

# Verifiche a fessurazione

1. Verifiche di deformazioni
2. Verifiche di formazione delle fessure
3. Aperture controllate delle fessure

Quale verifica eseguire

Bisogna tener conto di:

Condizioni  
ambientali

## Condizioni ambientali

Condizioni ambientali	Classe di esposizione
Ordinarie	X0, XC1, XC2, <b>XC3</b> , XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

NTC18, punto 4.1.2.2.4.3

Tipi armature   
 per sensibile alle  
 corrosioni   
 molto sensibile

Combinazione  
 di barre   
 frequente   
 quasi permanente

## Verifiche a fessurazione per strutture con armature poco sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	$w_k$
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

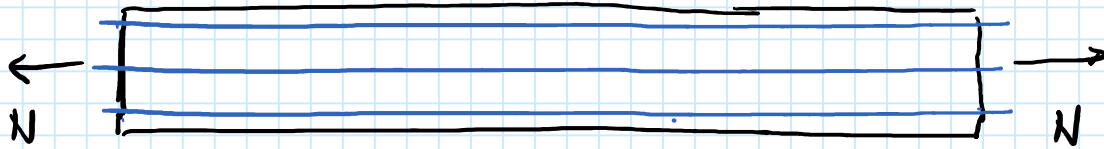
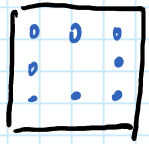
NTC18, punto 4.1.2.2.4.1

## Verifiche a fessurazione per strutture con armature sensibili (precompresso)

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	$w_k$
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.2 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Decomp.	--
Molto Aggr.	Frequente	Form. Fessure	--
	Quasi perm.	Decomp.	--

NTC18, punto 4.1.2.2.4.1

# Comportamento del trave in c.e.

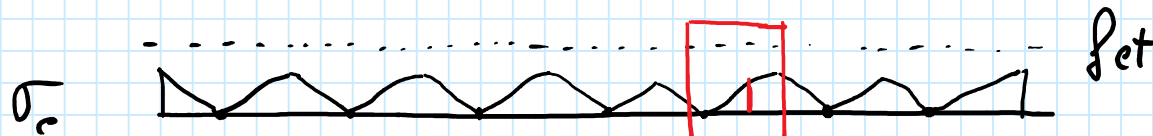
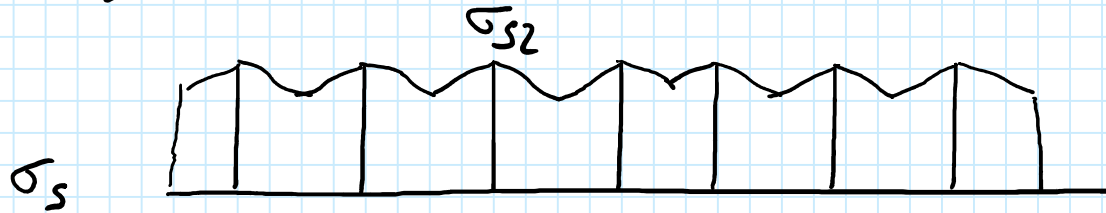
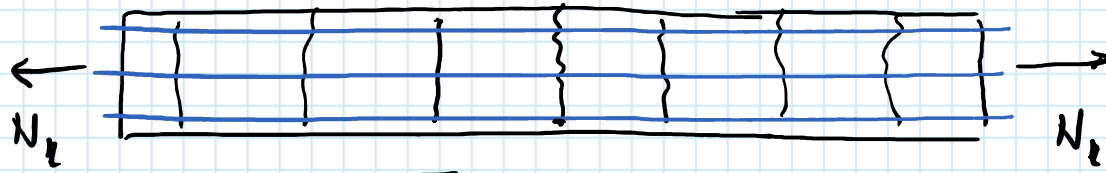


$$\sigma_c = \frac{N}{A_c + nA_s} < f_{ct}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

quando  $\sigma_c = f_{ct} = \frac{N_2}{A_c + nA_s}$  si aprono le prime fessure

$$* \xrightarrow{s_2} \quad l_2 < s_2 < 2l_2$$



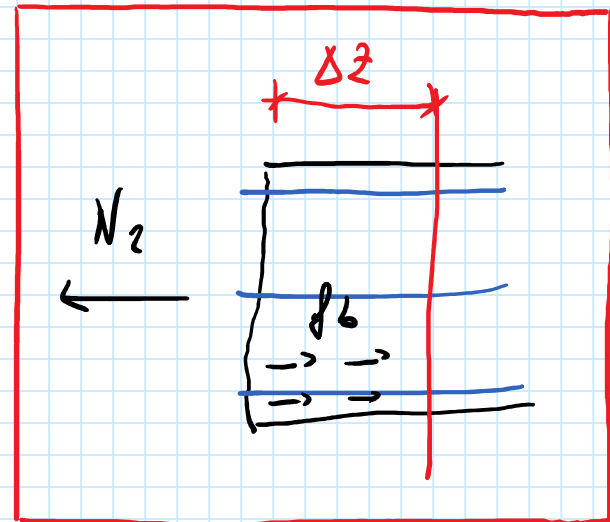
$$\sigma_{s_2} = \frac{N_2}{A_s}$$

$$\sigma_c = 0$$

$$\Delta z$$

$$A_{ct,eff} \sigma_c = m \pi \phi \Delta z f_b$$

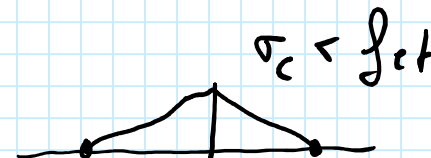
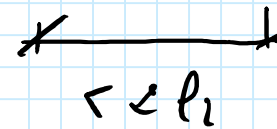
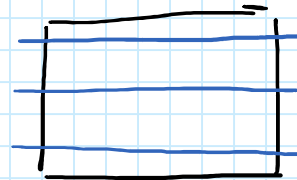
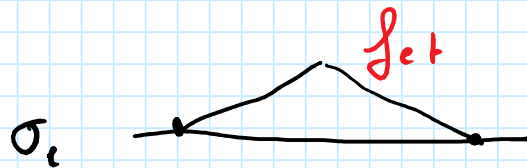
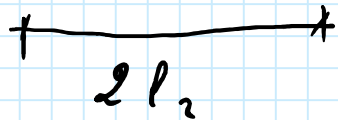
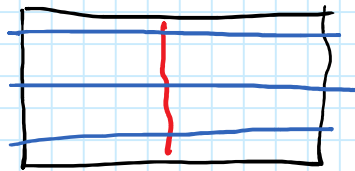
$$\sigma_c = \frac{4}{4} m \pi \phi^2 \Delta z f_b = \frac{4 P_{uss}}{\phi} f_b \Delta z$$



$$P_{uss} = \frac{A_s}{A_{ct,eff}}$$

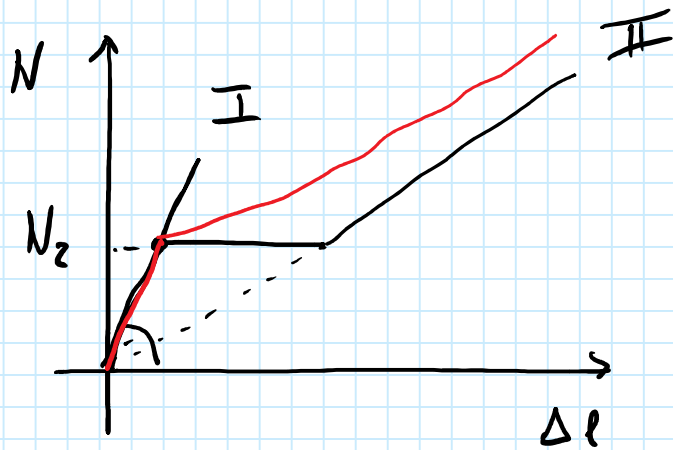
$$\sigma_c = f_{ct} : \frac{4 P_{eff}}{\phi} f_L l_2 \Rightarrow$$

$$l_2 = \frac{1}{4} \frac{f_{ct} \phi}{P_{eff}}$$



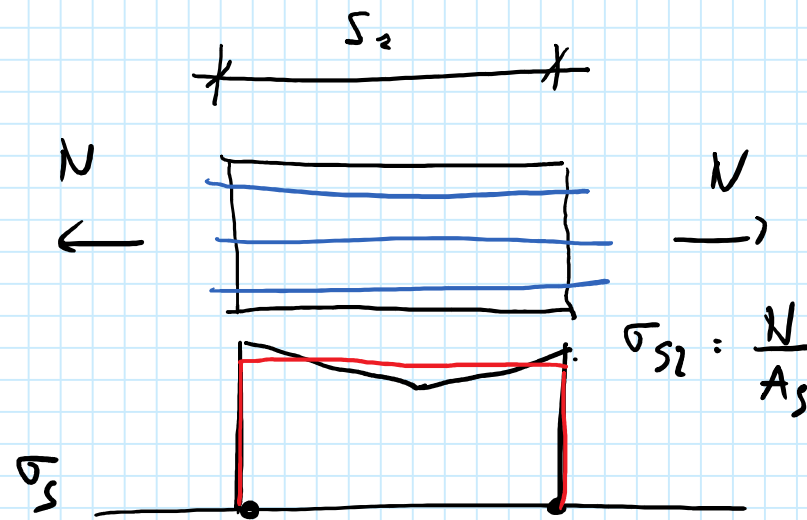
Nom si apra  
la fissura

# Tensione di snervamento



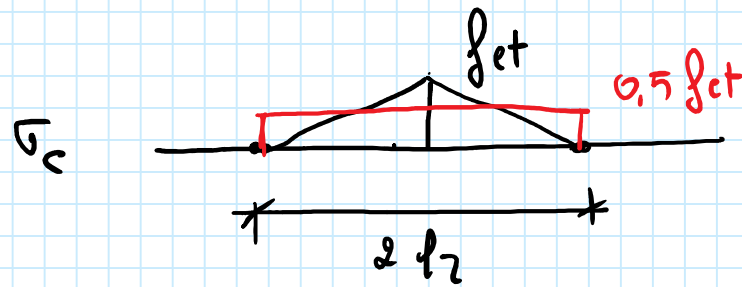
Il passaggio dal I al II stadio  
è graduale





$$\sigma_S = \frac{N - 0,5 f_{et} A_{et,eff}}{A_S} = \frac{N}{A_S} - 0,5 f_{et} \frac{A_{et,eff}}{A_S}$$

$$= \sigma_{S2} - 0,5 \frac{f_{et}}{\rho_{eff}}$$



$$\epsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} \Rightarrow \epsilon_c = \frac{0,5 f_{et}}{E_c}$$

$$\epsilon_c S_2 = \Delta l_c$$

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_{S2}}{E_s} - 0,5 \frac{f_{et}}{E_s \rho_{eff}}$$

$$\epsilon_s S_2 = \Delta l_s$$

$$w = \Delta l_s - \Delta l_c = (\epsilon_s - \epsilon_c) S_2$$

$$\left| \begin{array}{l} \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{0,5 f_{et}}{E_s \rho_{th}} - \frac{0,5 f_{et}}{E_c} \right] S_2 = \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{0,5 f_{et}}{E_s \rho_{th}} \left( 1 + \rho_{th} \frac{E_s}{E_c} \right) \right] S_2 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{0,5 f_{et}}{E_s \rho_{th}} \left( 1 + \rho_{th} \frac{E_s}{E_c} \right) \right] S_2 \end{array} \right.$$

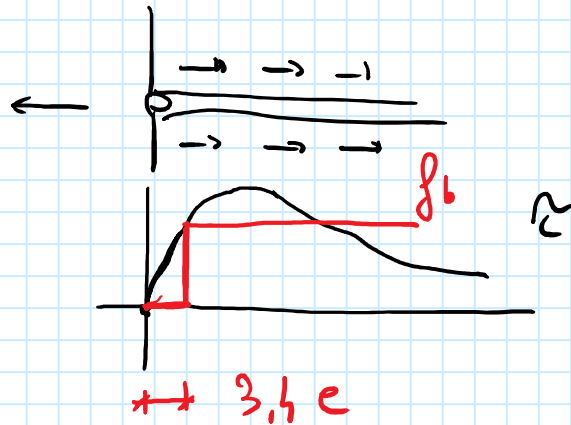
## Verifica dell'ampiezza delle fessure con il metodo diretto

$$W_k = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) S_{r,max}$$

$$S_{r,max} = k_3 e + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{f_{eff}}$$

$$k_3 = 3,4$$

$e$  : ricoprimento



$$l_2 = \frac{1}{4} \frac{f_{ct}}{f_b} \frac{\phi}{f_{eff}}$$

$$2l_2 = 2 \frac{1}{4} \frac{f_{ct}}{f_b} \frac{\phi}{f_{eff}}$$

Distanza massima tra le fessure

## Verifica dell'ampiezza delle fessure con il metodo diretto

$$K_1 \left( \frac{f_{et}}{f_b} \right)$$

$$K_1 \begin{cases} 0,8 & \text{barra ad asola e} \\ & \text{migliore} \\ 1,6 & \text{barra liscia} \end{cases}$$

$$K_2 = \begin{cases} 1 & \text{trazione} \\ 0,5 & \text{flexione} \end{cases}$$

$$K_3 = 0,425$$

Verifica dell'ampiezza delle fessure  
con il metodo diretto

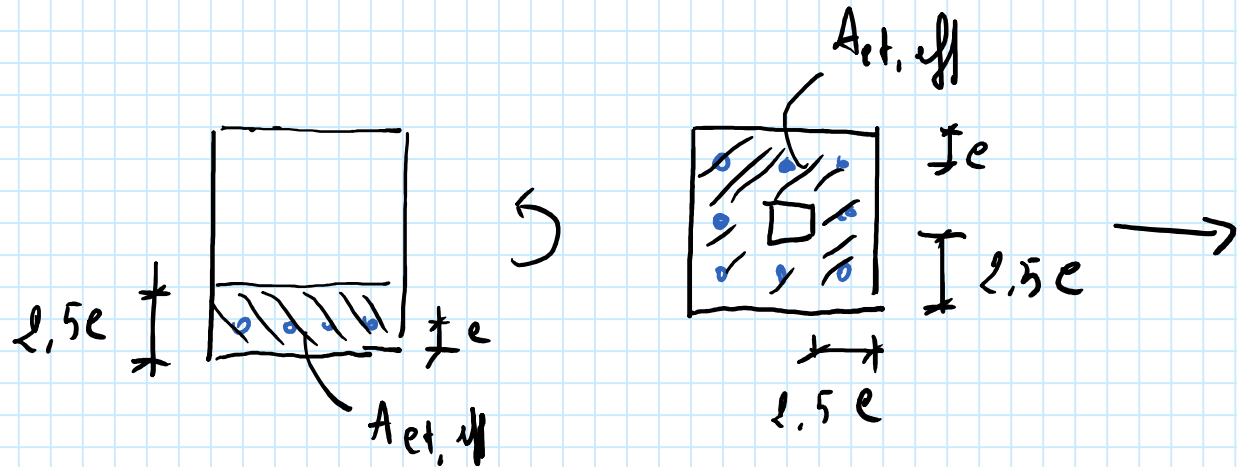
$$\left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{0,5 f_{ct}}{E_s \rho_{eff}} \left( 1 + \rho_{eff} \frac{E_s}{E_c} \right) \right]$$

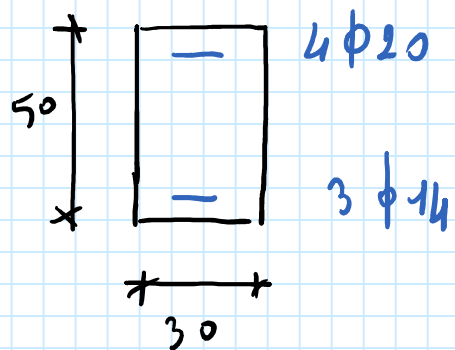
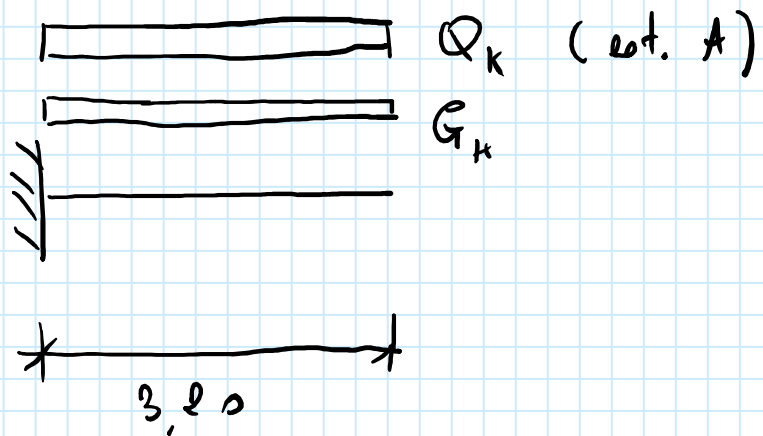
↑  
 $\varepsilon_s - \varepsilon_c$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) : \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{k_t f_{ctm}}{E_s \rho_{eff}} \left( 1 + \rho_{eff} \frac{E_s}{E_{cm}} \right) \geq 0,6 \frac{\sigma_{s2}}{E_s}$$

$$k_t = 0,4 \quad \text{or} \quad 0,6$$

$$\rho_{eff} : \frac{A_s}{A_{ct,eff}}$$





$$G_k = 20 \text{ kN/m} \quad C30/37$$

$$Q_k = 8 \text{ kN/m} \quad B450C$$

$$30 \times 50 \quad c = 4 \text{ cm}$$

$$z = 2,5 \text{ cm}$$

Ambiente aggressivo

### Verifiche a fessurazione per strutture con armature poco sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	$w_k$
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

NTC18, punto 4.1.2.2.4.1

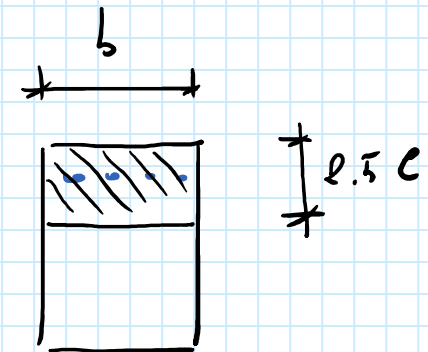
$$G_k + \psi_2 Q_k = 20 + 0,3 \times 8 = 22,4 \text{ kNm}$$

$$M = (G_k + \psi_2 Q_k) \frac{l^2}{2} = 22,4 \times \frac{3,2^2}{2} = 114,7 \text{ kNm}$$

$$s_{r, \max} = k_3 z + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}} = 3,4 \times 25 + 0,8 \times 0,5 \times 0,425 \times \frac{20}{0,0418} = 166,3 \text{ mm}$$

$$k_3 = 3,4 \quad k_1 = 0,8 \quad k_2 = 0,5 \quad k_4 = 0,425$$

$$\phi_{eq} = \frac{m_1 \phi_1^2 + m_2 \phi_2^2}{m_1 \phi_1 + m_2 \phi_2} = \phi = 20 \text{ mm}$$



$$A_s = 4 \times 3,14 = 12,56 \text{ cm}^2 \quad A_{et, eff} = 30 \times 2,5 \times 4 = 300 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{et, eff}} = \frac{12,56}{300} = 0,0418$$

$$(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) : \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{K_t \int \sigma_{cm}}{E_s \rho_{eff}} \left( 1 + \rho_{eff} \frac{E_s}{E_{cm}} \right) \geq 0,6 \frac{\sigma_{s2}}{E_s}$$

$$= \frac{220,6}{200000} - \frac{0,4 \times 2,89}{200000 \times 0,0418} \left( 1 + 0,0418 \times \frac{200000}{32837} \right) = \underline{\underline{9,3 \times 10^{-4}}}$$

$$> 0,6 \times \frac{220,6}{200000} = 6,6 \times 10^{-4}$$

$$\sigma_{s2} = \frac{M}{0,9 d A_s} = \frac{111,7 \times 10}{0,9 \times 0,46 \times 12,56} = 220,6 \text{ MPa}$$

$$C30/37 \quad \int \sigma_{cm} = 2,89 \text{ MPa}$$

$$E_{cm} = 32837$$



$$W_k = (\xi_{sm} - \xi_{em}) S_{1, max} = 9,3 \times 10^{-4} \times 166,4 = 0,15 \text{ mm}$$

$$W_k = 0,15 \text{ mm} \times 0,2 \text{ mm} \quad \text{da cond. quasi permanente}$$

OK!

È possibile fare la verifica senza fare il calcolo diretto dell'ampiezza delle fessure?

Le prime fessure si formano quando

$$N = N_s = A_{et} f_{et} \quad (\text{caso del tirante})$$

la tensione nelle sezioni fessurate vale

$$\sigma_s = \frac{N_s}{A_s} = \frac{A_{et} f_{et}}{A_s}$$

se  $\sigma_s > f_y$  l'armatura si snervisce; si apre una sola fessura

se  $\sigma_s < f_y$  si apriranno altre fessure; le fessure saranno piccole

Ricordiamo che l'empirica della fessura è proporzionale  
alle distanze tra le fessure che è proporzionale al  
diametro

$$d_2 = \frac{1}{4} \frac{f_{ct}}{f_b} \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$

È possibile assumere soddisfatte le verifiche se l'elemento  
è fatto "bene", ovvero se non sono soddisfatte determinate  
condizioni

4. L'armatura deve essere sufficientemente grande da evitare la flessione prima quando si apre la prima fessura

$$A_s \geq \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} A_{ct} \quad (\text{tiro a vista})$$

$$A_s \geq k_e \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} A_{ct}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Ece \\ k_e = 1 \quad \text{tiro a vista} \\ k_e = 0,4 \quad \text{flessione} \end{array} \right.$$

$$A_s \geq 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b d$$

NTe 18, treni

Verifica dell'ampiezza delle fessure  
con il metodo indiretto

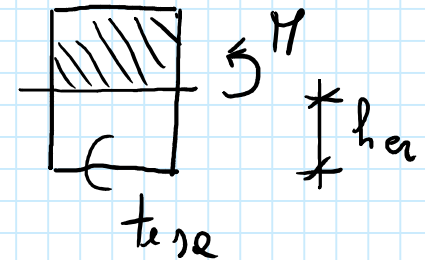
2. Il diametro delle armature non è troppo grande

$$\phi_{max} \leq \phi_{lim}$$

$$\phi_{lim} = \phi_{lim}^* \frac{f_{ctm}}{2,9} \frac{k_c h_{er}}{2e}$$

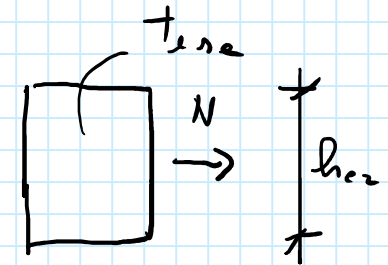
$$k_c = 0,4$$

Caso delle  
flessione



$$\phi_{lim} = \phi_{lim}^* \frac{f_{ctm}}{2,9} \frac{h_r}{8c}$$

Caso delle  
trazione



Verifica dell'ampiezza delle fessure  
con il metodo indiretto

$\phi_{lim}^*$  si ricorre da una tabella fornita dalla normativa

$\sigma_s$  tensione nell'armatura  
tesa nel II stadio di  
comportamento  
(e sezione fessurata)

Diametro massimo delle barre

$\sigma_s$	$w_d \leq 0.4$ mm	$w_d \leq 0.3$ mm	$w_d \leq 0.2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

$$\phi_{max} = \phi_{max}^* \frac{f_{ctm}}{2.9} \frac{k_c h_{cr}}{2c} \quad \text{per flessione semplice}$$

EC2, punto 7.3.3

Verifica dell'ampiezza delle fessure  
con il metodo indiretto

3. In "alternativa" la distanza tra le barre di armature tese non deve essere eccessiva

$$D_{max} \leq D_{lim}$$

$D_{lim}$  si ricava da  
tabelle di normativa

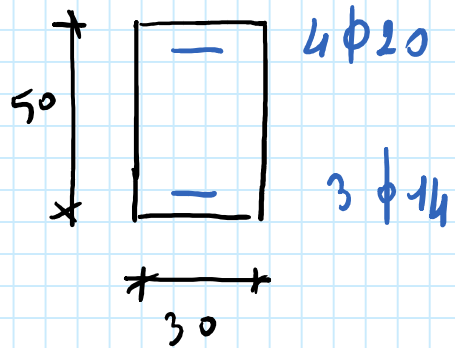
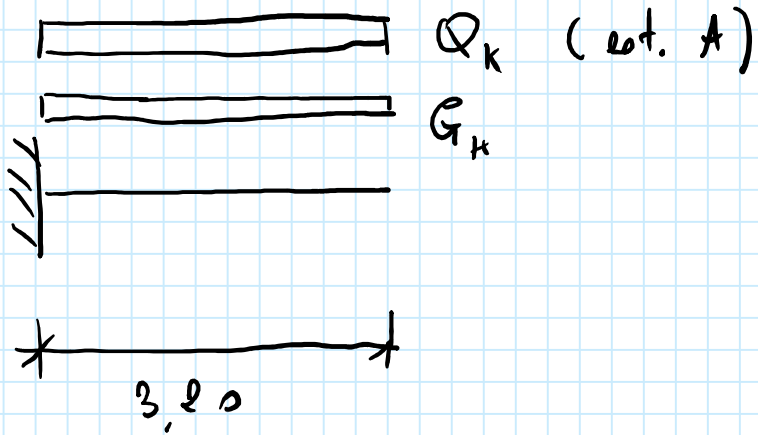
Verifica dell'ampiezza delle  
fessure con il metodo indiretto

Distanza massima tra le barre

$\sigma_s$	$w_d \leq 0.4$ mm	$w_d \leq 0.3$ mm	$w_d \leq 0.2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	--
360	100	50	--

$\sigma_s$  tensione nell'acciaio considerando la sezione fessurata per la condizione di carico pertinente

EC2, punto 7.3.3



$$G_k = 20 \text{ kN/m} \quad C30/37$$

$$Q_k = 8 \text{ kN/m} \quad B450C$$

$$30 \times 50 \quad e = 4 \text{ cm}$$

$$z = 2,5 \text{ cm}$$

Ambiente aggressivo

### Verifiche a fessurazione per strutture con armature poco sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	$w_k$
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

NTC18, punto 4.1.2.2.4.1



# 1. Controllo d'armature tese

$$A_s \geq 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b d = 0,26 \times \frac{2,89}{450} \times 30 \times 46 = 9,30 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 12,56 \text{ cm}^2 \quad \text{OK!}$$

# 2. Controllo al diametro $\phi$

$$M: (G_k + \psi_2 Q_k) \frac{L^2}{2} = 114,7 \text{ kNm}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{0,9 d A_s} = \frac{114,7 \times 10}{0,9 \times 0,46 \times 12,56} = 220,6 \text{ MPa}$$

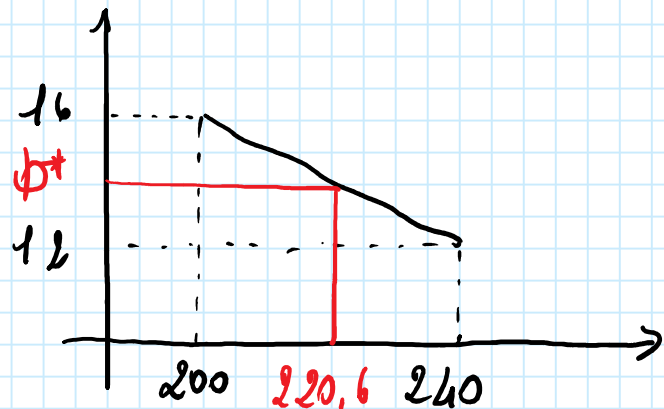
Diametro massimo delle barre

$\sigma_s$	$w_d \leq 0,4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0,3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0,2 \text{ mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

$$\phi_{\max} = \phi_{\max}^* \frac{f_{ctm}}{2,9} \frac{k_c h_{cr}}{2c} \quad \text{per flessione semplice}$$

EC2, punto 7.3.3

Determinare  $\phi_{lim}^*$  per interpolazione lineare

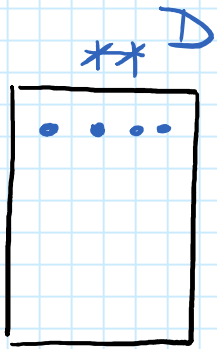


$$\phi_{lim}^* = 16 + \frac{240 - 220,6}{240 - 200} (12 - 16)$$
$$= 14,06 \text{ mm}$$

$$\phi_{lim} = 14,06 \times \frac{2,89}{2,90} \times \frac{0,4 \times \frac{50}{2}}{2 \times 4} = 17,6 \text{ mm}$$

$$\phi_{max} = \phi = 20 \leq \phi_{lim} = 17,6 \text{ mm} \quad \text{NO}$$

3. Controlli D tra le barre



$$D = \frac{30 - 2 \times 4}{3} = 7,4 \text{ cm} = 74 \text{ mm}$$

Determino  $D_{lim} = 150 + \frac{240 - 220,6}{240 - 200} (100 - 150) = 125,8 \text{ mm}$

$$\sigma_s = 220,6 \text{ MPa}$$

OK!

$$D = 74 \text{ mm} < D_{lim} = 125,8 \text{ mm}$$

Poiché sono soddisfatte le condizioni 1 e 3, la verifica è soddisfatta

Distanza massima tra le barre

$\sigma_s$	$w_d \leq 0.4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.2 \text{ mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	--
360	100	50	--

$\sigma_s$  tensione nell'acciaio considerando la sezione fessurata per la condizione di carico pertinente

EC2, punto 7.3.3