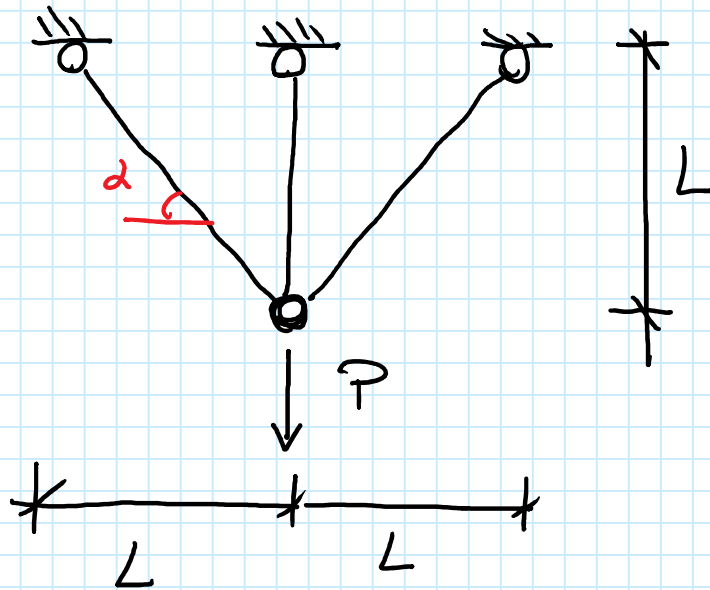


Método del cálculo a rotura



$$P = 350 \text{ kN}$$

S 275

$$\text{⊗ } A = 10 \text{ cm}^2$$

$$\alpha = 45^\circ$$

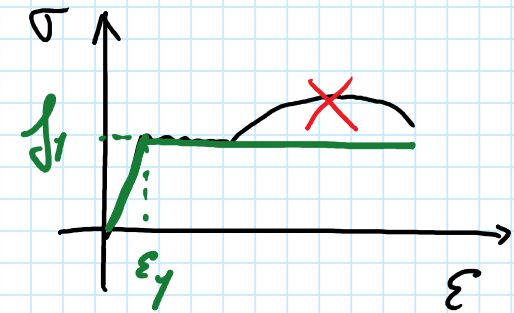
$$\gamma_F P \leq P_m$$

$$\gamma_F = 1,5$$

$$N_1 = N_3 = \frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + 2 \sin^3 \alpha} P$$

$$N_2 = \frac{P}{1 + 2 \sin^3 \alpha}$$

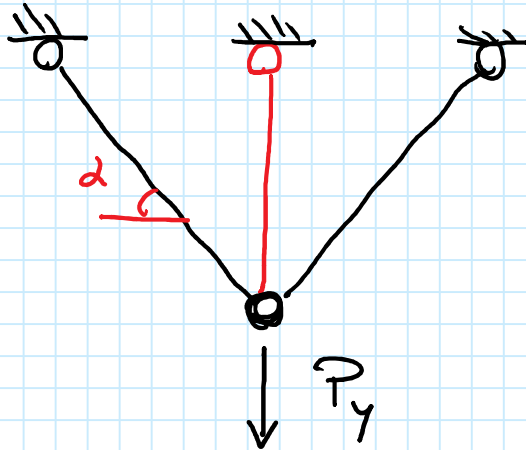
$$N_2 = N_y = \frac{P_y}{1 + 2 \sin^3 \alpha} \Rightarrow P_y = (1 + 2 \sin^3 \alpha) N_y$$

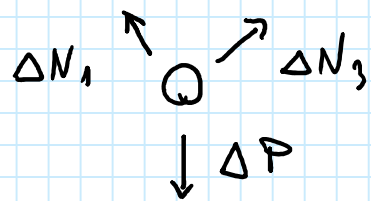
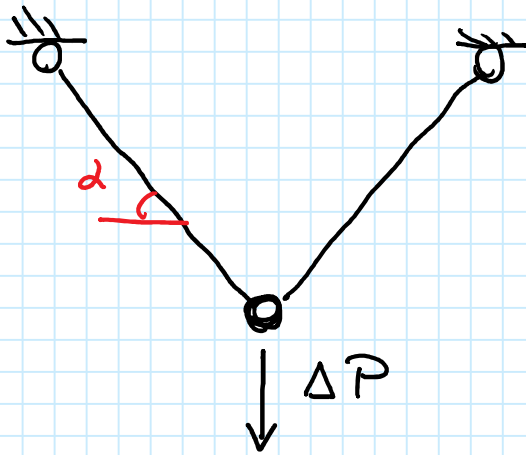


$$\sigma = \frac{N}{A} \Rightarrow f_y = \frac{N_y}{A} \Rightarrow N_y = A f_y$$

$$P_y = (1 + 2 \sin^3 \alpha) N_y \Rightarrow N_2 = N_y$$

$$N_1 = \frac{\sin^2 \alpha}{1 + 2 \sin^3 \alpha} P_y = \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cancel{2 \sin^3 \alpha}} (\cancel{1 + 2 \sin^3 \alpha}) N_y = \sin^2 \alpha N_y$$





$$-\cancel{\Delta N_1 \cos \alpha} + \cancel{\Delta N_3 \cos \alpha} = 0 \quad \Delta N_1 = \Delta N_3$$

$$-\Delta P + \Delta N_1 \sin \alpha + \Delta N_3 \sin \alpha = 0$$

$$-\Delta P + 2 \Delta N_1 \sin \alpha = 0 \Rightarrow \Delta N_1 = \frac{\Delta P}{2 \sin \alpha}$$

$$N_y = \sin^2 \alpha N_y + \frac{\Delta P}{2 \sin \alpha} \Rightarrow N_y = \sin^2 \alpha N_y + \frac{\Delta P \mu}{2 \sin \alpha}$$

$$N_y = \sin^2 \alpha N_y + \frac{\Delta P_u}{2 \sin \alpha}$$

$$2 \sin \alpha N_y = 2 \sin^3 \alpha N_y + \Delta P_u$$

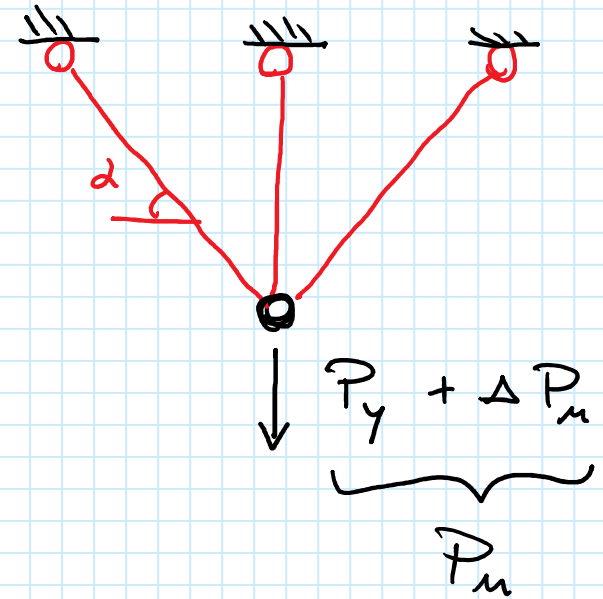
$$\Delta P_u = 2 \sin \alpha N_y - 2 \sin^3 \alpha N_y$$

$$\Delta P_u = 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) N_y$$

$$P_u = P_y + \Delta P_u = (1 + 2 \sin^2 \alpha) N_y + 2 \sin \alpha N_y - 2 \sin^3 \alpha N_y$$

$$= N_y + \cancel{2 \sin^3 \alpha N_y} + 2 \sin \alpha N_y - \cancel{2 \sin^3 \alpha N_y}$$

$$= (1 + 2 \sin \alpha) N_y$$



$$P_u = (1 + 2 \sin^2) N_y = \left(1 + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) 275 = 663,9 \text{ KN}$$

$$N_y = A f_y = 10 \times 275 \times \frac{10^2}{10^3} = 275 \text{ KN}$$

$$\gamma_F P = 1,5 \times 350 = 525 \text{ KN} < P_u : 663,9 \text{ KN}$$

SI 

Metodo deterministico

Metodo delle tensioni ammissibili

Metodo del calcolo a rottura

uso variabili deterministiche

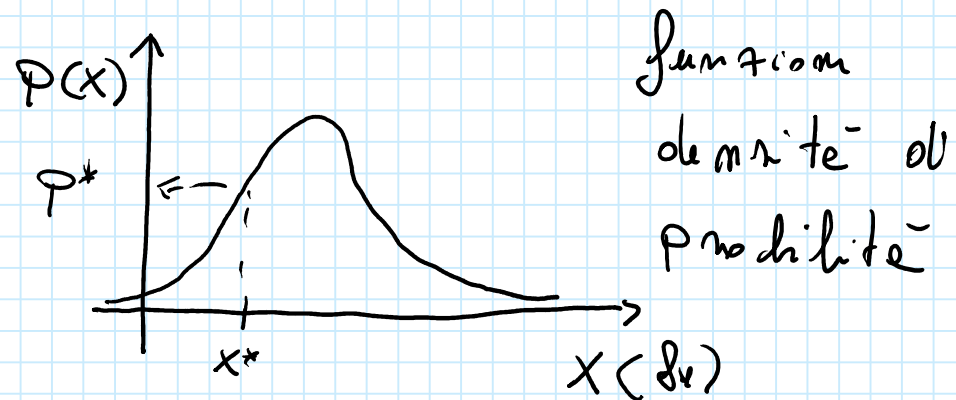
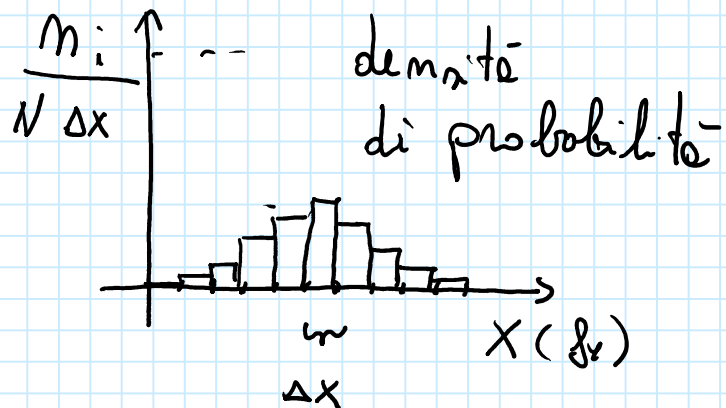
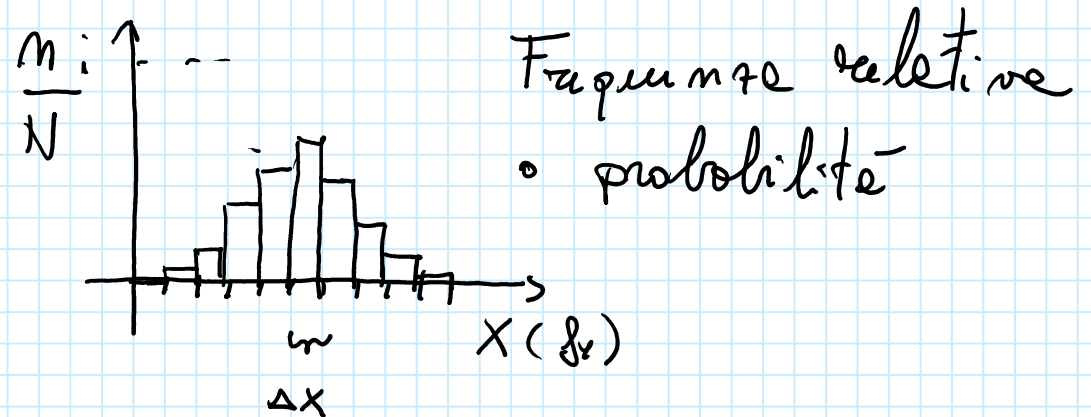
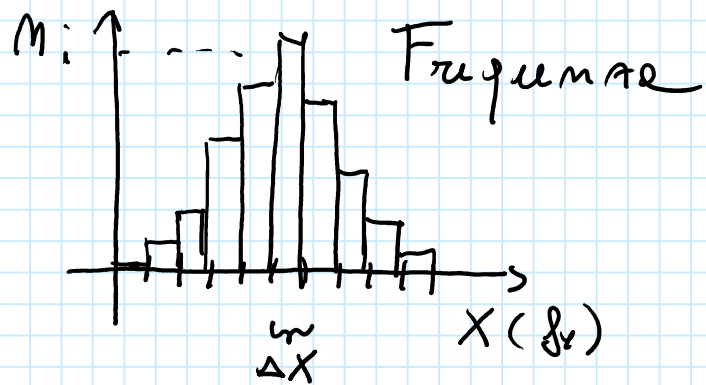
Purtroppo molti grandezze finché non possono essere ben approssimate mediante variabili deterministiche.

Sono le variabili aleatorie

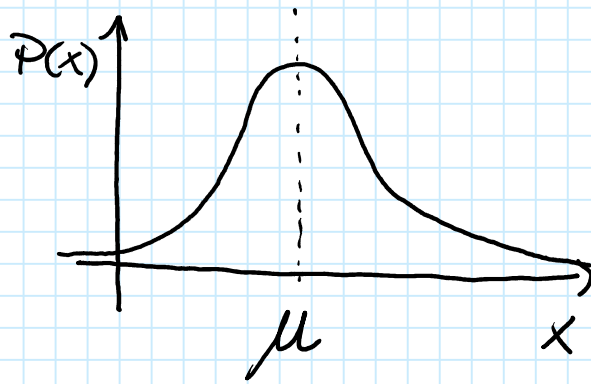
Variebi aleatorie

X e o variabil aleatorie

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$



Distribuzione gaussiana o normale



La densità di probabilità
è massima per $x = \mu$

$$P(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2}$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

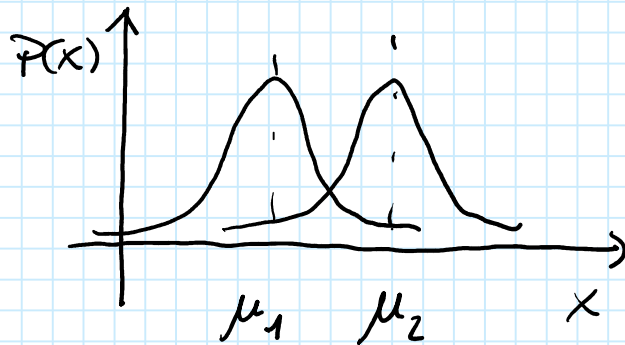
valore medio

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N - 1}}$$

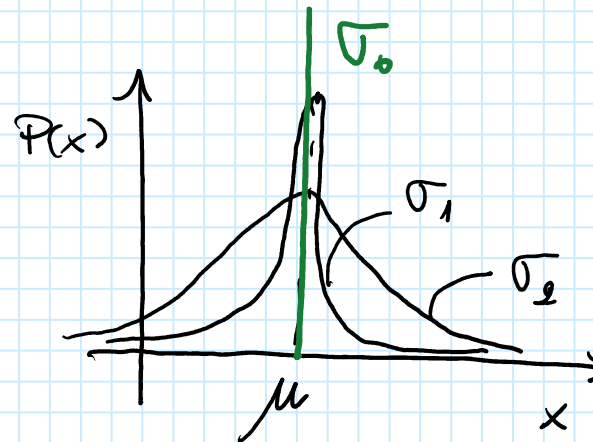
deviazione
standard

Bastano due parametri per definire una distribuzione gaussiana: μ e σ

Dipendente da μ
 $\mu_1 < \mu_2$

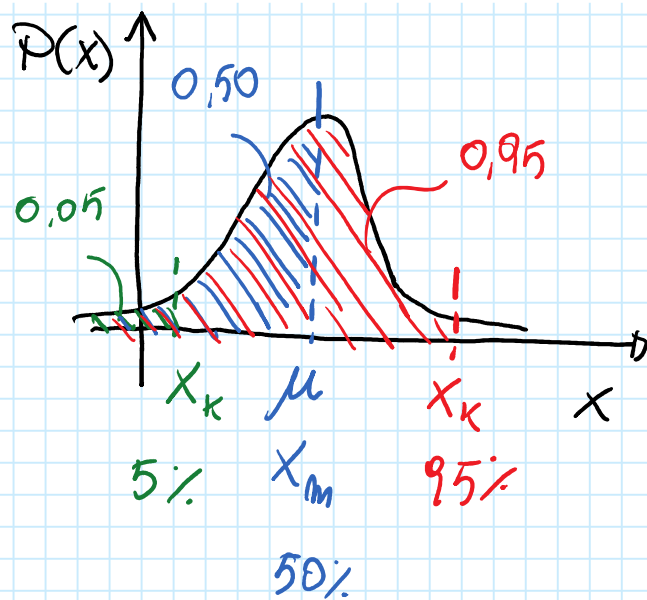


Dipendente da σ



$$\sigma_0 = 0$$

$$\sigma_0 < \sigma_1 < \sigma_2$$



$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x) dx = 1$$

$x_{k(5\%)}$

Valore caratteristico
o frattile del 5%

NTC 18
Resistenza

μ

Valore medio
frattile del 50%

$x_{k(95\%)}$

Valore caratteristico
o frattile del 95%

Carico

k coefficiente che dipende
dal frettili considerato

$$X_k = \mu + k\sigma$$

$$X_k = \mu + 1.635\sigma$$

frettili $> 50\%$

frettili del 95%

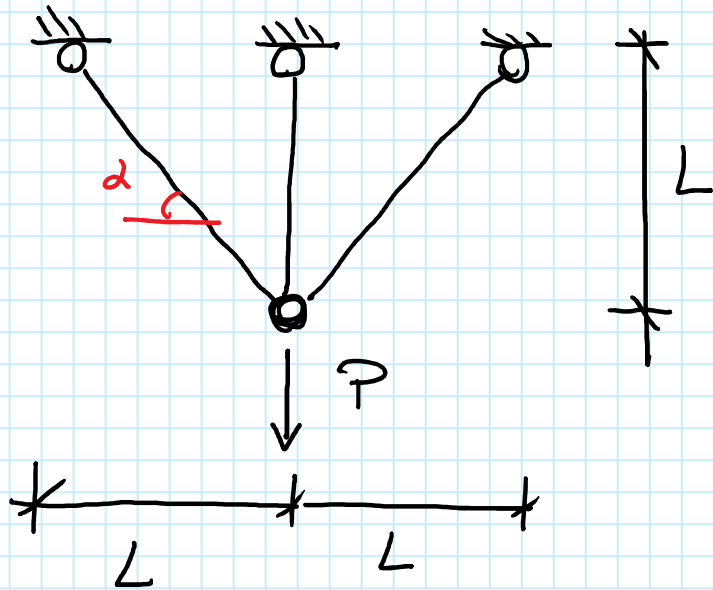
$$X_k = \mu - k\sigma$$

$$X_k = \mu - 1.635\sigma$$

frettili $< 50\%$

frettili 5%

Verificare probabilistica



$$P_k = 350 \text{ kN}$$

frettile 95%

$$\sigma_p = 0,3 P_m$$

$$P_m = 234,3 \text{ kN}$$

S 275

$$f_{yk} = 275 \text{ MPa}$$

frettile 5%

$$\sigma_{sy} = 0,08 f_{ym}$$

$$f_{ym} = 316,4 \text{ MPa}$$



$$A = 3,065 \text{ cm}^2$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$P_k = P_m + 1,635 \sigma_P = (1 + 1,635 \times 0,3) P_m = 1,4905 P_m$$

$$P_m = \frac{P_k}{1,4905} = \frac{350}{1,4905} = 234,8 \text{ kN}$$

$$f_{ek} = f_{em} - 1,635 \sigma_f = (1 - 1,635 \times 0,08) f_{em} = 0,8692 f_{em}$$

$$f_{em} = \frac{f_k}{0,8692} = 316,4 \text{ MPa}$$

Verifiche probabilistiche delle strutture

1. Genero $f_{y1} \rightarrow P_{u1} = (1 + 2 \sin \alpha) A f_{y1}$

2. Genero P_1

3. Confronto carico agente (P_1) e carico di collasso (P_{u1})

$$P_1 < P_{u1} \quad \text{OK!} \quad \times$$

$$P_1 > P_{u1} \quad \text{Collasso}$$

4. Eseguo il procedimento tante volte per calcolare la probabilità di collasso.

	A	B	C	D	E
1	Simulazione collasso col metodo Montecarlo				
2					
3	Simulazione n.	fy (Mpa)	Pu (kN)	P (kN)	Verifica
486	483	328.5	243.1	387.7	COLLASSO
487	484	305.7	226.2	162.1	OK
488	485	334.5	247.6	239.6	OK
489	486	347.8	257.4	272.4	COLLASSO
490	487	316.5	234.2	169.8	OK
491	488	371.8	275.2	222.2	OK
492	489	335.7	248.5	324.2	COLLASSO
493	490	302.0	223.5	198.0	OK
494	491	327.3	242.2	300.8	COLLASSO
495	492	338.1	250.2	233.5	OK
496	493	309.3	228.9	221.7	OK
497	494	333.3	246.7	316.5	COLLASSO
498	495	292.4	216.4	212.1	OK
499	496	306.9	227.1	240.9	COLLASSO
500	497	338.1	250.2	248.5	OK
501	498	311.7	230.6	332.9	COLLASSO
502	499	281.6	208.4	192.4	OK
503	500	316.5	234.2	206.1	OK
504				Collassi	232
505				Perc. Coll.	46.4%

la probabilità
di collasso è
troppo alta.

la struttura deve
essere progettata
più massiccia.

Inverso le formule di verifica per ottenere una formula di progetto.

Verifica

$$P \leq P_u$$

$$P \leq (1 + 2\mu m_2) N_y = (1 + 2\mu m_2) A f_y$$

Progetto

$$P \leq (1 + 2\mu m_2) A f_y \Rightarrow A \geq \frac{P}{(1 + 2\mu m_2) f_y}$$

Progetto delle travi

1. Assumo i fattori di riferimento di resistenza e carichi

Esempio - uso il valore medio (fattore del 50%) sia per resistenza che per carico.

$$f_{ym} = 316,4 \text{ MPa}$$

$$P_m = 234,08$$

2. Calcolo l'area necessaria delle sezioni uguagliando il carico agente (frettile presunto) al carico ultimo (dipende dal frettile presunto di f_t)

$$P_m = P_u(f_m)$$

$$P_m = 234,08 \text{ KN}$$

$$P_u(f_t) = (1 + 2 \sin \alpha) N_y = (1 + 2 \sin \alpha) A f_{tm} = \left(1 + 2 \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times 316,4 \text{ A}$$

= 763,9 A quindi ricavato A

$$A = \frac{P_m}{763,9} = \frac{234,08}{763,9} \times \frac{10^3}{10^2} = 3,06 \text{ cm}^2$$

1° tentativo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Progetto											
2												
3	Carico:						Acciaio: S275					
4												
5	P _m =	234.3 kN					f _{ym} =	316.7 MPa				
6	S =	70.3 kN	30% di F _m				S =	25.3 MPa	8% di f _{ym}			
7	P _k (95%)=	350.0 kN					f _{yk} (5%) =	275.0 MPa				
8												
9	Carico di progetto:						Resistenza di progetto:					
10	Frattile =	50.00%					Frattile =	50.00%				
11	P =	234.3 kN					f _y =	316.7 MPa				
12												
13												
14							Area sezione:					
	A =	306.5 mm ²					=	3.065 cm ²				

È il caso già trattato.

Le probabilità di collasso ottenute sono eccessive (> 46.4%).

2° tentativo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	Progetto											
2												
3	Carico:						Acciaio: S275					
4												
5	P _m =	234.3 kN					f _{ym} =	316.7 MPa				
6	S =	70.3 kN		30% di F _m			S =	25.3 MPa		8% di f _{ym}		
7	P _k (95%)=	350.0 kN					f _{yk} (5%) =	275.0 MPa				
8												
9	Carico di progetto:						Resistenza di progetto:					
10	Frattile =	95.00%					Frattile =	5.00%				
11	P =	350.0 kN					f _y =	275.0 MPa				
12												
13							Area sezione:					
14							A =	527.2 mm ²		=	5.272 cm ²	

Simulazione collasso col metodo Montecarlo

Simulazione n.	f_y (Mpa)	P_u (kN)	P (kN)	Verifica
483	328.5	418.1	387.7	OK
484	305.7	389.0	162.1	OK
485	334.5	425.8	239.6	OK
486	347.8	442.6	272.4	OK
487	316.5	402.8	169.8	OK
488	371.8	473.3	222.2	OK
489	335.7	427.3	324.2	OK
490	302.0	384.4	198.0	OK
491	327.3	416.6	300.8	OK
492	338.1	430.4	233.5	OK
493	309.3	393.6	221.7	OK
494	333.3	424.2	316.5	OK
495	292.4	372.2	212.1	OK
496	306.9	390.5	240.9	OK
497	338.1	430.4	248.5	OK
498	311.7	396.7	332.9	OK
499	281.6	358.4	192.4	OK
500	316.5	402.8	206.1	OK
Collassi				3
Perc. Coll.				0.6%

Calcolo le probabilità
di collasso →

3° tentativo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K		
1	Progetto												
2													
3	Carico:						Acciaio: S275						
4													
5	P _m =		234.3 kN			f _{ym} =		316.7 MPa					
6	S =		70.3 kN			30% di F _m		S =		25.3 MPa		8% di f _{ym}	
7	P _k (95%)=		350.0 kN			f _{yk} (5%) =		275.0 MPa					
8													
9	Carico di progetto:						Resistenza di progetto:						
10	Frattile =		99.00%			Frattile =		1.00%					
11	P =		397.9 kN			f _y =		257.7 MPa					
12													
13							Area sezione:						
14	A =		639.5 mm ²			=		6.395 cm ²					

Area sezione:

$$A = 639.5 \text{ mm}^2 = 6.395 \text{ cm}^2$$

Simulazione collasso col metodo Montecarlo

Simulazione n.	f_y (Mpa)	P_u (kN)	P (kN)	Verifica
483	328.5	507.2	387.7	OK
484	305.7	471.9	162.1	OK
485	334.5	516.5	239.6	OK
486	347.8	536.9	272.4	OK
487	316.5	488.6	169.8	OK
488	371.8	574.1	222.2	OK
489	335.7	518.3	324.2	OK
490	302.0	466.3	198.0	OK
491	327.3	505.3	300.8	OK
492	338.1	522.1	233.5	OK
493	309.3	477.5	221.7	OK
494	333.3	514.6	316.5	OK
495	292.4	451.5	212.1	OK
496	306.9	473.8	240.9	OK
497	338.1	522.1	248.5	OK
498	311.7	481.2	332.9	OK
499	281.6	434.7	192.4	OK
500	316.5	488.6	206.1	OK
			Collassi	1
			Perc. Coll.	0.2%

Calcolo le probabilità
di collasso →

Adesso va meglio!