

Lezione

TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Prof. Pier Paolo Rossi

Università degli Studi di Catania

Stati limite d'esercizio

Stati limite di esercizio

Classificazione

STATO LIMITE DI FESSURAZIONE

STATO LIMITE DI TENSIONE

STATO LIMITE DI DEFORMAZIONE

Stato limite di tensione in esercizio

Limitazione delle tensioni

Considerazioni di base

Tensioni di compressione elevate nel calcestruzzo in presenza di carichi di esercizio possono favorire la formazione di fessure longitudinali e determinare o microfessurazioni nel calcestruzzo o livelli di viscosità maggiori di quelli previsti.

Elevate tensioni nell'acciaio possono condurre a fessure ampie e permanentemente aperte.

Tali fenomeni possono ridurre la durabilità delle opere.

I valori delle tensioni del calcestruzzo e dell'acciaio, da confrontare con i corrispondenti valori limite, debbono tener conto, se del caso, degli stati coattivi.

Stato limite di tensioni

Valori limite delle tensioni

La verifica si esegue per:

- combinazione dei carichi rara
- combinazione di carico quasi permanente

Valori limite delle tensioni in esercizio

Materiale	Comb. di carico rara	Comb. di carico quasi perm.
Calcestruzzo	$\sigma_c < 0.6 f_{ck}$	$\sigma_c < 0.45 f_{ck}$
Acciaio	$\sigma_s < 0.8 f_{yk}$	

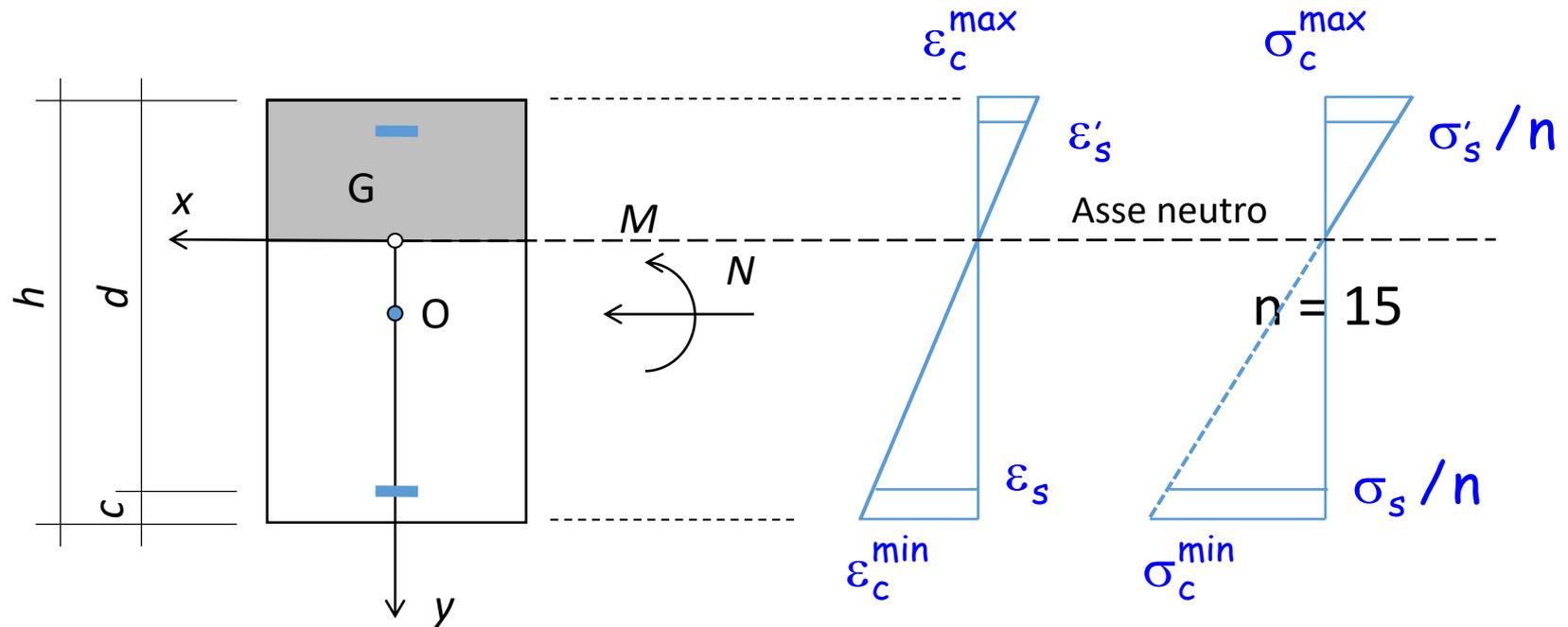
Calcolo delle tensioni in esercizio

Le tensioni nel calcestruzzo e nell'acciaio si calcolano assumendo:

- legame σ - ε elastico lineare non resistente a trazione per il calcestruzzo
- legame σ - ε elastico lineare per l'acciaio
- coefficiente di omogeneizzazione $n = 15$

Calcolo delle tensioni in esercizio

Flessione semplice



Dati:

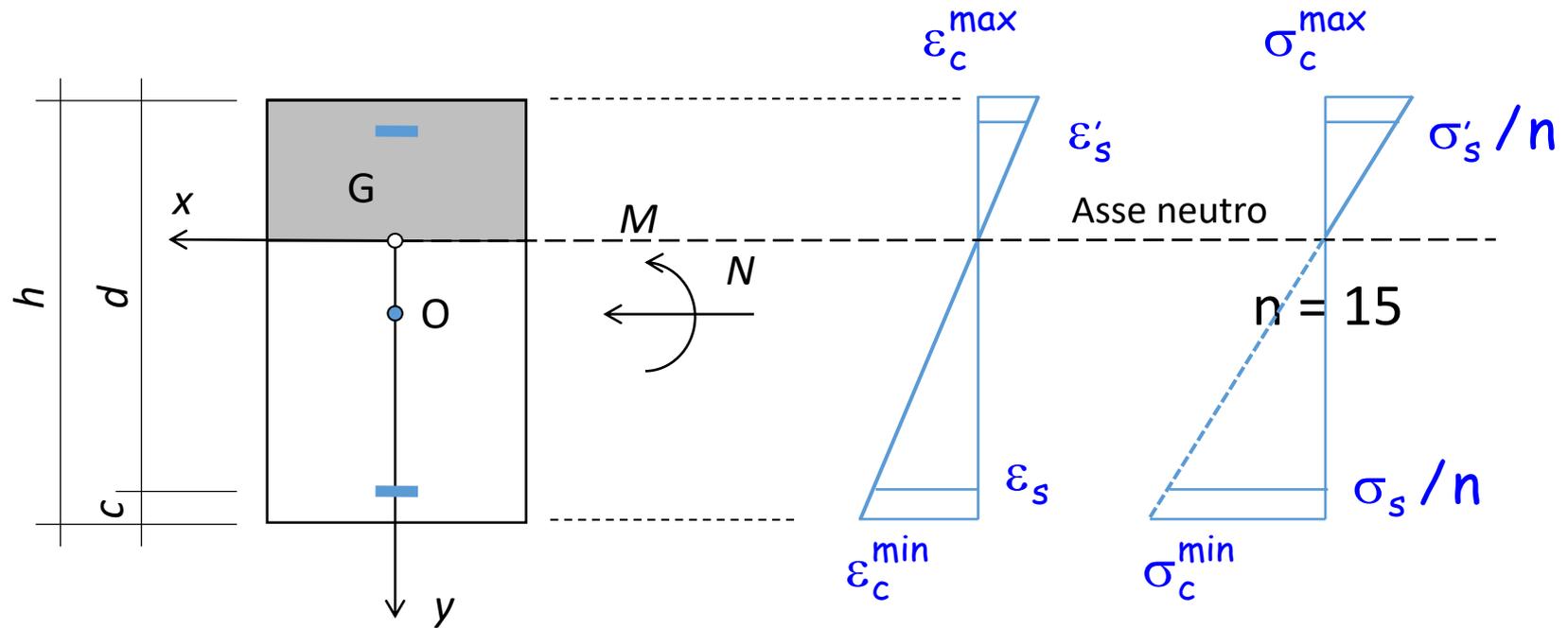
Geometria della sezione
Armature
Momento M_{Ed}

Incognite:

Posizione dell'asse neutro
Tensioni massime

Calcolo delle tensioni in esercizio

Flessione semplice



Per trovare l'asse neutro:

$$S_n = 0$$

(l'asse neutro è baricentrico)

Calcolo delle tensioni in esercizio

Flessione semplice

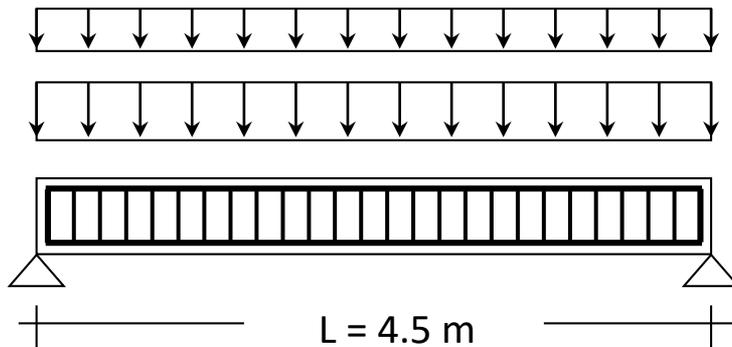
Equazione di secondo grado, con soluzione:

$$x = \frac{n(A_s + A'_s)}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2b(A_s d + A'_s c)}{n(A_s + A'_s)^2}} \right]$$

e poi:
$$\sigma_c = -\frac{M_{Ed}}{I} y$$

con:
$$I = \frac{bx^3}{3} + nA'_s(x-c)^2 + nA_s(d-x)^2$$

Struttura per esempi numerici



$$Q_k = 19.5 \text{ kN/m}$$

$$G_{1k} = 26.2 \text{ kN/m}$$

Comb. di carico per SLU

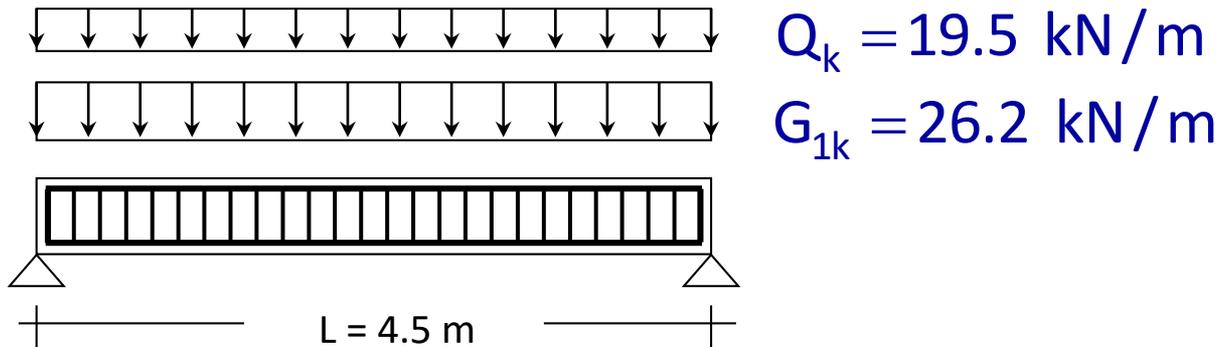
$$\gamma_{G1} G_{1k} + \gamma_Q Q_k = 1.3 \times 26.2 + 1.5 \times 19.5 = 63.31 \text{ kN/m}$$

$$M_{Ed} = M_{\max} = \frac{qL^2}{8}$$



$$M_{Ed} = 160.2 \text{ kNm}$$

Struttura per esempi numerici



Comb. di carico rara

$$G_{1k} + Q_k = 26.2 + 19.5 = 45.70 \text{ kN/m}$$

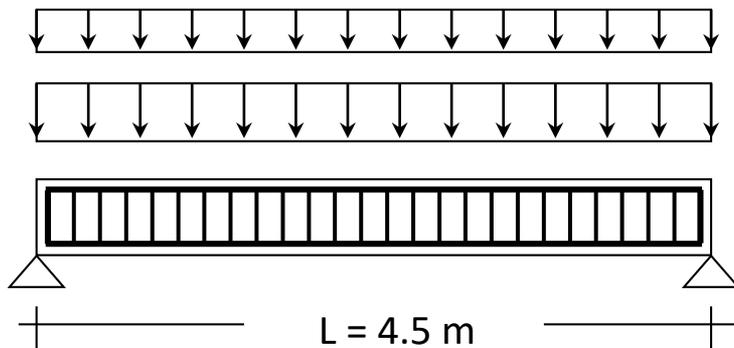
Comb. di carico frequente

$$G_{1k} + \psi_1 Q_k = 26.2 + 0.5 \times 19.5 = 35.95 \text{ kN/m}$$

Comb. di carico quasi permanente

$$G_{1k} + \psi_2 Q_k = 26.2 + 0.3 \times 19.5 = 32.05 \text{ kN/m}$$

Struttura per esempi numerici



$$Q_k = 19.5 \text{ kN/m}$$

$$G_{1k} = 26.2 \text{ kN/m}$$

$$M_{Ed} = M_{max} = \frac{qL^2}{8}$$

Comb. di carico rara

$$G_{1k} + Q_k = 26.2 + 19.5 = 45.70 \text{ kN/m}$$



$$M_{Ed} = 115.7 \text{ kNm}$$

Comb. di carico frequente

$$G_{1k} + \psi_1 Q_k = 26.2 + 0.5 \times 19.5 = 35.95 \text{ kN/m}$$



$$M_{Ed} = 91.0 \text{ kNm}$$

Comb. di carico quasi permanente

$$G_{1k} + \psi_2 Q_k = 26.2 + 0.3 \times 19.5 = 32.05 \text{ kN/m}$$



$$M_{Ed} = 81.1 \text{ kNm}$$

Esempio n. 1

Verifica di sezione rettangolare

Dati:

Sezione 30x50
Armature $A_s = 3\varnothing 20 + 1\varnothing 14$
 $A'_s = 2\varnothing 14$

Comb.di carico rara

$$M_{Ed} = 115.7 \text{ kNm}$$

Calcestruzzo C25/30
Acciaio B450C

Procedura:

- 1 – individuazione dell'asse neutro
- 2 - determinazione del momento d'inerzia della sezione reagente omogeneizzata
- 3 – calcolo delle tensioni massime di calcestruzzo ed acciaio

Esempio n. 1

Calcolo asse neutro e momento d'inerzia

Per una sezione rettangolare la posizione dell'asse neutro è fornita dalla seguente espressione:

$$x = \frac{n(A_s + A'_s)}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2b(A_s d + A'_s c)}{n(A_s + A'_s)^2}} \right]$$

... e vale $x = 16.6 \text{ cm}$

Il momento d'inerzia della sezione reagente omogeneizzata è fornito dalla:

$$I = \frac{b x^3}{3} + n A'_s (x - c)^2 + n A_s (d - x)^2$$

... e vale $I = 184558 \text{ cm}^4$

Esempio n. 1

Verifica delle tensioni in esercizio

La tensione massima (in valore assoluto) nel calcestruzzo vale:

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \frac{M_{Ed}}{I} x = \frac{115.7}{184558} \times 16.6 \times 10^3 = \\ &= 10.4 \text{ MPa} \leq 0.6 f_{ck} = 0.6 \times 25.0 = 15.0 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\frac{\sigma_c}{0.6 f_{ck}} = 0.69$$

La tensione dell'armatura tesa vale:

$$\begin{aligned}\sigma_s &= n \frac{M_{Ed}}{I} (d - x) = 15 \times \frac{115.7}{184558} \times (45 - 16.6) \times 10^3 = \\ &= 267.1 \text{ MPa} \leq 0.8 f_{yk} = 0.8 \times 450.0 = 360.0 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\frac{\sigma_s}{0.8 f_{yk}} = 0.74$$

La verifica è soddisfatta

Esempio n. 1

Verifica di sezione rettangolare

Dati:

Sezione 30x50
Armature $A_s = 3\varnothing 20 + 1\varnothing 14$
 $A'_s = 2\varnothing 14$

Comb. di carico quasi perm.

$M_{Ed} = 81.1 \text{ kNm}$

Calcestruzzo C25/30
Acciaio B450C

- La posizione dell'asse neutro x ed il momento d'inerzia I non cambiano.
- Bisogna solo ricalcolare la tensione massima del calcestruzzo e confrontarla con il valore limite pertinente.

Verifica sulle tensioni in esercizio

Combinazione di carico quasi permanente

La tensione massima (in valore assoluto) nel calcestruzzo vale:

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \frac{M_{Ed}}{I} x = \frac{81.1}{184558} \times 16.6 \times 10^3 = \\ &= 7.3 \text{ MPa} \leq 0.45 f_{ck} = 0.45 \times 25.0 = 11.2 \text{ MPa} \quad \frac{\sigma_c}{0.45 f_{ck}} = 0.65\end{aligned}$$

La verifica è soddisfatta

Esempio n. 2

Verifica di sezione rettangolare

Dati:

Sezione 30x40
Armature $A_s = 4\varnothing 20 + 1\varnothing 14$
 $A'_s = 2\varnothing 20 + 1\varnothing 14$

Comb. di carico rara

$M_{Ed} = 115.7 \text{ kNm}$

Calcestruzzo C25/30
Acciaio B450C

$$x = \frac{n(A_s + A'_s)}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2b(A_s d + A'_s c)}{n(A_s + A'_s)^2}} \right] = 14.6 \text{ cm}$$

$$I = \frac{b x^3}{3} + n A'_s (x - c)^2 + n A_s (d - x)^2 = 129950 \text{ cm}^4$$

Verifica sulle tensioni in esercizio

Combinazione di carico rara

La tensione massima (in valore assoluto) nel calcestruzzo vale:

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \frac{M_{Ed}}{I} x = \frac{115.7}{129950} \times 14.6 \times 10^3 = \\ &= 13.0 \text{ MPa} \leq 0.6 f_{ck} = 0.6 \times 25.0 = 15.0 \text{ MPa} \quad \frac{\sigma_c}{0.6 f_{ck}} = 0.87 \\ &\quad \text{prima era } 0.69\end{aligned}$$

La tensione dell'armatura tesa vale:

$$\begin{aligned}\sigma_s &= n \frac{M_{Ed}}{I} (d - x) = 15 \times \frac{115.7}{129950} \times (35 - 14.6) \times 10^3 = \\ &= 272.5 \text{ MPa} \leq 0.8 f_{yk} = 0.8 \times 450.0 = 360.0 \text{ MPa} \quad \frac{\sigma_s}{0.8 f_{yk}} = 0.76 \\ &\quad \text{prima era } 0.74\end{aligned}$$

La verifica è soddisfatta
ma il margine si è ridotto

Verifica sulle tensioni in esercizio

Combinazione di quasi permanente

La tensione massima (in valore assoluto) nel calcestruzzo vale:

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \frac{M_{Ed}}{I} x = \frac{81.1}{129950} \times 14.6 \times 10^3 = \\ &= 9.1 \text{ MPa} \leq 0.45 f_{ck} = 0.45 \times 25.0 = 11.2 \text{ MPa} \quad \frac{\sigma_c}{0.45 f_{ck}} = 0.74\end{aligned}$$

prima era 0.65

La verifica è soddisfatta ma il margine si è ridotto

Verifica tensioni in esercizio

Commento

La verifica sulle tensioni in esercizio:

- è generalmente soddisfatta per sezioni progettate allo stato limite ultimo
- potrebbe non essere soddisfatta quando si sfrutta pesantemente l'effetto positivo dell'armatura compressa

Stato limite di fessurazione

Stati limite di fessurazione

Campo di validità delle prescrizioni

La fessurazione è quasi inevitabile in strutture di calcestruzzo armato soggette a flessione, taglio, torsione o a trazioni indotte da carichi diretti o da deformazioni impresse impedito.

Le fessure possono anche svilupparsi per altre cause, come ritiro plastico o reazioni chimiche espansive all'interno del calcestruzzo indurito.

Stati limite di fessurazione

Considerazioni generali

La fessurazione deve essere limitata a un livello tale da non pregiudicare il corretto funzionamento della struttura o da renderne inaccettabile l'aspetto.

In alternativa, si può o permettere la formazione delle fessure senza nessun tentativo di limitarne la larghezza, o invece impedirla con provvedimenti quali la predisposizione di giunti che consentano il movimento, a condizione che non venga pregiudicato il funzionamento della struttura.

Stati limite di fessurazione

Per evitare o limitare la formazione di fessure si eseguono verifiche per i tre seguenti stati limite

- Stato limite di decompressione
- Stato limite di formazione delle fessure
- Stato limite di apertura controllata delle fessure

Si prendono in considerazione due combinazioni di carico:

- Combinazione frequente
- Combinazione quasi permanente

Stati limite di fessurazione

Per evitare o limitare la formazione di fessure si eseguono verifiche per i tre seguenti stati limite

- Stato limite di decompressione
- Stato limite di formazione delle fessure
- Stato limite di apertura controllata delle fessure

Si deve tenere conto delle condizioni ambientali:

- Ordinarie
- Aggressive
- Molto Aggressive

Condizioni ambientali

Condizioni ambientali	Classe di esposizione
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

Stati limite di fessurazione

Per evitare o limitare la formazione di fessure si eseguono verifiche per i tre seguenti stati limite

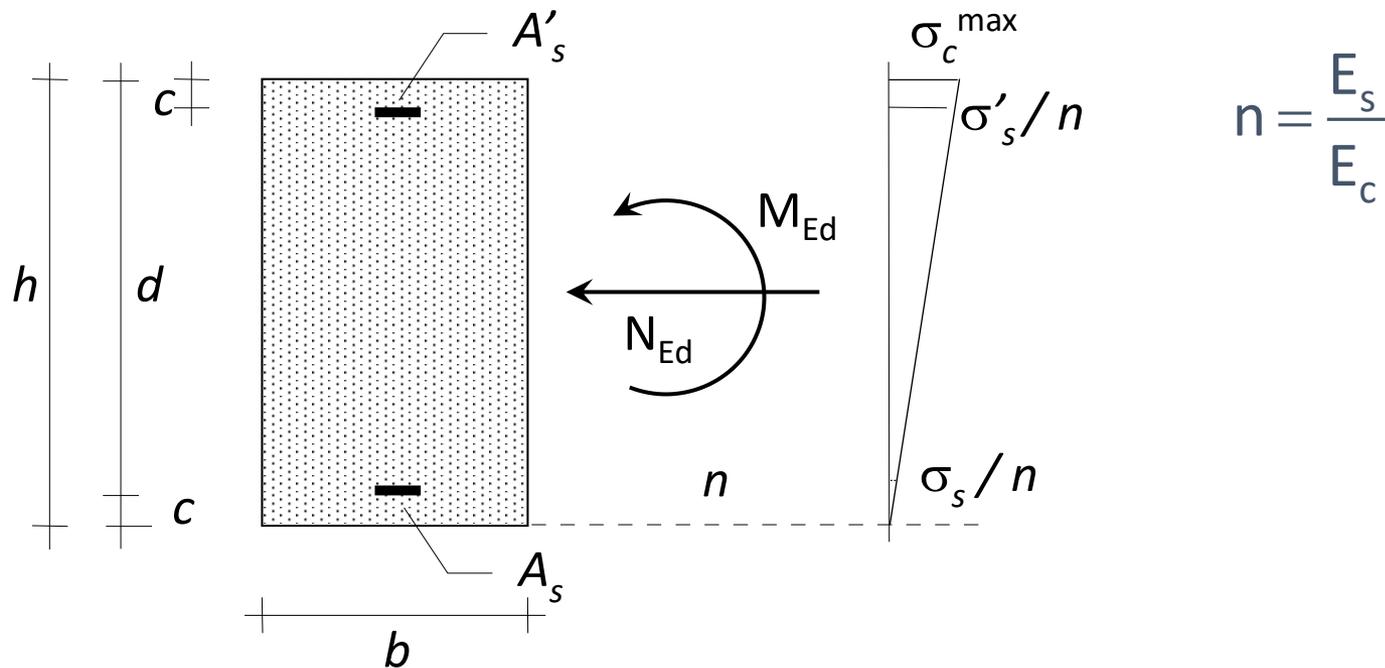
- Stato limite di decompressione
- Stato limite di formazione delle fessure
- Stato limite di apertura controllata delle fessure

Infine si deve tenere conto della sensibilità delle armature alla corrosione:

- Armature sensibili
- Armature poco sensibili (per c.a. ordinario)

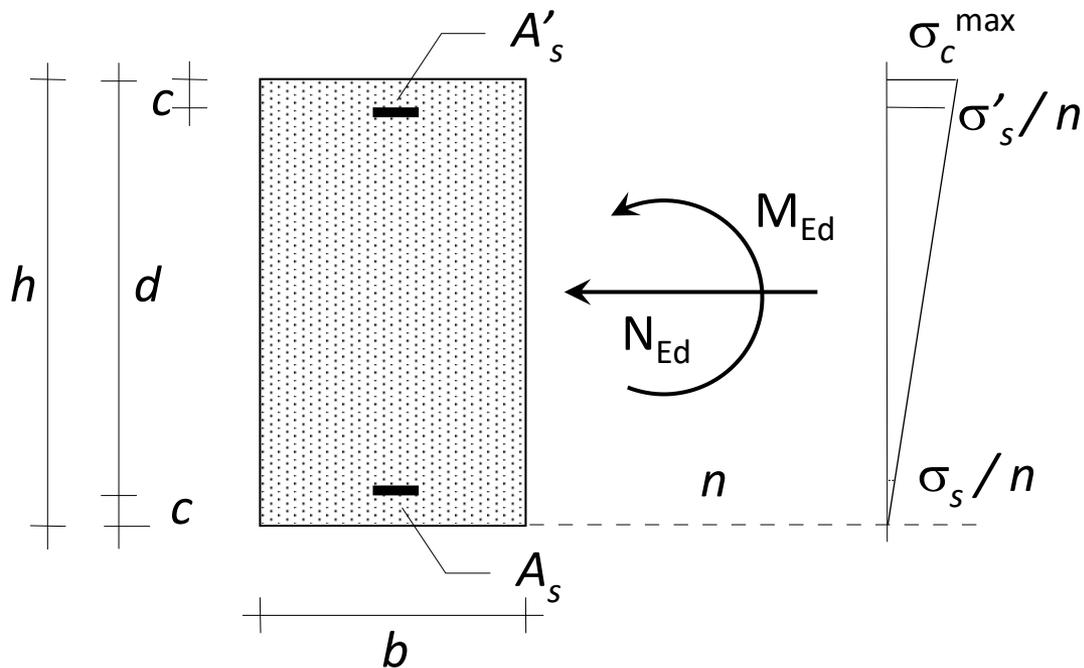
Stato limite di decompressione

Si raggiunge quando la tensione del bordo meno compresso è uguale a zero



Stato limite di formazione delle fessure

Si raggiunge quando la tensione massima di trazione è pari al valore $f_{ctm}/1.2 \approx f_{cfk}$



$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

Stato limite di apertura controllata

Si raggiunge quando il valore di calcolo dell'ampiezza delle fessure w_d è pari a:

0.2 mm o 0.3 mm o 0.4 mm

Il valore limite dell'ampiezza delle fessure dipende da:

- Combinazione di carico
- Condizioni ambientali
- Sensibilità delle armature

Verifiche con armature poco sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	w_d
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.4 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.3 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm
Molto Aggr.	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Ap. fessure	< 0.2 mm

Verifiche con armature sensibili

Cond. Amb.	Comb. carico	Stato limite	w_d
Ordinarie	Frequente	Ap. fessure	< 0.3 mm
	Quasi perm.	Ap. Fessure	< 0.2 mm
Aggressive	Frequente	Ap. Fessure	< 0.2 mm
	Quasi perm.	Decomp.	--
Molto Aggr.	Frequente	Form. Fessure	--
	Quasi perm.	Decomp.	--

Stati limite di fessurazione

CONTROLLO DELLA FESSURAZIONE

Metodo semplificato

Calcolo diretto
dell'ampiezza delle fessure

Verifica dell'ampiezza delle fessure senza calcolo diretto

Verifica senza calcolo diretto

La verifica dell'ampiezza delle fessure w_d indotte principalmente da carichi può essere eseguita omettendo il calcolo esplicito se:

- L'armatura tesa è non inferiore ad un valore minimo $A_{s,min}$

Criterio di non plasticizzazione

Sforzo normale centrato

Affinché il comportamento di un'opera in conglomerato cementizio armato sia soddisfacente allo stato fessurato è essenziale che l'armatura non risulti plasticizzata in presenza dell'azione di trazione corrispondente alla comparsa delle prime fessure.

Infatti, è solo a questa condizione che potranno formarsi in successione molte fessure di apertura limitata.

Se, al contrario, l'armatura si plasticizza alla comparsa della prima fessura, tale fessura tenderà ad aprirsi indefinitamente al crescere della sollecitazione, con microfessurazione via via crescente del calcestruzzo in prossimità della fessura e deterioramento dell'aderenza armatura-calcestruzzo, al punto che la trasmissione di tensioni di trazione al calcestruzzo sarà molto limitata e non potranno nascere nuove fessure.

Criterio di non plasticizzazione

Sforzo normale centrato

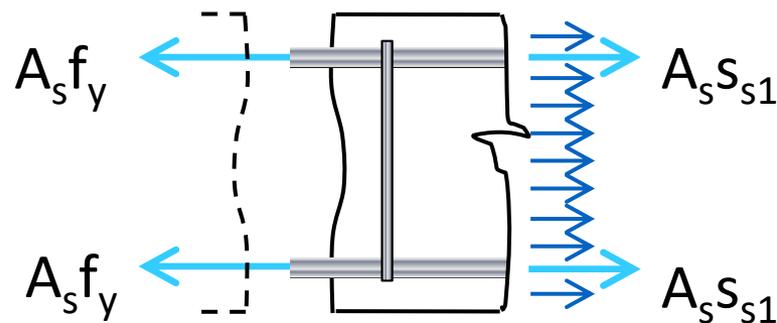
Si consideri l'equilibrio alla traslazione longitudinale di un tirante tra due sezioni

di cui una

- in secondo stadio di comportamento con tensione di trazione nell'armatura pari alla tensione di snervamento

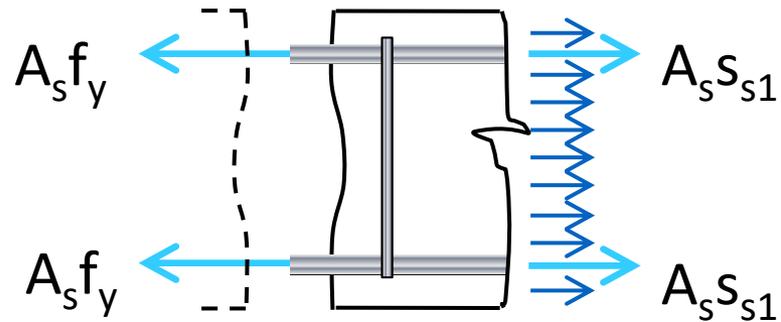
e l'altra

- in primo stadio di comportamento con tensione di trazione nel calcestruzzo pari alla resistenza per trazione



Criterio di non plasticizzazione

Sforzo normale centrato



$$A_s f_y = A_c f_{ct} + \sigma_{s1} A_s$$

ovvero, se si trascura il contributo dell'armatura nel primo stadio di comportamento:

$$A_{\min} = \frac{f_{ct}}{f_y} A_c$$

Armatatura minima

$$A_{s,\min} = \frac{k_c f_{ct,eff} A_{ct}}{\sigma_s}$$

k_c dipende dalla distribuzione delle tensioni

vale 1.0 per trazione

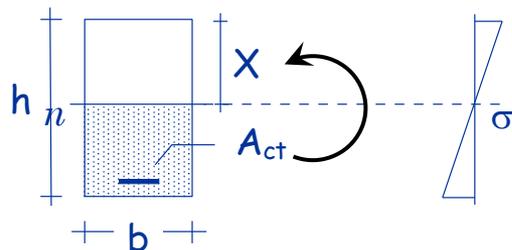
0.4 per flessione

valori intermedi per flessione composta

Armatura minima

$$A_{s,\min} = \frac{k_c f_{ct,\text{eff}} A_{ct}}{\sigma_s}$$

A_{ct} area di calcestruzzo nella zona tesa



$$A_{ct} = b (h - X) \approx b h / 2$$

per flessione
semplice

Verifica senza calcolo diretto

La verifica dell'ampiezza delle fessure w_d indotte principalmente da carichi può essere eseguita omettendo il calcolo esplicito se:

- L'armatura tesa è non inferiore ad un valore minimo $A_{s,min}$
- Il diametro delle barre è non superiore ad un valore massimo ϕ_{max} , o ...
- ... la distanza tra le barre è non superiore ad un valore massimo d_{max}

Stati limite di fessurazione

Metodo semplificato (4.4.2.3.)

Tensione nell'acciaio ² [MPa]	Diametro massimo delle barre [mm] ¹		
	$w_k = 0,4 \text{ mm}$	$w_k = 0,3 \text{ mm}$	$w_k = 0,2 \text{ mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

- 1) I valori nel prospetto sono basati sulle seguenti assunzioni:
 $c = 25 \text{ mm}$; $f_{ct,eff} = 2.9 \text{ MPa}$; $h_{cr} = 0,5$; $(h - d) = 0.1 h$; $k_1 = 0.8$; $k_2 = 0.5$;
 $k_c = 0.4$; $k = 1.0$; $k_t = 0.4$ e $k' = 1.0$.
- 2) Sotto la combinazione di carico pertinente.

Stati limite di fessurazione

Metodo semplificato (4.4.2.3.)

Tensione nell'acciaio ² [MPa]	Spaziatura massima delle barre [mm] ¹		
	$w_k = 0,4 \text{ mm}$	$w_k = 0,3 \text{ mm}$	$w_k = 0,2 \text{ mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

- 1) I valori nel prospetto sono basati sulle seguenti assunzioni:
 $c = 25 \text{ mm}$; $f_{ct,eff} = 2.9 \text{ MPa}$; $h_{cr} = 0.5$; $(h - d) = 0.1 h$; $k_1 = 0.8$; $k_2 = 0.5$;
 $k_c = 0.4$; $k = 1.0$; $k_t = 0,4$ e $k' = 1.0$.
- 2) Sotto la combinazione di carico pertinente.

Stati limite di fessurazione

Metodo semplificato (4.4.2.3.)

Il diametro massimo delle barre è modificato come segue:

Flessione (sezione parzializzata):

$$\phi_s = \phi_s^* \left(f_{ct,ef} / 2.9 \right) \frac{k_c h_{cr}}{2(h-d)}$$

Trazione (la sezione è tutta tesa):

$$\phi_s = \phi_s^* \left(f_{ct,ef} / 2.9 \right) \frac{1}{8(h-d)}$$

dove:

ϕ_s è il diametro massimo "modificato" delle barre;

ϕ_s^* è il diametro massimo dato nel prospetto;

h è l'altezza totale della sezione;

h_{cr} è l'altezza della zona tesa subito prima della fessurazione, considerando i valori caratteristici delle forze assiali sotto la combinazione quasi-permanente;

d è l'altezza utile rispetto al baricentro dello strato più esterno di arm. ordinaria.

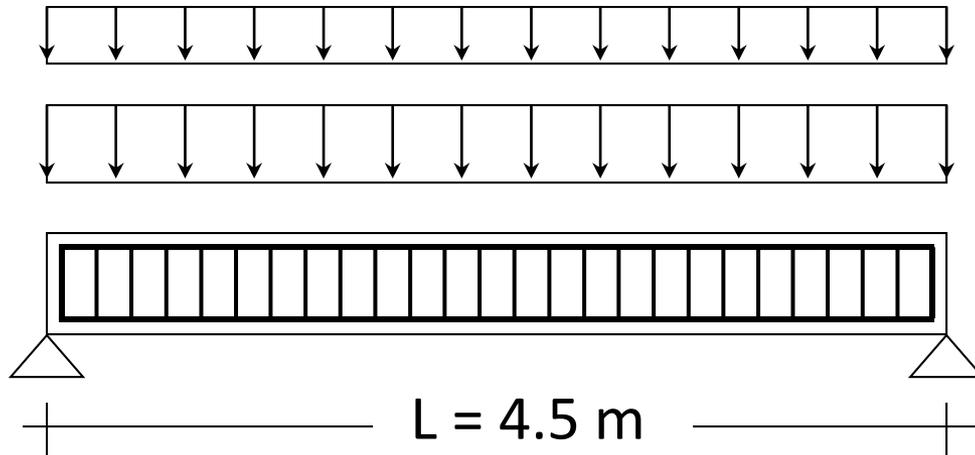
Se tutta la sezione è tesa $h-d$ è la minima distanza tra il baricentro dello strato di armatura e il lembo esterno della sezione.

Esempio numerico

Combinazione di carico quasi permanente

Dati:

Sezione	30x50	Calcestruzzo	C25/30
Armature	$A_s = 3\varnothing 20 + 1\varnothing 14$ $A'_s = 2\varnothing 14$	Acciaio	B450C



$$\psi_2 Q_k = 5.85 \text{ kN/m}$$

$$G_{1k} = 26.2 \text{ kN/m}$$

$$M_{Ed} = M_{max} = \frac{qL^2}{8}$$

Esempio numerico

Combinazione di carico quasi permanente

Dati:

Sezione	30x50	Calcestruzzo	C25/30
Armature	$A_s = 3\varnothing 20 + 1\varnothing 14$ $A'_s = 2\varnothing 14$	Acciaio	B450C

Procedura:

- 1 – determinazione dell'armatura tesa minima
- 2 - determinazione della tensione di lavoro dell'armatura
- 3 – determinazione della distanza massima tra le barre o il diametro massimo

Calcolo dell'armatura tesa minima

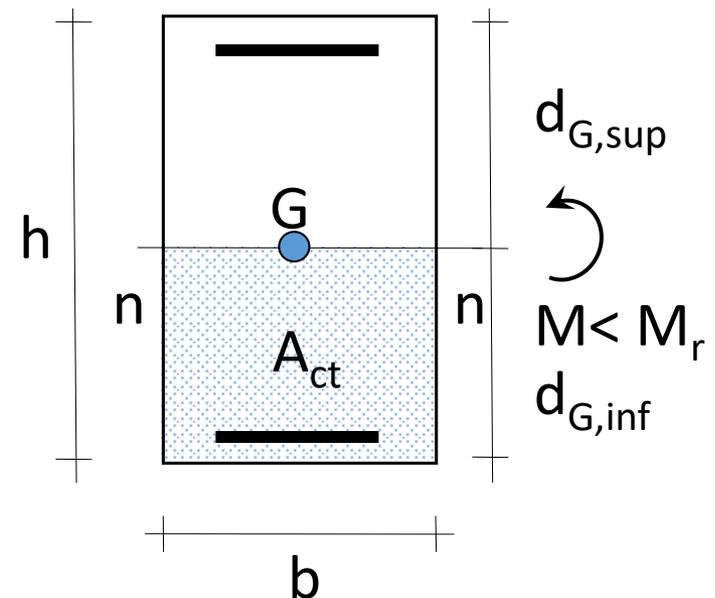
$$A_{s,\min} = \frac{k_c f_{ct,\text{eff}} A_{ct}}{\sigma_s}$$

per flessione semplice

$$A_{ct} = b(h - x') = b d_{G,\text{inf}}$$

$$= 30 \times 24.34 = 730.2 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow \approx b h / 2 = 30 \times 25 = 750 \text{ cm}^2$$



Calcolo dell'armatura tesa minima

$$A_{s,\min} = \frac{k_c f_{ct,\text{eff}} A_{ct}}{\sigma_s} = \frac{0.4 \times 2.56 \times 730.2}{450} = 1.66 \text{ cm}^2$$

$$A_{ct} = 730 \text{ cm}^2$$

$$k_c = 0.4 \text{ (flessione)}$$

$$f_{ct,\text{eff}} = f_{ctm} = 2.56 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = f_{yk} = 450 \text{ MPa}$$

L'armatura disposta è ben maggiore, $A_s = 10.96 \text{ cm}^2$

Distanza massima tra le barre

Combinazione di carico quasi permanente

σ_s	$w_d \leq 0.4$ mm	$w_d \leq 0.3$ mm	$w_d \leq 0.2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	--
360	100	50	--

$$\sigma_s = 187.2 \text{ MPa}$$

Da verifica su tensioni in esercizio

Distanza massima tra le barre

Combinazione di carico quasi permanente

σ_s	$w_d \leq 0.4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.2 \text{ mm}$
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	--
360	100	50	--

La distanza massima tra le barre deve essere non superiore di $(300+250)/2=275 \text{ mm}$

Nella sezione in esame vi sono 4 barre ad una distanza di circa 70 mm e la verifica è soddisfatta

... o in alternativa

Diametro massimo delle barre

Combinazione di carico quasi permanente

σ_s	$w_d \leq 0.4 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.3 \text{ mm}$	$w_d \leq 0.2 \text{ mm}$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

$$\sigma_s = 187.2 \text{ MPa}$$

Per armature poco sensibili e condizioni ambientali ordinarie deve essere $w_d < 0.3 \text{ mm}$

Diametro massimo delle barre

Combinazione di carico quasi permanente

Dalla tabella si ha

$$\phi_{\max}^* = \frac{32 + 25}{2} = 28.5 \text{ mm}$$

e quindi il diametro modificato vale

$$\phi_{\max} = \phi_{\max}^* \frac{f_{ct,eff}}{2.9} \frac{k_c h}{4 c} = 28.5 \times \frac{2.56}{2.9} \times \frac{0.4 \times 50}{4 \times 5} = 25.2 \text{ mm}$$

Nella sezione in esame sono state utilizzate barre $\phi 20$ e la verifica è soddisfatta

Stato limite di deformazione

Stati limite di deformazione

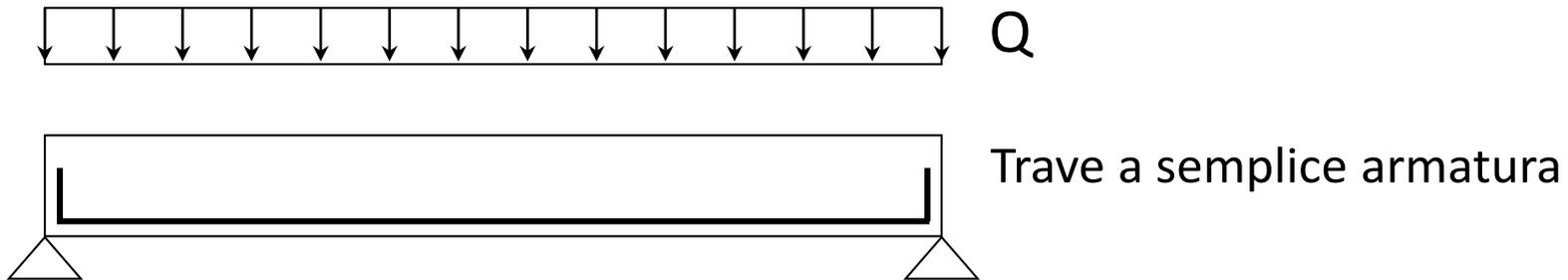
CONTROLLO DELLA DEFORMAZIONE

Metodo semplificato

Calcolo diretto
della deformazione

Verifica delle deformazioni
senza calcolo diretto

Freccia della trave

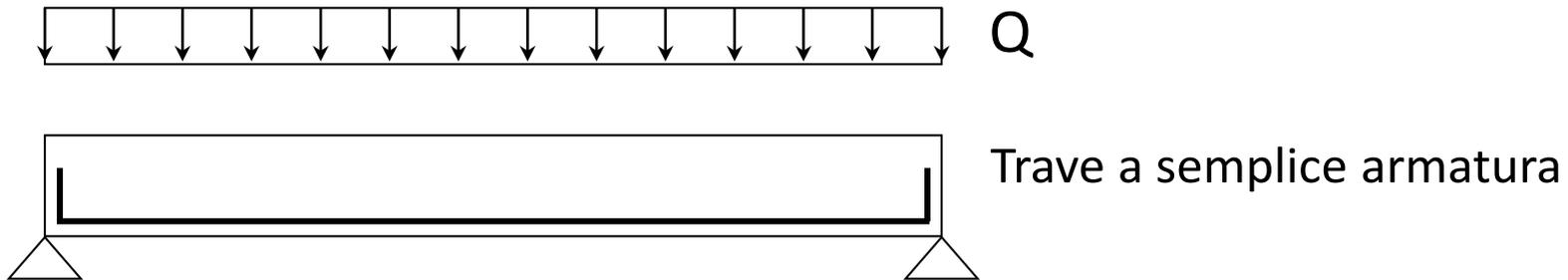


La freccia della trave vale:

$$f \approx f_2 = \frac{5}{384} \frac{Q L^4}{E_c I_2} = \frac{40}{384} \frac{M_{\max} L^2}{E_c I_2} \quad \text{con} \quad M_{\max} = \frac{Q L^2}{8}$$

f_2 calcolata considerando le sezioni tutte le sezioni fessurate

Freccia della trave



La tensione nell'armatura vale:

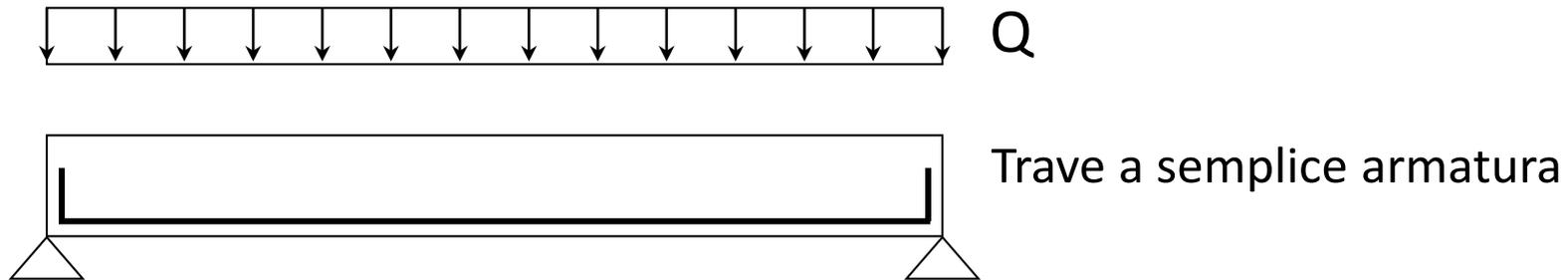
$$\sigma_s = n \frac{M_{\max}}{l_2} (d - x)$$

... e quindi:

$$M_{\max} = \frac{\sigma_s l_2}{n(d-x)} = \frac{\sigma_s l_2}{n d(1-\xi)} \quad \text{con} \quad \xi = \frac{x}{d}$$

Sostituendo nell'espressione precedente si ottiene ...

Rapporto L/d e freccia della trave



... il rapporto f/L della trave vale:

$$\frac{f}{L} = \frac{40}{384} \frac{1}{(1-\xi)} \frac{\sigma_s}{nE_c} \frac{L}{d}$$

... mentre per altri schemi statici vale:

$$\frac{f}{L} = c_2 \frac{1}{(1-\xi)} \frac{\sigma_s}{nE_c} \frac{L}{d} \quad (c_2 \text{ dipende dalla schema statico})$$

Rapporto L/d e freccia della trave

$$\frac{L}{d} \leq \frac{(1-\xi)}{c_2} \frac{E_s}{\sigma_s} \left(\frac{f}{L} \right)_{\text{lim}} \quad (c_2 \text{ dipende dalla schema statico})$$

Il massimo rapporto L/d dipende da:

- Schema statico (attraverso c_2);
- tensione di lavoro dell'acciaio σ_s ;
- tipo di calcestruzzo (attraverso ξ);
- ρ e ρ' (attraverso ξ);
- Il rapporto f/L ritenuto accettabile.

Verifica delle deformazioni

La circolare n. 617 fornisce formule più semplici per il calcolo dei valori limiti del rapporto L/h:

$$\frac{L}{h} \leq k \left[11 + \frac{0.0015 f_{ck}}{\rho + \rho'} \right] \frac{500}{f_{yk}} \frac{A_{s,eff}}{A_{s,calc}}$$

k	dipende dallo schema statico
ρ	percentuale di armatura tesa
ρ'	percentuale di armatura compressa
$A_{s,eff}$	area di armatura tesa effettivamente presente
$A_{s,calc}$	area di armatura tesa calcolata

Verifica delle deformazioni

Per $f_{ck}=25$ MPa, $f_{yk} = 450$ MPa, $\rho'=0$ e $A_{s,eff}=A_{s,calc}$, si può omettere il calcolo esplicito della freccia se non sono superati i seguenti valori di L/h :

Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

Verifica delle deformazioni

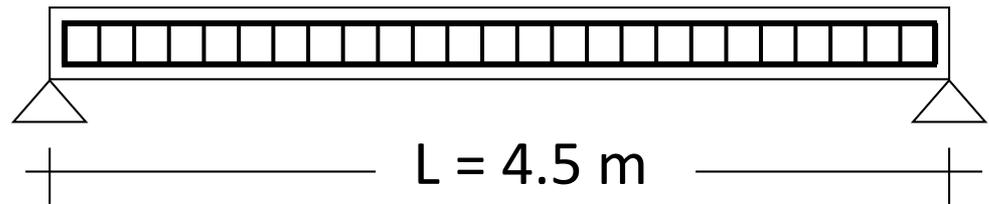
- Per travi e piastre nervate di luce maggiore di 7 m, caricate da tramezzi fragili, i valori di L/h indicati in tabella devono essere moltiplicati per $7/L$ (L in metri).
- Per piastre non nervate di luce maggiore di 8.5 m, caricate da tramezzi fragili, i valori di L/h indicati in tabella devono essere moltiplicati per $8.5/L$ (L in metri).

Esempio numerico

Dati:

Sezione 90x26
Calcestruzzo C25/30
Acciaio B450C

$c = 5 \text{ cm}$



Procedura:

- 1 – determinazione dei valori limite del rapporto L/h corrispondenti ai materiali utilizzati
- 2 - confronto con il rapporto L/h dell'elemento strutturale in esame

Esempio numerico

Poiché si usa un calcestruzzo con C25/30 ed un acciaio con $f_{yk} = 450$ MPa i valori massimi di L/h sono:

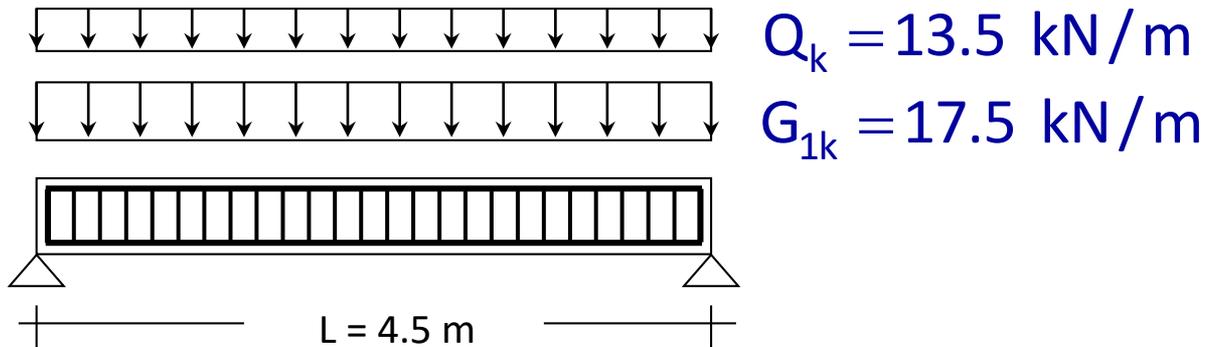
Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

Esempio numerico

Lo schema statico è di trave appoggiata

Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

Armatura tesa



Comb. di carico per SLU

$$\gamma_{G1} G_{1k} + \gamma_Q Q_k = 1.3 \times 17.5 + 1.5 \times 13.5 = 43.0 \text{ kN/m}$$

$$M_{Ed} = M_{\max} = \frac{qL^2}{8} \quad M_{Ed} = 108.8 \text{ kNm}$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.9 d f_{yd}} = \frac{108.8 \times 10}{0.9 \times 0.21 \times 391.3} = 14.7 \text{ cm}^2$$

Esempio numerico

Lo schema statico è di trave appoggiata

La percentuale di armatura tesa è

... ed interpolando ...

$$\rho = \frac{14.7}{90 \times 21} = 0.78\%$$

Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

Esempio numerico

... si ottiene un rapporto L/h massimo di 18.2, che è maggiore di quello della trave in esame pari a:

$$\frac{L}{h} = \frac{450}{26} = 17.3$$

Schema statico	k	$\rho = 0.5\%$	$\rho = 1.0\%$	$\rho = 1.5\%$
Travi appoggiate	1.0	20.6	16.4	15.0
Estremità travi continue	1.3	26.7	21.3	19.5
Campate interne di travi continue	1.5	30.8	24.6	22.5
Mensole	0.4	8.2	6.6	6.0

Fine