

Lezione

PONTI E GRANDI STRUTTURE

Prof. Pier Paolo Rossi

Ing. Eugenio Ferrara

Università degli Studi di Catania

Confronto metodi di ripartizione
dei carichi
Engesser - Guyon - Courbon

Confronto metodi di ripartizione

Introduzione

L'utilizzo di un metodo di risoluzione rispetto ad un altro dipende dalla complessità della struttura e dalla accuratezza dei risultati che si vogliono ottenere.

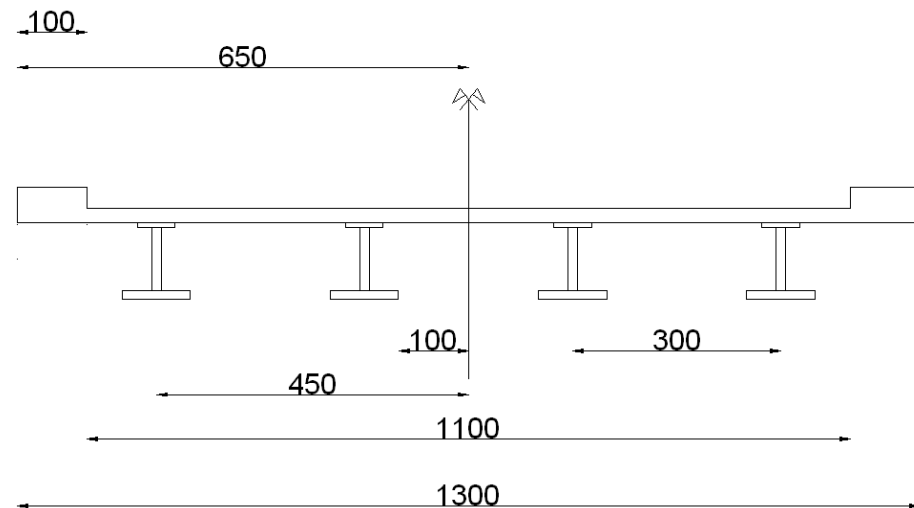
- Metodo di **Courbon**: Si presuppone la presenza di un traverso infinitamente rigido flessionalmente sotto qualunque posizione del carico. Un carico distribuito si ripartisce tra le altre travi mantenendo la stessa forma e in modo proporzionale ai coefficienti di ripartizione
- Metodo di **Engesser**: Rimangono le ipotesi di rigidità torsionali nulle e di rigidità flessionale infinita dei traversi.

Confronto metodi di ripartizione

Dati impalcato

Le dimensioni della travata sono:

- Lunghezza impalcato: 45.00 m
- Larghezza impalcato: 13.00 m
- Larghezza marciapiede: 1.00 m
- Larghezza carreggiata: 11.00 m
- Luce tra le travi: 3.00 m
- Luce tra i traversi: 15.00 m
- Numero travi: 4
- Numero traversi: 4



Le sezioni utilizzate sono le stesse utilizzate nell'esercizio precedente.

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Guyon

Si suppone la sezione in cemento armato realizzata con calcestruzzo C30/37 con le seguenti caratteristiche:

Modulo elastico $E=32836 \text{ N/mm}^2$

Modulo di taglio $G=13681.9 \text{ N/mm}^2$ ($\nu=0.2$)

I coefficienti di rigidità flessionale e torsionale della trave e del traverso valgono:

$$D_z = \frac{EI_l}{\lambda} = 1159833.8 \text{ kNm}$$

$$D_{zx} = \frac{GJ_l}{\lambda} = 21683.2 \text{ kNm}$$

$$D_x = \frac{EI_t}{\lambda_t} = 272926.5 \text{ kNm}$$

$$D_{xz} = \frac{GJ_t}{\lambda_t} = 13773.1 \text{ kNm}$$

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Guyon

I parametri di rigidezza trasversale (parametro di Guyon) e di rigidezza torsionale (parametro di Massonnet) valgono rispettivamente:

$$\theta = \frac{B}{2l} \sqrt[4]{\frac{D_z}{D_x}} = 0.2074 \cong 0.2$$

$$\alpha = \frac{D_{zx} + D_{xz}}{2\sqrt{D_z D_x}} = 0.0315$$

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Guyon

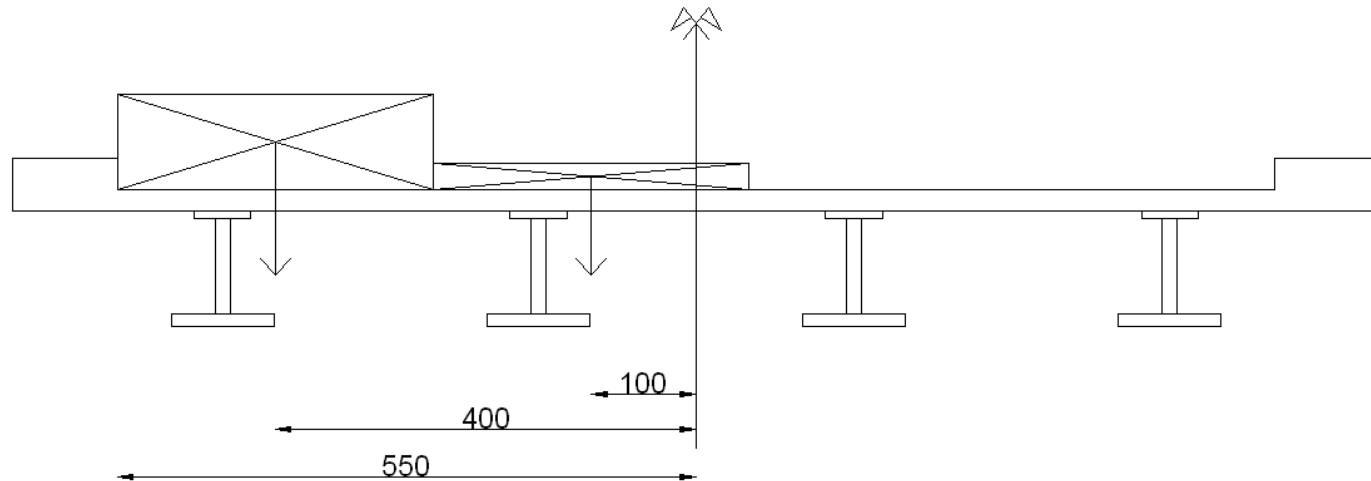
Si considera un ingombro di carico di 3 m come previsto da normativa.

Inoltre la posizione La disposizione dei carichi ed il numero delle corsie sulla superficie carrabile saranno volta per volta quelli che determinano le condizioni più sfavorevoli di sollecitazione per la struttura, membratura o sezione considerata (NTC08).

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Guyon

La massima sollecitazione a flessione della trave si ha quando il carico è eccentrico rispetto all'asse del ponte



Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Guyon

Carico	Tipo	Intensità (kN)	Distanza dall'asse di simmetria (m)	Momento (kNm)
corsia 1 qk (kN/m ²)	distribuito	27	4	108
corsia 1 Qk (kN)	concentrato	300	5	1500
corsia 1 Qk (kN)	concentrato	300	3	900
corsia 2 qk (kN/m ²)	distribuito	7.5	1	7.5
corsia 2 Qk (kN)	concentrato	200	2	400
corsia 2 Qk (kN)	concentrato	200	0	0
totale		1034.5		2915.5

Eccentricità del carico $e = M/N = 2.818 \text{ m}$

Eccentricità relativa del carico $e/b = 2.818/5.5 \approx 0.5$

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Guyon

K0		$\theta = 0.20$								
e/b										
y/b \ e/b		-1	-0.75	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	0.75	1
0		0.9884	0.9948	1.0009	1.0057	1.0078	1.0057	1.0009	0.9948	0.9884
0.25		0.2421	0.4336	0.6251	0.816	1.0057	1.1929	1.3767	1.5583	1.7394
0.5		-0.5008	-0.1257	0.2495	0.6251	1.0009	1.3767	1.7514	2.1242	2.4961
0.75		-1.2418	-0.6839	-0.1257	0.4336	0.9948	1.5583	2.1242	2.6913	3.2581
1		-1.9823	-1.2418	-0.5008	0.2421	0.9884	1.7394	2.4961	3.2581	4.0236

k1		$\theta = 0.20$								
e/b										
y/b \ e/b		-1	-0.75	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	0.75	1
0		0.9912	0.996	1.0006	1.0044	1.0061	1.0044	1.0006	0.996	0.9912
0.25		0.9468	0.961	0.9755	0.9902	1.0044	1.0167	1.0257	1.0328	1.0392
0.5		0.9058	0.9281	0.9513	0.9755	1.0006	1.0257	1.0496	1.0708	1.0906
0.75		0.8674	0.8972	0.9281	0.961	0.996	1.0328	1.0708	1.1086	1.1449
1		0.8305	0.8674	0.9058	0.9468	0.9912	1.0392	1.0906	1.1449	1.2009

Kalfa		$\alpha = 0.0315$								
e/b										
y/b \ e/b		-1	-0.75	-0.5	-0.25	0	0.25	0.5	0.75	1
0		0.988897	0.995013	1.000847	1.005469	1.007498	1.005469	1.000847	0.995013	0.988897
0.25		0.3671908	0.527218	0.687299	0.846922	1.005469	1.161623	1.314394	1.465019	1.615108
0.5		-0.2511155	0.061359	0.374076	0.687299	1.000847	1.314394	1.626824	1.937212	2.246611
0.75		-0.8673975	-0.40324	0.061359	0.527218	0.995013	1.465019	1.937212	2.410356	2.882987
1		-1.483002	-0.8674	-0.25112	0.367191	0.988897	1.615108	2.246611	2.882987	3.522545

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Guyon

$$K_{\alpha 1} = 1.937 + (2.247 - 1.937) \frac{0.818 - 0.75}{1 - 0.75} = 2.021$$

TRAVE	Eccentricità relativa della nervatura (y/b)	K_{α}	Coefficiente di ripartizione (a_i)	Carico portato (kNm)
1	0.818	2.022	0.505	1473.49
2	0.273	1.343	0.336	978.73
3	-0.273	0.659	0.165	480.20
4	-0.818	-0.024	-0.006	-17.39
			0.9998 \approx 1	2915.0

$$a_i = \frac{k_{\alpha i}}{n}$$

$$M_i = \frac{M_t \cdot k_{\alpha i}}{n}$$

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Courbon

Consiste nel supporre la presenza di un traverso infinitamente rigido flessionalmente sotto qualunque posizione del carico.

Un carico distribuito si ripartisce tra le altre travi mantenendo la stessa forma e in modo proporzionale ai coefficienti di ripartizione.

Il vantaggio del metodo di Courbon è la semplicità nei calcoli che trova un buon accordo con i dati sperimentali.

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Courbon

$$a_i = \frac{1}{n} + \frac{e \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$$

$$M_i = M_t \cdot a_i$$

TRAVE	Eccentricità del carico (m)	Eccentricità della nervatura (m)	Coefficiente di ripartizione a_i	Carico portato (kNm)
1	2.818	4.5	0.532	1550.54
2	2.818	1.5	0.344	1002.76
3	2.818	-1.5	0.156	454.99
4	2.818	-4.5	-0.032	-92.79
			1	2915.5

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Engesser

Il metodo di Engesser consente una prima analisi di massima del comportamento della travata, unendo la valutazione dello stato tensionale dato da carico centrato e da carico eccentrico in un'unica formulazione tramite il coefficiente α_i .

E' necessario estendere la sua formulazione nel caso in cui la rigidezza torsionale del traverso non sia nulla:

$$\bar{\sigma} = \sigma L = L \sqrt{\frac{GJ}{E\Gamma}}$$

Confronto metodi di ripartizione

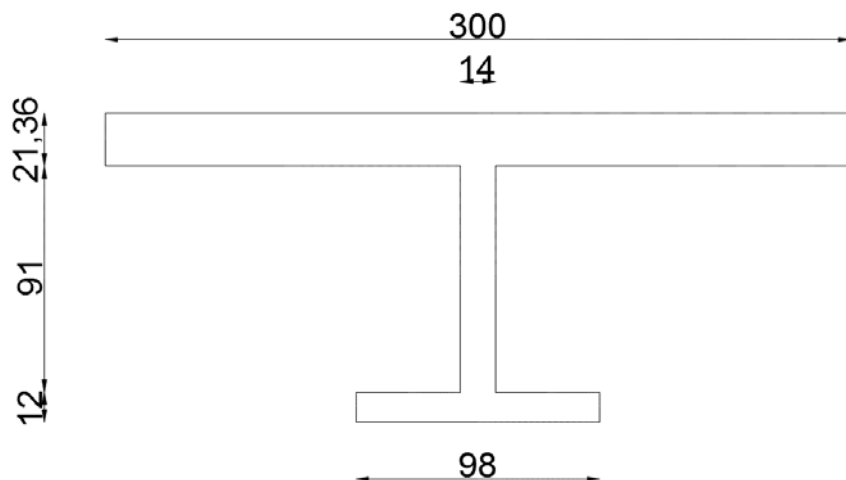
Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Engesser

La rigidità torsionale primaria J è calcolata tramite l'equazione:

$$J = \frac{1}{3} \int_0^a b^3(s) ds$$

In particolare per una sezione a T, scomponibile in una serie di rettangoli, la J è somma dei contributi forniti dai singoli elementi:

$$J_1 = \frac{1}{3} \left[hb_a^3 + d_{fs} b_{fs}^3 + d_{fi} b_{fi}^3 \right] = \frac{1}{3} \left[91 \cdot 14^3 + 300 \cdot 21.26^3 + 98 \cdot 12^3 \right] = 1.1 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$



Considerando le 4 travi

$$J_{\text{tot}} = \sum_i J_i = 4J_1 = 4.4 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$GJ_{\text{tot}} = 13681.9 \cdot 4.4 \cdot \frac{10^6}{10^2} = 6.02 \cdot 10^8 \text{ Nm}^2$$

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Engesser

La rigidità torsionale secondaria $E\Gamma$ (o rigidità di ingobbamento) è calcolata tramite l'equazione semplificata fornita ad Engesser:

$$E\Gamma = E \sum_i I_i x_i^2$$

dove:

- I_i è il momento d'inerzia flessionale della sezione longitudinale della nervatura
- x_i è la distanza dall'asse longitudinale del ponte della nervatura

	x (cm)	I (cm ⁴)	Γ (cm ⁶)
trave 1	450	16001058.3	3.24E+12
trave 2	150	16001058.3	3.60E+11
trave 3	-150	16001058.3	3.60E+11
trave 4	-450	16001058.3	3.24E+12

$$E\Gamma = E \sum_i I_i x_i^2 = 32836.6 \cdot 7.2 \cdot \frac{10^{12}}{10^6} = 2.36 \cdot 10^{11} \text{ Nm}^4$$

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Engesser

$$\bar{\sigma} = \sigma L = L \sqrt{\frac{GJ}{E\Gamma}} = 45 \sqrt{\frac{2.36 \cdot 10^{11}}{6.02 \cdot 10^8}} = 2.27$$

Riferendosi al caso della trave appoggiata i valori dei coefficienti correttivi al metodo di Engesser si ritrovano tabellati, in particolare per $\sigma = 2.27$:

$$\bar{\sigma} = 2.27 \rightarrow \varepsilon_1 = 0.656$$

Il che equivale a dire che la torsione primaria contribuisce alla resistenza della sezione per circa il 35 %.

Pertanto la sezione del ponte sarà sottoposta a flessione ed a torsione.

Confronto metodi di ripartizione

Sollecitazione massima nelle travi, metodo di Engesser

$$a_i = \frac{1}{n} + \varepsilon_1 \cdot \frac{e \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$$

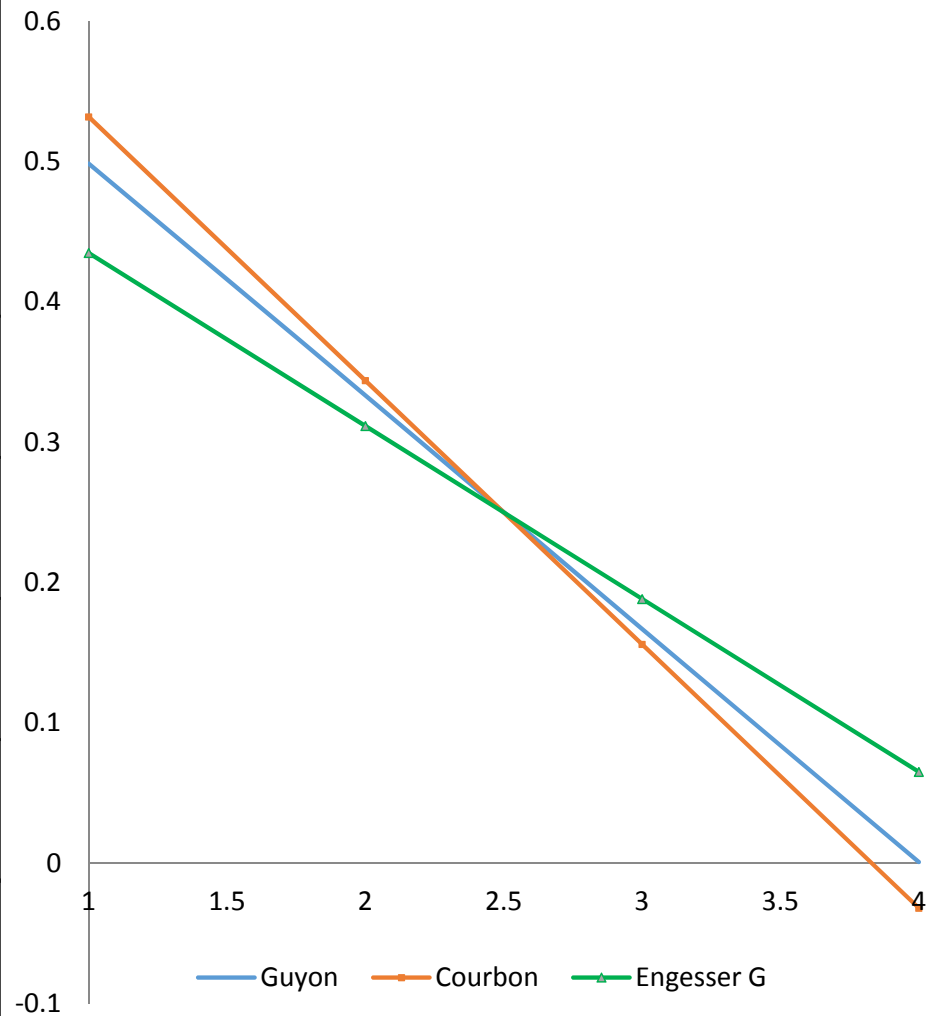
$$M_i = M_t \cdot a_i$$

TRAVE	Eccentricità del carico (m)	Eccentricità della nervatura (m)	Coefficiente di ripartizione a_i	Carico portato (kNm)
1	2.818	4.5	0.435	1267.71
2	2.818	1.5	0.312	908.49
3	2.818	-1.5	0.188	549.26
4	2.818	-4.5	0.065	190.04
			1	2915.5

Confronto metodi di ripartizione

Tabella riassuntiva

COEFFICIENTE DI RIPARTIZIONE	TRAVE	Guyon	Courbon	Engesser
a_1	1	0.505	0.532	0.435
a_2	2	0.336	0.344	0.312
a_3	3	0.165	0.156	0.188
a_4	4	-0.006	-0.032	0.065
		0.9998	1	1



Confronto metodi di ripartizione

Considerazioni

Con la correzione al metodo di Engesser la torsione primaria fornita dalla sezione trasversale assume un ruolo significativo rispetto alla ripartizione eseguita con il metodo di Courbon.

La soluzione fornita da Courbon risulta utile in una progettazione di massima, pertanto successivamente è di interesse estenderla anche al caso in cui $GJ \neq 0$

La soluzione fornita da Guyon, utilizzando il modello a piastra equivalente, fornisce un ottimo modello del comportamento dell'intera sezione del ponte. La discretizzazione dei traversi permette un'esatta valutazione della rigidità torsionale e flessionale dell'impalcato.

FINE