

# Lezione

Tecnica delle Costruzioni

Lo sforzo normale  
centrato

# Sforzo normale

## 1° stadio (Formule di Scienza delle Costruzioni)

Con riferimento alla sezione omogeneizzata vale la formula di Scienza delle Costruzioni

$$\sigma = E(\varepsilon_G + \chi_x x + \chi_y y)$$

Pertanto:

$$N = E \varepsilon_G \int dA + E \chi_x \int x dA + E \chi_y \int y dA = E \varepsilon_G A$$

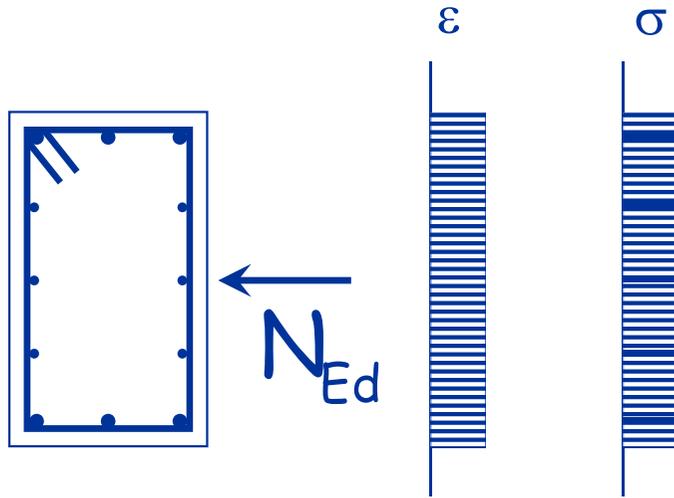
$$M_x = E \varepsilon_G \int y dA + E \chi_x \int xy dA + E \chi_y \int y^2 dA = E \chi_y I_x = 0$$

$$M_y = E \varepsilon_G \int x dA + E \chi_x \int x^2 dA + E \chi_y \int xy dA = - E \chi_x I_y = 0$$

essendo  $\int x dA = \int y dA = 0$  e  $\int x y dA = 0$

# Sforzo normale

1° stadio



$$\varepsilon_G = \frac{N}{E_c A_{ci}}$$

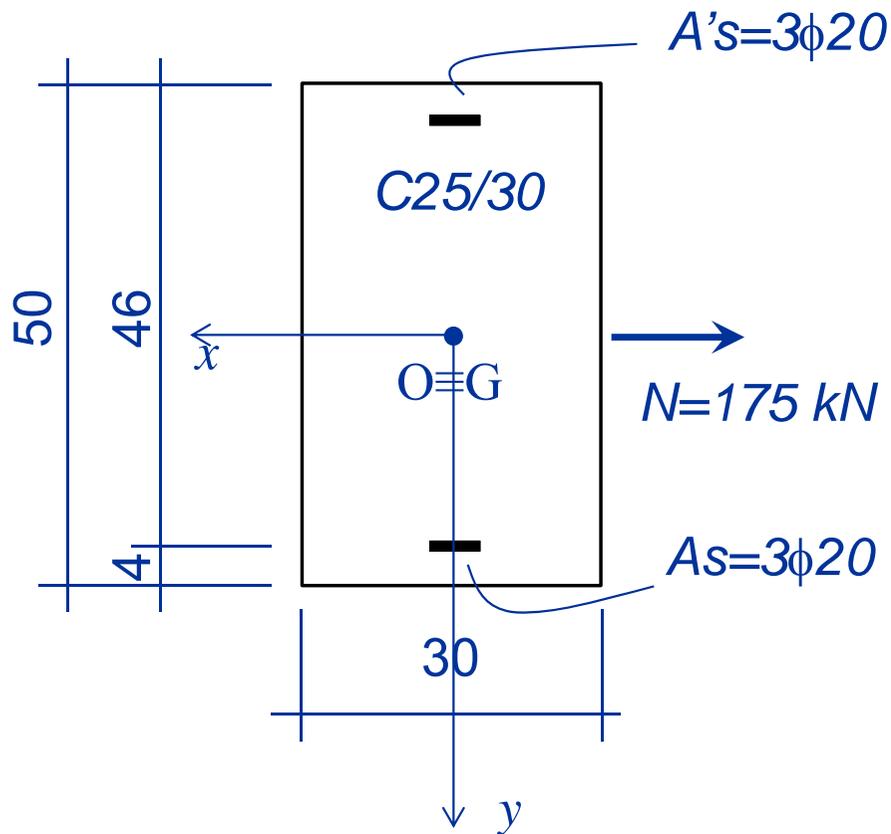
$$\sigma_c = \frac{N}{A_{ci}} \quad \sigma_s = n \frac{N}{A_{ci}}$$

Area ideale di calcestruzzo

dove:  $A_{ci} = A_c + n A_{s,tot}$

# Sforzo normale

1° stadio (Esercizio n. 1)



**Dati:**

Geometria della sezione

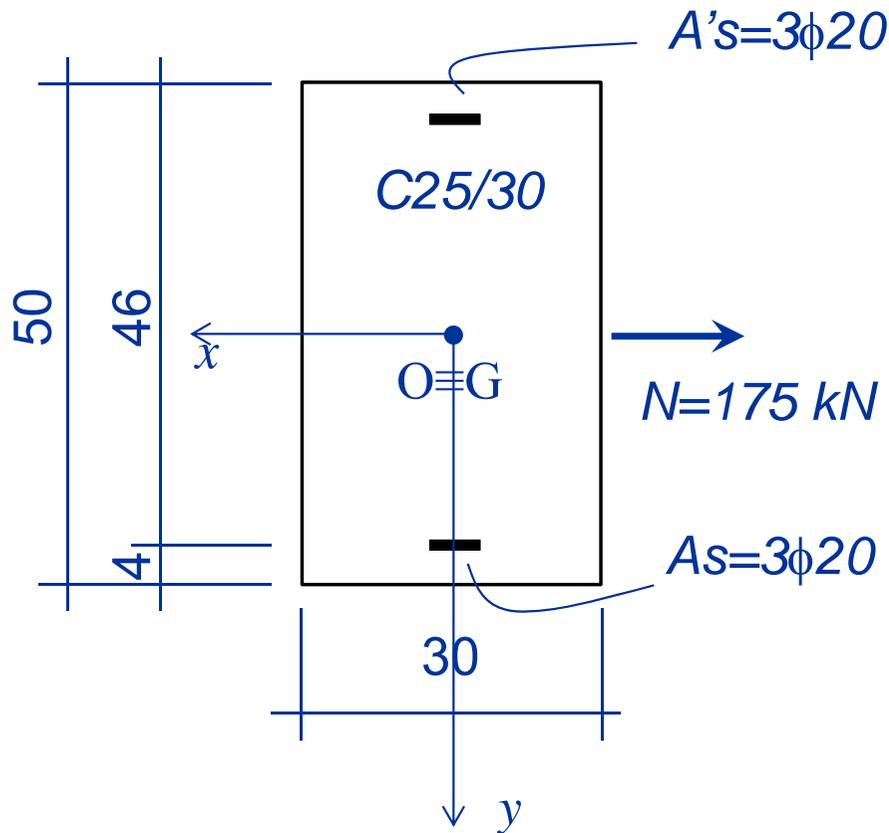
Armature

**Incognite:**

Tensioni massime

# Sforzo normale

1° stadio (Esercizio n. 1)



Coefficiente di omogeneizzazione (carico di breve durata)

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 33 \text{ MPa}$$

$$E_c = 22000 \sqrt[3]{\frac{f_{cm}}{10}} = 31500 \text{ MPa}$$

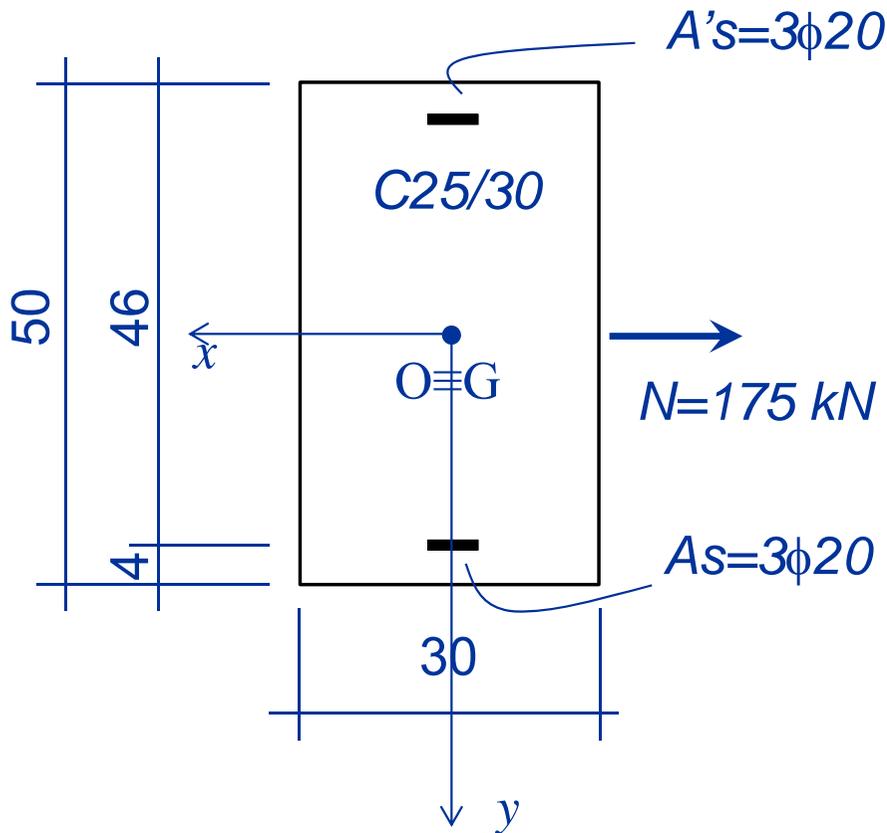
$$n = E_s / E_c = 200000 / 31500 = 6.35$$

Area ideale di calcestruzzo

$$A_{ci} = bh + nA_{s,tot} = 30 \times 50 + 6.35 \times 18.84 = 1619.6 \text{ cm}^2$$

# Sforzo normale

## 1° stadio (Esercizio n. 1)



### Tensioni

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{ci}} = \frac{175 \times 10^3}{1619.6 \times 10^2} = 1.08 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = n \sigma_c = 6.35 \times 1.08 = 6.90 \text{ MPa}$$

### Resistenza a trazione

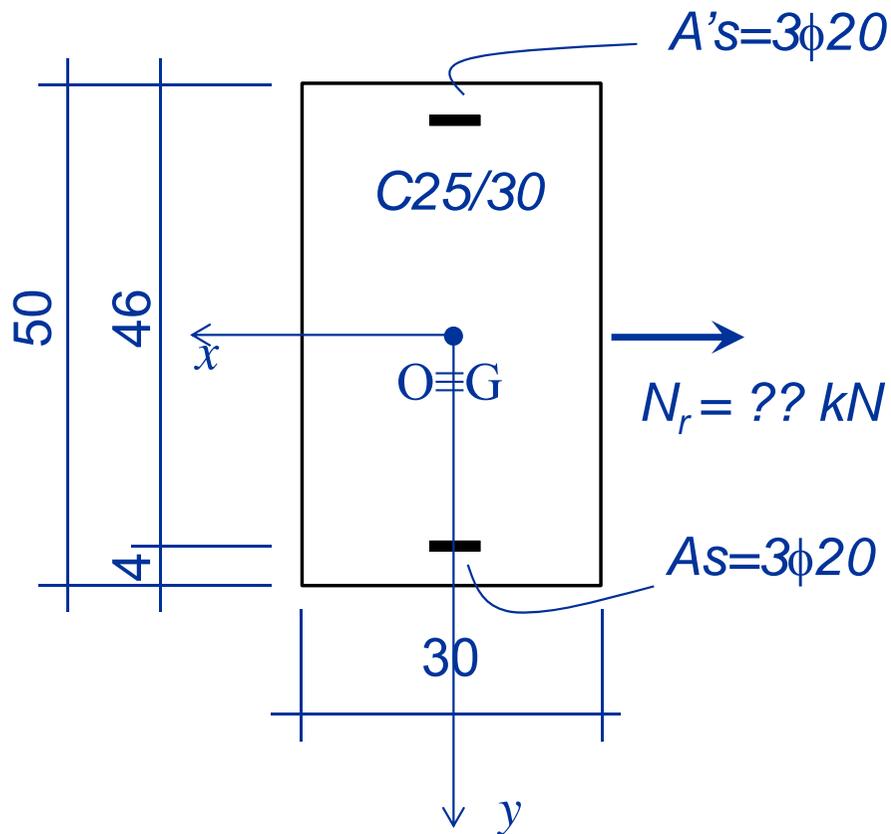
$$f_{ctm} = 0.30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 2.56 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk} = 0.70 f_{ctm} = 1.80 \text{ MPa}$$

**Nota:** siamo nel primo stadio perché la tensione di trazione  $\sigma_c$  è inferiore a  $f_{ctk}$

# Sforzo normale

1° stadio (Esercizio n. 2)



**Dati:**

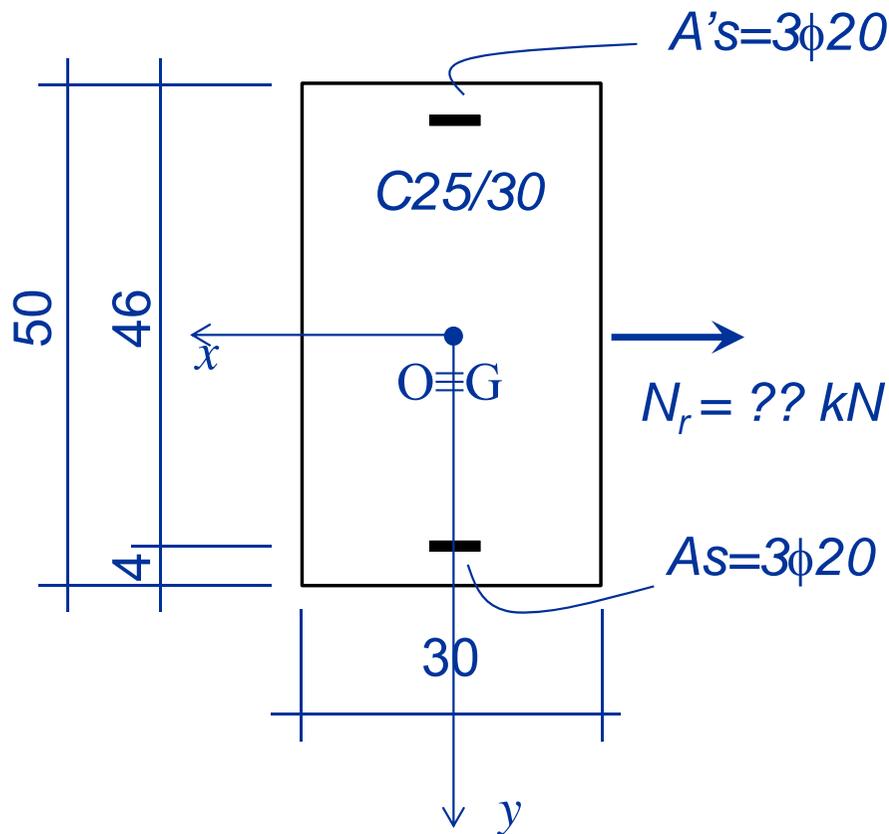
Geometria della sezione  
Armature

**Incognite:**

Sforzo normale di fessurazione

# Sforzo normale

## 1° stadio (Esercizio n. 2)



Sforzo normale di fessurazione

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{ci}} = f_{ctk}$$

$$N_r = A_{ci} \times f_{ctk} =$$

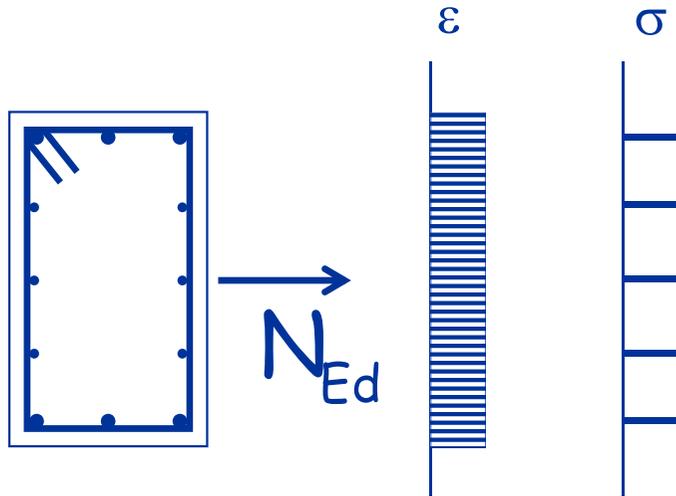
$$1619.6 \times 10^2 \times 1.80 \times 10^{-3} = 291.5 \text{ kN}$$

**Nota:** poiché il campo di comportamento dei materiali è lineare, lo sforzo normale di fessurazione può essere ricavato anche dai risultati dell'esercizio 1

$$N_r = N \frac{f_{ctk}}{\sigma_c} = 175 \times \frac{1.80}{1.08} = 291.5 \text{ kN}$$

# Sforzo normale di trazione

2° stadio



Il calcestruzzo soggetto a deformazioni longitudinali positive (allungamento) non reagisce.

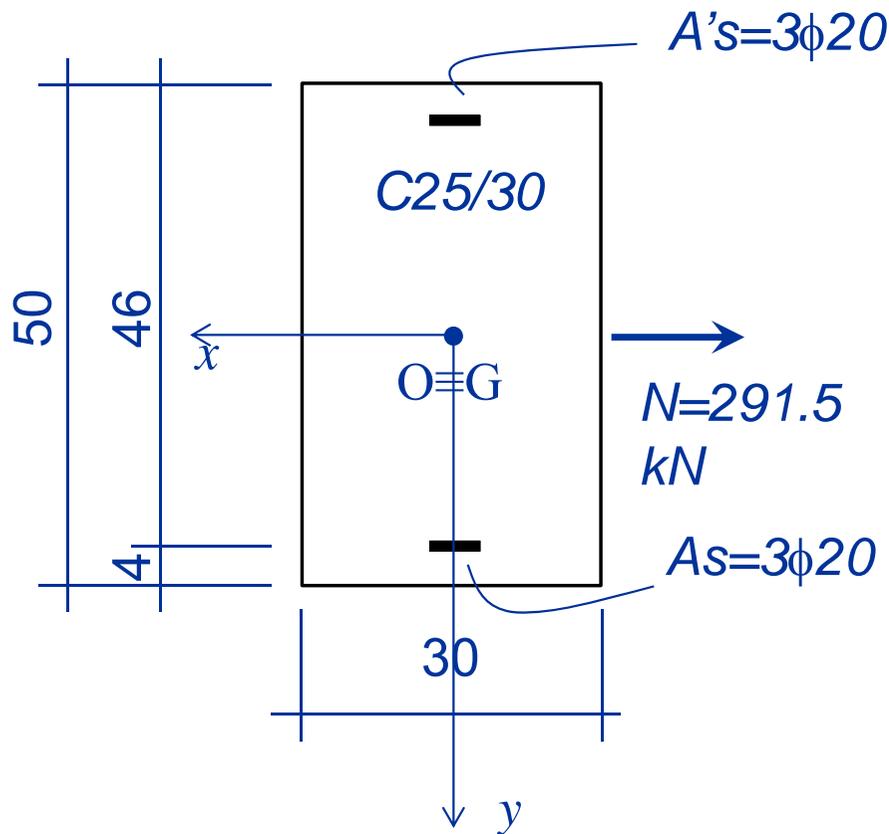
In questo caso non è necessario omogeneizzare perché la sezione reagente è costituita da solo acciaio e quindi già omogenea.

$$\varepsilon_G = \frac{N}{E_s A_{s,tot}}$$

$$\sigma_c = 0 \quad \sigma_s = \frac{N}{A_{s,tot}}$$

# Sforzo normale

## 2° stadio (Esercizio n. 3)



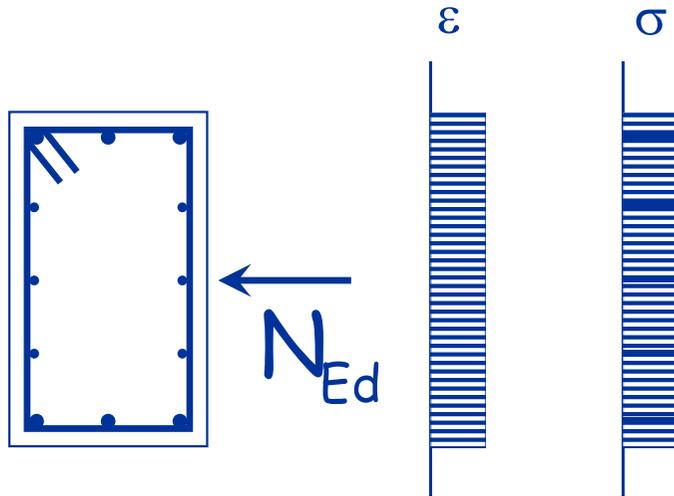
**Obiettivo:** si determini la tensione nell'acciaio per uno sforzo normale pari a quello di fessurazione, dopo la rottura per trazione del calcestruzzo

Tensione

$$\sigma_s = \frac{N_r}{A_{s,tot}} = \frac{291.5 \times 10^3}{18.84 \times 10^2} = 154.7 \text{ MPa}$$

# Sforzo normale di compressione

2° stadio



**Attenzione:** il coefficiente di omogeneizzazione deve essere valutato sulla base di un modulo elastico corrispondente a tensioni nel calcestruzzo di intensità moderata (ovvero di intensità più elevata rispetto a quella considerata nel primo stadio).

$$\varepsilon_G = \frac{N}{E_c A_{ci}}$$

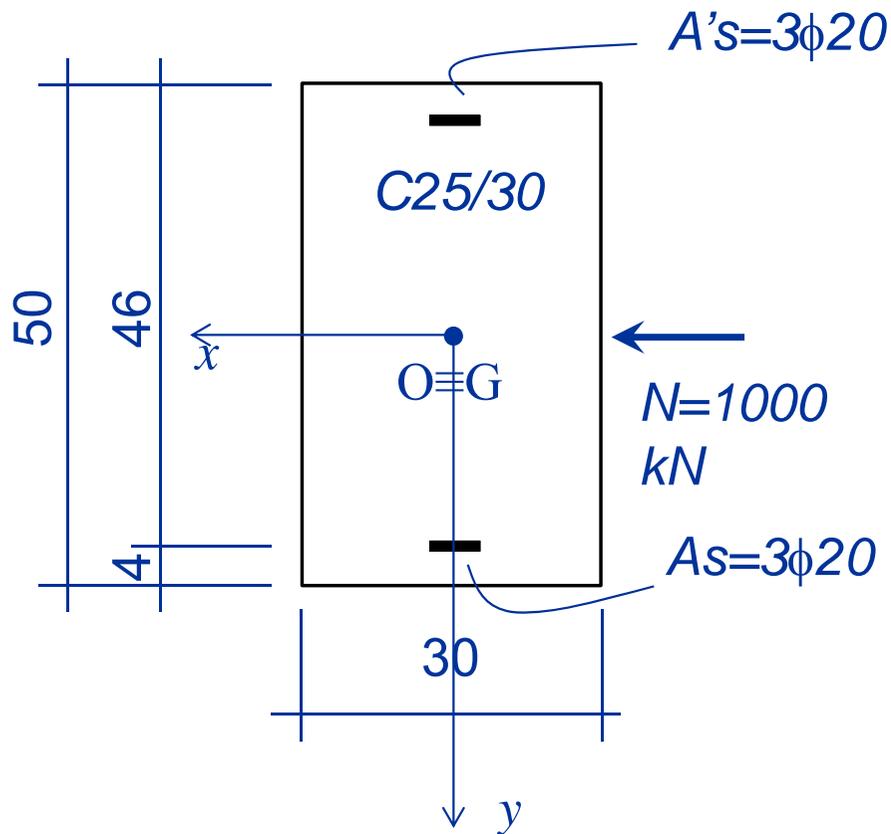
$$\sigma_c = \frac{N}{A_{ci}} \quad \sigma_s = n \frac{N}{A_{ci}}$$

dove:  $A_{ci} = A_c + n A_{s,tot}$

è l'area ideale di calcestruzzo

# Sforzo normale

## 2° stadio (Esercizio n. 4)



**Obiettivo:** si determini lo stato tensionale corrispondente ad uno sforzo normale  $N=1000$  kN.

Utilizzando il valore convenzionale  $n=15$  si ha

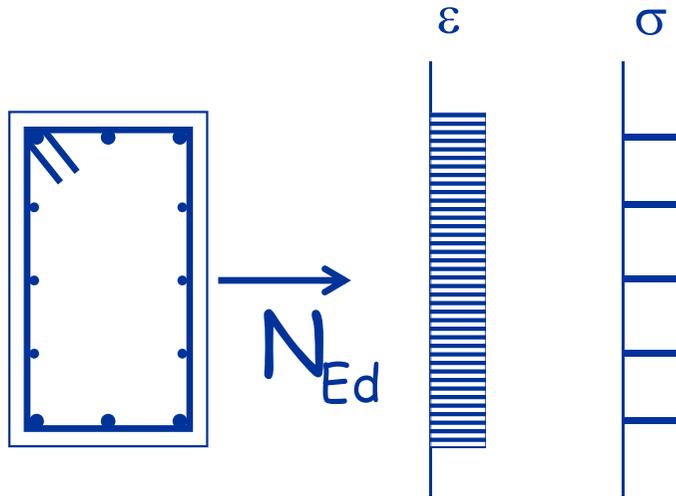
$$A_{ci} = bh + nA_{s,tot} =$$

$$30 \times 50 + 15 \times 18.84 = 1782.6 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{ci}} = \frac{1000 \times 10^3}{1782.6 \times 10^2} = 5.61 \text{ MPa} \quad \sigma_s = n \sigma_c = 15 \times 5.61 = 84.20 \text{ MPa}$$

# Sforzo normale di trazione

3° stadio



**Attenzione:** in questo caso non si può più omogeneizzare perché siamo in campo nonlineare.

Infatti, il coefficiente di omogeneizzazione è stato ricavato sfruttando le proprietà di elasticità del legame costitutivo dei materiali, calcestruzzo ed acciaio

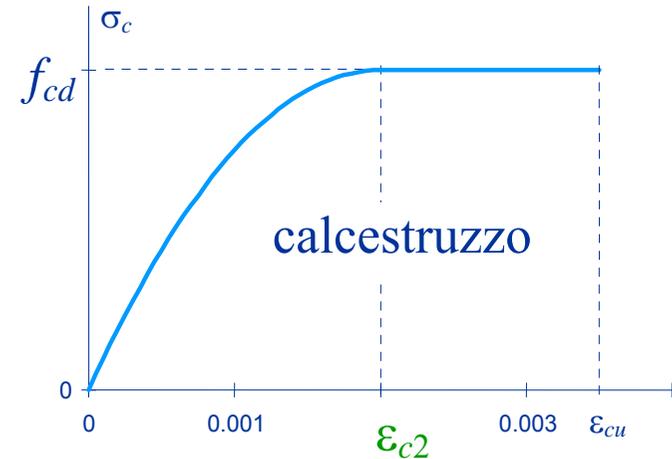
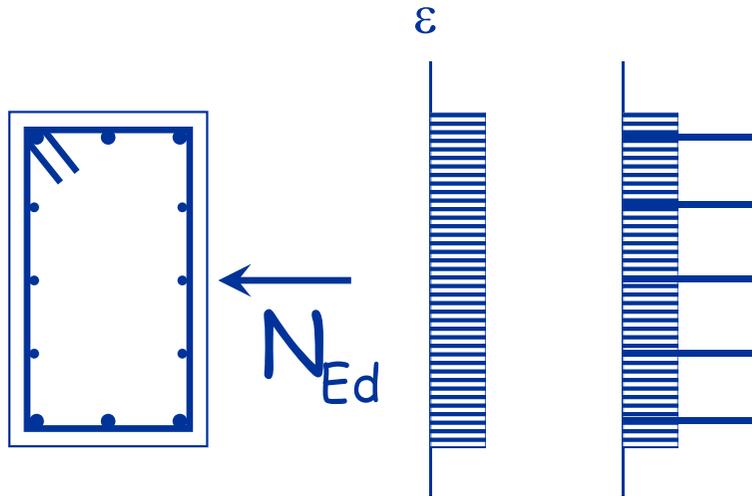
**Il valore resistente di progetto dello sforzo normale di trazione è**

$$\sigma_c = 0 \quad \sigma_s = \frac{N}{A_{s,tot}}$$

$$N_{Rd} = f_{yd} A_{s,tot}$$

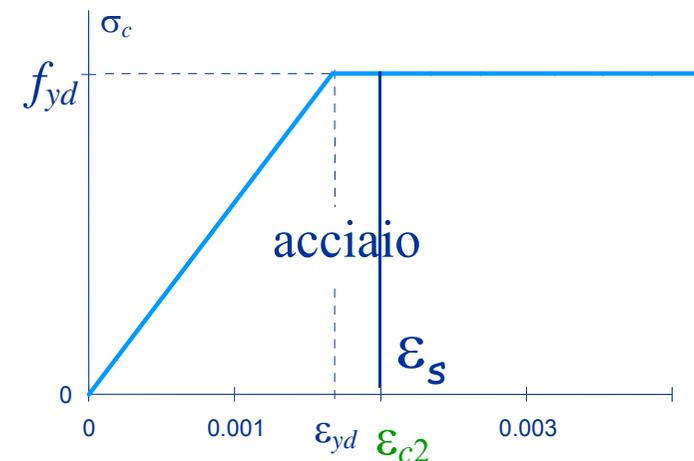
# Sforzo normale di compressione

3° stadio



Nel terzo stadio di comportamento, si suppone che in presenza di sola compressione la deformazione massima del calcestruzzo sia:

$$\varepsilon = \varepsilon_{c2} = 2\text{‰}$$



# Sforzo normale di compressione

3° stadio

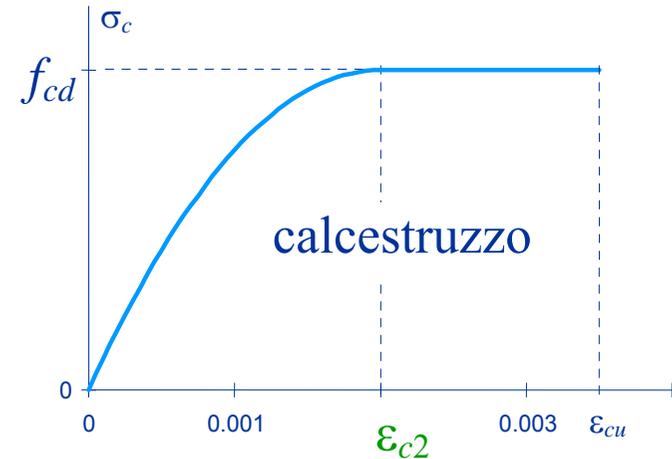
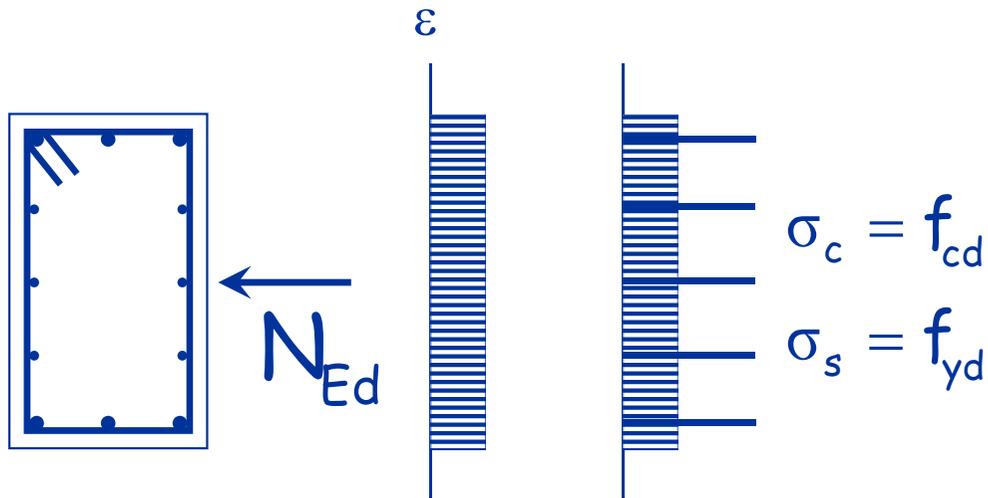
Nota:

“Nel caso di pilastri soggetti a compressione assiale si deve comunque assumere una componente flettente dello sforzo  $M_{Ed} = e N_{Ed}$  con eccentricità  $e$  pari almeno a  $0.05h \geq 20\text{mm}$  (con  $h$  altezza della sezione)”

Se non si vuole verificare la sezione a pressoflessione, occorre che la resistenza a sforzo normale centrato sia superiore almeno del 15-20% rispetto a  $N_{Ed}$

# Sforzo normale di compressione

3° stadio

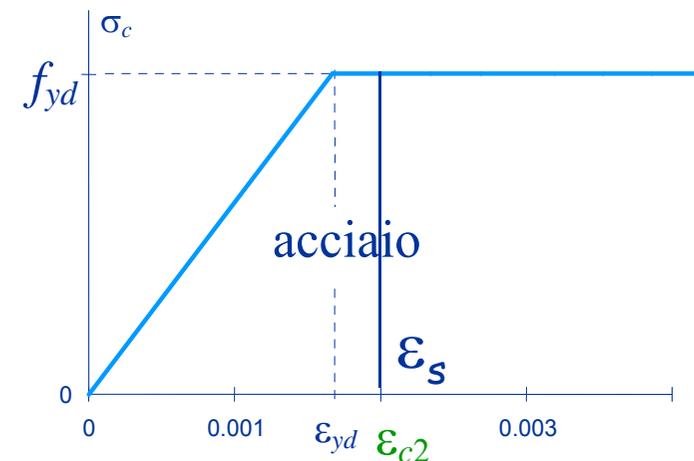


$$N_{Ed} \leq N_{Rd} = f_{cd} A_c + f_{yd} A_s$$

la sezione non può portare momento

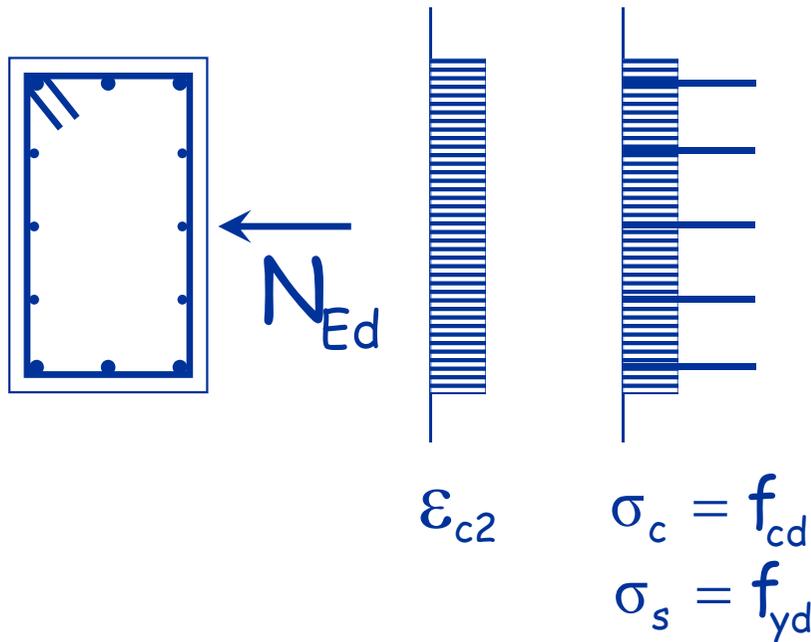
$$N_{Ed} \leq N_{Rd} = \frac{f_{cd} A_c + f_{yd} A_s}{1.2}$$

la sezione può portare momento



# Sforzo normale di compressione

3° stadio - Progetto



La norma impone che l'armatura porti almeno il 10% dello sforzo normale

$$N_{Rd} = \underbrace{f_{cd} A_c}_{N_{Ed}} + \underbrace{0.2 N_{Ed} f_{yd} A_s}_{0.2 N_{Ed}} \geq 1.2 N_{Ed}$$

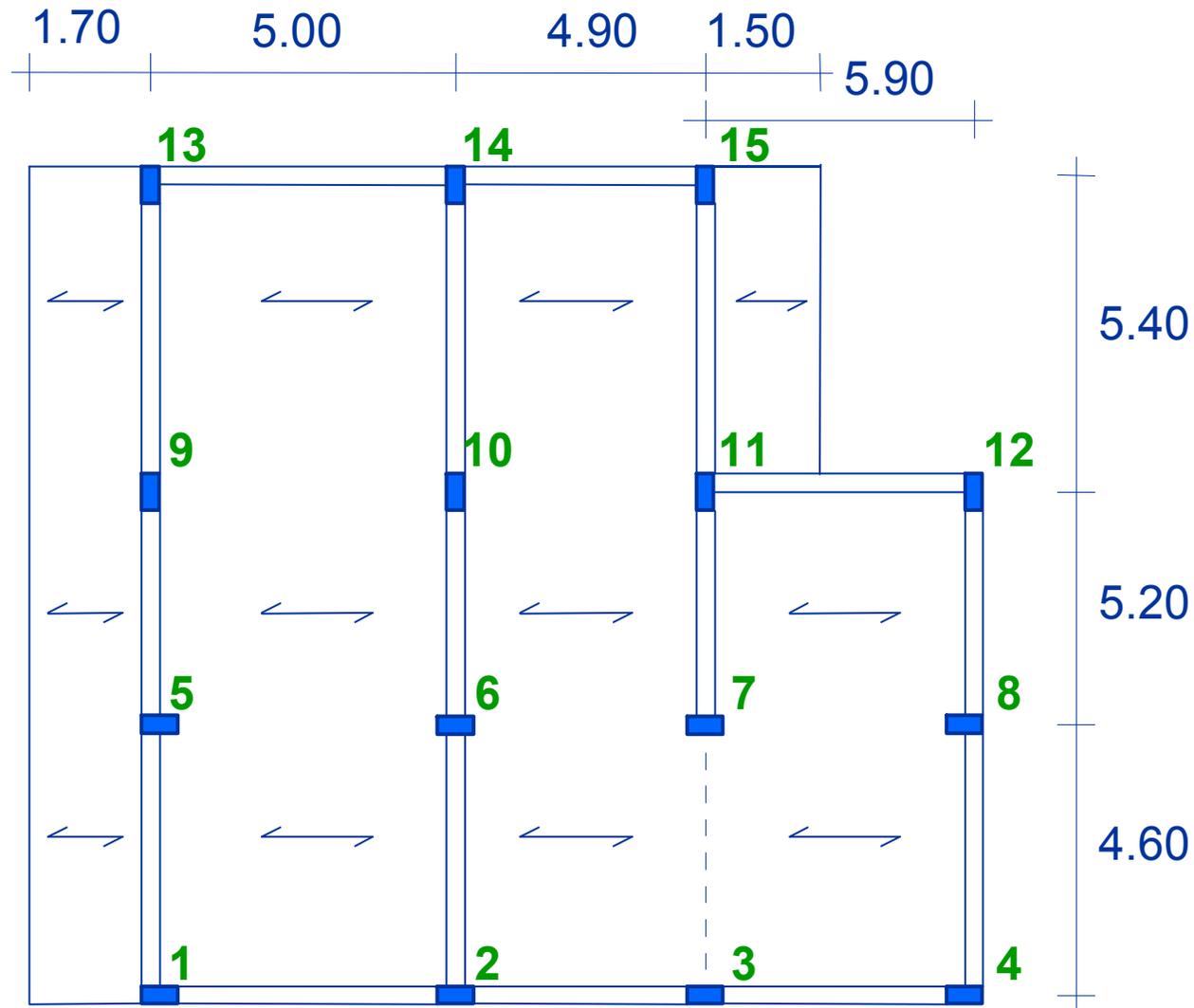
Pertanto, si determina:  
la sezione di calcestruzzo  
e l'armatura

$$A_c \geq N_{Ed} / f_{cd}$$

$$A_s \geq 0.2 N_{Ed} / f_{yd}$$

# Esempio

## Edificio a 6 impalcati



# Materiali utilizzati

Calcestruzzo C25/30  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$   $f_{cm} = 33 \text{ MPa}$

$$E_c = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} = 31475 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 0.30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 2.56 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk} = 0.7 \times f_{ctm} = 1.80 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = 14.17 \text{ MPa}$$

# Materiali utilizzati

Acciaio

B450C

$$E_s = 210000 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = 391.3 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{391.3}{210000} = 1.86 \times 10^{-3}$$

# Esempio carichi unitari

## Solaio per abitazione

Peso proprio (valore caratteristico):

|          |   |   |                       |       |
|----------|---|---|-----------------------|-------|
| soletta  | $0.04 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$               | = | $1.00 \text{ kN/m}^2$ |       |
| travetti | $3 \times (0.08 \times 0.20) \times 1 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3$ | = | $1.20 \text{ kN/m}^2$ |       |
| laterizi | $8 \times 0.082 \text{ kN}$   | = | $0.66 \text{ kN/m}^2$ |       |
| TOTALE   |   | = | $2.86 \text{ kN/m}^2$ | $G_1$ |

Sovraccarichi permanenti (valore caratteristico):

|                      |   |   |                       |                                       |
|----------------------|---|---|-----------------------|---------------------------------------|
| massetto             | $0.03 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 18 \text{ kN/m}^3$ | = | $0.54 \text{ kN/m}^2$ | } $G_1$ <del><math>G_2</math></del> ? |
| pavimento in granito | $0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 27 \text{ kN/m}^3$ | = | $0.54 \text{ kN/m}^2$ |                                       |
| intonaco             | $0.02 \times 1 \times 1 \text{ m}^3 \times 20 \text{ kN/m}^3$ | = | $0.40 \text{ kN/m}^2$ |                                       |
| incidenza tramezzi   |   | = | $1.20 \text{ kN/m}^2$ | $G_2$                                 |
| TOTALE               |   | = | $2.68 \text{ kN/m}^2$ |                                       |

quindi:  $G_{1k} = 4.34 \text{ kN/m}^2$      $G_{2k} = 1.20 \text{ kN/m}^2$      $G_k = 5.54 \text{ kN/m}^2$

# Carichi unitari

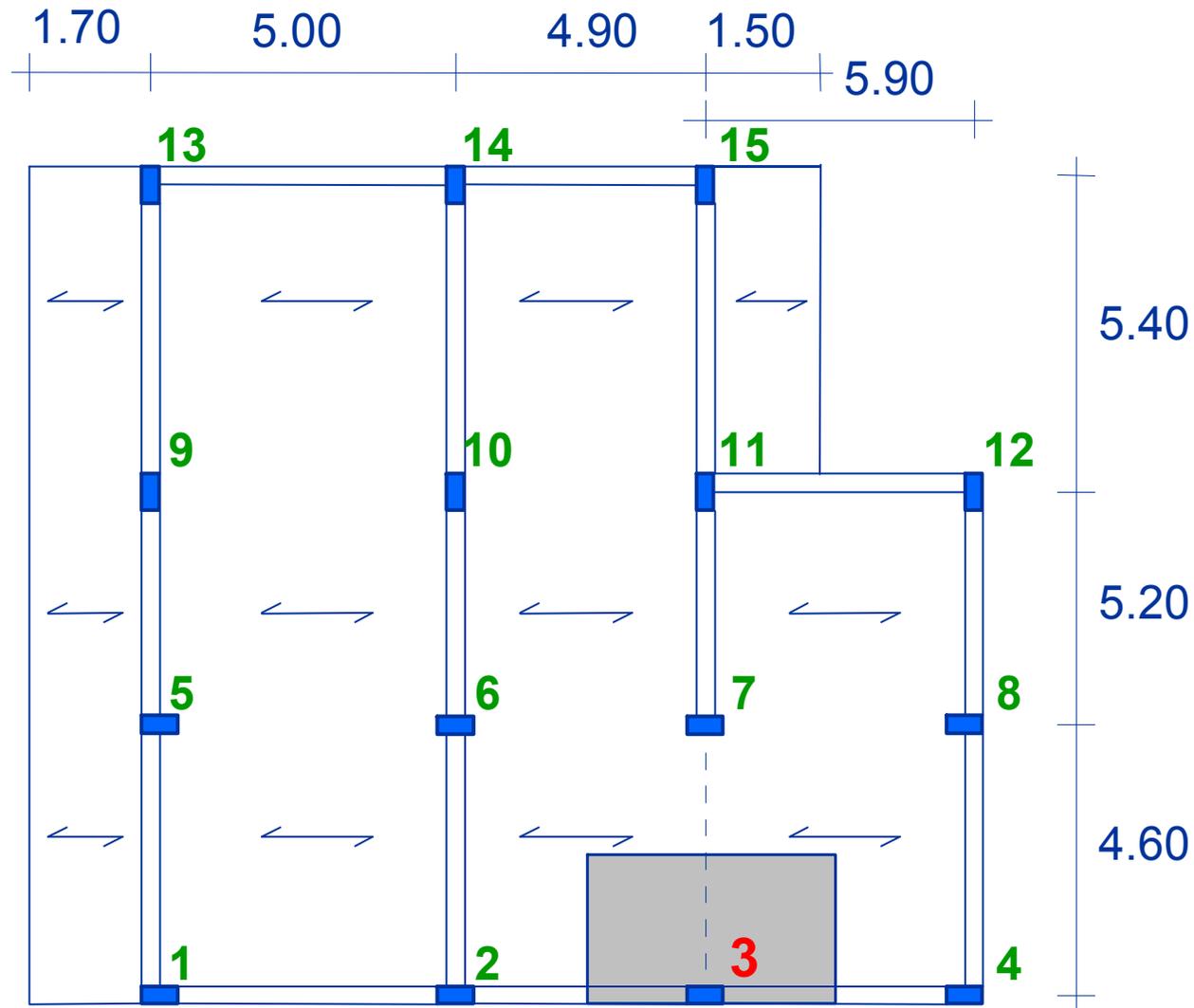
|                   |  |
|-------------------|--|
| Solaio .....      | $g_{1d} = 1.3 \times 4.3 = 5.6 \text{ kN/m}^2$<br>$g_{2d} + q_d = 1.5 \times 3.2 = 4.8 \text{ kN/m}^2$ |
| Balconi .....     | $g_d = 1.3 \times 3.9 = 5.1 \text{ kN/m}^2$<br>$q_d = 1.5 \times 4.0 = 6.0 \text{ kN/m}^2$             |
| Tamponature ..... | $g_d = 1.3 \times 7.2 = 9.4 \text{ kN/m}$  |
| Travi 30x60 ..... | $g_d = 1.3 \times 3.7 = 4.8 \text{ kN/m}$  |
| 70x24 .....       | $g_d = 1.3 \times 2.4 = 3.1 \text{ kN/m}$  |

# Riepilogo carichi

|                                  |                        |
|----------------------------------|------------------------|
| Solaio .....<br>( $g + 0.9 q$ )  | 9.9 kN/m <sup>2</sup>  |
| Balconi .....<br>( $g + 0.9 q$ ) | 10.5 kN/m <sup>2</sup> |
| Tamponature .....                | 9.4 kN/m               |
| Travi 30x60 .....                | 4.8 kN/m               |
| 70x24 .....                      | 3.1 kN/m               |

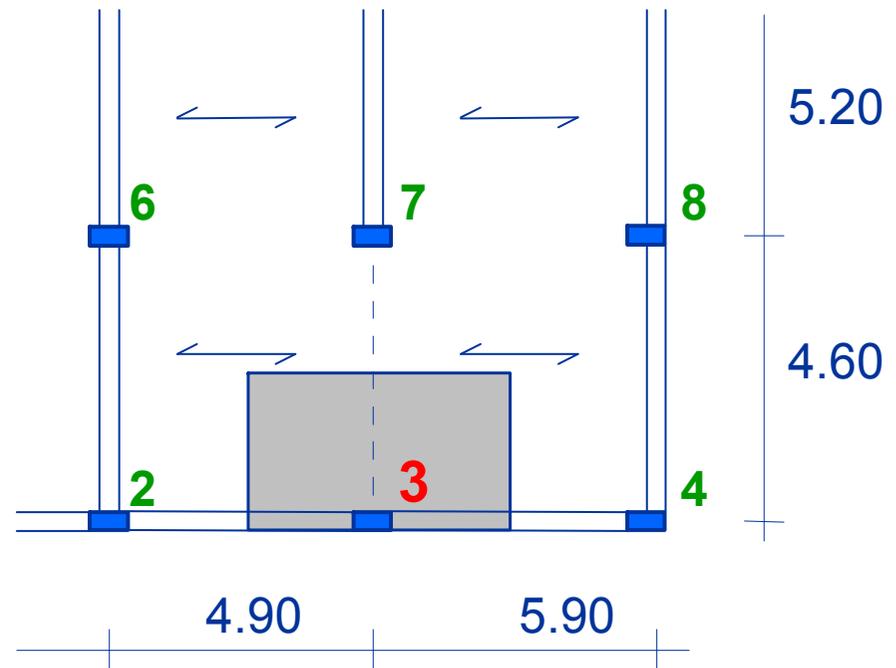
# Scarico al piano tipo

## Pilastro 3



# Scarico al piano

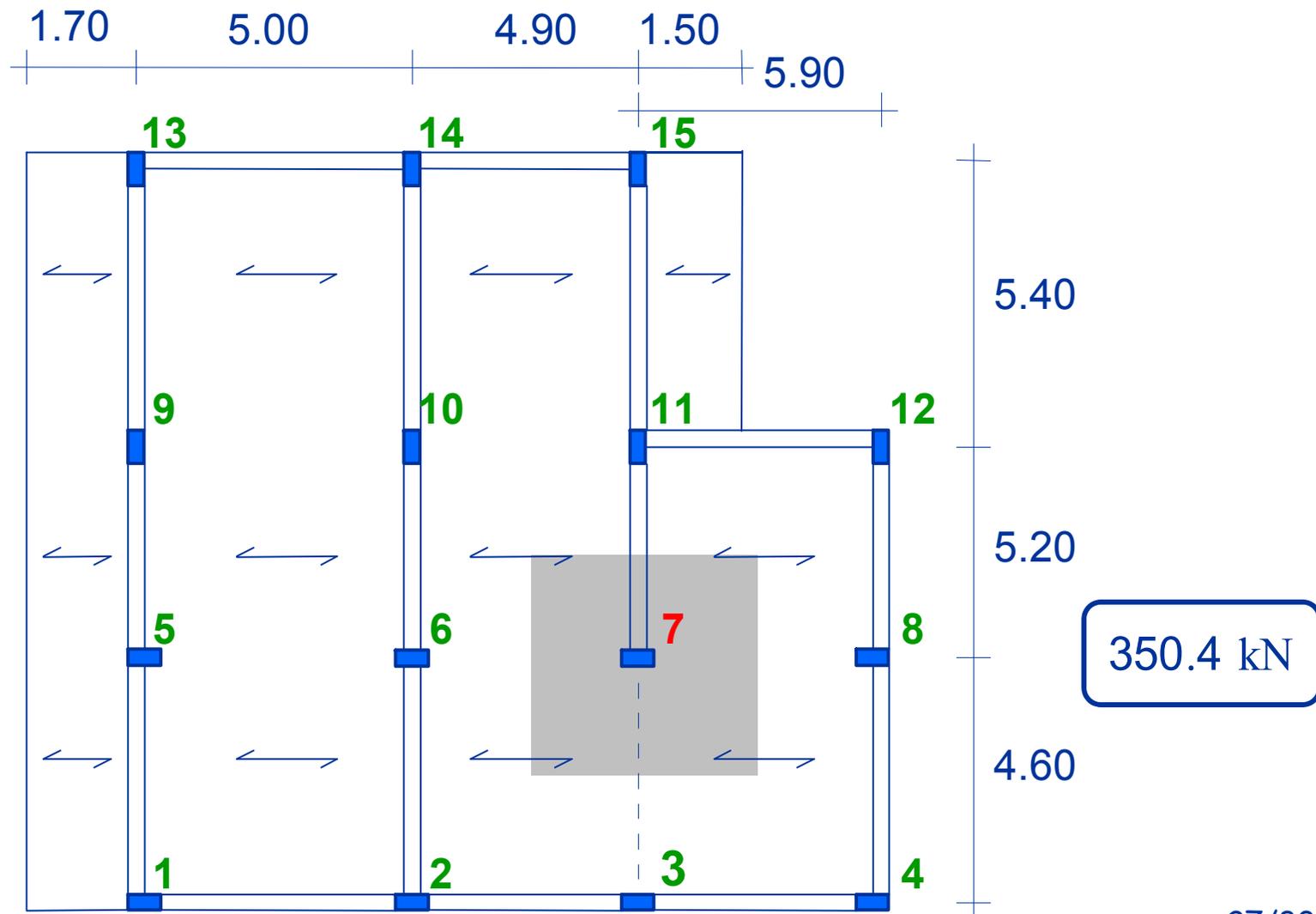
## Pilastro 3



|           |  |                |                |
|-----------|--|----------------|----------------|
| soffitto  | $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} \times \frac{4.60}{2} = 13.78 \text{ m}^2$ | $\times 9.9 =$ | 136.4 kN       |
| tompagno  | $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.0 \text{ m}$                           | $\times 9.4 =$ | 56.4 kN        |
| trave em. | $\frac{4.90 + 5.90 \times 1.2}{2} = 6.0 \text{ m}$                           | $\times 4.8 =$ | 28.8 kN        |
| trave sp. | $\frac{4.60}{2} = 2.3 \text{ m}$   | $\times 3.1 =$ | 7.1 kN         |
|           |  |                | <hr/> 228.7 kN |

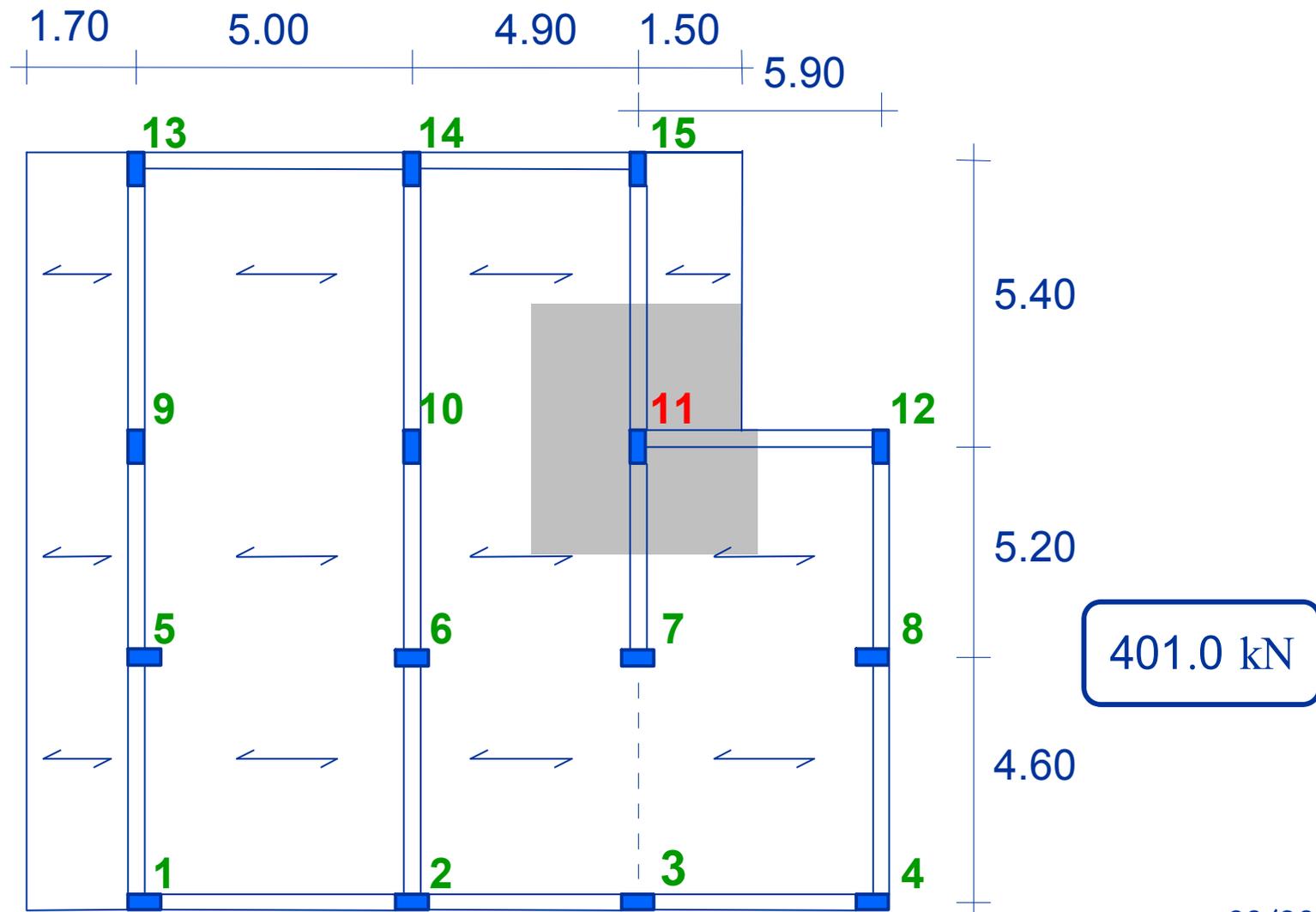
# Scarico al piano tipo

## Pilastro 7



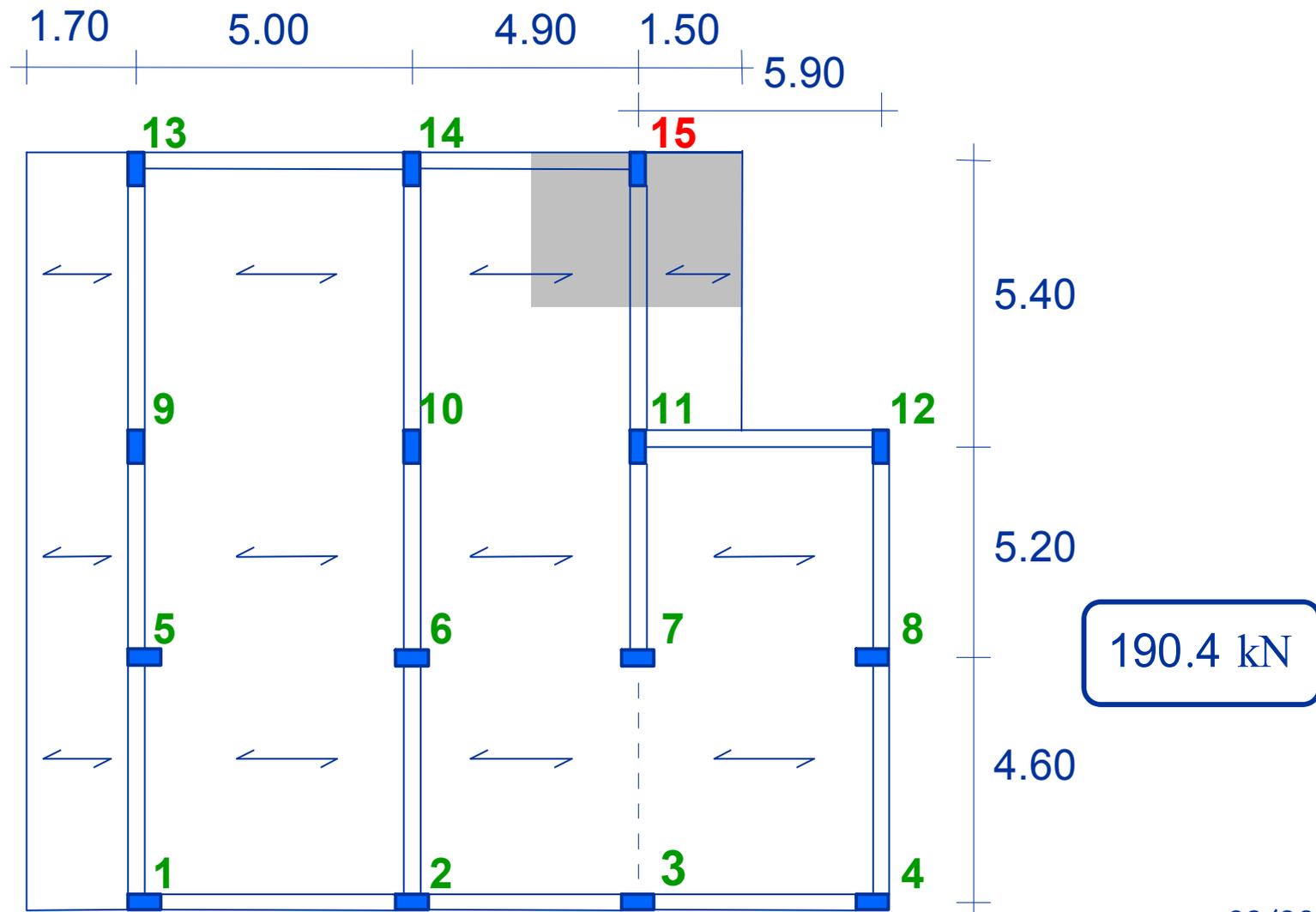
# Scarico al piano tipo

## Pilastro 11



# Scarico al piano tipo

## Pilastro 15



# Dimensionamento

## Pilastro 3

|                       |          |
|-----------------------|----------|
| Scarico<br>al piano   | 228.7 kN |
| Peso proprio<br>medio | 13.7 kN  |
|                       | <hr/>    |
|                       | 242.4 kN |

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

| piano | N (kN) | $A_c$ (cm <sup>2</sup> ) | sezione |
|-------|--------|--------------------------|---------|
| 6     | 242.4  | 171                      | 30×30   |
| 5     | 484.8  | 342                      | 30×30   |
| 4     | 727.2  | 513                      | 30×30   |
| 3     | 969.6  | 684                      | 30×30   |
| 2     | 1212.0 | 855                      | 30×30   |
| 1     | 1454.4 | 1026                     | 40×30   |

# Dimensionamento

## Pilastro 7

|                       |          |
|-----------------------|----------|
| Scarico<br>al piano   | 350.4 kN |
| Peso proprio<br>medio | 21.0 kN  |
|                       | <hr/>    |
|                       | 371.4 kN |

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

| piano | N (kN) | $A_c$ (cm <sup>2</sup> ) | sezione |
|-------|--------|--------------------------|---------|
| 6     | 371.4  | 262                      | 30×30   |
| 5     | 742.8  | 524                      | 30×30   |
| 4     | 1114.2 | 786                      | 30×30   |
| 3     | 1485.6 | 1048                     | 40×30   |
| 2     | 1857.0 | 1310                     | 50×30   |
| 1     | 2228.4 | 1572                     | 60×30   |

# Dimensionamento

## Pilastro 11

|                       |          |
|-----------------------|----------|
| Scarico<br>al piano   | 401.0 kN |
| Peso proprio<br>medio | 24.1 kN  |
|                       | <hr/>    |
|                       | 425.1 kN |

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

| piano | N (kN) | $A_c$ (cm <sup>2</sup> ) | sezione |
|-------|--------|--------------------------|---------|
| 6     | 425.1  | 300                      | 30×30   |
| 5     | 850.2  | 600                      | 30×30   |
| 4     | 1275.3 | 900                      | 30×30   |
| 3     | 1700.4 | 1200                     | 30×40   |
| 2     | 2125.2 | 1500                     | 30×50   |
| 1     | 2550.6 | 1800                     | 30×60   |

# Dimensionamento

## Pilastro 15

|                       |          |
|-----------------------|----------|
| Scarico<br>al piano   | 190.4 kN |
| Peso proprio<br>medio | 11.4 kN  |
|                       | <hr/>    |
|                       | 201.8 kN |

$$A_c = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$

| piano | N (kN) | $A_c$ (cm <sup>2</sup> ) | sezione |
|-------|--------|--------------------------|---------|
| 6     | 201.8  | 142                      | 30×30   |
| 5     | 403.6  | 285                      | 30×30   |
| 4     | 605.4  | 427                      | 30×30   |
| 3     | 807.2  | 570                      | 30×30   |
| 2     | 1009.0 | 712                      | 30×30   |
| 1     | 1210.8 | 855                      | 30×30   |

# Armature longitudinali dei pilastri

(NTC08 punto 4.1.6.1.2)

Le barre d'armatura devono avere diametro non minore di 12 mm ed interasse non maggiore di 300 mm

La quantità minima di armatura longitudinale totale  $A_{s,min}$  deve essere determinata con la seguente equazione:

$$A_{s,min} = \frac{0.10 N_{Ed}}{f_{yd}} \geq 0.003 A_c$$

consiglio  
0.20

dove:

$f_{yd}$  è la tensione di snervamento di calcolo dell'armatura;

$N_{Ed}$  è la forza di compressione assiale di calcolo;

$A_c$  è l'area della sezione trasversale del calcestruzzo.

**NOTA BENE:**

in zona sismica le armature sono maggiori (min 1%)

# Armatatura minima nei pilastri

(NTC08 punto 4.1.6.1.2)

$$A_{s,min} = \frac{0.20 N_{Ed}}{f_{yd}}$$
$$A_{c,nec} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd}}$$
$$\frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = \frac{0.20 N_{Ed} / f_{yd}}{N_{Ed} / f_{cd}} = \frac{0.20 f_{cd}}{f_{yd}}$$

Ad esempio:

Acciaio B450C  $f_{yd} = 391.3 \text{ N/mm}^2$

Calcestruzzo C25/30  $f_{cd} = 14.17 \text{ N/mm}^2$

$$\frac{A_{s,min}}{A_{c,nec}} = \frac{0.20 \times 14.17}{391.3} = 0.00724 \cong 0.7\%$$

# Armature del pilastro 11

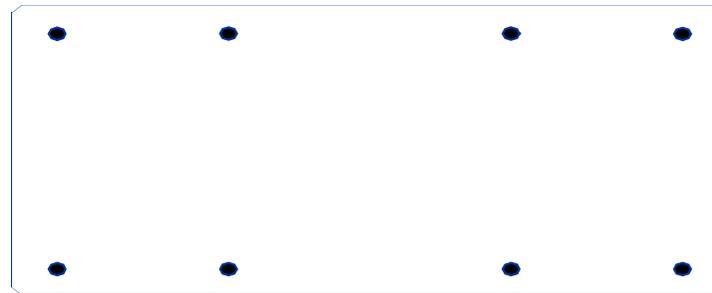
Primo ordine

30x60



Armatura minima  
(su tutta la sezione):

$$A_{s,min} = \frac{0.20 \times 1800}{391.3} \times 10 = 9.2 \text{ cm}^2$$



$$A_{s,tot} = 8\varnothing 14 = 12.3 \text{ cm}^2 > A_{s,min}$$

# Armature longitudinali dei pilastri

(NTC08 punto 4.1.6.1.2)

Di regola, al di fuori delle sovrapposizioni, l'area dell'armatura non deve essere maggiore di  $0.04A_c$

Ulteriori indicazioni (EC2):

- Le barre longitudinali devono, di regola, essere distribuite lungo il perimetro della sezione;
- Per pilastri aventi sezione trasversale poligonale, almeno una barra sarà disposta in ogni spigolo.
- Per pilastri di sezione circolare, il numero minimo di barre è 6.

# Armature trasversali dei pilastri

(NTC08 punto 4.1.6.1.2)

## Interasse delle staffe

- non maggiore di 12 volte il diametro delle barre impiegate per l'armatura longitudinale
- non maggiore di 250 mm

## Diametro delle staffe

- non minore di 6 mm
- non minore di  $\frac{1}{4}$  del diametro massimo delle barre longitudinali

FINE