

Verifiche a fessurazione

1. Verifiche di deformazione
2. Verifiche di formazione delle fessure
3. Aperture controllate delle fessure

Quale verifica eseguire

Bisogna tener conto di:

Condizioni
ambientali

Condizioni ambientali

Condizioni ambientali	Classe di esposizione
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3 , XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

NTC18, punto 4.1.2.2.4.3

Tipi armature
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{per sensibile alle} \\ \text{corrosioni} \\ \text{molto sensibile} \end{array} \right.$

Comportamento
di carico
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{frequente} \\ \text{quasi permanente} \end{array} \right.$

Verifiche a fessurazione per strutture con armature poco sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	w_k
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

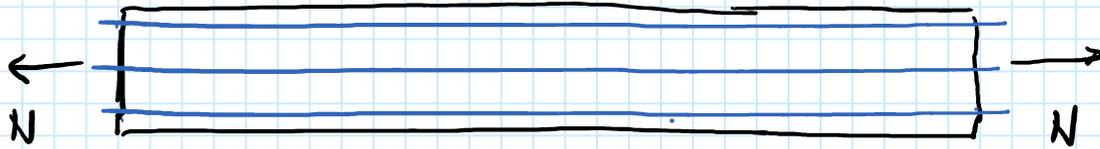
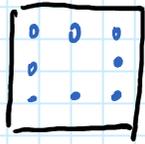
NTC18, punto 4.1.2.2.4.1

Verifiche a fessurazione per strutture con armature sensibili (precompresso)

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	w_k
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.2 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Decomp.	--
Molto Aggr.	Frequente	Form. Fessure	--
	Quasi perm.	Decomp.	--

NTC18, punto 4.1.2.2.4.1

Comportamento del trave in c.e.

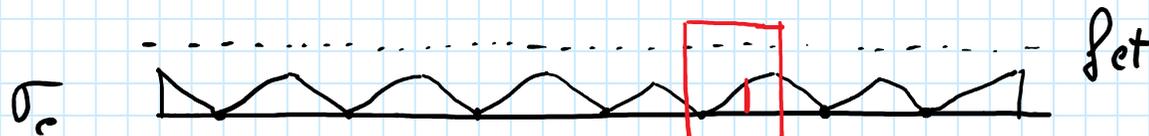
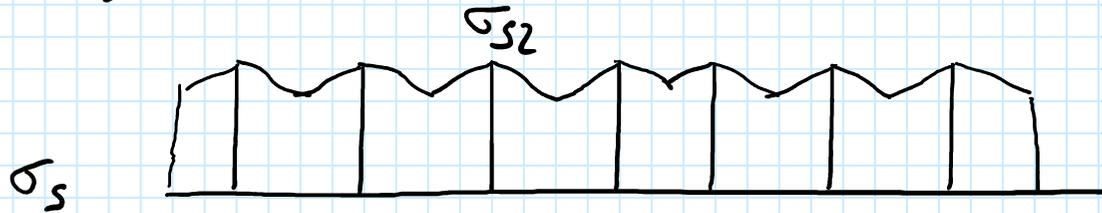
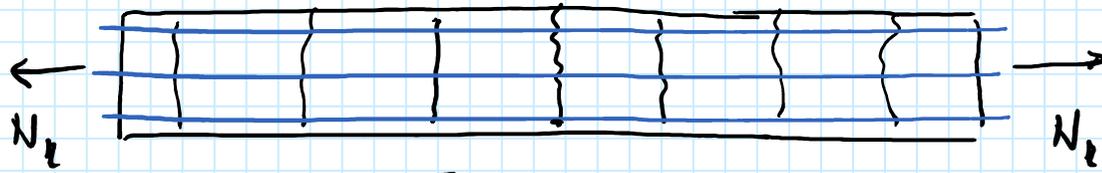


$$\sigma_c = \frac{N}{A_c + nA_s} < f_{ct}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

quando $\sigma_c = f_{ct} = \frac{N_2}{A_c + nA_s}$ si aprono le prime fessure

$$* \xrightarrow{s_2} \quad l_2 < s_2 < 2l_2$$



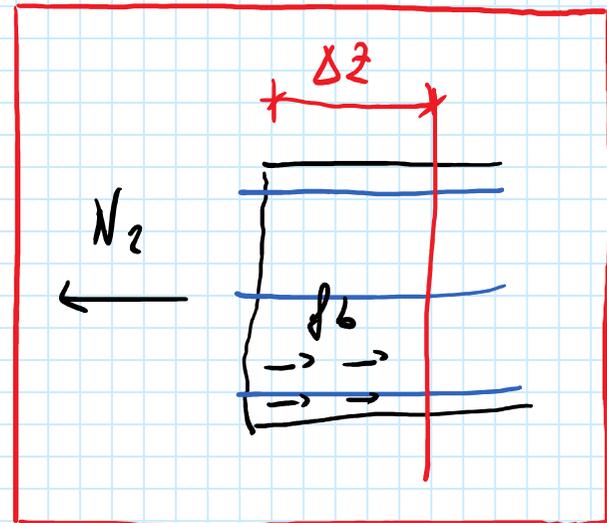
$$\sigma_{s_2} = \frac{N_2}{A_s}$$

$$\sigma_c = 0$$

$$\Delta z$$

$$A_{ct,eff} \sigma_c = m \pi \phi \Delta z f_b$$

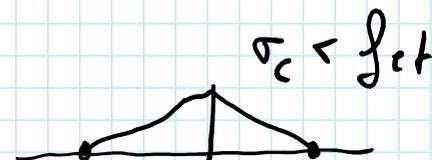
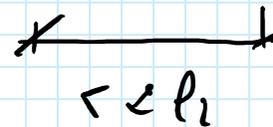
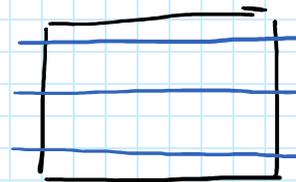
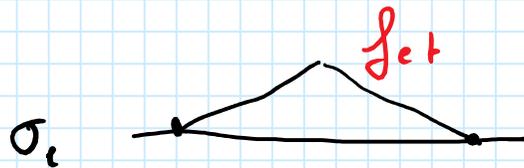
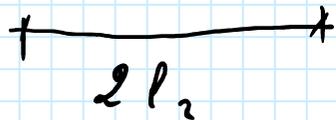
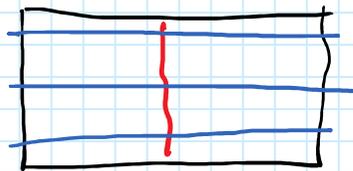
$$\sigma_c = \frac{4}{4} m \pi \phi^2 \Delta z f_b = \frac{4 P_{uss}}{\phi} f_b \Delta z$$



$$P_{uss} = \frac{A_s}{A_{ct,eff}}$$

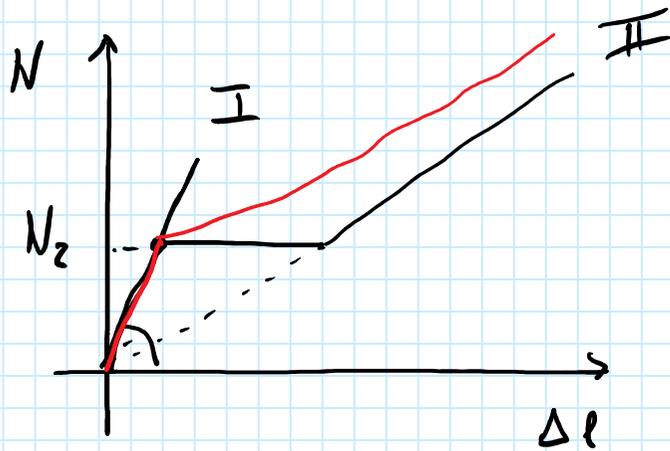
$$\sigma_c = f_{ct} : \frac{4 P_{eff}}{\phi} f_L l_2 \Rightarrow$$

$$l_2 = \frac{1}{4} \frac{f_{ct} \phi}{P_{eff}}$$

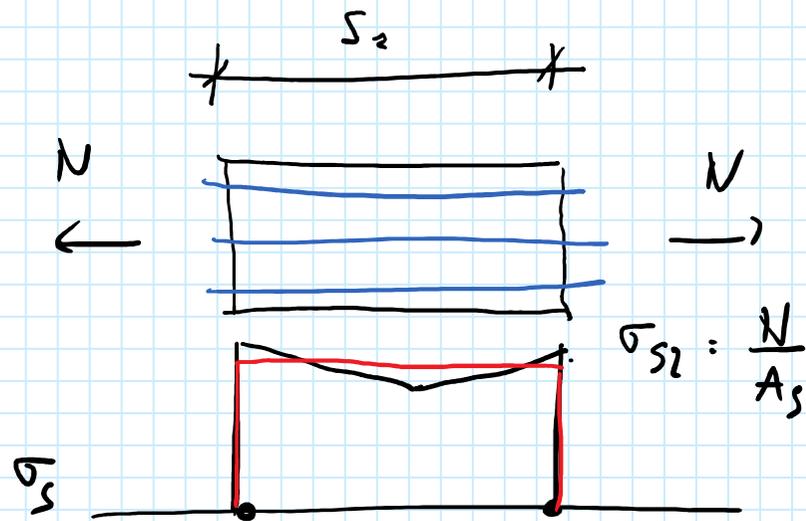


Nom si apra
la fissura

Tensione di snervamento

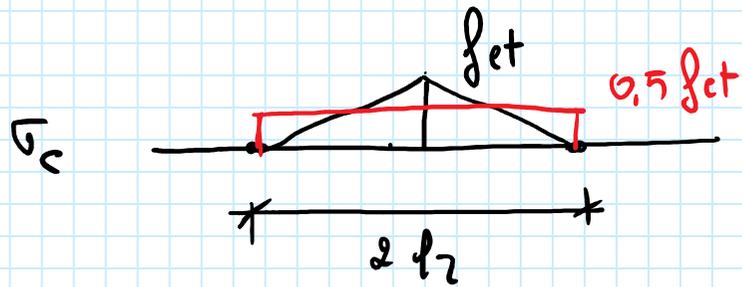


Il passaggio dal I al II stadio
è graduale



$$\sigma_s = \frac{N - 0,5 f_{ct} A_{ct,eff}}{A_s} = \frac{N}{A_s} - 0,5 f_{ct} \frac{A_{ct,eff}}{A_s}$$

$$= \sigma_{s2} - 0,5 \frac{f_{ct}}{\rho_{eff}}$$



$$\epsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} \Rightarrow \epsilon_c = \frac{0,5 f_{ct}}{E_c}$$

$$\epsilon_c S_2 = \Delta l_c$$

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,5 \frac{f_{ct}}{E_s \rho_{eff}}$$

$$\epsilon_s S_2 = \Delta l_s$$

$$w = \Delta l_s - \Delta l_c = (\epsilon_s - \epsilon_c) S_2$$

$$\left| \begin{array}{c} \left[\frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{0,5 f_{et}}{E_s \rho_{th}} - \frac{0,5 f_{et}}{E_c} \right] \sigma_s = \left[\frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{0,5 f_{et}}{E_s \rho_{th}} \left(1 + \rho_{th} \frac{E_s}{E_c} \right) \right] S_2 \end{array} \right.$$

$$= \left[\frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{0,5 f_{et}}{E_s \rho_{th}} \left(1 + \rho_{th} \frac{E_s}{E_c} \right) \right] S_2$$

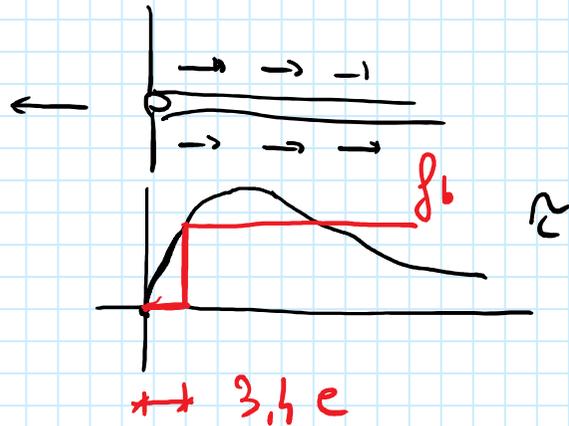
Verifica dell'ampiezza delle fessure con il metodo diretto

$$W_k = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) S_{r,max}$$

$$S_{r,max} = k_3 e + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{f_{eff}}$$

$$k_3 = 3,4$$

e : ricoprimento



$$l_2 = \frac{1}{4} \frac{f_{ct}}{f_b} \frac{\phi}{f_{eff}}$$

$$2l_2 = 2 \frac{1}{4} \frac{f_{ct}}{f_b} \frac{\phi}{f_{eff}}$$

Distanza massima tra
le fessure

Verifica dell'ampiezza delle fessure con il metodo diretto

$$K_1 \left(\frac{f_{et}}{f_b} \right)$$

$$K_1 \begin{cases} 0,8 & \text{barra ad asse e} \\ & \text{migiorata} \\ 1,6 & \text{barra liscia} \end{cases}$$

$$K_2 = \begin{cases} 1 & \text{trazione} \\ 0,5 & \text{flessione} \end{cases}$$

$$K_3 = 0,425$$

Verifica dell'ampiezza delle fessure
con il metodo diretto

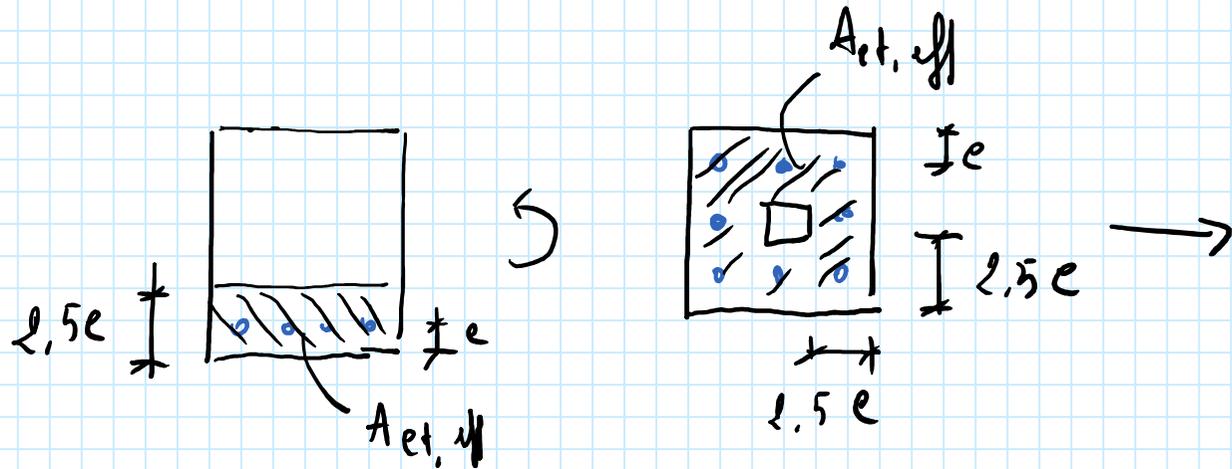
$$\left[\frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{0,5 f_{ct}}{E_s \rho_{eff}} \left(1 + \rho_{eff} \frac{E_s}{E_c} \right) \right]$$

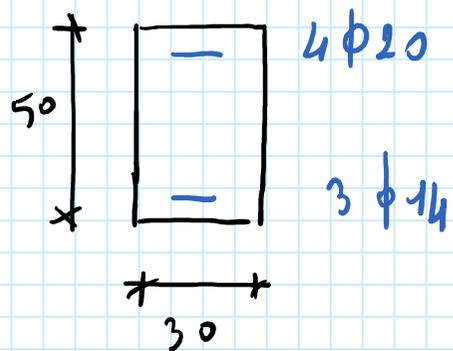
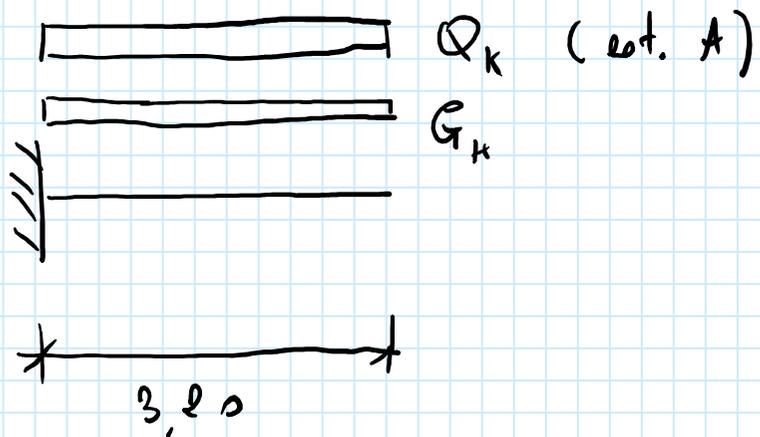
↑
 $\varepsilon_s - \varepsilon_c$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) : \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{k_t f_{ctm}}{E_s \rho_{eff}} \left(1 + \rho_{eff} \frac{E_s}{E_{cm}} \right) \geq 0,6 \frac{\sigma_{s2}}{E_s}$$

$$k_t = 0,4 \quad \text{or} \quad 0,6$$

$$\rho_{eff} : \frac{A_s}{A_{ct,eff}}$$





$$G_k = 20 \text{ kN/m} \quad C30/37$$

$$Q_k = 8 \text{ kN/m} \quad B450C$$

$$30 \times 50 \quad c = 4 \text{ cm}$$

$$z = 2,5 \text{ cm}$$

Ambiente aggressivo

Verifiche a fessurazione per strutture con armature poco sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	w_k
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

NTC18, punto 4.1.2.2.4.1

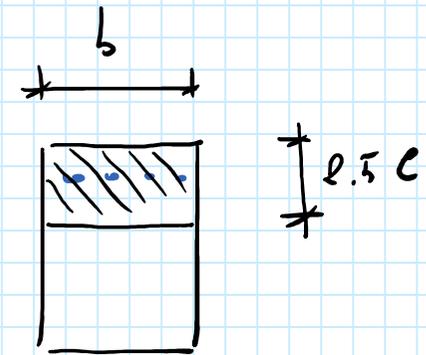
$$G_k + \psi_2 Q_k = 20 + 0,3 \times 8 = 22,4 \text{ kNm}$$

$$M = (G_k + \psi_2 Q_k) \frac{l^2}{2} = 22,4 \times \frac{3,2^2}{2} = 114,7 \text{ kNm}$$

$$s_{r, \max} = k_3 z + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}} = 3,4 \times 25 + 0,8 \times 0,5 \times 0,425 \times \frac{20}{0,0418} = 166,3 \text{ mm}$$

$$k_3 = 3,4 \quad k_1 = 0,8 \quad k_2 = 0,5 \quad k_4 = 0,425$$

$$\phi_{eq} = \frac{m_1 \phi_1^2 + m_2 \phi_2^2}{m_1 \phi_1 + m_2 \phi_2} = \phi = 20 \text{ mm}$$



$$A_s = 4 \times 3,14 = 12,56 \text{ cm}^2 \quad A_{et, eff} = 30 \times 2,5 \times 4 = 300 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{et, eff}} = \frac{12,56}{300} = 0,0418$$

$$(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) : \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{K_t \int \sigma_{cm}}{E_s \rho_{eff}} \left(1 + \rho_{eff} \frac{E_s}{E_{cm}} \right) \geq 0,6 \frac{\sigma_{s2}}{E_s}$$

$$= \frac{220,6}{200000} - \frac{0,4 \times 2,89}{200000 \times 0,0418} \left(1 + 0,0418 \times \frac{200000}{32837} \right) = \underline{\underline{9,3 \times 10^{-4}}}$$

$$> 0,6 \times \frac{220,6}{200000} = 6,6 \times 10^{-4}$$

$$\sigma_{s2} = \frac{M}{0,9 d A_s} = \frac{111,7 \times 10}{0,9 \times 0,46 \times 12,56} = 220,6 \text{ MPa}$$

$$C30/37 \quad \int \sigma_{cm} = 2,89 \text{ MPa}$$

$$E_{cm} = 32837$$

$$W_k = (\xi_{sm} - \xi_{em}) S_{1, max} = 9,3 \times 10^{-4} \times 166,4 = 0,15 \text{ mm}$$

$$W_k = 0,15 \text{ mm} \times 0,2 \text{ mm} \quad \text{da cond. quasi permanente}$$

OK!

È possibile fare la verifica senza fare il calcolo diretto dell'ampiezza delle fessure?

Le prime fessure si formano quando

$$N = N_s = A_{et} f_{et} \quad (\text{caso del tirante})$$

la tensione nelle sezioni fessurate vale

$$\sigma_s = \frac{N_s}{A_s} = \frac{A_{et} f_{et}}{A_s}$$

se $\sigma_s > f_y$ l'armatura si snervisce; si apre una sola fessura

se $\sigma_s < f_y$ si apriranno altre fessure; le fessure saranno piccole

Ricordiamo che l'empirica della fessura è proporzionale
alle distanze tra le fessure che è proporzionale al
diametro

$$d_2 = \frac{1}{4} \frac{f_{ct}}{f_b} \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$

È possibile assumere soddisfatte le verifiche se l'elemento
è fatto "bene", ovvero se sono soddisfatte determinate
condizioni

4. L'armatura deve essere sufficientemente grande da evitare la flessione prima quando si apre la prima fessura

$$A_s \geq \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} A_{ct} \quad (\text{tiro a vista})$$

$$A_s \geq k_e \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} A_{ct}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Ece \\ k_e = 1 \quad \text{tiro a vista} \\ k_e = 0,4 \quad \text{flessione} \end{array} \right.$$

$$A_s \geq 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b d$$

NTe 18, treni

Verifica dell'ampiezza delle fessure
con il metodo indiretto

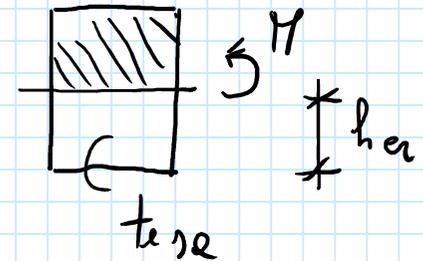
2. Il diametro delle armature non è troppo grande

$$\phi_{max} \leq \phi_{lim}$$

$$\phi_{lim} = \phi_{lim}^* \frac{f_{ctm}}{2,9} \frac{k_c h_{er}}{2e}$$

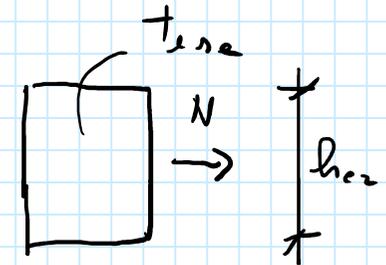
$$k_c = 0,4$$

Caso delle
flessione



$$\phi_{lim} = \phi_{lim}^* \frac{f_{ctm}}{2,9} \frac{h_r}{8c}$$

Caso delle
trazione



Verifica dell'ampiezza delle fessure
con il metodo indiretto

ϕ_{lim}^* si ricorre da una tabella fornita dalla normativa

σ_s tensione nell'armatura
tesa nel II stadio di
comportamento
(e sezione fessurata)

Diametro massimo delle barre

σ_s	$w_d \leq 0.4$ mm	$w_d \leq 0.3$ mm	$w_d \leq 0.2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

$$\phi_{max} = \phi_{max}^* \frac{f_{ctm}}{2.9} \frac{k_c h_{cr}}{2c} \quad \text{per flessione semplice}$$

EC2, punto 7.3.3

Verifica dell'ampiezza delle fessure
con il metodo indiretto

3. In "alternativa" la distanza tra le barre di armature tese non deve essere eccessiva

$$D_{max} \leq D_{lim}$$

D_{lim} si ricava da
tabelle di normativa

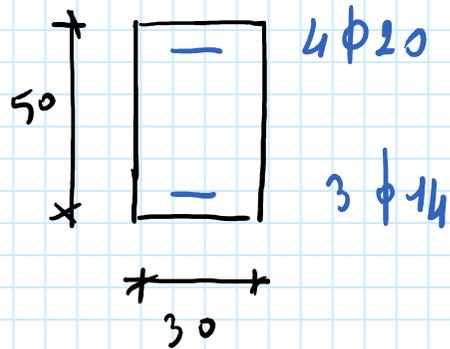
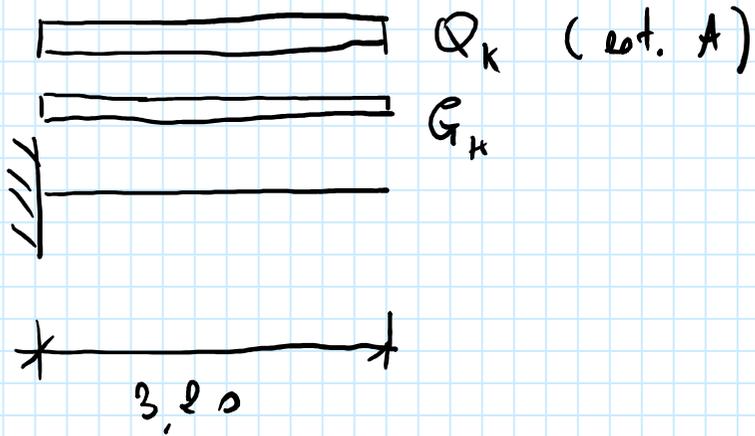
Verifica dell'ampiezza delle
fessure con il metodo indiretto

Distanza massima tra le barre

σ_s	$w_d \leq 0.4$ mm	$w_d \leq 0.3$ mm	$w_d \leq 0.2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	--
360	100	50	--

σ_s tensione nell'acciaio considerando la sezione fessurata per la condizione di carico pertinente

EC2, punto 7.3.3



$$Q_k = 20 \text{ kN/m} \quad C30/37$$

$$Q_k = 8 \text{ kN/m} \quad B450C$$

$$30 \times 50 \quad c = 4 \text{ cm}$$

$$z = 2,5 \text{ cm}$$

Ambiente aggressivo

Verifiche a fessurazione per strutture con armature poco sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	w_k
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

NTC18, punto 4.1.2.2.4.1

1. Controllo d'armature tese

$$A_s \geq 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b d = 0,26 \times \frac{2,89}{450} \times 30 \times 46 = 9,30 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 12,56 \text{ cm}^2 \quad \text{OK!}$$

2. Controllo al diametro ϕ

$$M: (G_k + \psi_2 Q_k) \frac{L^2}{2} = 114,7 \text{ kNm}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{0,9 d A_s} = \frac{114,7 \times 10}{0,9 \times 0,46 \times 12,56} = 220,6 \text{ MPa}$$

Diametro massimo delle barre

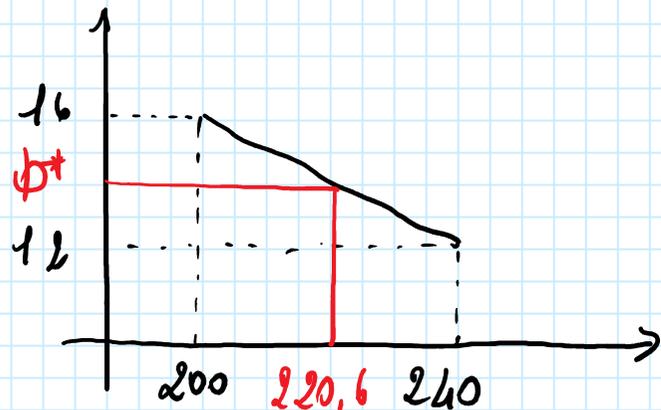
σ_s	$w_d \leq 0,4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0,3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0,2 \text{ mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

$$\phi_{\max} = \phi_{\max}^* \frac{f_{ctm}}{2,9} \frac{k_c h_{cr}}{2c}$$

per flessione semplice

EC2, punto 7.3.3

Determinare ϕ_{lim}^* per interpolazione lineare

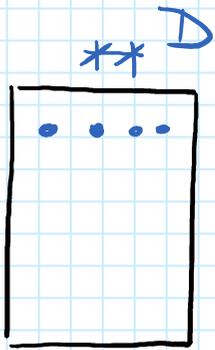


$$\phi_{lim}^* = 16 + \frac{240 - 220,6}{240 - 200} (12 - 16)$$
$$= 14,06 \text{ mm}$$

$$\phi_{lim} = 14,06 \times \frac{2,89}{2,90} \times \frac{0,4 \times \frac{50}{2}}{2 \times 4} = 17,6 \text{ mm}$$

$$\phi_{max} = \phi = 20 \leq \phi_{lim} = 17,6 \text{ mm} \quad \text{NO}$$

3. Controlli D tra le barre



$$D = \frac{30 - 2 \times 4}{3} = 7,4 \text{ cm} = 74 \text{ mm}$$

Determino $D_{lim} = 150 + \frac{240 - 220,6}{240 - 200} (100 - 150) = 125,8 \text{ mm}$

$$\sigma_s = 220,6 \text{ MPa}$$

OK!

$$D = 74 \text{ mm} < D_{lim} = 125,8 \text{ mm}$$

Poiché sono soddisfatte le condizioni 1 e 3, la verifica è soddisfatta

Distanza massima tra le barre

σ_s	$w_d \leq 0.4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.2 \text{ mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	--
360	100	50	--

σ_s tensione nell'acciaio considerando la sezione fessurata per la condizione di carico pertinente

EC2, punto 7.3.3