

Lezione

Progetto di Strutture

PUNZONAMENTO

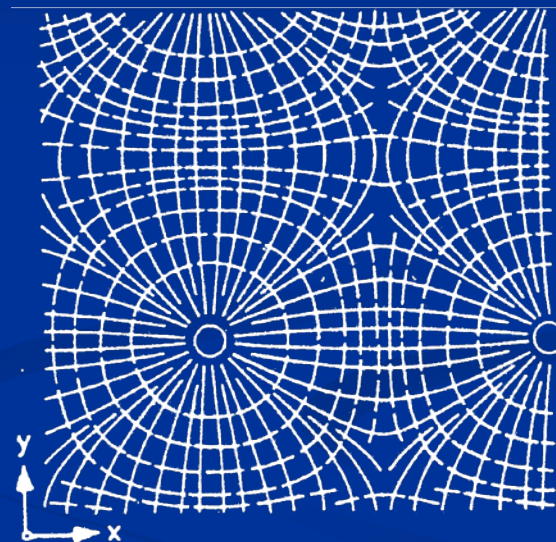
Considerazioni

Il pericolo del punzonamento sussiste nelle piastre con appoggio o carico puntiforme. Ovvero, esso può risultare da un carico concentrato o da una reazione agente su un'area relativamente piccola di una piastra o di una fondazione, genericamente definita "area caricata".

PUNZONAMENTO

Considerazioni

Con le piastre con appoggio a punti oppure nelle piastre di fondazione per pilastri singoli, nella zona dei pilastri si producono momenti principali che ambedue negativi si sviluppano in cerchi concentrici e radialmente, originando fessurazioni circolari da flessione che a causa della contemporanea presenza di taglio proseguono nella piastra con una leggera inclinazione.

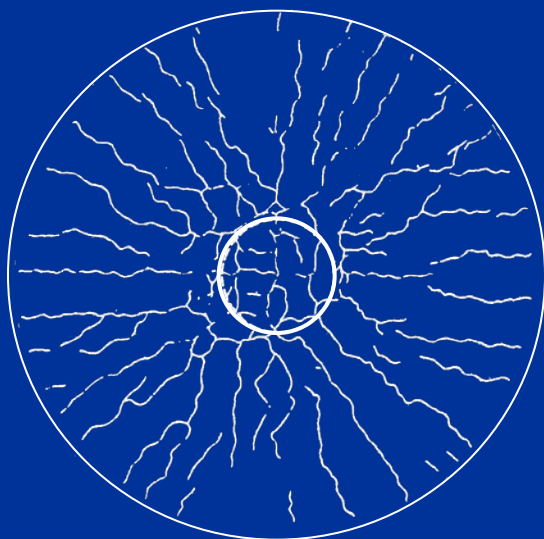


Linee dei momenti principali di un solai a fungo sottoposto ad un carico uniformemente ripartito

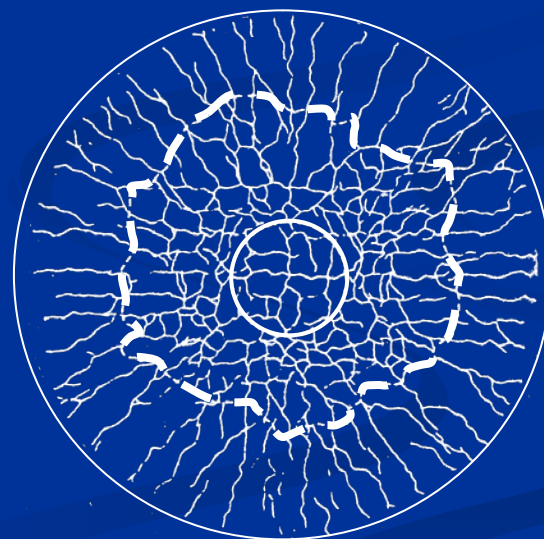
PUNZONAMENTO

Modalità di fessurazione e collasso

Per bassi valori del carico le dilatazioni tangenziali sono maggiori di quelle radiali. Per tal motivo si producono dapprima delle fessurazioni radiali e solo agli stadi superiori di carico alcune poche fessurazioni circolari



Carico di servizio

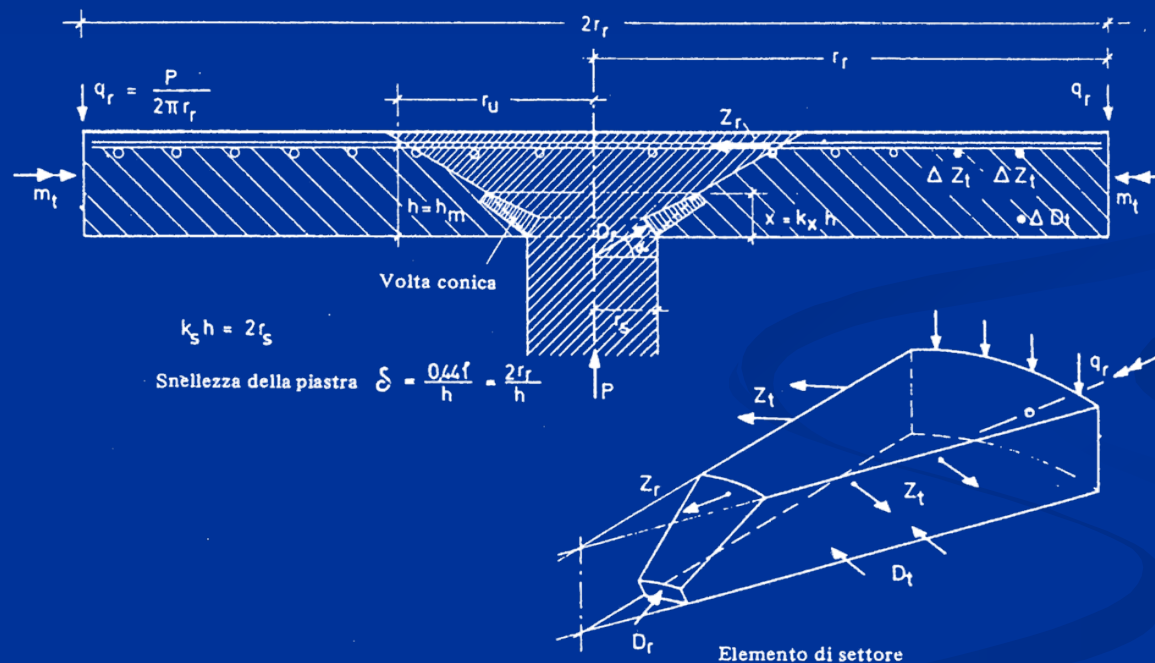


Carico di collasso

(tratto da F. Leonhardt: Calcolo di progetto e tecniche costruttive)

PUNZONAMENTO

Considerazioni

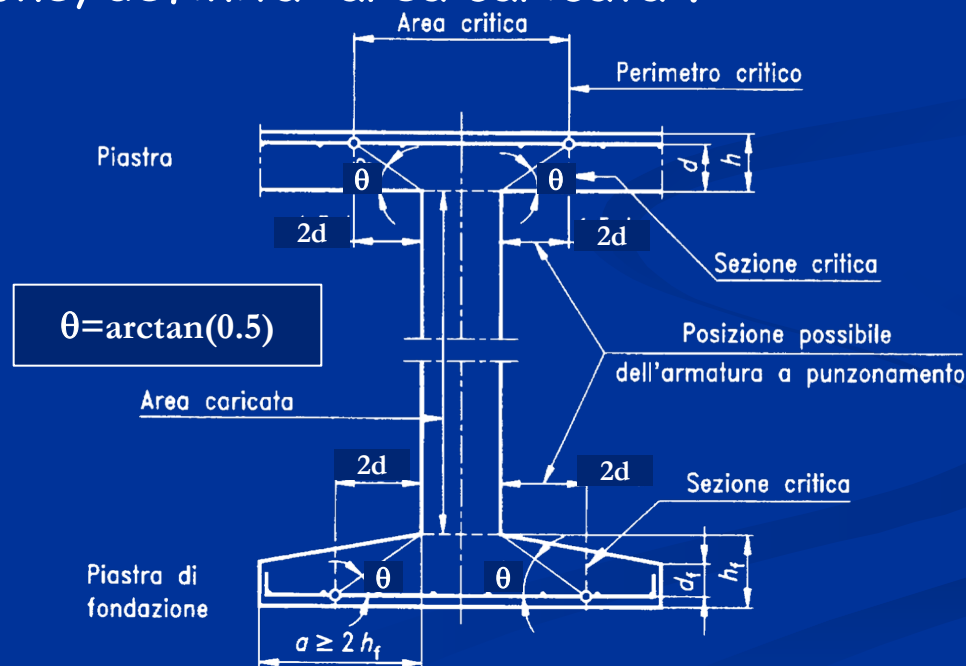


(tratto da F. Leonhardt: Calcolo di progetto e tecniche costruttive)

PUNZONAMENTO

Generalità

Il punzonamento può risultare da un carico concentrato o da una reazione agente su un'area relativamente piccola di una piastra o di una fondazione, definita "area caricata".



PUNZONAMENTO

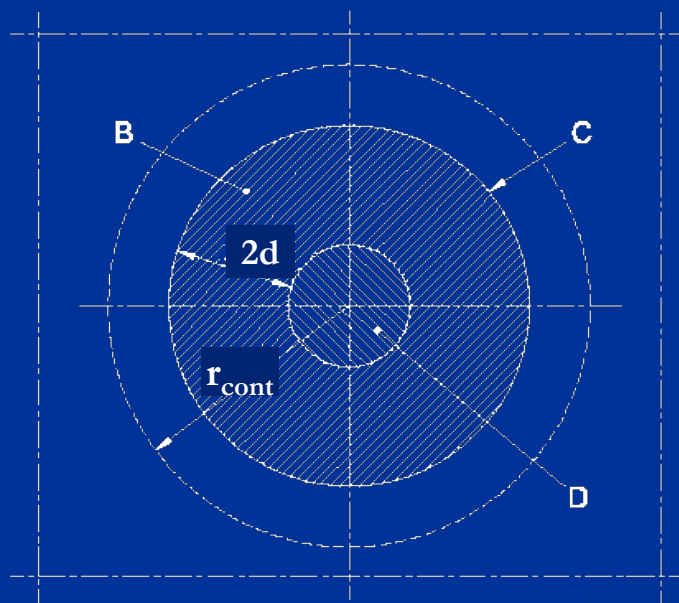
Generalità (4.3.4)

- La resistenza a taglio deve essere verificata lungo un perimetro critico definito.
- Nelle piastre di fondazione il taglio agente può essere ridotto per tenere conto della reazione del terreno all'interno del perimetro critico.

PUNZONAMENTO

Generalità (6.4.1)

Si raccomanda che la resistenza a taglio sia verificata lungo la faccia del pilastro e il perimetro di verifica u_1 . Se è richiesta un'armatura a taglio, si raccomanda che un ulteriore perimetro di verifica $u_{out,ef}$ sia trovato laddove l'armatura a taglio non è più richiesta.

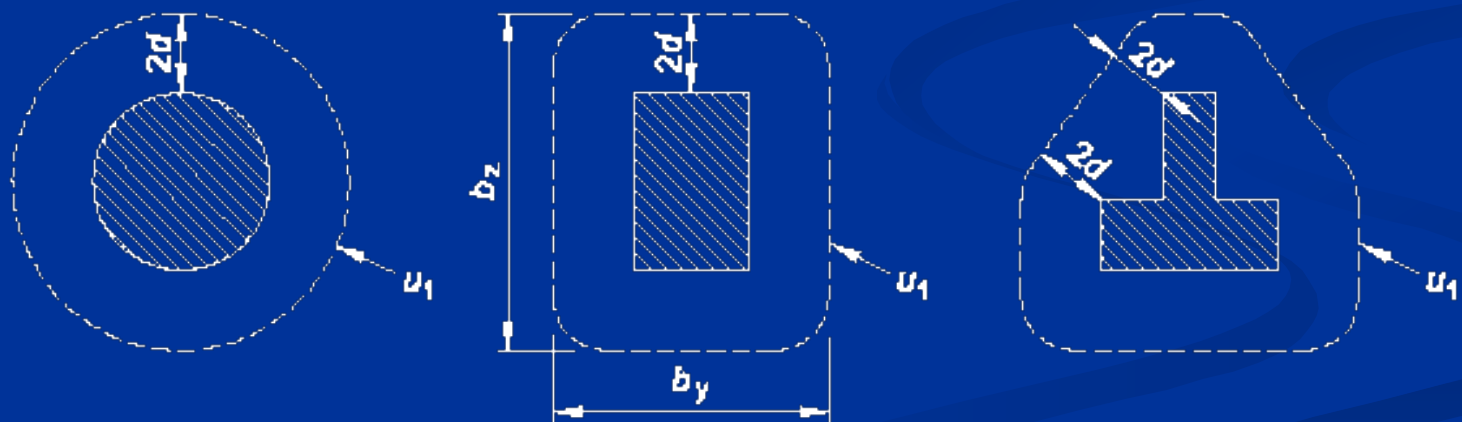


- A Sezione di base per la verifica
- B Area di verifica di base A_{cont}
- C Perimetro di verifica di base, u_1
 $\theta = \arctan(1/2) = 26,6^\circ$
- D Area caricata A_{load}
- r_{cont} Ulteriore perimetro di verifica

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Il perimetro di verifica di base u_1 può generalmente essere collocato a una distanza $2,0d$ dall'area caricata e si raccomanda che sia definito come quello di minima lunghezza.



PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

L'altezza utile della soletta è supposta costante e può generalmente essere assunta pari a:

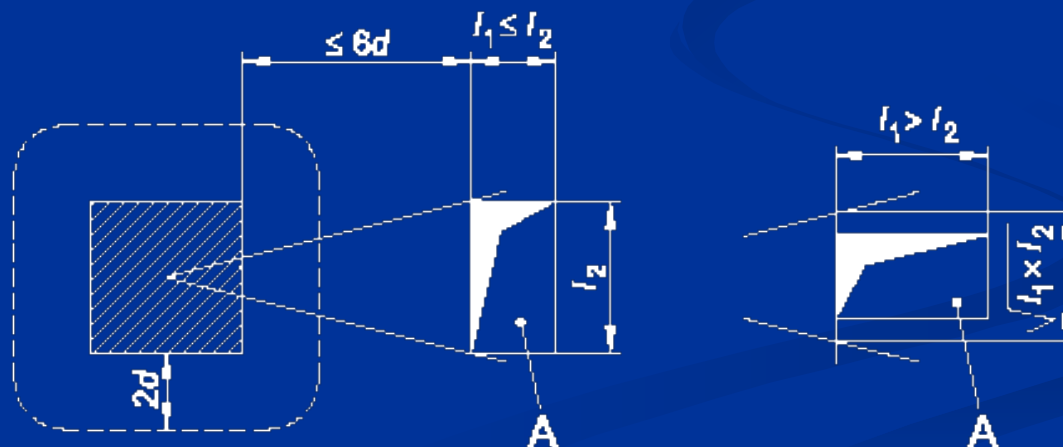
$$d_{eff} = \frac{d_y + d_z}{2}$$

dove d_y e d_z sono le altezze utili relative alle armature poste nelle due direzioni ortogonali.

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

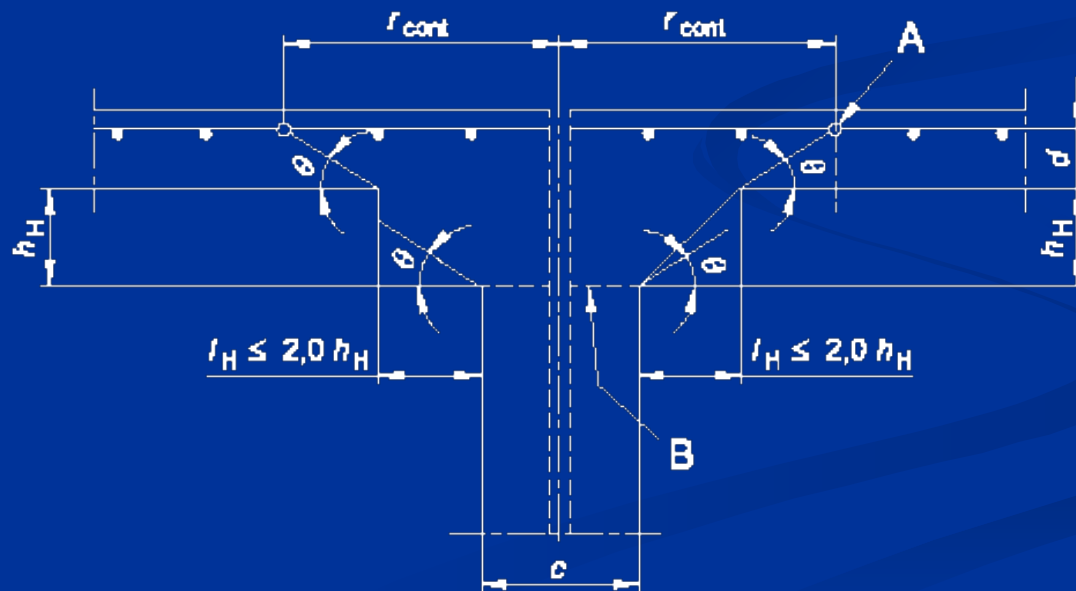
Per aree caricate in prossimità di aperture, se la minor distanza fra il perimetro dell'area caricata e il bordo dell'apertura non supera $6d$, si ritiene inefficace la parte del perimetro di verifica contenuta entro le due tangenti tracciate dal centro dell'area caricata fino al contorno del foro



PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Per piastre con pilastri muniti di capitello circolare per le quali $l_H < 2,0 h_H$, una verifica delle tensioni di taglio-punzonamento è richiesta solo sulla sezione di verifica al di là del capitello.



PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

La distanza di questa sezione dal centro del pilastro r_{cont} può essere assunta come:

$$r_{\text{cont}} = 2d + l_H + 0,5c$$

dove:

l_H è la distanza della faccia del pilastro dal bordo del capitello;

c è il diametro del pilastro circolare.

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Nel caso di un pilastro rettangolare con un capitello rettangolare con $l_H < 2,0d$ e le dimensioni complessive l_1 e l_2 ($l_1 = c_1 + 2l_{H1}$, $l_2 = c_2 + 2l_{H2}$, $l_1 \leq l_2$), per il valore r_{cont} può essere assunto il minore fra:

$$r_{\text{cont}} = 2d + 0,56 (l_1 l_2)^{0.5}$$

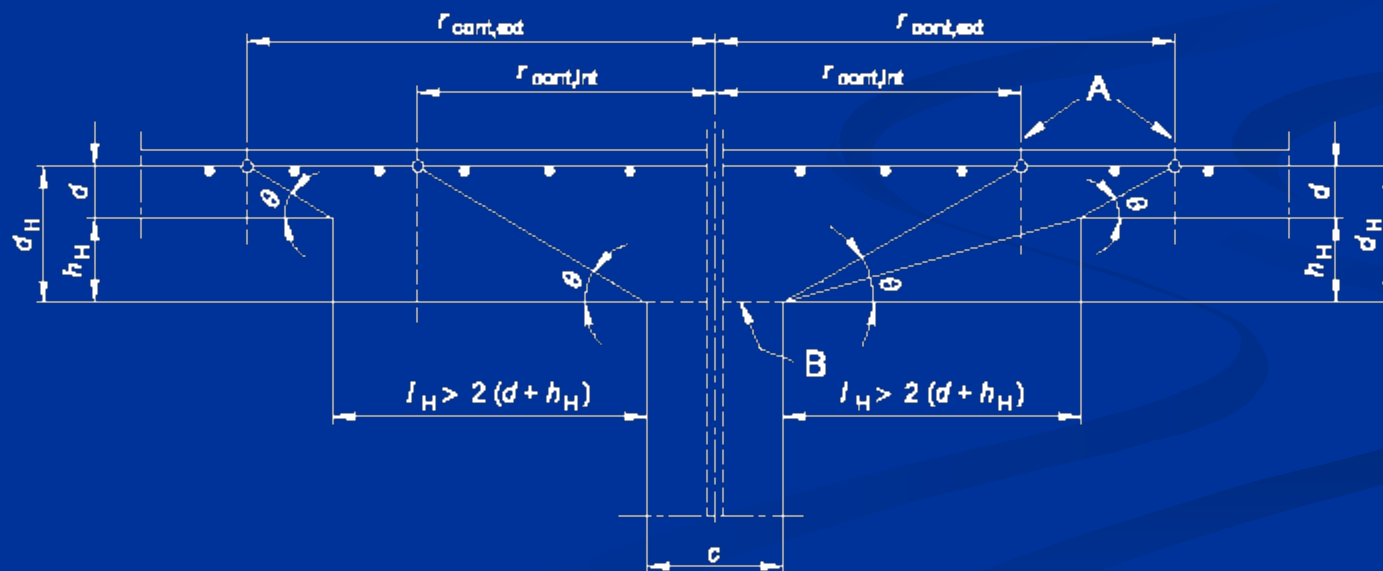
e

$$r_{\text{cont}} = 2d + 0,69 l_1$$

PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Nel caso di piastre con capitello allargato dove $l_H > 2h_H$ si raccomanda che siano verificate entrambe le sezioni, quella nel capitello e quella nella piastra.



PUNZONAMENTO

Distribuzione del carico e perimetro di verifica di base

Nel caso di pilastri circolari le distanze dal centro del pilastro alle sezioni di verifica possono essere assunte uguali a:

$$r_{\text{cont,ext}} = l_H + 2d + 0,5c$$

$$r_{\text{cont,int}} = 2(d + h_H) + 0,5c$$

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

Il procedimento di calcolo per il taglio-punzonamento si fonda sulle verifiche

- alla faccia del pilastro e
- al perimetro di verifica di base u_1 .

Attenzione:

Se è richiesta l'armatura a taglio, si raccomanda che un ulteriore perimetro di verifica $u_{out,ef}$ sia trovato laddove l'armatura a taglio non è più richiesta.

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

Si definiscono le seguenti tensioni di taglio di progetto [MPa] lungo le sezioni di verifica:

- $V_{Rd,c}$ è il valore di progetto del taglio-punzonamento resistente di una piastra, priva di armature per il taglio-punzonamento, lungo la sezione di verifica considerata.
- $V_{Rd,cs}$ è il valore di progetto del taglio-punzonamento resistente di una piastra dotata di armature per il taglio-punzonamento, lungo la sezione di verifica considerata.
- $V_{Rd,max}$ è il valore di progetto del massimo taglio-punzonamento resistente lungo la sezione di verifica considerata.

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

(a) l'armatura per il taglio-punzonamento non è necessaria se:

$$V_{Ed} < V_{Rd,c}$$

(b) se v_{Ed} supera il valore $v_{Rd,c}$ per la sezione di verifica considerata, si raccomanda che sia disposta l'armatura per il taglio - punzonamento

(c) lungo il perimetro del pilastro, o il perimetro dell'area caricata, si raccomanda che la massima tensione di taglio-punzonamento non sia superata:

$$V_{Ed} < V_{Rd,max}$$

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

Se la reazione d'appoggio è eccentrica rispetto al perimetro di verifica, si raccomanda di assumere come tensione massima di taglio il valore:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_i d}$$

dove:

d è l'altezza utile media della piastra, che può assumersi come $(d_y + d_z)/2$, essendo d_y , d_z le altezze utili nelle direzioni y e z della sezione di verifica;

u_i è la lunghezza del perimetro di verifica considerato;

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

β è dato da:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1}$$

dove:

u_1 è la lunghezza del perimetro di verifica di base;

k è un coefficiente che dipende dal rapporto fra le dimensioni del pilastro c_1 e c_2 : il suo valore è funzione delle proporzioni del momento sbilanciato trasmesso da taglio non uniforme e da flessione e torsione

c_1/c_2	≤ 0.5	1.0	2.0	≥ 3.0
k	0.45	0.60	0.70	0.80

PUNZONAMENTO

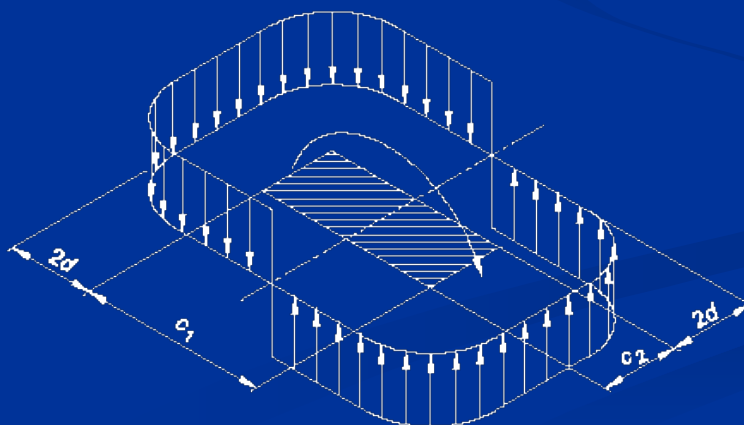
Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

W_1 corrisponde a una distribuzione di taglio ed è funzione del perimetro di verifica di base u_1 :

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl$$

dl è la lunghezza infinitesima del perimetro;

e è la distanza di dl dall'asse intorno al quale agisce M_{Ed} .



PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

Per un pilastro rettangolare:

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1$$

dove:

c_1 è la dimensione del pilastro parallela all'eccentricità del carico;

c_2 è la dimensione del pilastro perpendicolare all'eccentricità del carico.

Per un pilastro circolare interno:

$$\beta = 1 + 0.6\pi \frac{e}{D + 4d}$$

dove

D è il diametro del pilastro circolare.

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

Per un pilastro rettangolare interno,

se il carico è eccentrico in entrambe le direzioni :

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2}$$

dove:

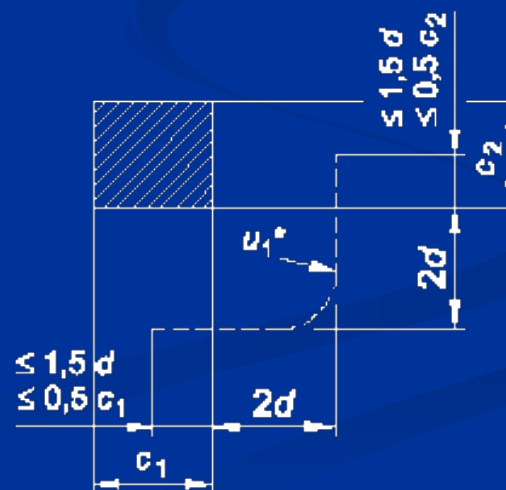
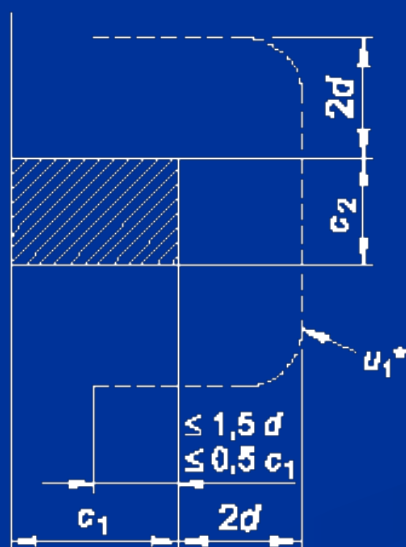
e_y , e_z sono le eccentricità M_{Ed} / V_{Ed} secondo gli assi y e z ;

b_y , b_z sono le dimensioni del perimetro di verifica.

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

Nel caso dei pilastri di bordo, in cui l'eccentricità perpendicolare al bordo della piastra (risultante da un momento rispetto a un asse parallelo al bordo della piastra) è verso l'interno e non vi è eccentricità parallela al bordo, la forza di punzonamento può considerarsi uniformemente distribuita lungo il perimetro di verifica u_{1*}



PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

Nel caso dei pilastri di bordo, se vi sono eccentricità in entrambe le direzioni ortogonali, β può essere determinato con la seguente espressione:

$$\beta = \frac{u_1}{u_*} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par}$$

dove:

u_1 è il perimetro di verifica di base;

u_{1*} è il perimetro di verifica di base ridotto;

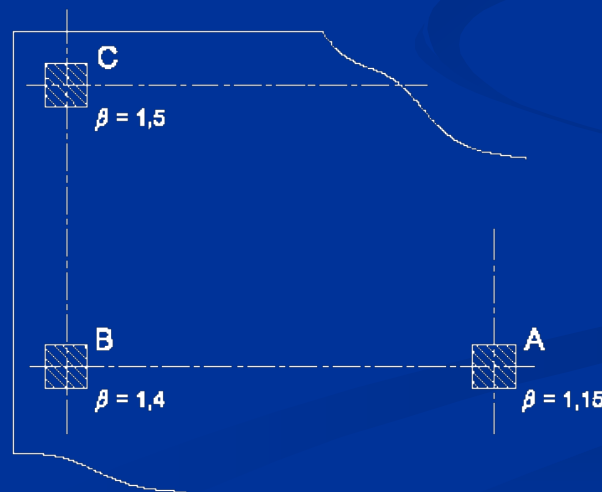
e_{par} è l'eccentricità parallela al bordo della piastra prodotta da un momento rispetto a un asse perpendicolare al bordo della piastra;

PUNZONAMENTO

Metodo di calcolo per la verifica a punzonamento

Per strutture la cui stabilità trasversale non dipende dal funzionamento a telaio del complesso piastra-pilastri, e se le luci adiacenti non differiscono in lunghezza più del 25%, per β si possono adottare valori approssimati.

Nota: Valori di β da adottare in uno Stato possono essere reperiti nella sua appendice nazionale. I valori raccomandati sono dati nella figura.



PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni senza armatura a taglio-punzon.

La resistenza a taglio per unità di lunghezza v_{Rd} di piastre non precomprese è data da:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp})$$

dove:

f_{ck} è in MPa

$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2$ (d in mm);

$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1y} \rho_{1z}} \leq 0,02$; ρ_{1y} e ρ_{1z} si riferiscono all'armatura tesa disposta nelle direzioni y e z .

$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz})/2$ con σ_{cy} e σ_{cz} tensioni normali del cls nella sezione critica nelle direzioni y e z .

PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni senza armatura a taglio-punzon.

La resistenza a taglio per unità di lunghezza v_{Rd} di piastre non precomprese è data da:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp})$$

dove:

$C_{Rd,c}$, v_{min} e k_1 sono specificati negli annessi nazionali.

I valori raccomandati sono :

$$C_{Rd,c} = 0.18/\gamma_c$$

$$v_{min} = 0.035 k^{2/3} f_{ck}^{1/2}$$

$$k_1 = 0.1$$

PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni senza armatura a taglio-punzon.

Nel caso di carico coassiale la forza netta applicata è

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - \Delta V_{Ed}$$

dove:

V_{Ed} è la forza tagliante applicata;

ΔV_{Ed} è la forza netta rivolta verso l'alto all'interno del perimetro di verifica considerato, cioè la pressione verso l'alto trasmessa dal suolo meno il peso proprio della fondazione.

$$v_{Ed} = V_{Ed,red} / ud$$

Per carico eccentrico
$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed,red}}{ud} \left[1 + k \frac{M_{Ed} u}{V_{Ed,red} W} \right]$$

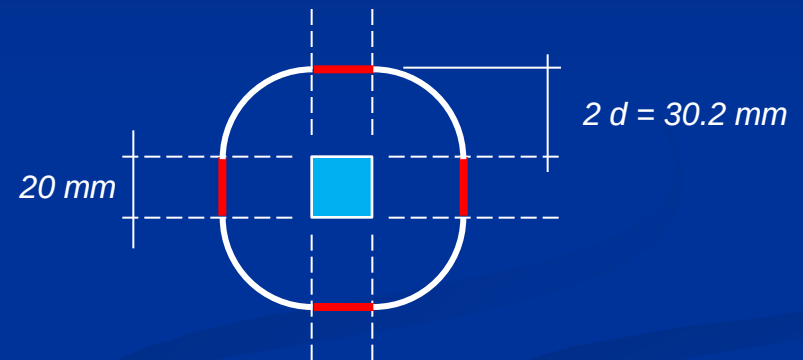
Esempio n. 3

3 stadio di comportamento

Pianta del solaio

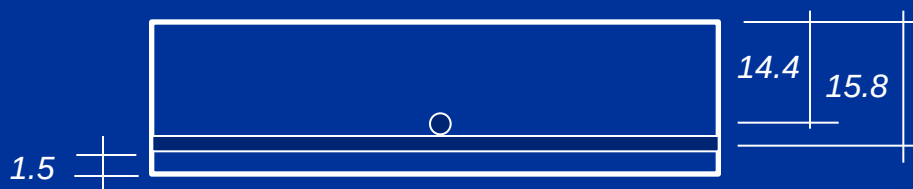


Perimetro della sezione di verifica di base



$$u_1 = 4 \cdot 20 + 4 \cdot 3.14 \cdot 15.1 = 269.8 \text{ cm}$$

Sezione trasversale del solaio



$$d_{\text{eff}} = \frac{d_x + d_y}{2} = 15.1 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} v_{\text{Ed}} &= V_{\text{Ed}} / (u_1 d) \\ &= \frac{60 \cdot 10^3}{269.8 \cdot 15.5 \cdot 10^2} = 0.147 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Esempio n. 3

3 stadio di comportamento

Pianta del solaio



$$\left. \begin{aligned} \rho_x &= \frac{1.54}{20 \cdot 15.1} = 0.0051 \\ \rho_y &= \frac{1.54}{20 \cdot 15.1} = 0.0051 \end{aligned} \right\} \rho_{eff} = \sqrt{\rho_x \rho_y} = 0.0051$$

$$k = \min \left(1 + \sqrt{\frac{200}{155}}; 2.0 \right) = 2.0$$

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} \geq v_{min}$$

$$v_{Rd,c} = \frac{0.18}{1.5} 2 (100 \cdot 0.0051 \cdot 25)^{1/3} = 0.561 \text{ MPa}$$

$$v_{min} = \geq 0.035 \sqrt{2.0^3 \cdot 25} = 0.495 \text{ MPa}$$

Poiché $v_{Rd,c}$ è maggiore di v_{Ed} ,
la sezione è verificata

PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni con armatura a taglio-punzonamento (6.4.5)

Dove è richiesta l'armatura a taglio, si raccomanda che questa sia calcolata in conformità all'espressione:

$$V_{Rd,cs} = 0.75v_{Rd,c} + 1.5(d/s_r) A_{sw} f_{ywd,ef} \left[1/(u_1 d) \right] \sin \alpha$$

dove:

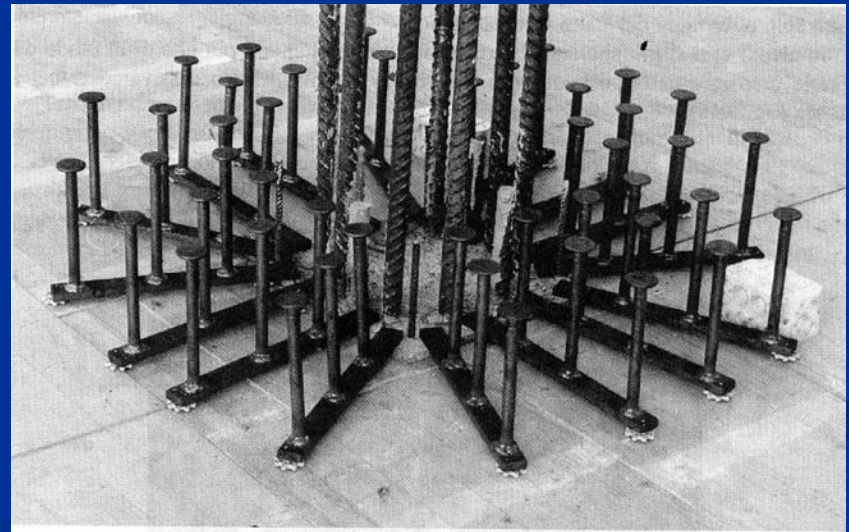
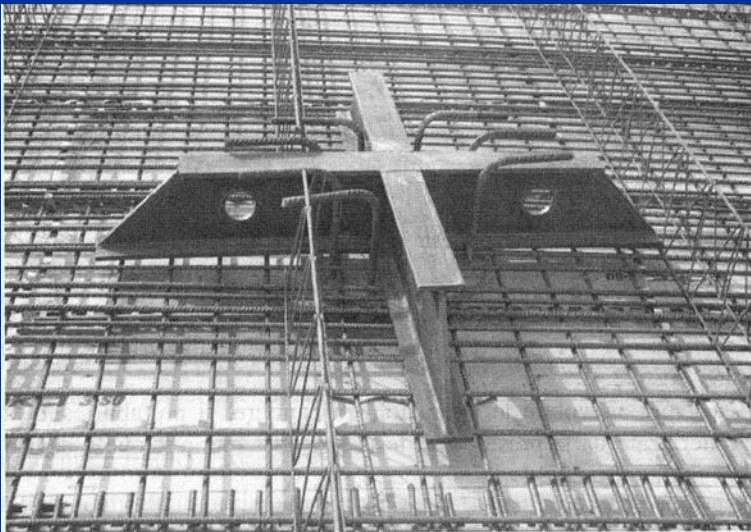
- A_{sw} è l'area di armatura a taglio a punzonamento situata su di un perimetro intorno al pilastro [millimetri quadrati];
- s_r è il passo radiale dei perimetri dell'armatura a taglio di punzonamento (mm);
- $f_{ywd,ef}$ è la resistenza di progetto efficace dell'armatura a taglio-punzonamento, secondo la relazione $f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 d \leq f_{ywd}$
- d è la media delle altezze utili nelle due direzioni ortogonali (mm);
- α è l'angolo compreso fra l'armatura a taglio e il piano della piastra.

Se è disposta una sola fila di barre piegate verso il basso, allora al rapporto d/s_r può essere assegnato il valore 0,67.

PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni con armatura a taglio-punzonamento

- da profilati in acciai
- da elementi in carpenteria metallica composti con un piatto a cui saldati chiodi Nelson.



PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni con armatura a taglio-punzonamento (6.4.5)

Verifica in corrispondenza del pilastro

In adiacenza ai pilastri la resistenza a taglio-punzonamento è limitata a un valore massimo di:

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_o d} \leq v_{Rd,max}$$

dove:

u_o	per un pilastro interno	$u_o =$ perimetro del pilastro [mm],
	per un pilastro di bordo	$u_o = c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1$ [mm],
	per un pilastro d'angolo	$u_o = 3d \leq c_1 + c_2$ [millimetri];

Il valore di $v_{Rd,max}$ da adottare in uno Stato può essere reperito nella sua appendice nazionale. Il valore raccomandato è $0,5 v f_{cd}$

PUNZONAMENTO

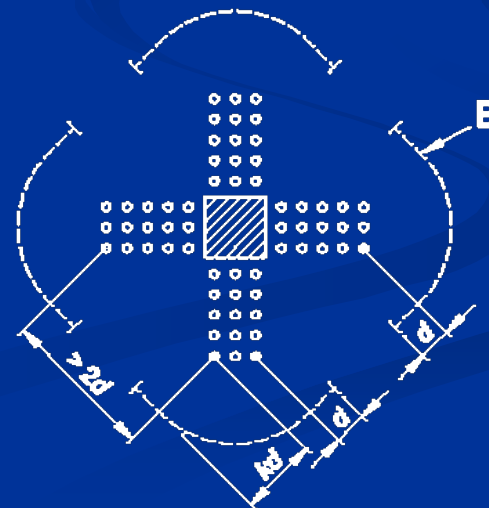
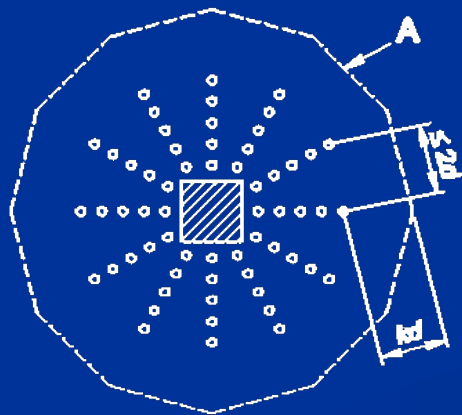
Piastre o fondazioni con armatura a taglio-punzonamento (6.4.5)

Verifica nella sezione oltre l'armatura a taglio

Si raccomanda che il perimetro di verifica lungo il quale l'armatura a taglio non è richiesta, u_{out} (o $u_{out,ef}$) sia calcolato con l'espressione:

$$u_{out,ef} = \beta V_{Ed} / (v_{Rd,c} d)$$

Nota: Si raccomanda che il perimetro più lontano delle armature a taglio si collochi a una distanza non maggiore di kd all'interno di u_{out} (o $u_{out,ef}$).
Valore raccomandato per $k=1.5$.



PUNZONAMENTO

Piastre o fondazioni con armatura a taglio-punzonamento

L'armatura trasversale, disposta in posizione tale da attraversare la potenziale superficie di rottura, ha lo scopo di bilanciare le forze di trazione nel calcestruzzo.

Se l'armatura è correttamente dimensionata e stesa fino a opportuna distanza dalla zona caricata, la superficie di rottura diviene pressoché cilindrica con raggio ridotto ed in generale coincidente con quello dell'impronta del supporto.

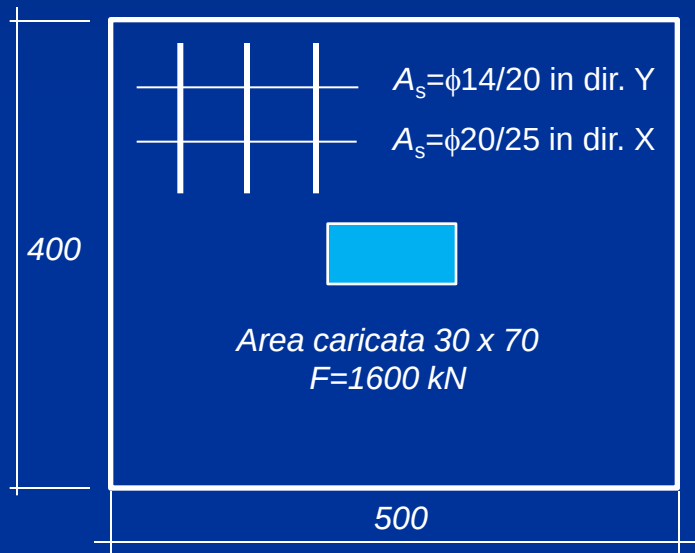
L'armatura trasversale può essere costituita

- da staffe,
- da ferri piegati,
- da elementi in carpenteria metallica composti con un piatto a cui saldati chiodi Nelson.

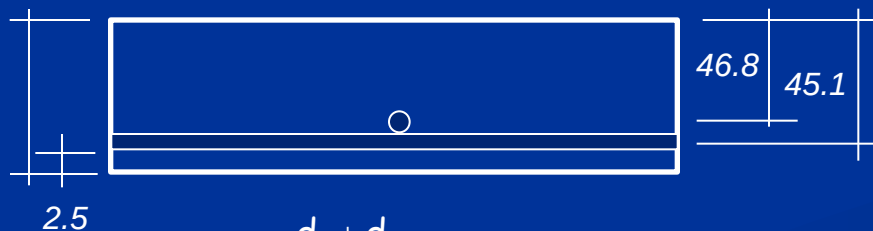
Esempio n. 4

3 stadio di comportamento

Pianta della platea

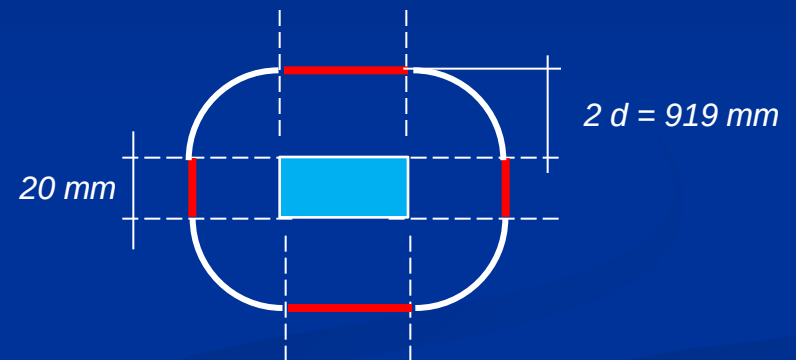


Sezione trasversale della platea



$$d_{\text{eff}} = \frac{d_x + d_y}{2} \cong 459.5 \text{ mm}$$

Perimetro della sezione di verifica di base



$$u_1 = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 70 + 2 \cdot 3.14 \cdot 91.9 = 776.8 \text{ cm}$$

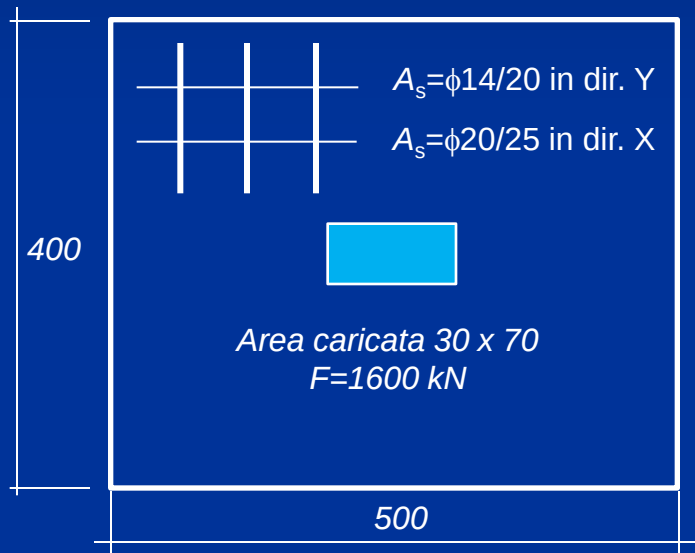
$$A_1 = 30 \cdot 70 + 2 \cdot 30 \cdot 91.9 + 2 \cdot 70 \cdot 91.9 + 3.14 \cdot 91.9^2 = 42345 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} v_{\text{Ed}} &= \beta (V_{\text{Ed}} - \sigma A_1) / (u_1 d) \\ &= \frac{1.15 (1600 - 0.080 \cdot 42345 \cdot 10^2) \cdot 10^3}{776.8 \cdot 45.9 \cdot 10^2} = 0.407 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Esempio n. 4

3 stadio di comportamento

Pianta della platea



$$\left. \begin{aligned} \rho_x &= \frac{3.14}{25 \cdot 45.9} = 0.00274 \\ \rho_y &= \frac{1.54}{20 \cdot 45.9} = 0.00168 \end{aligned} \right\} \rho_{eff} = \sqrt{\rho_x \rho_y} = 0.00214$$

$$k = \min \left(1 + \sqrt{\frac{200}{459}}; 2.0 \right) = 1.66$$

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} \geq v_{min}$$

$$v_{Rd,c} = \frac{0.18}{1.5} 2 (100 \cdot 0.00214 \cdot 25)^{1/3} = 0.349 \text{ MPa}$$

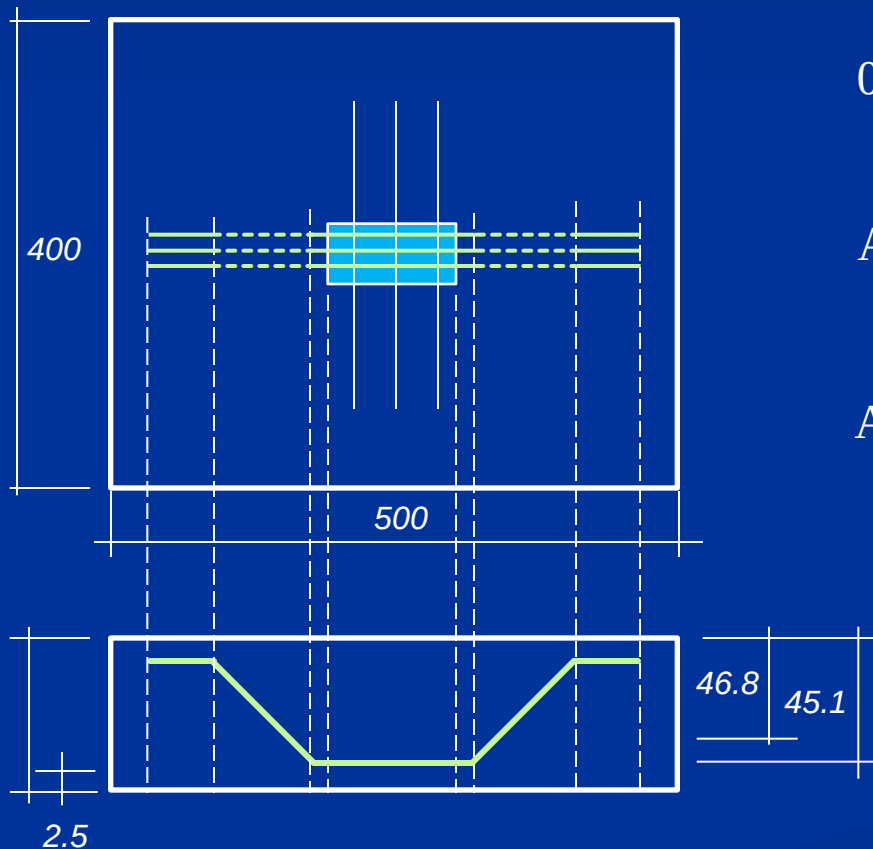
$$v_{min} = \geq 0.035 \sqrt{1.66^3 \cdot 25} = 0.374 \text{ MPa}$$

Poiché $v_{Rd,c}$ è minore di v_{Ed} ,
occorre disporre armatura a
punzonamento

Esempio n. 4

3 stadio di comportamento

Pianta della platea



$$0.75 v_{Rd,c} + \frac{A_s f_{yd} \sin \alpha}{u_1 d} \geq v_{Ed}$$

$$A_s \geq \frac{(v_{Ed} - 0.75 v_{Rd,c}) u_1 d}{f_{yd} \sin \alpha}$$

$$A_s \geq \frac{(0.407 - 0.75 \cdot 0.374) 776.8 \cdot 45.9}{391.3 / \sqrt{2}} = 16.2 \text{ cm}^2$$

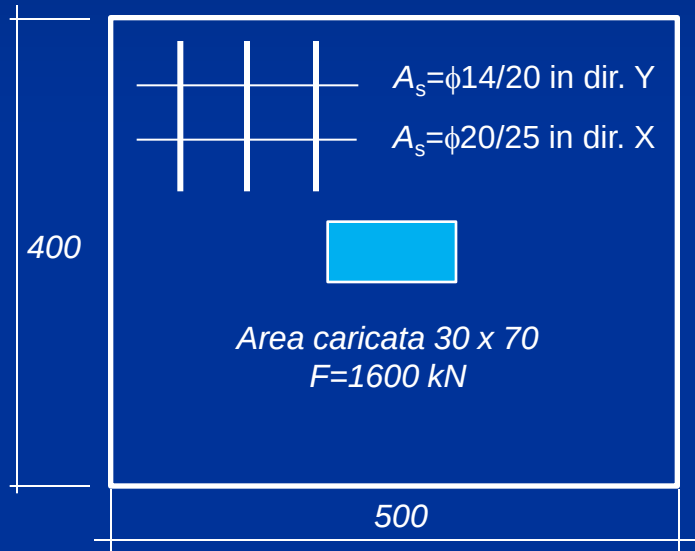
Bastano 3 barre $\phi 14$ in una direzione
e 3 nell'altra,
sagomate a 45 gradi

$$A_s [6\phi 14] = 2 \cdot (3 \cdot 1.54 + 3 \cdot 1.54) = 18.48 \text{ cm}^2$$

Esempio n. 4

3 stadio di comportamento

Pianta della platea



Nota: occorrerebbe verificare anche che, laddove si interrompono le armature a punzonamento, $v_{Rd,c}$ sia maggiore di v_{Ed} . Per far questo si deve considerare il perimetro $u_{out,ef}$.

Occorre verificare che la sezione di calcestruzzo sia adeguata. Per far questo si deve prendere in esame il perimetro di verifica u_0

$$u_0 = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 70 = 200 \text{ cm}$$

$$A_0 = 30 \cdot 70 = 2100 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} v_{Ed} &= \beta (V_{Ed} - \sigma A_0) / (u_0 d) \\ &= \frac{1.15 (1600 - 0.080 \cdot 2100 \cdot 10^2) \cdot 10^3}{200 \cdot 45.9 \cdot 10^2} = 1.794 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{Rd,max} &= 0.5 v_{cd} \\ &= 0.5 \cdot 0.5 \cdot 14.12 = 3.54 \text{ MPa} \end{aligned}$$

FINE