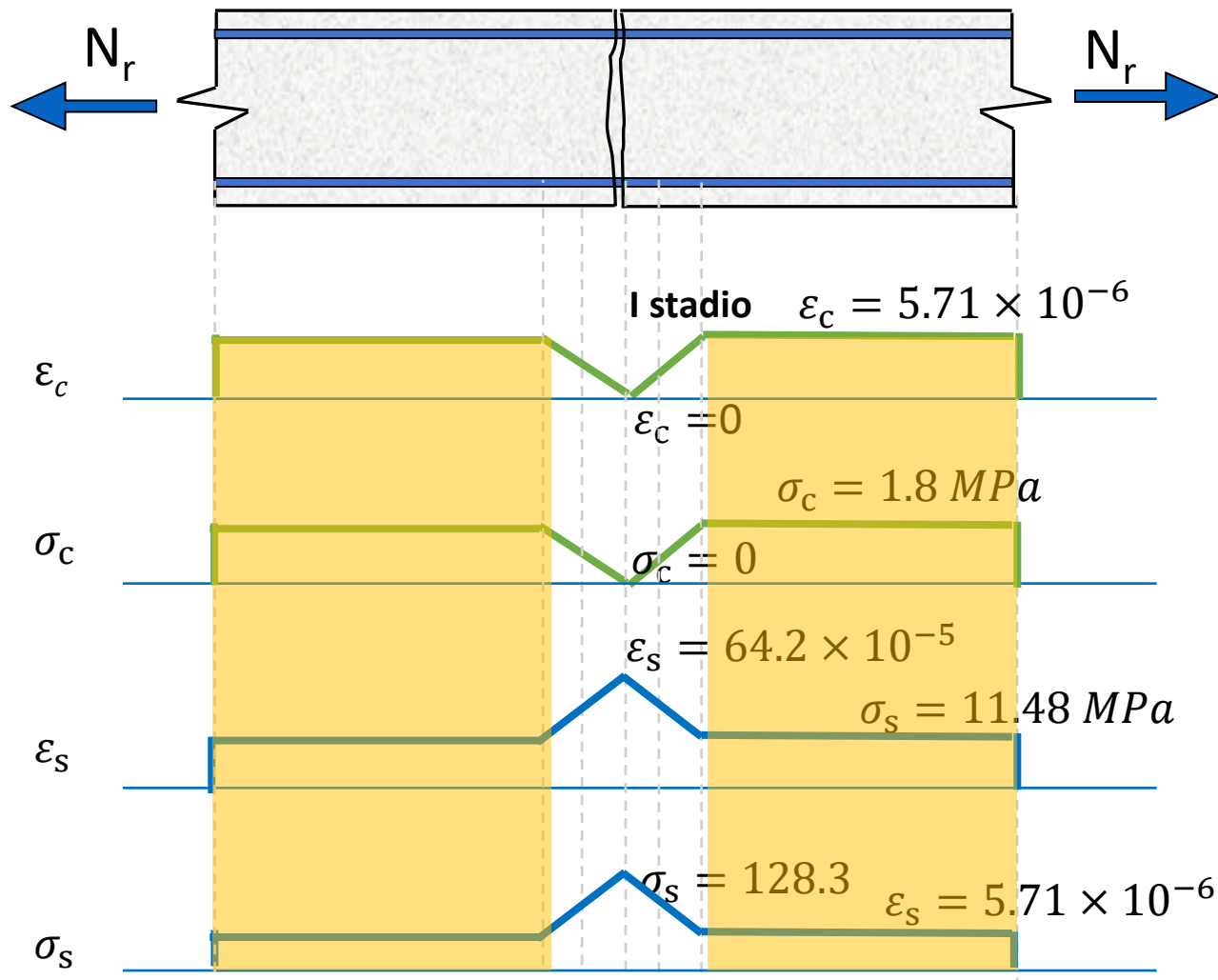
In corrispondenza della fessura → Il stadio

Allontanandosi dalla fessura:

- nell'acciaio le deformazioni e le tensioni si riducono
- nel cls le deformazioni e le tensioni tornano ad aumentare

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N



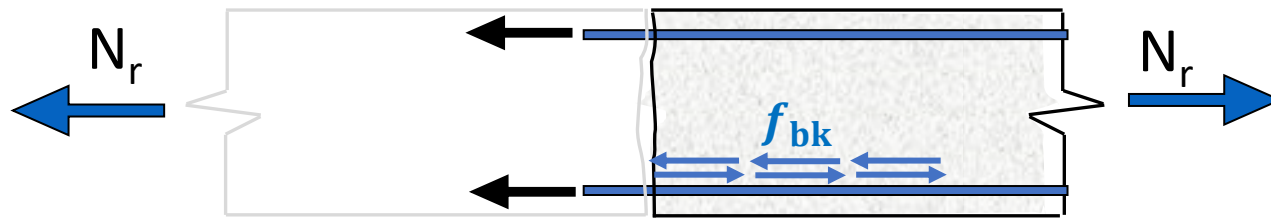
In corrispondenza della fessura → Il stadio

Allontanandosi dalla fessura:

- nell'acciaio le deformazioni e le tensioni si riducono
- nel cls le deformazioni e le tensioni tornano ad aumentare

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

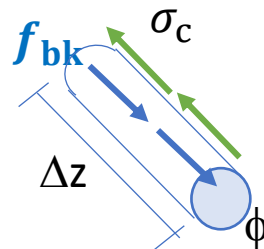
- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N



La distanza Δz , misurata a partire dalla sezione fessurata, a cui la tensione nel cls eguaglia nuovamente la resistenza a trazione è definita **lunghezza di trasmissione l_r**

- La diffusione delle tensioni σ_c avviene su un'area di cls efficace $A_{ct,eff}$

- Le tensioni di aderenza f_b agiscono sulla barra di diametro ϕ lungo il tratto Δz



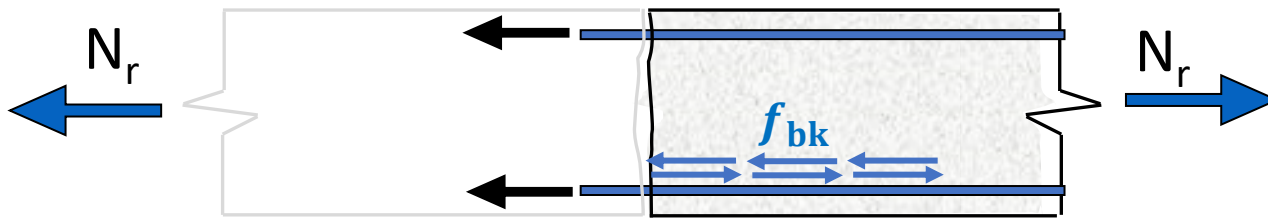
Per l'equilibrio, a distanza Δz dalla fessura:

$$\sigma_c A_{c,t,eff} = f_{bk} \times \pi \phi \Delta z \times n_{barre}$$

$$\text{Se } \sigma_c = f_{ctk} \Rightarrow \Delta z = l_r \quad \longrightarrow \quad l_r = \frac{f_{ctk}}{f_{bk}} \frac{A_{c,t,eff}}{\pi \phi n_{barre}}$$

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

- Studiamo il comportamento di un'asta tesa al crescere dello sforzo normale di trazione N



- La distanza Δz , misurata a partire dalla sezione fessurata, a cui la tensione nel cls eguaglia nuovamente la resistenza a trazione è definita **lunghezza di trasmissione** l_r

$$l_r = \frac{f_{ctk}}{f_{bk}} \frac{A_{c,t,eff}}{\pi \phi n_{barre}} \times \frac{4\phi}{4\phi} = A_{s,tot}$$

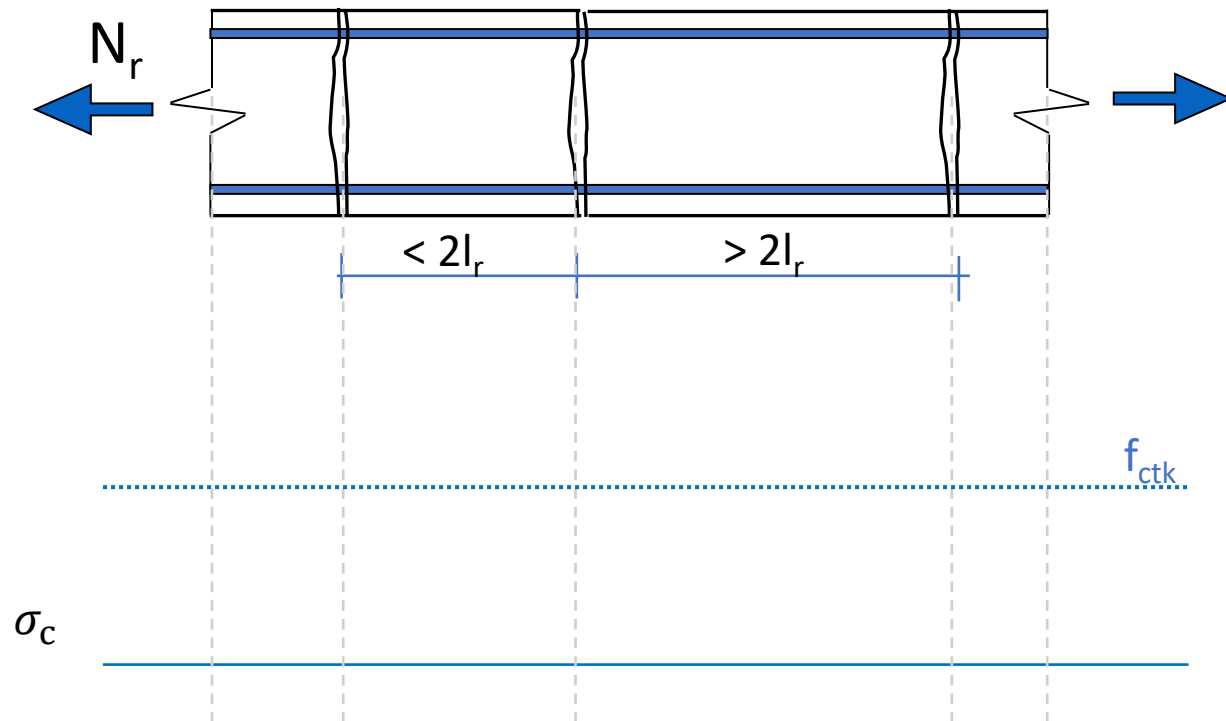
$$l_r = \frac{f_{ctk}}{f_{bk}} \frac{A_{c,t,eff}}{A_{s,tot}} \frac{\phi}{4} = 1/\rho_{eff} \text{ Percentuale geometrica di armatura}$$

$$l_r = \frac{f_{ctk}}{f_{bk}} \frac{1}{\rho_{eff}} \frac{\phi}{4}$$

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

2) Formazione delle fessure successive

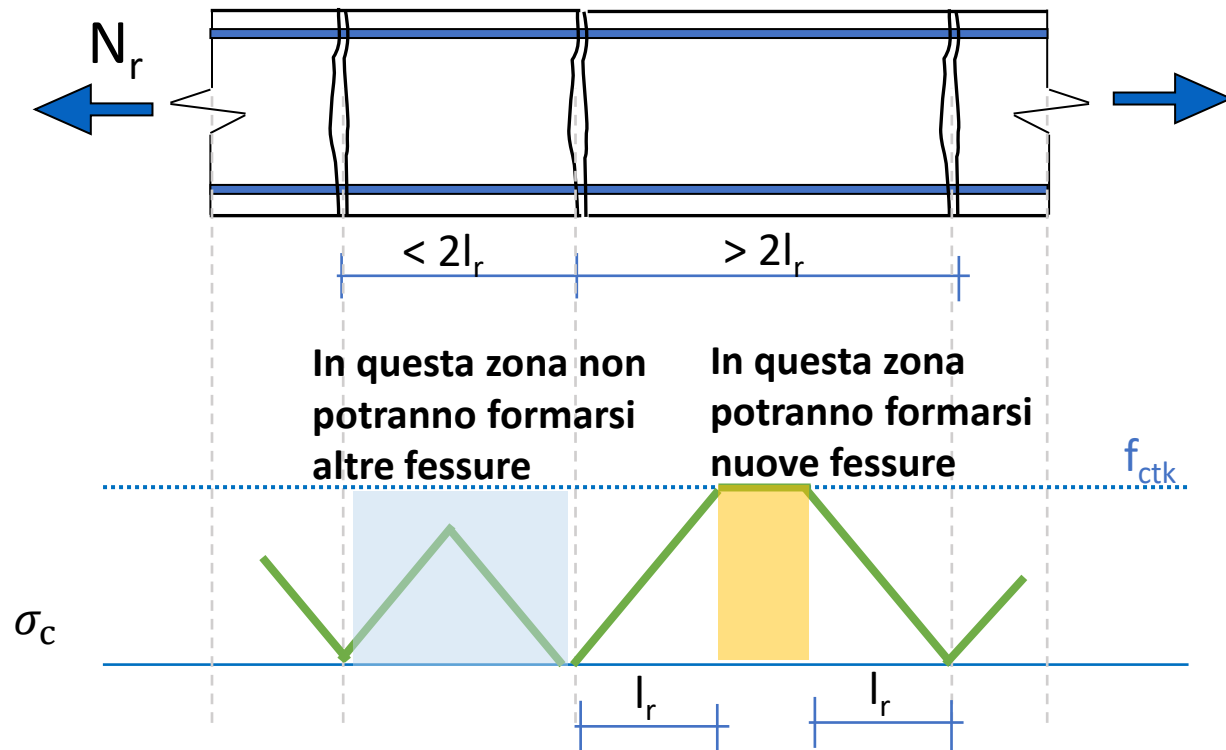
- A seguito della prima fessura, l'incremento di N provoca la nascita di una nuova fessura a distanza $s_r = l_r$ dalla precedente
- Per aprirsi una nuova lesione ovvero $\sigma_c = f_{ctk} \rightarrow \Delta z > 2l_r$



2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

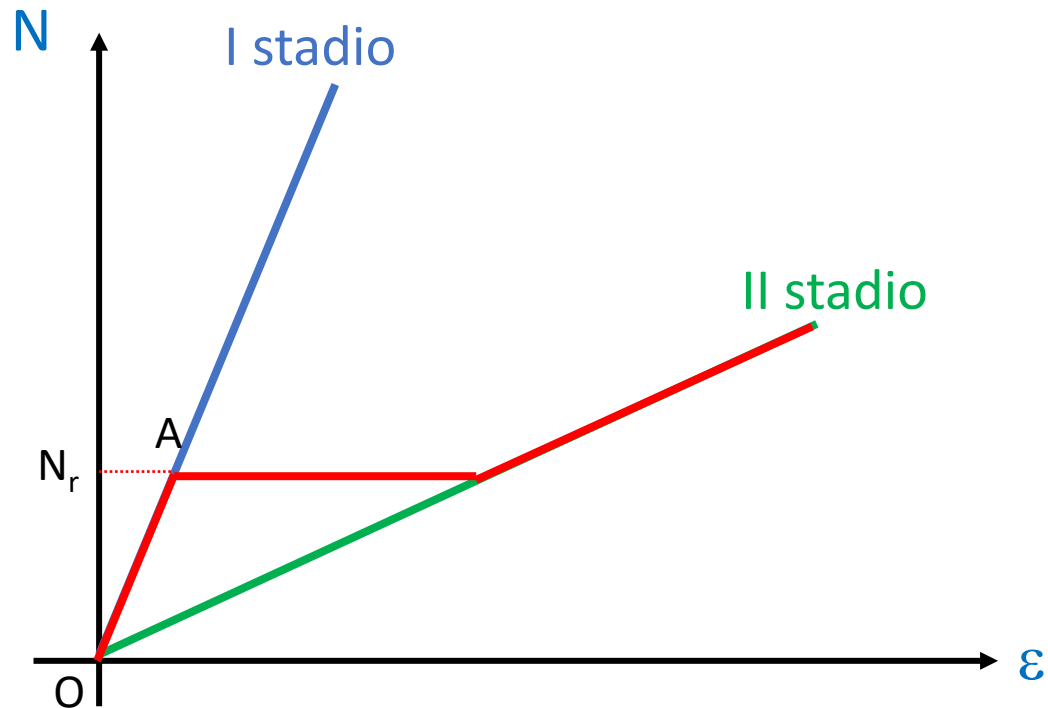
2) Formazione delle fessure successive

- A seguito della prima fessura, l'incremento di N provoca la nascita di una nuova fessura a distanza $s_r = l_r$ dalla precedente
- Per aprirsi una nuova lesione ovvero $\sigma_c = f_{ctk} \rightarrow \Delta z > 2l_r$



2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

Comportamento post-fessurazione

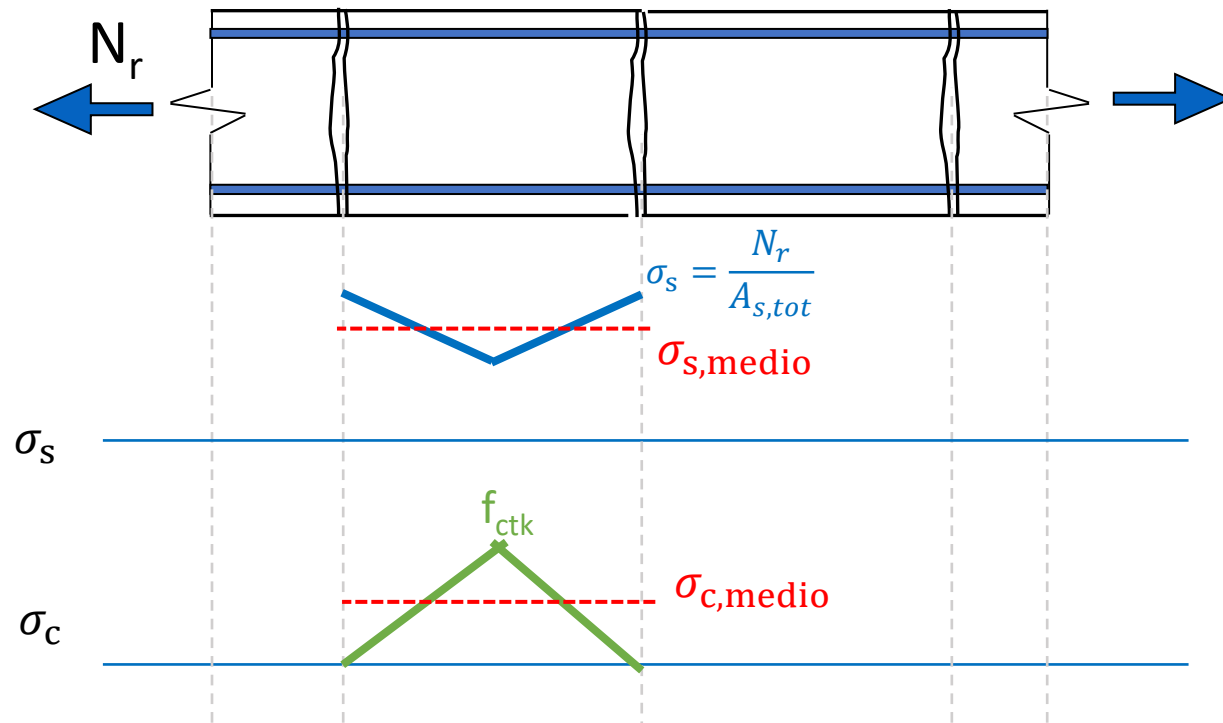


- Finchè $\sigma_c < f_{ctk}$, il cls è in grado di portare trazione con comportamento lineare (tratto OA)
- Quando il cls raggiunge la rottura a trazione c'è una discontinuità di comportamento (tratto AB) e un repentino passaggio al II stadio, cioè il cls smette del tutto di lavorare e la forza è assorbita solo dalle armature

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

Comportamento post-fessurazione

- Supponiamo che le fessure si aprano tutte contemporaneamente → passaggio repentino da I a II stadio di comportamento
- Tra due fessure il cls ha una tensione media che è maggiore di zero



- In realtà il cls tra due fessure è ancora efficace e dà un contributo di resistenza → **tensioni stiffening** → aumenta la rigidezza dell'asta al II stadio

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

Comportamento post-fessurazione

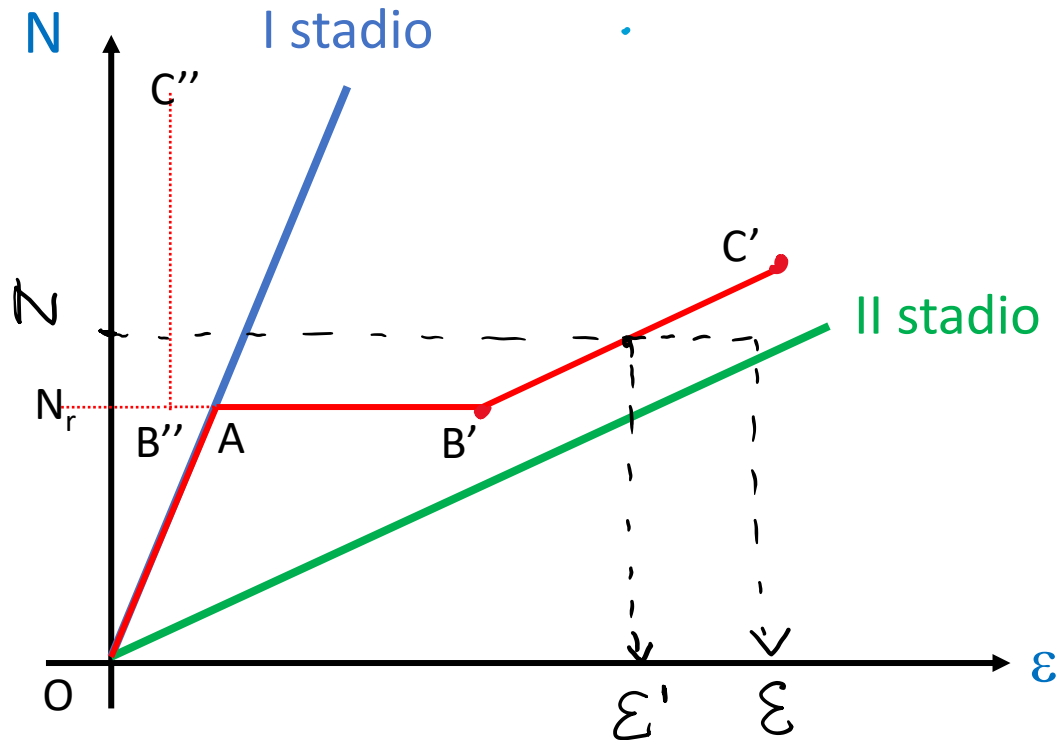
- Supponiamo che le fessure si aprano tutte contemporaneamente → passaggio repentino da I a II stadio di comportamento
- In realtà il cls tra due fessure è ancora efficace e dà un contributo di resistenza → **tension stiffening**

Stabilizzatesi le fessure, lungo l'asse dell'elemento coesistono :

- sezioni fessurate in cui gran parte dello sforzo di trazione necessario all'equilibrio è portato dall'armatura
- sezioni in cui il comportamento è assimilabile a quello di sezione interamente reagente.

2) Verifica sulla formazione delle fessure: Comportamento di un'asta tesa

Comportamento post-fessurazione



Il comportamento reale dell'asta diventa:

- OA: I stadio e apertura della fessura
- B''C'': Quando avviene la fessurazione c'è una riduzione della deformazione media del cls, ma non il suo azzeramento → deformazioni costanti per N crescenti
- AB': incremento della deformazione media
- B'C': deformazioni crescenti sulle armature ma inferiori rispetto a quelle previste dal modello di II stadio

2) Verifica sulla formazione delle fessure – Armatura minima

- Affinché il comportamento di un'opera in c.a. armato sia soddisfacente allo stato fessurato è essenziale che l'armatura non risulti plasticizzata in presenza dell'azione di trazione corrispondente alla comparsa delle prime fessure
- Se l'armatura si plasticizza alla comparsa della prima fessura, tale fessura tenderà ad aprirsi al crescere della sollecitazione, con microfessurazioni crescenti nel calcestruzzo in prossimità della fessura e deterioramento dell'aderenza armatura-calcestruzzo,
 - La normativa controlla le fessure limitando la tensione delle armature
 - La verifica indiretta può essere eseguita se l'armatura tesa non è inferiore a un valore minimo A_{smin}

2) Verifica sulla formazione delle fessure – Armatura minima

Prescrizione NTC18 sul minimo di armatura tesa

Quando il cls si fessura $N = N_r \rightarrow \sigma_c = f_{ctk}$

$$\sigma_s = \frac{N_r}{A_s}$$



Se $\sigma_s < f_y \rightarrow N$ può ancora crescere e si possono aprire altre fessure



Se $\sigma_s > f_y \rightarrow$ l'armatura è snervata, subisce forti deformazioni

 **Le fessure si ampliano!**

Per contenere l'ampiezza delle fessure è necessario limitare la tensione di trazione sulle armature

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{N_r}{A_s} < f_{yk} \\ N_r = f_{ctk} A_{ci} \end{cases} \Rightarrow A_s > \frac{f_{ctk}}{f_{yk}} A_{ci}$$

$$A_{ci} = A_c + \overset{\text{Trascurabile}}{\boxed{nA_s}} \cong A_{c,teso}$$

2) Verifica sulla formazione delle fessure – Armatura minima

Prescrizione NTC18 sul minimo di armatura tesa

Per limitare le tensioni nelle armature, devo aver armature in grado di portare la trazione che prima della fessurazione era portata dal calcestruzzo:

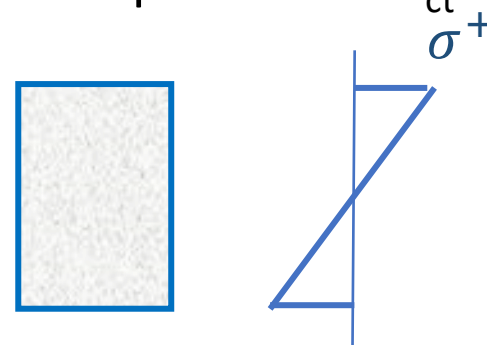
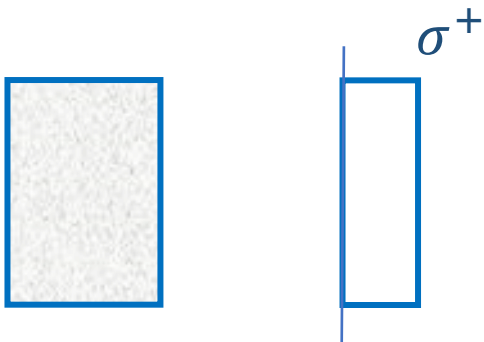
$$A_s > k_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} A_{ct}$$

A_{ct} = Area cls teso prima della fessurazione

K_c = coeff. Per tener conto della distribuzione delle tensioni di trazione

N centrato $\rightarrow A_{ct}$ = Area cls

Flessione semplice M $\rightarrow A_{ct}$ = Area/2



$$\left[\begin{array}{ll} k = 1 & \text{sez. tesa} \\ k = 0.5 & \text{sez. inflessa} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{Per EC2} \\ k = 0.4 \\ \text{per sez. rettangolare} \end{array} \right]$$

2) Verifica sulla formazione delle fessure – Armatura minima

Prescrizione NTC18 sul minimo di armatura tesa

La normativa richiede:

$$A_s \geq 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd$$

Da dove viene?

Se pensiamo a una trave soggetta a flessione:

$$k_c = 0.4 \quad A_{ct} = \frac{bh}{2}$$

$$A_s = 0.4 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \frac{bh}{2} \approx 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd$$

Abbiamo usato questa formula nel progetto dell'armatura a flessione delle travi, per assicurare che le fessure non raggiungessero ampiezze troppo grandi

SLE – Verifica indiretta

- La verifica può essere condotta in due modi alternativi:

➡ Calcolo diretto dell'ampiezza della fessura

- Più articolato
- Meno conservativo

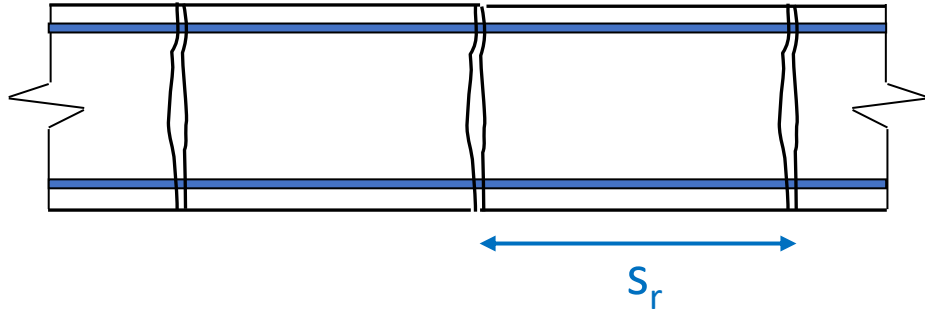
➡ Calcolo indiretto

- Più semplice
- Più conservativo

SLE – Verifica indiretta

Per limitare l'ampiezza delle fessure occorre che:

1) le fessure siano vicine \rightarrow il diametro delle barre sia piccolo

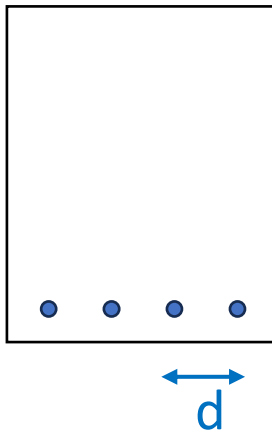


$$s_r = 2l_r = 2 \times \frac{1}{4} \frac{f_{ctk}}{f_b} \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$

\downarrow
 s_r piccolo

\downarrow
 ϕ piccolo

2) le fessure siano attraversate da armature \rightarrow le barre non siano distanti l'una dall'altra



SLE – Verifica indiretta

Per limitare l'ampiezza delle fessure la normativa impone limiti su:

- Diametro delle barre

$$\phi_s = \phi_s^* \frac{f_{ctm}}{2.9} k_c \frac{h_{cr}}{2c} \quad \text{Flessione}$$

$$\phi_s = \phi_s^* \frac{f_{ctm}}{2.9} \frac{h_{cr}}{8c} \quad \text{Trazione}$$

h_{cr} = h zona tesa prima della fessurazione

c = copriferro

k_{cr} = 1.0 trazione

0.5 flessione

(0.4 flessione EC2)

Tabella dei diametri ϕ^* per il controllo della fessurazione

Funzione della tensione nell'acciaio

σ_s	$w_d \leq 0.4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.2 \text{ mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

Funzione dell'ampiezza della fessura accettabile

SLE – Verifica indiretta

Per limitare l'ampiezza delle fessure la normativa impone limiti su:

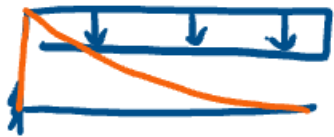
- Distanza tra le barre

Spaziatura massima tra le barre per il controllo della fessurazione

σ_s	$w_d \leq 0.4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.2 \text{ mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	--
360	100	50	--

SLE – Verifica indiretta

ESEMPIO



$$q_k = 20 \text{ kN/m}$$

$$q_{ek} = 8 \text{ kN/m}$$

$$L = 3.20$$

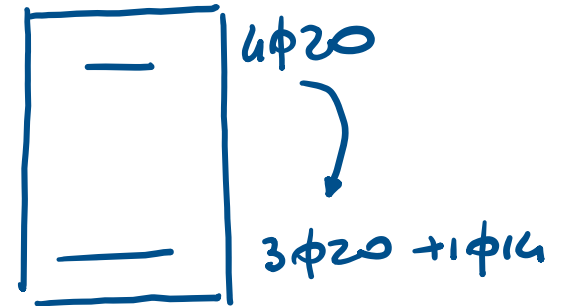
$$30 \times 50 \quad e = 4 \text{ cm}$$

$$3\phi 20 + 1\phi 14 \text{ INF}$$

$$4\phi 20 \text{ SUP}$$

AMB. AGGRESSIVO

COMB. Q. PERM.



Calcolo il valore limite dell'ampiezza della fessura

• w_{LIM} :

Verifiche a fessurazione per strutture
con armature poco sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	w_d
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

$$w_{LIM} = 0.2 \text{ mm}$$

SLE – Verifica indiretta

Calcolo i carichi in combinazione quasi permanente

$$Q = g_k + \psi_2 q_k = 20 + 0.3 \cdot 8 = 22.4 \text{ kN/m}$$

Verifica indiretta – Verifico la condizione sul diametro massimo

$\phi^* \Rightarrow$

Diametro massimo delle barre

σ_s	$w_d \leq 0.4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.2 \text{ mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

220.6 \rightarrow

$$\phi_{\max} = \phi^* \frac{f_{ctm}}{2.9} \frac{k_c h_{cr}}{2 c}$$

per flessione semplice

$$M_{\max} = \frac{q l^2}{2} = 22.4 \times \frac{3.2^2}{2} = 116.7 \text{ kNm}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{0.9 d A_s} =$$

$$= \frac{116.7 \cdot 10^3}{0.9 \cdot 46 \cdot \underbrace{4 \times 3.14}_{A_{STESA}}} = 220.6 \text{ MPa}$$

SLE – Verifica indiretta

Calcolo i carichi in combinazione quasi permanente

$$Q = g_k + \psi_2 q_k = 20 + 0.3 \cdot 8 = 22.4 \text{ kN/m}$$

Verifica indiretta – Verifico la condizione sul diametro massimo

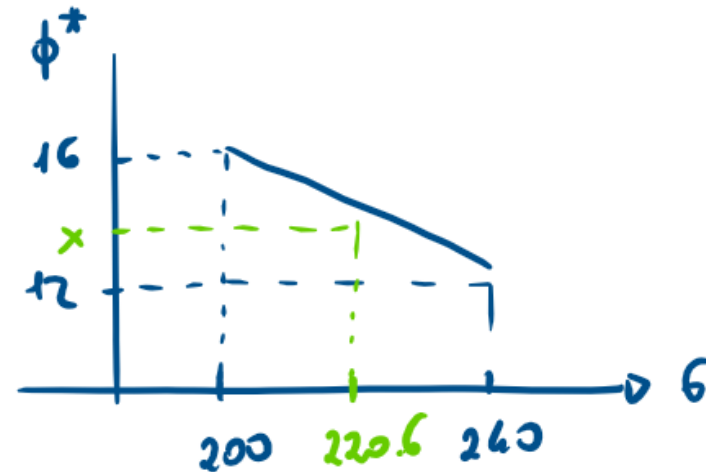
$\phi^* \Rightarrow$

Diametro massimo delle barre

σ_s	$w_d \leq 0.4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.2 \text{ mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

220.6 \rightarrow

per avere $\phi_{max}^* \approx \sigma_s = 220.6 \text{ MPa}$



$$\frac{240 - 200}{16 - 12} = \frac{240 - 220.6}{x - 12} \Rightarrow x = \phi_{max}^* = 12 + \frac{(240 - 220.6)(16 - 12)}{(240 - 200)} = 13.94 \text{ mm}$$

SLE – Verifica indiretta

Calcolo i carichi in combinazione quasi permanente

$$Q = g_k + \psi_2 q_k = 20 + 0.3 \cdot 8 = 22.4 \text{ kN/m}$$

Verifica indiretta – Verifico la condizione sul diametro massimo

$$\phi_s = \phi_s^* \frac{f_{ctm}}{2.9} k_c \frac{h_{cr}}{2c} \quad \text{Flessione}$$

$$\phi_{max} = 13.96 \times \frac{2.56}{2.9} \frac{0.4}{2.4} \frac{50/2}{2.4} = 15.4 \text{ mm}$$

Handwritten annotations:
- $c=25/30$ (above 2.56)
- k_c a flessione (above 0.4)
- h_{cr} per flessione (above 50/2)

$$A_s = 4 \phi 20 \Rightarrow \phi = 20 > 15.4 \quad \text{NON VERIFICATO}$$

SLE – Verifica indiretta

Verifica indiretta – Verifico la condizione sulla distanza tra fessure

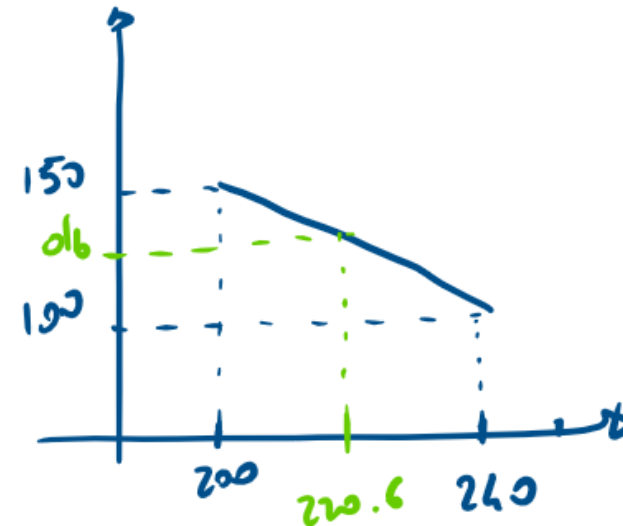
Distanza massima tra le barre

σ_s	$w_d \leq 0.4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.2 \text{ mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	--
360	100	50	--

σ_s tensione nell'acciaio considerando la sezione fessurata per la condizione di carico pertinente

EC2, punto 7.3.3

8/76

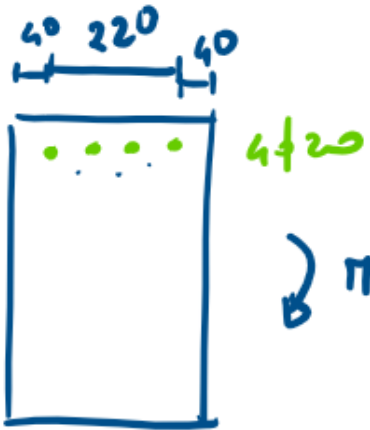


$$\frac{240 - 200}{150 - 100} = \frac{240 - 220.6}{d_b - 100}$$

$$d_b = 100 + \frac{240 - 220.6}{150 - 100} (240 - 200) = 115.5 \text{ mm}$$

SLE – Verifica indiretta

Verifica indiretta – Verifico la condizione sulla distanza tra fessure



$$d_b = 115.5 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow d_b = \frac{220}{3} = 73.3 \text{ mm} < 115 \Rightarrow \underline{\text{ok}}$$

SLE – Verifica indiretta

- La verifica può essere condotta in due modi alternativi:



Calcolo diretto dell'ampiezza della fessura

- Più articolato
- Meno conservativo



Calcolo indiretto

- Più semplice
- Più conservativo

SLE – Verifica diretta

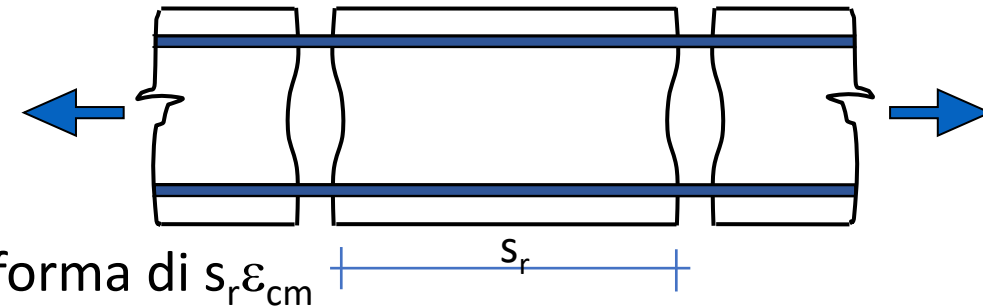
- La verifica col metodo indiretto tende ad essere conservativa rispetto quella diretta
- Di fatti, in caso la verifica indiretta non sia soddisfatta potrebbe essere necessario effettuare la verifica diretta

- Dopo la formazione delle fessure:

il cls tra due lesioni riduce il suo stato deformativo → si deforma di $s_r \varepsilon_{cm}$

le deformazioni aumentano nell'acciaio → si deforma di $s_r \varepsilon_{sm}$

- Mancando la perfetta aderenza tra acciaio e cls → ε_{cm} e ε_{sm} avranno valori diversi
- La differenza tra le deformazioni dei due materiali determina l'ampiezza della fessura w_d



$$w_d = s_r (\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$$

SLE – Verifica diretta

Calcolo dell'ampiezza della fessura: $w_d = s_r(\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$

Determinazione della distanza massima tra due fessure s_r $s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$

k_1 tiene conto dell'aderenza barre (corrisponde a f_{ct}/f_b):
= 0.8 per barre ad aderenza migliorata
= 1.6 per barre lisce.

k_2 tiene conto del diagramma delle deformazioni:
= 1.0 trazione
= 0.5 per flessione semplice
= valori tra 0.5 e 1.0 nel caso di tenso-flessione

k_3 = 3.4

k_4 = 0.425

SLE – Verifica diretta

Calcolo dell'ampiezza della fessura: $w_d = s_r (\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$

Determinazione della distanza massima tra due fessure s_r $s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$

Se ci sono barre di diametro diverso:

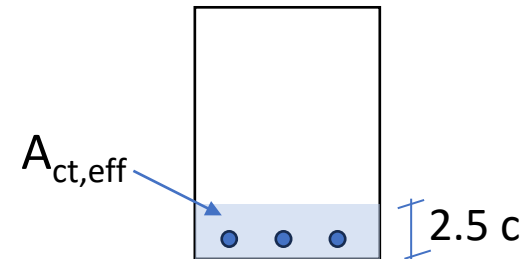
$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2}$$

ϕ_i diametri delle barre usati per l'armatura tesa

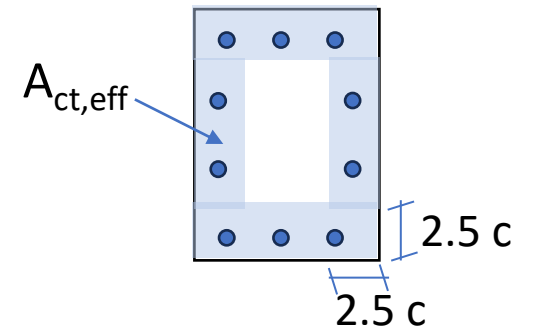
n_i numero di barre di diametro ϕ_i

$$\rho_{eff} = A_{s,tesa} / A_{ct,eff}$$

Sezione inflessa



Sezione tesa

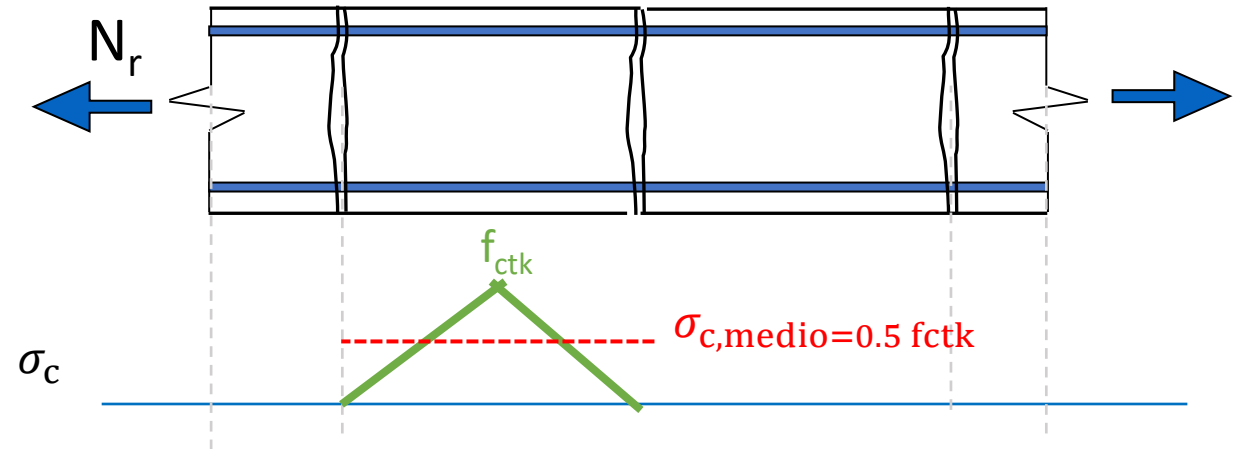


SLE – Verifica diretta

Calcolo dell'ampiezza della fessura: $w_d = s_r(\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$

Determinazione della distanza massima tra due fessure s_r $s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$

Determinazione delle deformazioni ε_{cm}



$$\varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{c,medio}}{E_c} = \frac{0.5 f_{ctk}}{E_c}$$

SLE – Verifica diretta

Calcolo dell'ampiezza della fessura: $w_d = s_r(\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$

Determinazione della distanza massima tra due fessure s_r $s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$

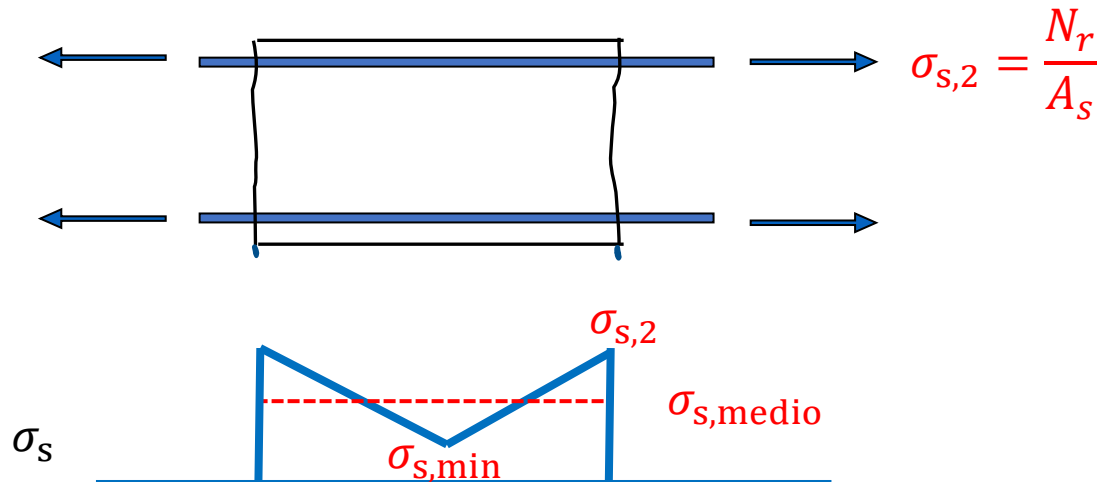
Determinazione delle deformazioni ε_{cm} $\varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{c,medio}}{E_c} = \frac{0.5 f_{ctk}}{E_c}$

Determinazione delle deformazioni ε_{sm}

$$\sigma_{s,min} = (N - A_{c,eff} f_{ctk}) \frac{1}{A_s}$$

Sollecitazione
totale

Aliquota
portata dal cls



SLE – Verifica diretta

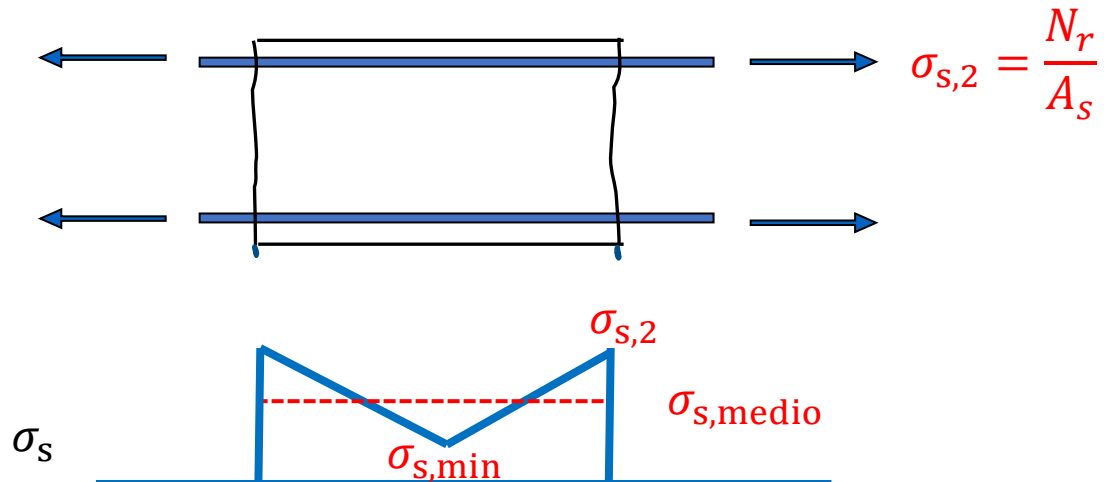
Calcolo dell'ampiezza della fessura: $w_d = s_r(\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$

Determinazione della distanza massima tra due fessure s_r $s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$

Determinazione delle deformazioni ε_{cm} $\varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{c,medio}}{E_c} = \frac{0.5 f_{ctk}}{E_c}$

Determinazione delle deformazioni ε_{sm}

$$\sigma_{s,min} = \underbrace{\frac{N}{A_s}}_{\sigma_{s,2}} - \underbrace{\frac{A_{c,eff} f_{ctk}}{A_s}}_{\Delta \sigma_s}$$



SLE – Verifica diretta

Calcolo dell'ampiezza della fessura: $w_d = s_r(\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$

Determinazione della distanza massima tra due fessure s_r $s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$

Determinazione delle deformazioni ε_{cm} $\varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{c,medio}}{E_c} = \frac{0.5 f_{ctk}}{E_c}$

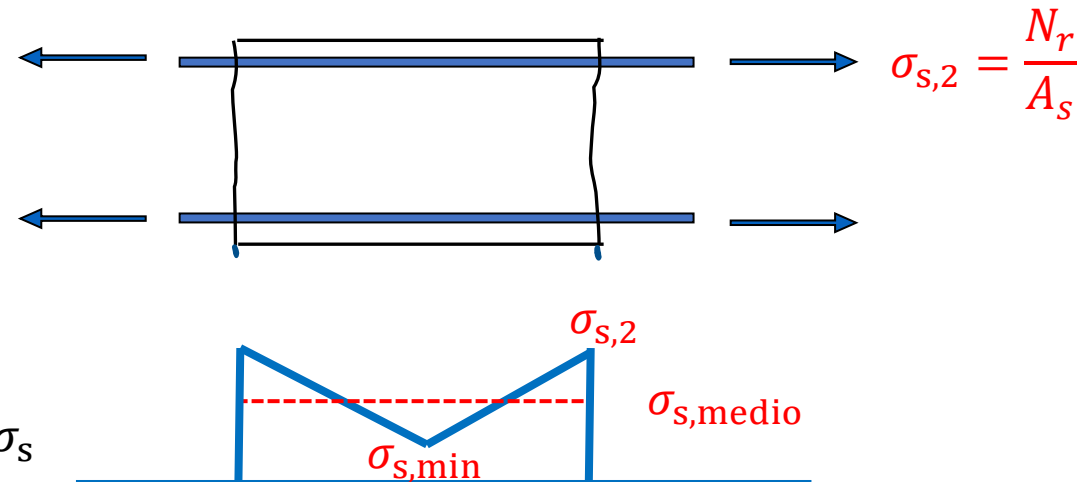
Determinazione delle deformazioni ε_{sm}

$$\sigma_{s,min} = \sigma_{s,2} - \Delta\sigma_s$$

$$\sigma_{s,media} = \frac{\sigma_{s2} + \sigma_{smin}}{2} = \frac{\sigma_{s2} + (\sigma_{s2} - \Delta\sigma_s)}{2} =$$

$$= \sigma_{s2} - \frac{\Delta\sigma_s}{2}$$

$$= \sigma_{s2} - \frac{1}{2} \frac{A_{c,eff} f_{ctk}}{A_s} = \sigma_{s2} - 0.5 \frac{f_{ctk}}{\rho_{eff}}$$



SLE – Verifica diretta

Calcolo dell'ampiezza della fessura: $w_d = s_r(\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$

Determinazione della distanza massima tra due fessure s_r $s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$

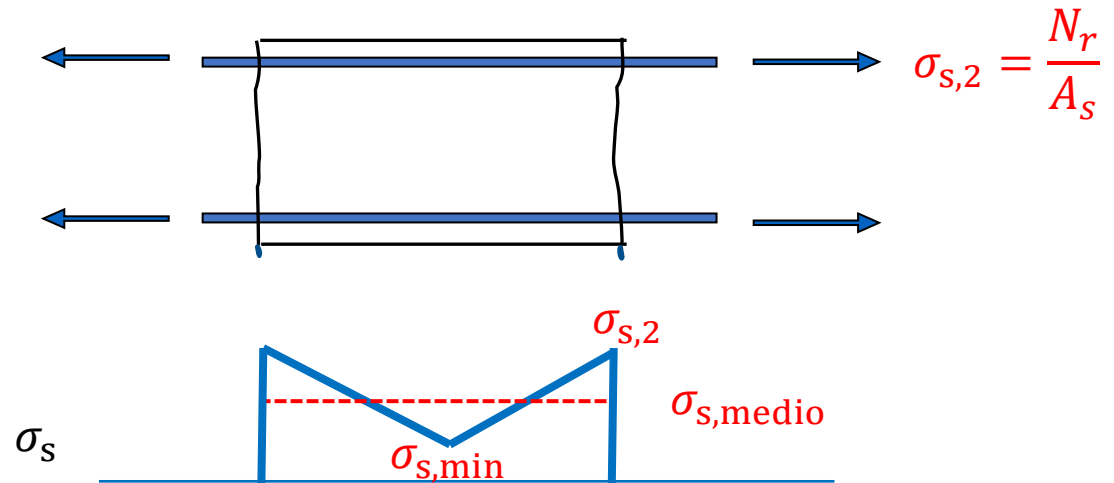
Determinazione delle deformazioni ε_{cm} $\varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{c,medio}}{E_c} = \frac{0.5 f_{ctk}}{E_c}$

Determinazione delle deformazioni ε_{sm}

$$\sigma_{s,min} = \sigma_{s,2} - \Delta\sigma_s$$

$$\sigma_{s,media} = \frac{\sigma_{s2} + \sigma_{smin}}{2} = \sigma_{s2} - 0.5 \frac{f_{ctk}}{\rho_{eff}}$$

$$\varepsilon_{s,media} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0.5 \frac{f_{ctk}}{E_s \rho_{eff}}$$



SLE – Verifica diretta

Calcolo dell'ampiezza della fessura: $w_d = s_r(\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$

Determinazione della distanza massima tra due fessure s_r $s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$

Determinazione delle deformazioni ε_{cm} $\varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{c,medio}}{E_c} = \frac{0.5 f_{ctk}}{E_c}$

Determinazione delle deformazioni ε_{sm} $\varepsilon_{s,media} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0.5 \frac{f_{ctk}}{E_s \rho_{eff}}$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{0.5 f_{ctk}}{E_s \rho_{eff}} - \frac{0.5 f_{ctk}}{E_c}$$

$$= \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{0.5 f_{ctk}}{E_s \rho_{eff}} \left(1 + E_s \frac{\rho_{eff}}{E_c} \right)$$

SLE – Verifica diretta

Calcolo dell'ampiezza della fessura: $w_d = s_r(\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$

Da normativa $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \frac{k_t f_{ctm}}{\sigma_s \rho_{eff}} \left(1 + E_s \frac{\rho_{eff}}{E_c} \right) \right] =$

Allungamento in presenza di cls
al II stadio di comportamento

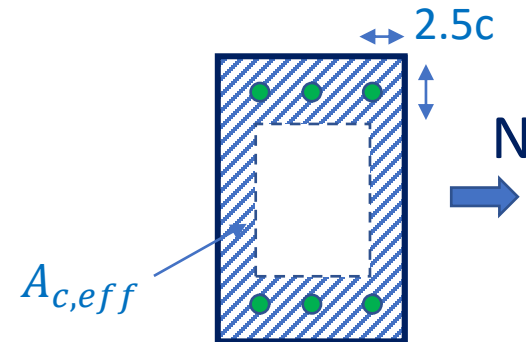
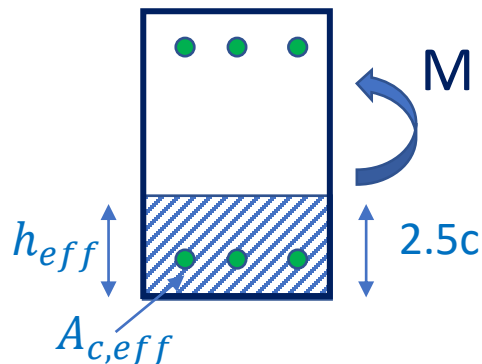
Effetto del tension stiffening

$k_t = 0.6$ Comb. frequente

$k_t = 0.4$ Comb. Quasi permanente

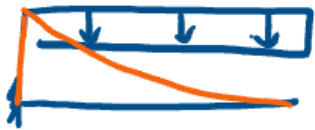
$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{ct,eff}}$$

Area di cls che circonda
l'armatura tesa per uno
spessore di 2.5c



SLE – Verifica diretta

ESEMPIO



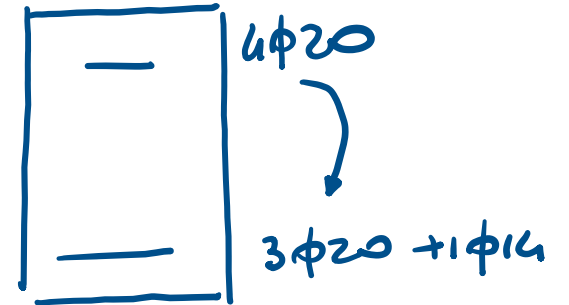
$$G_k = 20 \text{ kN/m}$$
$$Q_k = 8 \text{ kN/m}$$

$$L = 3.20$$

$$30 \times 50 \quad c = 4 \text{ cm}$$
$$3\phi 20 + 1\phi 14 \text{ INF}$$
$$4\phi 20 \text{ SUP}$$

AMB. AGGRESSIVO

COMB. Q. PERM.



Calcolo il valore limite dell'ampiezza della fessura

• w_{LIM} :

Verifiche a fessurazione per strutture
con armature poco sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	w_d
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

$$w_{LIM} = 0.2 \text{ mm}$$

SLE – Verifica diretta

Calcolo l'ampiezza della fessura

$$w_d = s_r (\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$$

$$s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}} = 193.1$$

k_1 tiene conto dell'aderenza barre (corrisponde a f_{ct}/f_b):
= 0.8 per barre ad aderenza migliorata
= 1.6 per barre lisce.

k_2 tiene conto del diagramma delle deformazioni:
= 1.0 trazione
= 0.5 per flessione semplice
= valori tra 0.5 e 1.0 nel caso di tenso-flessione

$$k_3 = 3.4$$

$$k_4 = 0.425$$

$$k_3 = 3.4$$

$$e = 2.5 + 0.8 = 3.3 \text{ cm} = 33 \text{ mm}$$

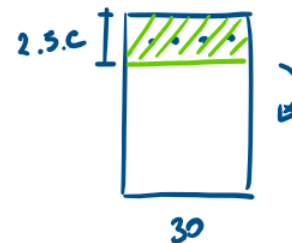
$$k_1 = 0.8 \quad (\text{barre sagomate})$$

$$k_2 = 0.5$$

$$k_4 = 0.425$$

$$\phi = 20$$

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{ct+eff}} = \frac{4 \times 3.14}{30 \times (2.5 \times 4)} = 0.042$$



SLE – Verifica diretta

Calcolo l'ampiezza della fessura

$$w_d = s_r (\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$$

$$s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}} = 193.1$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \frac{k_t f_{ctm}}{\sigma_s \rho_{eff}} \left(1 + E_s \frac{\rho_{eff}}{E_c} \right) \right] =$$

$$= \frac{220.6}{210000} \left[1 - \frac{0.4}{0.042} \cdot \frac{2.56}{220.6} \left(1 + 210000 \cdot \frac{0.042}{31500} \right) \right] =$$

$$= 0.000901$$

SLE – Verifica diretta

Calcolo l'ampiezza della fessura

$$w_d = s_r (\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{sm})$$

$$s_r = k_3 r + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}} = 193.1$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[1 - \frac{k_t f_{ctm}}{\sigma_s \rho_{eff}} \left(1 + E_s \frac{\rho_{eff}}{E_c} \right) \right] = 0.000901$$

$$w_d = 193.1 \times 0.000901 = 0.174 < 0.2$$

OK!

Verifiche a fessurazione per strutture
con armature poco sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	w_d
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

SLE – Verifica sulle deformazioni

SLE – Verifica sulle deformazioni

- Le verifiche di deformabilità mirano a prevenire problemi di funzionalità della struttura
- I danni principali negli elementi in c.a. sono dovuti principalmente agli effetti a lungo termine delle deformazioni viscosi
- Per tale motivo la normativa impone di verificare in combinazione di carico quasi permanente e riducendo il modulo elastico del cls $\frac{E_{cm}}{1 + \varphi}$ per tener conto della riduzione di rigidezza causata dagli effetti viscosi

SLE – Verifica sulle deformazioni

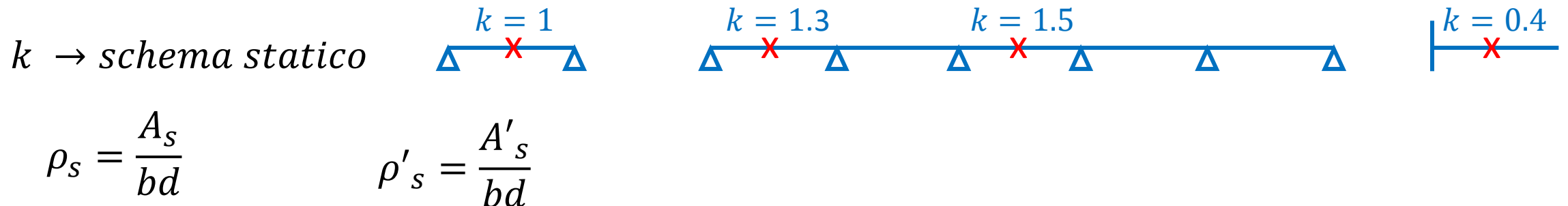
- La valutazione rigorosa della freccia di elementi in c.a. si può effettuare ma è piuttosto complessa in quanto:
 - Le armature variano da sezione a sezione → sezione variabile
 - Alcune zone del cls sono fessurate e altre no → dovrei considerare le sezioni reagenti omogenizzate
 - La zona tra due lesioni non è inerte → tension stiffening dà effetto irrigidente
 - Il modulo elastico del cls varia con la maturazione
 - Gli effetti viscosi modificano le proprietà nel tempo
- Per tali motivi la verifica semplificata è generalmente preferita al calcolo rigoroso

SLE – Verifica sulle deformazioni

- Valori limitati della freccia si possono ottenere rispettando opportuni rapporto L/h
- Tali limiti dipendono da:
 - Schema statico
 - Entità del carico → valutata in base alla percentuale geometrica di armatura tesa e compressa presenti nella sezione

$$\frac{l}{h} \leq k \left(11 + \frac{0.0015 f_{ck}}{\rho_s + \rho'_s} \right) \frac{500}{f_{yk}} \frac{A_{s,effettiva}}{A_{s,reale}}$$

VERIFICA
INDIRETTA



SLE – Verifica sulle deformazioni

Per $f_{ck}=25$ MPa, $f_{yk} = 450$ MPa, $\rho'=0$ e $A_{s,eff}=A_{s,calc}$, si può omettere il calcolo esplicito della freccia se non sono superati i seguenti valori di L/h :

Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

Circolare 2/02/2009, punto 4.1.2.2.2

SLE – Verifica sulle deformazioni

ESEMPIO



$$\begin{aligned} G_k &= 18 \text{ kN/m} & b &= 60 \text{ cm} & L &= 5 \text{ m} & A'_s &= 4 \phi 14 \\ Q_k &= 6 \text{ kN/m} & h &= 25 \text{ cm} \\ & & c &= 4 \text{ cm} \\ & & d &= 21 \text{ cm} \end{aligned}$$

Calcolo A_s :

$$G_d + Q_d = 18 \cdot 1.3 + 6 \cdot 1.5 = 32.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{Ed} = \frac{q \ell^2}{8} = 32.4 \cdot \frac{5^2}{8} = 101.25 \text{ kNm}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9 d f_{yd}} = \frac{101.25 \cdot 10^3}{0.9 \cdot 21 \cdot 391.3} = 13.69 \text{ cm}^2 = 5 \phi 20$$

$$\frac{L}{h} = \frac{500}{25} = 20 \text{ cm}$$

$$\rho'_s = \frac{6.16}{60 \cdot 21} = 0.004889 \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{h} \leq 1 + \left(11 + \frac{0.0015 \times 30}{0.01086 + 0.004889} \right) \frac{500}{430} \frac{5 \cdot 3.14}{13.69} = 19.2$$

$$\rho_s = \frac{13.69}{60 \cdot 21} = 0.01086$$

$$\frac{L}{h} = \frac{500}{25} = 20$$

$\Rightarrow 20 > 19.2$
NON
VERIFICA

$$k = 1$$

