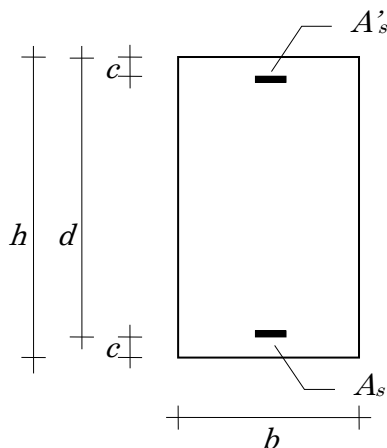


## ESERCITAZIONE N.1



### Dati geometrici

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$c = 4 \text{ cm}$$

$$A'_s = 4 \varnothing 14$$

$$A_s = 5 \varnothing 20$$

### Materiali

Acciaio B450C

Conglomerato cementizio C25/30

1. Il stadio di comportamento, carichi di lunga durata,  $M=85 \text{ kNm}$ :

Calcolo della posizione dell'asse neutro imponendo  $S_n = 0$  (L'asse neutro passa per il baricentro della sezione reagente omogeneizzata)

$$S_n = -\frac{bx^2}{2} - nA'_s(x-c) + nA_s(d-x) = -\frac{30}{2}x^2 - 15 \cdot 6.15(x-4) + 15 \cdot 15.7(56-x)$$

$$15x^2 + 92.25x - 369 - 13188 + 235.5x = 0$$

$$x^2 + 21.85x - 903.8 = 0$$

$$x = \frac{-21.85 \pm \sqrt{21.85^2 + 4 \cdot 903.8}}{2} = 21.06 \text{ cm}$$

Calcolo del momento d'inerzia della sezione reagente omogeneizzata rispetto all'asse baricentrico

$$I_x = \frac{bx^3}{3} + nA'_s(x-c)^2 + nA_s(d-x)^2 = \frac{30 \cdot 21.06^3}{3} + 15[6.15(21.06-4)^2 + 15.7(56-21.06)^2]$$

$$I_x = 407773.3 \text{ cm}^4$$

Calcolo della massima tensione di compressione nel cls

$$\sigma_c = \frac{M}{I_x} y = \frac{85 \text{ kNm}}{407773.3 \text{ cm}^4} (-21.06 \text{ cm}) \times 1000 = -4.39 \text{ MPa}$$

Calcolo della massima tensione nell'armatura tesa

$$\sigma_s = n \frac{M}{I_x} y = 15 \frac{85 \text{ kNm}}{407773.3 \text{ cm}^4} (56 - 21.06) \text{ cm} \times 1000 = 109.25 \text{ MPa}$$

## 2. Verifica allo SLU. $M_{Ed}=180$ kNm

Calcolo della posizione dell'asse neutro ipotizzando armature snervate:

$$x = \frac{(A_s - A_s^i) f_{yd}}{\beta b f_{cd}} = \frac{(15.7 - 6.15) \text{ cm}^2 \cdot 391.3 \text{ MPa}}{0.81 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 14.167 \text{ MPa}} = 10.85 \text{ cm}$$

Verifico che l'armatura superiore sia snervata:

$$\varepsilon_s' = -\frac{x-c}{x} \varepsilon_{cu} = -\frac{(10.85-4)}{10.85} \frac{3.5}{1000} = -\frac{2.20}{1000}$$

$$|\varepsilon_s'| > \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391.3}{200000} = \frac{1.96}{1000} \quad \rightarrow \text{Armature snervate}$$

Calcolo di  $N_s, N_s'$

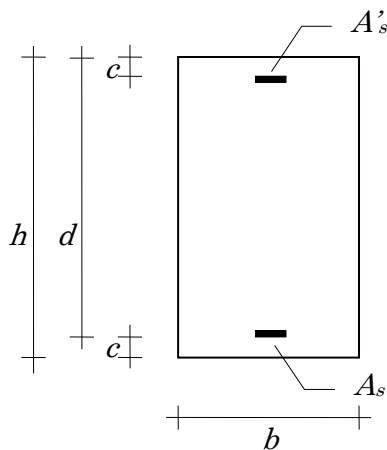
$$N_s = A_s f_{yd} = 614.35 \text{ kN} \quad , \quad N_s' = -A_s' f_{yd} = -240.82 \text{ kN}$$

Equilibrio alla rotazione rispetto al punto di applicazione di  $N_c$

$$M_{Rd} = N_s(d - kx) - N_s'(kx - c) = 614.35 \text{ kN} (0.56 - 0.416 \cdot 0.1085) + 240.82 \text{ kN} (0.416 \cdot 0.1085 - 0.04)$$

$$M_{Rd} = 317.54 \text{ kNm} > M_{Ed} \quad \rightarrow \text{sezione verificata}$$

## ESERCITAZIONE N.2



### Dati geometrici

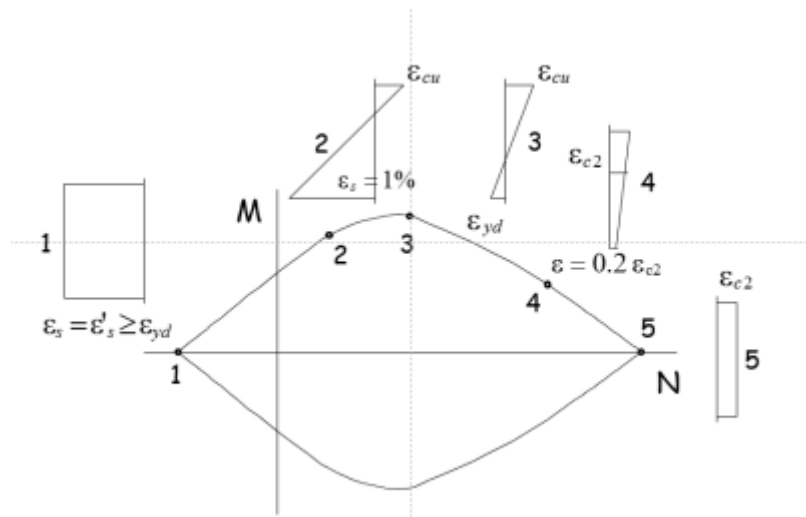
$$\begin{aligned} b &= 30 \text{ cm} \\ h &= 60 \text{ cm} \\ c &= 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A'_s &= 4 \varnothing 20 \\ A_s &= 4 \varnothing 20 \end{aligned}$$

### Materiali

Acciaio B450C  
Conglomerato cementizio C25/30

Calcolare le coppie M-N corrispondenti ai seguenti diagrammi deformativi



### Diagramma 1

$$N_s = N'_s = A_s f_{yd} = 12.56 \text{ cm}^2 \cdot 391.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = 491.47 \text{ kN} ; \quad N_c = 0$$

$$N^{(1)} = N_s + N'_s = 982.94 \text{ kN}$$

Calcolo del momento rispetto al centro geometrico O.

$$M^{(1)} = N_s \left( \frac{h}{2} - c \right) - N'_s \left( \frac{h}{2} - c \right) = 0$$

### Diagramma 2

Calcolo della x corrispondente al diagramma

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{10/1000}{d-x} \rightarrow x = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} d = \frac{3.5}{3.5+10} d = 14.52 \text{ cm}$$

Calcolo della deformazione dell'armatura superiore corrispondente al diagramma

$$\varepsilon_s' = -\frac{(x-c)}{x} \varepsilon_{cu} = -\frac{14.52-4}{14.52} \cdot \frac{3.5}{1000} = -\frac{2.53}{1000} \rightarrow \text{Armatura snervata}$$

$$N_s = A_s f_{yd} = 12.56 \text{ cm}^2 \cdot 391.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = 491.47 \text{ kN}$$

$$N_s' = -A_s f_{yd} = -12.56 \text{ cm}^2 \cdot 391.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = -491.47 \text{ kN}$$

$$N_c = -\beta b x f_{cd} = -0.81 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 14.52 \text{ cm} \cdot 14.167 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = -499.86 \text{ kN}$$

$$N^{(2)} = N_s + N_s' + N_c = -499.86 \text{ kN}$$

Calcolo del momento rispetto al centro geometrico O.

$$M^{(2)} = N_s \left( \frac{h}{2} - c \right) - N_s' \left( \frac{h}{2} - c \right) - N_c \left( \frac{h}{2} - kx \right)$$

$$M^{(2)} = 491.47 \cdot \frac{(30-4)}{100} + 491.47 \cdot \frac{(30-4)}{100} + 499.86 \cdot \frac{(30-0.416 \cdot 14.52)}{100} = 375.32 \text{ kNm}$$

### Diagramma 3

Calcolo della  $x$  corrispondente al diagramma

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_{yd}}{d-x} \rightarrow x = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} d = \frac{3.5}{3.5+1.96} d = 35.90 \text{ cm}$$

Calcolo della deformazione dell'armatura superiore corrispondente al diagramma

$$\varepsilon_s' = -\frac{(x-c)}{x} \varepsilon_{cu} = -\frac{35.90-4}{35.90} \cdot \frac{3.5}{1000} = -\frac{3.11}{1000} \rightarrow \text{Armatura snervata}$$

$$N_s = A_s f_{yd} = 12.56 \text{ cm}^2 \cdot 391.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = 491.47 \text{ kN}$$

$$N_s' = -A_s f_{yd} = -12.56 \text{ cm}^2 \cdot 391.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = -491.47 \text{ kN}$$

$$N_c = -\beta b x f_{cd} = -0.81 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 35.90 \text{ cm} \cdot 14.167 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = -1235.86 \text{ kN}$$

$$N^{(3)} = N_s + N_s' + N_c = -1235.86 \text{ kN}$$

Calcolo del momento rispetto al centro geometrico O.

$$M^{(3)} = N_s \left( \frac{h}{2} - c \right) - N_s' \left( \frac{h}{2} - c \right) - N_c \left( \frac{h}{2} - kx \right)$$

$$M^{(3)} = 491.47 \cdot \frac{(30-4)}{100} + 491.47 \cdot \frac{(30-4)}{100} + 1235.86 \cdot \frac{(30-0.416 \cdot 35.9)}{100} = 441.76 \text{ kNm}$$

#### Diagramma 4

Calcolo dei coefficienti  $\beta$  e  $k$  corrispondenti a  $\eta_{\min}=0.20$

$$\beta = 1 - \frac{4}{21}(1 - \eta_{\min})^2 = 1 - \frac{4}{21} \cdot 0.8^2 = 0.878$$

$$k = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - 16/49(1 - \eta_{\min})^2}{1 - 4/21(1 - \eta_{\min})^2} = 0.5 \cdot \frac{1 - 16/49(0.8)^2}{0.878} = 0.5 \cdot \frac{0.791}{0.878} = 0.45$$

Armatura superiore sicuramente snervata

Calcolo della deformazione dell'armatura inferiore corrispondente al diagramma

$$\varepsilon_s = - \left[ \frac{c}{4/7h} (1 - \eta_{\min}) + \eta_{\min} \right] \varepsilon_{c2} = - \left[ \frac{4}{4/7 \cdot 60} 0.80 + 0.20 \right] \frac{2}{1000} = \frac{0.59}{1000} \rightarrow \text{Armatura NON snervata}$$

$$N_s = A_s \sigma_s = 12.56 \text{ cm}^2 \cdot \left( -\frac{0.59}{1000} \right) \cdot 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = -147.4 \text{ kN}$$

$$N'_s = -A_s f_{yd} = -12.56 \text{ cm}^2 \cdot 391.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = -491.5 \text{ kN}$$

$$N_c = -\beta b h f_{cd} = -0.878 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} \cdot 14.167 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = -2239.1 \text{ kN}$$

$$N^{(4)} = N_s + N'_s + N_c = -2878.0 \text{ kN}$$

Calcolo del momento rispetto al centro geometrico O.

$$M^{(4)} = N_s \left( \frac{h}{2} - c \right) - N'_s \left( \frac{h}{2} - c \right) - N_c \left( \frac{h}{2} - kx \right)$$
$$M^{(4)} = -147.4 \cdot \frac{(30-4)}{100} + 491.47 \cdot \frac{(30-4)}{100} + 2239.1 \cdot \frac{(30-0.45 \cdot 60)}{100} = 157.6 \text{ kNm}$$

#### Diagramma 5

$$N_s = N'_s = -A_s f_{yd} = -12.56 \text{ cm}^2 \cdot 391.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = -491.5 \text{ kN}$$

$$N_c = -b h f_{cd} = -30 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} \cdot 14.167 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{1}{10} = -2550.1$$

$$N^{(5)} = N_s + N'_s + N_c = -3533.1 \text{ kN}$$

Calcolo del momento rispetto al centro geometrico O.

$$M^{(5)} = N_s \left( \frac{h}{2} - c \right) - N'_s \left( \frac{h}{2} - c \right) = 0$$