

Lezione

TECNICA DELLE COSTRUZIONI

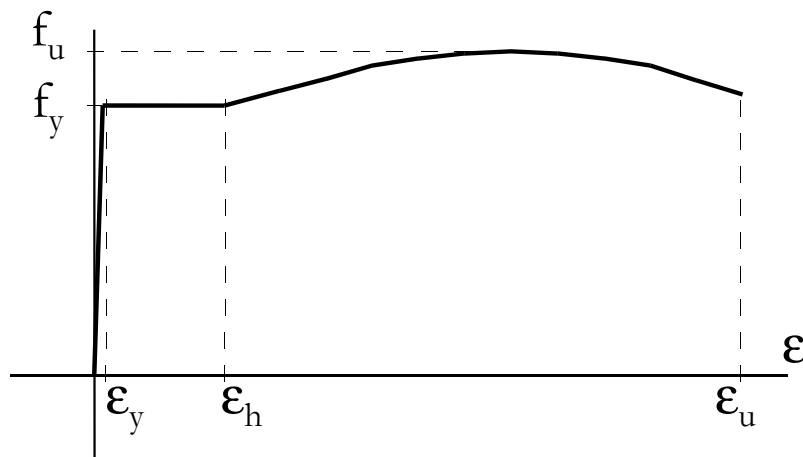
Prof. Pier Paolo Rossi

Università degli Studi di Catania

Verifica e progetto di sezioni allo SLU

Criteri generali

Tensione di snervamento o ultima?



La tensione ultima f_u
si raggiunge con deformazioni
plastiche molto elevate

1. Se la zona plasticizzata è molto piccola, queste hanno scarso effetto globale:
si può accettare f_u



zone in corrispondenza di fori, collegamenti

2. Se la zona plasticizzata è estesa, le deformazioni plastiche non sono accettabili:
ci si deve fermare a f_y



aste, in generale

Criteri generali

Coefficienti parziali di sicurezza del materiale

Vengono usati valori diversi, a seconda del problema

- **resistenza di sezioni** $\gamma_{M0} = 1.05$
- **resistenza di aste all'instabilità** $\gamma_{M1} = 1.05$
- **resistenza ultima di sezioni** $\gamma_{M2} = 1.25$
resistenza di bulloni, saldature
- **resistenza di collegamenti a scorrimento**
 - per SLU $\gamma_{M3} = 1.25$
 - per SLE $\gamma_{M3,ser} = 1.10$

Criteri generali

Classificazione delle sezioni

Le parti compresse di una sezione sono soggette al rischio di instabilità (instabilità locale)

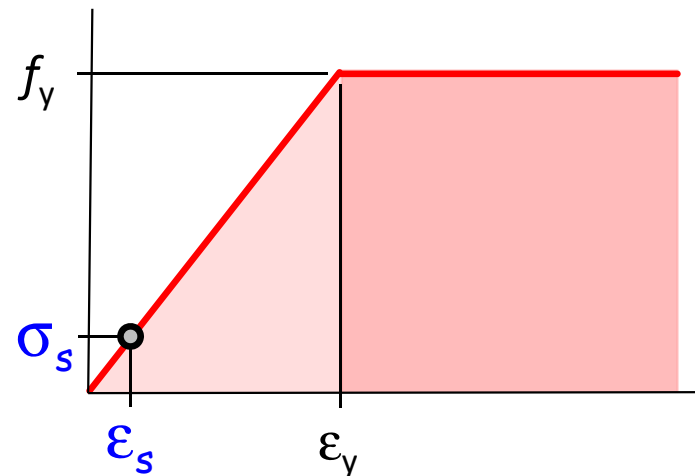
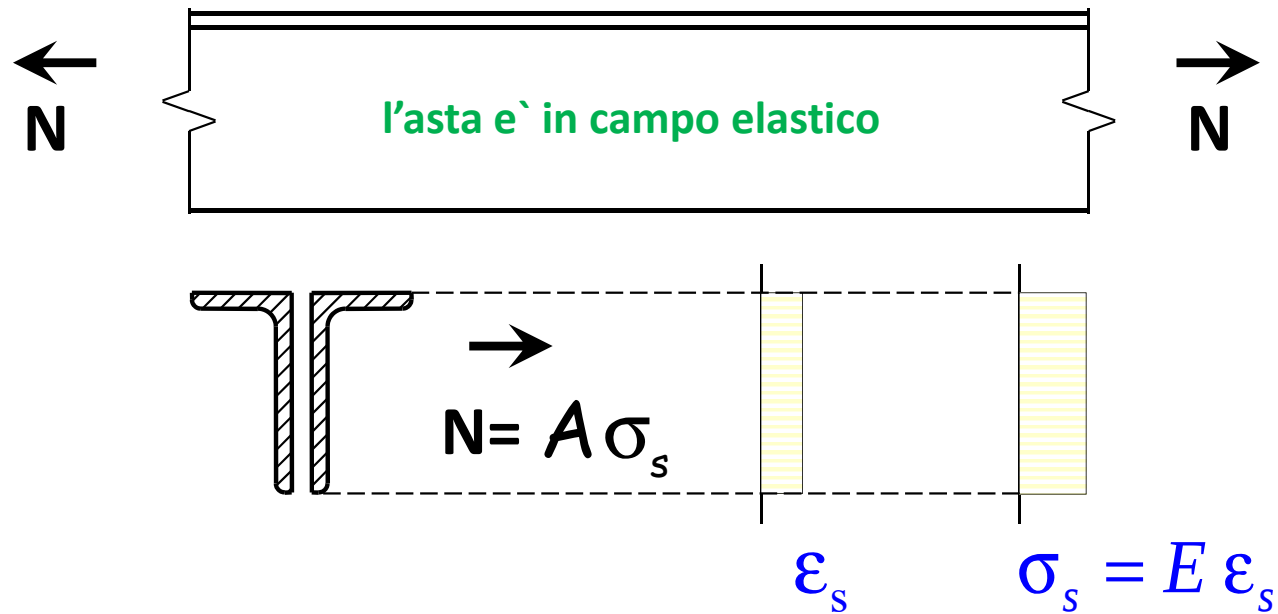
Le sezioni sono divise in 4 classi, in base a come l'instabilità locale ne condiziona il comportamento

- **classe 1** – massima resistenza, massima duttilità
- **classe 2** – massima resistenza, limitata duttilità
- **classe 3** – resistenza limitata al raggiungimento della prima plasticizzazione
- **classe 4** - instabilità precoce che avviene prima dello snervamento

Sforzo normale di
trazione

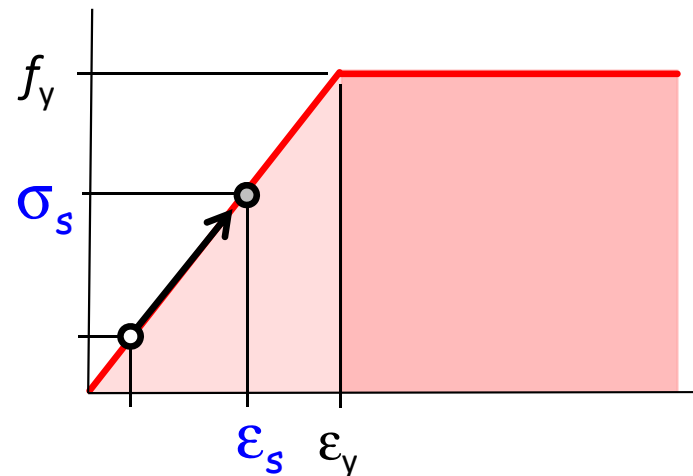
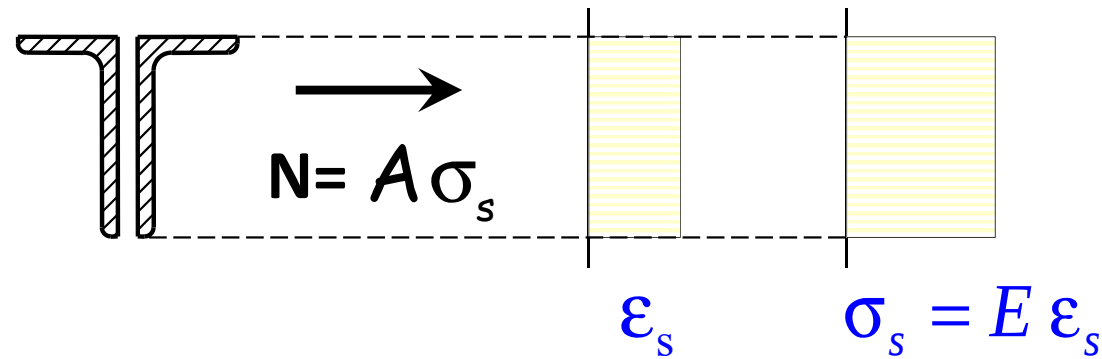
Comportamento dell'asta

... al crescere del carico



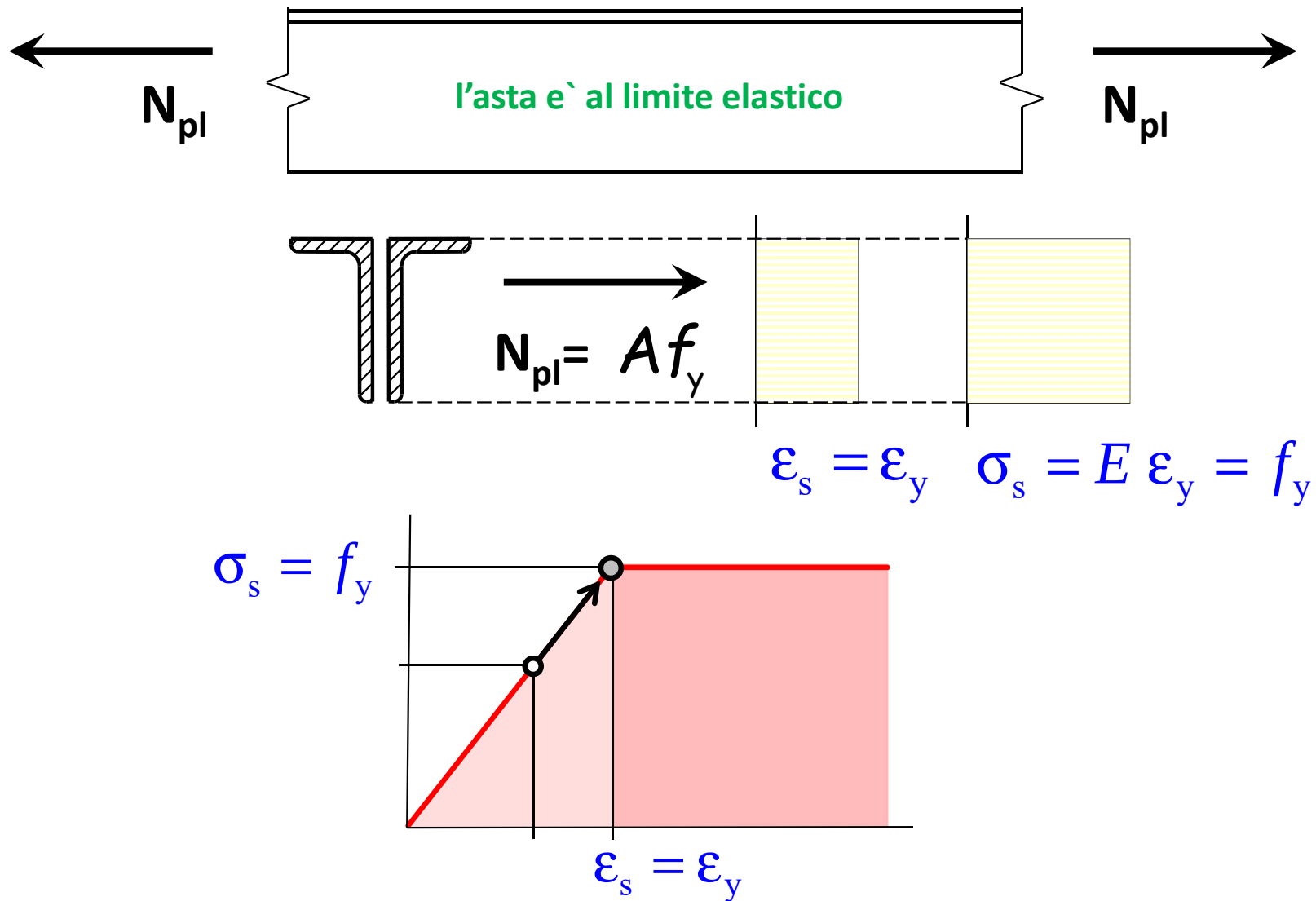
Comportamento dell'asta

... al crescere del carico



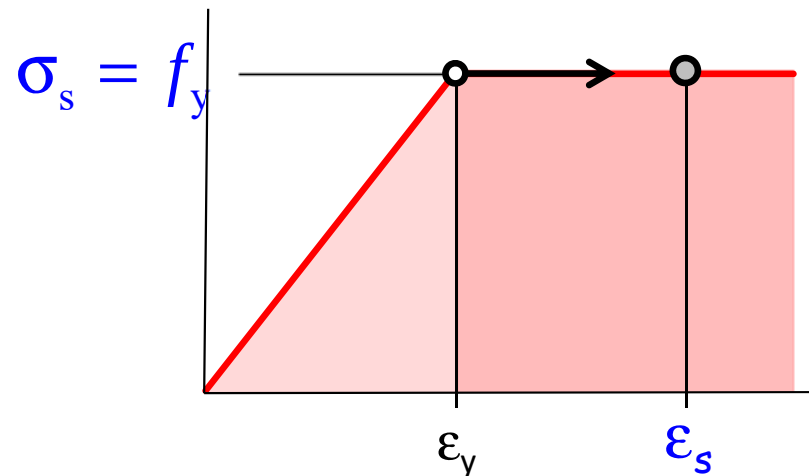
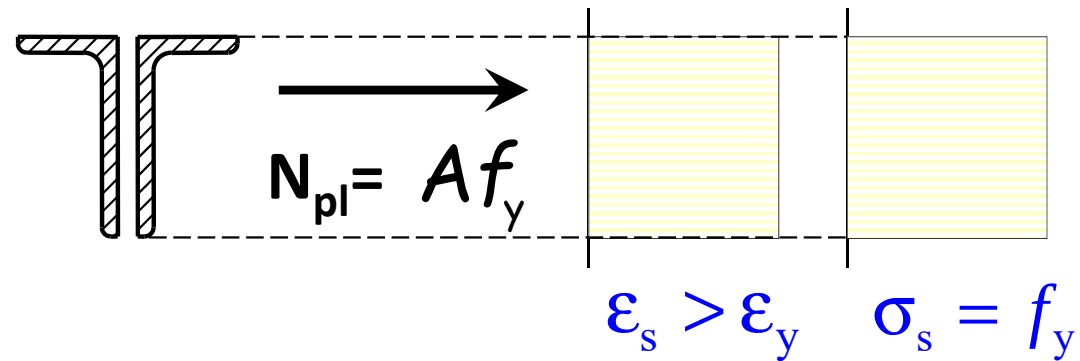
Comportamento dell'asta

... al crescere del carico



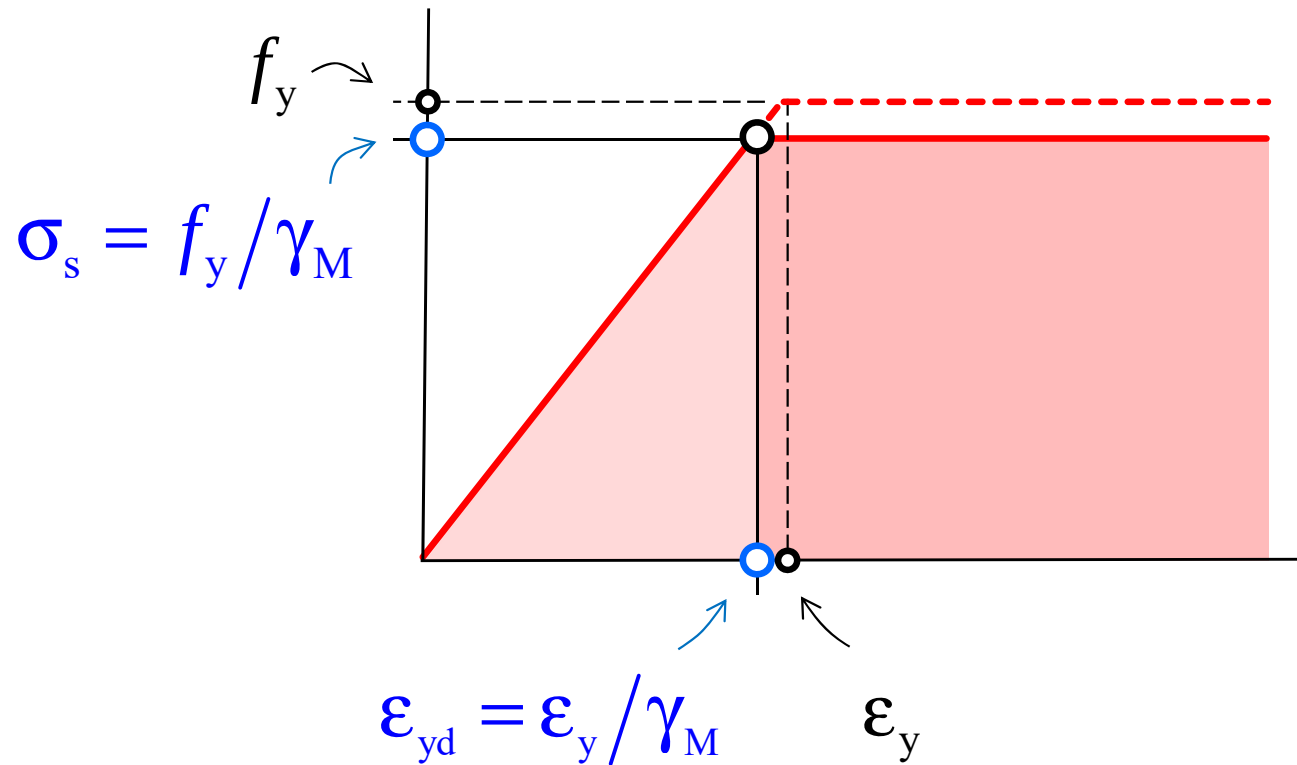
Comportamento dell'asta

... al crescere del carico



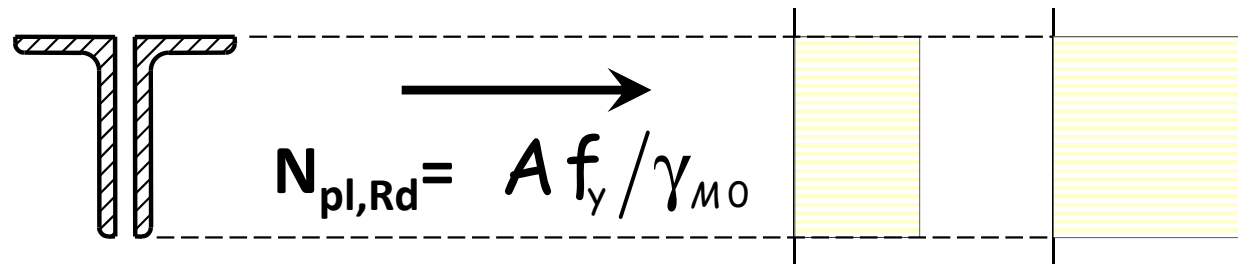
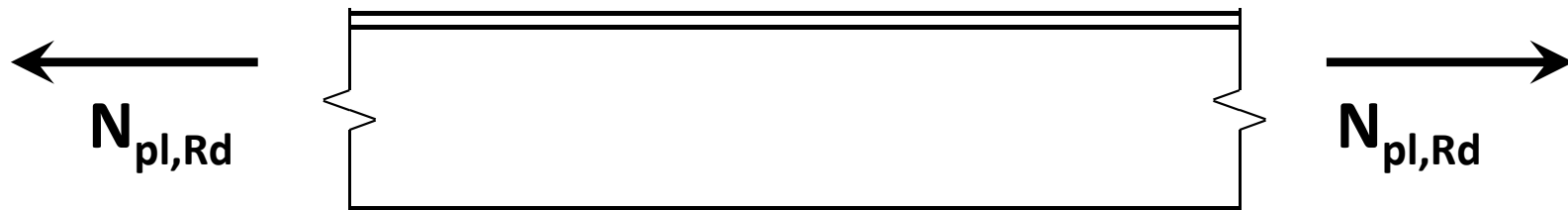
Comportamento ultimo

Resistenza plastica di progetto del materiale

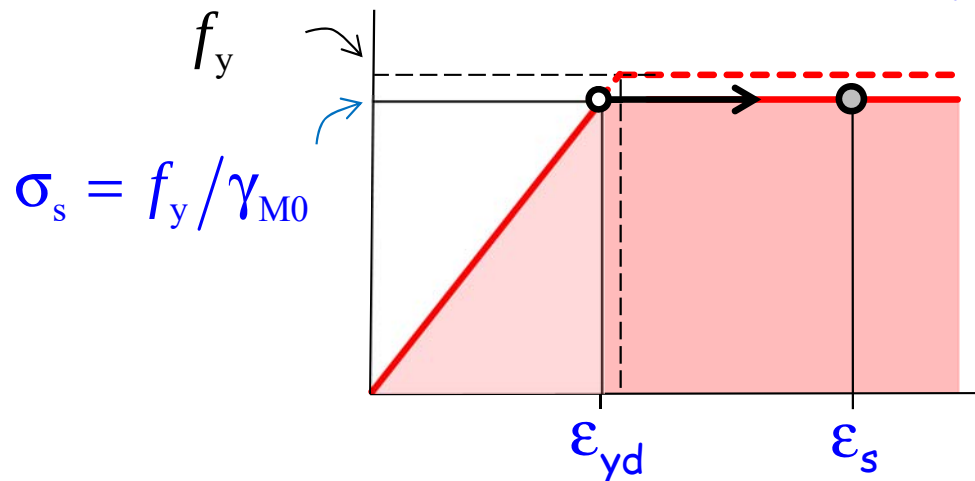


Comportamento ultimo

Resistenza plastica di progetto della sezione

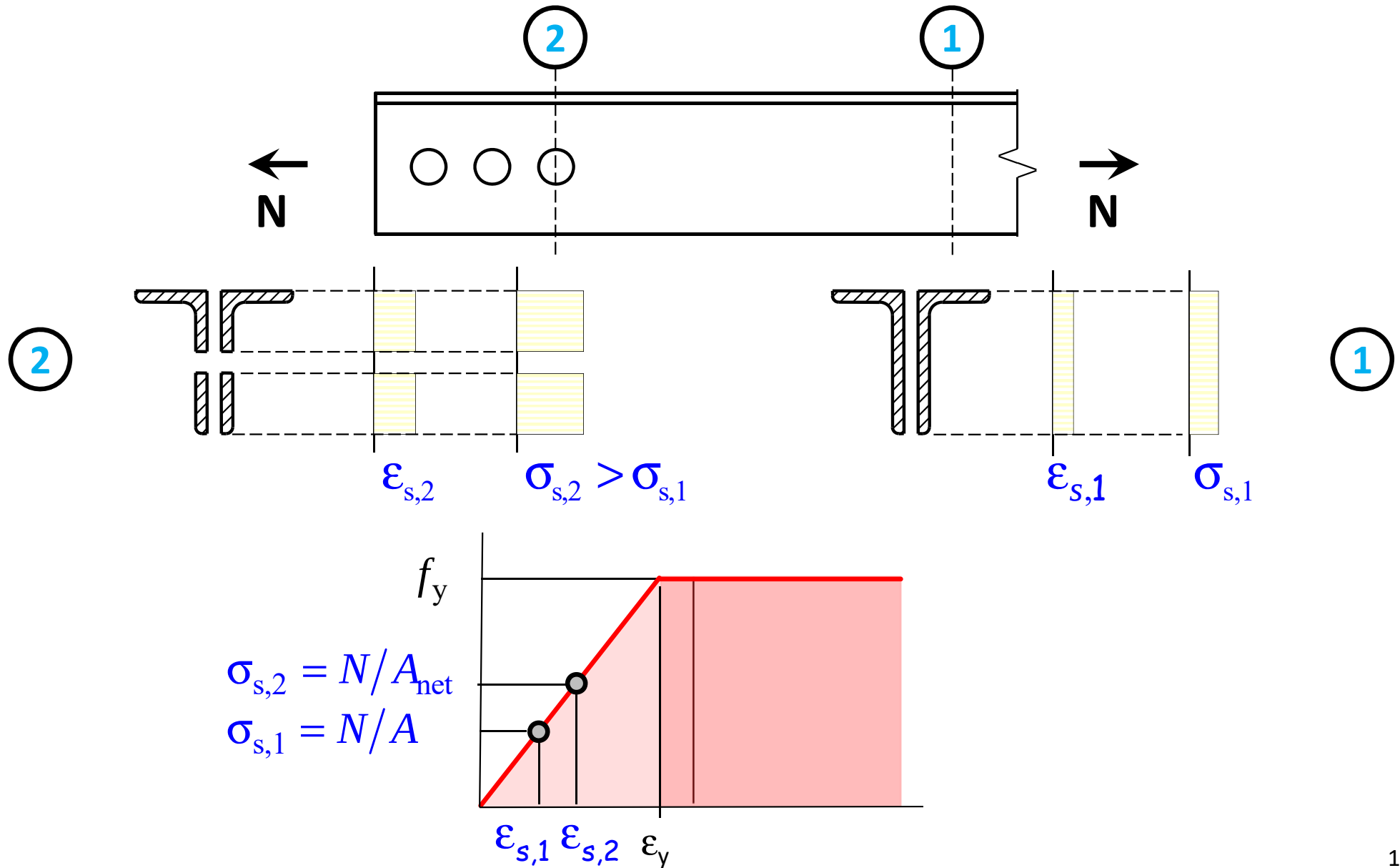


$$\epsilon_s \geq \epsilon_{yd} \quad \sigma_s = f_y / \gamma_{M0}$$



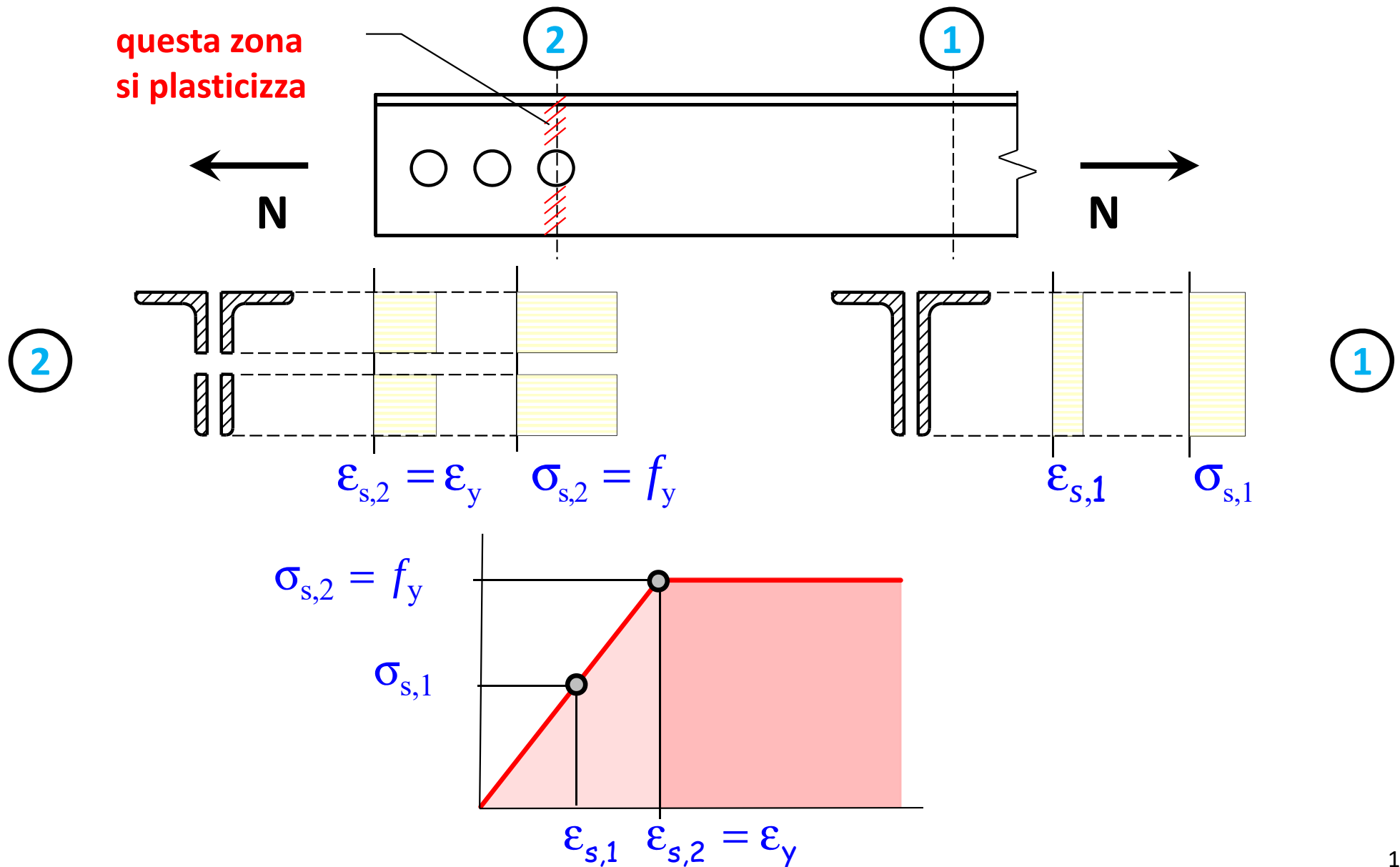
Comportamento dell'asta forata

... al crescere del carico



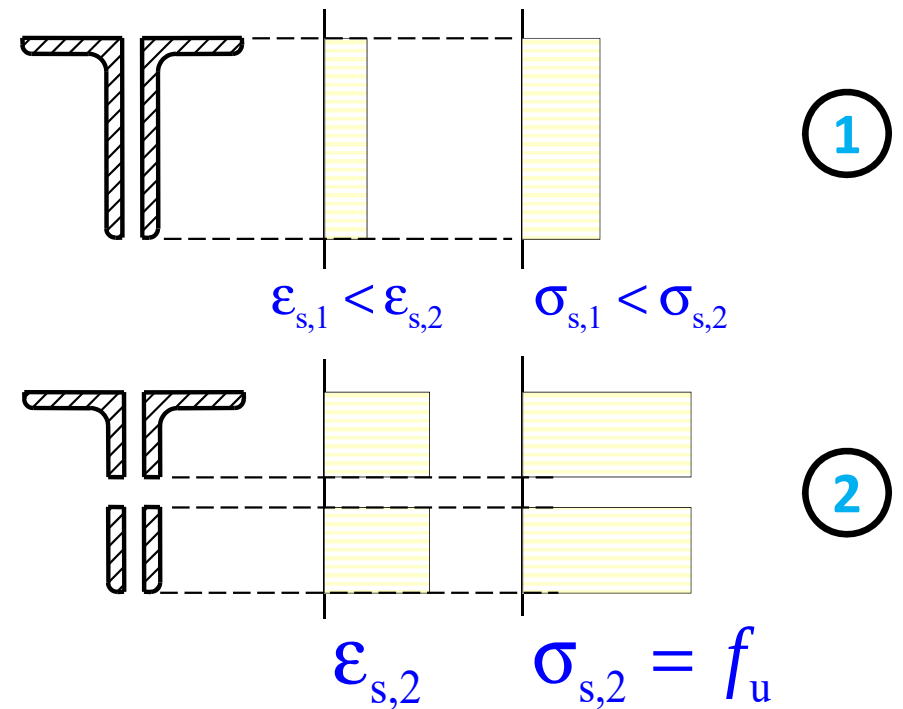
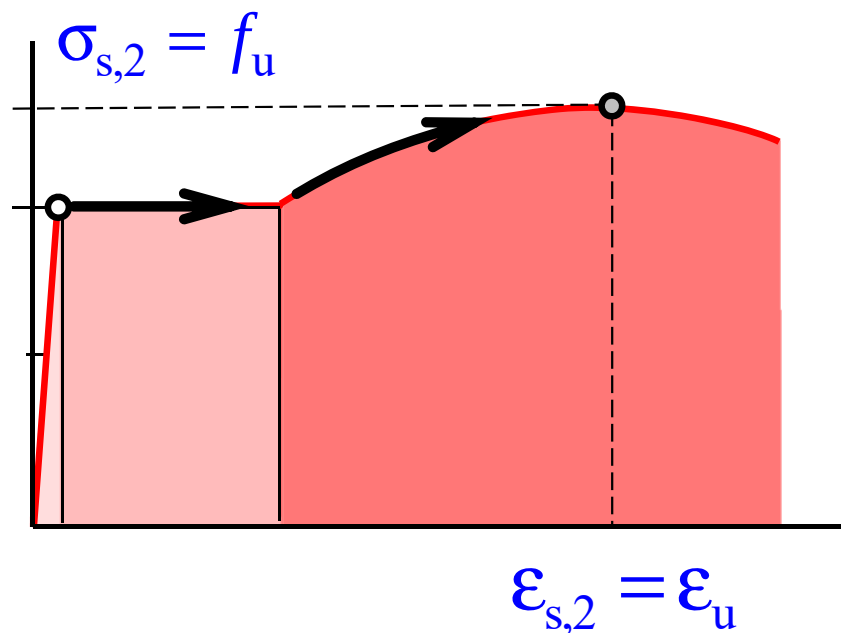
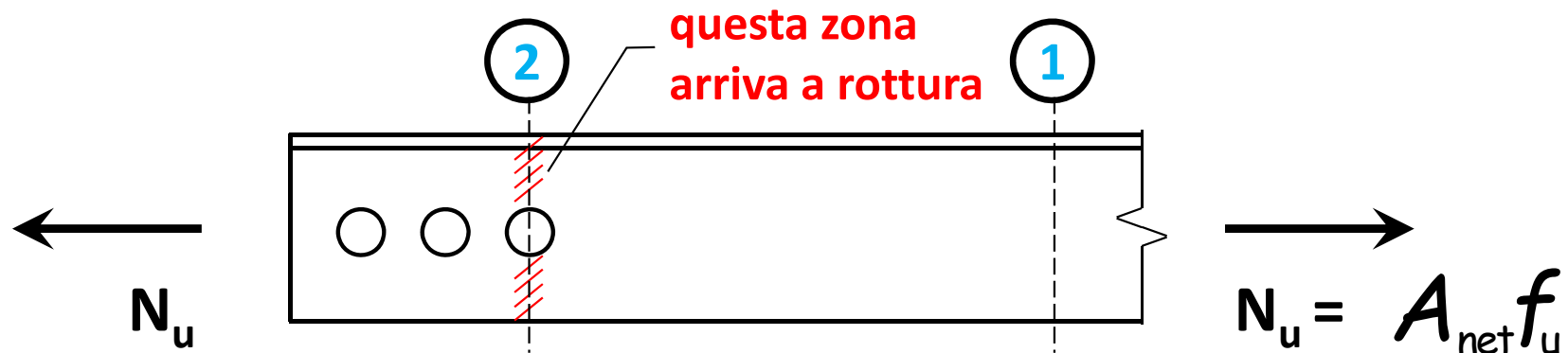
Comportamento dell'asta forata

... al crescere del carico



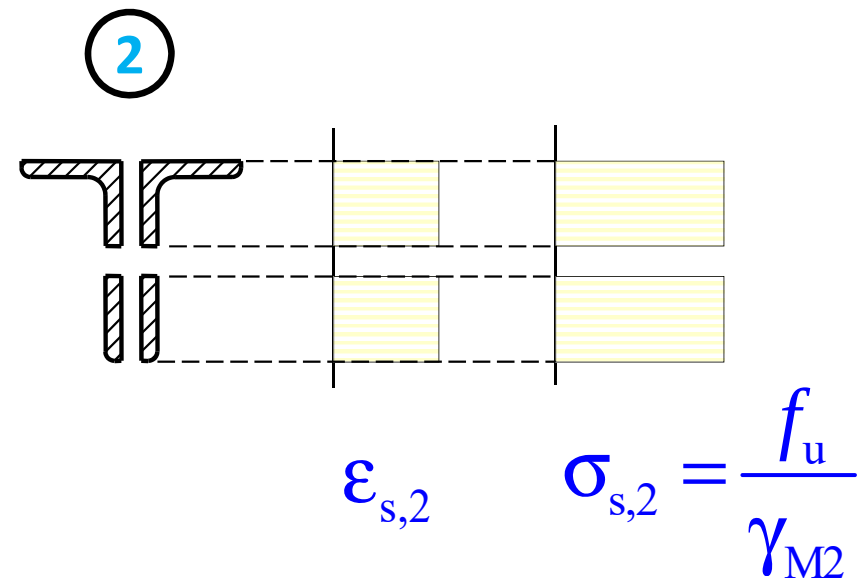
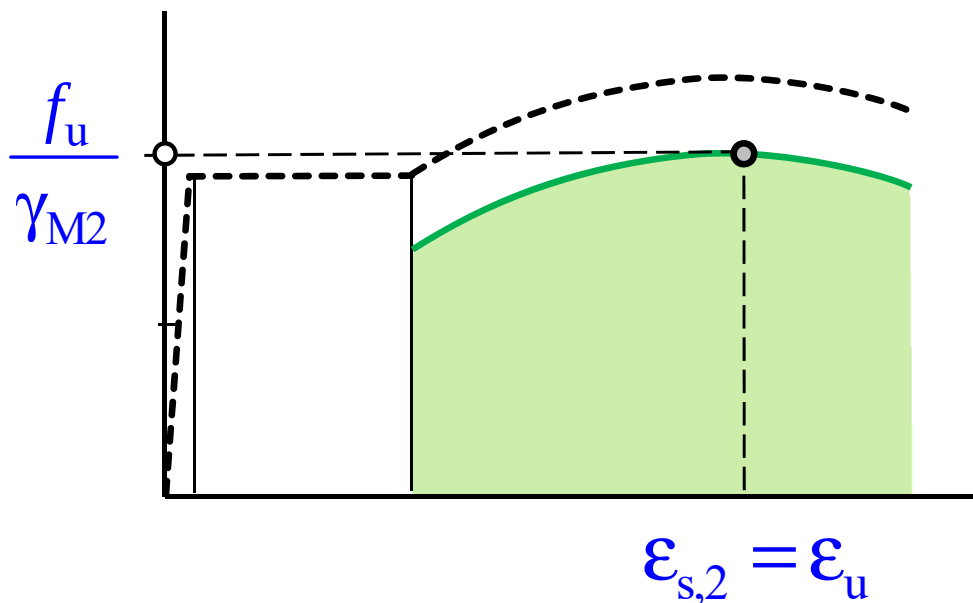
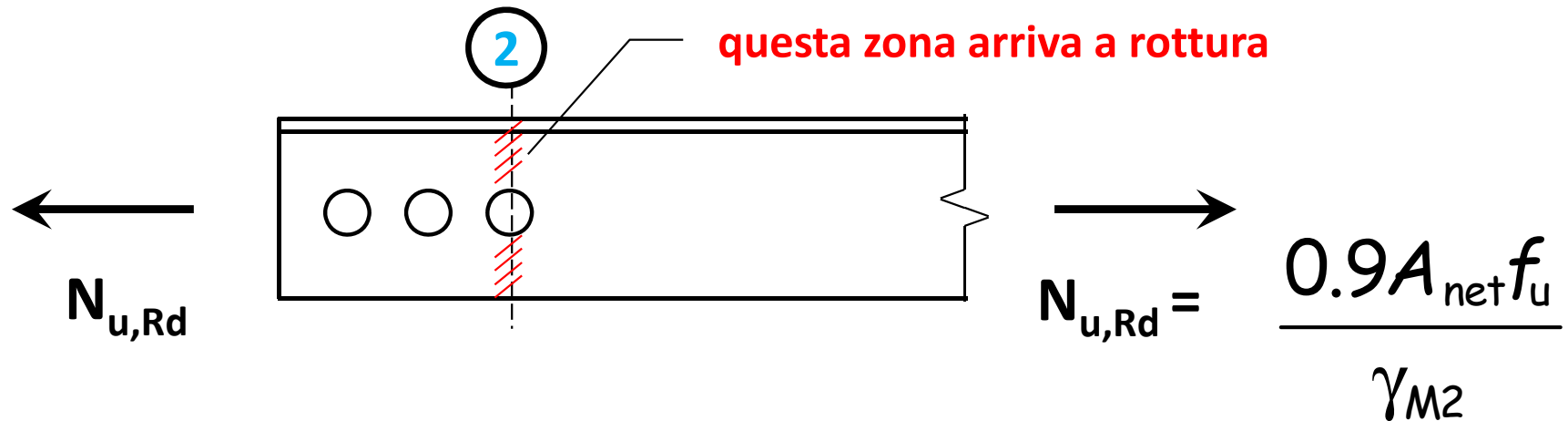
Comportamento dell'asta forata

... al crescere del carico



Comportamento ultimo

Resistenza ultima di progetto della sezione forata



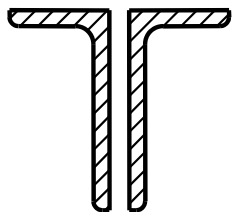
Resistenza di un'asta tesa

Stato limite ultimo

La resistenza a trazione di un'asta è pari al minore tra i valori della resistenza plastica della sezione piena e della resistenza ultima della sezione indebolita.

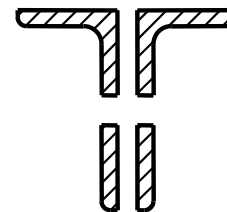
$$N_{t,Rd} = \min (N_{pl,Rd}, N_{u,Rd})$$

resistenza plastica della sezione piena



$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

resistenza ultima della sezione indebolita



$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}}$$

Verifica di resistenza

Stato limite ultimo

Perché un'asta tesa soddisfi la verifica di resistenza deve risultare rispettata la relazione

$$N_{Ed} \leq N_{t,Rd}$$

dove:

$$N_{t,Rd} = \min(N_{pl,Rd}, N_{u,Rd})$$

Verifica di resistenza

Stato limite ultimo

Sezione piena

$$N_{pl,Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot A$$

Sezione indebolita

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 f_u}{\gamma_{M2}} \cdot A_{net}$$

Acciaio	f_y / γ_{M0}	$0.9 f_u / \gamma_{M2}$
S235 (Fe 360)	235 / 1.05 = 224	0.9 x 360 / 1.25 = 259
S355 (Fe 510)	355 / 1.05 = 338	0.9 x 510 / 1.25 = 367

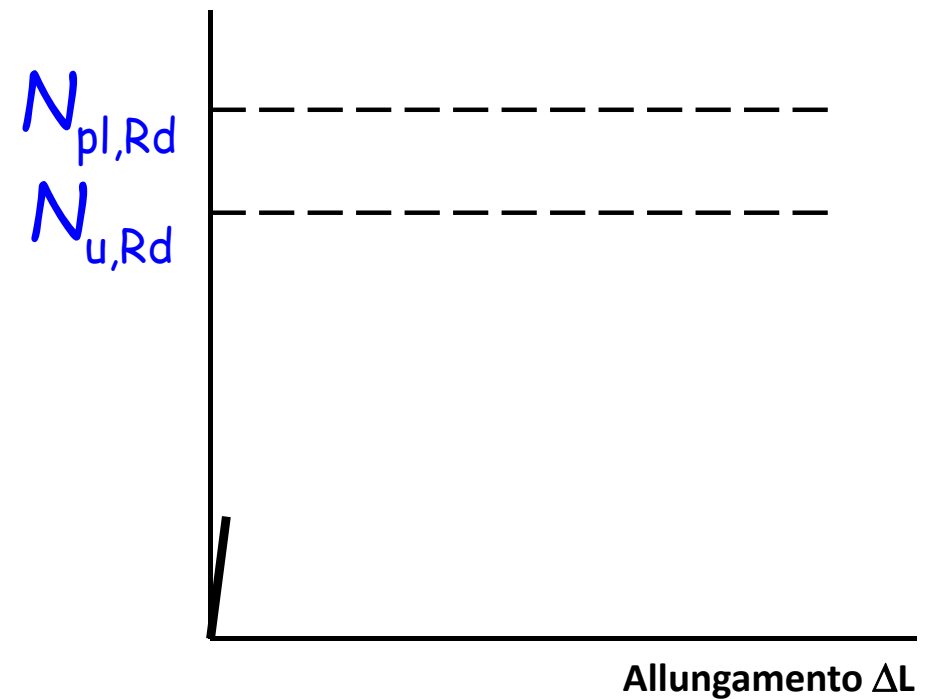
Duttilità di aste tese

Il comportamento più o meno duttile dell'asta
(con fori) dipende dai due valori

$$\mathbf{N}_{pl,Rd} \quad \text{e} \quad \mathbf{N}_{u,Rd}$$

Duttilità di aste tese

Caso A ($N_{pl,Rd} > N_{u,Rd}$)

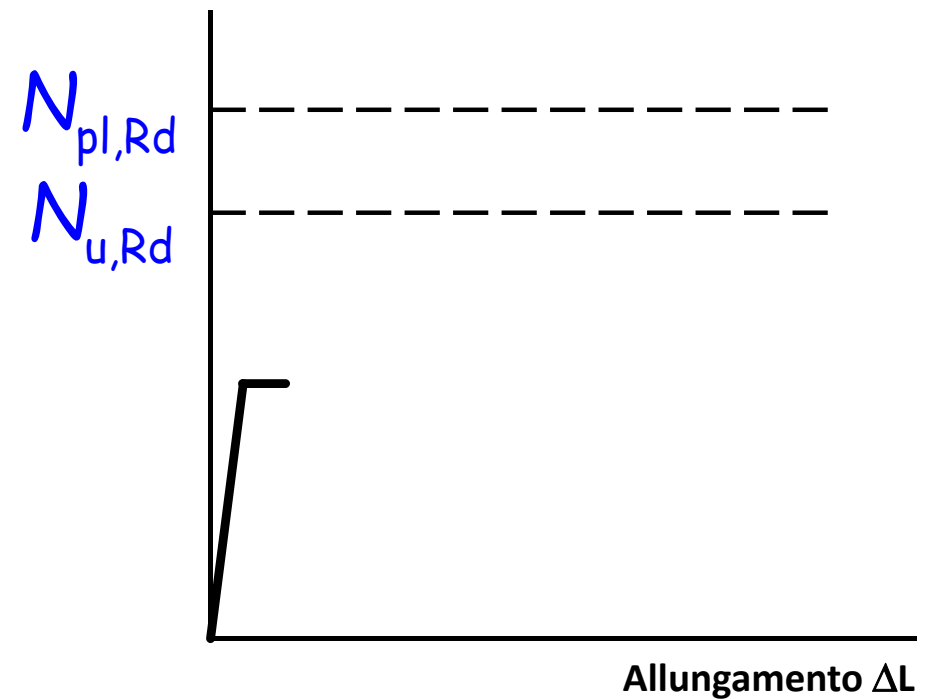


Duttilità di aste tese

Caso A ($N_{pl,Rd} > N_{u,Rd}$)



 Plasticizzazione
delle sezioni indebolite

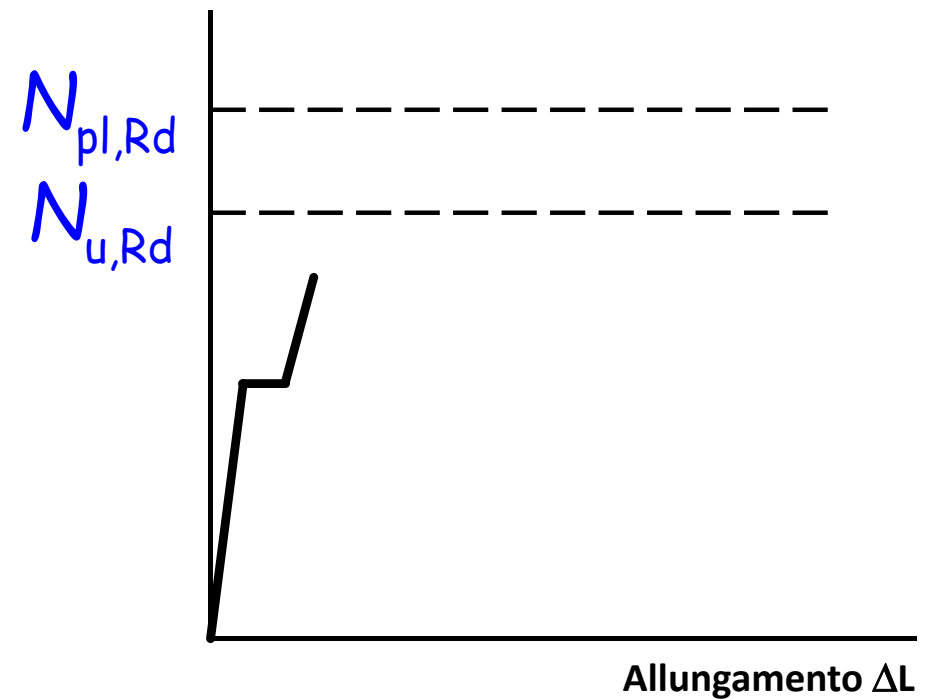


Duttilità di aste tese

Caso A ($N_{pl,Rd} > N_{u,Rd}$)

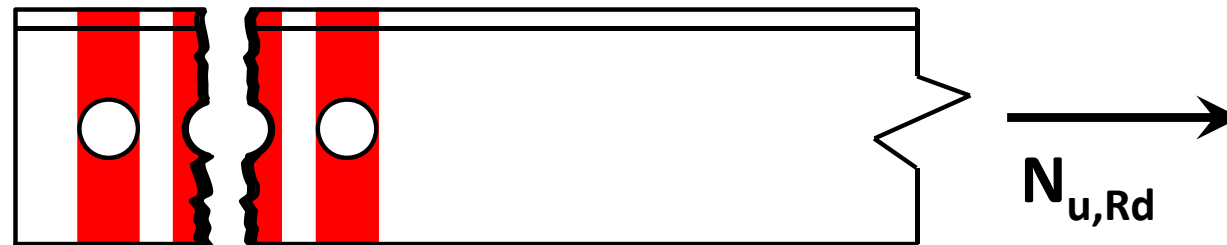


-  Plasticizzazione
delle sezioni indebolite
-  Incrudimento
delle sezioni indebolite



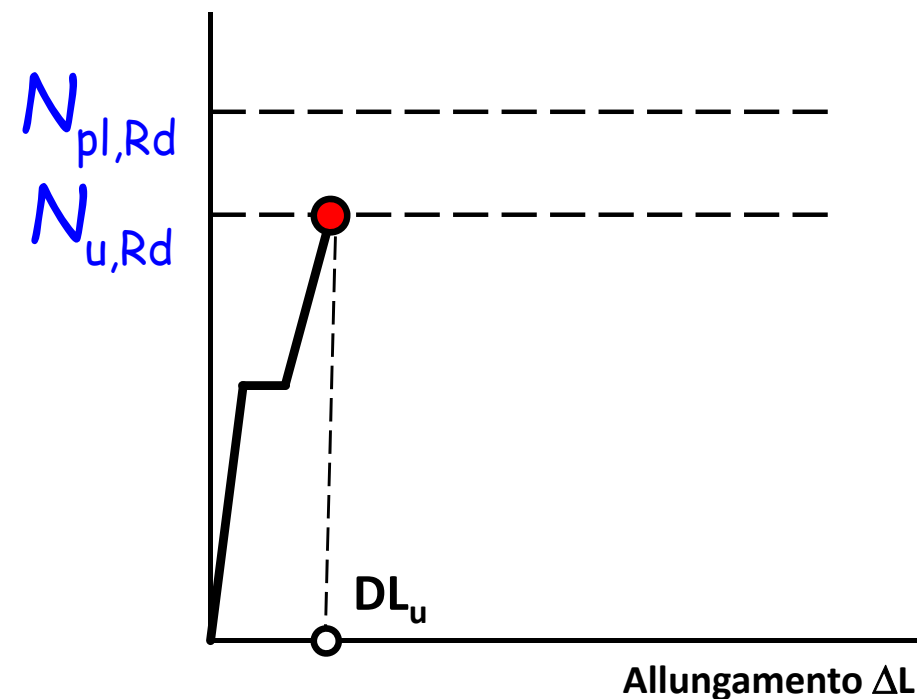
Duttilità di aste tese

Caso A ($N_{pl,Rd} > N_{u,Rd}$)



-  Plasticizzazione delle sezioni indebolite
-  Incrudimento delle sezioni indebolite
-  Rottura della sezione più debole

L'asta è fragile

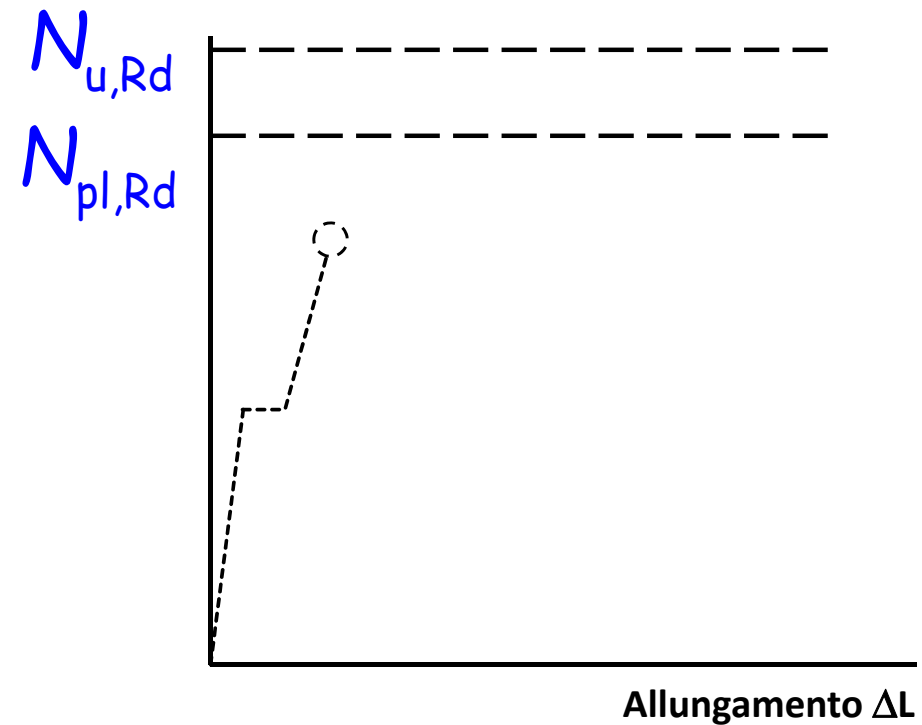


Duttilità di aste tese

Caso B ($N_{pl,Rd} < N_{u,Rd}$)



(per confronto, la linea tratteggiata nel grafico a lato mostra il comportamento dell'asta fragile – caso A)

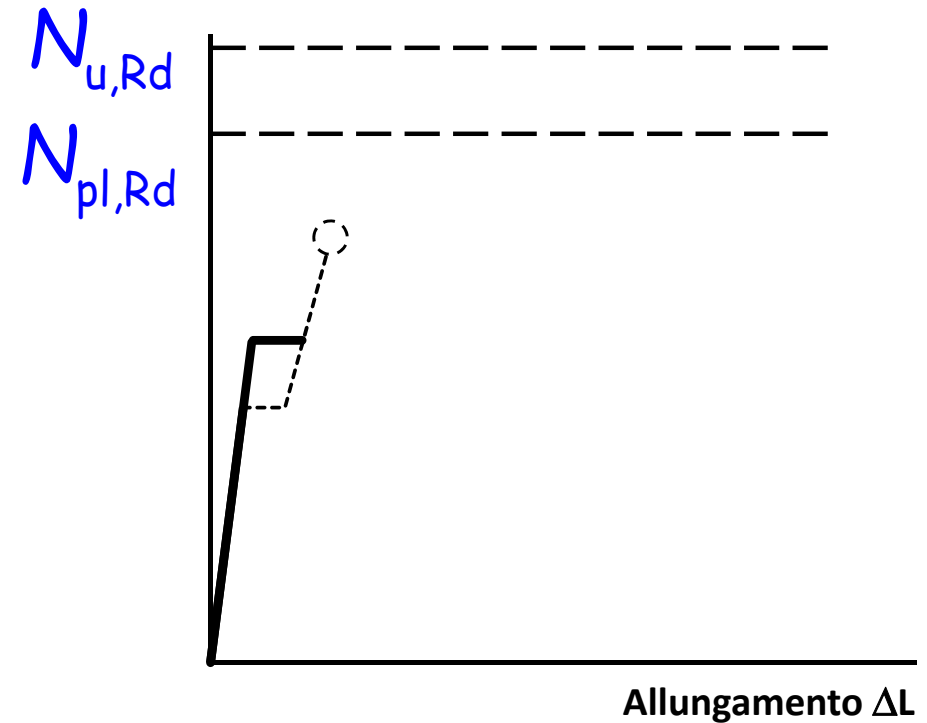


Duttilità di aste tese

Caso B ($N_{pl,Rd} < N_{u,Rd}$)



 Plasticizzazione
delle sezioni indebolite

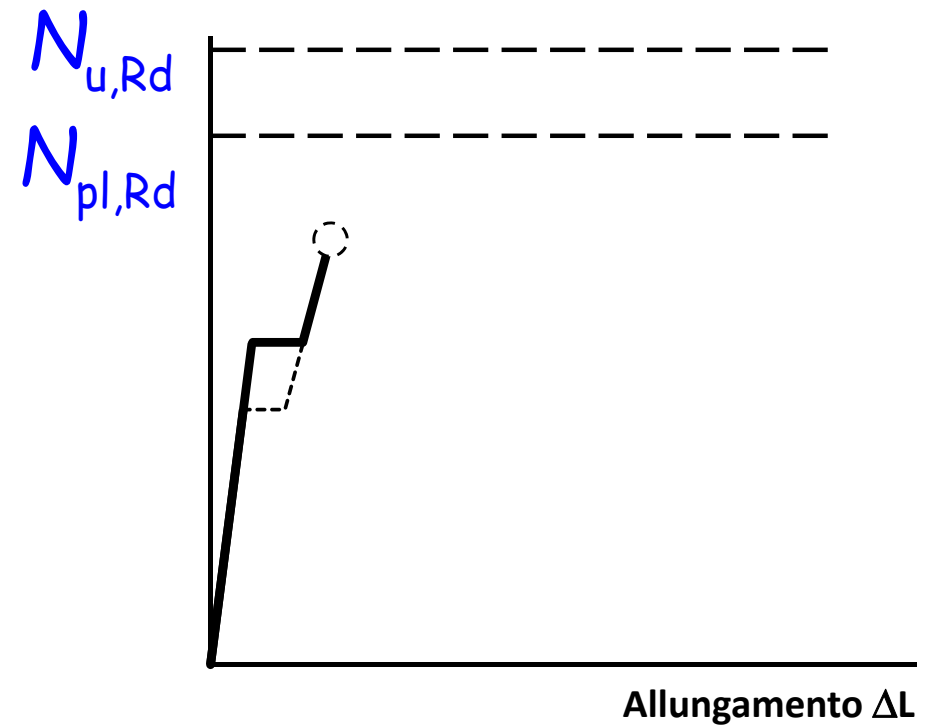


Duttilità di aste tese

Caso B ($N_{pl,Rd} < N_{u,Rd}$)



-  Plasticizzazione delle sezioni indebolite
-  Incrudimento delle sezioni indebolite



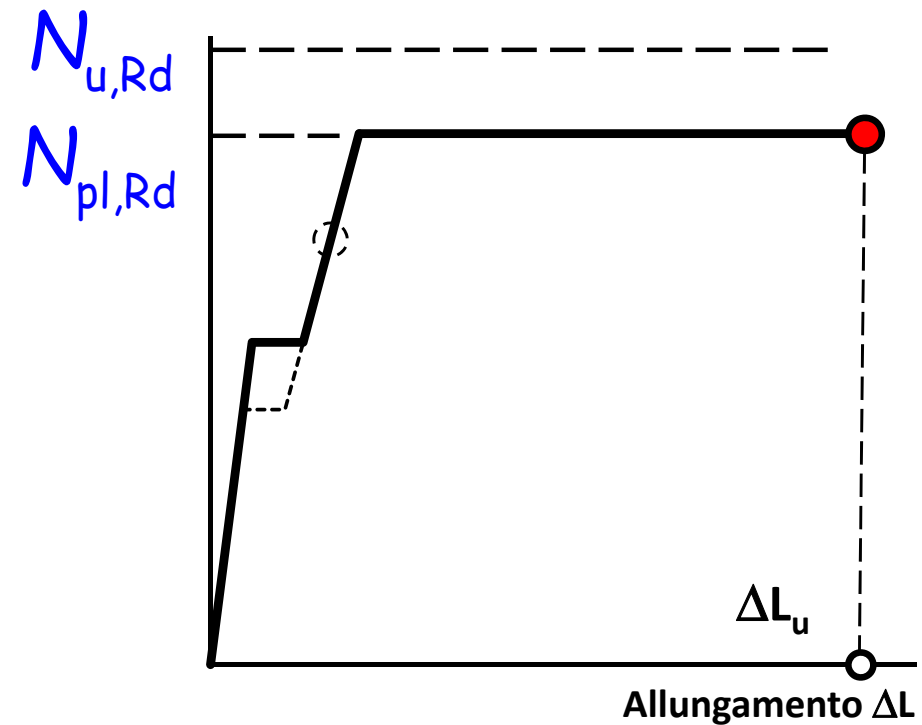
Duttilità di aste tese

Caso B ($N_{pl,Rd} < N_{u,Rd}$)



-  Plasticizzazione delle sezioni indebolite
-  Incrudimento delle sezioni indebolite
-  Plasticizzazione della sezione piena

L'asta è duttile



Duttilità di aste tese

Conclusioni

**Il comportamento dell'asta (con fori)
dipende da chi è più grande tra $N_{pl,Rd}$ e $N_{u,Rd}$**

- **Se $N_{pl,Rd} > N_{u,Rd}$**

si arriva alla rottura della sezione forata
prima dello snervamento dell'intera asta

il comportamento complessivo è fragile

- **Se $N_{pl,Rd} < N_{u,Rd}$**

si arriva allo snervamento dell'intera asta
prima della rottura della sezione forata

il comportamento complessivo è duttile

Per ottenere sezioni duttili ...

**Perché un'asta tesa sia duttile ($N_{u,Rd} \geq N_{pl,Rd}$)
deve risultare verificata la relazione**

$$\frac{0.9 A_{\text{net}} f_u}{\gamma_{M2}} \geq \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

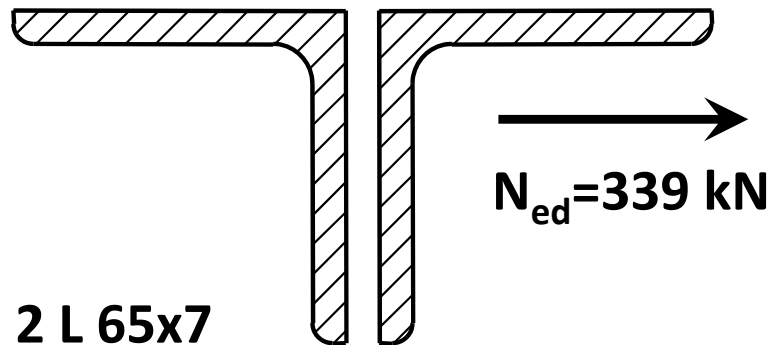
ovvero

$$\frac{A_{\text{net}}}{A} \geq \frac{\gamma_{M2} f_y}{0.9 \gamma_{M0} f_u}$$

$\frac{\gamma_{M2} f_y}{0.9 \gamma_{M0} f_u}$	S235	S275	S355
	0.863	0.846	0.921

Esempio

Calcolo della resistenza e verifica di duttilità



Acciaio **S235**
Bulloni **M14**
Fori **15 mm**

$$A = 2 \times 870 = 1740 \text{ mm}^2$$

$$A_{net} = 1740 - 2 \times 15 \times 7 = 1530 \text{ mm}^2$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1740 \times 235}{1.05 \times 10^3} = 389.4 \text{ kN}$$

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} = \frac{0.9 \times 1530 \times 360}{1.25 \times 10^3} = 396.6 \text{ kN}$$

L'asta resiste $(N_{t,Rd} \geq N_{Ed})$ **ed è duttile** $(N_{pl,Rd} < N_{u,Rd})$

Progetto

Stato limite ultimo

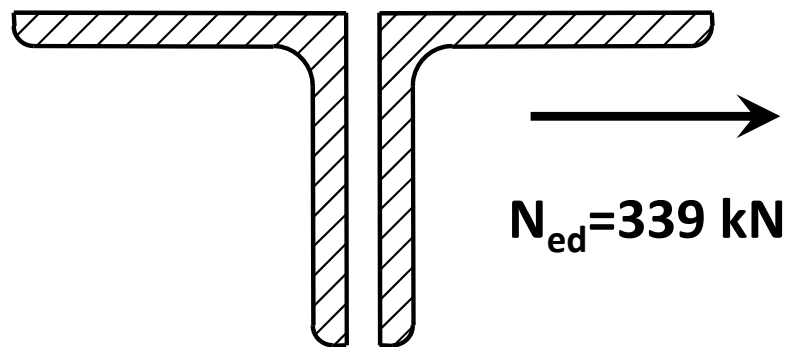
1. Invertendo l'espressione di verifica si ottiene la formula di progetto della sezione

$$N_{Ed} \leq N_{pl,Rd} = \frac{f_y A}{\gamma_{M0}} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{N_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}}$$

2. Si sceglie il profilato
3. Se esistono sezioni indebolite (per fori, intagli, ecc.) bisogna verificare anche che:

$$N_{Ed} \leq N_{u,Rd} = \frac{0.9 f_u A_{net}}{\gamma_{M2}}$$

Esempio



Acciaio

S235

Bulloni

M14

Fori

15 mm

1. Determinazione dell'area necessaria

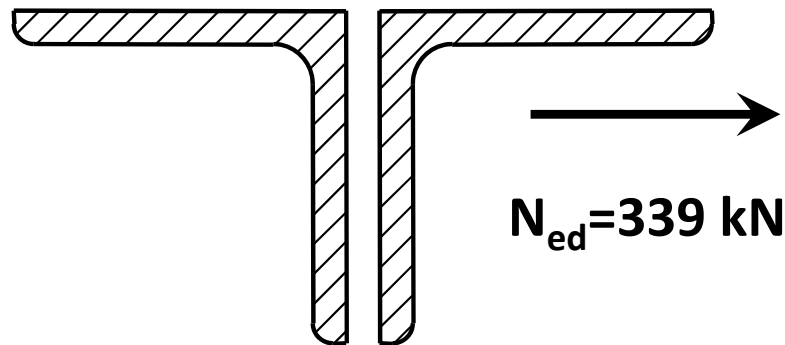
$$A = \frac{\gamma_{M0} N_{Ed}}{f_y} = \frac{339 \times 10^3}{235/1.05} = 1518 \text{ mm}^2$$

2. Scelta della sezione

Uso 2 L 65x7

$A = 1740 \text{ mm}^2$

Esempio



Acciaio	S235
Bulloni	M14
Fori	15 mm

3. Verifica della sezione indebolita

$$A_{\text{net}} = A - A_{\text{foro}} = 1740 - 2 \times 15 \times 7 = 1530 \text{ mm}^2$$

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 f_u A_{\text{net}}}{\gamma_{M2}} = \frac{0.9 \times 360 \times 1530}{1.25 \times 10^3} = 396.6 \text{ kN} > N_{Ed}$$

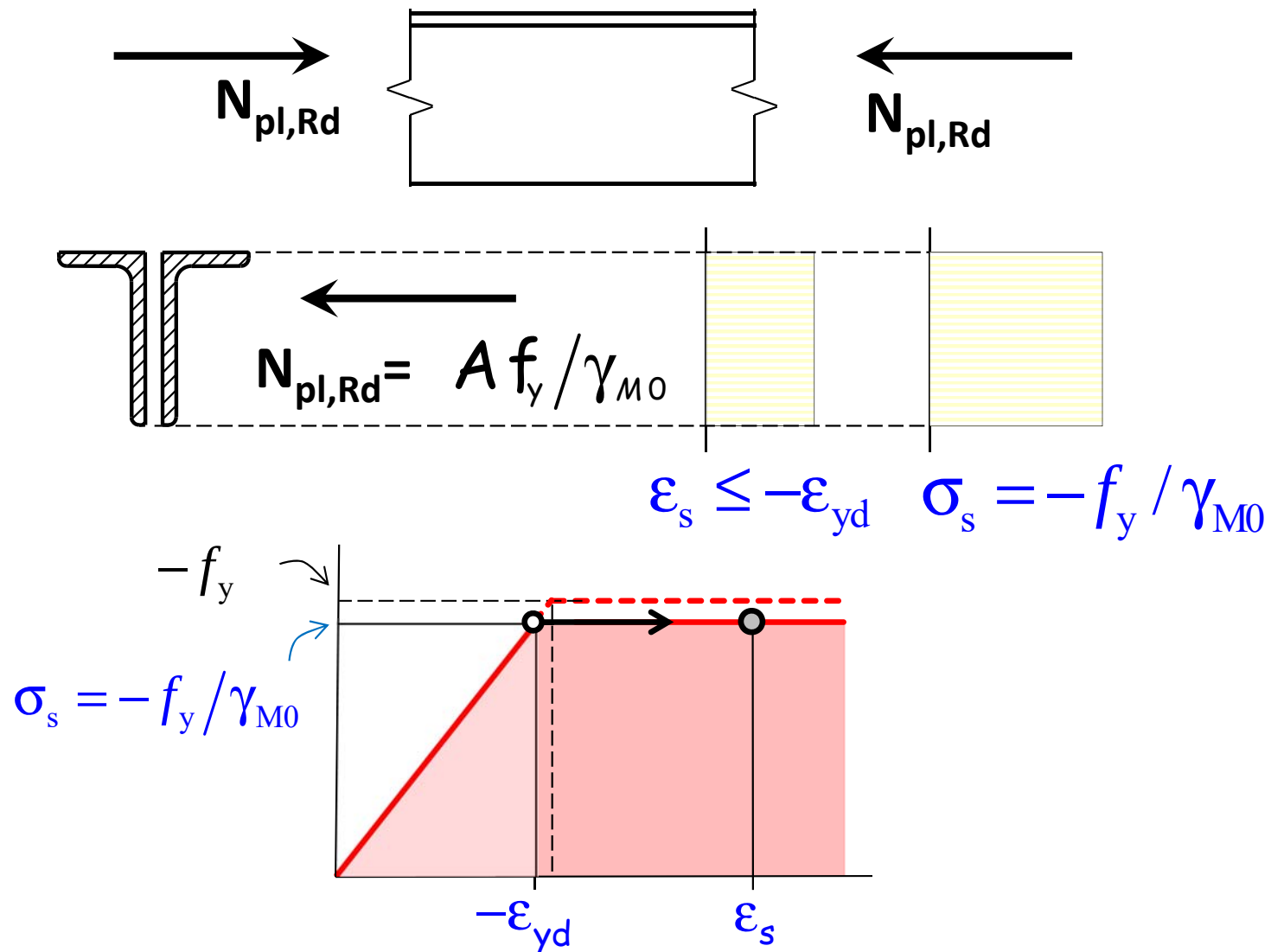
Anche la sezione indebolita è verificata

Sforzo normale di
compressione

Comportamento ultimo

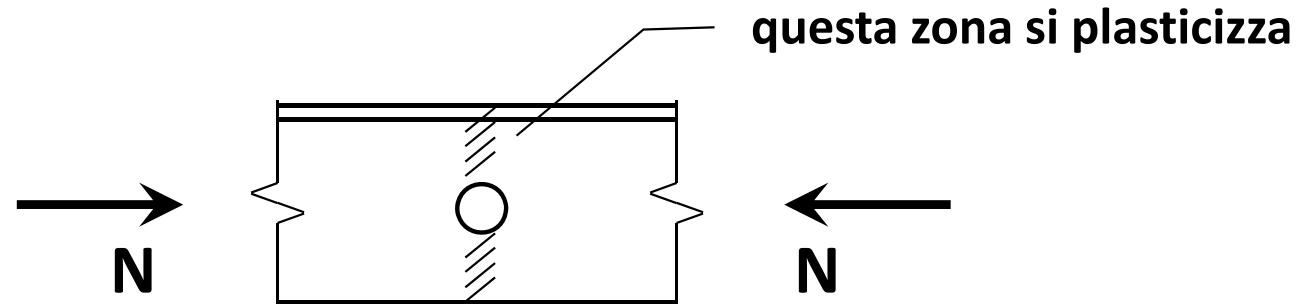
Resistenza plastica della sezione

una sezione o un concio di asta tozzo tende ad accorciarsi plasticamente



Comportamento ultimo

Resistenza plastica della sezione



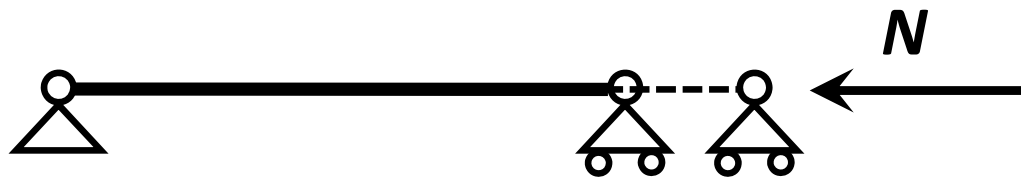
- Una sezione, o un'asta tozza, compressa ha la stessa resistenza di una sezione tesa
- La presenza di fori (che contengono bulloni) non inficia la resistenza

**... ma questo vale solo per la sezione, o per un elemento tozzo,
non per le aste usuali**

Modalità di collasso di aste compresse



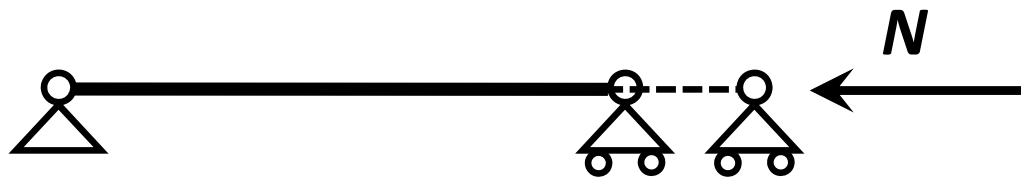
Modalità di collasso di aste compresse



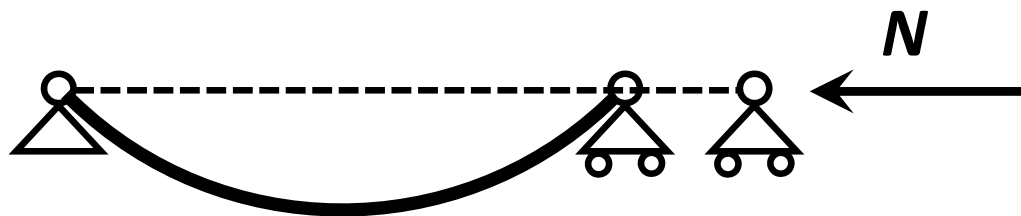
**Plasticizzazione della
sezione trasversale
dell'asta**



Modalità di collasso di aste compresse

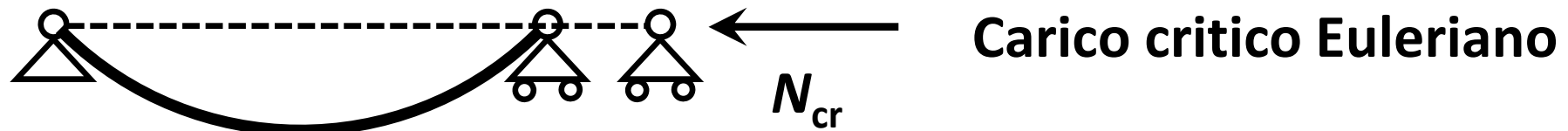


**Plasticizzazione della
sezione trasversale
dell'asta**



**Instabilità laterale
dell'asta**

Comportamento ultimo di asta ideale



$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{l_0^2}$$

I = momento d'inerzia della sezione

l_0 = lunghezza libera d'inflessione

Dividendo per l'area della sezione
si ottiene la tensione critica di un'asta ideale:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

λ = snellezza dell'asta

$$\lambda = l_0 / i$$

i = raggio d'inerzia della sezione

Comportamento ultimo di asta ideale

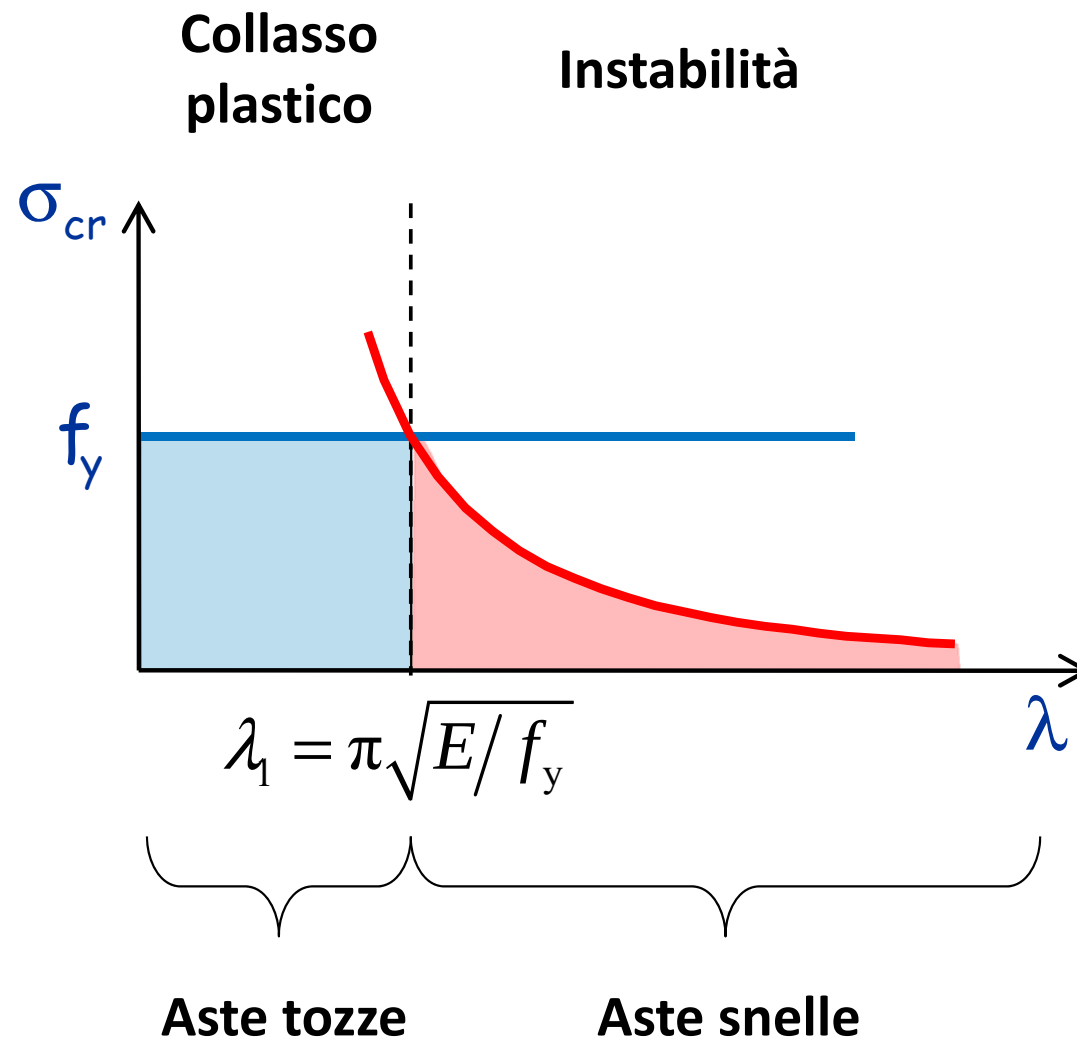
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq f_y \quad \dots\dots\dots$$

Instabilità dell'asta

$$\sigma_{cr} \geq f_y \quad \dots\dots\dots$$

Collasso plastico

Comportamento ultimo di asta ideale



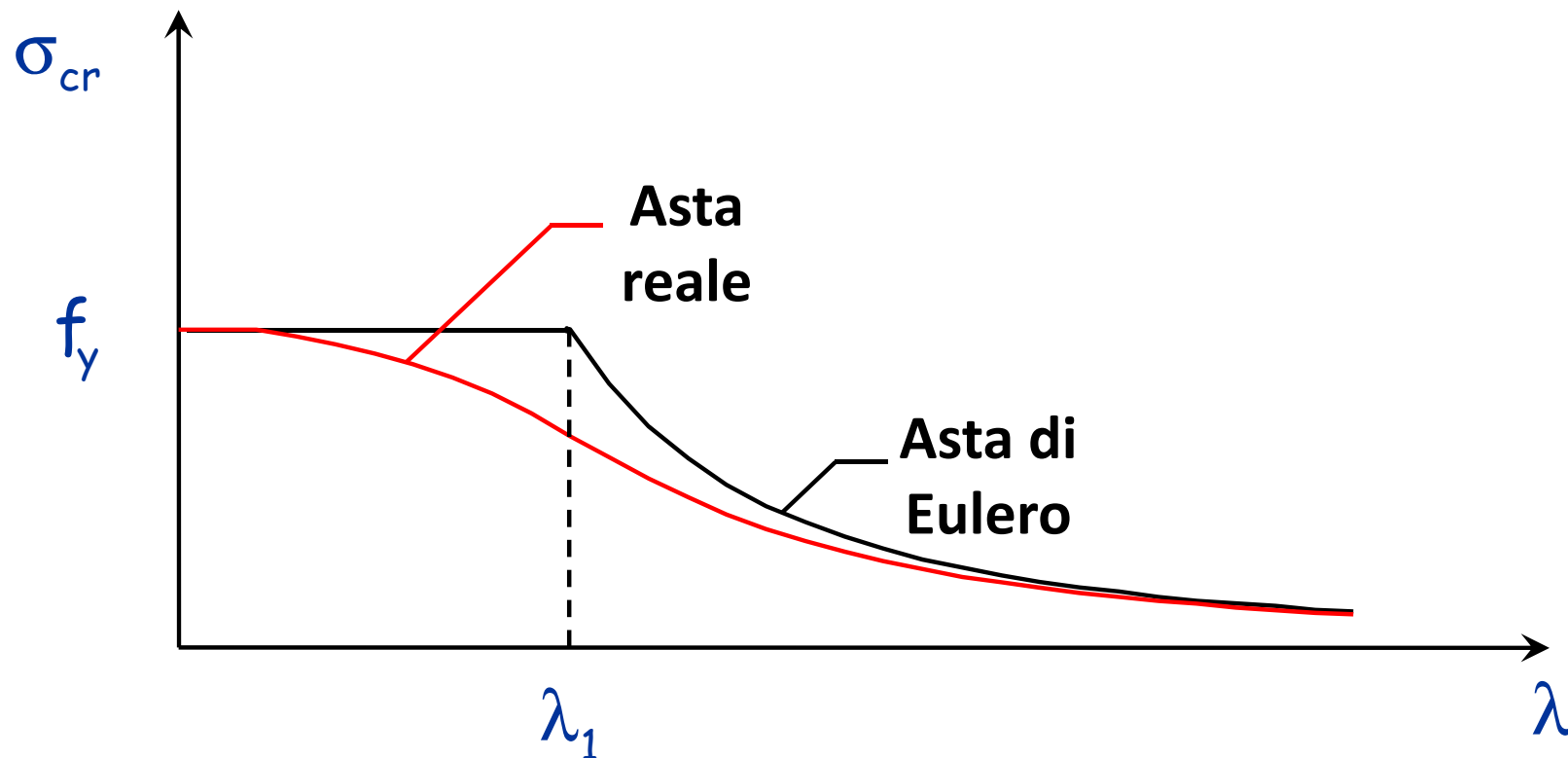
Aste reali

Nelle aste reali sono sempre presenti imperfezioni di tipo geometrico e meccanico:

- **L'asse dell'asta non è mai perfettamente rettilineo;**
- **La sezione trasversale dell'asta è sede di tensioni (residue) ancor prima dell'applicazione dei carichi sulla struttura;**
- **La tensione di snervamento non è costante sulla sezione.**

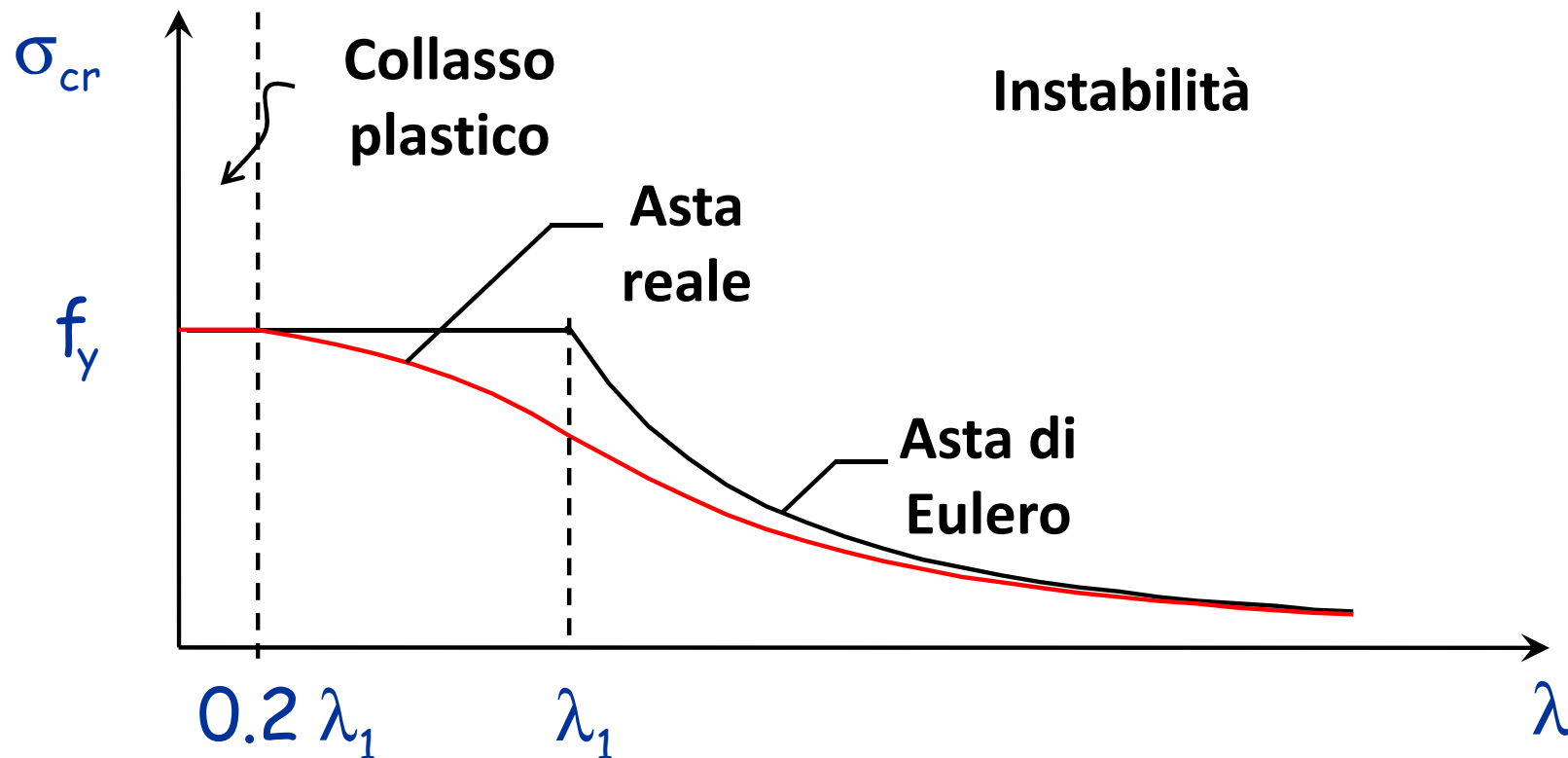
Comportamento delle aste reali

A causa delle imperfezioni la resistenza all'instabilità di un'asta reale è inferiore a quella calcolata da Eulero.



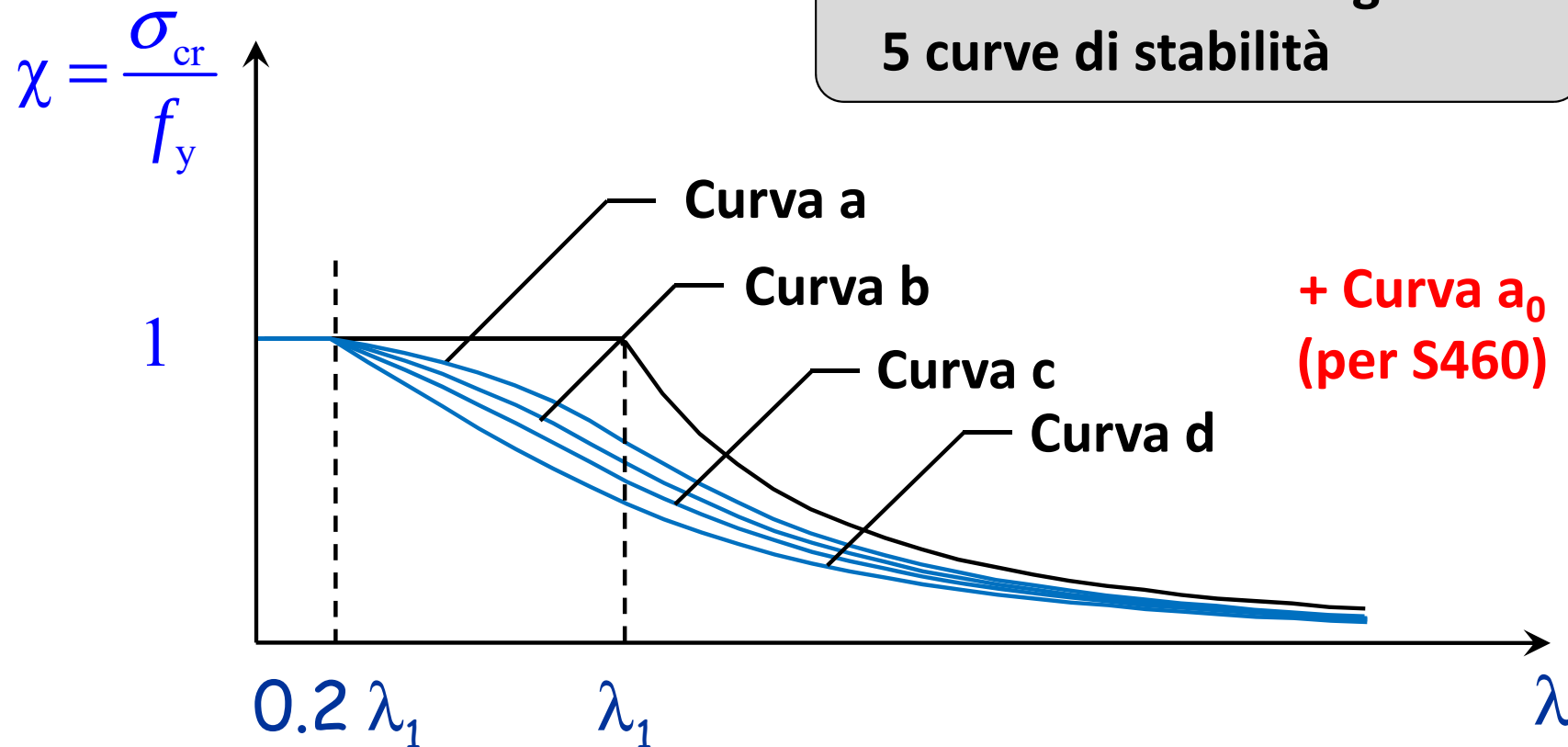
Comportamento delle aste reali

Il collasso plastico dell'asta reale avviene solo per valori di snellezza molto bassi $\lambda \leq 0.2 \lambda_1$

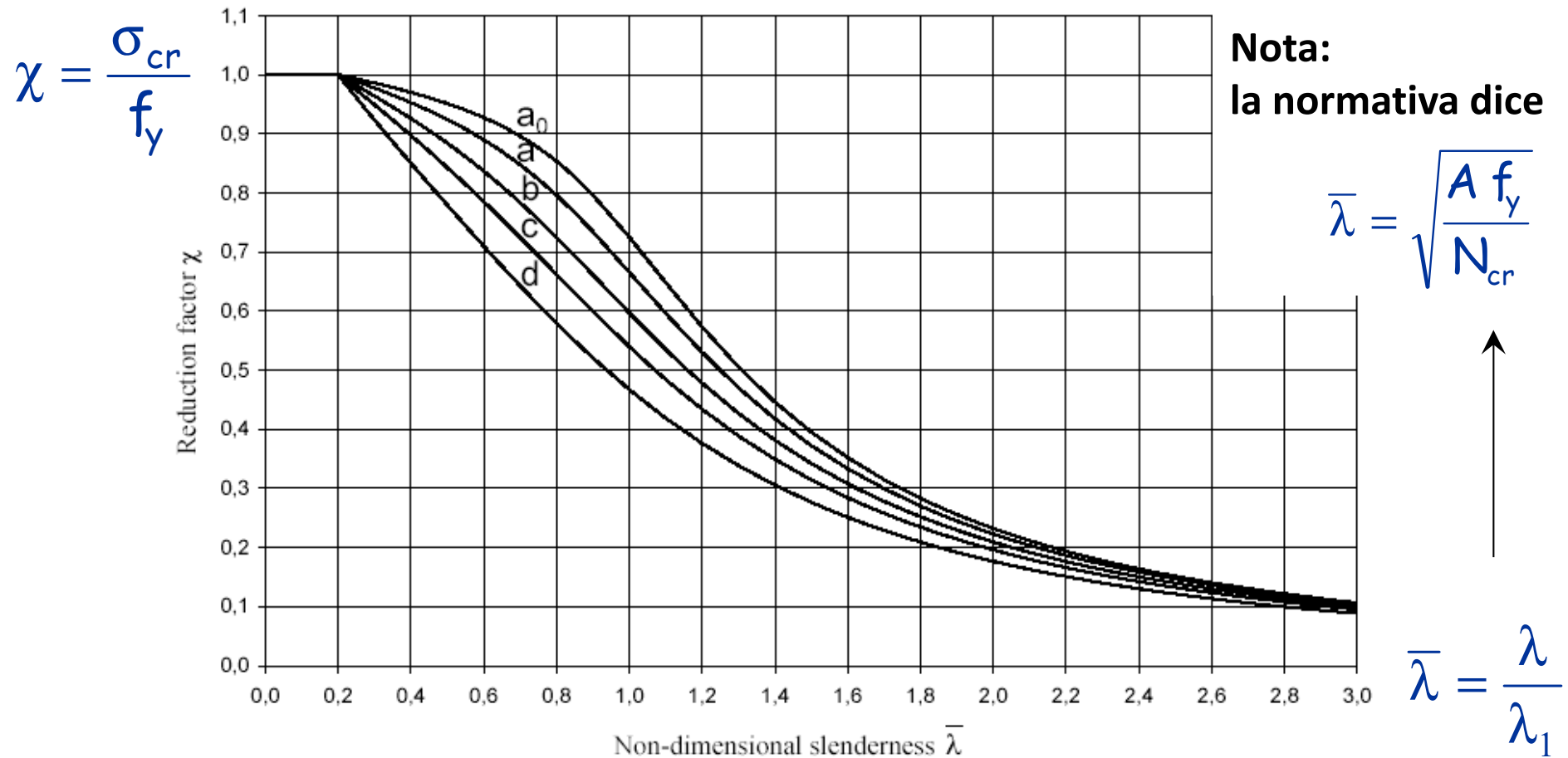


Comportamento delle aste reali

Il comportamento dipende dal tipo di profilato.



Comportamento delle aste reali



Comportamento delle aste reali

Il parametro χ è calcolato mediante la relazione

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1.0$$

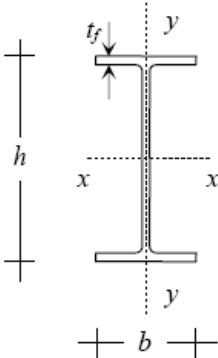
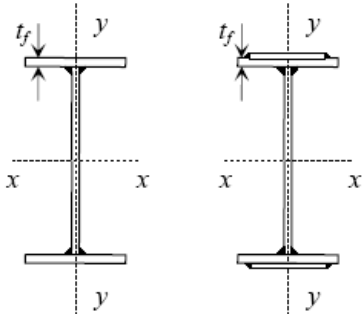
essendo:

$$\Phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$$

Curva di instabilità'	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

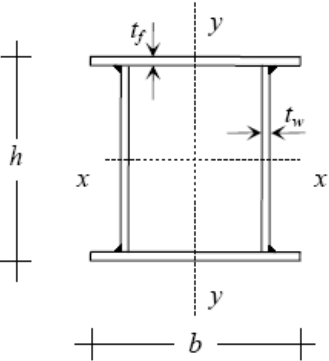
Aste reali

Curve d'instabilità

Tipo di sezione		Limiti	Asse di inflessione	Curva di stabilità per:		
				S235 S275 S355 S420	S460	
Sezioni laminate		$h/b > 1.2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	$x - x$	a	a ₀
			$y - y$	b	a ₀	
		$h/b \leq 1.2$	$t_f > 40 \text{ mm}$	$x - x$	b	a
			$y - y$	c	a	
			$t_f \leq 100 \text{ mm}$	$x - x$	b	a
			$y - y$	c	a	
Sez. ad I saldate		$t_f \leq 40 \text{ mm}$	$x - x$	b	b	
			$y - y$	c	c	
		$t_f > 40 \text{ mm}$	$x - x$	c	c	
			$y - y$	d	d	

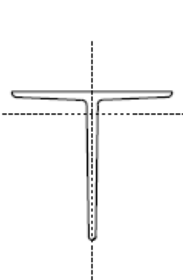
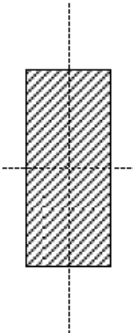
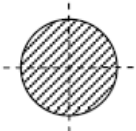
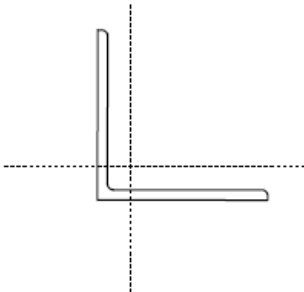
Aste reali

Curve d'instabilità

Tipo di sezione		Limiti	Asse di inflessione	Curva di stabilità per: S235 S275 S355 S420 S460	
Sez. cave		formata a caldo	qualunque	a	a ₀
		formata a freddo	qualunque	c	c
Sez. scat. saldate		in generale	qualunque	b	b
		saldature con $a > 0.5 t_f$ $b/t_f < 30$; $h/t_w < 30$	qualunque	c	c

Aste reali

Curve d'instabilità

				Curva di stabilità per:			
Tipo di sezione		Limiti	Asse di inflessione	S235 S275 S355 S420	S460		
Sez. piene, ad U e T					qualunque	c	c
Sezioni ad L					qualunque	b	b

Resistenza all'instabilità

Stato limite ultimo

Per calcolare la resistenza all'instabilità occorre considerare che

$$N_b = A \sigma_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{f_y} f_y A = \chi f_y A$$

Pertanto, la resistenza all'instabilità di un'asta compressa è calcolata mediante la relazione

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

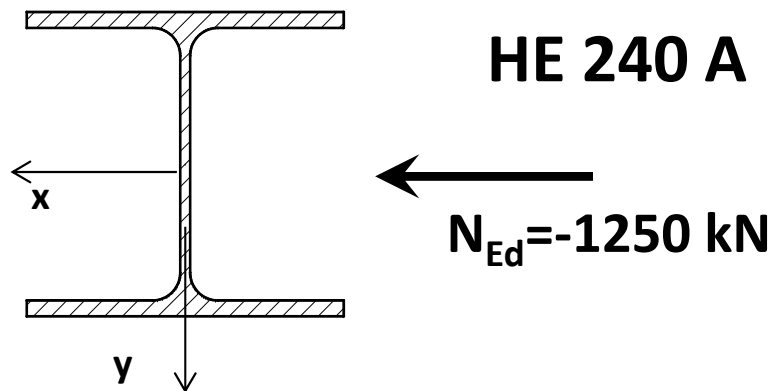
Verifica

Stato limite ultimo

Perché un'asta tesa soddisfi la verifica di resistenza deve risultare rispettata la relazione

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd}$$

Esempio



Acciaio S235

$l_0 = 3.50 \text{ m}$
(uguale nei due piani)

1. Determinazione della snellezza

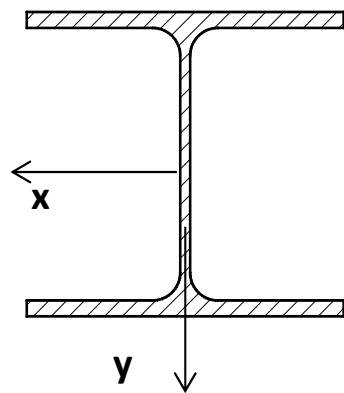
Piano di maggiore snellezza: yz

$i_y = 60.0 \text{ mm}$

$$\lambda = \frac{l_0}{i_y} = \frac{3500}{60} = 58.33$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{58.33}{93.91} = 0.621$$

Esempio



HE 240 A

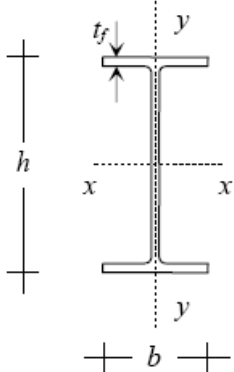
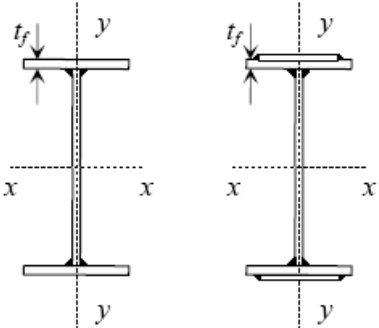
←
 $N_{Ed} = -1250 \text{ kN}$

Acciaio S235

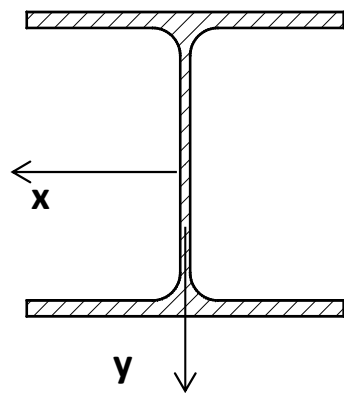
$I_0 = 3.50 \text{ m}$
(uguale nei due piani)

2. Individuazione della curva di instabilità

Esempio

Tipo di sezione			Limiti	Asse di inflessione	Curva di stabilità per: S235 S275 S355 S420 S460	
Sezioni laminate		$h/b > 1.2$ $h/b \leq 1.2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	$x - x$	a	a ₀
				$y - y$	b	a ₀
			$t_f > 40 \text{ mm}$	$x - x$	b	a
				$y - y$	c	a
				$x - x$	b	a
				$y - y$	c	a
				$x - x$	d	c
				$y - y$	d	c
Sez. ad I saldate		$t_f \leq 40 \text{ mm}$ $t_f > 40 \text{ mm}$	$x - x$	b	b	
			$y - y$	c	c	
			$x - x$	c	c	
			$y - y$	d	d	

Esempio



HE 240 A

←
 $N_{Ed} = -1250 \text{ kN}$

Acciaio S235

$l_0 = 3.50 \text{ m}$
(uguale nei due piani)

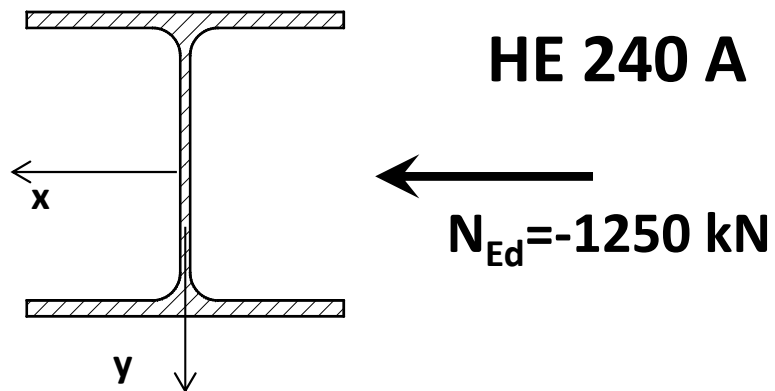
2. Individuazione della curva di instabilità

curva c

$a = 0.49$

Curva di instabilità'	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Esempio



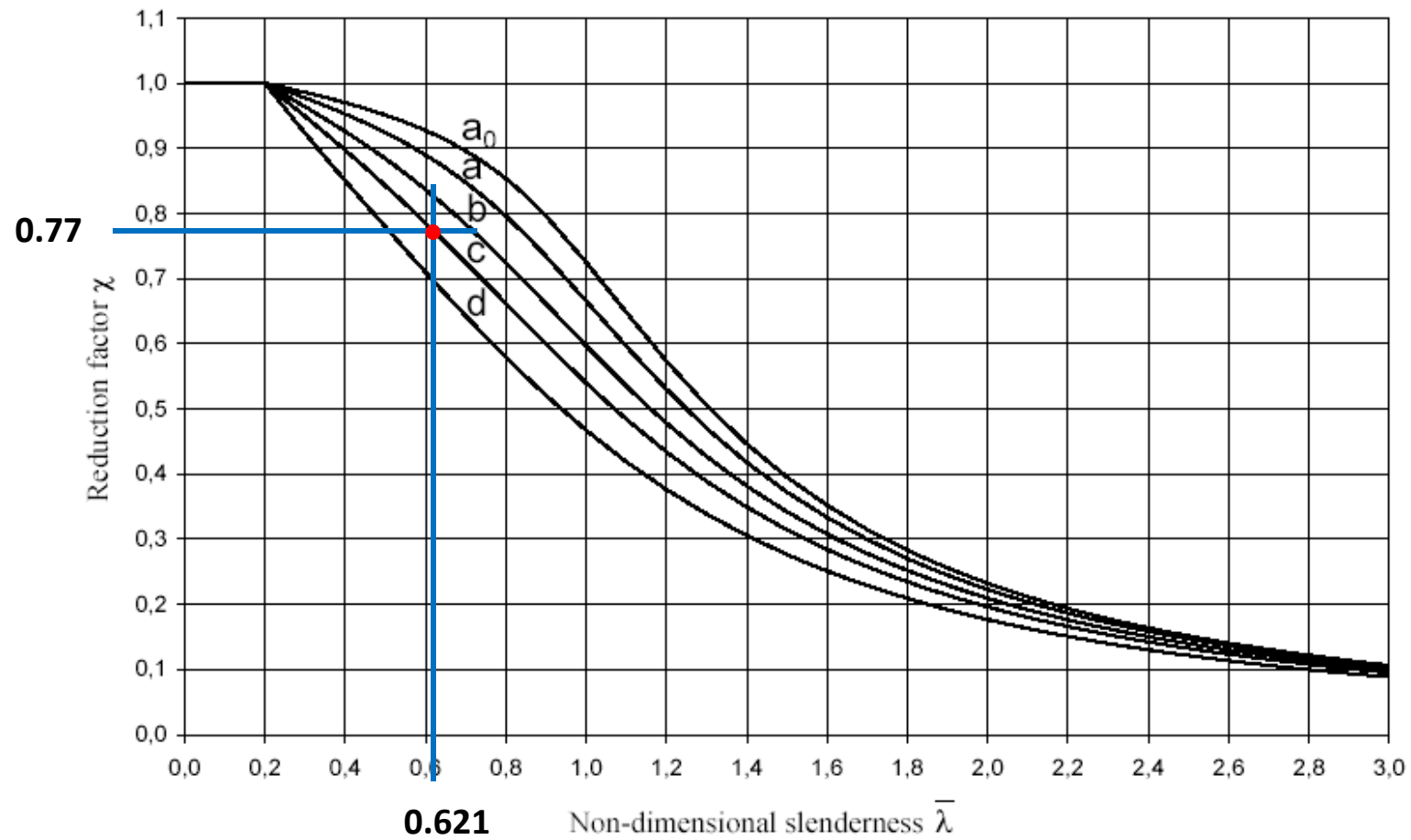
HE 240 A

Acciaio S235

$l_0 = 3.50 \text{ m}$
(uguale nei due piani)

3. Determinazione di χ

Esempio



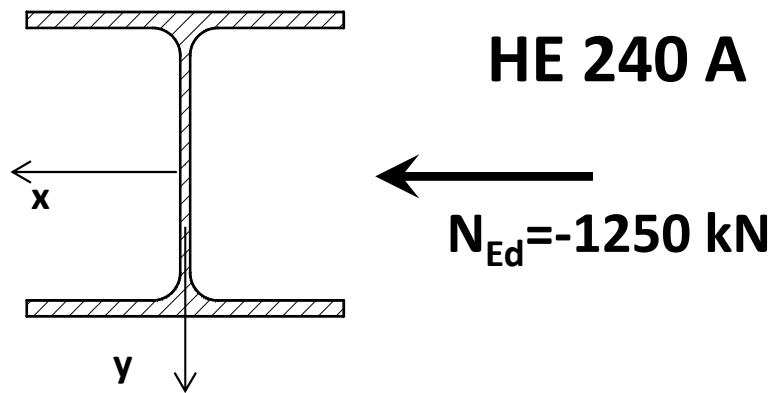
Esempio

Analiticamente

$$\Phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] = \mathbf{0.7961}$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1.0 = \mathbf{0.7728}$$

Esempio



HE 240 A

Acciaio S235

$l_0 = 3.50 \text{ m}$
(uguale nei due piani)

3. Determinazione di χ

$$\chi = 0.7728$$

La sezione è verificata

4. Calcolo di N_{bRd}

$$N_{bRd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0.7728 \times 76.84 \times 235}{1.05} \times 10^{-1} = 1329 \text{ kN}$$

Progetto

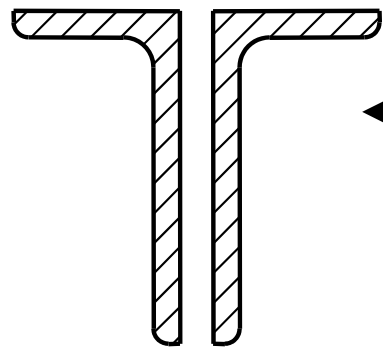
Stato limite ultimo

1. Si assegna a χ un valore di tentativo e si ottiene la formula di progetto della sezione invertendo l'espressione di verifica

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{N_{Ed}}{\chi f_y / \gamma_{M1}}$$

2. Si sceglie il profilato
(evitare snellezze $\lambda > 200$ per membrature principali e $\lambda > 250$ per membrature secondarie)
3. Si calcola $N_{b,Rd}$ e si confronta con N_{Ed}
Se $N_{b,Rd} < N_{Ed}$ oppure se $N_{b,Rd}$ è molto più grande di N_{Ed} si itera il procedimento.

Esempio



$$N_{Ed} = -343 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$\lambda_1 = 93.9$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

1. Determinazione dell'area necessaria

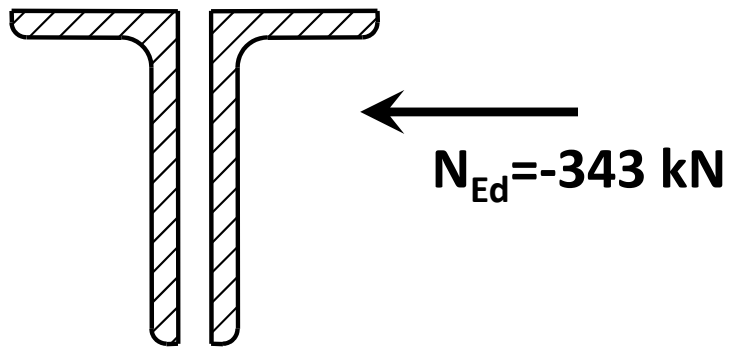
$$\chi = 0.6 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{N_{Ed}}{\chi f_y / \gamma_{M1}} = \frac{342.9 \times 10^3}{0.6 \times 235 / 1.05} = 2554 \text{ mm}^2$$

2. Scelta della sezione

Uso 2 L 60x120x8

$$A = 2780 \text{ mm}^2$$

Esempio



Acciaio S235

$$\lambda_1 = 93.9$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

3. Calcolo di $N_{b,Rd}$

Coppia di profili

$$i_{cp} = 23.9 \text{ mm}$$

$$\lambda_{cp} = \frac{l_0}{i_{cp}} = \frac{1800}{23.9} = 75.3$$

Singolo profilo

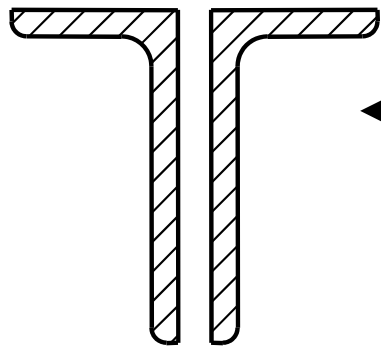
$$i_{sp} = 12.7 \text{ mm}$$

$$\lambda_{sp} = \frac{l_0/3}{i_{sp}} = \frac{600}{12.7} = 47.2$$

$$\lambda_{eq} = \sqrt{\lambda_{dp}^2 + \lambda_{sp}^2} = 88.9$$

$$\bar{\lambda}_{eq} = \bar{\lambda}_{eq} / \lambda_1 = 88.9 / 93.9 = 0.95$$

Esempio



$$N_{Ed} = -343 \text{ kN}$$

Acciaio S235

$$\lambda_1 = 93.9$$

$$L = l_0 = 1.80 \text{ m}$$

3. Calcolo di $N_{b,Rd}$

$$\bar{\lambda}_{eq} = 0.95$$



$$\chi = 0.63$$

Curva b

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi f_y A}{\gamma_{M1}} = \frac{0.63 \times 235 \times 2780}{1.05 \times 10^3} = 392.6 \text{ kN} \geq N_{Ed}$$

FINE