Lezione

TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Prof. Pier Paolo Rossi
Università degli Studi di Catania

La sicurezza strutturale

La sicurezza strutturale

Concetto

Il concetto di sicurezza, e quindi i codici e le norme sulla sicurezza delle costruzioni, risalgono probabilmente ai primordi dell'attività stessa del costruire.

Nella tradizione viene dato alla sicurezza strutturale il significato di assenza di crolli e dissesti alla struttura.

La sicurezza strutturale

Il codice Hammurabi

Sembra accertato che il problema della sicurezza strutturale fosse molto sentito già dagli antichi babilonesi ai quali è attribuito quello che si può ritenere il primo codice in materia, il codice Hammurabi (circa 2100 a.c.)

Il codice Hammurabi faceva un larghissimo uso della Legge del taglione e prevedeva il principio della rivalsa contro il costruttore nel caso di insuccessi costruttivi che determinavano crollo o morte di persone o, più semplicemente, inconvenienti all'uso della costruzione.

Ad esempio:

"*Se un edificio crolla causando la morte del proprietario, il costruttore deve essere ucciso; se il crollo dell'edificio causa la morte del figlio del proprietario, anche il figlio del costruttore deve essere ucciso; se il crollo dell'edificio produce la morte ad un schiavo del proprietario, il costruttore è tenuto a fornirgliene un altro; se l'edificio subisce danni questi devono essere riparati a spese del costruttore*".

La sicurezza strutturale

La rivalsa nel modo occidentale

Il principio di una rivalsa contro il costruttore nel caso di insuccessi costruttivi si è conservato nel corso dei secoli anche nel mondo occidentale, senza far più ricorso però al disumano principio di "occhio per occhio, dente per dente" nel caso di eventi luttuosi.

La rivalsa consisteva nella prigionia e/o nel pagamento di denaro, in forma e misura diverse a seconda del tipo e dell'entità dei danni prodotti dall'insuccesso costruttivo. Comunque, la pena inflitta veniva sempre a costituire l'unico deterrente contro le frodi, gli errori e le negligenze del costruttore.

La sicurezza strutturale

Le regole del costruire

Il costruire non era lasciato al caso, perché le conoscenze venivano tramandate ai costruttori successivi, consolidandole con le esperienze acquisite in modo da venire a fornire un magistero del costruire anche assai affidabile.

> *Si pensi alle stupende cattedrali dell'arte gotica. Tali costruzioni erano opera dei capomastri, o meglio di scuole, che si tramandavano le conoscenze raccolte nel corso degli anni ed operavano soprattutto attraverso la sperimentazione. Le conoscenza venivano acquisite sul posto facendo tesoro degli errori commessi, e perfezionando le invenzioni con il succedersi delle generazioni.*

L'arte del costruire è da ritenersi affidabile, ma ha un limite:
è molto difficile uscire dagli schemi della tradizione costruttiva,
risolvere problemi costruttivi "nuovi" (per funzione o per scala) e
proporre soluzioni innovative.

La sicurezza strutturale

Le responsabilità decennale

Si arriva alle soglie della civiltà industriale e, nel problema della sicurezza, si comincia a considerare anche un limite temporale alla sua garanzia, perché si prende atto che la costruzione può diminuire la propria resistenza ed efficienza nel corso degli anni anche per cause non imputabili al costruttore e agli operatori che hanno partecipato alla sua realizzazione.

Si orienta in tal senso il Codice di Napoleone (1804),
che si esprime come segue:

> **“** *Se una costruzione soffre danni parziali o totali, e quindi perde in parte o completamente la sua utilizzabilità, se ciò è causato per colpa delle fondazioni o di scarsa qualità della mano d’opera, il costruttore o l’architetto andranno in prigione, se i danni si verificano nei primi dieci ani dalla fine dell’esecuzione***”**.

La sicurezza strutturale

La teoria dell'elasticità lineare

Il principio di elasticità lineare fu formulato da Hooke nel 1678

Il XIX secolo segna non solo la nascita della teoria dell'elasticità,
ma anche la derivazione di molte delle principali soluzioni elastiche associate ad importanti fenomeni fisici.

> *Nel 1826 Navier propose un metodo per il dimensionamento delle strutture basato sul comportamento elastico lineare dei materiali costruttivi.*
>
> *Nel 1850 il matematico e ingegnere francese Barrè de Saint-Venant sviluppò la soluzione della torsione per cilindri di sezione non circolare, evidenziando la necessità dell'ingobbamento della sezione con spostamenti fuori dal suo piano, e la soluzione della flessione di travi soggette a carichi trasversali, chiarendo definitivamente il significato della teoria della trave di Jakob Bernoulli, Eulero e Coulomb che permette di esprimere i principali problemi inerenti all'equilibrio elastico delle travi, degli archi e delle travature.*

La sicurezza strutturale

I criteri di resistenza

Nel XIX secolo fu studiata a fondo anche la resistenza dei materiali.
Vennero formulati i più importanti criteri, a tutt'oggi usati,
intesi a caratterizzare lo stato di crisi puntuale del materiale.

Tra questi, vanno ricordati:

- i criteri che impongono delle limitazioni solo allo stato di tensione,
  - *ad es. il criterio delle tensioni principali* *(Lamè 1833, Rankine 1876)*
  - *ad es. il criterio dell'attrito interno* *(Coulomb 1776, Mohr 1882)*
  - *ad es. il criterio delle massime tensioni tangenziali* *(Tresca 1868)*
- i criteri di sicurezza basati sulla valutazione dello stato deformativo,
  - *ad es. il criterio della massima dilatazione* *(Grashof 1878)*
- i criteri di sicurezza basati sulla valutazione dell'energia,
  - *ad es. il criterio dell'energia di deformazione* *(Beltrami1885)*
  - *ad es. il criterio dell'energia elastica di forma* *(Huber, 1904, von Mises 1923, Hencky 1924)*

La sicurezza strutturale

Il metodo delle tensioni ammissibili

Dai criteri di resistenza dei materiali e dallo sviluppo della teoria dell'elasticità ebbe origine il concetto di sicurezza delle strutture basato sulla verifica puntuale del materiale, che operativamente si traduce nel

metodo degli effetti ammissibili

o più comunemente

metodo delle tensioni ammissibili

La sicurezza strutturale

Il metodo delle tensioni ammissibili

Il metodo si basa sull'idea di controllare che, in presenza dei valori nominali delle azioni, in nessun punto della membratura lo stato tensionale σ superi un valore limite $\bar{\sigma}$, detto ammissibile, nettamente inferiore a quello di rottura.

> I valori ammissibili delle tensioni sono ottenuti da quelli di crisi σ_R dividendoli per un opportuno coefficiente di sicurezza γ, che dipende dal materiale stesso.

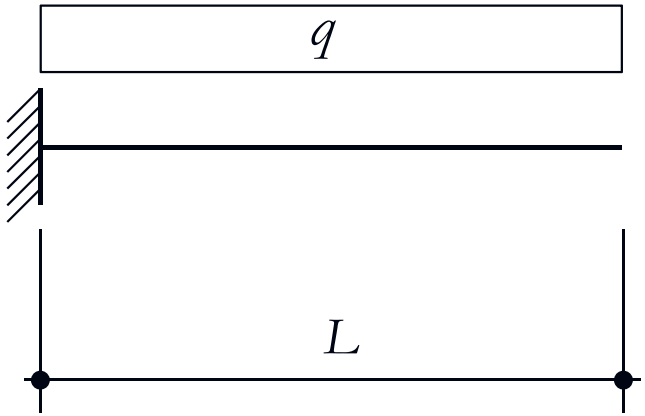
La verifica è soddisfatta se risulta verificata la relazione:

$$\sigma \leq \bar{\sigma} = \frac{\sigma_R}{\gamma}$$

Nota ! *il coefficiente di sicurezza è unico ed applicato alle resistenze*

La sicurezza strutturale

Esempio (metodo delle tensioni ammissibili)



1. Il carico q è considerato con il suo valore nominale
2. Le caratteristiche della sollecitazione e le tensioni sono calcolate considerando un legame linearmente elastico del materiale

ad es. nel caso in esame $\sigma = \frac{M}{I} y_{max}$

3. Il coefficiente di sicurezza γ è definito in funzione del materiale
4. Perché la verifica sia soddisfatta deve risultare $\sigma \leq \bar{\sigma} = \frac{\sigma_R}{\gamma}$

La sicurezza strutturale

Il metodo delle tensioni ammissibili

A fronte di una indiscutibile semplicità di applicazione, il metodo delle tensioni ammissibili è soggetto ad alcune critiche:

1. E' impiegato un unico coefficiente di sicurezza, apparentemente molto elevato. Psicologicamente, questo comporta che le diverse figure responsabili della realizzazione dell'opera siano propense a pensare di poter disporre di ampi margini di sicurezza, tutti a proprio esclusivo vantaggio

2. L'ipotesi di comportamento lineare elastico del materiale comporta che lo stato di tensione al quale si fa riferimento nelle verifiche possa essere non corretto poiché le tensioni locali risultano fortemente dipendenti dalla presenza di deformazioni anelastiche, dalla presenza di fessure e dai fenomeni di tipo reologico.

La sicurezza strutturale

Il metodo delle tensioni ammissibili

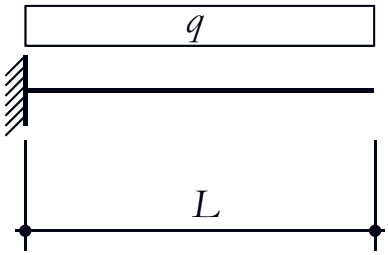
3. La verifica puntuale delle tensioni sulla sezione non da una misura del coefficiente di sicurezza reale della sezione o della struttura. Ovvero, il metodo non garantisce il proporzionamento più conveniente nei riguardi della sicurezza della sezione o della struttura.

Per spiegare più chiaramente questo concetto …

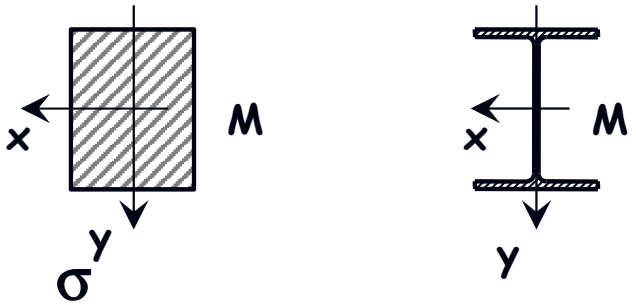
La sicurezza strutturale

Crisi del punto e della sezione

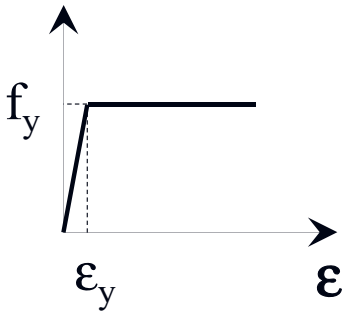
Consideriamo una struttura isostatica, ad esempio una mensola



- realizzata con una sezione rettangolare oppure a doppia T



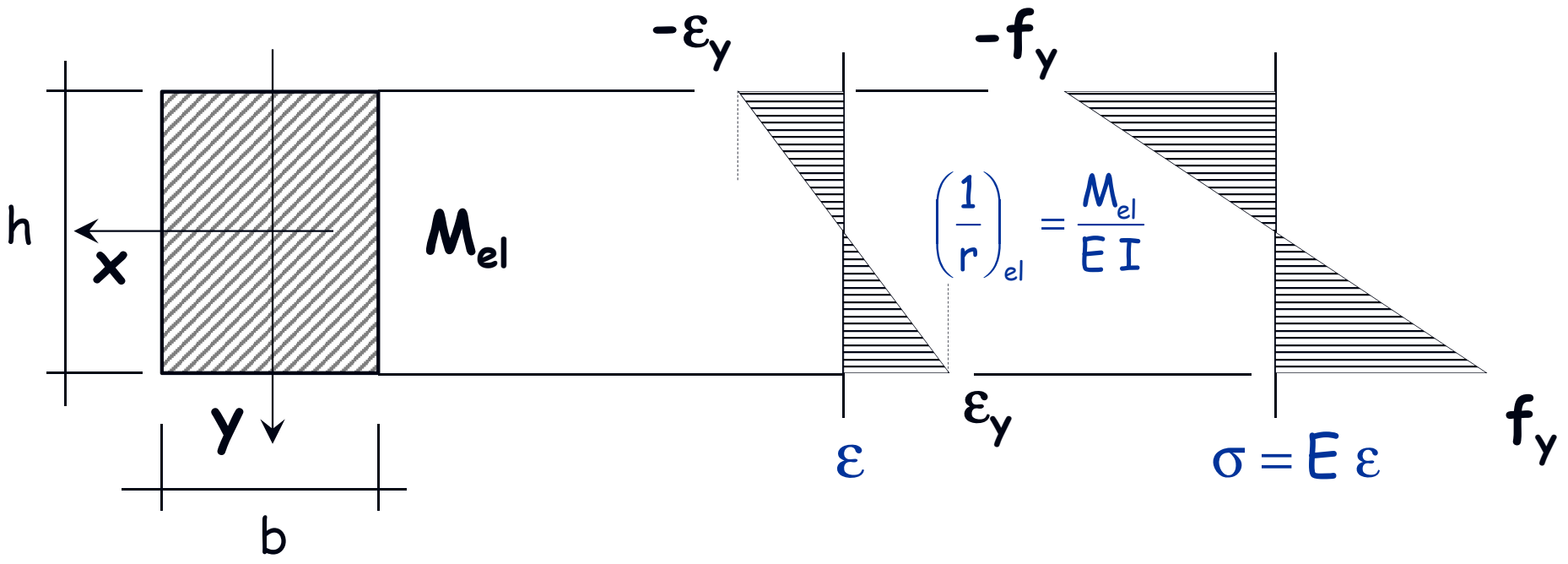
- e supponiamo che il comportamento dell'acciaio sia schematizzabile come elastico perfettamente plastico



La sicurezza strutturale

Crisi del punto e della sezione

- **Sezione rettangolare** (campo elastico)

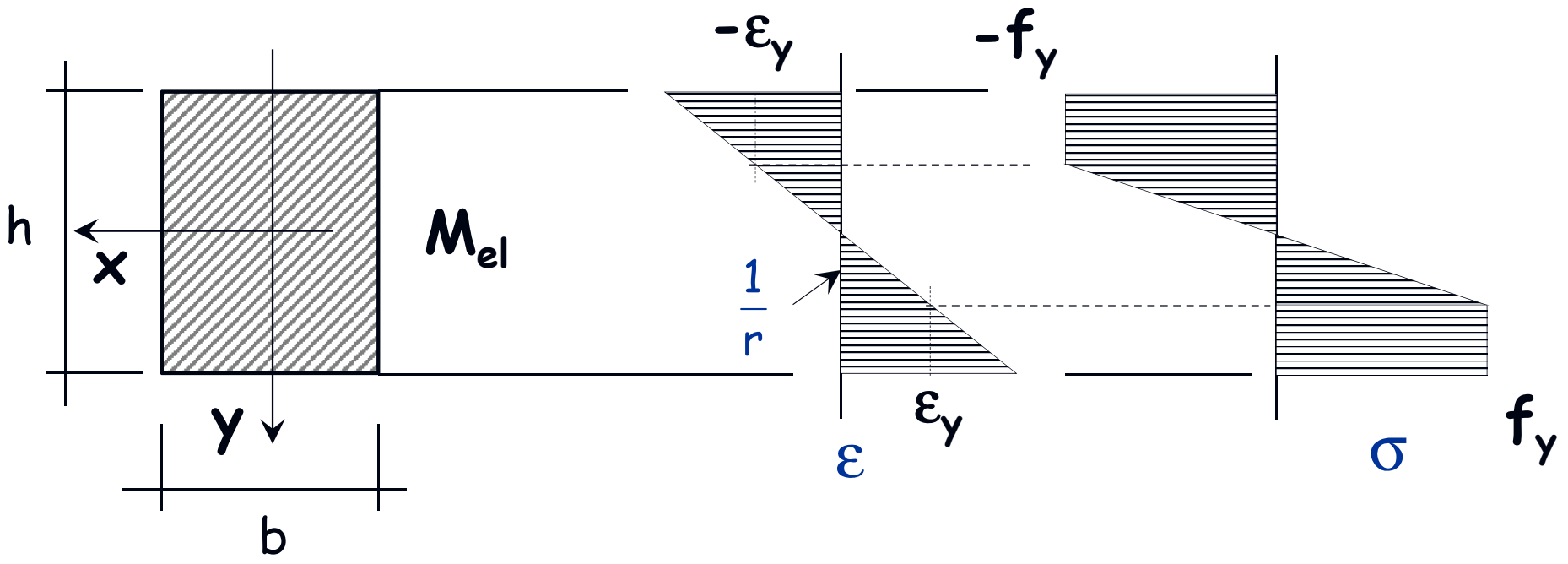


$$M_{el} = \left(b \frac{1}{2} f_y \frac{h}{2} \right) \frac{2}{3} h = f_y \frac{bh^2}{6} = f_y W_{el}$$

La sicurezza strutturale

Crisi del punto e della sezione

- **Sezione rettangolare** (campo inelastico)

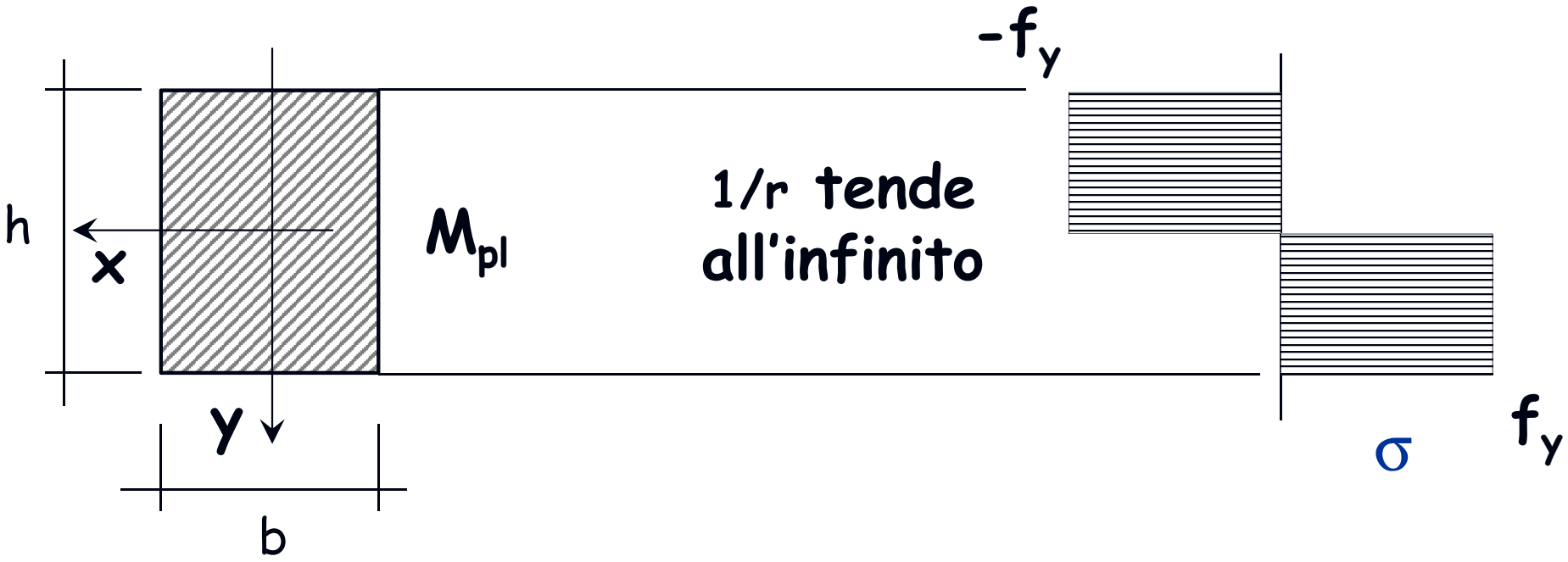


$$M > M_{el}$$

La sicurezza strutturale

Crisi del punto e della sezione

- **Sezione rettangolare** (campo inelastico)

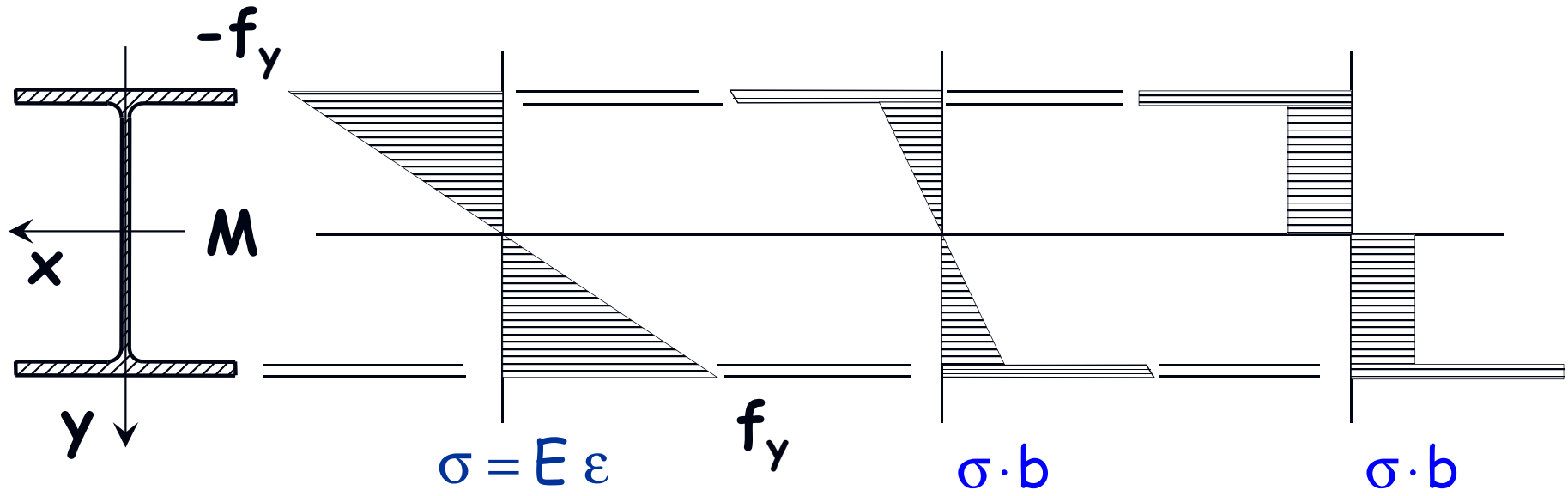


$$M_{pl} = \left(b\, f_y \frac{h}{2} \right) \frac{h}{2} = f_y \frac{bh^2}{4} = f_y\, W_{pl} \quad \Rightarrow \quad M_{pl}/M_{el} = 1.5$$

La sicurezza strutturale

Crisi del punto e della sezione

- **Sezione a doppia T** (campo inelastico)



$$M_{pl}/M_{el} \cong 1.10 \div 1.15$$

La sicurezza strutturale

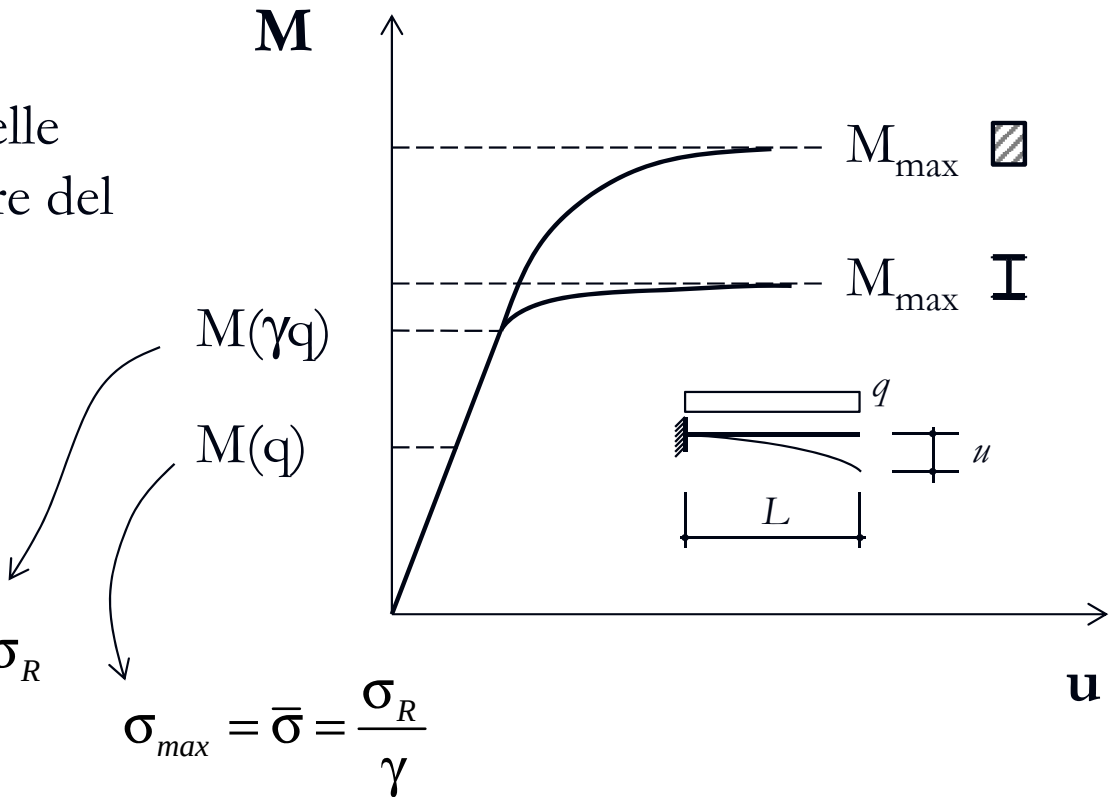
Crisi del punto e della sezione

Supponiamo di progettare la mensola, separatamente con la sezione rettangolare o a doppia T, in modo tale da sopportare il carico di progetto q con una tensione ammissibile $\bar{\sigma}$.

CRISI DEL PUNTO

La crisi del punto sarà attinta nelle due sezioni per uno stesso valore del carico, ovvero per un carico $\gamma\, q$.

$$\frac{M_{el}}{M(q)} = \frac{M_{el}}{M(q)}$$



$$\sigma_{max} = \gamma\bar{\sigma} = \sigma_R$$

$$\sigma_{max} = \bar{\sigma} = \frac{\sigma_R}{\gamma}$$

La sicurezza strutturale

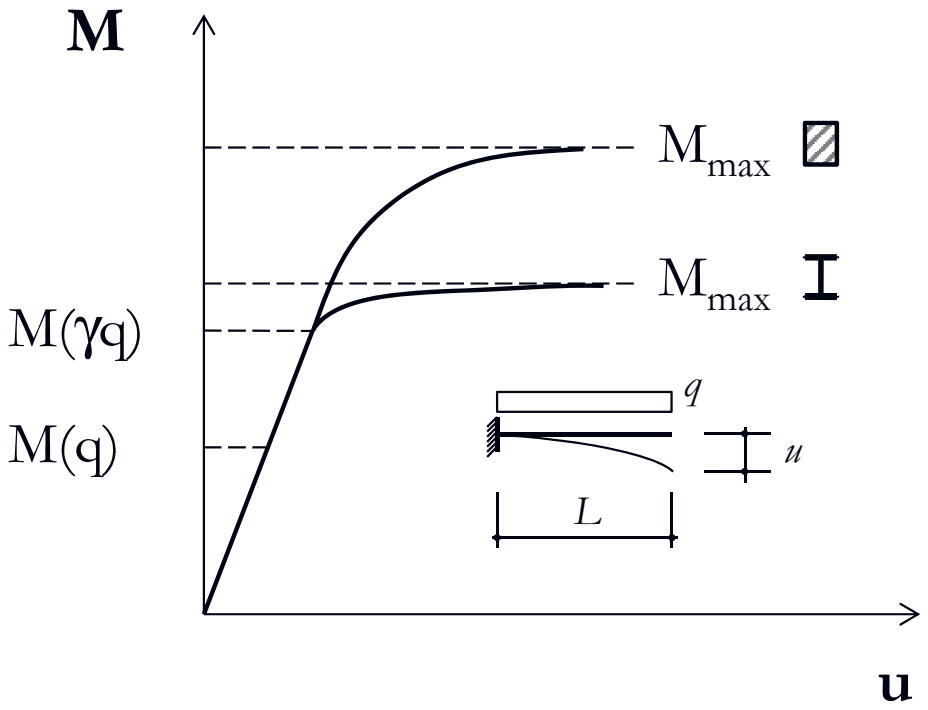
Crisi del punto e della sezione

Supponiamo di progettare la mensola, separatamente con la sezione rettangolare o a doppia T, in modo tale da sopportare il carico di progetto q con una tensione ammissibile $\bar{\sigma}$.

CRISI DELLA SEZIONE

Le due sezioni saranno in grado di portare carichi massimi diversi e pertanto avranno gradi di sicurezza diversi nei confronti della rottura, ovvero

$$\frac{M_{max,sez}^{\square}}{M(q)} \neq \frac{M_{max,sez}^{I}}{M(q)}$$



La sicurezza strutturale

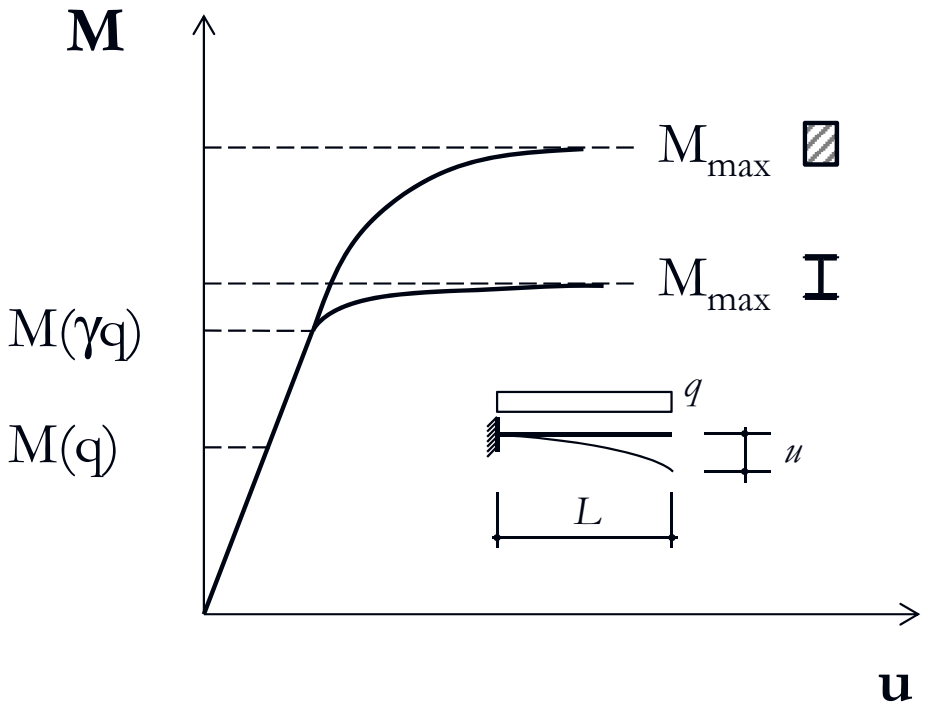
Crisi della sezione e della struttura

Supponiamo di progettare la mensola, separatamente con la sezione rettangolare o a doppia T, in modo tale da sopportare il carico di progetto q con una tensione ammissibile $\bar{\sigma}$.

CRISI DELLA STRUTTURA

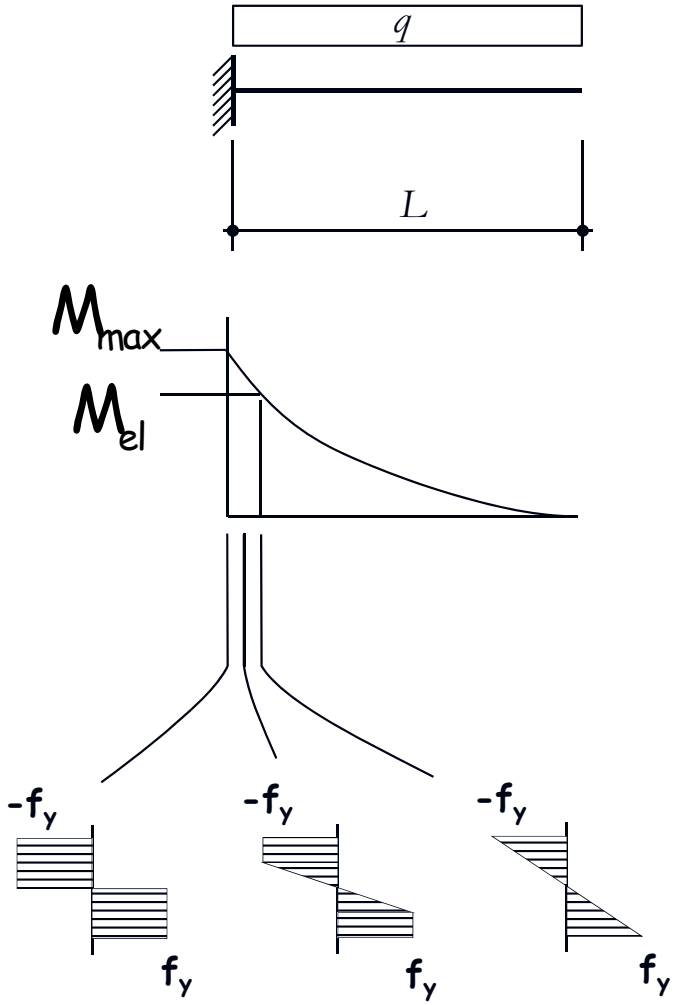
La struttura è isostatica e pertanto la crisi della sezione coincide con la crisi della struttura, ovvero

$$\frac{M_{max,str}}{M(q)} = \frac{M_{max,ses}}{M(q)}$$



La sicurezza strutturale

La cerniera plastica



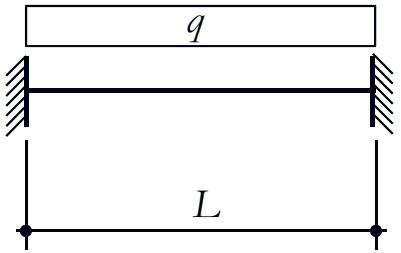
Se nella sezione di incastro si raggiungono deformazioni molto elevate, il momento varia molto poco anche con elevate escursioni delle curvature.

Tale comportamento è assimilabile a quello di una cerniera ad attrito. Esso é elastico finché il momento è inferiore al valore ultimo e consente libere rotazioni relative delle due facce contrapposte collegate dalla stessa cerniera all'attingersi del momento ultimo.

Nota: un eventuale inversione del segno della rotazione relativa riattiva il comportamento elastico.

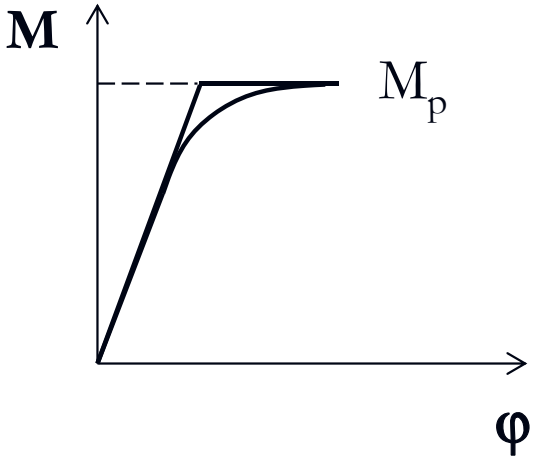
La sicurezza strutturale

Crisi della sezione e della struttura



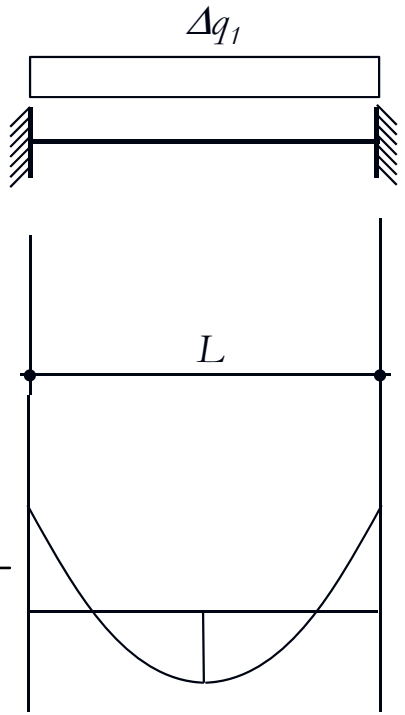
Consideriamo una semplice struttura iperstatica, ad esempio una trave doppiamente incastrata soggetta ad un carico uniformemente distribuito *q*.

Supponiamo che la relazione momento flettente-rotazione flessionale di una cerniera plastica possa essere rappresentata mediante una legge bilineare elastica-perfettamente plastica.



La sicurezza strutturale

Crisi della sezione e della struttura



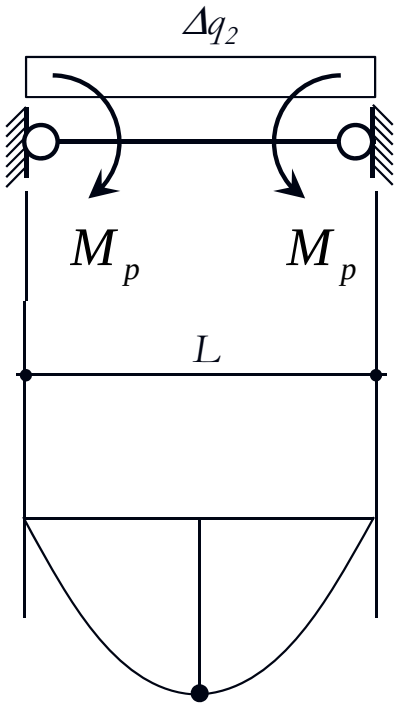
Le prime due cerniere plastiche si formano nelle due estremità della trave, laddove il momento flettente è massimo.

Il carico corrispondente all'attingimento del valore plastico del momento flettente vale

$$\Delta q_1 = 12 \frac{M_p}{L^2}$$

La sicurezza strutturale

Crisi della sezione e della struttura



$$M_{max} = \frac{\Delta q_2 \, L^2}{8}$$

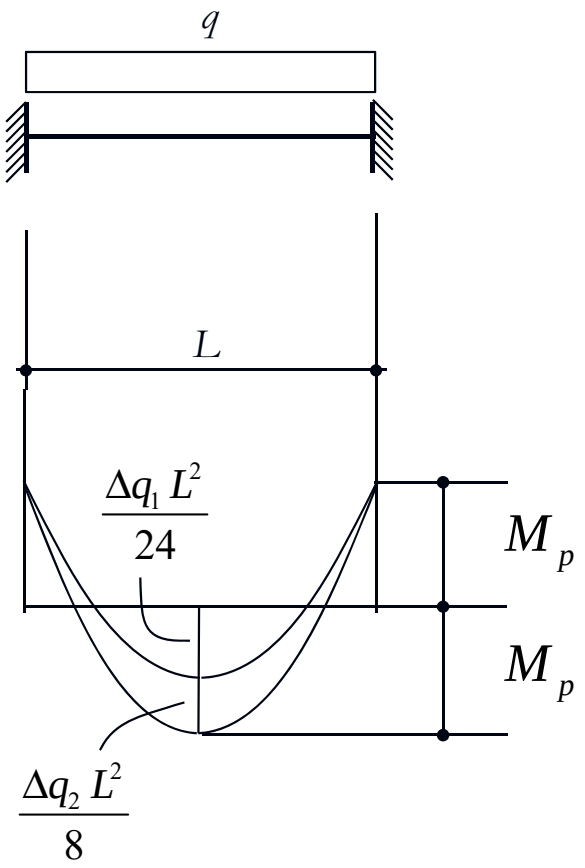
Per ulteriori carichi verticali, la struttura si comporta come una trave semplicemente appoggiata. La terza cerniera plastica si forma in mezzeria nel momento in cui si attinge in tale sezione un momento pari a quello ultimo.

L'incremento di carico Δq_2 corrispondente all'attingimento del momento ultimo in mezzeria vale

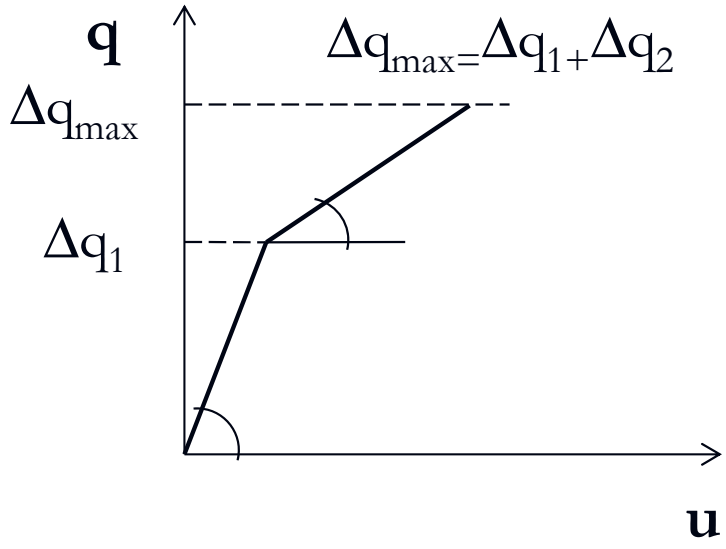
$$\Delta q_2 = \frac{\left(M_p - \Delta q_1 \, L^2/24\right)}{L^2/8} = 4\frac{M_p}{L^2}$$

La sicurezza strutturale

Crisi della sezione e della struttura



In questo caso, il carico corrispondente alla prima crisi della sezione è diverso dal carico corrispondente alla crisi della struttura (ovvero alla formazione di un cinematismo)



La sicurezza strutturale

Il metodo delle azioni o dei carichi ultimi (calcolo a rottura)

Ad un successivo approfondimento dello studio del comportamento plastico del materiale oltre il limite elastico è dovuta la seguente evoluzione del concetto di sicurezza, che viene ad identificarsi non più con la sicurezza del punto ma con la sicurezza nei riguardi di una parte o totalità della struttura.

> *Le prime formulazioni sul calcolo a rottura di strutture iperstatiche si fanno risalire a Kist (1917) e a Karinczy (1914), ma solo dopo la seconda guerra mondiale si ebbe il pieno sviluppo e la diffusione del calcolo a rottura. Il primo testo organico sull'argomento è infatti di Van den Broek (1948), mentre la prima regolamentazione è del British Standard 449 (1949).*

La sicurezza strutturale

Il metodo delle azioni o dei carichi ultimi (calcolo a rottura)

Nella sua impostazione generale esso consiste nella determinazione del meccanismo di collasso della struttura, e del carico che porta ad esso, a partire dalla conoscenza dei valori delle caratteristiche di sollecitazione che individuano la piena plasticizzazione di ciascuna sezione. Queste caratteristiche sono determinate tenendo conto delle non-linearità del legame costitutivo del materiale.

La verifica di sicurezza è soddisfatta se è verificata la relazione:

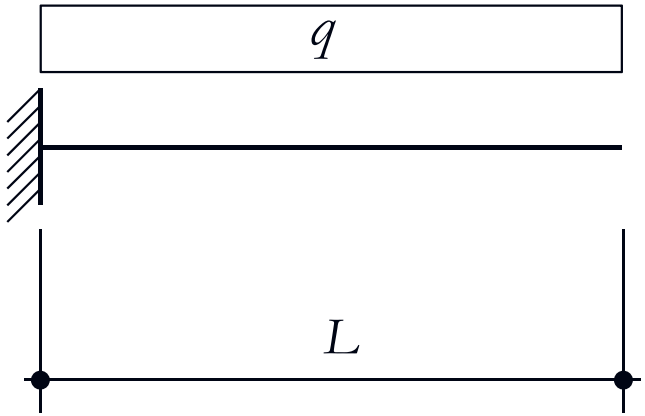
$$F \leq \frac{F_u}{\gamma}$$

Dove F è il carico di progetto applicato e F_u è il carico di collasso.

Nota ! *il coefficiente di sicurezza è unico ed applicato alle azioni*

La sicurezza strutturale

Esempio (metodo dei carichi ultimi)



1. Il carico di progetto q è considerato con il suo valore nominale
2. Le caratteristiche di sollecitazione plastiche sono assegnate

ad es. nel caso in esame $M_p = f_y W_{pl}$

3. Il coefficiente di sicurezza γ è assegnato
4. Perché la verifica sia soddisfatta deve risultare $q \leq \frac{q_u}{\gamma}$

La sicurezza strutturale

Il metodo delle azioni o dei carichi ultimi (calcolo a rottura)

Il calcolo a rottura presenta indubbi vantaggi:

- Messa in conto degli eventuali fenomeni nonlineari ed anelastici (ad esempio fessurazione nelle strutture in calcestruzzo armato)
- Valutazione corretta della sicurezza ultima di situazioni strutturali complesse o comunque difficili da analizzare per via teorica. Inoltre, si tiene conto della ridistribuzione degli sforzi e quindi non si è più corretti a scartare una struttura per la presenza di stati di tensione localizzati
- Facile riproduzione in fase sperimentale.

La sicurezza strutturale

Il metodo delle azioni o dei carichi ultimi (calcolo a rottura)

Il calcolo a rottura presenta anche alcuni svantaggi:

- Impiego di un unico coefficiente di sicurezza, apparentemente molto alto
- Mancata garanzia di un soddisfacente comportamento in condizioni di esercizio.

Nota ! *il reale attingimento del carico ultimo previsto dal calcolo a rottura richiede una sufficiente disponibilità di duttilità alle sezioni*

La sicurezza strutturale

Concetto dell'aleatorietà dei parametri di progetto

La successiva evoluzione del concetto di sicurezza strutturale è dovuto all'affermarsi di due concetti:

1. I fattori che determinano le condizioni di funzionamento di una costruzione durante l'intera vita utile, come per esempio la resistenza dei materiali o i carichi agenti sulla struttura, non è certo che assumano i valori considerati in fase di progetto.

   Per esempio, le effettive proprietà del calcestruzzo di un edificio non coincidono mai con quelle di calcolo perché esse variano nel tempo, per fenomeni di interazione del materiale con l'ambiente, sia nello spazio nel senso che non tutte le parti di una stessa struttura sono soggette allo stesso processo di invecchiamento.

La sicurezza strutturale

Concetto dell'aleatorietà dei parametri di progetto

La successiva evoluzione del concetto di sicurezza strutturale è dovuto all'affermarsi di due concetti:

1. I fattori che determinano le condizioni di funzionamento di una costruzione durante l'intera vita utile, come per esempio la resistenza dei materiali o i carichi agenti sulla struttura, non è certo che assumano i valori considerati in fase di progetto.

   Inoltre, anche le proprietà iniziali dell'opera appena costruita possono differire in una certa misura da quelle di progetto per effetto della qualità del processo produttivo. Allo stesso modo il carico da neve o le sollecitazioni imposte da eventuali terremoti non sono noti con certezza al momento del progetto.

La sicurezza strutturale

Concetto dell'aleatorietà dei parametri di progetto

La successiva evoluzione del concetto di sicurezza strutturale è dovuto all'affermarsi di due concetti:

1. I fattori che determinano le condizioni di funzionamento di una costruzione durante l'intera vita utile, come per esempio la resistenza dei materiali o i carichi agenti sulla struttura, non è certo che assumano i valori considerati in fase di progetto.

   L'ingegnere sarà tanto più confidente nella sicurezza della struttura progettata quanto più sarà possibile quantificare la variabilità delle grandezze che ne influenzano il comportamento. La valutazione dei margini di sicurezza di una costruzione è un problema legato al grado di conoscenza dei fattori che regolano il comportamento strutturale. Purtroppo, la conoscenza dei fenomeni che interessano il sistema è sempre incompleto e quindi affetta da aleatorietà. E' necessario dunque tenere conto razionalmente di tali incertezze e in modo economicamente opportuno.

La sicurezza strutturale

Concetto della molteplicità degli obiettivi di progetto

La successiva evoluzione del concetto di sicurezza strutturale è dovuto all'affermarsi di due concetti:

2. Le verifiche devono essere eseguite con riferimento a situazioni proprie del comportamento sia di esercizio che ultimo della struttura.

La sicurezza strutturale

Le basi dell'approccio probabilistico

Dato il carattere aleatorio delle variabili che governano il comportamento strutturale, una verifica di sicurezza strutturale fondata su un'analisi probabilistica delle grandezze in gioco non può restituire come risultato la certezza delle sicurezza o, al contrario, la certezza del non soddisfacimento della verifica.

Un'analisi probabilistica restituirà come risultato la probabilità che un certo evento sia soddisfatto o meno.

La sicurezza strutturale

Le basi dell'approccio probabilistico

Se si suppone che la verifica sia riferita ad enti di sollecitazione e resistenza, l'applicazione dell'approccio probabilistico esprimerà la probabilità, ad esempio, che la sollecitazione sia superiore o uguale alla resistenza

$$P\left[S \geq R\right] = P_R$$

Perché la verifica sia soddisfatta è necessario che sia

$$P_R \leq P_{lim}$$

dove P_{lim} è la probabilità minima che si vuole accettare.

La sicurezza strutturale

La probabilità limite nell'approccio probabilistico

Quale livello di sicurezza è accettabile per una costruzione ?

La determinazione della probabilità P_{lim} costituisce un problema complesso che riveste aspetti tali da richiedere competenze politiche e socio-economiche prima che strutturali.

La sicurezza strutturale

La probabilità limite nell'approccio probabilistico

Quale livello di sicurezza è accettabile per una costruzione ?

Il collasso di una struttura ha un impatto mediatico sull'intera società e ciò amplifica significativamente le conseguenze dirette, seppur gravi dell'evento.

Ciò sembrerebbe spingere verso valori ben più bassi della probabilità limite P_{lim} affinché siano molto basse le probabilità di collasso accettate e quindi imposte dai codici per le costruzioni. D'altra parte, però, a bassi valori di P_{lim} corrispondono strutture comparativamente più costose. Poiché il settore delle costruzioni è economicamente importante, non è possibile definire il livello di rischio accettato senza considerare opportunamente le condizioni economiche e di sviluppo del paese in questione.

La sicurezza strutturale

La probabilità limite nell'approccio probabilistico

Quale livello di sicurezza è accettabile per una costruzione ?

Risulta, inoltre, indubbio che i valori P_{lim} debbano essere differenziati in funzione dello stato da verificare (di esercizio o ultimo) perché differenti sono le conseguenze di una mancata verifica del comportamento in fase di esercizio o ultimo.

La sicurezza strutturale

Richiami di teoria della probabilità: definizioni

Variabile Aleatoria. Variabile X che rappresenta il risultato di un esperimento che può fornire risultati «casuali», cioè valori non definibili a priori (es. tensione di snervamento di una barra di acciaio).

Dati un insieme di valori X_1, X_2,… X_n è possibile dividerli in un numero finito di intervalli detti **classi.**

Si definisce **frequenza** il numero di variabili X_i che ricadono in una classe

La sicurezza strutturale

Richiami di teoria della probabilità: esempio

Variabile tensione di snervamento dell'acciaio.

Test	1	2	3	…	98	99	100
f_y (MPa)	312.4	323.6	328.2	…	412.1	417.7	425.3

Definizione delle classi.

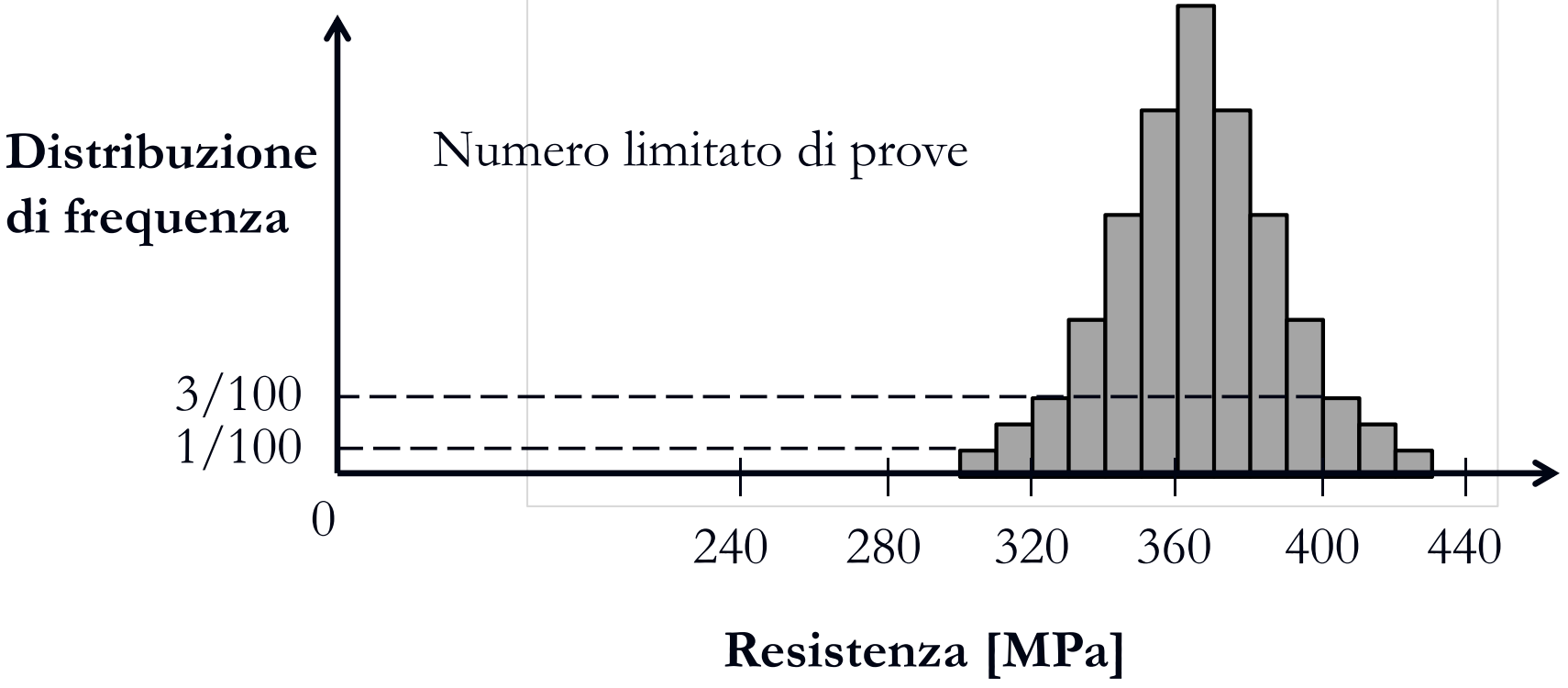
Classi	300-310	310-320	320-330	…	400-410	410-420	420-430
Freq.	0	1	2	…	3	2	1

La sicurezza strutturale

Richiami di teoria della probabilità: esempio

Definizione delle classi.

Classi	300-310	310-320	320-330	…	400-410	410-420	420-430
Freq.	0	1	2	…	3	2	1

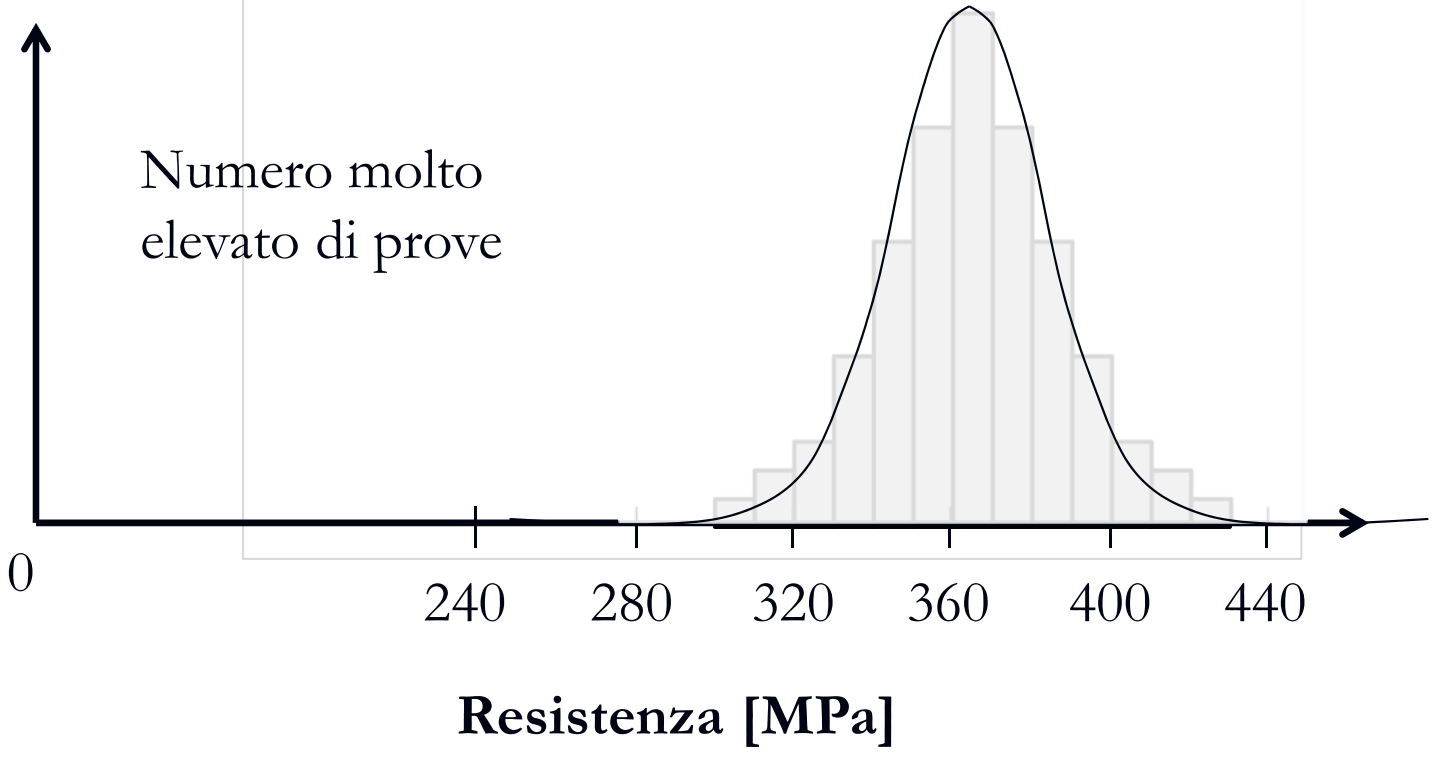


La sicurezza strutturale

Richiami di teoria della probabilità

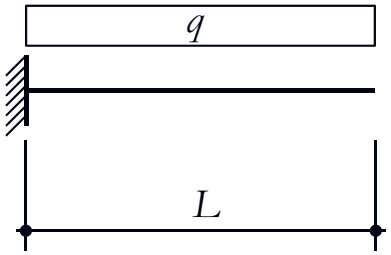
La **densità di frequenza** è il rapporto tra la frequenza e l'ampiezza delle classi

Quando si aumenta l'ampiezza del campione e si riduce l'ampiezza delle classi l'istogramma tende ad una curva continua che viene detta **funzione densità di probabilità**



La sicurezza strutturale

Esempio (approccio probabilistico)



Si consideri una mensola di lunghezza L sollecitata da un carico q uniformemente ripartito

Ipotesi di calcolo:

- Le uniche variabili aleatorie siano la resistenza R e la sollecitazione S. Inoltre, tali variabili siano note dal punto di vista probabilistico e indipendenti.
- La rottura avvenga nella sezione di incastro, nella quale il momento è massimo.

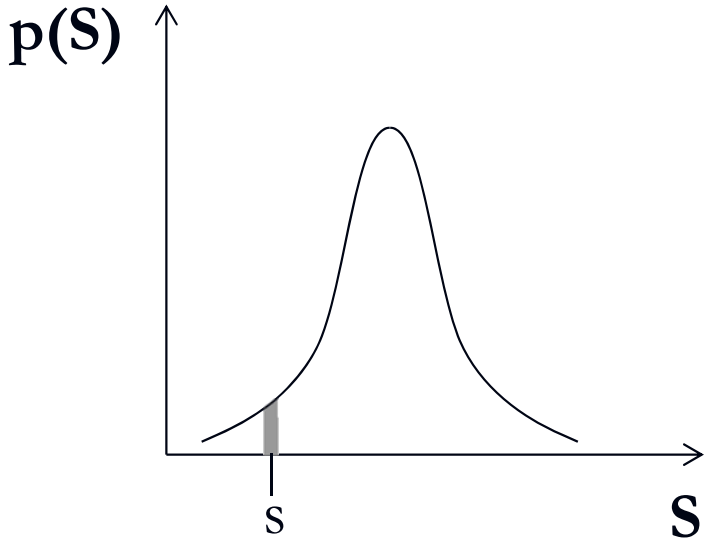
In realtà, non è detto che la rottura avvenga in tale sezione perché, per la causalità della resistenza, la rottura potrebbe avvenire in un'altra sezione meno sollecitata ma più debole.

La sicurezza strutturale

Le funzioni densità e distribuzione di probabilità

Se si considera un valore s della variabile aleatoria S,

la probabilità che la sollecitazione sia contenuta in un intervallo di ampiezza dS centrato su s è pari al valore della funzione densità di probabilità in s moltiplicata per dS,



ovvero:

$$P\left[s-\Delta S \le S \le s+\Delta S\right] = \int_{s-\Delta S}^{s+\Delta S} p(S)\,dS = p(s)dS$$

Essa è dunque pari all'area tratteggiata in figura

La sicurezza strutturale

Le funzioni densità e distribuzione di probabilità

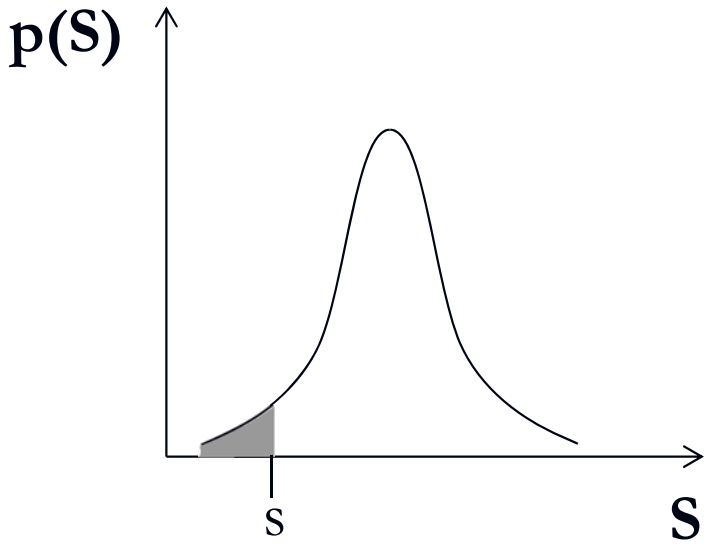
La probabilità che la variabile aleatoria S sia minore di s è fornita dall'area sottesa dalla curva densità di probabilità di S posta a sinistra di s.

Tale area si può ottenere come integrale di p(S) tra –∞ e s, ovvero:

$$P[S \le s] = \int_{-\infty}^{s} p(S)\,dS$$

Analogamente,

$$P[S \ge s] = \int_{s}^{\infty} p(S)\,dS$$



Inoltre, risulta che

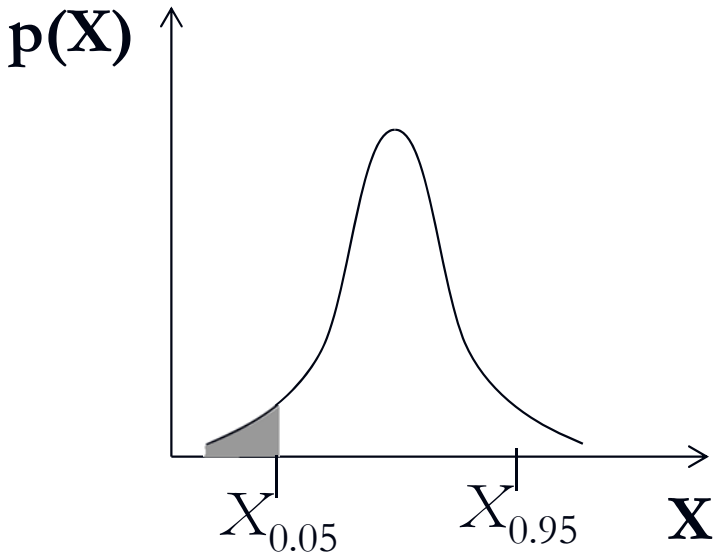
$$P[S \ge s] = 1 - P[S \le s]$$

perché la probabilità che la variabile S sia compresa tra –∞ e + ∞ è pari all'unità.

La sicurezza strutturale

Definizione di frattile

Si definisce frattile il valore al di sotto del quale ricade una certa percentuale di valori aleatori.



Es: Frattile 5%

$$P\left[X \le X_{0.05}\right] = \int_{-\infty}^{X_{0.05}} p(X)\,dX = 0.05$$

Es: Frattile 95%

$$P\left[X \le X_{0.95}\right] = \int_{-\infty}^{X_{0.95}} p(X)\,dX = 0.95$$

Nel caso di distribuzione normale Gaussiana

$$\begin{cases} X_{0.05} = \mu - 1.645\,\sigma \\ X_{0.95} = \mu + 1.645\,\sigma \end{cases}$$

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \quad \text{(valore medio)} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \mu\right)^2} \quad \text{(dev. Standard)}$$

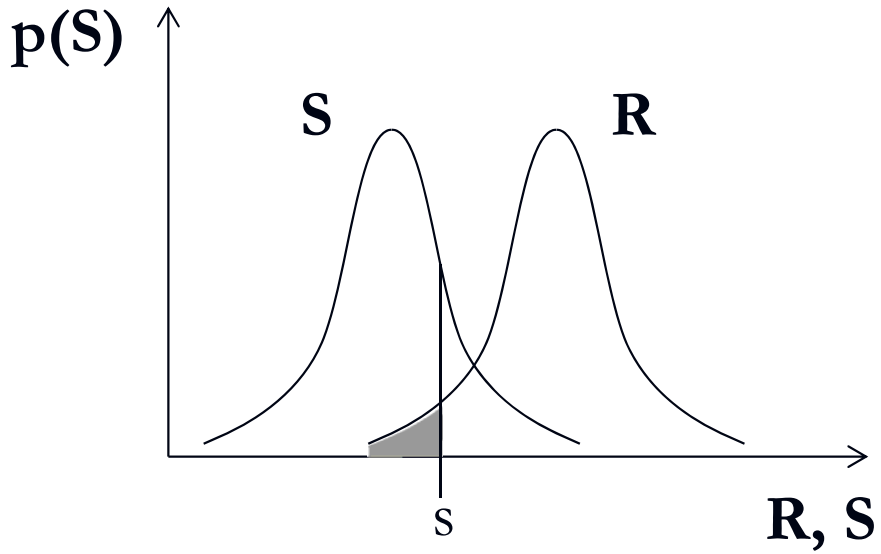
La sicurezza strutturale

Valutazione della probabilità di collasso

Date le funzioni densità di probabilità delle variabili S e R,

la probabilità che la variabile R sia inferiore ad un valore s della variabile S è dato dall'integrale

$$P[R \le s] = \int_{-\infty}^{s} p(R)\,dR$$

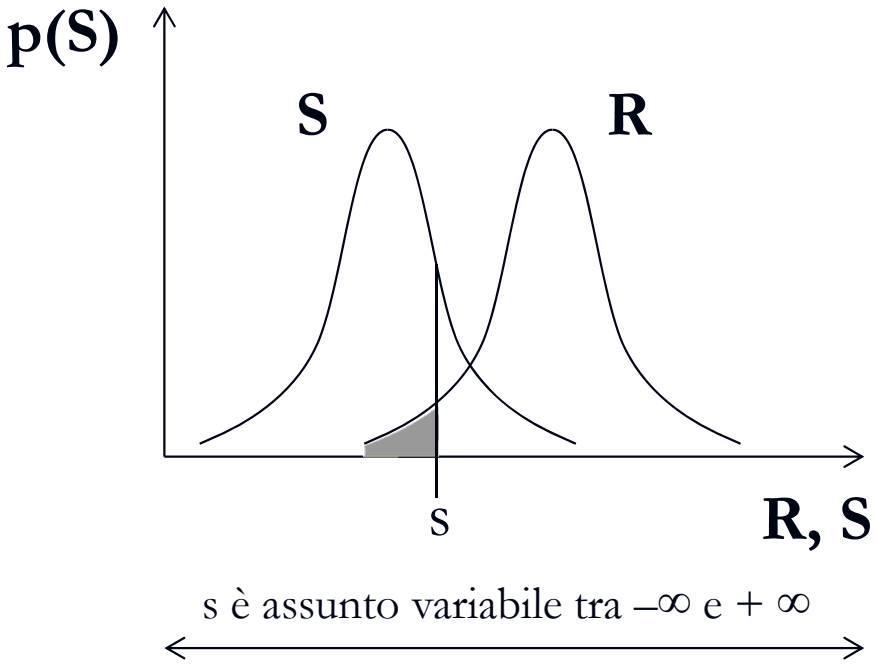


Ciò rappresenta la probabilità di collasso delle mensola se si suppone di conoscere in modo deterministico la variabile S, ovvero se si suppone che la variabile S possa assumere unicamente il valore s.

La sicurezza strutturale

Valutazione della probabilità di collasso

Ciò non è vero nell'esempio considerato, perché la variabile S è supposta aleatoria. Occorre pertanto il ragionamento precedente con riferimento a qualsiasi valore della variabile S tra $-\infty$ e $+\infty$.



La probabilità di collasso della mensola è dunque:

$$P[R \le S] = \int_{S=-\infty}^{+\infty} \int_{R=-\infty}^{S} [p(R)dR]\, p(S)\, dS$$

La sicurezza strutturale

Valutazione della probabilità di collasso

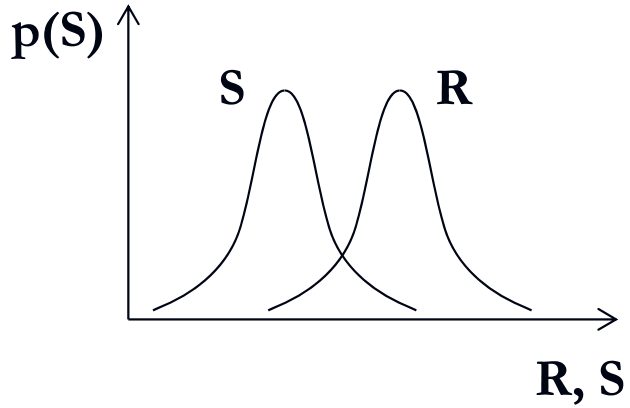
Come si vede, valutare la probabilità di collasso è possibile, ma il procedimento è sicuramente troppo complesso per un uso comune.

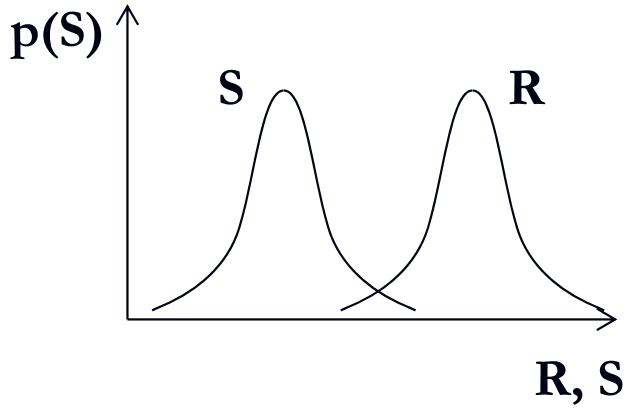
Esistono soluzione analitiche solo per casi molto semplici, mentre la soluzione numerica è sempre possibile ma molto onerosa.

La sicurezza strutturale

Basi dell'approccio semiprobabilistico

Il fatto che la probabilità di collasso sia calcolabile come integrale del prodotto di aree porta alla considerazione semplice e intuitiva che essa sarà tanto più bassa quanto più distanti sono le funzioni di densità di probabilità delle variabili S e R.





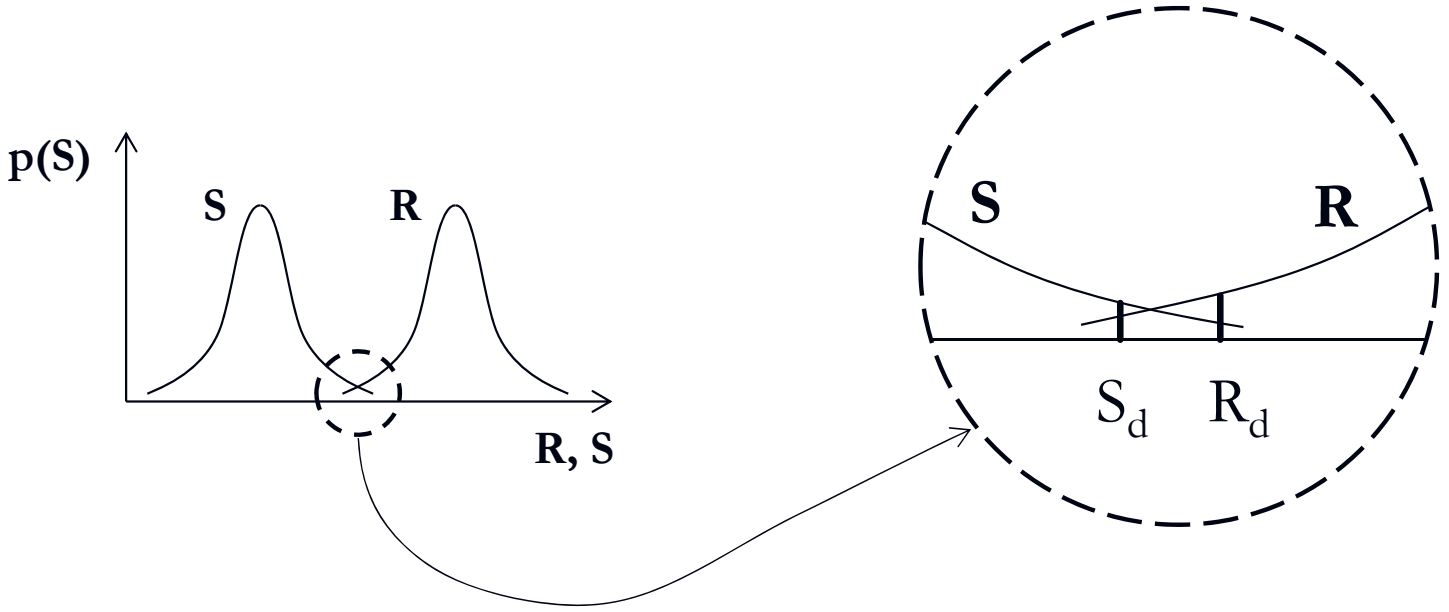
$$P[R \le S] \quad > \quad P[R \le S]$$

La sicurezza strutturale

Basi dell'approccio semiprobabilistico

Per far si che queste curve siano sufficientemente distanti è sufficiente imporre che un valore della resistenza corrispondente ad un basso frattile R_d sia superiore ad un valore della sollecitazione S_d corrispondente ad un elevato frattile.

Il valore prescelto della resistenza R_d *è caratterizzato da una bassa probabilità di essere minorato, mentre quello di sollecitazione* S_d *è caratterizzato da una bassa probabilità di essere maggiorato.*



La sicurezza strutturale

Basi dell'approccio semiprobabilistico

La verifica strutturale si ritiene soddisfatta se è verificata la relazione:

$$R_d \geq S_d$$

I valori prescelti di resistenza e sollecitazione sono detti di progetto o di calcolo e sono indicati con il pedice **"d"**.

Nella realtà si individua il valore di calcolo della sollecitazione come il valore corrispondente ad un frattile molto alto dell'azione. Ciò non introduce alcuna approssimazione se le sollecitazioni sono calcolate mediante un'analisi lineare del primo ordine (ovvero in cui deformazioni e spostamenti sono ipotizzati piccoli).

Se l'analisi strutturale non è lineare non esiste una relazione di linearità tra le sollecitazioni e le azioni e pertanto non è più possibile garantire uno stesso frattile delle sollecitazioni e delle azioni.

La sicurezza strutturale

Il valore di calcolo delle azioni

Il valore di progetto delle azioni F_d è ottenuto dalla relazione

$$F_d = \gamma_F F_k$$

dove:

F_k è il valore caratteristico delle azioni, ovvero il valore corrispondente ad un frattile k di essere minorato.

> Usualmente, in normativa il valore caratteristico delle azioni è indicato come il valore corrispondente ad una probabilità del 95% di essere minorato.

γ_F è il coefficiente parziale di sicurezza delle azioni ed è maggiore dell'unità.

⇩

Il valore di calcolo dell'azione è maggiore del valore caratteristico

La sicurezza strutturale

Il valore di calcolo della resistenza

Il valore di progetto della resistenza R_d è ottenuto dalla relazione

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M}$$

dove:

R_k è il valore caratteristico della resistenza, ovvero il valore corrispondente ad un frattile k di essere minorato.

Usualmente, in normativa il valore caratteristico della resistenza è indicato come il valore corrispondente ad una probabilità del 5% di essere minorato.

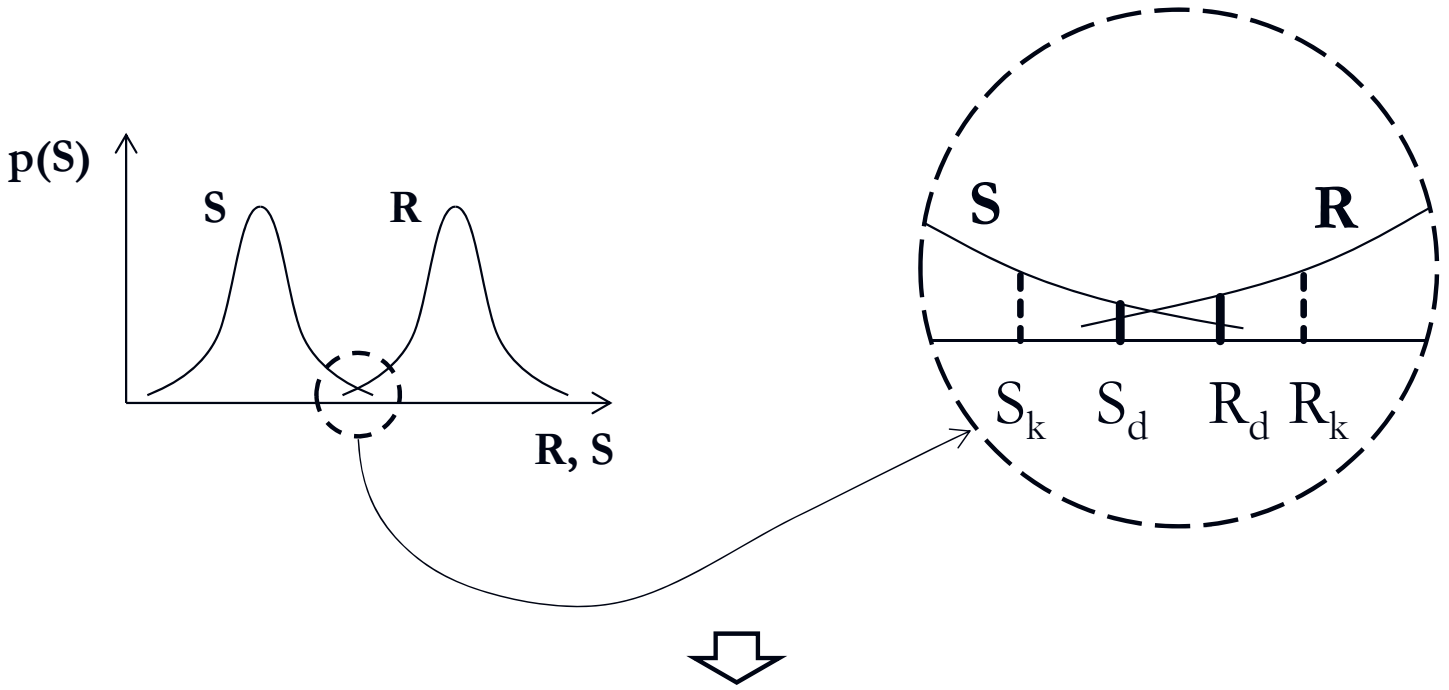
γ_M è il coefficiente parziale di sicurezza del materiale ed è maggiore dell'unità.

⇩

Il valore di calcolo della resistenza è minore del valore caratteristico

La sicurezza strutturale

Il valore di calcolo di azioni e resistenze



- Il valore di calcolo della resistenza R_d ha una probabilita' di essere minorato che risulta minore di quella del valore caratteristico
- Il valore di calcolo dell'azione F_d ha una probabilita' di essere maggiorato che risulta minore di quella del valore caratteristico

La sicurezza strutturale

L'approccio semiprobabilistico

Nota che in tale approccio si confrontano due numeri (ovvero i valori di calcolo delle sollecitazioni e delle resistenze) e non si calcolano probabilità.

Tuttavia, i termini confrontati sono indirettamente legati alla probabilità di collasso attraverso le funzioni densità di probabilità di cui rappresentano particolari frattili.

L'approccio descritto prende il nome di

APPROCCIO SEMIPROBABILISTICO

oppure

APPROCCIO DEI COEFFICIENTI PARZIALI DI SICUREZZA

La sicurezza strutturale

L'approccio semiprobabilistico

L'applicazione dell'approccio semiprobabilistico con riferimento a condizioni di esercizio o ultime per la verifica di predefiniti stati limite dà vita al

METODO DI VERIFICA

SEMIPROBABILISTICO AGLI STATI LIMITE

FINE